

LEONHARDI EULERI OPERA OMNIA

# LEONHARDI EULERI OPERA OMNIA

sub auspiciis  
ACADEMIAE SCIENTIARUM NATURALIUM  
HELVETICAE

Edenda curaverunt

Vanja Hug, Andreas Kleinert, Martin Mattmüller, Gleb K. Mikhaĭlov,  
Fritz Nagel, Norbert Schappacher, Thomas Steiner

Series quarta A  
COMMERCIIUM EPISTOLICUM  
Volumen tertium – Pars prima

Venditioni exponunt

BIRKHÄUSER BASILEAE  
MMXVI

# LEONHARDI EULERI COMMERCIIUM EPISTOLICUM

CUM DANIELE, JOHANNE II, JOHANNE III BERNOULLI

COMMERCIIUM JOHANNIS ALBERTI EULERI  
CUM DANIELE BERNOULLI

COMMERCIIUM DANIELIS BERNOULLI  
CUM OFFICIALIBUS ACADEMIAE SCIENTIARUM  
PETROPOLITANAE (EPISTOLAE SELECTAE)  
ET CUM NICOLAO FUSS

PARS I

Ediderunt

Emil A. Fellmann † et Gleb K. Mikhajlov

auxilio

Andreas Kleinert, Martin Mattmüller, Uta Monecke, Andreas Verdun

Venditioni exponunt

**BIRKHÄUSER BASILEAE**  
**MMXVI**

# LEONHARD EULER BRIEFWECHSEL

MIT DANIEL, JOHANN II UND JOHANN III BERNOULLI

BRIEFWECHSEL JOHANN ALBRECHT EULERS  
MIT DANIEL BERNOULLI

BRIEFWECHSEL DANIEL BERNOULLIS  
MIT AMTSTRÄGERN DER PETERSBURGER AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN (AUSWAHL)  
UND MIT NIKLAUS FUSS

TEIL I

Herausgegeben von  
Emil A. Fellmann † und Gleb K. Mikhajlov

unter Mitwirkung von  
Andreas Kleinert, Martin Mattmüller, Uta Monecke, Andreas Verdun

BIRKHÄUSER BASEL  
2016





Daniel Bernoulli  
Porträt des Hanauer Malers Abel von 1776  
(Museum der bildenden Künste des Bezirks Arkhangel'sk)

*Herausgeber*

Emil A. Fellmann  
17.9.1927–18.5.2012

Gleb K. Mikhajlov  
Moskau

ISBN 978-3-319-32396-1

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über

<http://dnb.d-nb.de>

abrufbar.

© Springer International Publishing Switzerland 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich und implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung und der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

# Inhaltsverzeichnis

VORWORT DER HERAUSGEBER	IX
I. EDITIONSTECHNISCHE EINLEITUNG	1
1. Struktur des Bandes, Anordnung und Beschreibung der Briefe ..	1
2. Zur Wiedergabe der Originaltexte .....	2
3. Zu den Übersetzungen .....	4
4. Mathematische Formeln und Figuren .....	4
5. Zum Apparat .....	5
6. Zu den Registern .....	7
II. ALLGEMEINE EINLEITUNG	9
1. Zur Biographie von Daniel Bernoulli .....	9
2. Zur Publikationsgeschichte des Briefwechsels zwischen Leonhard Euler und Daniel Bernoulli – Wege zur vorliegenden Edition .....	15
III. EINLEITUNG ZUM BRIEFWECHSEL LEONHARD EULERS MIT DANIEL BERNOULLI	17
1. Daniel Bernoullis Verhältnis zu Leonhard Euler .....	17
2. Sachliche Einleitung zum Briefwechsel .....	20
2.1. Allgemeine Charakteristik des Briefwechsels .....	20
2.2. Mathematik .....	22
2.3. Rationale Mechanik .....	35
2.4. Strömungslehre .....	42
2.5. Astronomie .....	45
2.6. Geophysik .....	61
2.7. Physik .....	62
2.8. Schiffswesen .....	67
IV. DER BRIEFWECHSEL LEONHARD EULERS MIT DANIEL, JOHANN II UND JOHANN III BERNOULLI	69
1. Verzeichnis der Briefe .....	71
2. Texte und Übersetzungen der Briefe mit Kommentaren	
Briefe 1–64 (1726–1743) .....	79
Briefe 65–112 (1744–1772) .....	597

---

V.	EINLEITUNG ZUM BRIEFWECHSEL JOHANN ALBRECHT EULERS MIT DANIEL BERNOULLI	819
	1. Zur Biographie von Johann Albrecht Euler . . . . .	819
	2. Allgemeine Charakteristik des Briefwechsels . . . . .	823
VI.	DER BRIEFWECHSEL JOHANN ALBRECHT EULERS MIT DANIEL BERNOULLI	827
	1. Verzeichnis der Briefe . . . . .	829
	2. Texte der Briefe mit Kommentaren . . . . .	831
VII.	ANHANG: DER BRIEFWECHSEL DANIEL BERNOULLIS MIT AMTSTRÄGERN DER PETERSBURGER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND MIT NIKLAUS FUSS	939
	1. Verzeichnis der Briefe . . . . .	939
	2. Einleitung zum Briefwechsel mit Amtsträgern der Petersburger Akademie der Wissenschaften und mit Niklaus Fuss . . . . .	947
	3. Der Briefwechsel Daniel Bernoullis und Leonhard Eulers mit Amtsträgern der Petersburger Akademie der Wissenschaften (Auswahl) und mit Niklaus Fuss . . . . .	951
VIII.	REGISTER	1029
	1. Bibliographie . . . . .	1031
	2. Personenregister . . . . .	1085
	3. Systematisches Sachregister . . . . .	1143
	4. Abkürzungsverzeichnis . . . . .	1149

S. 1–595 sind in Teil 1 des Bandes enthalten, S. 597–1156 in Teil 2.

## Vorwort der Herausgeber

Der vorliegende Band enthält die erhalten gebliebene Korrespondenz von Leonhard Euler mit Daniel, Johann II und Johann III Bernoulli, ergänzt durch fünf dazu gehörige Briefe von Daniel Bernoulli an seinen Neffen Johann III. Es folgt die Korrespondenz von Johann Albrecht Euler mit Daniel Bernoulli; seine Korrespondenz mit Johann III Bernoulli, von der insgesamt 23 Briefe erhalten sind, ist jedoch nicht aufgenommen worden. Ferner enthält der Band in Anhang VII.3 eine Auswahl der Korrespondenz von Daniel Bernoulli und Leonhard Euler mit Amtsträgern der Petersburger Akademie und den erhalten gebliebenen Briefwechsel Daniel Bernoullis mit Eulers Mitarbeiter Niklaus Fuss.

Zur Aufteilung der Editionsarbeit ist Folgendes zu bemerken: *Grosso modo* ist die Ausgabe ein Gemeinschaftswerk der beiden Herausgeber. Im Detail wurde die vielschichtige Arbeit wie folgt aufgeteilt: Die Vorbereitung der Texte des Briefwechsels von Leonhard Euler mit Daniel Bernoulli besorgten E.A. Fellmann und G.K. Mikhajlov unter Beiziehung von Transkriptionen, die seinerzeit von Ju.Kh. Kopelevič und T.N. Klado, Mitarbeiterinnen des Akademie-Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften in St. Petersburg (damals Leningrad), angefertigt worden waren. Die Übersetzungen aller lateinischen Texte stammen von E.A. Fellmann, ebenso die (paraphrastischen) deutsch-deutschen Übersetzungen, die von G.K. Mikhajlov und M. Mattmüller kritisch durchgesehen wurden. Französische Texte wurden nicht übersetzt. Die Korrespondenz von J.A. Euler mit D. Bernoulli wurde von M. Mattmüller transkribiert und von G.K. Mikhajlov bearbeitet; dasselbe gilt für die ausgewählten Briefe in Anhang VII.3.

Die Kommentare des zentralen Briefwechsels und ein grosser Teil der Einleitungen, insbesondere die *Editionstechnische Einleitung*, wurden von E.A. Fellmann und G.K. Mikhajlov gemeinsam verfasst. Letzterer entwarf den Grossteil der Einleitungen, während von E.A. Fellmann neben seinen globalen Beiträgen die Abschnitte *Daniel Bernoullis Verhältnis zu Leonhard Euler*, *Mathematik* und *Optik* der *Sachlichen Einleitung zum Briefwechsel* stammen. Einen gewichtigen Beitrag zu diesem Band leistete A. Verdun mit seinen Kommentaren zur Astronomie im Hauptteil des Briefwechsels sowie mit dem Abschnitt *Astronomie* in der *Sachlichen Einleitung zum Briefwechsel*.

Die Erstellung der Druckvorlage besorgte E.A. Fellmann, unterstützt von M. Mattmüller. Während der langjährigen Arbeit waren die beiden schon recht bejahrten Herausgeber auf die technische Hilfe von jüngeren Kollegen angewiesen, und so mussten sie dem Sekretär der Euler-Kommission, M. Mattmüller, des öfters Unterstützungsaufgaben aufbürden, die er stets mit grossem Entgegenkommen erledigt hat – und dies ausserhalb seines Engagements als Mitherausgeber eines anderen Bandes der vierten Serie der Euler-Ausgabe.

Eine angenehme Dankeschuld erfüllen wir im Namen der Euler-Kommission der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften (SCNAT) gegenüber zahlreichen Institutionen: dem Schweizerischen Nationalfonds, ohne dessen langjährige Finanzierung der Forschungsstellen der Euler-Kommission und dessen grosszügigen

Druckkostenzuschuss dieser Band wohl nie erschienen wäre; der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften (SCNAT), die die Editionsarbeit der unter ihrem Patronat stehenden Euler-Kommission kontinuierlich finanziell und moralisch unterstützt; der Akademie der Wissenschaften Russlands, die durch zeitweilige Freistellung einiger Spezialisten ihrer wissenschaftlichen Institute viel zum vorliegenden Werk beigetragen hat; der Petersburger Abteilung des Archivs der Akademie der Wissenschaften Russlands für zahlreiche archivarisches Dienstleistungen. Ferner danken wir der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel für mancherlei Hilfen sowie der Universitätsbibliothek Tartu (Estland).

Danken möchten wir auch zahlreichen Persönlichkeiten, die unsere Arbeit in irgendeiner Weise unterstützt haben, so Hanspeter Kraft, dem rührigen Präsidenten der Euler-Kommission, Andreas Kleinert, dem unermüdlichen und omnipräsenten Generalredaktor der *Series Quarta* der *Opera Omnia Leonhardi Euleri*, Martin Mattmüller für seine stetige und unverzichtbare Hilfe in mathematischen, paläographischen und technischen Belangen, Andreas Verdun für seine ausführlichen astronomischen Beiträge zur Kommentierung, weiter auch Thomas Steiner für physikalische und musikwissenschaftliche Kommentare sowie Fritz Nagel von der Basler Bernoulli-Edition für diverse Hilfeleistungen, die als Beispiel fruchtbarer und kollegialer Zusammenarbeit unterschiedlicher Editionsprojekte dienen können. Gedankt sei schliesslich Gustav Andreas Tammann für die zahlreichen, auch materiellen Freundschaftsdienste, mit denen er unsere Arbeit unterstützt hat.

Basel / Moskau, Dezember 2011

E.A. Fellmann  
G.K. Mikhajlov

Am 18. Mai 2012 verstarb unerwartet Emil A. Fellmann, mein guter Freund und Mitherausgeber dieses Bandes, der unter anderem die sprachliche Bearbeitung der endgültigen Manuskriptfassungen und die Herstellung einer weitgehend druckfertigen Satzvorlage übernommen hatte. Das hat die abschliessende Phase der Vorbereitung des Bandes zum Druck in eine kritische Situation gebracht und das für 2013 geplante Erscheinen erheblich verzögert.

Die Leitung der weiteren Vorbereitung des gesamten Typoskripts übernahm danach der Generalredaktor der *Series Quarta* Andreas Kleinert, dem es gelang, weitere Mitarbeiter zu gewinnen, die unten genannt werden. So wurde es möglich, eine endgültige und druckfertige Fassung des Bandes herzustellen. Die Intensität der Zusammenarbeit mit Andreas Kleinert kann man am Umfang unserer Korrespondenz während der letzten zwei Jahre ermessen, die fast 400 per E-Mail übermittelte Nachrichten umfasst. Im einzelnen wurden die folgenden Arbeiten durchgeführt:

Andreas Kleinert brachte die auf einem älteren Macintosh-Computer in verschiedenen Formaten gespeicherten Dateien in eine Form, die es ermöglichte, sie mit einer aktuellen Version von L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X weiter zu bearbeiten. Noch auf Bitten von Emil A. Fellmann hin hatte Gisela Kleinert die Transkription der in deutscher Sprache abgefassten Briefe überprüft. Dank der grosszügigen Unterstützung der von Hanspeter Kraft geleiteten Euler-Kommission der SCNAT konnten zwei Mitarbeiterinnen für die sprachliche und formale Revision des gesamten Bandes eingestellt werden: Uta Monecke und Karin Neidhart. Uta Monecke schloss in enger Zusammenarbeit mit Andreas Kleinert und mir die Überprüfung der Transkriptionen aller deutschen und lateinischen Briefe ab, korrigierte zahlreiche sprachliche und inhaltliche Inkonsistenzen in den Übersetzungen und übertrug die Korrekturen in die jeweiligen L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Dateien. Dabei indizierte sie die Namen für das Personenregister, ergänzte gegebenenfalls die dort angeführten Kurzbiographien und überprüfte zahlreiche Einträge in der Bibliographie. Karin Neidhart übernahm die sprachliche Revision der von den Herausgebern formulierten Texte (Einleitungen und Anmerkungen).

Siegfried Bodenmann verdanken wir die Konvertierung der in Word-Dateien vorliegenden Abschnitte (Bibliographie und Personenregister) in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Files, Benno Zimmermann erste Beiträge zur inhaltlichen Revision der Bibliographie.

Im August 2014 übernahm Martin Mattmüller – in Absprache mit Andreas Kleinert und mir – den Abschluss der noch ausstehenden Arbeiten: die endgültige Formulierung von Passagen in den Einleitungen und Kommentartexten, die Transkription des neu in den Band aufgenommenen Briefwechsels zwischen Daniel Bernoulli und Niklaus Fuss, die Schlussredaktion von Bibliographie und Personenregister sowie die Zusammenarbeit mit dem Verlag zur Fertigstellung der L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Druckfassung einschliesslich der Abbildungen.

Zahlreiche Hinweise, die bei der Schlussredaktion noch berücksichtigt werden konnten, verdanken wir Frans Cerulus, Oskar Sheynin, Thomas Steiner und Andreas Verdun sowie den Mitgliedern des Redaktionskomitees der *Series IV A*, die an der Begutachtung des Bandes beteiligt waren.

Leider war in den letzten Monaten mein Sehvermögen zunehmend beeinträchtigt; ich war deshalb nicht mehr in der Lage, die letzten kleineren Korrekturen durchzusehen. Ohne die Hilfsbereitschaft und den zielgerichteten, selbstlosen Einsatz der hier genannten Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter wäre der Band nie erschienen. Ihnen allen bin ich dafür herzlich dankbar.

Basel / Moskau, Oktober 2015

Gleb K. Mikhajlov





# I. EDITIONSTECHNISCHE EINLEITUNG

## I.1. Struktur des Bandes, Anordnung und Beschreibung der Briefe

Der Aufbau des vorliegenden Bandes ist aus dem Inhaltsverzeichnis ersichtlich. Die Teile I, II, III und V sind in Abschnitte gegliedert, die durch arabische Ziffern gekennzeichnet und mit jeweils separat numerierten Fussnoten versehen sind.

Den Kern des Bandes bilden die Abschnitte IV.2, VI.2 und VII.3, welche die Quellentexte mit Übersetzungen und kommentierenden Endnoten enthalten. Der Band umfasst in Abschnitt IV.2 die erhalten gebliebene Korrespondenz von Leonhard Euler mit Daniel, Johann II und Johann III Bernoulli sowie fünf dazugehörige Briefe von Daniel Bernoulli an seinen Neffen Johann III Bernoulli. Ferner enthält er in Abschnitt VI.2 die Korrespondenz zwischen Johann Albrecht Euler und Daniel Bernoulli sowie in Abschnitt VII.3 ausgewählte Briefe aus der Korrespondenz von Daniel Bernoulli und Leonhard Euler mit Amtsträgern der Petersburger Akademie und den erhalten gebliebenen Briefwechsel Daniel Bernoullis mit Eulers Mitarbeiter Niklaus Fuss.

Innerhalb jeder Korrespondenz werden die Briefe in chronologischer Reihenfolge fortlaufend numeriert. Über jedem Brief stehen die laufende Nummer, Absender, Empfänger, Ort und Datum. Briefe und Ereignisse aus dem Geltungsbereich des julianischen Kalenders werden doppelt datiert, wobei das gregorianische Datum an erster Stelle steht, gefolgt von dem in runden Klammern eingeschlossenen julianischen Datum.

Auf die Briefe folgen die «Manschetten». Sie enthalten die Ordnungsnummer des jeweiligen Briefes innerhalb der vorliegenden Edition oder – bei den Briefen von und an Leonhard Euler – die Nummer des betreffenden Briefs im *Repertorium* (O.IV A, 1), den Ort, das Abfassungs- oder Versanddatum, Angaben zum Archivstandort und Hinweise auf frühere Publikationen. Die Standortangaben beziehen sich in den meisten Fällen auf die Universitätsbibliothek Basel und auf die Petersburger Abteilung des Archivs der Akademie der Wissenschaften Russlands. In beiden Fällen wird die Abkürzung «Bl.» für «Blatt» bzw. «Blätter» verwendet, für das Petersburger Archiv und die Abteilungsbezeichnungen der dortigen Sammlungen «f.» für фонд (*fond*), «op.» für опись (*opis'*) und «r.» für разряд (*razryad*).

Die darauf folgenden kommentierenden Endnoten sind durch in eckige Klammern gesetzte arabische Zahlen gekennzeichnet; hochgestellte Verweisziffern in eckigen Klammern erscheinen an inhaltlich entsprechenden Stellen sowohl in den Brieftexten als auch in den Übersetzungen. Die Kommentare umfassen

- Textkorrekturen, Textvarianten, Konjekturen und Zusätze im Original,
- Detailinformationen über in den Briefwechseln erwähnte Institutionen und deren Aktivitäten,

- Bemerkungen über historische und politische Ereignisse, die in den Briefen erwähnt werden,
- biographische Hinweise zu den Brieffpartnern und anderen Personen,
- bibliographische Angaben und Querverweise,
- Erläuterungen zur Entstehung von Werken der Brieffpartner,
- sachliche Erläuterungen, Ergänzungen und Vertiefungen,
- Hinweise zu den Auswirkungen einzelner Werke auf die Entwicklung der Wissenschaften,
- Erörterungen weiterer wissenschaftshistorisch relevanter Sachverhalte.

Für die Texte der Herausgeber (Einleitungen und Kommentare) gilt die Orthographie der 20. Auflage des *Duden* von 1991 unter Berücksichtigung der folgenden Schweizer Besonderheiten: Anstelle von ß steht ss, und als Anführungszeichen werden französische *guillemets* benutzt (« ... »).

## I.2. Zur Wiedergabe der Originaltexte

Alle Texte werden originalgetreu wiedergegeben; das gilt insbesondere für die – oft uneinheitliche – Schreibweise und Interpunktion. Nur in den folgenden Fällen wurde der Originaltext verändert, vereinheitlicht oder ergänzt:

1. Personennamen und geographische Bezeichnungen, Namen von Himmelskörpern und Werktitel werden stets mit grossem Anfangsbuchstaben geschrieben, ebenso Satzanfänge. Wenn in der Vorlage zwischen Gross- und Kleinschreibung nicht unterschieden werden kann, wird die moderne Schreibweise verwendet.
2. Titel von Veröffentlichungen (Monographien, Aufsätzen, Zeitschriften usw.), Kapitelüberschriften u. dgl. sowie durch Unterstreichung hervorgehobene Wörter werden kursiv gesetzt, ebenso lateinische Passagen in deutschen und französischen Briefen. Ausschliesslich in lateinischer Sprache abgefasste Briefe und Anhänge werden hingegen (mit Ausnahme der unterstrichenen Passagen) nicht kursiv gesetzt.
3. Längere im Original durchgehend geschriebene Brieftexte werden im Druck in sinngemässe Abschnitte gegliedert.
4. Durchgestrichenes wird in der Regel kommentarlos weggelassen; in begründeten Fällen wird die durchgestrichene Variante in einer Anmerkung wiedergegeben.
5. Im Original als Zitate gekennzeichnete Textpassagen werden in Anführungszeichen gesetzt, längere Zitate zusätzlich mit beidseitigem Einzug.
6. Doppelungsstriche, das Symbol &, die Ligatur æ und Abkürzungen (zumeist Endhaken, die für «-en», «-ung», «-er» u. dgl. stehen) wurden aufgelöst. Heute ungebräuchliche diakritische Zeichen in deutschen Wörtern wie «beÿde», «Freünde», «Bäüme» u. dgl. wurden hingegen beibehalten.

7. In französischen Texten wird die Akzentuierung originalgetreu wiedergegeben; nicht eindeutig zu bestimmende Akzente werden nach den heute gültigen Regeln gesetzt. Fehlende Akzente werden nur dann ergänzt, wenn Missverständnisse ausgeschlossen werden sollen (z. B. à, là, où). Die Ligatur œ und alle intermediären Formen werden durch œ wiedergegeben.
8. Bei der Wiedergabe lateinischer Texte werden Akzente nicht berücksichtigt. Übernommen wird nur die Diärese (z. B. aër), die dort, wo sie in der Handschrift fehlt, stillschweigend ergänzt wird.
9. Abkürzungen, die im *Duden* stehen, bleiben unverändert. Alle anderen Abkürzungen werden entweder in eckigen Klammern ergänzt oder unverändert übernommen und im Abkürzungsverzeichnis erklärt.
10. Eindeutige Textverluste und Verschreiber werden stillschweigend ergänzt bzw. korrigiert. Das gilt insbesondere für Briefe, die nur als zeitgenössische Kopien überliefert sind und oft zahlreiche Schreibfehler der Kopisten enthalten. Wo eine Ergänzung nicht möglich oder wegen allzu rudimentärer Vorlage unsicher ist, wird [...] gesetzt. Konjekturen stehen in eckigen Klammern und werden ggf. in einer Anmerkung begründet.
11. Orts- und Personennamen, deren Schreibweise im Original von der heutigen abweicht, werden originalgetreu wiedergegeben; in der Übersetzung erscheint die moderne Form. In französischen Briefen wird bei Eigennamen und geographischen Namen, die in getreuer Transkription nicht ohne weiteres zu identifizieren wären, jeweils bei der ersten Erwähnung in einem Absatz die moderne Form in geschweiften Klammern hinzugefügt.
12. Zur genaueren Kennzeichnung von Personen, bei denen Vor- oder Familienname nicht genannt sind, werden Spitzklammern <...> verwendet. Bei den Angehörigen der Familien Bernoulli und Euler werden in den Spitzklammern vollständige Namen angegeben, bei anderen Personen nur die Initialen der Vornamen, wenn sie dadurch eindeutig identifiziert sind. Bei den Vätern von Daniel Bernoulli und Leonhard Euler wird auf die Ergänzung der Namen verzichtet, wenn der Bezug eindeutig ist.
13. Vom Briefautor stammende Ergänzungen und Notizen in den Originalen werden – ausser in Fällen, wo die vorgesehene Einfügungsstelle klar ersichtlich ist – in den Endnoten wiedergegeben.
14. Kardinalzahlen und das Paragraphenzeichen § werden ohne Punkt wiedergegeben. In deutschen Texten werden Ordinalzahlen mit einem Punkt versehen, in französischen und lateinischen Texten nur dann, wenn eine Verwechslung mit der entsprechenden Kardinalzahl vermieden werden soll. Kein Punkt steht bei hochgestellten Abkürzungsendungen wie D<sup>r</sup>, M<sup>rs</sup>, M<sup>lle</sup>, M<sup>me</sup>, 1<sup>ère</sup>, 2<sup>do</sup> etc. Ebenfalls kein Punkt steht im Druck nach Anreden, Unterschriften und am Briefanfang stehenden Daten; steht das Datum am Ende des Briefes, so wird ein Punkt hinzugefügt. Die Abkürzung «etc.» erscheint stets mit Punkt, ebenso «Mr.», «Mme.», «Mlle.» und «Fr.».

### I.3. Zu den Übersetzungen

Grundsätzlich werden in der *Series Quarta A* der Euler-Edition sämtliche lateinischen Briefe und Textstellen in die jeweilige Editionssprache (beim vorliegenden Band also ins Deutsche) übersetzt. Bei dem hier edierten Briefwechsel besteht eine Schwierigkeit darin, dass viele Briefe Daniel Bernoullis ein inhomogenes Gemisch von Deutsch (des 18. Jahrhunderts), Latein und Französisch – oft sogar mit Sprachwechsel innerhalb des Satzes – darstellen, hie und da gewürzt mit alemannischen und spezifisch baslerischen Dialektausdrücken, die auch deutschsprachigen Lesern nicht ohne weiteres verständlich sind. Um ein unhandliches und kompliziertes Glossar zu vermeiden, haben wir uns dafür entschieden, den originalgetreu transkribierten Quellentexten paraphrasierende Übersetzungen in modernes Deutsch anzufügen, in denen die lateinischen Passagen des Originals nicht besonders kenntlich gemacht sind. Die Anmerkungsnummern werden hier an denselben Stellen wie in den Transkriptionen der Originaltexte eingefügt.

Die im 18. Jahrhundert übliche superlativische Ausdrucksweise, die heute befremdlich wirkt, wird in den Übersetzungen durch entsprechende Wortwahl gemässigt; insbesondere werden grammatikalische Superlative oft nicht wörtlich wiedergegeben, besonders da nicht, wo bereits andere sprachliche Mittel für die nötige Emphase sorgen. Die syntaktische Struktur wurde im Prinzip beibehalten und nur da verändert, wo es die heutige deutsche Sprache erfordert.

Die in den Originaltexten oft inflationär wiederkehrenden Anredeformeln, Höflichkeits- und Ergebnisformeln sind in den Übersetzungen ausgelassen und durch symmetrisch vertauschte Spitzklammern  $\rangle \dots \langle$  gekennzeichnet.

### I.4. Mathematische Formeln und Figuren

Mathematische Formeln und Figuren sind in den originalen Briefen zumeist in den Text integriert und treten umlaufend auf – nicht zuletzt, um den Papierverbrauch zu reduzieren. Da das nicht mehr unseren Lesegewohnheiten entspricht, wurden umfangreichere Formeln oder Formelgruppen aus dem fortlaufenden Text ausgegliedert und freigestellt. Die Formeln und Formelblöcke bleiben jedoch *syntaktisch* integriert, was zur Folge hat, dass sie sich im Originaltext und in der Übersetzung zuweilen durch die Einfügung von Gleichheitszeichen und eine veränderte Reihenfolge im umlaufenden Text unterscheiden.

Die – oft unsystematisch verwendeten – mathematischen Notationen der Originale werden meist beibehalten, ausser in folgenden Fällen:

- Die anstelle von Klammern benutzten Überstreichungen (*vincula*) wurden durch Klammern ersetzt.
- Klammern werden auch in anderen Formeltypen nach modernem Gebrauch gesetzt: so wurde etwa  $n \cdot n - 1 + n \cdot n - 1 \cdot n - 2 + \dots$  ersetzt durch  $n(n-1) + n(n-1)(n-2) + \dots$

- Bei heute ungebräuchlicher Vorzeichen- und Klammersetzung und bei Verwendung des Proportionszeichens «::» anstelle des heute üblichen Gleichheitszeichens wird die alte Notation in den Quellentexten originalgetreu wiedergegeben und in den Übersetzungen durch die moderne Notation ersetzt.
- Wurzelsymbole werden systematisch mit Balken versehen: so schreiben wir etwa anstelle des originalen  $\sqrt[{}]{(a+b)}$  durchwegs modern  $\sqrt{a+b}$ .
- Im umlaufenden Text wird zuweilen ein horizontaler Bruchstrich durch das Divisionszeichen «/» ersetzt, dies auch in Verbindung mit Klammern; so steht z. B. für das originale  $\frac{a+b}{c}$  manchmal  $(a+b)/c$ .
- Das geschwungene  $\partial$  als Differentialsymbol wird systematisch durch  $d$  ersetzt; «Const.», «const.» als mathematisches Symbol wird nicht kursiviert.
- Nach «log» steht kein Punkt. Das isolierte Zeichen «l» für den Logarithmus wird durch  $\ell$  ersetzt, um Verwechslungen mit der Ziffer 1 zu vermeiden. In den Übersetzungen schreiben wir «ln» für *logarithmus naturalis*.
- Symbole für die Kreisfunktionen werden in den Quellentexten originalgetreu wiedergegeben, hingegen in den Übersetzungen und Kommentaren durch die heute geläufigen «sin», «cos», «tan», «arcsin» usw. ersetzt.

Auch die Figuren wurden aus dem fortlaufenden Text ausgegliedert und freigestellt; an den entsprechenden Stellen der Originaltexte sind leicht retouchierte Scans der Vorlagen eingefügt. In den Übersetzungen stehen massgetreue Nachzeichnungen der Figuren mit moderner Beschriftung.

Einige originalgetreu reproduzierte autographe Briefseiten (p. 114, p. 168, p. 795, p. 853, p. 867, p. 1017 h.v.) zeigen die Handschrift der wichtigsten Protagonisten des Bandes (Daniel Bernoulli, Leonhard Euler, Johann Albrecht Euler und Niklaus Fuss); zum Teil ist auch zu erkennen, wie eng Figuren und Grussformeln zuweilen in den Brieftext eingebunden waren. Das Frontispiz des zweiten Teilbandes zeigt eine zum Briefumschlag gefaltete und gesiegelte Adress-Seite.

### I.5. Zum Apparat

Rück-, Vor- und Querverweise auf die im Band enthaltenen Briefe und die dazugehörigen Kommentare erfolgen durch Angabe der Briefnummern in der entsprechenden Korrespondenz und in den Anhängen. Innerhalb eines Briefes verweisen wir auf kommentierende Endnoten bloss mit der Anmerkungsnummer, in anderen Briefen jeweils mit vorangestellter Briefnummer. Zur Unterscheidung der Korrespondenzen von Leonhard und Johann Albrecht Euler wird der Briefnummer ein L bzw. ein A vorangestellt; diese Initialen entfallen, wenn sich der Hinweis auf einen Brief aus derselben Korrespondenz bezieht.

Unveröffentlichte Briefe aus der Korrespondenz Leonhard Eulers mit Dritten werden mit ihren Repertoriums-Nummern R xxxx gemäss O. IV A, 1 angegeben.

Auf die in der Bibliographie angegebenen Quellen wird in den Einleitungen und Kommentaren mit dem Namen des Autors – im allgemeinen ohne Initialen – und nachfolgender Jahreszahl der Publikation verwiesen. Für den Fall mehrerer Veröffentlichungen desselben Autors innerhalb des angegebenen Jahres werden der Jahreszahl die Buchstaben a, b, c, ... beigefügt. Vornamens-Initialen werden nur dann angegeben, wenn es sich um Personen desselben Familiennamens handelt, die im selben Jahrhundert aktiv waren. Treten zwei Koautoren auf, werden ihre Namen mit einem Bindestrich verbunden (z. B. Stäckel–Ahrens).

Initialen oder volle Vornamen erscheinen nur in den Einleitungen, wobei Doppelvornamen ohne Bindestriche gesetzt werden. Russische Namen sind gemäss dem Transliterationssystem der *American Slavic and East European Review* wiedergegeben, das sich von demjenigen nach *Duden* praktisch nur in der Wiedergabe der kyrillischen Letter x durch «kh» unterscheidet. Die Lebensdaten der erwähnten Personen finden sich in der Regel nur im Personenregister.

Die Werke von Leonhard und Johann Albrecht Euler sowie von Jakob, Johann I und Daniel Bernoulli werden mit den Nummern und Siglen der entsprechenden Werkverzeichnisse angegeben, nämlich des *Eneström-Verzeichnisses*<sup>1</sup> für die beiden Euler, der jeweiligen *Opera*-Ausgaben<sup>2</sup> für Jakob und Johann I Bernoulli und des *Straub-Verzeichnisses*<sup>3</sup> für Daniel Bernoulli. Angaben aus dem Eneström-Verzeichnis beginnen mit E. (für Leonhard Euler) oder A. (für Johann Albrecht Euler), Angaben aus den *Opera* von Jakob und Johann I Bernoulli mit JaB bzw. JB. Da das *Straub-Verzeichnis* nicht streng chronologisch angeordnet ist, werden die Werke Daniel Bernoullis mit dem Publikationsjahr und nachgestelltem DB. markiert. Die Hinweise auf Eulers *Opera omnia* werden durch Angabe der Serie und der Band-Nummer gekennzeichnet (z. B. O. I, 10; O. II, 2; O. III, 9; O. IV A, 1).

Lateinische Zitate werden in den Einleitungen und Kommentaren der Herausgeber stets ins Deutsche übersetzt, englische und französische hingegen nicht.

Kursivschrift wird für einzelne lateinische Wörter und Textteile sowie zur Hervorhebung gewisser markanter Begriffe und *termini technici* verwendet, ferner für Werktitel und verdeutschte Kurztitel (z. B. Eulers *Variationsrechnung*) und Zeitschriftentitel (z. B. *Berliner Miscellanea*, *Petersburger Commentarii*).

Verweise auf ein bereits im selben Kontext zitiertes Werk werden mit «*op. cit.*» bzw. «*loc. cit.*» gekennzeichnet, «p.» steht für «Seite» oder «Seiten», einfaches «f» nach einer Seitenangabe für «folgende», und «cf.» heisst stets «vergleiche». Im übrigen benutze man das Abkürzungsverzeichnis (VIII.4).

1 Eneström 1910–1913.

2 Cf. Bernoulli, Jakob 1969f und Bernoulli, Johann I 2008f.

3 Abgedruckt in allen Bänden von Bernoulli, Daniel I 1982f.

## I.6. Zu den Registern

Die Bibliographie ist in ihrem Hauptteil (A) alphabetisch nach Autoren angeordnet und verzeichnet alle in diesem Band erwähnten Abhandlungen und Bücher eines Autors in chronologischer Ordnung nach Erscheinungsjahren, mit Hinweisen auf Neuauflagen sowie auf Übersetzungen in weit verbreitete europäische Sprachen. Ein kleineres Verzeichnis (B) bietet, ebenfalls in chronologischer Ordnung, verschiedene Sammelwerke (inkl. Euler-Gedenkbände) und einige Werke anonymen Autoren.

Das Personenregister erfasst alle Personen, die im Text der Briefwechsel, in den Einleitungen und in den Kommentaren der Herausgeber genannt werden. Dabei werden nur die Hauptvornamen angegeben, deren Transkription zuweilen vereinheitlicht wurde (so schreiben wir beispielsweise bei den Bernoulli systematisch Jakob statt Jacob, Johann statt Johannes, Niklaus statt Nicolaus oder Nikolaus usw.). Bindestriche zwischen Vornamen, wie sie vor allem bei französischen Namen benutzt werden, haben wir weggelassen. Bei russischen Namen wird hinter der transkribierten Form in Klammern die Originalschreibweise in kyrillischer Schrift angegeben.

Von allen Personen werden – so weit es uns möglich war – die Lebensdaten nach dem gregorianischen Kalender und der jeweilige Geburts- und Todesort angegeben. Die kurzen biographischen Angaben umfassen Beruf, Laufbahn und Mitgliedschaft in den bedeutendsten Akademien der Wissenschaften (denjenigen zu Berlin, Paris und Petersburg, der Londoner Royal Society, der Académie Internationale d'Histoire des Sciences und der Leopoldina). Bei Gelehrten des 18. Jahrhunderts wird die Laufbahn etwas ausführlicher dargestellt. Alle Angaben sind mit Hinweisen auf das *Dictionary of Scientific Biography* und auf einige nationale biographische Nachschlagewerke mit Bezeichnung des jeweiligen Bandes (ohne Seitenangaben) versehen; diese Nachschlagewerke sind am Ende des Personenregisters aufgelistet.

Diesen Einträgen zu den einzelnen Personen folgen alle Seitenzahlen im vorliegenden Band, wo sie genannt werden; Erwähnungen in den originalen Brieftexten sind dabei durch *kursive Schrift* hervorgehoben.

Das *Systematische Sachregister* bezieht sich lediglich auf die Briefwechsel und die lokalen Kommentare; die betreffenden Teile der *Sachlichen Einleitungen* können mit Hilfe des Inhaltsverzeichnisses leicht aufgefunden werden.

Die Abkürzungen in den Briefen und die von den Herausgebern in den Einleitungen und im editorischen Apparat benutzten Abkürzungen werden im Abkürzungsverzeichnis erklärt; es folgen das Verzeichnis der in den Briefen vorkommenden Symbole und dasjenige der nur im Personenregister verwendeten Abkürzungen für biographische Nachschlagewerke. Im *Duden* verzeichnete und sonstige allgemein verständliche Abkürzungen (wie Akad., Bd., cf., *op. cit.*, Roy. Soc. usw.) sind im Abkürzungsverzeichnis nicht berücksichtigt.





## II. ALLGEMEINE EINLEITUNG

### II.1. Zur Biographie von Daniel Bernoulli<sup>1</sup>

Daniel Bernoulli gehört der wohl berühmtesten Wissenschaftler-Dynastie der Geschichte an, welche drei der grössten Mathematiker überhaupt und mehrere weitere Gelehrte ersten Ranges hervorgebracht hat<sup>2</sup>. Die Begründer der Dynastie waren die Basler Brüder Jakob und Johann Bernoulli, deren Beiträge zum Ausbau der Analysis, der Wahrscheinlichkeitstheorie und zu fast allen anderen Disziplinen der reinen und angewandten Mathematik man kaum überschätzen kann. Obwohl Johann Bernoulli seine ersten Schritte in der Wissenschaft unter der Leitung seines älteren Bruders getan hatte, waren die Brüder bald nicht nur Rivalen, sondern sogar Feinde. Der eifersüchtige Johann wollte seinem Bruder in nichts nachstehen; derselbe Ehrgeiz entfremdete ihn später sogar seinem kongenialen Sohn Daniel.

Daniel Bernoulli wurde als zweiter Sohn von Johann Bernoulli am 8. Februar (29. Januar) 1700 in Groningen geboren, wo sein Vater den mathematischen Lehrstuhl der Universität innehatte: in Basel konnte dieser damals keine angemessene Stelle bekommen, da der dortige mathematische Lehrstuhl seit 1687 durch seinen Bruder Jakob besetzt war. Man kann es als Omen für das spätere Verhältnis des Vaters zu diesem Sohn betrachten, dass Johann sich wenige Tage nach Daniels Geburt bei einem seiner Briefpartner für eine verspätete Antwort damit entschuldigte, die Geburt des Sohnes habe seinen Arbeitsablauf gestört.

Dem dringenden Wunsch seines Schwiegervaters Daniel Falkner folgend, sollte Johann Bernoulli nach Basel zurückkehren<sup>3</sup>. Am 18. August 1705 verliess er Groningen mit seiner ganzen Familie, die seine Ehefrau Dorothea, die zwei Töchter Katharina und Dorothea und die zwei Söhne Niklaus (II) und Daniel umfasste, und kam am 20. September in seiner Vaterstadt an. Kurz vor seiner Abreise war in

1 Als wichtigste Quellen zu Leben und Werk Daniel Bernoullis dienen: dessen kurze Autobiographie aus dem Jahre 1776, deren lateinischer Originaltext hier erstmals abgedruckt wird (cf. Anhang zum Brief A. 30, p. 920–927 h.v.), die im 18. Jahrhundert veröffentlichten Gedenkschriften von Daniel II Bernoulli (1783) und Condorcet (1785, 1787), Bernoullis Briefwechsel mit Goldbach und Euler (Fuss 2, p. 171–655), die Sitzungsprotokolle der Petersburger Akademie der Wissenschaften (*Protokoly*, 1897–1911, besonders Bd. 1), die zehnbändige Dokumentensammlung der Akademie für das zweite Viertel des 18. Jahrhunderts (*Materialy*) sowie schliesslich die moderne Ausgabe der *Werke* von Daniel Bernoulli, die seit 1982 im Birkhäuser Verlag Basel erscheint. Kopien von zahlreichen Dokumenten aus dem Petersburger Archiv der Akademie der Wissenschaften Russlands, die Daniel Bernoulli betreffen, wurden in den 1950er Jahren von G.K. Mikhajlov dem Begründer der Basler Bernoulli-Edition, Otto Spiess, übergeben und befinden sich jetzt im Bernoulli-Euler-Zentrum in der Universitätsbibliothek Basel.

Die noch immer beste Sekundärquelle zu Leben und Werk von Daniel Bernoulli ist Rudolf Wolfs Darstellung in Band 3 seiner *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz* (1860). Für die hier vorliegende biographische Skizze wurde weitgehend der Artikel von G.K. Mikhajlov (2005) benutzt.

2 Zur Herkunft und Genealogie der Familie Bernoulli cf. O. IV A, 2, p. 9–11.

3 Cf. die biographische Skizze zu Johann Bernoulli in O. IV A, 2, p. 29–37.

Basel am 16. August 1705 sein Bruder Jakob verstorben, wodurch der Lehrstuhl der Mathematik an der Universität frei geworden war. Johann Bernoulli wurde in der Folge sofort auf diesen Lehrstuhl gewählt, den er bis zu seinem Tod am 1. Januar 1748 innehaben sollte.

Nach dem Besuch des Basler Gymnasiums wurde Daniel Bernoulli zur Erlernung der französischen Sprache 1712 für ein Jahr zu einem Pfarrer nach Courtelary im Berner Jura geschickt. Danach immatrikulierte er sich am 21. März 1713 als Student an der Philosophischen Fakultät der Universität Basel. Am 4. April 1715 erhielt er mit der Rede *Nobilitatem virtutis ac eruditionis praeferendam esse generis vel muneris nobilitati* («Dass die Vortrefflichkeit eines guten Lebenswandels und der Bildung jener der Herkunft oder des Amtes vorzuziehen sei»)<sup>4</sup> die *prima laurea* als *baccalaureus artium*. Am 26. November 1716 erhielt er von der Universität die Magisterwürde mit der Rede *De insulsitate illorum, qui mathematica studia spernunt eo nomine, quod Mathematici quondam maleficis fuerint adnumerati* («Über die Abgeschmacktheit jener, welche die mathematischen Studien aus dem Grunde verachten, weil die Mathematiker früher zu den Hexenmeistern gezählt wurden»)<sup>5</sup>. Zuvor liess sich Daniel am 10. Oktober in der Medizinischen Fakultät einschreiben. Im Frühling 1718 wurde er dann als Student der Medizinischen Fakultät in Heidelberg immatrikuliert, und ein Jahr später studierte er für einige Zeit in Strassburg. Nach seiner Heimkehr wurde er am 12. Mai 1721 zum *candidatus medicinae* ernannt, und am 2. September verteidigte er in Basel seine Dissertation über die Physiologie des Atmens (1721, DB. 1). Selbstverständlich hatte Johann Bernoulli einen grossen Einfluss auf die Bildung seines Sohnes, der schon während seiner Jugendjahre eine hervorragende Begabung zeigte.

In jener Zeit besetzte man die Lehrstühle an der Universität mittels eines Losverfahrens. Deshalb versuchten oft mehrere, auch ganz junge Leute, für die Lehrstühle zu kandidieren. Die Universitätsprofessoren wählten in drei Gruppen je einen der Kandidaten in geheimer Abstimmung; danach wurde einer der drei vorgewählten Bewerber durch das Los zum Gewinner des Lehrstuhls bestimmt. Zweimal hintereinander versuchte auch der junge Daniel Bernoulli erfolglos, eine Professur in Basel zu bekommen: Im Jahre 1721 kandidierte er für den Lehrstuhl der Anatomie und Botanik, im folgenden Jahr für denjenigen der Logik.

Auf einem Bild des zwanzigjährigen Daniel Bernoulli sehen wir einen hübschen jungen Mann mit etwas femininen Zügen. Wahrscheinlich konnte er die Sympathie sowohl der Frauen als auch der Männer für sich gewinnen. Doch wissen wir nichts Genaueres über solche intimeren Aspekte seines Lebens.

In die Jahre 1723–1725 fällt der Aufenthalt Daniels in Italien, wo er sich gemäss den Plänen seines Vaters ernsthaft dem Studium der Medizin widmen sollte. Anfang Juni 1723 kam er nach Venedig, um dort unter der Anleitung des erfahrenen Arztes Pietro Antonio Michelotti praktische Medizin zu studieren. Doch stellte er sofort eine enge Verbindung mit einem Grafen Vezzi her und zog es vor, auf

4 Der Text der Rede ist nicht erhalten.

5 Der Text der Rede ist nicht erhalten.

dessen Landgut bei Nervesa zu weilen und sich mit ihm dort und auch in Venedig zu amüsieren. Nach dreimonatigem Aufenthalt des jungen Bernoulli in Italien sah sich Michelotti genötigt, bei Johann Bernoulli über Daniels leichtsinniges Verhalten Klage zu führen. Am 20. August 1723 schrieb er<sup>6</sup>:

«Véritablement la cause, pour laquelle il a perdu deux mois de pratique, et pour la quelle il ne reste pas long tems avec moi pour voir mes malades est le séjour qu'il est obligé de faire chez Mr. le Comte Vezzi [...] A la fin du mois du Septembre il ira à Nervesa en campagne, et il perdra encore deux mois de pratique [...] Car au lieu d'aller faire des annotations et des remarques, s'il ira en masque, ou à l'Opéra et à la Comédie tous les soirs, il perdra son temps inutilement.»

Um die Situation zu retten, musste Johann Bernoulli aktiv intervenieren. Im nächsten Jahr (1724) übersiedelte Daniel nach Padua, wo er bei Giovanni Battista Morgagni praktizierte. Am Ende des Jahres erkrankte er für längere Zeit schwer.

Mehr als für die Medizin interessierte sich Daniel bereits damals für die Mathematik. Im Juli 1724 veröffentlichte er in Venedig sein Büchlein *Exercitationes quaedam mathematicae* (1724, DB. 4)<sup>7</sup>. Es besteht aus vier unabhängigen Teilen, von denen die zwei längeren sich mit Problemen der Wahrscheinlichkeitstheorie und des Ausflusses von Wasser aus Gefässen befassen. Hier zeigt sich Daniel als ein unversöhnlicher Polemiker, welcher seine Opponenten schonungslos kritisiert. Ein grosser Teil der *Exercitationes* war gegen den bekannten Mathematiker Graf Jacopo Riccati gerichtet, der damals doppelt so alt wie Daniel Bernoulli war. Es ist anzumerken, dass Daniel zu jener Zeit wissenschaftlich noch völlig unter dem Einfluss seines Vaters stand und z. B. im hydraulischen Teil seines Buches als dessen *alter ego* mit falschen Argumenten gegen Newton auftrat und einige wissenschaftliche Irrtümer beging.

Während seines Aufenthaltes in Italien wurde Daniel zum Mitglied der Akademie von Bologna ernannt (1724). Im April 1725 erhielt er einen zweiten Preis der Pariser Akademie der Wissenschaften für seinen *Discours sur la manière la plus parfaite de conserver sur mer l'égalité du mouvement des clepsidres ou sabliers* (1725, DB. 8).

Im Jahre 1724 begann die russische Staatsverwaltung die Einrichtung der Akademie der Wissenschaften in Petersburg vorzubereiten, die von Zar Peter dem Grossen geplant wurde. Man suchte geeignete Gelehrte in Westeuropa, um sie nach Petersburg einzuladen. Die Familie Bernoulli war weltbekannt; ihre Vertreter schienen daher geeignet, die neu zu gründende Akademie berühmt zu machen. Im Dezember 1724 informierte der russische Gesandte in Berlin, A.G. Golovkin, die Petersburger Behörden, dass Christian Wolff «den jungen Bernoulli» empfohlen habe. Da es ausser dem berühmten Vater auch noch Daniels Bruder Niklaus II

6 Der Brief befindet sich in der Handschriftenabteilung der Basler Universitätsbibliothek (Bibl. Basel, LIa 663, Nr. 64\*).

7 Der Druck erfolgte auf Kosten «eines adeligen Venezianers, eines Freundes des Verfassers», wie Daniel Bernoulli viel später sagte. Damit ist höchstwahrscheinlich Graf Vezzi gemeint.

gab, der ebenfalls mathematisch höchst aktiv war, war es den Behörden anfangs unklar, welchen Bernoulli man eigentlich berufen sollte. Im Jahre 1725 entschloss man sich daher, gleich beide Brüder, Niklaus II und Daniel Bernoulli, zu berufen. Die Verhandlungen waren mit der Unterzeichnung der Kontrakte im Juli 1725 abgeschlossen. Die Brüder begaben sich am 5. September (25. August) in Basel auf die Reise und kamen über Berlin am 7. November (27. Oktober) 1725 in Petersburg an. Die früher angekommenen Akademiemitglieder waren der neuen Kaiserin Katharina I. bereits am Sonntag 26. (15.) August vorgestellt worden.

Daniel Bernoulli bekam die Stelle des Professors für Physiologie mit einem Gehalt von 800 Rubeln pro Jahr («mit freier Wohnung, Holz und Licht») und Niklaus diejenige für Mathematik mit 1000 Rubeln pro Jahr.

In der Konferenz-Sitzung der offiziell noch nicht eröffneten Akademie vom 18. (7.) Dezember 1725 verlas Daniel sein erstes Referat über die Absonderung von Flüssigkeiten im lebenden Körper. Die erste offizielle Zusammenkunft der Akademie fand am Vormittag des 7. Januar 1726 (27. Dezember 1725) statt<sup>8</sup>.

Am 1. Februar (21. Januar) 1726 hielt Daniel sein nächstes Referat über die Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften, wobei er Experimente und Berechnungen vorstellte, und am 4. Februar (24. Januar) begannen die Professoren ihre Vorlesungen, die sie wöchentlich viermal hielten. Daniel Bernoulli las von 7 bis 8 Uhr morgens über die Anwendung der Mathematik in der Medizin, sein Bruder Niklaus von 8 bis 9 über Mathematik und deren Anwendungen in der Physik, besonders in der Mechanik. Diese Vorlesungen hatten übrigens nur wenige Zuhörer, weil die russische Jugend für solche Studien damals noch nicht genügend vorbereitet war.

Daniel Bernoulli war in den akademischen Konferenz-Sitzungen sehr aktiv. Er hielt Referate zu verschiedenen Gebieten der Physiologie, Mechanik und Mathematik und nahm lebhaft an der Diskussion anderer Vorträge teil. Seine Interventionen in verschiedenen Debatten waren oft sehr scharf, so dass der Präsident Lorenz Blumentrost ihn mehrmals zur Ordnung rufen musste. Heftige Auseinandersetzungen führte Daniel Bernoulli mit dem ältesten Akademiemitglied, dem Basler Mathematiker Jakob Hermann, und besonders mit dem Professor der Experimentalphysik Georg Bernhard Bülfinger. Der Streit mit Bülfinger führte zu derartigen Polemiken, dass die Verwaltung der Akademie unruhig wurde und in einer Untersuchung die Parteien zu ausführlichen schriftlichen Stellungnahmen aufforderte<sup>9</sup>. In diesen Konflikten hatte Bernoulli in der Sache meistens recht, in der Form aber zeigte er sich als echter Sohn seines streitbaren Vaters.

Angesichts der bevorstehenden Abreise von Hermann und Bülfinger aus Petersburg schloss die Akademie im September 1730 einen neuen Kontrakt mit Daniel Bernoulli, nach welchem er die Stelle des Professors der Mathematik mit einem

8 Cf. Brief A. 24, p. 901 h.v.

9 Dokumente zu dieser Kontroverse sind im Petersburger Archiv in einem Konvolut gesammelt, das die Aufschrift «Zänkereien zwischen den Herren Bulffinger und Bernoulli 1729» trägt. Sie wurden 1885 im ersten Band der *Materialy* teilweise veröffentlicht.

Jahresgehalt von 1200 Rubeln bekam. Zu jener Zeit war er als grosser Gelehrter schon weltbekannt und bemühte sich um eine privilegierte Stellung in der Akademie. Mit der Begründung, dass er sich schlecht an das Petersburger Klima gewöhnen könne und sich seine Gesundheit verschlechtere, bat er bald um Entlassung aus der Akademie. Er erklärte sich allerdings einverstanden, in Petersburg zu bleiben, wenn er entweder zum Dekan der Akademie ernannt werde oder einen Staatsrang bekomme; seine diesbezüglichen Bemühungen waren jedoch erfolglos. Als im Juni 1732 Daniels jüngerer Bruder Johann II zu einem privaten Besuch nach Petersburg kam, empfahl ihn Daniel für den Fall seines Abgangs für seine eigene Stelle. Alles war jedoch vergeblich. Am 5. Juli (24. Juni) 1733 reisten die beiden Brüder ab und kamen nach einer Reise von 16 Wochen über Danzig, Hamburg, Amsterdam, Paris und Strassburg am 24. (13.) Oktober glücklich in Basel an. In Paris hatten sie zuvor noch einer Sitzung der Akademie der Wissenschaften beigewohnt und mehrere französische Gelehrte kennengelernt.

Nach seiner Abreise aus Petersburg wurde Daniel Bernoulli zum Auswärtigen Mitglied der Akademie mit einer jährlichen Pension von 200 Rubeln ernannt. Mit der Auszahlung der Pension hatte die schlecht finanzierte Akademie allerdings immer Schwierigkeiten. Infolgedessen bekam Bernoulli während 25 Jahren (1742–1766) überhaupt keine Pension, obwohl er sich deswegen regelmässig an die zuständigen Akademie-Präsidenten und den jeweiligen Kaiser oder die Kaiserin Russlands wandte.

In den 1740er Jahren verschlechterten sich die bisher sehr freundschaftlichen Beziehungen zwischen Daniel Bernoulli und Leonhard Euler allmählich, so dass ihr Briefwechsel immer spärlicher wurde und nach 1754 für zwölf Jahre völlig abbrach. Daniel fühlte sich in mehrfacher Hinsicht gekränkt: einmal durch die neutrale Haltung Eulers in Bezug auf seinen Zwist mit seinem Vater Johann, zum andern durch die seiner Meinung nach ungenügende Unterstützung bei der Petersburger Akademie und schliesslich – vor allem – durch das intransparente Verhalten Eulers bei der Vergabe des Preises der Berliner Akademie für das Jahr 1746.

Erst 1767, nach Eulers Rückkehr von Berlin nach Petersburg, wurden die guten Beziehungen mit der Petersburger Akademie und mit Euler wiederhergestellt, und Bernoulli begann erneut, seine Abhandlungen zur Publikation nach Petersburg zu schicken.

Zu ihrem fünfzigjährigen Jubiläum bestellte die Petersburger Akademie 1776 ein Porträt von Daniel Bernoulli für ihre Räume. Zehn Jahre später bestellte die Direktorin der Akademie, Fürstin Daškova, eigens ein zusätzliches Bild des in Russland hochgeachteten Mikhail Lomonosov, um es als Pendant zum Porträt Daniel Bernoullis aufzuhängen. Das Schicksal dieses Porträts von Bernoulli ist undurchsichtig; während der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts verloren sich seine Spuren. Erst vor wenigen Jahren wurde es im Kunstmuseum zu Arkhangel'sk wiederentdeckt (cf. Ružnikova–Maksimova 2009, Smagina 2011) und zierte als Frontispiz den vorliegenden Band.

Doch kehren wir in die 1730er Jahre zurück. Noch während seiner Rückreise aus Petersburg wurde Daniel Bernoulli an der Basler Universität zum Professor

der Anatomie und Botanik gewählt und unmittelbar danach zum Doktor der Medizin promoviert. Am 16. September 1743 tauschte er den Lehrstuhl der Botanik gegen den der Physiologie. Am 8. Dezember 1750 bekam er endlich die Professur für Physik, behielt aber Sitz und Stimme in der Medizinischen Fakultät. Zwischen 1740 und 1760 wurde Bernoulli siebenmal zum Dekan der Medizinischen Fakultät und zweimal (1744 und 1756) zum Rektor der Universität gewählt. Seine Vorlesungen, besonders die der Physik mit der Vorführung verschiedener Experimente, verschafften ihm volle Hörsäle. Im Alter von 76 Jahren überliess Daniel Bernoulli seine Universitätsvorlesungen seinem Neffen Daniel II Bernoulli und ab 1780 einem anderen Neffen, Jakob II Bernoulli.

Obwohl Daniel Bernoulli seine akademische Karriere als Professor der Physiologie begann und in Basel während fast zwanzig Jahren an der Medizinischen Fakultät unterrichtete, lagen seine persönlichen wissenschaftlichen Interessen immer im Gebiet der Mathematik und Mechanik, und zwar hauptsächlich bei der Wahrscheinlichkeitstheorie, der Theorie der Schwingungen, der Hydraulik und der Akustik. Insgesamt publizierte Daniel gegen 80 Abhandlungen, darunter 49 in den *Petersburger Commentarii* (für 1726–1743 und 1766–1776) und 10 als Preisschriften der Pariser Akademie (für 1725–1757), sowie in Buchform die berühmte *Hydrodynamica* (1738).

Daniel Bernoullis Erfolge in den mathematischen Wissenschaften wurden durch die Wahl in die berühmtesten Akademien Europas anerkannt: Nach der Berufung an die Petersburger Akademie wurde er zum Auswärtigen Mitglied der Berliner Akademie (1746), der Pariser Akademie (1748, an Stelle seines Vaters nach dessen Tod) und der Londoner Royal Society (1750) gewählt – um kleinere, lokale akademische Gesellschaften nicht zu erwähnen. Ab 1747 erhielt Daniel mehrmals Rufe nach Berlin und wiederum nach Petersburg, aber er verliess die Schweiz nie mehr, nicht einmal für kürzere Reisen.

Daniel Bernoulli wohnte in Basel in der Nähe der Peterskirche. Sein Haus, der sogenannte Kleine Engelhof in der Stiftsgasse, stand mit demjenigen seines Bruders Johann II, dem Grossen Engelhof am Nadelberg, in direkter Verbindung. Im Unterschied zu Leonhard Euler sass Daniel nicht die ganze Zeit am Schreibtisch. Seine Lebensweise war eher ungezwungen. Der grösste Kenner der Bernoulli-Dynastie aus dem vorigen Jahrhundert, Otto Spiess (1936), gibt ein inhaltsreiches Bild des Lebens in Basel in den Jahren 1760–1761. Wir erfahren daraus, dass Daniel Bernoulli – ein eingefleischter Junggeselle – fast jeden Nachmittag in einer der damals beliebten Tabakstuben im Kreis seiner Freunde verbrachte. An schönen Nachmittagen liebte er es, stundenlang auf dem Petersplatz oder auf der Rheinbrücke zu promenieren, meistens in Begleitung seiner gegen vierzig Jahre jüngeren Schüler und häufig auch seines Bruders Johann II. Gerne besuchte er seine Freunde und Schüler auch zu Hause. Man muss sich ihn in jenen Jahren als einen eher kleinen, rundlichen Herrn vorstellen, meist munter und lebhaft, dem man sein Alter nicht anmerkte. So stellt ihn auch das Porträt aus den 1750er Jahren dar, das sich jetzt in der Alten Aula der Universität an der Augustinergasse in Basel befindet.



In den letzten Jahren seines Lebens war Daniel Bernoulli von Altersbeschwerden belastet und übte weder eine Lehrtätigkeit aus noch arbeitete er schöpferisch aktiv. Er verstarb in Basel am 17. März 1782, anderthalb Jahre vor dem sieben Jahre jüngeren Leonhard Euler, und wurde auf dem Friedhof der Peterskirche bestattet; sein Grabmal befindet sich heute neben denjenigen seines Vaters, seines Veters Niklaus I und seines jüngeren Bruders Johann II im Innern der Kirche.

Am 17. März 1783 verlas der gleichnamige Neffe des grossen Daniel Bernoulli eine schöne *Laudatio*, die noch im selben Jahr in Basel publiziert wurde, und der ständige Sekretär der Pariser Akademie der Wissenschaften, der Marquis de Condorcet, veröffentlichte 1785 in deren *Mémoires* eine eindruckliche Lobrede, die Daniel II Bernoulli ins Deutsche übersetzte und, mit seinen Anmerkungen versehen, 1787 in Basel zum Druck brachte.

Testamentarisch vermachte Daniel Bernoulli sein Vermögen zur Hauptsache seiner verwitweten Schwester Katharina und dem Bruder Johann II. Diesem vererbte er insbesondere die ganze Bibliothek – wie vermutet werden darf, einschliesslich seines sonstigen schriftlichen Nachlasses. Das Schicksal dieses Erbteils ist unbekannt; wir wissen auch nicht, ob Daniel Bernoulli die Archivierung seiner wissenschaftlichen Korrespondenz schon zu seinen Lebzeiten vernachlässigt hatte oder ob sie sein Neffe Johann III – wie den ihm überlassenen Briefwechsel des Grossvaters Johann I – aus pekuniären Gründen veräussert hat<sup>10</sup>.

## II.2. Zur Publikationsgeschichte des Briefwechsels zwischen Leonhard Euler und Daniel Bernoulli – Wege zur vorliegenden Edition

Im Rahmen der Herausgabe von Leonhard Eulers *Opera omnia*<sup>1</sup> wurden bereits anfangs der 1920er Jahre Vorbereitungen für einen ersten Korrespondenzband aufgenommen. Darüber unterrichten uns die periodischen Berichte von Ferdinand Rudio, dem ersten Generalredaktor der Euler-Kommission, in den *Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft* aus den Jahren 1907–1929.

10 Cf. O. IV A, 2, p. 20, Fussnote 6.

1 Cf. die folgenden Materialien zur Geschichte der Euler-Edition: Biermann (1983); Burckhardt (1983); O. IV A, 2, p. 18–27 (Allgemeine Einleitung). Hier findet man auch in knapper Darstellung die Leistungen der Pioniere P.H. Fuss, Eneström, Wolf und Spiess skizziert, soweit sie den hier vorliegenden Band betreffen.

Insbesondere ist auf die von P.H. Fuss 1843 edierte zweibändige Sammlung des wissenschaftlichen Briefwechsels von einigen Gelehrten des 18. Jahrhunderts (Fuss 2) zu verweisen, wo 57 Briefe oder Auszüge aus der Korrespondenz Euler–Daniel Bernoulli abgedruckt sind, sowie auf 7 weitere Briefstücke, die Eneström (1906) samt einer – damals aktuellen – Übersicht publiziert hat.

Sozusagen im letzten Moment der Editionsarbeit am vorliegenden Band konnte den bisher bekannten drei Briefen von Johann II Bernoulli an Leonhard Euler (Nr. 7, 67, 97) ein vierter (Nr. 96) beigelegt werden, dessen Originalmanuskript der Antiquar und Auktionator Alain Moirandat im Jahre 2009 entdeckt und dem Euler-Archiv dankenswerterweise zur Bearbeitung und Publikation zur Verfügung gestellt hat. Heute befindet sich dieses Briefstück in der Universitätsbibliothek Basel.

Dieser erste Band der modernen Edition von Eulers Briefwechsel sollte damals von G. Eneström als Band III, 12 der *Opera omnia* herausgegeben werden; die ersten fünf Druckbogen zu je acht Seiten dieses «Probelaufs» hatten bereits das *Imprimatur* erhalten. Daraus wird die Absicht Eneströms ersichtlich, den ersten Briefwechsel-Band mit der Korrespondenz Eulers mit Johann I und Daniel Bernoulli zu eröffnen. Die gedruckten Bogen enthalten neun dazu gehörige Briefe aus den Jahren 1726–1729, und zwar die Briefe Nr. 1, 2 und 5 des hier vorliegenden Bandes von Eulers Briefwechsel mit Daniel Bernoulli sowie die ersten sechs Briefe des schliesslich 1998 erschienenen Bandes O. IV A, 2, der die Korrespondenz Eulers mit Johann I Bernoulli enthält. Alle diese Briefe wurden von Eneström sorgfältig kommentiert, doch sein unverhoffter Tod im Juni 1923 hat diesem Werk für ein halbes Jahrhundert ein abruptes Ende gesetzt<sup>2</sup>.

In den 1930er Jahren plante man im Archiv der Akademie in Petersburg (damals Leningrad), in Zusammenarbeit mit dem Akademie-Institut für Geschichte der Wissenschaft und Technik ein Inventar der – äusserst umfangreichen – erhaltenen wissenschaftlichen Korrespondenz der Akademie vorzubereiten. Man begann mit der «zweiten Euler-Periode» der Akademie und publizierte 1937 ein von I.I. Ljubimenko vorbereitetes annotiertes Inventar der wissenschaftlichen Korrespondenz der Akademie für die Jahre 1766–1782 (*Gelehrte Korr.* 1937). Dabei kamen einige bis dahin unbekannte Briefe von Daniel Bernoulli zum Vorschein, die man zum Teil als Beilage zum Inventar veröffentlichte.

In Zusammenhang mit der Sichtung der auf Leonhard Euler bezüglichen Dokumente im Archiv der Petersburger Akademie, die G.K. Mikhajlov gegen Ende der 1950er Jahre durchführte, unternahm er – in Absprache mit Otto Spiess und unterstützt durch Clifford Truesdell – erste Schritte zur Vorbereitung der Herausgabe des gesamten Briefwechsels von Leonhard Euler mit Daniel Bernoulli. Aus diesem Grunde wurden die in Petersburg archivierten und bis dahin nicht veröffentlichten Briefe Eulers an Daniel Bernoulli nicht in die 1963 publizierte Sammlung der im Petersburger Archiv befindlichen Euler-Briefe (*Pis'ma*) aufgenommen. Eine vollständige Liste der erhalten gebliebenen Briefe dieser Korrespondenz wurde erst 1967 im annotierten Gesamtinventar des Briefwechsels von Leonhard Euler veröffentlicht<sup>3</sup>. Bald darauf begannen die Verhandlungen zwischen der Akademie der Wissenschaften Russlands (bzw. der UdSSR) und der schweizerischen Euler-Kommission über die gemeinsame Herausgabe der gesamten *Series IV* von Eulers *Opera omnia*; auf eine selbständige Ausgabe des Briefwechsels von Leonhard Euler mit Daniel Bernoulli wurde damals verzichtet. Nach einem halben Jahrhundert ist die Zeit für die Publikation dieses Bandes nun endlich gekommen.

2 Im Vorwort zum 1926 veröffentlichten ersten Band der *Series III* der *Opera omnia* (O. III, 1, p. XXII) beziehen sich die Herausgeber noch auf die ersten zwei Briefe von Eulers Korrespondenz, die im Band O. III, 12 erscheinen sollten.

3 Cf. *Leonhard Eulers Briefwechsel: Beschreibung und Resümees*. Leningrad: Nauka, 1967.



### III. EINLEITUNG ZUM BRIEFWECHSEL LEONHARD EULERS MIT DANIEL BERNOULLI

#### III.1. Daniel Bernoullis Verhältnis zu Leonhard Euler

Leonhard Euler bezog im August 1720 als Dreizehnjähriger die Basler Universität. Um diese Zeit weilte der um sieben Jahre ältere Daniel Bernoulli als Medizinstudent in Strassburg; bereits ein Jahr später doktorierte er in Basel in Medizin, worauf er sich gleich zweimal – erfolglos – um eine Professur in Basel bewarb. Ab dem Sommer 1723 hielt sich Bernoulli dann für zwei Jahre in Italien auf<sup>1</sup>. Diese Umstände lassen stark daran zweifeln, dass er sich mit dem Studienanfänger Leonhard Euler nennenswert abgeben konnte<sup>2</sup> – es sei denn, das Engagement seines Vaters für den «Wunderknaben», dem Johann I Bernoulli die später durch Eulers eigenes Zeugnis so berühmt gewordenen *Privatissima* gewährt hat<sup>3</sup>, hätte auf Daniel besonderen Eindruck gemacht.

Der Einladung der eben erst gegründeten Petersburger Akademie folgend, kam Daniel Bernoulli, zusammen mit seinem Bruder Niklaus II, im Spätherbst 1725 in der russischen Metropole an; am liebsten wäre der Jüngling Leonhard Euler gleich mitgefahren. Immerhin sicherten die beiden Bernoulli-Brüder ihm zu, sich bei der Akademie nach Kräften um eine angemessene Anstellung für ihn zu bemühen, und so trat Euler – nach einigen fruchtbaren *Intermezzi* in Basel und ein Jahr nach dem tragischen Tod von Niklaus II Bernoulli – im Frühsommer 1727 seinen Dienst als Adjunkt in Petersburg an, wurde 1731 als Bülfingers Nachfolger Professor der Physik und übernahm 1733 nach Daniel Bernoullis Rückkehr nach Basel dessen Professur in Mathematik an der Petersburger Akademie.

Vieles verband die beiden jungen Gelehrten: Erstens war Daniel Bernoulli aktiv und vermittelnd an Eulers Einladung nach Petersburg beteiligt gewesen, zweitens waren sie beide – wenn auch nicht gleichzeitig – Schüler desselben grossen Lehrers Johann Bernoulli, und während der sechs gemeinsam in Petersburg verbrachten Jahre teilten sie für einige Zeit auch die Wohnung<sup>4</sup>. Auch betätigten sie sich anfänglich auf demselben Forschungsgebiet: Im Juli/August 1727 hielten beide in der Akademie hydrodynamische Vorträge über den Ausfluss von Wasser aus Gefässen; trotz des gemeinsamen Ausgangspunkts – beide stützten sich auf Johann Bernoullis *Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte*, von welchem ihr gemeinsamer Lehrer so begeistert war – betrachteten sie die Fragestellung mutmasslich

1 Cf. die Kurzbiographie von Daniel Bernoulli in der *Allgemeinen Einleitung* II.1 und Mikhajlov (2005, p. 77f).

2 Alle bisher unternommenen Versuche, Quellenbelege für persönliche Begegnungen Eulers mit Daniel Bernoulli in diesen frühen Jahren aufzufinden, blieben erfolglos.

3 Cf. Eulers Autobiographie in Fellmann (1995, p. 11f).

4 Hier besteht eine gewisse Unbestimmtheit, indem die Zeitdauer dieser Wohngemeinschaft bis heute nicht genau nachweisbar ist. In diesem Punkt gehört die Aussage von Fellmann (1995, p. 37, und 2007, p. 35) präzisiert.

unter recht verschiedenen Blickwinkeln. Euler verzichtete daraufhin mit Rücksicht auf seinen Freund und Gönner Daniel Bernoulli für fast zwanzig Jahre auf die Publikation seiner breit angelegten Untersuchungen über die Bewegung von Flüssigkeiten und überliess diesem gänzlich die Veröffentlichung<sup>5</sup>. Den Umstand, dass Bernoulli dabei Eulers Resultate mit keinem Wort erwähnte, nahm übrigens Bülfinger 1729 im Zuge eines gehässigen Streites mit Daniel Bernoulli zum Anlass, diesen des Plagiats an Euler zu beschuldigen.

Sehr hoch schätzte Euler dann Daniel Bernoullis bahnbrechendes Hauptwerk *Hydrodynamik* (1738) ein, dessen wichtigste Resultate der ehrgeizige und missgünstige Johann I Bernoulli am liebsten sich selbst zugeschrieben hätte. Der ältere Bernoulli gelangte – nachträglich – zu etwa denselben Ergebnissen wie sein Sohn mit Hilfe eines etwas allgemeineren mechanischen Prinzips, das auch Euler sehr gefallen hat – so sehr, dass er nach der Lektüre des Manuskripts von Johann I Bernoullis *Hydraulik* im Oktober 1740 an seinen alten Lehrer in Basel einen begeisterten Brief absandte, dessen geradezu schwärmerischer erster Abschnitt in deutscher Übersetzung lautet:

«Zwar habe ich schon vorher sehr viel von Ihrer Theorie des strömenden Wassers gehalten wegen der wahren und genuinen Methode, die Sie als Erster und Einziger zugänglich gemacht haben, um derartige Probleme gründlich zu behandeln. Jetzt aber, nach der Lektüre des zweiten Teils Ihrer Betrachtungen, bin ich zutiefst überwältigt von der reichlichen und ergiebigen Anwendung Ihrer Prinzipien zur Lösung der verwickeltesten Probleme. Durch diese höchst nützliche wie profunde Entdeckung wird Ihr Name den Nachkommen für immer heilig sein. Sie haben die dunkelste und verworrenste Frage über den Druck, den die Gefässe vom durchfliessenden Wasser erleiden, derart klar bis auf den Kern entwirrt, dass in dieser so schwierigen Sache nichts weiter zu wünschen übrig bleibt. Niemand hat nämlich diesen Gegenstand berührt mit Ausnahme Ihres Sohnes [Daniel], der jedoch den Druck nur für den Fall, dass sich die ganze Bewegung schon auf einen permanenten Zustand eingestellt hat, auf einem ziemlich indirekten Weg bestimmte. Sie haben nach Eröffnung einer genuinen Methode sogleich den Druck für jeden beliebigen Bewegungszustand des Wassers genauestens festgelegt; zu dieser sehr wertvollen Entdeckung beglückwünsche ich Sie herzlich, und ich danke Ihnen vielmals für die Mitteilung.»<sup>6</sup>

Wir haben keinen Grund, an der Ehrlichkeit dieser Meinung Eulers zu zweifeln; sehr schlimm war hingegen die Perfidie, dass Johann Bernoulli diesen (privaten und vertraulichen) Briefftext in seinen im Frühjahr 1743 veröffentlichten vierbändigen *Opera omnia* – hinter dem Rücken Eulers – abgedruckt und als höchstes Zeichen der Approbation am Kopf der *Hydraulik* (JB. 186) plazierte hat. Gut nach-

5 Cf. D. Bernoulli (1729, DB. 12, DB. 14a; 1732, DB. 14b).

6 O. IV A, 2, p. 389f, lateinischer Originaltext p. 386.

vollziehbar, dass Daniel Bernoulli sich durch das Vorgehen seines Vaters schwer beleidigt und getroffen fühlte – nicht allein wegen des Prioritätsanspruchs auf Daniels Hauptwerk, den dieser öffentlich geltend machte, sondern auch wegen des vermeintlichen «Rückenschusses» seines Freundes Leonhard Euler. Wie dieser auf Daniels so erschütternden Beschwerdebrief (Nr. 63) reagiert hat, wissen wir infolge des Verlustes der sämtlichen Briefe Eulers an Daniel Bernoulli aus seiner Berliner Zeit nicht, doch hat sich Euler bemüht, Daniel eine gewisse Genugtuung zu verschaffen, indem er in der Vorrede zu seiner *Artillerie* (E. 77) einen klärenden und versöhnlichen Abschnitt einfügte (O. II, 14, p. 6). Dennoch entsprang dieser Geschichte der erste Riss in der langjährigen Freundschaft zwischen Daniel Bernoulli und Leonhard Euler<sup>7</sup>.

Zu einem zweiten, noch tieferen Riss kam es im Kontext der Preisfrage der Berliner Akademie von 1746 über Winde (cf. Kleinert 1989). Euler hatte Daniel Bernoulli eigens zur Teilnahme an diesem wissenschaftlichen Wettstreit aufgefordert, und Daniel nahm diese vielversprechende Einladung an<sup>8</sup>. In der Folge wirkte jedoch Euler – vielleicht dem Druck Maupertuis' nachgebend – aktiv darauf hin, dass die Akademie den Preis einer Schrift von d'Alembert, dem Konkurrenten Daniel Bernoullis, zusprach. Euler fehlte der Mut, seinen Freund über den wahren Sachverhalt zu informieren; so meldete er ihm bloss, dass seine Schrift zwar nicht den Preis, jedoch ein *Accessit* erhalten habe. Natürlich unterschlug er gegenüber Daniel Bernoulli seine Bewunderung für d'Alemberts *Mémoire*, welcher er in Briefen an Maupertuis und Goldbach unverhohlen Ausdruck verlieh; und den von der Akademie veröffentlichten Band mit den Preisschriften sandte er lange Zeit nicht nach Basel, weil Bernoullis Abhandlung darin bloss als eine «pièce qui a concouru» (cf. Brief Nr. 91, Anm. 4) abgedruckt war. Als Bernoulli den Band nach einigen Jahren doch noch erhielt, musste er feststellen, dass er von seinem Freund hintergangen worden war.

In der Folge liess Bernoulli die Korrespondenz mit Euler für mehrere Jahre ruhen: wir wissen nur von zwei weiteren Mitteilungen, die er im Herbst 1753 und Sommer 1754 nach Berlin sandte<sup>9</sup>. Danach bricht der Briefwechsel zwischen den ehemaligen Freunden für lange Zeit völlig ab.

Erst im Jahr 1767, nach der Rückkehr Eulers nach Petersburg und der Normalisierung von Daniel Bernoullis Verhältnis zur Petersburger Akademie, an der Euler wesentlichen Anteil hatte, wurde die Korrespondenz zwischen den beiden grossen Gelehrten mit einem versöhnlichen Brief Daniels (Nr. 104) wieder aufgenommen, doch zeigte sie jetzt nur noch einen förmlich-höflichen, nicht mehr den früheren herzlichen Charakter. Eulers Abschwenken von d'Alembert in der Schwin-

7 Cf. den Brief Nr. 63 und dort speziell die Anm. 6.

8 Cf. D. Bernoulli (1747, DB. 74). – Zum vorliegenden Abschnitt empfiehlt sich die Lektüre der Briefe Nr. 78–80.

9 In beiden Briefen, Nr. 94 und 95 unserer Ausgabe, fehlt eine persönliche Anrede; der erste ist wohl an einen Mittelsmann gerichtet, wie die Verwendung der dritten Person zeigt («J'assure Mons<sup>r</sup> le Prof. Euler de mes respects ... »).

gungstheorie muss für Daniel Bernoulli tröstlich, ja befreiend gewesen sein, wie die letzten Briefe der beiden Koryphäen dokumentieren<sup>10</sup>.

### III.2. Sachliche Einleitung zum Briefwechsel

#### III.2.1. Allgemeine Charakteristik des Briefwechsels

Der Briefwechsel Leonhard Eulers mit Daniel Bernoulli zeichnet sich – im Vergleich zu demjenigen mit dessen Vater Johann I Bernoulli (O. IV A, 2) – durch eine breite thematische Mannigfaltigkeit aus. Sie erstreckt sich unter anderem auf mehrere nicht im engeren Sinne wissenschaftliche Belange, wie etwa die Tätigkeit der Petersburger Akademie (die Akquisition ausländischer Gelehrter, finanzielle Probleme und dergleichen), während die Situation der Berliner Akademie in dieser Korrespondenz viel weniger thematisiert wird.

Insbesondere ist der Briefwechsel an vielen Stellen geprägt vom Problem der Pension, die Daniel Bernoulli als Auswärtiges Mitglied der Petersburger Akademie zugute hatte. Im Widerspruch zu seinem Kontrakt wurde diese Pension während mehr als einem Vierteljahrhundert nicht ausbezahlt. Abgesehen von der finanziellen Einbusse, die Bernoulli gewiss verkraften konnte – er war schliesslich bestallter Ordinarius in Basel und erst noch Junggeselle –, empfand er dies als Kränkung, denn im provinziellen Basel galten Verbindungen zu bedeutenden ausländischen Institutionen als Pluspunkte im Ehrenkodex. In seinen Mahnungen, Klagen und Bitten ging Daniel Bernoulli – nicht nur gegenüber seinem Freund Leonhard Euler – zuweilen an die Grenzen dessen, was damals als zulässig erschien; einmal wandte er sich sogar direkt an die Kaiserin Katharina II. (cf. VII.3, Nr. 23).

Einige Aspekte von Eulers Aktivitäten in Petersburg und Berlin werden in der Korrespondenz natürlich auch beleuchtet.

Beachtlich viel Raum nimmt die Erörterung verschiedener Basler Angelegenheiten von höchstens lokaler Bedeutung ein, was die Kommentierung entsprechender Stellen infolge der schwierigen Quellenlage erheblich erschwert.<sup>1</sup>

Eine schwerwiegende Eigentümlichkeit des erhaltenen Briefwechsels zwischen Daniel Bernoulli und Leonhard Euler ist der bedauerliche Umstand, dass wir (gegenüber 81 Briefen Bernoullis) nur über 19 Briefe von Euler verfügen, von denen

<sup>10</sup> Cf. die Briefe Nr. 110–111, p. 812–816 h.v.

Hinsichtlich der Theorie der Saitenschwingungen hat die Geschichte Daniel Bernoulli Recht gegeben, und Euler hat sich mit seiner Arbeit E. 339 von 1765 schliesslich mit seinem alten Freund gegen d'Alemberts Theorie verbündet.

<sup>1</sup> So fehlt beispielsweise eine komplette Sammlung der in Basel um die Mitte des 18. Jahrhunderts gedruckten Zeitungen und Zeitschriften; auch von dem für unsere Edition wichtigen *Mercure Suisse* ist nur ein einziges vollständiges Exemplar – in der Universitätsbibliothek Neuchâtel – greifbar.

zudem die meisten nur in Form von Exzerpten überliefert sind; diese Abschriften halten bloss den rein wissenschaftlichen Inhalt der Briefe für das Archiv der Petersburger Akademie fest. Letztlich liegen uns nur fünf vollständige Originalbriefe Eulers an Daniel Bernoulli vor. Das Fehlen der übrigen Euler-Briefe hängt höchstwahrscheinlich mit der Tatsache zusammen, dass sich Daniel Bernoulli – im Gegensatz zu Euler – nicht sonderlich um die Aufbewahrung und Verwaltung seiner Korrespondenz kümmerte. Die alternative Vermutung, ein ansehnlicher Teil des Briefwechsels von Daniel Bernoulli (wie auch seines Vaters Johann I) könnte von Erben der Familie Bernoulli verkauft worden sein und wäre so eventuell noch irgendwo aufzufinden, erscheint uns nicht plausibel.

Das weitgehende Fehlen von Eulers Briefen erschwert natürlich das Verständnis der Antworten und Gegenfragen Bernoullis erheblich – nicht nur hinsichtlich der biographischen, sondern auch der rein wissenschaftlichen Belange.

Eine detaillierte Kommentierung der im Briefwechsel zwischen Daniel Bernoulli und Leonhard Euler angesprochenen Probleme der Mathematik, Mechanik und Physik könnte sich leicht zu einer allgemeinen historischen Skizze dieser Wissenschaften im 18. Jahrhundert ausweiten, doch war das nicht das Ziel der Herausgeber dieses Bandes. Aus diesem Grund beschränkt sich die *Sachliche Einleitung zum Briefwechsel* im Folgenden auf historisch-wissenschaftliche Kommentare zu den Abhandlungen der beiden Briefpartner und der diesbezüglichen Sekundärliteratur<sup>2</sup>. Mehr oder weniger ausführliche Darstellungen und Analysen dieser Abhandlungen sind in den Einleitungen zu den thematisch angeordneten Bänden der *Werke* Daniel Bernoullis und der Serien I–III der *Opera omnia* Eulers zu finden. Im Rahmen des Möglichen erfolgen auch Hinweise auf die Protokolle und andere Materialien der Petersburger und der Berliner Akademie.

Zur Erleichterung der inhaltlichen Orientierung wurde dem Band ein detailliertes *Systematisches Sachregister* (p. 1143) beigelegt, das bei der Lektüre der *Sachlichen Einleitung* mit Vorteil konsultiert werden kann. Im *Sachregister* wird auf die zwischen Euler und Daniel Bernoulli gewechselten Briefe mit ihren Nummern verwiesen; diejenigen Briefe, welche ausführlichere Erörterungen und mathematische Analysen der entsprechenden Probleme enthalten, sind mittels fett gedruckter Briefnummern gekennzeichnet.

Organisatorische Belange der beiden Akademien in Petersburg und Berlin sowie biographische Umstände der Briefpartner kommen in dieser Einleitung nicht zur Sprache. Die Stellen, wo im Briefwechsel davon die Rede ist, sind in der Regel mittels des *Systematischen Sachregisters* und der anderen diesem Band beigelegten Register aufzufinden.

2 Nur gerade die im Briefwechsel erörterten Probleme der Astronomie – insbesondere der Himmelsmechanik – wurden für diese Einleitung durch A. Verdun etwas breiter und detaillierter analysiert, da die Geschichte der Himmelsmechanik im 18. Jahrhundert bis zu Verduns neuesten Untersuchungen (2013, 2015) weitgehend im Dunkeln lag.

### III.2.2. Mathematik

#### Vorbemerkung

Die nachfolgende Übersicht ist nicht mehr als eine thematisch angeordnete grobe Orientierung über den erhaltenen Briefwechsel zwischen Leonhard Euler und Daniel Bernoulli; in Anlehnung an das *Systematische Sachregister* (p. 1143 h.v.) ist sie in acht Abschnitte sehr unterschiedlicher Länge gegliedert. Natürlich lassen sich Überschneidungen der im Folgenden aufgelisteten Themenkreise nicht vermeiden.

2.2.1. Algebra

2.2.2. Zahlentheorie

2.2.3. Reihentheorie

2.2.4. Kreisfunktionen und Logarithmen

2.2.5. Funktionentheorie

2.2.6. Differential- und Integralrechnung

2.2.7. Differentialgleichungen

2.2.8. Variationsrechnung und Isoperimetrie

#### III.2.2.1. Algebra

Der Begriff *Algebra* wird hier in der Bedeutung des 18. Jahrhunderts verwendet; man sollte die Überschrift dieses Abschnitts nicht verwechseln mit dem Titel von Eulers zweibändigem Spätwerk *Vollständige Anleitung zur Algebra*, mit dem die erste Serie der *Opera omnia* im Jahr 1911 eröffnet worden ist<sup>3</sup>.

Selbstverständlich ist der vorliegende Briefwechsel durchsetzt mit algebraischen Formeln, doch eigentliche Probleme der Algebra werden von den Briefpartnern nur an wenigen Stellen thematisiert.

In den Briefen Nr. 61 und 62 diskutiert Daniel Bernoulli mit Euler zwei spezielle Fälle von *unendlichen Gleichungen*, wie Bernoulli sie nennt, d. h. von Gleichungen mit unendlich vielen Gliedern, verstrickt sich jedoch (Brief Nr. 61) in einer unkorrekten Approximation, die Euler in einem – heute verlorenen – Brief berichtigt und präzisiert. Es geht um die näherungsweise Bestimmung der Wurzel  $m$  der Gleichung

$$1 = \frac{1 \cdot 3}{2^2} m + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 4^2} mm + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} m^3 + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 9}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} m^4 + \dots$$

<sup>3</sup> Das Werk erschien zuerst 1768/1769 in russischer Übersetzung von P. Inokhodcev und I. Judin (E. 387A/388A), dann 1770 in der deutschen Originalfassung (E. 387/388); durch zahlreiche weitere Übersetzungen fand es bald Leser in ganz Europa. Die weiteste Verbreitung im deutschen Sprachraum erfuhr die *Algebra* durch Reclams «Universalbibliothek», wo sie als einziges mathematisches Buch figuriert und von 1883 bis 1942 in 108 000 Exemplaren gedruckt wurde (Reich 1992, p. 148f). Einen vergleichbaren Verkaufserfolg hat in der gesamten Kulturgeschichte bloss ein anderes mathematisches Werk zu verzeichnen: Euklids *Elemente*, nach der Bibel das auflagenstärkste Buch überhaupt. – Cf. Fellmann (1995, p. 108f).

In Brief Nr. 62 geht es darum, das Bildungsgesetz der Koeffizienten  $m, n, p$  in der Gleichung

$$\frac{1 + ax + bxx + cx^3 + \dots}{1 + \alpha x + \beta xx + \gamma x^3 + \dots} = 1 + mx + nxx + px^3 + \dots$$

zu finden, was Bernoulli «mit der gewöhnlichen Methode» gelungen ist. Sie besteht darin, dass man die Gleichung nennerfrei macht, ausmultipliziert und ordnet, so dass ein Koeffizientenvergleich möglich wird. Das dürfte für Euler nicht neu gewesen sein, denn er widmete in seiner *Introductio* (E. 101) den rekurrenten Reihen zwei starke Kapitel (cf. Brief Nr. 62, Anm. 5), die Bernoullis Resultat bereits enthalten.

In den Briefen Nr. 69 und 70 findet sich ein von Daniel Bernoulli entwickeltes Iterationsverfahren der *sukzessiven Approximation* in Gleichungen mit mehreren vermisch auftretenden Unbekannten mittels wiederholter Differentiation, eine erweiterte Methode von der Art, wie sie durch J. Gregory, Newton und andere Eingang in die Analysis gefunden hat. Dabei greift Bernoulli auf eine viel frühere Arbeit in den *Petersburger Commentarii* zurück, auf die er ausdrücklich verweist<sup>4</sup>.

### III.2.2.2. Zahlentheorie

Die Zahlentheorie ist eine derjenigen mathematischen Disziplinen, die im vorliegenden Briefwechsel nur sehr vereinzelt angesprochen werden, und zwar stets von Seiten Eulers, nie von Daniel Bernoulli. Es macht den Anschein – und Bernoulli spricht das zuweilen auch aus –, dass er der Zahlentheorie kein tieferes Interesse abgewinnen konnte.

Das erste von Euler – in einem nicht erhalten gebliebenen Brief – mitgeteilte Problem betrifft den Beweis eines Spezialfalls des *Kleinen Fermatschen Satzes*

$$x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}.$$

Im Antwortbrief (Nr. 12) gesteht Daniel Bernoulli, den Beweis des Satzes nicht zu verstehen, worauf Euler am Ende des Briefes Nr. 15 einen kurzen Beweis nachliefert<sup>5</sup>.

Erst etwa drei Jahre später, im Brief Nr. 31, berührt Euler erneut einige zahlentheoretische Probleme. Er beginnt mit dem Beweis des Satzes, dass die Summe oder Differenz zweier vierter Potenzen kein Quadrat sein kann, d. h. dass  $x^4 \pm y^4 \neq z^2$ , samt einigen Verallgemeinerungen, mit denen sich früher auch schon Frénicle und Fermat befasst hatten. Ferner beweist Euler, dass keine Dreieckszahl ausser 1 die dritte oder die vierte Potenz einer natürlichen Zahl sein kann, und dass vier verschiedene Quadratzahlen nie eine arithmetische Folge bilden können.

4 Cf. D. Bernoulli (1729, DB. 14a), Teil 4, § 8, p. 334f der Originalpublikation.

5 Cf. E. 54; Brief Nr. 15, Anm. 23.



Hingegen gesteht Euler, den *Grossen Fermatschen Satz* für  $n = 3$  noch nicht beweisen zu können<sup>6</sup>. Daniel Bernoulli geht in seinem Antwortbrief Nr. 32 nicht auf Eulers zahlentheoretische Ausführungen ein, sondern erst wieder in seinem nächsten, Nr. 33, in welchem er Zweifel äussert hinsichtlich Eulers Unterscheidung von «kleinen» und «grossen» Zahlen. Diese Zweifel zerstreut Euler im Brief Nr. 34 mit einer Präzisierung seiner Beweisführung.

Ein nächstes zahlentheoretisches Thema wird in Daniel Bernoullis Brief Nr. 52 gestreift im Kontext der von Naudé gestellten Probleme zur *partitio numerorum*, der additiven Zerlegung von natürlichen Zahlen. Eulers Beschäftigung mit diesen Problemen gipfelte in seiner Abhandlung E. 158 und mündete in die sogenannte *Eulersche Identität*

$$\prod_{s=1}^{\infty} (1 - x^s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k x^{\frac{k}{2}(3k-1)};$$

hier stellt die rechte Seite eine spezielle Thetafunktion dar, wie sie später Jacobi in seiner Theorie der elliptischen Funktionen eingeführt hat<sup>7</sup>.

Das letzte Thema dieses Abschnitts bildet der kurze Brief Nr. 112 von Leonhard Euler an Johann III Bernoulli aus dem Jahr 1772. Im Anschluss an Johann III Bernoullis Arbeit (1771) handelt es sich um ein Kriterium für die Teilbarkeit des Ausdrucks  $10^p \pm 1$  durch die Primzahl  $2p + 1$ . Dann folgen einige kurze Bemerkungen über die damals grösste bekannte Primzahl  $2^{31} - 1$ , die bereits Fermat – ohne Beweis – als prim identifiziert habe; und abschliessend verweist Euler auf die überraschende Zahlenfolge aus dem «Primzahlgenerator»

$$f(n) = n^2 - n + 41,$$

deren vierzig(!) erste Terme lauter Primzahlen ergeben<sup>8</sup> – ein prächtiges Beispiel für eine unvollständige Induktion.

### III.2.2.3. Reihentheorie

Dieser Themenkreis wird in 16 Briefen der erhaltenen Korrespondenz angesprochen, erstmals in Eulers Brief vom November 1726 an Daniel Bernoulli (Nr. 2). Hier bezieht sich Euler auf eine Anregung von Niklaus I Bernoulli, das allgemeine Glied in einer Art von verallgemeinerter Fibonacci-Reihe zu bestimmen. Daniel hatte das Problem in seinen *Exercitationes mathematicae* (1724, DB. 4) falsch eingeschätzt, was ihm Niklaus I schon 1724 brieflich mitgeteilt hatte. In Weiterverfolgung dieser

<sup>6</sup> Das gelang Euler – wenn auch nicht ganz fehlerfrei – erst in seiner *Algebra* von 1770. – Cf. Brief Nr. 31, Anm. 15.

<sup>7</sup> Cf. Brief Nr. 52, Anm. 13 und 14.

<sup>8</sup> Euler begnügt sich mit der Angabe der ersten zehn Terme der betreffenden Folge 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131 etc.



Problematik gelingt Euler im Anschluss an die Resultate von Niklaus I Bernoulli die Bestimmung des allgemeinen Gliedes der Zahlenfolge 1, 3, 4, 7, 11, ... als

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n ;$$

erst viel später wurde diese Formel durch Binet (1813) wiederentdeckt, bewiesen und in die Literatur eingeführt. Im Antwortbrief (Nr. 3) bestätigt Daniel Bernoulli die Richtigkeit von Eulers Resultat, das ihm zu der Zeit, als er in Venedig lebte, schon von seinem Vetter Niklaus I mitgeteilt worden sei und das er später mit einer anderen Methode auch selbst gefunden habe; im Interesse einer leichteren Summation würde er jedoch eine Formel vorziehen, in der  $n$  nicht als Exponent auftritt.

Im Brief Nr. 9 vom Februar 1734 berichtet Euler von einem Versuch zur Berechnung der Briggs'schen Logarithmen mittels einer vermeintlichen Interpolationsreihe, die zwar für Zehnerpotenzen mit natürlichem Exponenten die genauen Werte ergibt, für die Zwischenwerte jedoch nicht zur Interpolation taugt, was Euler schon bei der probeweisen Bestimmung von  $\log 9$  klar wird. Die tief liegenden mathematischen Gründe für dieses Versagen hat W. Gautschi in einer Abhandlung (2008) dargelegt und in der Anm. 6 zum Brief Nr. 9 knapp skizziert. Davon, dass dieses Interpolationsproblem Euler keine Ruhe gelassen hat, zeugen zwei Abhandlungen (E. 189, 190) aus dem Jahr 1750. Leider fehlt Daniel Bernoullis Antwortbrief, und in seinem Schreiben von Ende 1734 (Brief Nr. 11) wie auch später hat er das Thema nicht mehr aufgegriffen.

In den Briefen Nr. 21, 30, 31 und 34 wird die spezielle Zetafunktion anhand des sogenannten *Basler Problems*, der Bestimmung der Reihensumme der (geradzahlig) reziproken Potenzen der natürlichen Zahlen, thematisiert. Diese – heute in der Form

$$S_{2n} = \zeta(2n) = a_{2n} \pi^{2n} = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-2n}$$

jedem Mathematiker bekannte – Funktion, in welcher  $a_{2n}$  für die Koeffizienten in der Euler-Maclaurinschen Summenformel steht, hat im Fall von  $S_2 = \sum (1/k^2)$  eine reizvolle Frühgeschichte, die von Otto Spiess (1945) recht ausführlich und eindrucksvoll geschildert und auch in der Einleitung des Bandes O. IV A, 2 knapp resümiert worden ist<sup>9</sup>.

In einem heute verlorenen Brief, der vermutlich auf Juli/August 1736 zu datieren ist, teilte Euler seinem Freund Daniel Bernoulli die Teilresultate

$$S_2 = \frac{\pi^2}{6} \quad \text{und} \quad S_4 = \frac{\pi^4}{90}$$

9 Cf. dort p. 45–47. (In diesem Zusammenhang möge eine Korrektur angebracht werden: p. 45, in der 6. Zeile von unten, ist das Datum zu ändern in «12. September 1736».) – Eine tiefgreifende Studie zu diesem Thema findet sich bei Stäckel (1907).

mit – offenbar ohne weitere Erklärung, was diesen zu der etwas enttäuschenden Bemerkung in seinem Antwortbrief (Nr. 21) vom 12. September 1736 veranlasst hat, das Theorem sei «sehr merkwürdig», und Euler sei zweifellos *a posteriori* darauf gekommen(!). Leider ist uns Eulers Antwort vom 28. (17.) November 1736 wiederum unbekannt: bis zum Oktober 1737 fehlen alle – mindestens vier – Briefe Eulers an Daniel Bernoulli. Zur weiteren Entwicklung dieser Thematik beachte man speziell die Anmerkung 12 zum Brief Nr. 21.

Im März 1738 (Brief Nr. 30) schneidet Daniel Bernoulli das Thema erneut an mit dem Hinweis auf eine «sehr ingeniose» *a priori*-Lösung zur Bestimmung von  $S_2$  durch Niklaus I Bernoulli, welche dieser ihm zur Einsicht gegeben habe, und bittet Euler, dessen Abhandlung in den *Petersburger Commentarii* erscheinen zu lassen, was Euler schliesslich auch besorgt hat<sup>10</sup>. Ferner schliesst Daniel die Bemerkung an, der *a posteriori*-Beweis der Formel für  $S_2$  sei nicht schwierig, und Stirling habe zwei solche Beweise gegeben. Das veranlasst Euler zu einer längeren Erklärung in seinem Antwortbrief (Nr. 31) von Ende April 1738: In den ihm bekannten Werken von Stirling fänden sich lediglich dezimal geschriebene *Näherungsformeln* für  $S_2$ , aber nicht der exakte Ausdruck – geschweige denn sein Beweis. Zudem habe er, Euler, das Theorem schon vor zwei Jahren brieflich Stirling mitgeteilt<sup>11</sup>, der es sehr gerühmt und für gänzlich neu befunden habe. Euler führt nun zwei verschiedene Beweismethoden an und geht in seiner Darstellung bis und mit  $S_{12}$ .

Noch einmal äussert sich Euler in einem kurzen Abschnitt zu diesem Thema: Er habe die «sehr ingenieure» und von seiner eigenen Lösung ganz verschiedene Abhandlung von Niklaus I Bernoulli komprimiert und in seinen letzten Brief an Daniels Vater Johann I Bernoulli aufgenommen (cf. Brief Nr. 34, Anm. 4). Anschliessend erfahren wir, dass Stirling 1738 Euler brieflich die Ernennung zum Fellow der Londoner Royal Society angetragen hat, die jedoch infolge von Eulers passivem Verhalten erst 1747 vollzogen wurde (cf. Brief Nr. 34, Anm. 4).

Es ist übrigens bemerkenswert, dass Euler seinen (etwas später einsetzenden) Briefwechsel mit Daniels Vetter Niklaus I Bernoulli<sup>12</sup> mit dem *Basler Problem* eröffnet hat. Dieses hat Euler schliesslich – in regem Ideenaustausch mit seinem um zwanzig Jahre älteren Briefpartner – zu der berühmten Produktformel

$$\frac{\sin x}{x} = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{n^2 \pi^2}\right)$$

geführt, einer der Perlen im ersten Band von Eulers *Introductio* (E. 101: O.I, 8, § 158), die noch immer jeden Mathematiker durch ihre Schönheit entzückt.

In den Briefen Nr. 62 und 63 erwähnt Daniel Bernoulli – eher beiläufig – das Problem der Bestimmung der Koeffizienten einer Reihe, die durch den Quotienten

10 Allerdings gelangte die Abhandlung infolge verschiedener Umstände erst 1747 in Band 10 der *Commentarii* zum Druck; 1998 wurde sie samt einer deutschen Übersetzung als Anhang im Band O. IV A, 2 neu herausgegeben (cf. *op. cit.*, p. 473f und 668–676).

11 Cf. Krasotkina (1957).

12 Cf. O. IV A, 2, p. 481–643.

zweier anderer Reihen entsteht. Das Problem stand zweifellos im Zusammenhang mit seinen beiden über zehn Jahre alten Arbeiten über rekurrente Reihen (DB. 16 und DB. 20), und Euler löste es ebenfalls in seiner *Introductio* – ob in Abhängigkeit von Bernoullis Anregung oder nicht, wissen wir nicht mit Sicherheit (cf. Brief Nr. 62, Anm. 5).

Auf weitere Gegenstände der Reihentheorie, wie sie etwa im Kontext der Wellengleichung auftreten, werden wir an anderen Stellen dieser Einleitung zurückkommen.

### III.2.2.4. Kreisfunktionen und Logarithmen

Diese beiden Gegenstände werden im wesentlichen in den Briefen Nr. 41–43 behandelt. Euler führt im Brief vom 15. September 1739 an Daniel Bernoulli (Nr. 41) die inversen trigonometrischen Funktionen ein, die er mit  $A.\sin. x$ ,  $A.\cos. x$  usw. bezeichnet, und benutzt die Bezeichnung  $A.x$  für den Bogen (*arcus*) des Winkels  $x$  im Einheitskreis. Hernach gibt er die Formeln für die Differentiation und Integration dieser Funktionen an und bemerkt, dass sich die von ihm kürzlich (in Brief Nr. 38) zugesandten Ausdrücke und Differentialgleichungen mit Hilfe der logarithmischen Exponentialformeln und der zyklometrischen Funktionen leicht integrieren lassen.

In seiner Antwort (Brief Nr. 42) anerkennt Bernoulli die Vorteile der Eulerschen Schreibweise der zyklometrischen Funktionen gegenüber der logarithmischen, betont aber, dass er selbst jene Notation bereits vor vielen Jahren im 2. Band der *Petersburger Commentarii*, p. 332f, verwendet habe (cf. Brief Nr. 42, Anm. 16).

Was den hier oft wiederkehrenden Begriff «imaginäre Logarithmen» anbelangt, so handelt es sich dabei um die Logarithmen negativer Zahlen. Die Debatte um die damit verbundene Problematik hatte schon lange zuvor zwischen Leibniz und Johann I Bernoulli begonnen<sup>13</sup> und hat erst viel später durch Eulers Forschungen zu einer kohärenten Theorie geführt, obwohl er das Thema bereits 1727 in seinen ersten Briefen an seinen Lehrer kritisch angesprochen hat<sup>14</sup>. Eulers Lektüre des in Fussnote 13 angeführten Briefwechsels mündete in seiner wichtigen Abhandlung *De la controverse entre Mrs. Leibnitz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres négatifs et imaginaires*, die 1751 in den *Mémoires* der Berliner Akademie für 1749 gedruckt wurde<sup>15</sup>.

In seiner Antwort (Brief Nr. 43) erläutert Euler die – hinsichtlich der Integration – qualitative Gleichwertigkeit der imaginären Logarithmen mit den zy-

13 Cf. Leibniz–J. I Bernoulli (1745); Leibniz (1855–1856, p. 881–918).

14 Cf. die Einleitung in O. IV A, 2, p. 38f, wo die betreffenden Briefe resümiert und diskutiert werden. Die lateinischen Originaltexte finden sich samt den deutschen Übersetzungen und Kommentaren im selben Band, p. 77–121.

15 Diese Arbeit (E. 168: O. I, 17, p. 195–232) erschien auch – in deutscher Übersetzung von W. Purkert – in der Reihe «Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften», Bd. 261: *Leonhard Euler. Zur Theorie komplexer Funktionen*, Leipzig 1983, eingeleitet und kommentiert von A. P. Juškevič: cf. speziell Kap. II, p. 54–100, und die Anmerkungen p. 242f.

klometrischen Funktionen, betont jedoch die formalen Vorteile der letzteren und verdeutlicht das am Beispiel des Integrals

$$\int \frac{a^2 dx}{a^2 + x^2} = a \arctan \frac{x}{a}$$

mittels Vertauschung der Variablen  $x$  und  $a$ .

Die hier angesprochene Thematik kommt in späteren Briefen bloss punktuell vor, so etwa im Brief Nr. 46.

### III.2.2.5. Funktionentheorie

Schon Andreas Speiser hat stets eindrücklich betont, dass die Funktionentheorie eigentlich erst mit Euler beginnt. Dessen grosse Trilogie – *Introductio* (E. 101, 102), *Differentialrechnung* (E. 212), *Integralrechnung* (E. 342, 366, 385, 660) – ist eine grossangelegte Synopsis der wichtigsten mathematischen Entdeckungen in der Analysis bis über die Mitte des 18. Jahrhunderts hinaus. Von besonderer Bedeutung ist hier die Ausarbeitung des analytischen Funktionsbegriffs<sup>16</sup> sowie die klare Feststellung, dass die mathematische Analysis als eine *Wissenschaft von Funktionen* aufzufassen ist; und geradezu eine mathematikhistorische Zäsur ist Eulers Begriffskonzeption der *komplexen Funktionen*<sup>17</sup>.

Am Beispiel des damals hochaktuellen Problems der schwingenden Saite<sup>18</sup> – wir werden später darauf zurückkommen – erwies sich die Klasse der analytischen Funktionen für die mathematische Behandlung vieler Anwendungen als unzureichend. Euler behalf sich sogleich mit – wie er sie nannte – *willkürlichen*, d. h. nichtanalytischen *Funktionen*, die sich stückweise geometrisch annähern liessen. Über die Möglichkeit der analytischen Darstellung solcher nichtanalytischen Funktionen stritten sich damals viele Mathematiker – nicht zuletzt Euler, d'Alembert und Daniel Bernoulli. Ein Resultat der Kontroverse um die Theorie der Saitenschwingung war Eulers allgemeine Definition einer Funktion als einer Grösse, deren Werte sich *irgendwie* mit den Änderungen der unabhängigen Variablen ändern.

In seiner Antwort (Brief Nr. 10) auf einen nicht erhalten gebliebenen Brief Daniel Bernoullis formuliert Euler nebst anderem das Problem, zwei nicht rektifizierbare algebraische Kurven zu finden, deren Rektifikation von einer gegebenen Quadratur abhängt, wenn die Bogensumme unter einer speziellen Bedingung algebraisch wird. Diesem recht komplizierten Problem, das neben demjenigen über gleiche Bogen einer speziellen Ellipsenschar im Brief Nr. 15 nochmals kurz thematisiert wird, widmete Euler in der Folge mehrere Abhandlungen (E. 261, 263, 264), die er später überarbeitete und global zusammenfasste (E. 818).

<sup>16</sup> Cf. Juškevič (1976).

<sup>17</sup> Cf. den in Fussnote 15 angeführten Band 261 der Reihe «Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften».

<sup>18</sup> Cf. Szabó (1987, p. 315–350).

Einmal mehr müssen wir bedauern, dass eine Vielzahl von Eulers Antwortbriefen nicht erhalten geblieben ist. Hinsichtlich des von Daniel Bernoulli erwähnten und erfragten Beweises des Eulerschen Theorems über Beta-Funktionen (Brief Nr. 61) ist zu bemerken, dass die betreffende Abhandlung (E. 122) zwar schon 1739 in Petersburg eingereicht worden war, jedoch erst 1750 in Band 11 der *Petersburger Commentarii* erschien. In dieser Arbeit bezog Euler sich wiederholt auf Wallis' *Arithmetica infinitorum* von 1656.

Erwähnenswert ist schliesslich Daniel Bernoullis Bemerkung (Brief Nr. 70) über die Reihenentwicklung einer beliebigen rationalen Funktion von der Form

$$F(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$$

nach Funktionen mit je um 1 vermindertem Argument:

$$F(x) = nF(x-1) - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} F(x-2) + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} F(x-3) - \dots,$$

wo  $k$  der grösste Exponent von  $x$  in  $F(x)$  und  $n$  eine natürliche Zahl  $> k$  ist.

### III.2.2.6. Differential- und Integralrechnung

#### III.2.2.6.1. Differentialrechnung

Was eingangs des ersten Abschnittes (2.2.1) über den Titelbegriff *Algebra* gesagt wurde, gilt gleichermassen auch hier für die beiden Untertitel. Eigentliche Gegenstände der *Differentialrechnung* kommen verständlicherweise im vorliegenden Briefwechsel recht wenig zur Sprache, da diese Disziplin als Werkzeug längst zum «täglichen Brot» des Mathematikers gehörte, obwohl Eulers grosse Systematik noch nicht gedruckt war.

Eine Erwähnung – vielleicht die interessanteste – eines Theorems der Differentialrechnung möchten wir dem Leser jedoch nicht vorenthalten: Im Brief Nr. 42 berichtet Daniel Bernoulli im Kontext der Differentiation einer Funktion zweier unabhängiger Variablen  $f(x, y)$  von einem Brief Clairauts, in welchem dieser ein sogenanntes «Theorem von Bouguer» zur partiellen Differentiation anführt. Darauf erwidert Euler (Brief Nr. 43), das mitgeteilte Theorem sei ihm nicht nur schon längststens bekannt und von ihm selbst sehr erweitert worden, sondern sei schon vor vielen Jahren von Niklaus I Bernoulli und dem verstorbenen Jakob Hermann unter dem Namen «Problem der orthogonalen Trajektorien» behandelt worden; er ist «sehr verwundert, dass Herr Bouguer sich dies aneignen will». Er selbst hat das Theorem in seiner («ersten») *Mechanik* (Bd. 2, Prop. 14) verwendet und sich dort auf seine Abhandlung (E. 44) berufen, die seitdem in Band 7 der *Petersburger Commentarii* auch im Druck vorliegt<sup>19</sup>.

<sup>19</sup> Dasselbe hält Euler übrigens auch in seinem Brief vom 10. November 1742 an Niklaus I Bernoulli fest: cf. O. IV A, 2, p. 554–555 und Anm. 2, p. 578.

Die ganze Sache lief auf Sätze aus der Theorie der Funktionen zweier unabhängiger Variablen  $f(x, y)$  hinaus, insbesondere auf die Bedingung der Exaktheit des totalen Differentials, also auf die Gleichheit

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}.$$

Eines der Hauptwerke Eulers, die zweiteilige *Differentialrechnung* (E. 212, O. I, 10) – das bravouröse Mittelstück der sogenannten «grossen Trilogie» – erschien 1755, war aber 1744 bereits in Arbeit, wie wir aus Eulers Brief vom 25. April 1744 an Christian Goldbach erfahren<sup>20</sup>. Dass dieses Standardwerk der Differentialrechnung in Eulers Korrespondenz mit Daniel Bernoulli nie zum Thema geworden ist, kann im Hinblick auf die lange Zeitspanne der «Briefpause»<sup>21</sup>, in welche seine Schlussredaktion und der Druck gefallen sind, nicht verwundern.

### III.2.2.6.2. Integralrechnung

Im Brief Nr. 36 berichtet Euler im Kontext seiner Forschung zur *Rechteckselastika* über eine Gruppe elliptischer Integrale, worüber er gleichentags – am 31. (20.) Dezember 1738 – auch Johann I Bernoulli eine Notiz (R 210) und etwas später einen ausführlicheren Brief (R 212) zukommen liess<sup>22</sup>.

Im Zusammenhang mit der Integration einiger Differentialgleichungen in seiner Pariser Preisschrift über die Gezeiten (E. 57) stellt Euler im Brief Nr. 43 einen weiteren neuen Typus bestimmter Integrale vor, was Daniel Bernoulli zu einer bedeutenden Abhandlung zu diesem Thema angeregt hat (cf. Brief Nr. 46 und DB. 35).

In Bernoullis Brief Nr. 57 wird die Eulersche Integralformel zur Berechnung der Summe der reziproken Quadratzahlen

$$S_2 = \int \frac{1}{x} \ln \frac{1}{1-x} dx,$$

die auch Daniel Bernoulli selbst gefunden hatte, für richtig befunden.

Das dreibändige Werk Eulers, das man mit dem Titel *Integralrechnung* abzukürzen pflegt<sup>23</sup>, ist bekanntlich die Krönung der «grossen Trilogie». In seinem

20 Cf. O. IV A, 4, p. 298 / 831.

21 Cf. die Einleitungsabschnitte II.1 und III.1, wo die Gründe für diese grosse Korrespondenzlücke genannt sind; in der Tat ist kein einziger Brief Eulers aus Berlin nach Basel erhalten geblieben.

22 Cf. O. IV A, 2, p. 267 und 291f. Zum Begriff der «Rechteckselastika» cf. *ibid.*, p. 274, Anm. 15.

23 Es handelt sich hier um die ersten drei Bände von Eulers *Institutiones calculi integralis*, die 1763 bereits im Manuskript vorlagen, jedoch infolge des Siebenjährigen Krieges erst 1768–1770 in Petersburg erschienen. Die drei Teile des ursprünglichen Werks (E. 342, 366, 385) finden sich in O. I, 11–13. Der von Euler selbst nicht vorgesehene vierte Band, enthaltend 28 Abhandlungen zum Thema, die auf andere Bände der Gesamtausgabe verteilt wurden, erschien 1794, elf Jahre nach Eulers Tod (E. 660).

Übrigens hat erst Gustaf Eneström den «Kurztitel» *Institutiones calculi integralis* eingeführt, unter dem das Werk heute meist zitiert wird; im Original lautet der Titel des ersten Bandes *Institutionum calculi integralis Volumen primum...*

Brief Nr. 103 an Johann III Bernoulli weist Euler im Zusammenhang mit Integrationsproblemen bezüglich der Saitenschwingungsgleichung auf den zweiten Band seines – damals noch nicht gedruckten – «*Calcul integral*» hin und erwähnt das ungewöhnliche und hübsche Intermezzo mit dem jungen Landsmann und Kürschner Christoph Jetzler, der sich 1763 als begeisterter Amateurmathematiker von Schaffhausen für ein halbes Jahr nach Berlin verfügte, um das noch bei Euler lagernde, aber weitgehend vollendete Manuskript abzuschreiben(!)<sup>24</sup>.

### III.2.2.7. Differentialgleichungen

Im Vergleich mit dem Vorgängerband (O.IV A, 2), der den Briefwechsel Leonhard Eulers mit Johann I Bernoulli umfasst, nimmt das Thema *Differentialgleichungen* hier bedeutend weniger Raum ein, wie schon aus den Hinweisen im *Systematischen Sachregister* (p. 1143) zu ersehen ist. Dies hat seine Ursache u. a. darin, dass unsere Briefpartner zwar gerade noch unter die Pioniere der damals neuen Disziplin zu rechnen sind, jedoch noch nicht über eine eigentliche *Theorie* der Differentialgleichungen verfügten, sondern sich hauptsächlich an der Lösung einzelner Gleichungen und Gleichungstypen versuchten, die sich meist im Kontext von vorwiegend physikalischen Problemstellungen ergaben<sup>25</sup>.

Während im Zeitalter von Newton, Leibniz und den Brüdern Jakob und Johann I Bernoulli – sozusagen der Urgeschichte der gewöhnlichen Differentialgleichungen – die Integrationsprobleme in geometrischer Form gestellt, einige wenige Klassen von Gleichungen erster Ordnung durch Trennung der Variablen gelöst und in allen übrigen Fällen Entwicklungen der Integralfunktionen in Potenzreihen als universales Mittel zur Lösung benutzt wurden, handelt es sich bei dem entsprechenden Gegenstand im Briefwechsel Eulers mit seinen Zeitgenossen im wesentlichen um die Bewältigung einzelner Typen von Differentialgleichungen höherer Ordnung durch Reduktion auf Gleichungen erster Ordnung mittels geeigneter Substitutionsmethoden, wobei in unserem Fall die *Gleichungen vom Riccatischen Typ* eine Vorzugsstellung einnehmen. Ihre allgemeine Form ist bekanntlich

$$y' = f(x)y^2 + g(x)y + h(x).$$

Im dritten Band seiner – noch immer sehr eindrucklichen und lesenswerten – Mathematikgeschichte hat Moritz Cantor die Frühphase der Entwicklung unseres Themas von Riccati an über Niklaus II, Niklaus I, Daniel und Johann I Bernoulli, Jakob Hermann und andere prägnant dargestellt<sup>26</sup>, und in unserer Zeit bietet – darüber hinausgehend – die Einleitung von U. Bottazzini zu Bd. 1 der *Werke* von Daniel Bernoulli einige ausgezeichnete Hinweise<sup>27</sup>.

24 Das Original von Jetzlers sehr sorgfältiger Abschrift liegt heute in der Stadtbibliothek Schaffhausen. – Cf. Fellmann (2003).

25 Eine kurze Analyse von Eulers Beitrag zur Theorie der Differentialgleichungen findet sich bei Simonov (1958).

26 Cf. Cantor (1901, p. 474–481).

27 Cf. Bottazzini (1996, p. 176–188).



Wenige Monate nachdem Daniel Bernoulli 1725 aus Italien nach Basel zurückgekehrt war, unterzeichnete er den Anstellungsvertrag mit der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften Russlands und reiste im September, zusammen mit seinem Bruder Niklaus II, nach Petersburg ab<sup>28</sup>. Der gerade zwanzigjährige Leonhard Euler, dem die beiden dort eine Anstellung als Adjunkt der Akademie vermitteln konnten<sup>29</sup>, folgte ihnen im Sommer 1727 nach, avancierte bekanntlich sehr schnell und wurde nach Daniel Bernoullis Rückkehr nach Basel 1733 dessen Nachfolger als Professor der Mathematik an der Petersburger Akademie. Sehr wahrscheinlich wird Bernoulli, dessen *Exercitationes quaedam mathematicae* (DB. 4: DBW 1) 1724 in Venedig erschienen waren, seinem jungen Freund in den ersten Jahren in Petersburg alles Wissenswerte über seine Auseinandersetzung mit Riccati mitgeteilt haben; doch mit Sicherheit wissen wir nur, dass Euler sich spätestens 1731 für die *Riccatische Differentialgleichung* ernsthaft zu interessieren begann<sup>30</sup> und dass dieses Interesse bis ins Alter anhielt. Insgesamt widmete Euler diesem Gegenstand nicht weniger als zwölf Abhandlungen<sup>31</sup>, und in seiner gross angelegten *Integralrechnung* finden sich zahlreiche weitere Ausführungen zu diesem Thema<sup>32</sup>.

Es ist deshalb einigermaßen verwunderlich, dass die *Riccati-Gleichungen* im vorliegenden Briefwechsel kaum thematisiert werden. Eine Ausnahme bildet Eulers Brief an Daniel Bernoulli vom Februar 1734 (Nr. 9), in dem Euler auf seine Arbeit E. 11 hinweist und um deren Beurteilung durch Johann I und Niklaus I Bernoulli bittet<sup>33</sup>.

In dem aussergewöhnlichen Brief Nr. 46, der als eigenständige Abhandlung Daniel Bernoullis gilt und als solche auch in den *Petersburger Commentarii* erschienen ist<sup>34</sup>, geht es – nebst viel anderem – auch um die heute so genannte *Eulersche Differentialgleichung*

$$y + a \frac{dy}{dx} + b \frac{d^2y}{dx^2} + c \frac{d^3y}{dx^3} + d \frac{d^4y}{dx^4} + \dots = 0,$$

die Euler wenige Wochen früher seinem alten Lehrer Johann I Bernoulli samt Lösung ebenfalls brieflich mitgeteilt hatte<sup>35</sup> und die auch in jenem – fast gleichzeitig geführten – Briefwechsel zum Gegenstand der Diskussion wurde.

28 Cf. *Allgemeine Einleitung* II.1, p. 12 h.v.

29 Cf. Briefe Nr. 1–5.

30 Vgl. dazu Eulers Briefe Nr. 15 und 17 an Goldbach, O. IV A, 4, p. 131–137, 632–639.

31 Cf. E. 11, 31, 51, 70, 95, 265, 269, 284 (in O. I, 22), E. 595, 678, 734, 751 (in O. I, 23).

32 Cf. O. I, 11–12, §§ 436–441, 831–841, 904, 929–966.

33 Cf. Brief Nr. 9, speziell Anm. 4; Brief Nr. 10, Anm. 1.

34 Cf. Brief Nr. 46, Anm. 1.

35 Cf. O. IV A, 2, p. 330–339.



## III.2.2.8. Variationsrechnung und Isoperimetrie

In Eulers *Opera omnia* sind dem Thema *Variationsrechnung* zwei ganze Bände gewidmet, nämlich die Bände 24 und 25 der *Series prima*. In Band 24 ist das vielleicht tiefgründigste und anspruchsvollste Hauptwerk Eulers untergebracht, die *Methodus inveniendi lineas curvas . . .* (E. 65), und Band 25 enthält neunzehn Abhandlungen Leonhard Eulers und eine isoperimetrische Aufgabe – wahrscheinlich inspiriert durch den Vater – seines Sohnes Johann Albrecht (A. 10).

In unserem Briefwechsel treten Variationsprobleme in acht Briefen auf, und zwar in Nr. 21 und 32–38 (drei davon stammen von Euler, fünf von Daniel Bernoulli). In den Briefen Nr. 61, 62 und 65 ist – ohne inhaltlichen Bezug – bloss von der Publikation der *Methodus* (1744) die Rede. Man beachte, dass Euler zeitgleich zu seinem Briefwechsel mit Daniel zu diesen Themen auch mit dessen Vater Johann I Bernoulli korrespondierte<sup>36</sup>.

Im Brief Nr. 21 an Euler vom 12. September 1736 erwähnt Daniel Bernoulli das Problem, unter allen Linien zwischen denselben Grenzen die Kurve aufzufinden, für die das Integral  $\int r ds$  den kleinsten Wert hat, wobei  $r$  den Krümmungsradius und  $ds$  das Bogendifferential bedeuten<sup>37</sup>. Bernoulli meint, eigentlich habe das Problem keine Lösung und es gebe kein Minimum, denn man müsse die Strecke  $AB$  ja nur mit lauter unendlich kleinen Zykloiden ausfüllen, was doch eine kontinuierliche Linie ergebe (cf. Brief Nr. 21, p. 199 h.v.), und dann sei  $\int r ds = 0$ . Das Integral könne aber auch auf andere Weise zu 0 gemacht werden, indem sich positive und negative Beiträge zu  $\int r ds$  gegenseitig aufheben würden (cf. *loc. cit.*). Falls aber eine Kurve verlangt sei, die nirgends einen verschwindenden oder unendlich grossen Krümmungsradius aufweise, so habe das Problem wohl eine echte Lösung. Um diese zu finden, schlägt Bernoulli vor, zunächst die Evolute der Kurve zu suchen, und zwar mittels der isoperimetrischen Methode «unter Veränderung einiger Nebenumstände». – Eine Antwort Eulers ist leider nicht erhalten geblieben.

Aus Anlass eines mechanischen Problems – so schrieb Daniel Bernoulli am 24. Mai 1738 an Euler (Brief Nr. 32) – habe er eine Kurve zu bestimmen versucht, die unter allen isoperimetrischen Kurven mit denselben Endpunkten das Integral  $\int r^m ds$  zu einem Maximum mache. Er besitze zwei Lösungen, wobei in der einen  $ds$ , in der anderen  $dx$  als konstant angenommen werde; er könne jedoch die Identität der Kurven, die man mittels der beiden Lösungen erhalte, nicht sehen. Er bat Euler, dieses Problem ebenfalls in Angriff zu nehmen, um zu sehen, ob sie beide dasselbe Ergebnis erhalten würden. Euler machte sich sofort an die Arbeit, meldete seine ausführliche Lösung am 10. August (30. Juli) 1738 brieflich nach Basel<sup>38</sup> und reichte seine diesbezügliche Abhandlung (E. 99) am 20. (9.) September 1738 bei den *Petersburger Commentarii* ein, wobei er Daniel Bernoulli ausdrücklich als

36 Cf. O. IV A, 2, p. 252f und 260f.

37 In der Handschrift schreibt Bernoulli für den Krümmungsradius gewöhnlich  $R$ , doch wir geben  $r$  den Vorzug.

38 Cf. O. IV A, 2, p. 235f und Anm. 23–26, p. 243.

Initiator des Problems nannte (allerdings erschien die Arbeit dann erst 1747 in Band 10 der *Commentarii*)<sup>39</sup>.

Aus all dem geht hervor, dass Euler zu jener Zeit bereits über eine *allgemeine Methode* zur Lösung derartiger isoperimetrischer Probleme mit Hilfe der heute nach ihm benannten Differentialgleichung verfügte.

Daniel Bernoulli nahm nun den Faden der Diskussion an einer etwas früheren Stelle wieder auf und monierte, dass gemäss einer früheren Aussage Eulers einzig die Zykloide die Bedingung erfülle,  $\int r ds$  zu einem Minimum zu machen; er (Bernoulli) finde jedoch jetzt analytisch bloss, dass  $r = 0$  sein müsse, und dieser Gleichung genügten unzählige Kurven oder – wie er sagt – «so etwas wie Kurven» («*veluti curvae*»). Füge man aber der Bedingung dieses Problems noch die Umfangsgleichheit hinzu, so finde er bei konstantem  $dx$  die Gleichung

$$ds = \frac{2r dr}{\sqrt{-4r^2 + 4nr + g}},$$

und die gehöre für  $n = 0$  zur Zykloide. Genau auf diesen Punkt antwortet Euler in § 1 seiner eben genannten Arbeit E. 99 mit gewohnter Klarheit<sup>40</sup>.

Der Chronologie gemäss hatte Daniel Bernoulli in der Zwischenzeit natürlich noch keinen Einblick in den oben erwähnten Brief Eulers an seinen Vater nehmen können; in seinem nächsten Brief an Euler vom 9. August 1738 (Nr. 33) schreibt er nur von seinem Vorsatz, über das Problem  $\int r^m ds \rightarrow \max./\min.$  eine kurze Notiz zu verfassen; doch müsse er das aus Zeitmangel verschieben, da die Rechnungen zu abstrakt und zu weitläufig seien.

Im Brief Nr. 34 an Daniel Bernoulli vom 20. (9.) September 1738 verweist Euler auf seinen Brief an Johann I Bernoulli vom 10. August (30. Juli) und die darin enthaltene Lösung des von Daniel vorgeschlagenen Problems zu  $\int r^m ds$ , die dieser inzwischen sicher gesehen habe<sup>41</sup>. Zusätzlich fügt er einige Überlegungen an, die er über *alle* derartigen Probleme angestellt hat; er hat nämlich gefunden, «dass zwei gegebene Punkte, durch welche die gesuchte Kurve gehen soll, das Problem noch nicht determinieren ..., sondern [dazu] vier Punkte angenommen werden müssen»; das erfordert eine entsprechend erweiterte Problemstellung, wie Euler mathematisch klar begründet.

Im Brief Nr. 35 vom 8. November 1738 meldet Daniel Bernoulli an Euler, Clairaut habe aus Paris eine Lösung des Problems  $\int r^m ds \rightarrow \max./\min.$  geschickt, die – abgesehen von einigen Rechnungsfehlern – zum gleichen Resultat wie seine eigene führe. Das von ihm, Daniel Bernoulli, gestellte Problem sei sehr realitätsnah und umfasse die allgemeinste Gleichung der Elastika, wenn man  $ds$  konstant nehme; nehme man hingegen  $d\xi$  konstant, so gelte für die Elastika

$$\int \frac{ds^3}{r^2 d\xi^2} \rightarrow \max./\min.$$

39 Cf. Brief Nr. 32, Anm. 8 und 9.

40 Cf. O. I, 25, p. 84.

41 Cf. O. IV A, 2, p. 235f / 243f.

Dass Eulers Lösung von seiner eigenen etwas abweicht, sieht Daniel darin begründet, dass Euler nach der gewöhnlichen Methode nur drei Elemente betrachtet habe, obschon doch  $\int r^m ds$  erst durch die Lage von fünf Elementen bestimmt wird, wovon zwei durch die Lage der Tangenten in den Endpunkten der Strecke gegeben sein müssen. Diese Angabe habe Clairaut sogleich auf die richtige Spur gebracht.

Eulers Brief Nr. 36 an Daniel Bernoulli vom 3. Januar 1739 (23. Dezember 1738) bringt schliesslich die Darstellung der *Generalmethode*, mit der Euler das Problem im allgemeinsten Fall löst, indem er nämlich alle Elemente der Kurve berücksichtigt, die eine Veränderung erleiden, wenn zwei Punkte der Kurve versetzt werden. Im Fall, dass Differentiale zweiter Ordnung auftreten, habe er fünf Elemente in Betracht gezogen, wenn Differentiale dritter Ordnung vorkommen, deren sieben, und so weiter. Deshalb sei es ihm nicht begreiflich, dass seine und Daniel Bernoullis Lösungen nicht übereinstimmten; zur Klärung verweist er auf den Brief Johann I Bernoullis vom 11. Oktober<sup>42</sup>.

Die beiden Briefe Nr. 37 und 38 schliesslich handeln – was unser Thema betrifft – nur kurz vom Zusammenhang der Bedingung

$$\int \frac{ds^3}{r^2 d\xi^2} \rightarrow \max./\min.$$

mit der potentiellen Energie der Elastika und enden mit Eulers Wunsch, gerade darüber von Daniel Bernoulli künftig mehr zu erfahren.

### III.2.3. Rationale Mechanik

#### III.2.3.1. Allgemeine Bemerkungen und Leonhard Eulers «Mechanik»

Wie schon in der Einleitung zu Eulers Briefwechsel mit Johann I Bernoulli ausgeführt worden ist<sup>43</sup>, war die Mechanik die erste ernsthafte Leidenschaft des jungen Leonhard Euler. Im ersten *Notizbuch* (*Petersb. Ms.* Nr. 397), das er im Alter von knapp 19 Jahren noch in Basel führte, findet sich bereits der detaillierte Plan eines allgemeinen Traktats über die Dynamik der Körper (Massenpunkte) unter der Einwirkung von Zentralkräften (1965c). Als seine Hauptaufgabe verstand Euler damals eine systematische analytische Darstellung und Verallgemeinerung der sämtlichen Probleme der Punktdynamik. Die synthetische Methode der Newtonschen *Prinzipien* erörternd, schrieb Euler später im Vorwort zum ersten Band seiner *Mechanik*<sup>44</sup>:

42 Cf. O. IV A, 2, p. 252f / 260f.

43 Cf. O. IV A, 2, p. 53f.

44 Cf. O. II, 15, p. 8, hier zitiert nach Wolfers' Übersetzung von 1848, p. 3–4.

«Was aber von allen, ohne Anwendung der Analysis verfassten, Schriften gilt, trifft vorzugsweise die Werke über Mechanik. Der Leser wird zwar von der Wahrheit der vorgetragenen Sätze überzeugt, allein er erlangt keine hinreichend klare und bestimmte Kenntniss derselben. Werden daher dieselben Fragen nur ein wenig abgeändert, so wird er sie mit eigenen Kräften kaum beantworten können; wenn er nicht zur Analysis seine Zuflucht nimmt, und dieselben Sätze nach der analytischen Methode entwickelt. Diess war gerade bei mir der Fall, als ich anfang, Newton's *Principien* und Hermann's *Phoronomie* zu studiren, wo ich zwar die Auflösung vieler Aufgaben genügend verstanden zu haben glaubte, allein solche Aufgaben, welche nur ein wenig verschieden waren, nicht auflösen konnte.

Schon zu jener Zeit versuchte ich, so weit ich es vermochte, aus der synthetischen Methode die Analysis herzuleiten und zu meinem Nutzen dieselben Sätze analytisch zu behandeln, wodurch ich meine Einsicht bedeutend vermehrte. Auf ähnliche Weise habe ich hierauf auch andere zerstreute und in diese Wissenschaft einschlagende Schriften behandelt, sie alle zu meinem Nutzen nach einer geebneten und gleichförmigen Methode dargestellt und in eine geschickte Ordnung gebracht. Bei dieser Beschäftigung verfiel ich nicht nur auf viele vorher noch nicht behandelte Aufgaben, welche ich glücklich löste, sondern erlangte auch mehrere besondere Methoden, durch welche nicht nur die Mechanik, sondern auch die Analysis viel Zuwachs erhalten zu haben scheint. So entstand diese Abhandlung über die Bewegung, in welcher ich sowohl dasjenige, was ich in den Schriften Anderer über die Bewegung der Körper gefunden, als auch was ich selbst durch Nachdenken herausgebracht habe, nach analytischer Methode und in bequemer Reihenfolge darlege.»

Eulers Aussage, er habe in seiner *Mechanik* gleichzeitig auch die neuen Methoden der Analysis entwickelt, ist durchaus ernst zu nehmen, denn ursprünglich waren für Euler die mathematischen Methoden vorwiegend blosser Mittel zum Zweck der Lösung von Aufgaben der Mechanik.

Wahrscheinlich bereits Ende der 1720er Jahre begann Euler mit der Abfassung eines Traktats über die Bewegung von Massenpunkten. Im Archiv der Petersburger Akademie liegen mehrere diesbezügliche Handschriften Eulers, doch wurden die Abhandlungen seiner frühen Jahre, welche die Mechanik betreffen, erst um die Mitte des 20. Jahrhunderts eingehender untersucht.

In den 1840er Jahren plante Paul Heinrich Fuss, der Ständige Sekretär der Petersburger Akademie der Wissenschaften und Urenkel Leonhard Eulers, alle im Archiv aufbewahrten Manuskripte Eulers in Ordnung zu bringen und zumindest einen Teil davon in einer grossen Sammlung als *Opera postuma* zu publizieren. Nach dem Ableben von P.H. Fuss im Jahr 1855 übernahm dieses Unterfangen sein jüngerer Bruder Niklaus, der 1862 zwei Bände von Eulers *Opera postuma* veröffent-

lichte. Bei dieser Prozedur gerieten mehrere Handschriften Eulers in Unordnung: gegen 1400 Blätter wurden vermutlich Ende der 1860er Jahre hastig zusammengelegt und in drei Konvolute in zufälliger Anordnung eingebunden, so dass fast alle Handschriften vermischt und einige in Dutzende von Teilen zerstückelt wurden. Erst im Rahmen der Vorbereitung der Feierlichkeiten zum 250. Geburtstag Leonhard Eulers wurden diese Konvolute untersucht<sup>45</sup>, und das Archiv der Akademie entschied danach, sie gänzlich aufzutrennen. Alle diese Handschriften wurden damals von G.K. Mikhajlov geordnet und in *Manuscripta Euleriana I* (1962) ausführlich beschrieben.

Das bot Anlass dazu, einige frühe Abhandlungen Eulers auf dem Gebiet der Mechanik unter dem Titel *Opera mechanica, Volumen 1*, zu veröffentlichen (1965a); leider folgten jedoch keine weiteren Bände dieser Serie.

Unter den damals veröffentlichten Manuskripten befindet sich der Anfang von Eulers erstem Entwurf einer grösseren Abhandlung zur Dynamik der Massenpunkte unter dem Titel *De motu corporum vi centrali sollicitatorum* (1965d), der in vier verstreuten Fragmenten von insgesamt 26 Blättern in den Archiven und Bibliotheken von Petersburg und Tartu vorhanden ist. Im Archiv der Petersburger Akademie fand sich auf 99 Blättern unter dem Titel *Mechanica seu scientia motus* auch mehr als die Hälfte von Eulers Entwurf seiner *Mechanik*, den G.K. Mikhajlov 1965 edierte. Dieser Entwurf enthält sogar den Anfang einer in die endgültige Fassung der *Mechanik* nicht aufgenommenen Abteilung über die Bewegung der starren Körper *De motu corporum rigidorum a potentiis utcumque sollicitatorum*<sup>46</sup>.

Eulers grosse Abhandlung zur *Mechanik* wird erstmals im Brief von Johann I Bernoulli an Euler vom 11. August 1731 erwähnt mit den Worten: «Wan dieser *Tractatus musices* zu end seyn wird, wird der herr Professor seine vorhabende *Mechanicam* (von deren mir ist geschrieben worden) ohne Zweifel mit ernst für die Hand nehmen von deren ich mir etwas sonderbares promittiere»<sup>47</sup>. Wahrscheinlich war Johann Bernoulli darüber brieflich von seinem Sohn Daniel informiert worden – ihr Briefwechsel ist leider nicht erhalten geblieben.

Bis zum Sommer 1733 blieb Daniel Bernoulli in Petersburg. Danach erwähnt Euler seine *Mechanik* im Brief an Daniel vom 5. Juni 1734 (Nr. 10) und bedauert, wenig Hoffnung zu haben, dass der schon fixfertige erste Band in Petersburg gedruckt werden kann. Daraufhin (Brief Nr. 11) offeriert Daniel Bernoulli seinem Freund, ihm mit dem Druck des Traktats in Strassburg behilflich zu sein, doch lag die *Mechanik* im folgenden Jahr bereits in Petersburg im Druck, und im Herbst 1736 wurden beide Bände ausgeliefert; Daniel Bernoulli gelangte jedoch erst im Sommer 1737 in ihren Besitz.

Die oben erwähnte Einleitung zum Band O. IV A, 2 bietet eine allgemeine Charakteristik der zwei Bände von Eulers *Mechanik* (E. 15, 16), die 1736 als Ergän-

45 Cf. Mikhajlov–Smirnov (1958); Mikhajlov (1959).

46 Euler (1965e), p. 212–224; cf. O. IV A, 2, p. 54f.

47 O. IV A, 2, p. 150.

zungsbände der *Petersburger Commentarii* erschienen, da der Strom der Eulerschen Produktion nicht im gewohnten Rahmen bewältigt werden konnte.

In der Korrespondenz mit Daniel Bernoulli ist von Eulers *Mechanik* verschiedentlich die Rede – vorwiegend in den Jahren 1734–1740 –, ebenso auch von einigen mit ihr verbundenen speziellen Problemen der Punktdynamik.

Betreffs der Terminologie muss darauf hingewiesen werden, dass Euler mit dem Begriff *Mechanik* eigentlich nur *Dynamik* meinte. Johann I Bernoulli empfahl ihm, seinem Traktat über die Bewegung den Titel *Dynamik* zu geben: die Mechanik umfasse ja auch die Statik, die Euler dort überhaupt nicht behandelt habe<sup>48</sup>. In seinem Antwortbrief replizierte Euler: «Was den Titel meines Werkes anbelangt, gebe ich zu, dass die Bezeichnung *Dynamik* passender ist und ich wünschte, sie verwendet zu haben; damals jedoch ist sie mir nicht in den Sinn gekommen»<sup>49</sup>. Ferner sollte man stets beachten, dass Euler hier unter *Körpern* fast immer nur *Massenpunkte* versteht.

In der Korrespondenz Eulers mit Daniel Bernoulli werden immer wieder die verschiedensten Probleme der Dynamik abgehandelt, beginnend bereits im Brief Nr. 2 von Ende 1726.

### III.2.3.2. Dynamik der Massenpunkte

In seiner *Mechanik* legte Euler erstmals systematisch die Dynamik eines freien Massenpunktes und diejenige eines Punktes dar, der sich auf einer vorgegebenen Kurve oder Fläche befindet. Dabei studierte er die Bewegungen des Massenpunktes sowohl im leeren Raum als auch in einem widerstehenden Medium und führte die ganze Untersuchung in den angemessenen, mit der Bahn des Massenpunktes verbundenen Koordinaten durch.

Unter den vereinzelt mechanischen Problemen, die im Briefwechsel behandelt werden, figuriert auch dasjenige der *Brachystochrone* im resistenten Medium, das eng mit Eulers Abhandlung E. 42 zusammenhängt (cf. Briefe Nr. 9, 15 und 21).

In den Briefen aus den Jahren 1734–1735 (Nr. 10, 11 und 15) gelangt die *Ballistische Kurve* im resistenten Medium zur Behandlung. Auf Grund seiner – asymptotisch inadäquaten – Näherungslösung zog Euler den fehlerhaften Schluss, die ballistische Kurve habe keine vertikale Asymptote, was er dann auch in der *Mechanik* vertrat<sup>50</sup>. Später allerdings zeigte er selbst die Fehlerhaftigkeit dieses Schlusses auf<sup>51</sup>. Auf den Spezialfall des vertikal abgegebenen Kanonenschusses geht die Analyse der 1727 in Petersburg durchgeführten Versuchsserie durch Daniel Bernoulli ein (Briefe Nr. 49 und 76).

48 Cf. O. IV A, 2, p. 176f / 182f.

49 Cf. O. IV A, 2, p. 192 / 195.

50 Cf. E. 15, § 951.

51 Cf. E. 217, §§ 36–41.

Wohlbekannt sind die paradoxen Folgerungen, auf die Euler in seiner *Mechanik* bei der Untersuchung der geradlinigen Bewegung eines Körpers unter der Wirkung einer Zentralkraft gestossen ist<sup>52</sup>. Schon in den an seine Basler Dissertation E. 2 angefügten Thesen<sup>53</sup> und in den postum veröffentlichten Jugendschriften (1965d–e) stolperte Euler über dieses Problem. Das Missverständnis wurzelte in der unkritischen Annahme der Resultate der formal-mathematischen Analysis, wie sie für Euler oft typisch war. Diese Fehler Eulers wurden in aller Schärfe von Robins (1739) kritisiert, viel später auch von d’Alembert in seinen *Opuscules* (1761–1780). Es ist merkwürdig, dass Euler noch im Jahr 1739 diese wirklich «sehr paradoxen Sätze»<sup>54</sup> einmal mehr ernstlich verteidigt hat.

Die himmelsmechanischen Probleme der Punktdynamik werden in den Einleitungen zu den astronomischen Werken Eulers im Abschnitt III.2.5.1 abgehandelt<sup>55</sup>.

### III.2.3.3. Relativbewegung der Körper

Ende 1741 wuchs Eulers Interesse am Problem der Bewegung einer Kugel in einem beweglichen Rohr. In seinen nicht erhalten gebliebenen Briefen an Johann I Bernoulli vom 26. Dezember 1741, an Daniel Bernoulli vom 1. September 1742 und an Clairaut vom Herbst 1742 stellte Euler dieses Problem seinen Briefpartnern, die es sofort zu lösen versuchten.

Daniel Bernoulli griff in seinen Briefen aus den Jahren 1742 und 1743 verschiedene Aspekte dieses Problems auf<sup>56</sup>. Wie bereits angemerkt, ist kein Brief Eulers aus dieser Zeit erhalten geblieben. Die Abhandlungen, die Euler zu diesem Thema publiziert hat, sind von Ch. Blanc im Vorwort zum Band O. II, 6 analysiert worden<sup>57</sup>. Bemerkenswerterweise plante Euler einen grösseren Traktat über die Bewegung von Körpern in beweglichen Rohren abzufassen, von dem neun Fragmente mit 40 Blättern in Petersburg archiviert sind (*Petersb. Ms.* Nr. 192). Nur gerade die ersten acht Blätter fanden als selbständige Veröffentlichung Eingang in Eulers *Opera postuma* (E. 827); sie enthalten den Anfang des ersten Kapitels *De motu corporum in tubo rectilineo mobili circa axem fixum per ipsum tubum transeuntem*, während die nächsten erhaltenen Fragmente auch einige Teile der nachfolgenden Kapitel umfassen: II. *De motu corporum in tubo rectilineo mobili circa axem fixum extra tubum situm*, III. (hier fehlt die Kapitelüberschrift) und IV. *Alia Methodus faciliior haec problemata circa motum corporum in tubis resolvendi*.

52 Cf. E. 15, § 269.

53 Cf. O. III, 1, p. 196.

54 Cf. Brief Nr. 41, p. 337 / 342 h.v.

55 Cf. p. 46f h.v.

56 Cf. insbesondere Brief Nr. 59.

57 Cf. Blanc (1957, p. XXVIII–XXXIV).



### III.2.3.4. Bewegung der starren Körper

Nachdem Euler in der *Mechanik* die Dynamik des Massenpunktes eingehend erörtert hatte, unternahm er gleichzeitig auch einen – erfolglosen – Versuch, mit Hilfe des im ersten Band der *Mechanik*<sup>58</sup> eingeführten Begriffes der «wiederherstellenden Kraft» (*vis restituens*) die Bewegung des starren Körpers in den Griff zu bekommen. Die Lösung dieser Aufgabe musste jedoch, wie Euler im ersten Kapitel zugab, «mangels genügender Prinzipien auf das Folgende verschoben werden».

Im Briefwechsel kommen auch spezielle Probleme der Starrkörperdynamik zur Sprache. In der zweiten Hälfte der 1730er Jahre diskutieren die Briefpartner ausführlich den schiefen Stoss rotierender Körper<sup>59</sup>, dem auch Abhandlungen von Euler (E. 69) und von Daniel Bernoulli (1744, DB. 27) gewidmet sind; diese Abhandlungen wurden in der Petersburger Akademischen Konferenz 1737 vorgelesen. Im Brief Nr. 29 untersucht Euler sorgfältig die Rotationsbewegung der Körper, und etwas später (Briefe Nr. 74 und 76) spricht Daniel Bernoulli das Problem des ballistischen Pendels an, wobei ihm anfänglich ein Fehler unterlaufen ist.

Das von Daniel Bernoulli gestellte Problem der Schwingungen einer an einem Faden aufgehängten Kugel wird von Euler im Brief Nr. 50 ausführlich analysiert. Die Rolle der Reibung bei der Bewegung rotierender Kugeln untersucht Bernoulli in den Jahren 1741–1742 (Briefe Nr. 54, 56, 57).

Interessanterweise wird die bahnbrechende Abhandlung Eulers über die Prinzipien der rationalen Mechanik *Découverte d'un nouveau principe de mécanique* (E. 177) – eine seiner wichtigsten Arbeiten – im Briefwechsel mit Daniel Bernoulli überhaupt nicht erwähnt.

### III.2.3.5. Schwimmende Körper

Im Kontext der Vorbereitung seiner *Schiffswissenschaft* untersuchte Euler die Gleichgewichtsbedingungen und die Schwingungen von schwimmenden Körpern und schlug Daniel Bernoulli vor, ebenfalls auf diesem Gebiet zu forschen. Diesbezügliche Resultate der beiden Gelehrten wurden erst mit grosser Verspätung veröffentlicht: diejenigen von Euler 1749 im zweiten Band seiner *Schiffswissenschaft*, die Abhandlungen Bernoullis in den *Petersburger Commentarii* (1747, DB. 30; 1750, DB. 32). Eine eingehende inhaltliche Besprechung ihrer Untersuchungen auf diesem Gebiet finden wir jedoch schon im Briefwechsel vom Ende der 1730er Jahre einschliesslich des Jahres 1740<sup>60</sup>.

Das Gleichgewicht und die Schwingungen von schwimmenden Körpern wurden parallel dazu auch im Briefwechsel Eulers mit Johann I Bernoulli erörtert<sup>61</sup>.

58 Cf. E. 15, § 175.

59 Cf. die Briefe Nr. 17, 21–24, 26, 27, 29.

60 Cf. die Briefe Nr. 35–38, 41–43, 45, 47, 49–51.

61 Cf. O. IV A, 2, p. 67–71.



## III.2.3.6. Zur Bewegung biegsamer und elastischer Körper

Das Thema der schwingenden Saiten durchzieht den gesamten Briefwechsel zwischen Euler und Daniel Bernoulli. Der 19jährige Euler spricht es in seinem ersten erhalten gebliebenen Brief vom November 1726 (Nr. 2) an und erhält darauf eine Antwort von Daniel Bernoulli (Brief Nr. 3), dem dabei ein Fehler unterläuft.

Erst viel später taucht das Thema wieder auf, nämlich in den 1750er (Briefe Nr. 93–95) und 1760er Jahren (Nr. 98–104, 110, 111). Hier besprechen die Briefpartner das Problem der Integration der entsprechenden Bewegungsgleichungen, die auch d’Alembert und Lagrange zu lösen versuchten. Bernoulli nahm dabei an, dass sich eine völlig willkürliche Funktion in Form einer trigonometrischen Reihe darstellen lasse, während Euler eine Vorstellung von «beliebigen» stückweise glatten Funktionen entwickelte, von welcher sich Argumentationslinien zu den späteren verallgemeinerten Funktionen erstrecken. Die Geschichte dieser wissenschaftlichen Kontroverse ist schon verschiedentlich kompetent dargestellt worden, so etwa durch Truesdell (1960, p. 237–300), Szabó (1987, p. 317–350) und Demidov (2012).

## III.2.3.7. Schwingungen elastischer Streifen

Das Problem der Schwingungen elastischer Streifen erwähnte Daniel Bernoulli erstmals Ende 1734 (Brief Nr. 11) und schlug diesbezüglich im nächsten Brief die Gleichung

$$n d^4 y = y dx^4$$

vor<sup>62</sup>. Euler stieg in seinem Antwortbrief (Nr. 15) sofort auf das Problem ein und untersuchte die Lösung dieser Gleichung, die Bernoulli anfänglich nicht einleuchtend schien. Seine erweiterte Analyse des Problems las Euler in der Petersburger Akademischen Konferenz im Winter 1735/1736 als Kommentar zum Brief Nr. 17 von Daniel Bernoulli vor; dieser Kommentar wurde 1862 in Eulers *Opera postuma* abgedruckt (E. 830) und wird hier als Zugabe dem Brief Nr. 17 angefügt<sup>63</sup>. Später fand Euler eine allgemeine Regel, um derartige Differentialgleichungen – sogar beliebiger Ordnung – zu lösen (cf. Brief Nr. 43).

In der ersten Hälfte der 1740er Jahre wurden auch noch die durch vibrierende elastische Streifen verursachten Töne angesprochen<sup>64</sup>.

62 Cf. Brief Nr. 12, p. 137 / 141 h.v.

63 Cf. p. 175–178 / 179–182 h.v.

64 Cf. die Briefe Nr. 54, 60–66, 74.

### III.2.4. Strömungslehre

Die im Briefwechsel angesprochenen Probleme der Strömungslehre sind anfänglich fast durchwegs mit der Herausgabe und dem Inhalt von Daniel Bernoullis *Hydrodynamik* verbunden. Dieses Thema taucht bereits 1734 auf und erstreckt sich bis in die Mitte der 1740er Jahre. Es betrifft zunächst die editorischen Probleme mit der *Hydrodynamik*, deren Widmung an die russischen Autoritäten, den sich verzögernden Versand der fertigen Bände von Strassburg nach Petersburg und schliesslich auch den Inhalt des Werkes selbst.

Einen ersten Entwurf der *Hydrodynamik* hat Daniel Bernoulli noch vor seiner Rückreise nach Basel im Herbst 1733 in Petersburg vorbereitet. Dieser Entwurf – er trägt den Titel *De motu et actione fluidorum Liber primus* – verblieb im Archiv der Petersburger Akademie, wo er bis heute liegt<sup>65</sup>. Bis zum Herbst 1734 wurde die Druckvorlage des Werkes fertiggestellt und dem Verleger Johann Reinhold Dulsecker in Strassburg zur Publikation eingereicht. Daniel Bernoulli liess im Septemberheft der Zeitschrift *Mercure Suisse* einen offenen Brief erscheinen (1734), in dem er den Inhalt seines Werkes detailliert ankündigte; dabei hat er übrigens das Wort «Hydrodynamik» erstmals öffentlich verwendet. Doch der Druck des Buches zog sich enorm in die Länge, so dass das *magnum opus* erst im Frühjahr 1738 erscheinen konnte<sup>66</sup>.

Im Zusammenhang mit Daniel Bernoullis *Hydrodynamik* kommt 1739/40 auch Johann I Bernoullis *Hydraulik* zur Sprache, die der missgünstige Vater – sozusagen als Konkurrenzwerk – sofort nach dem Erscheinen der *Hydrodynamik* seines Sohnes gegenübergestellt hat<sup>67</sup>.

Euler erhielt sein Exemplar von Daniel Bernoullis *Hydrodynamik* in Petersburg erst im Frühjahr 1739, ein Jahr nach ihrer Veröffentlichung, und gab seiner Bewunderung dieses «unvergleichlichen Werkes» Ausdruck, mit welchem sein Verfasser «unsterblichen Ruhm» erworben habe (cf. Brief Nr. 38). Die grosse Verzögerung bei der Auslieferung der *Hydrodynamik* führte jedoch dazu, dass Johann Bernoullis

65 Der ca. 400 handschriftliche Seiten enthaltende Entwurf entspricht den ersten 12 Sektionen der publizierten *Hydrodynamik* und unterscheidet sich vom definitiven Text durch etwas geringere Allgemeinheit der Darlegung und durch das Fehlen der Hinweise zu Experimenten, die in der definitiven Version mehreren Sektionen beigelegt sind. Gemäss C. Truesdells Vorschlag ist vorgesehen, den Entwurf in Band 4 der *Werke* Daniel Bernoullis zu publizieren.

66 Die recht komplizierte Editions-geschichte von Daniel Bernoullis *Hydrodynamik* ist – unter Benutzung seiner Korrespondenz mit Leonhard Euler – in der Einleitung zu ihrer modernen Neuausgabe in Band 5 der *Werke* von Daniel Bernoulli dargestellt worden (cf. Mikhajlov 2002, p. 19–35). Dort wird angegeben, die *Hydrodynamik* sei nicht in Strassburg, sondern in Basel gesetzt worden. Tatsächlich ist auf dem Titelblatt jedoch nur die Verwendung von Drucktypen des Basler Druckers Johann Heinrich Decker erwähnt; es ist also nicht definitiv geklärt, ob Decker bloss Lettern für Dulsecker hergestellt hat oder der Satz unter Bernoullis Augen in Basel erfolgte und dann die Druckplatten (oder sogar die fertigen Bogen) nach Strassburg geliefert wurden. Übrigens existieren zwei textlich identische, aber mit unterschiedlichen Vignetten gestaltete Varianten des Titelblatts der *Hydrodynamik*.

67 Zur Entstehung und Publikation von Johann I Bernoullis *Hydraulik* cf. die Einleitung zu dessen Briefwechsel mit Euler (O. IV A, 2, p. 64–67).

*Hydraulik* Euler im März 1739 beinahe zur gleichen Zeit erreichte. Deshalb erachtete es Euler als notwendig, im selben Brief an Daniel auch die «unvergleichliche Theorie» von dessen Vater zu erwähnen.

Hinsichtlich der mathematischen Berechnungen in der *Hydrodynamik* schrieb Euler an Daniel Bernoulli, er habe «die meisten nachgerechnet und für richtig befunden». Nur in einer komplizierteren Integration habe er – direkt aus der Struktur der Endformel – einen Fehler bemerkt und korrigiert. Pikanterweise ist die von Euler korrigierte Integralformel aber ebenfalls fehlerhaft (cf. Brief Nr. 38, Anm. 5).

Das missliche Verhältnis Daniels zu seinem Vater wird anlässlich der Herausgabe von dessen *Hydraulik* mehrfach thematisiert. Johann Bernoullis hydraulische Untersuchungen werden in Daniels Briefwechsel mit Euler erstmals im November 1738 erwähnt. Ein halbes Jahr nach dem Erscheinen von Daniels *Hydrodynamik* teilte Johann Bernoulli Euler mit, er wolle ihm nächstens den ersten Teil seiner hydraulischen Überlegungen zusenden<sup>68</sup>, und überliess diesen recht umfangreichen Brief, wie üblich, seinem Sohn zur Expedition nach Petersburg, um die Portospesen zu verringern. Daniel wunderte sich, dass der Vater ihm nicht auch die Ablieferung des Manuskripts der *Hydraulik* anvertraut hatte (cf. Briefe Nr. 35 und 37). Erst später wurde verständlich, dass Johann seine hydraulischen Untersuchungen seinem Sohn keinesfalls im voraus zeigen wollte, weil er darin Anspruch auf bereits von Daniel veröffentlichte Forschungsergebnisse erhoben hatte. Den Empfang des zweiten Teils von Johann Bernoullis *Hydraulik* bestätigte Euler im September 1740 (Brief Nr. 50). Dabei lenkte er die Aufmerksamkeit auf einige Differenzen zwischen den beiden Bernoulli hinsichtlich der Bestimmung des Rückstosses, den ein Wasserstrahl ausübt. Dieses Problem wird in den nächsten Briefen von Daniel Bernoulli gründlich diskutiert (cf. Briefe Nr. 54, 59 und besonders Nr. 60), wobei Bernoulli der Meinung Eulers nicht immer beistimmt.

Mit dem Druckjahr 1742 erschien die vierbändige Werkausgabe von Johann I Bernoulli<sup>69</sup>, redaktionell vorbereitet von dessen jüngstem wissenschaftlich tätigen Sohn Johann II. Der verkürzte Titel lautete: *Johannis Bernoulli Opera omnia, tam antea sparsim edita quam hactenus inedita* («Johann Bernoullis sämtliche, teils zuvor einzeln veröffentlichte, teils bisher unveröffentlichte Werke»). Schon von Anfang an hegte Daniel den Verdacht, sein Vater könnte die Aufnahme einiger «bisher unveröffentlichter» Abhandlungen planen, in denen wichtige, bereits publizierte Resultate von Daniel enthalten seien (cf. Briefe Nr. 59, 60). Doch Daniel Bernoullis Empörung erreichte ihren Höhepunkt, als er Monate später den vierten Band der *Werke* seines Vaters einsah, der den Untertitel ANEKΔOTA trägt. Dort nämlich fand sich Johann Bernoullis *Hydraulik*, die durch Eulers Vermittlung 1739/40 zur Veröffentlichung an die *Petersburger Commentarii* gesandt worden war, aber wegen der ständig anwachsenden Verzögerungen von deren Druck noch

68 Cf. Johann Bernoullis Brief vom 11. Oktober 1738 (O.IV A, 2, p. 247 / 254).

69 Alle vier Bände tragen das Druckjahr 1742 auf dem Titelblatt; tatsächlich erschienen sie jedoch frühestens im Frühjahr 1743, denn die im ersten Band vorangestellte Vorrede des Herausgebers an den Leser ist mit dem 1. März 1743 datiert.

nicht hatte erscheinen können. Diese Abhandlung qualifizierte Johann I Bernoulli nun in seinen *Werken* als «jetzt erstmals entdeckt und aus den mechanischen Grundlagen erwiesen» und datierte sie mit «Anno 1732». Diese frei erfundene Datierung wurde zweifellos – ohne jeden Bezug zur Realität – auf dem Titelblatt eingefügt, um die Verdienste Daniels auf diesem Gebiet zu schmälern.

Um die Wirkung dieses Vorgehens zu dokumentieren, genügt es vollauf, eine einzige emotionale Äusserung Daniels zu Johanns *Hydraulik* anzuführen, nämlich aus seinem Brief an Euler vom 4. September 1743 (Brief Nr. 63, p. 566 / 573 h.v.):

«Meiner ganzen *Hydrodynamik*, in welcher ich doch wahrheitsgemäss meinem Vater kein Iota zu verdanken habe, werde ich auf einen Schlag völlig beraubt und verliere so in einer Stunde die Früchte einer zehnjährigen Arbeit [...]»

Die Erschütterung war derart heftig, dass Daniel Bernoulli alle seine Pläne für eine Neuauflage und eine Übersetzung der *Hydrodynamik* ins Französische, die er früher erwähnt hatte, für immer aufgab.

Leider fehlen uns alle entsprechenden Briefe Eulers, so dass wir seine wahre Position in diesem Konflikt nicht kennen. Wir wissen lediglich, dass er den zweiten Teil von Johann I Bernoullis *Hydraulik* an sich hoch eingeschätzt hat («welche mir ausserordentlich gut gefällt», schrieb er im September 1740, nachdem er diesen Teil erhalten hatte<sup>70</sup>). Im einzelnen wird jedoch die fehlerhafte Bestimmung der Rückstosskraft des aus einem Gefäss ausfliessenden Wassers durch Johann Bernoulli bemängelt<sup>71</sup>. Euler wies seinen alten Lehrer sofort auf diesen Fehler hin, doch dieser bestand hartnäckig auf seiner fehlerhaften Lösung<sup>72</sup>.

Wiederholt wird im Briefwechsel die in Sektion XIII der *Hydrodynamik* vorgeschlagene neue Art der Schifffahrt mit Wasserstrahlantrieb diskutiert<sup>73</sup>.

Der hydrodynamische Widerstand der Körper kommt im Briefwechsel ebenfalls zur Sprache. Im Mai 1739 (Brief Nr. 38) erörtert Euler seine Absicht, in Petersburg Experimente zum Widerstand von Körpern verschiedener Form im Wasser anzustellen, und etwas später – noch in demselben Jahr – berichtet er kurz über einige diesbezügliche Ergebnisse (Briefe Nr. 41 und 43), leider ohne konkrete Resultate der Petersburger Experimente zu vermelden. Daniel Bernoulli zeigte grosses Interesse für diese experimentellen Untersuchungen (cf. Briefe Nr. 40, 42 und 45) und äusserte dabei einige allgemeine Ideen zur Berechnung des Widerstandes aufgrund der Analyse der Geschwindigkeits- und Richtungsänderung der den Körper umfliessenden Wasserpartikel (Brief Nr. 40). Diese Ideen benutzte er dann (1743, Brief Nr. 64) anlässlich der Besprechung des Widerstandes des kosmischen Äthers, wo er sie detaillierter darstellte. Euler fand diese Überlegungen interessant (cf. Brief

70 Cf. Brief Nr. 50, p. 437 / 445 h.v.

71 Cf. Briefe Nr. 50, 51, 54, 59–61, 63.

72 Cf. O. IV A, 2, p. 66.

73 Cf. Abschnitt III.2.8 (Schiffswesen), p. 67f h.v.

Nr. 65) und entwickelte sie in den Kommentaren zu seiner 1745 publizierte Übersetzung der *Neuen Grundsätze der Artillerie* von Benjamin Robins weiter zu einer Erklärung der Natur des hydrodynamischen Widerstandes (cf. E. 77, Anmerkung 3 zum 1. Satz des 2. Kapitels). In diesem Gedankengang Eulers sieht man heute eine Voraussetzung zur physikalischen Erklärung des sogenannten d'Alembertschen Paradoxons, das Euler selbst nie als solches bezeichnet hat.

Speziell diskutiert Daniel Bernoulli den Unterschied der Widerstände zwischen einem Körper, der in einer Strömung gegebener Geschwindigkeit ruht, und einem, der sich mit derselben Geschwindigkeit durch eine ruhende Flüssigkeit bewegt (cf. Briefe Nr. 76, 77).

Im Brief Nr. 71 wird unter anderem die ballistische Hypothese von Robins aufgegriffen, der Luftwiderstand bei hohen Geschwindigkeiten sei proportional zu  $v + \alpha v^2$ ; später (1764) wird auch die Bewegung der Luft bei Temperaturdifferenzen thematisiert (cf. Briefe Nr. 99, 100).

Abgesehen von dem Problem des Rückstosses des ausfliessenden Strahles, das im Kontext der Kontroverse zwischen Johann und Daniel Bernoulli diskutiert wird, erscheinen in unserem Briefwechsel nur wenige konkrete hydraulische Probleme. Beispielsweise spricht Bernoulli den gehemmten Ausfluss von Wasser durch eine Öffnung an, vor der sich in der Nähe eine Abschirmung befindet (Brief Nr. 78). Einige kritische Bemerkungen bringt Daniel Bernoulli an im Zusammenhang mit d'Alemberts Lösungen gewisser hydraulischer Probleme, die er systematisch zerpfückt (cf. Briefe Nr. 73, 74, 77, 79, 83, 91, 93).

Flüchtig berührt Bernoulli, im Zusammenhang mit den Untersuchungen Eulers über die Flüssigkeitsbewegung in elastischen Röhren, welche dieser für den ersten Concours der Akademie von Dijon eingesandt hatte<sup>74</sup>, auch das Problem der Blutzirkulation (cf. Briefe Nr. 64, 65).

### III.2.5. Astronomie<sup>75</sup>

Der Grossteil der Stellen im erhaltenen Briefwechsel zwischen Leonhard Euler und Daniel Bernoulli, an denen astronomische Themen diskutiert werden, betrifft die Himmelsmechanik als die dominierende Disziplin der theoretischen Astronomie des 18. Jahrhunderts. Ihre diesbezügliche Forschung wurde – wie in so vielen anderen Bereichen auch – hauptsächlich durch die Preisfragen der Pariser Akademie angeregt und geprägt<sup>76</sup>. In über zwei Dritteln der Briefe mit astronomischen

<sup>74</sup> Cf. Brief Nr. 64, Anm. 11.

<sup>75</sup> Etwa gleichzeitig mit diesem Abschnitt der Einleitung verfasste unser Mitarbeiter Andreas Verdun, der Autor der astronomischen Briefkommentare dieses Bandes, eine zweibändige Monographie *Entwicklung, Anwendung und Standardisierung mathematischer Methoden und physikalischer Prinzipien in Leonhard Eulers Arbeiten zur Himmelsmechanik* (Habilitationsschrift Universität Bern, 2010; veröffentlicht als Verdun 2015). Zudem verweisen wir auf Verduns Einleitungen zu den beiden letzten ausstehenden Bänden der Werkreihen der *Opera omnia* (O. II, 26 und 27 zur Himmelsmechanik).

<sup>76</sup> Cf. Maindron (1881, 1888); Hahn (1971).

Themen werden aktuelle Probleme und Fragestellungen der damaligen Himmelsmechanik behandelt, wobei die *Mondtheorie* und die *Grosse Ungleichheit* in den Bewegungen von Jupiter und Saturn als spezielle Anwendungen des Dreikörperproblems klar im Vordergrund stehen. Im restlichen Drittel werden Aufgaben zur *Sphärischen Astronomie* gelöst und Erklärungen für gewisse Phänomene aus der *Kosmischen Physik* versucht, die sich auf astronomische Beobachtungen beziehen.

### III.2.5.1. Himmelsmechanik

#### III.2.5.1.1. Mondtheorie

Newton war nicht in der Lage, die Bewegung des Mondes mit Hilfe des Gravitationsgesetzes hinreichend exakt (verglichen mit der damaligen Beobachtungsgenauigkeit) zu beschreiben<sup>77</sup>. Insbesondere konnte er aus diesem Gesetz nur den halben Wert der beobachteten Apsidendrehung der Mondbahn herleiten<sup>78</sup>. Dieses Problem blieb bis fast zur Mitte des achtzehnten Jahrhunderts ungelöst. Daniel Bernoulli hat sich vermutlich erst gegen Ende der 1730er Jahre, im Zusammenhang mit seinen Arbeiten über die Gezeiten<sup>79</sup>, eingehender mit der Bewegung des Mondes befasst, wie aus seinem Brief an Euler vom 7. März 1739 (Nr. 37) hervorgeht. Insbesondere scheint er dazu die Publikationen von Machin (1729, 1738) studiert zu haben<sup>80</sup>. Euler hingegen muss sich schon seit seiner Basler Zeit mit der Mondtheorie beschäftigt haben, wie einige unpublizierte Fragmente (*Petersb. Ms.* Nr. 271, 272) sowie sein zweites *Notizbuch* (*Petersb. Ms.* Nr. 398) belegen.

Euler versuchte vorerst, die Bewegung des Mondes im Rahmen des Zweikörperproblems zu beschreiben. Die Grundzüge dieser noch auf dem *Keplerproblem* beruhenden Mondtheorie kommen in einem Fragment, das zwischen 1727 und 1730 entstanden ist (*Petersb. Ms.* Nr. 273), schon deutlich zum Ausdruck<sup>81</sup>. Der Inhalt korrespondiert mit Eulers Aufzeichnungen in seinem ersten *Notizbuch*<sup>82</sup>. Doch erst in Kapitel V seiner *Mechanik* (E. 15) behandelt Euler direkte und inverse Zentralkraft-Probleme im allgemeinen, die er dann jeweils auch speziell zur Bestimmung der Mondbewegung anwendet. In einem Fragment aus den frühen 1740er Jahren (*Petersb. Ms.* Nr. 276) versucht er, die aus dem Zweikörperproblem folgenden Gleichungen zu verallgemeinern, um die Wirkung der Sonne (als Störkörper) berücksichtigen zu können. Diese Aufzeichnung stellt den Übergang der Eulerschen Mondtheorie (und seiner Himmelsmechanik überhaupt) vom Zwei- zum Dreikörperproblem und somit zur Störungstheorie im eigentlichen Sinne dar. Euler vollzog diesen Wechsel in einem unpublizierten Fragment von 1743/45 (*Petersb. Ms.*

<sup>77</sup> Cf. Cohen (1975); Whiteside (1976); Cohen–Whitman (1999, p. 246–257); Kollerstrom (2000).

<sup>78</sup> Cf. Waff (1976, p. 1–49; 1995); Cohen–Whitman (1999, p. 257–264); Chapront-Touzé (2002, p. xxxi–lxxviii).

<sup>79</sup> Cf. D. Bernoulli (1741, DB. 33); Briefe Nr. 40–45, 47, 48, 50, 51, 55, 58, 64, 65 und 79.

<sup>80</sup> Cf. Briefe Nr. 37 und 52.

<sup>81</sup> Cf. Verdun (2013).

<sup>82</sup> Cf. *Petersb. Ms.* Nr. 397, Bl. 121v–122v, 125r–127r, 132r–132v.



Nr. 281) und in der Abhandlung *Sur le mouvement des nœuds de la Lune et sur la variation de son inclinaison à l'écliptique*, die er am 5. Oktober 1744 in der Berliner Akademie las und von der damals nur eine französische Zusammenfassung erschien<sup>83</sup>. Die lateinische Originalversion (E. 138) hat Euler am 9. April 1748 zusammen mit anderen Abhandlungen an J.D. Schumacher gesandt<sup>84</sup>; am 2. September 1748 wurde sie der Petersburger Akademie vorgelegt.

Den Anlass zu dieser Arbeit hatte vermutlich ein Brief von Clairaut an Euler vom 23. August 1744 gegeben, in dem jener das ungelöste Problem der Knotendrehung der Mondbahn und dessen Behandlung durch Newton anspricht<sup>85</sup>. Diesem Brief legte Clairaut eine Kopie seiner noch ungedruckten Abhandlung (1746b) zur Mondtheorie bei und bat um Eulers Stellungnahme. Aus Eulers Brief an Delisle vom 8. Mai 1745 (R 514) wissen wir, dass er nach langer vergeblicher Arbeit an der Mondtheorie endlich den Durchbruch geschafft hatte. Er sei nun in der Lage, den Ort des Mondes viel genauer und viel leichter zu berechnen als mit den üblichen Tafeln (z. B. jenen von Cassini). In einem weiteren Brief an Delisle vom 12. Juni 1745 teilt Euler diesem seine ersten Ergebnisse zur Mondbewegung und zum Problem der Apsiden- und Knotendrehung mit (cf. Bigourdan 1917, p. 316–318).

Eulers Erfolg beruhte auf einer *neuen Methode*, mit der das Problem der Mondbewegung einfacher und vor allem allgemeiner angegangen werden konnte. Diese neue Methode besteht in der Anwendung des nach der Zeit parametrisierten dreidimensionalen Impulssatzes, aus dem Euler die Bewegungsgleichungen herleitet, wie er in seinen allgemeinen Untersuchungen über die Bewegung der Himmelskörper in aller Ausführlichkeit dargelegt hat (cf. E. 112, § 53–54), und des von ihm schon früher gefundenen Prinzips des Kräftetransfers. Die Aufzeichnungen im vierten *Notizbuch* (*Petersb. Ms.* Nr. 400) zeigen, dass Euler bereits seit 1743 im Zusammenhang mit seinen Untersuchungen zur Bestimmung der Bewegung flexibler Körper den nach der Zeit parametrisierten Impuls- und Drehimpulssatz in zwei Dimensionen als zentrale Methode etabliert hatte<sup>86</sup>. Diese Seiten des Notizbuches lassen sich mit Hilfe von Eulers Briefwechsel mit Goldbach und Johann I Bernoulli sehr genau datieren<sup>87</sup>.

Dieselben Bewegungsgleichungen bilden dann auch die Grundlage für Eulers Arbeiten zur Grossen Ungleichheit in den Bewegungen zwischen Jupiter und Saturn (E. 120) sowie für seine erste Mondtheorie (E. 187). Das Fragment Ms. 281 und die Abhandlung E. 138 können daher mit Recht als Übergang vom (zweidimensionalen) Zweikörperproblem (Keplerproblem) zum (dreidimensionalen) Dreikörperproblem (nach der Zeit parametrisierte Bewegungsgleichungen in drei Dimensionen) betrachtet werden. Man erkennt in dieser Abhandlung, dass gegenüber

83 Cf. E. 138a: *Mém. Berlin* (1745) 1746, Hist., p. 40–44.

84 Cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 123–125.

85 Cf. O. IV A, 5, p. 156–159.

86 Cf. *Petersb. Ms.* Nr. 400, Bl. 225r, 226r–229r, 246r; E. 174.

87 Cf. *Petersb. Ms.* Nr. 400, Bl. 203r, mit Goldbachs Brief vom 4. Mai 1743; Bl. 221v mit Eulers Brief an Goldbach vom 15. Oktober 1743; Bl. 243r mit Daniel Bernoullis Brief Nr. 65 vom 4. Februar 1744 sowie Johann I Bernoullis Brief (R 225) von Anfang April 1744.

der herkömmlichen Behandlung des Problems bis ca. 1742 bei Euler ab ca. 1743 ein grundlegender Wandel der Methode stattgefunden hat<sup>88</sup>.

Aus den Briefen Daniel Bernoullis an Euler, in denen die Mondtheorie und das Problem der Grossen Ungleichheit in den Bewegungen von Jupiter und Saturn zur Sprache kommen, wird ersichtlich, dass Bernoulli von Eulers neuer Methode entweder keine Kenntnis hatte oder sie bezüglich ihrer allgemeinen Gültigkeit noch ungenügend verstanden haben muss (cf. Briefe Nr. 73 und 82) – dies, obwohl er an der Anwendung und Standardisierung des Impulssatzes (in einer Dimension) massgebend beteiligt gewesen war<sup>89</sup>.

Im Zusammenhang mit der Gravitationstheorie ist das Problem der Apsidendrehung des Mondes ein Thema, das in der Folge öfters zur Sprache kommt (cf. Briefe Nr. 82, 86, 91 und 93). Euler versucht die Apsidendrehung im Rahmen des Zweikörperproblems mit Hilfe eines «verallgemeinerten Gravitationsgesetzes» zu beschreiben<sup>90</sup>. Sodann diskutiert er die verschiedenen möglichen vorwärts (*in consequentia*) und rückwärts (*in antecedentia*) gerichteten Bewegungen der Apsidenlinie mit Hilfe der gefundenen Gleichungen auf qualitative und quantitative Weise und bestimmt die Orte der maximalen und minimalen Änderungen<sup>91</sup>.

Diese Ideen entwickelte er in seiner *Mechanik* weiter (cf. E. 15, Kap. V). Ab etwa 1743/44 war er in der Lage, die allgemein gültigen Bewegungsgleichungen aufzustellen und damit die Bewegung des Mondes als Dreikörperproblem *analytisch* zu behandeln. Vermutlich gleichzeitig mit Clairaut stellte er fest, dass sich die beobachtete Bewegung der Apsidenlinie der Mondbahn scheinbar nicht aus dem Gravitationsgesetz herleiten liess<sup>92</sup>. Clairaut hat Euler erstmals in einem Brief vom 3. September 1747 auf dieses Problem angesprochen und seine Vermutung, die beobachtete Apsidenbewegung sei nicht mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz vereinbar, in einem versiegelten Couvert bei der Pariser Akademie deponiert<sup>93</sup>. Im nachfolgenden Brief an Euler vom 11. September 1747 (cf. O. IV A, 5, p. 173–175) schlug Clairaut vor, das Gravitationsgesetz durch einen zusätzlichen Term zu erweitern (cf. Clairaut 1749a, p. 358 und 362); dadurch hoffte er auch das Problem der Grossen Ungleichheit in den Bewegungen von Jupiter und Saturn lösen zu können. In seinem Antwortschreiben an Clairaut vom 30. September 1747 (cf. O. IV A, 5, p. 175–177) bestätigte Euler Clairauts Feststellung und seine Vermu-

88 Man betrachte dazu auch Clairauts *Mémoire* (1745), das er der Pariser Akademie am 22. Dezember 1742 ankündigte (cf. *Proc.-verb.* 1742: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55737g>, p. 461) und vom 2. März bis zum 6. April 1743 dort vorgetragen hat (cf. *Proc.-verb.* 1743: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55738t>, p. 151, 153, 164, 168, 184, 185, 199, 201, 204 sowie die ins Protokoll eingeschobenen Seiten p. 205\*–240\*, welche Clairauts *Mémoire* enthalten).

89 Cf. Brief Nr. 59; Brief R 402: O. IV A, 5, p. 144–145; Clairaut (1745, p. 1 und 9).

90 Cf. *Petersb. Ms.* Nr. 273, Prop. II, Bl. 3r–3v.

91 Cf. *ibid.*, Bl. 8r.

92 Cf. *Petersb. Ms.* Nr. 281; E. 112, speziell §§ 6 und 11, sowie O. IV A, 5, p. 175–177, und O. IV A, 6, p. 94–95.

93 Cf. O. IV A, 5, p. 169–172, insb. p. 172, Anm. 2 und 3. Die betreffende Abhandlung (1749a) hat Clairaut am 15. November 1747 vor der Pariser Akademie gelesen.



tung, dass das Gravitationsgesetz zu modifizieren sei, obwohl er die Knotendrehung der Mondbahn zu diesem Zeitpunkt schon – innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit – aus dem (nicht modifizierten) Gravitationsgesetz herleiten konnte (cf. E. 138). Die nachfolgenden Untersuchungen haben Clairaut 1749 auf die Lösung dieses «Scheinproblems» geführt<sup>94</sup>; dennoch blieb er einen stichhaltigen Beweis für die Richtigkeit und Allgemeingültigkeit des Gravitationsgesetzes schuldig. Diesen hat erst Euler in seiner Mondtheorie von 1753 geliefert (cf. E. 187, Kap. VIII).

### III.2.5.1.2. Grosse Ungleichheit

Dieser zweite thematische Schwerpunkt<sup>95</sup> bezieht sich auf die Bewegung des Saturn. Die Entdeckung einer langperiodischen Anomalie in den Bewegungen von Jupiter und Saturn, die später unter dem Begriff «Grosse Ungleichheit» bekannt wurde<sup>96</sup>, geht vermutlich auf Kepler zurück. Dieser erkannte, dass sich die Konstellationen von Jupiter und Saturn bezüglich des Tierkreises nach ungefähr 800 Jahren wiederholen<sup>97</sup>. Von einer Konjunktion der beiden Planeten bis zur nächsten dauert es 19.86 Jahre. Jeweils in 59.58 Jahren bilden drei aufeinanderfolgende Konjunktionen ein fast geschlossenes gleichseitiges Dreieck, wobei sich die Position der vierten Konjunktion gegenüber der ersten jeweils um  $8.1^\circ$  verschiebt. Nach  $120^\circ$  findet an ein und derselben Stelle im Tierkreis wieder eine Konjunktion statt. Daraus ergibt sich eine Periode von  $\frac{120^\circ}{8.1^\circ} \cdot 59.58 \approx 882.7$  Jahren.

Die Periode von 43 Konjunktionen oder ungefähr 854 Jahren war somit einigermaßen, wenn auch nur ungenau, bekannt<sup>98</sup>. Das Problem bestand aber darin, die Positionen bzw. die ekliptikalen Längen von Jupiter und Saturn theoretisch so zu bestimmen, dass sie mit den Beobachtungen übereinstimmten, ohne dass man das aus kurz- und langperiodischen Störungen zusammengesetzte «Störungsmuster» *a priori* kannte<sup>99</sup>. Insbesondere waren die *Amplitude* und die *Phase* dieser langperiodischen Störung – der «Grossen Ungleichheit» – unbekannt, und man erwartete, dass die Bewegungen (Positionen zu jedem beliebigen Zeitpunkt) von Jupiter und Saturn, die sich aufgrund ihrer Anziehung gegenseitig stören, aus dem Gravitationsgesetz hergeleitet werden könnten. Da dies seit dem Erscheinen von Newtons *Prinzipien* im Jahr 1687 nicht gelungen war, entschied sich die Kommission der Pariser Akademie am 26. März 1746 für dieses Problem als Preisfrage für das Jahr 1748. In der öffentlichen Versammlung der Akademie vom 20. April 1746 wur-

94 Cf. Waff (1976, Chapter V, sowie 1995, p. 44–45).

95 Cf. die Briefe Nr. 81–86, 88–90, 93 und 111.

96 Cf. Le Monnier (1746), zweite Marginalie auf p. lviii.

97 Cf. Kepler (1596, p. 8–9); C.A. Wilson (1985, p. 36–38; 1995, p. 94–95 und 99); Verdun (2000b, p. 33–37).

98 Cf. Flamsteed (1683, p. 254); Le Monnier (1746, p. li).

99 Cf. C.A. Wilson (1985, p. 35). – Euler schreibt dazu: «Et sera-t-on par-là en état de déterminer pour chaque tems donné le lieu de cette planete, à moins d’une minute près? C’est sans doute la principale demande» (E. 120, § 6: O. II, 25, p. 48).

de diese Preisfrage, die auf eine Initiative von Le Monnier zurückging<sup>100</sup>, offiziell angekündigt (cf. *Proc.-verb.* 1746: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55741q>, p. 87).

Sowohl Euler als auch Daniel Bernoulli machten sich sogleich an die Arbeit, wobei Euler von seiner «neuen Methode» ausgehen konnte<sup>101</sup>, während Daniel Bernoulli sich vermutlich durch die kurz zuvor erschienenen Publikationen von Machin und Le Monnier inspirieren liess<sup>102</sup>.

In der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel befindet sich ein von Daniel Bernoulli selbst vollständig ausgearbeitetes und überarbeitetes Manuskript mit dem Titel *Recherches Mechaniques et Astronomiques sur la theorie de Saturne et de Jupiter tendantes à expliquer et à déterminer parfaitement les inegalités que ces deux planetes se causent mutuellement tant vers le tems de leur conjunction que pendant tout leur mouvement*<sup>103</sup>. Dabei handelt es sich höchstwahrscheinlich um das Originalmanuskript der von Bernoulli in Paris eingereichten Preisschrift für das Jahr 1748<sup>104</sup>. Auf dieses Manuskript folgt ein weiteres mit dem Titel *Suite des Recherches Mechaniques et Astronomiques sur la theorie de Saturne etc. adressées à l'Academie Royale des sciences pour concourir au prix de l'année 1748 sous la devise Labor improbus omnia vincit*<sup>105</sup>.

In der oben erwähnten Preisschrift nennt Daniel Bernoulli die Voraussetzungen, die er seiner Theorie über die Bewegung des Saturn zugrunde legt:

1. Die natürlichen [ungestörten] Bahnen von Saturn und von Jupiter seien als perfekte Kreise anzusehen, in deren gemeinsamem Zentrum sich die Sonne befinde.
2. Unter dieser Voraussetzung [Vernachlässigung der Exzentrizitäten, Sonne mit unendlich grosser Trägheit] könnten die gesuchten Störungen als unendlich viel kleiner angesehen werden als die natürlichen [durch die Bahnexzentrizitäten entstehenden] Variationen.

100 J. Cassini (1748, Hist., p. 95–101), sowie Le Monnier (1751a–b).

101 Es ist bemerkenswert, dass Euler sich schon um 1727 kurz mit dem Problem der Bewegungen von Jupiter und Saturn beschäftigt haben muss, wie aus seinem zweiten *Notizbuch* ersichtlich wird (*Petersb. Ms.* Nr. 398, Bl. 40v–41r).

102 Cf. Machin (1738), Le Monnier (1746).

103 Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 1r–35v («Recherches»), 36r–39v («Preface»).

104 Cf. O. IV A, 5, p. 183, Anm. 2. Das erwähnte Manuskript war ursprünglich für Band 3 der *Werke* von Daniel Bernoulli vorgesehen, wurde aber dort nicht veröffentlicht.

105 Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 40r–50r. Dieser Teil des Manuskripts wurde vermutlich im Sommer 1751 verfasst, wie aus dem einleitenden Satz (Bl. 40r) zu schliessen ist: «C'est cette circonstance, qui m'a enfin déterminé de concourir de nouveau pour cette question proposée pour la troisieme fois». Tatsächlich wurde die Preisaufgabe zunächst für 1750, dann für 1752 erneut ausgeschrieben. Ob Daniel Bernoulli dabei nochmals um den Preis konkurriert hat, geht aus seinem Briefwechsel mit Euler nicht hervor; die zahlreichen eigenhändigen Überarbeitungen und Korrekturen in seiner Preisschrift für 1748 lassen es jedenfalls vermuten.

3. Da die [im folgenden zu bestimmende] Fundamentalgleichung vermutlich nicht absolut [d. h. analytisch geschlossen] integriert werden könne, greife er auf Reihenentwicklungen und einige andere neue Hilfsmittel zurück.

Bernoulli «begründet» die ersten beiden Annahmen im Vorwort mit folgenden Aussagen:

1. Das System von Newton unterscheide sich nur sehr wenig von demjenigen Keplers.
2. Newton habe lediglich die Sonne als Fixpunkt durch das Schwerezentrum des Planetensystems ersetzt, um das die Sonne eine kleine Bahn beschreibe.
3. Wenn die Masse der Sonne im Vergleich zu derjenigen der Planeten als unendlich betrachtet werden könnte – obschon man ja wisse, dass dieses [Massen]verhältnis in Wirklichkeit endlich ist und sich die Sonne deshalb gemäss der Newtonschen Hypothese ungefähr um die Länge ihres Durchmessers verschieben kann –, wären die beiden Systeme identisch.
4. Obwohl das System von Newton vernunftgemässer erscheine, sei jenes von Kepler besser den Beobachtungen angepasst.
5. Die Störungen liessen sich «wahrscheinlicher» [d. h. mit besserer Annäherung an die Realität] bestimmen, wenn man das Zentrum der Sonne als fest und nicht als beweglich annehme.

Daniel Bernoulli versucht also die Keplerschen Hypothesen mit Newtons mechanischen Prinzipien in Einklang zu bringen, weil ihm die Annahme einer raumfesten Sonne als die einfachste, natürlichste und den Phänomenen am besten angepasste erscheint. Dadurch glaubt er das Problem rein geometrisch (und nicht störungstheoretisch im Sinne des Dreikörperproblems) angehen zu können. Falls sich im nachhinein herausstellen sollte, dass die beobachteten Ungleichheiten in der Bewegung von Saturn nicht allein durch die Wirkung von Jupiter erklärt werden können, wird man die Wirkung der Planeten auf die Sonne berücksichtigen müssen, um zu sehen, ob die beobachteten Bahnbewegungen so besser zu erklären sind.

Es ist nicht auszuschliessen, dass Bernoulli durch das Vorwort der *Institutions astronomiques* zu diesen Annahmen verleitet worden ist, denn Le Monnier schreibt<sup>106</sup>: «Nos deux grosses Planetes Jupiter et Saturne peuvent bien déplacer le Soleil de son diametre, lorsqu'elles se trouvent en conjonction: mais notre Soleil vû d'une Etoile fixe, n'ayant aucun diametre apparent, son mouvement autour du centre commun de gravité, ne seroit aucunement sensible.»

Es ist jedoch letztlich unmöglich, das Problem ohne die Hilfe von Bewegungsgleichungen, die im Rahmen des Dreikörperproblems hergeleitet werden und in denen sämtliche wirkenden Kräfte einschliesslich der Scheinkräfte richtig berücksichtigt werden (wie es Euler in E. 112 bzw. E. 120 getan hat) auch nur annähernd

106 Cf. Le Monnier (1746, p. li).

zu lösen. Mit welcher Methode dann die allgemein gültigen Bewegungsgleichungen gelöst werden (ob numerisch oder durch Reihenentwicklungen), ist ein anderes Problem, das – je nach Lösungsansatz – zu weiteren «Artefakten» führen kann. Es sei hier daher nochmals betont, dass Daniel Bernoulli von Eulers neuer Methode<sup>107</sup> (Aufstellung der Bewegungsgleichungen mit Hilfe des dreidimensionalen Impulssatzes) und insbesondere von Eulers innovativer Idee des Kräftetransfers entweder noch keine Kenntnis hatte oder diese bezüglich ihrer allgemeinen Gültigkeit ungenügend verstanden haben muss. Aus dieser Sichtweise lassen sich seine Briefe an Euler, in denen das Problem der Grossen Ungleichheit diskutiert wird, besser verstehen und interpretieren.

Daniel Bernoullis Theorie besteht im wesentlichen aus der Herleitung und numerischen Integration seiner «Fundamentalgleichung», einer Differentialgleichung zweiter Ordnung für die von der Wirkung Jupiters herrührende Veränderung  $\alpha$  der (zur Sonne gerichteten) radialen Entfernung Saturns von der Sonne (cf. Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 3r, § 6):

$$dd\alpha = \left( -\frac{cc}{\gamma\gamma aa} \alpha + \frac{F\pi}{P} + \frac{M\pi}{zP} + \frac{N\pi}{z^3P} \right) d\sigma^2;$$

hier bezeichnen  $P$  und  $\pi$  die auf Saturn wirkenden Anziehungskräfte von Sonne und Jupiter,  $c/\gamma$  das Verhältnis der (absoluten) Winkelgeschwindigkeiten von Saturn und Jupiter relativ zu jener von Saturn,  $z$  die Distanz zwischen Jupiter und Saturn,  $a$  den ursprünglichen oder mittleren Kreisbahnradius der Saturnbahn,  $\sigma$  den heliozentrischen Winkelabstand (Elongation) zwischen Jupiter und Saturn, und  $F$ ,  $M$ ,  $N$  sind Konstanten. Bernoullis numerisches Lösungsverfahren basiert im wesentlichen auf der Anwendung von Interpolationsformeln, und sein Resultat besteht im vermeintlichen Befund, dass  $\alpha$  und  $d\alpha$  zu Beginn der vierten Konjunktion nahezu Null sind; daher glaubte er, eine fundamentale (jedoch längst bekannte) Periode von 59 bis 60 Jahren gefunden oder zumindest theoretisch nachgewiesen zu haben<sup>108</sup>. Wie C.A. Wilson (1995, p. 95) zu Recht anmerkt, hätte sich jedoch keine derartige Periode ergeben, wenn Bernoulli nicht von Anfang an mit konzentrischen Kreisen gerechnet hätte. Ohne auf die weiteren Ausführungen dieser Abhandlung einzugehen, sei lediglich noch erwähnt, dass Daniel Bernoulli darin zahlreiche, zum Teil umfangreiche Streichungen, Änderungen und Ergänzungen angebracht hat. Ob diese noch vor der Einreichung seiner Arbeit oder erst nachträglich vorgenommen wurden – vielleicht im Rahmen einer Überarbeitung der Preisschrift für den Concours von 1750 oder 1752 –, lässt sich nicht entscheiden.

An der Sitzung der Akademie vom 24. April 1748 gaben die Preisrichter ihr Urteil bekannt<sup>109</sup>. Der erste Preis wurde Euler für seine Abhandlung E. 120 zu-

107 Cf. E. 112, E. 120, §§ 10, 11, 16, 17 und 18.

108 «Après avoir poursuivi la route de Saturne depuis la premiere jusqu'à la quatrieme conjunction, qui fait une periode d'environ 60 ans, le mouvement de cette planete sera presque entièrement le meme qu'il avoit été» (Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 18v, § 61).

109 Cf. *Proc.-verb.* 1748: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55743d>, p. 165; *Mém. Paris* (1748), 1752, Hist., p. 122–123.

gesprochen; Daniel Bernoulli erhielt für seine (seitdem nie veröffentlichte) Preisschrift immerhin ein *Accessit*, was einem zweiten Platz entspricht. Die Akademie beschloss jedoch, die Preisfrage zur Theorie der Bewegungen von Jupiter und Saturn für das Jahr 1750 nochmals auszuschreiben. Die offizielle (auch heute noch nachvollziehbare und durchaus aktuelle) Begründung lautete unter anderem<sup>110</sup>: «D’ailleurs il ne suffit pas dans une matière si épineuse, de se rendre seulement intelligible à ceux qui ont déjà résolu les mêmes questions; il faut encore, pour contribuer de tout son pouvoir à l’avancement des Sciences, se mettre à la portée du plus grand nombre de lecteurs qu’il est possible, en énonçant au moins les principaux raisonnemens, et en indiquant les plus difficiles opérations des calculs». In der Tat hatte es Euler unterlassen, das gekoppelte Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung, von dem er in seiner Preisschrift E. 120 ausging, darin auch herzuleiten. Diese Herleitung findet sich jedoch in seiner fundamentalen Abhandlung E. 112, die er am 8. Juni 1747 der Berliner Akademie präsentiert hatte<sup>111</sup>.

Euler nahm sogleich die Arbeit an der Preisschrift für 1750 auf, die Clairaut mit Spannung erwartete<sup>112</sup>: im Februar 1749 schrieb er an Maupertuis, dass er fleissig daran arbeite<sup>113</sup>. Am 26. Juli 1749 meldete Euler an Goldbach, er habe seine Preisschrift abgeschickt<sup>114</sup>. Mangels eingereichter Abhandlungen (cf. Brief Nr. 89) wurde der Concours aber nochmals vertagt und dieselbe Frage für das Jahr 1752 zum dritten und letzten Mal ausgeschrieben, worauf wiederum Euler (mit seiner Abhandlung E. 384) den – verdoppelten – Preis einheimste.

Entgegen seinen Äusserungen gegenüber Euler (cf. Briefe Nr. 88 und 89) beabsichtigte Daniel Bernoulli offenbar – angespornt durch den unerwarteten Erfolg («succès inopiné») seiner mit dem *Accessit* versehenen Preisschrift für 1748 –, sich mit einer überarbeiteten und verbesserten Fassung um den Preis für 1752 zu bewerben, wie der zweite Teil des Manuskriptes zeigt (Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 40r–50r). Darin versuchte er (erfolglos), das Problem unter Berücksichtigung der auf die Sonne wirkenden Kräfte von Jupiter und Saturn mit einer völlig neuen Methode zu lösen. Diese neue Methode führe aber – so behauptet er – zu denselben Resultaten wie die frühere. Bernoulli beschreibt sodann, wie das Problem korrekterweise eigentlich anzugehen wäre, wobei er zum Teil an seinen früheren Voraussetzungen festhält (cf. *op. cit.*, §§ 1, 3, 6, 7). Es zeigt sich aber im Laufe seiner Abhandlung, dass er nicht imstande ist, den Kräftetransfer («transportation de la force principale») bezüglich des Baryzentrums des Sonnensystems für alle beteiligten Himmelskörper konsequent und korrekt durchzuführen. Insbesondere kam er offenbar nicht auf die Idee oder war technisch nicht dazu fähig, das Problem über den allgemeinen Impulssatz in drei Dimensionen anzupacken, wie das Euler getan hat. Damit war sein Vorgehen aus methodischen Gründen von Anfang an

110 Cf. *Mém. Paris* (1748), 1752, Hist., p. 123.

111 Cf. E. 112; *Registres*, p. 123.

112 Cf. Clairauts Brief vom 28. März 1749 (O. IV A, 5, p. 185).

113 Cf. O. IV A, 6, p. 126 (in der dortigen Anmerkung 10 wird irrtümlich auf E. 384 verwiesen).

114 Cf. O. IV A, 4, p. 454 / 1001, sowie O. IV A, 5, p. 185–186, Anm. 5 und 9.

zum Scheitern verurteilt und blieb – vermutlich auch wegen des immensen Rechenaufwandes, der mit der Integration der Bewegungsgleichungen verbunden gewesen wäre – unvollendet.

In den einleitenden Paragraphen kritisiert Daniel Bernoulli Eulers Preisschrift von 1748 (E. 120) heftig, obwohl er sie offenbar nicht in allen Details verstanden hat, und beruft sich dabei auf die Begründung des Preiskomitees zur Neuausschreibung der Frage: «[. . .] que les raisonnemens de M<sup>r</sup> Euler étoient trop concis, trop abstraits et trop obscurs pour être suivis dans tous leurs points, et qu’une bonne partie avoit été mise sans démonstration» (Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 40v, § 2). Paradoxerweise wirft Bernoulli Euler vor, die Exzentrizitäten der Bahnen von Jupiter und Saturn nicht zu berücksichtigen (was Euler *de facto* sehr wohl getan hatte), und sieht darin den Kern des Problems: «M<sup>r</sup> Euler suppose partout que l’aberration de Saturne est la même à chaque même elongation avec Jupiter en faisant abstraction des excentricités des orbites, et cela est entièrement faux, si on entend par le terme d’aberration ce qu’il faut entendre. Il me semble que c’est ici le point le plus essentiel de notre problème»<sup>115</sup>.

Es folgt eine langfädige Analyse von Eulers vermeintlichen Fehlern, wobei Bernoulli sich u. a. auch auf Le Monniers *Institutions astronomiques* (1746) beruft<sup>116</sup>. Wie weit Bernoullis Kritik an Eulers Methode gerechtfertigt ist, muss hier dahingestellt bleiben<sup>117</sup>. Jede approximative Lösung mittels Reihenentwicklungen impliziert die Frage, ob und wie rasch diese konvergieren. In einer dritten, weit späteren Publikation (E. 538) zur Bewegung von Jupiter und Saturn<sup>118</sup> verwendet Euler seine Methode der numerischen Integration (cf. E. 398).

Abschliessend darf hier nicht unerwähnt bleiben, dass zu diesem Zeitpunkt (um 1750) das ehemals freundschaftliche Verhältnis der beiden grossen Gelehrten auf einem Tiefpunkt angelangt war. In der Kritik an Eulers Preisschrift, die Daniel Bernoulli in dem eben analysierten Manuskript äussert, und in den erhaltenen Briefen an Euler, in denen es – man kann es als Ironie des Schicksals betrachten – oft um das Thema «Grosse Ungleichheit» geht, kommt diese Verschlechterung des Gesprächsklimas unverkennbar zum Ausdruck.

### III.2.5.1.3. Andere Themenbereiche aus der Himmelsmechanik

Weitere himmelsmechanische Themen, die im Briefwechsel diskutiert werden, betreffen die Störungstheorie (cf. Brief Nr. 95), die Bestimmung des Schwerpunktes des Systems Erde–Mond (cf. Briefe Nr. 64 und 73), die Nutation der Erdachse

115 Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 41r, § 4. Man vergleiche dazu auch Brief Nr. 93, in dem Daniel Bernoulli als Reaktion auf Eulers Resultat schreibt (cf. p. 771 h.v.): «Ferner ist es unbegreiflich, dass die Exzentrizität eine so grosse Wirkung zeitigen kann – die blosser Vorstellung ist schockierend».

116 Cf. Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 42v, § 5.

117 Eine eingehende Analyse von Eulers Preisschrift E. 120, insbesondere zum Problem der *arcs de cercle*, findet sich bei C.A. Wilson (1985).

118 Cf. O. II, 29, p. 360–391. Diese wichtige Arbeit Eulers zum Thema der Grossen Ungleichheit hat C.A. Wilson (1985) übersehen.



(cf. Briefe Nr. 88 und 89), die Bahnbestimmung von Kometen (cf. Briefe Nr. 57, 60, 65, 66, 68 und 69) sowie die zeitliche Entwicklung der Inklinationen und Exzentrizitäten der Bahnen der Körper im Sonnensystem (cf. Briefe Nr. 22, 23, 63 und 64).

Am 19. April 1730 gab die Pariser Akademie ihre Preisfrage für das Jahr 1732 bekannt (cf. *Proc.-verb.* 1730: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55725g>, fol. 93r): *Quelle est la cause physique de l'inclinaison des plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Équateur de la revolution du Soleil autour de son axe, et d'où vient que les inclinaisons de ces Orbites sont differentes entre elles.* Da keine der eingereichten Abhandlungen die von der Akademie erhoffte Lösung des Problems lieferte, beschloss diese am 23. April 1732, die gleiche Frage für das Jahr 1734 nochmals auszuschreiben (cf. *Proc.-verb.* 1732: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k557275.r>, fol. 144r). Die Motivation dazu ist u. a. in der damals heftig geführten Diskussion um die (Cartesische) Wirbeltheorie und die (Newtonsche) Gravitationstheorie zu suchen (cf. Aiton 1972, Ch. 9). Die Erkenntnis, dass Kometen elliptische Bahnen mit beliebigen Bahnneigungen haben können, kontrastierte zur Tatsache, dass sich die Bahnneigungen der Planeten nicht stark voneinander unterscheiden und dass sich alle Planeten nahe der Ekliptikebene bewegen. Dass man in dieser Frage die Bahnebenen der Planeten auf die Äquatorebene der Sonne bezog, hatte einen gewichtigen Grund. Es war naheliegend, die beiden Aspekte *Rotation der Sonne* (bzw. Sonnenäquator) und *Bahnneigungen der Planeten*, wie bereits in der Preisfrage impliziert, mit der Wirbeltheorie in Zusammenhang zu bringen.

Die Pariser Akademie stand in den 1730er Jahren deutlich auf der Seite der Cartesianer, und man erhoffte sich durch die Lösung des Problems, mit Hilfe der Wirbeltheorie auch die Bahnneigungen der Kometen erklären zu können. Insbesondere schien eine Lösung im Cartesischen System weniger problematisch zu sein als im Newtonschen, wonach die fernwirkende Gravitation keine Bahnebene bevorzugt und daher – so glaubte man – alle möglichen Bahnneigungen (von Kometen und Planeten) zulässt (Aiton 1972, p. 219). Unabhängig von der theoretischen Begründung der beobachteten Neigungen der Planetenbahnen legte Cassini am 3. April 1734 der Pariser Akademie die Fakten aus langjährigen Beobachtungen dar (cf. *Proc.-verb.* 1734: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55729v.r>, fol. 98r–105v, sowie J. Cassini 1736). Am 5. Mai 1734 gab die Jury ihr Urteil bekannt: Der (doppelte) Preis wurde geteilt und ging zu gleichen Teilen an Daniel Bernoulli und an seinen Vater Johann I Bernoulli<sup>119</sup>. Daniel Bernoulli hatte seine Preisschrift zuerst in lateinischer Sprache eingereicht und eine korrigierte und erweiterte französische Übersetzung nachgeliefert.

Ein immer wieder auftauchendes Thema im astronomischen Briefwechsel Eulers sind Kometenerscheinungen sowie die Methoden, mit denen die Bahnen dieser

119 Cf. *Proc.-verb.* 1734: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55729v.r>, fol. 110r–110v. Die Preisschriften von Daniel und von Johann I Bernoulli sind analysiert bei Aiton (1972, p. 228–239) und Verdun (2000b, p. 29–33).

Himmelsobjekte am zweckmässigsten aus den Beobachtungen bestimmt werden können. Da Kometen in der Regel keine elliptischen (periodischen), sondern parabolische oder hyperbolische Bahnen haben, stellt sich das Problem, wie diese aus dem zeitlichen Verlauf der an der Himmelssphäre beobachteten Trajektorien bestimmt werden können. Euler hat sich seit der zweiten Hälfte der 1730er Jahre mit der Theorie der Bahnbestimmung von Planeten und Kometen (im Rahmen des Zweikörperproblems) befasst, wie aus seinen Notizbüchern hervorgeht<sup>120</sup>. Der Zufall wollte es, dass zwischen 1737 und 1743 innerhalb von nur sechs Jahren gleich fünf hellere Kometen in der nördlichen Hemisphäre über einen Zeitraum von mehr als vier Wochen sichtbar waren<sup>121</sup>. Vermutlich haben insbesondere die Kometen von 1742 und 1744 Euler dazu veranlasst, neue Methoden der Bahnbestimmung zu entwickeln. Seine publizierten Abhandlungen E. 58 und E. 66 und mehrere seiner unpublizierten Manuskripte (cf. *Petersb. Ms.* Nr. 285–290) erhärten diese Vermutung.

Die Bemühungen um den Nachweis der jährlichen Parallaxe führten zur Entdeckung der *Aberration des Lichtes* sowie der *Nutation der Erdachse*. Beide Phänomene, die für die korrekte Reduktion astrometrischer Beobachtungen von grösster Bedeutung sind, wurden von James Bradley entdeckt<sup>122</sup>. Bradley versuchte zunächst, die Aberration mit Hilfe einer Nutation der Erdachse zu erklären (cf. Bradley 1729, p. 641). Seine Beobachtungen hätten es vermutlich schon 1728 erlaubt, den Nachweis der Nutation zu erbringen. Er gab seine geheimgehaltene Entdeckung der Nutation jedoch erst nach Ablauf einer vollen Knotendrehung des Mondes am 14. Februar 1748 der Royal Society offiziell bekannt<sup>123</sup>. Am 14. August 1748 las Lacaille daraus einen Auszug vor der Académie des Sciences<sup>124</sup>, der im Oktober 1748 in den *Mémoires de Trévoux* erschien<sup>125</sup>. Die entscheidende Passage über die theoretische Erklärung der Präzession und Nutation aus dem Gravitationsgesetz hat Lacaille in seiner Übersetzung jedoch weggelassen (cf. Bradley 1748, p. 37).

Bradley hatte seine Beobachtung aber bereits am 27. Oktober 1737 sowie am 28. Oktober 1738 Maupertuis mitgeteilt (cf. Sarton 1932, p. 335–336). Auch Clairaut muss schon lange vor der öffentlichen Bekanntmachung Kenntnis von Bradleys Entdeckung gehabt haben, wie aus seiner Andeutung im Brief vom 23. April 1743

120 Cf. *Petersb. Ms.* Nr. 399, Bl. 64v–65r, 233r, 266r–269r; Nr. 400, Bl. 134v–137r, 154v–155v, 244r–244v, 251v–252r, um nur einige Beispiele zu nennen.

121 Die Daten wurden entnommen aus Kronk (1999).

122 Für die Umstände, die zu diesen Entdeckungen führten, cf. Bradley (1729, 1748).

123 Cf. Bradley (1748), vorgelesen am 7. und 14. Januar 1748.

124 Cf. *Proc.-verb.* 1748: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55743d.r>, p. 377. – Der damals offenbar noch neue Begriff «nutation» wurde vom Protokollführer irrtümlich zuerst als «mutation» geschrieben, dann jedoch korrigiert. In der Tat bezeichnet Lacaille in seinem Bericht das Phänomen der Nutation zweimal auch als «mutation dans l'axe de la terre» (Lacaille 1748, p. 2230–2231). In beiden Originalartikeln schreibt Bradley (1729, 1748) dafür korrekt «nutation».

125 Cf. Lacaille (1748). C.A. Wilson (1987, p. 238) nennt das *Journal de Trévoux* vom November 1748.



an Euler hervorgeht (cf. R 403: O. IV A, 5, p. 147), doch sah er sich ausser Stande, die Bewegung der Erdachse aus dem Gravitationsgesetz herzuleiten<sup>126</sup>.

Falls Daniel Bernoulli erst durch Lacailles Lesung von Bradleys Entdeckung erfahren haben sollte, müsste der Brief Nr. 88 um mindestens einen Monat später datiert werden; es könnte aber auch sein, dass Bernoulli schon zuvor durch Mairan über Bradleys Entdeckung informiert worden ist. In der Folge versuchten sowohl d'Alembert als auch Euler, die Bewegung der Erdachse (Präzession und Nutation) aus dem Gravitationsgesetz herzuleiten. Euler hatte sich seit seiner Basler Zeit mit der Rotation starrer Körper beschäftigt (cf. *Petersb. Ms.* Nr. 179). Daniel Bernoullis Brief Nr. 88 ist ein weiterer Beleg dafür, dass Euler gleich nach Bekanntwerden von Bradleys Entdeckung – und noch vor d'Alemberts Brief an ihn vom 7. September 1748 (cf. O. IV A, 5, p. 289–292) – mit deren theoretischer Herleitung begonnen haben muss. Er wirft damit ein neues Licht auf die «Initialisierung» von Eulers Arbeiten über die Bewegung der Erdachse (cf. C.A. Wilson 1987, p. 238).

### III.2.5.2. Sphärische Astronomie

In sechs Briefen (Nr. 8, 12, 14, 15, 70 und 71) werden Probleme der sphärischen Astronomie diskutiert, welche die Navigation betreffen. Für die damalige Seefahrt waren genaue Positionsbestimmungen von entscheidender Bedeutung. Die Methoden zur Orts- und Zeitbestimmung beruhten im frühen 18. Jahrhundert fast ausnahmslos auf astronomischen Beobachtungen. Die Messungen waren mit grossen Unsicherheiten behaftet, ihre Auswertung mit mühsamer Rechenarbeit verbunden. Besonders heikel war die Bestimmung der geographischen Länge, d. h. die *Zeitbestimmung*.

Dieses Problem konnte erst mit der Entwicklung des Marine-Chronometers durch John Harrison ab den 1730er Jahren allmählich gelöst werden. Dennoch wurde noch lange Zeit die Länge auf hoher See mit Hilfe der Bewegung des Mondes bestimmt. Man mass die Winkeldistanzen des Erdtrabanten zu Sternen mit bekannten Koordinaten und verglich die resultierenden Mondpositionen mit den vorausberechneten Ephemeriden (cf. Howse 1996). Im Gegensatz zu den genauen, aber teuren Schiffschronometern war die Methode mit Hilfe des Mondes im Prinzip einfach und billig. Ihr Problem bestand (abgesehen vom Wetter und der Genauigkeit der Mondtafeln) allerdings darin, dass die auf einem schwankenden Schiff angestellten Beobachtungen nicht sehr genau sein konnten. Es galt deshalb, einfachere und genauere Methoden sowie geeignete Instrumente zu entwickeln. Die am 14. Mai 1727 von der Pariser Akademie für das Jahr 1729 gestellte Preisaufgabe war deshalb dem Problem der Breitenbestimmung gewidmet und lautete (*Proc.-verb.* 1727: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55722f.r>, fol. 194r): «Quelle est la meilleure methode d'observer les hauteurs sur mer par le Soleil et par les Etoiles soit par des Instruments déjà connus, soit par des Instruments de nouvelle

126 Cf. C.A. Wilson (1987), Chapront-Touzé (2006, p. xiii–cxxxii).

Invention»<sup>127</sup>. Daniel Bernoullis Methode, mit der er diesen Preis zu gewinnen hoffte, besteht darin, die Polhöhe aus drei aufeinanderfolgenden Höhenmessungen (bzw. Zenitdistanzen) ein und desselben Sterns, dessen Koordinaten nicht bekannt sein müssen, sowie aus den korrespondierenden Zeitintervallen zu bestimmen<sup>128</sup>. In seinem ersten Entwurf, dem *Discours sur la question des hauteurs*<sup>129</sup> von 1728, nannte er diese Aufgabe *Problema astronomicum trium altitudinum*. Sie ist eigentlich eine Modifikation der schon im 15. Jahrhundert aufgetauchten Aufgabe, aus zwei Höhenmessungen und der dazwischen verstrichenen Zeit die Polhöhe zu bestimmen. Dieses Problem wurde immer wieder variiert und verschiedene (exakte und genäherte) Lösungen gesucht<sup>130</sup>. Auch Daniels Onkel Jakob I Bernoulli erwähnt in seiner Dissertation von 1687 einen Spezialfall dieses Problems. Es ist daher nicht ausgeschlossen, dass Daniels Methode schon früher formuliert worden ist. Seine Neuerung bestünde folglich in der mathematischen Lösung sowie dem Vorteil, dass mit drei Höhenmessungen mögliche Unbestimmtheiten in der Lösung verhindert werden können, obwohl mit drei Höhen und zwei Zeitintervallen das Problem eigentlich überbestimmt ist.

In diesem Zusammenhang beschreibt Bernoulli in einem Kapitel *De tubis communicantibus* seines *Discours* von 1728 ein Instrument, mit dessen Hilfe man auf einem schwankenden Schiff Höhenmessungen durchführen kann. Es besteht aus kommunizierenden Röhren, auf denen Teilungen angebracht sind, sowie einer mit Quecksilber angefüllten Wanne, die als künstlicher Horizont dienen soll. Damit hatte er Versuchsmessungen zur See durchgeführt, die er fortgesetzt zu haben scheint (cf. Brief Nr. 8). Abgesehen von den Beobachtungsfehlern blieb jedoch ein Problem unberücksichtigt: Damit die Polhöhe mit dieser Methode gut bestimmt werden kann, sollten die Höhenmessungen zeitlich möglichst weit auseinander liegen. Während des Zeitintervalls der Messungen kann ein Schiff den Standort aber erheblich ändern.

Für die Navigation ebenfalls wichtig ist die Bestimmung des lokalen (wahren) Mittags aus korrespondierenden Höhen der Sonne, was die sogenannte *Mittagsverbesserung* mit einschliesst<sup>131</sup>. Diese Methode ist seit dem Altertum bekannt und erfreute sich bis ins 18. Jahrhundert besonderer Beliebtheit<sup>132</sup>, da die Beobachtung bloss einer gut gehenden Uhr bedarf und der Refraktion nur wenig unterliegt.

Am 24. April 1743 stellte die Pariser Akademie für das Jahr 1745 die Preisfrage *La meilleure maniere de trouver l'heure en Mer par observation*, [soit dans le

127 Es handelte sich hierbei eigentlich nur um eine Teilaufgabe der bereits im Jahre 1720 zum ersten Mal gestellten Preisfrage. Das Problem der Positionsbestimmung auf See wurde bis 1793 noch mehrmals in verschiedenen weiteren Preisaufgaben gestellt.

128 Cf. D. Bernoulli (1735, DB. 17), Howald-Haller (1996), Verdun (2000a, p. 26–29).

129 Cf. Bibl. Basel, L Ia 752; Howald-Haller (1996, p. 401).

130 U. a. von Regiomontan, Wilhelm IV. von Hessen und Tycho Brahe (cf. Günther 1890, p. 534–576), später von Douwes (1754) und Gauss (1808).

131 Cf. Wolf (1890–1893, Bd. 1, 2. Halbband, p. 390–391; Bd. 2, 1. Halbband, p. 64–65), sowie die Briefe Nr. 12, 14 und 15.

132 Cf. Schwarzschild–Oppenheim (1905–1923, p. 87–88).

jour,] soit dans les crépuscules, et surtout la nuit, quand on ne voit pas l'horison (cf. *Proc.-verb.* 1743: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55738t>, p. 205–206). Sie wurde am 28. April 1745 nochmals als doppelter Preis für das Jahr 1747 ausgeschrieben (*Proc.-verb.* 1745: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55740c.r>, p. 129). Daniel Bernoulli gewann den Preis mit den beiden Schriften, die 1750 als *Recherches Mécaniques et Astronomiques* publiziert wurden<sup>133</sup>. In den in diesem Kontext stehenden Briefen (Nr. 70 und 71) wird das Problem der kürzesten Dämmerung diskutiert. Deren Bestimmung hängt nicht nur von der Jahreszeit, sondern auch von der geographischen Breite des Beobachtungsortes ab (cf. Wolf 1890–1893, § 224, Bd. 2, 1. Halbband, p. 476–477). Die zu Navigationszwecken benutzten helleren Sterne wurden jeweils während der *nautischen Dämmerung* beobachtet (cf. Seidelmann 1992, p. 737–738).

### III.2.5.3. Astrophysik («Kosmische Physik»)

Die beiden hellen Kometen von 1742 und 1744 fanden sehr grosse Beachtung, wie eine Flut von wissenschaftlichen und populären Publikationen aus jener Zeit belegt. Deren Schwerpunkt bildeten in den seriöseren Schriften neben den Beobachtungsdaten die vielfältigen Spekulationen über die mögliche Beschaffenheit der Kometen, insbesondere des Schweifs, und die Ursache seiner Entstehung. Auch Euler widmete diesem Thema drei Abhandlungen, zwei populäre und eine fachwissenschaftliche<sup>134</sup>; die ersteren hat er vermutlich nicht zuletzt in der Absicht verfasst, den wildesten Spekulationen bezüglich Wirkung und Bedeutung der Kometen sachlich und aufklärerisch entgegenzutreten. Bernoullis Briefe (Nr. 69–71) an Euler beziehen sich im wesentlichen auf diese beiden Schriften. Euler hat sich nicht nur um Beobachtungsdaten und bessere Bestimmungsmethoden bemüht, sondern er beteiligte sich auch an der Diskussion um die Ursache und Entstehung der Kometenschweife. Vermutlich angeregt durch einen Brief des Danziger Naturforschers Heinrich Kühn vom 19. Dezember 1742 (R 1332) übernahm er dessen Idee, wonach die Sonnenstrahlen in der sehr ausgedehnten Kometenatmosphäre gebrochen werden; dadurch könnte die konische Form der Kometenschweife erklärt werden<sup>135</sup>. Bernoulli hatte zu jenem Zeitpunkt davon auch schon Kenntnis (cf. Brief Nr. 70).

Euler entwickelte in der Folge eine Theorie, mit der er nicht nur die Entstehung der Kometenschweife, sondern auch das Nordlicht (als «Schweif» der Erde) sowie das Zodiakallicht (als allseitigen «Schweif» der Sonne) erklärt sah, da seiner Ansicht nach diese Phänomene durch ein und denselben physikalischen Mechanismus

133 D. Bernoulli (1750, DB. 42a, b; DBW 7, p. 240–319).

134 Aus den in den beiden ersten abgedruckten Beobachtungsdaten geht hervor, dass E. 67 im Februar, E. 68 im März 1744 verfasst wurde. Die fachwissenschaftliche Abhandlung E. 103 wurde erst 1748 veröffentlicht.

135 Cf. Eulers Brief an Kantemir vom Januar 1743 (*Eulers Briefwechsel* 3, p. 126–127 – als Absendeort ist hier irrtümlich Petersburg angegeben), und Kühns Brief an Euler vom 18. Januar 1744 (R 1333). Auch Heinsius übernahm diese Idee (cf. Heinsius 1744, p. 37–39, sowie Tafel IV, Fig. 3).

erzeugt werden. Mit seiner Theorie<sup>136</sup> beabsichtigte Euler, de Mairans bereits 1733 publizierte Theorie des Nordlichts zu widerlegen<sup>137</sup>.

Eine zentrale Frage war dabei, ob Kometenkerne selbstleuchtende («brennende») oder bloss von der Sonne beschienene («dunkle») Himmelskörper seien. Im letzteren Fall musste erklärt werden, weshalb Kometenkerne keine Phasen zeigen (die von der Erde aus wegen der geringen Grösse der Kerne tatsächlich nicht beobachtbar sind). Schliesslich musste eine Theorie der Kometen – wie Bernoulli ganz richtig erkannte – die Fragen beantworten können, «wie die Länge des Schweifs den Durchmesser des Kometen um viele 1000 Male übertreffen kann» und «warum der Schweif immer eine der Sonne fast geradlinig entgegengesetzte Richtung einnimmt» (was nur annähernd zutrifft, solange sich ein Komet noch weit von seinem Perihel entfernt befindet). Euler baute seine Theorie auf der bereits von Kepler vertretenen (und heute noch gültigen) Ansicht auf, dass die Kometen dunkle Körper sind und ihre Schweife aus Partikeln bestehen, die von den Sonnenstrahlen aus der «Atmosphäre» des Kometen weggetragen werden. Ob diese Schweifpartikel (durch Vibrationsbewegungen) selber leuchten oder von der Sonne beschienen werden, lässt Euler offen. Bernoulli scheint Eulers – zu jenem Zeitpunkt noch sehr diffus formulierte – Theorie noch nicht vollständig verstanden zu haben: sonst hätte er einsehen müssen, dass der Schweif durch die Sonnenstrahlen (genauer: deren *Strahlungsdruck*) in die Länge gezogen und durch die Bewegung des Kometen gekrümmt wird, wie Euler ganz richtig erläuterte. Euler irrte jedoch in der Ansicht, dass die schnelle Bewegung des Kometen im Perihel dafür verantwortlich sei, dass mehrere Schweife entstehen können.

Die weiteren «astrophysikalischen» Themen, die im Briefwechsel kurz zur Sprache kommen, betreffen den Äther und den Ätherwiderstand<sup>138</sup>, einen vermeintlich entdeckten Trabanten der Venus (cf. Brief Nr. 69) sowie Daniel Bernoullis Idee der Ablenkung der (ponderablen) Lichtteilchen durch die Anziehungskraft des Mondes (cf. Brief Nr. 88), mit der er die scheinbare Vergrösserung der Sonnenscheibe bei totalen Sonnenfinsternissen erklärt(!)<sup>139</sup>.

136 Cf. E. 103 sowie Eulers Brief an Goldbach vom 5. April 1746 (O. IV A, 4, p. 354–355 / 893–894).

137 Cf. O. II, 31, p. XLVI–XLIX, Mairan (1733) sowie de Mairans Stellungnahme zu Eulers Kritik in der zweiten Ausgabe (Mairan 1754, p. 301f).

138 Cf. Brief Nr. 64; Verdun (2000b).

139 Cf. Soldner (1801).

### III.2.6. Geophysik

#### III.2.6.1. Gezeiten

Dem Problemkreis der Gezeiten und dem entsprechenden Concours der Pariser Akademie widmeten die beiden Briefpartner grosses Interesse (cf. die Briefe Nr. 32, 39–45, 47–51, 55–58, 64, 65, 73). Dieses Problem war als Preisfrage für das Jahr 1740 gestellt worden, und der Preis wurde geteilt zwischen Daniel Bernoulli (1741, DB. 33), Euler (E. 57), Colin Maclaurin und dem Jesuitenpater Antoine Cavalleri. Der Letztere – ein sonst wenig bekannter Cartesianer – erlangte einen Anteil des Preises bloss deshalb, weil Réaumur als Mitglied der Jury seine Unterschrift unter das Gutachten verweigerte, wenn nicht zumindest einer der Preisgewinner ein Cartesianer sei. Hinsichtlich der Preisschrift Eulers ereignete sich ein Missgeschick: das Manuskript ging auf dem Postweg nach Paris verloren, und eine nachgeschickte Kopie erreichte Paris mit grosser Verspätung. Dennoch wurde sie zum Concours zugelassen (cf. Brief Nr. 43, Anm. 1).

Die sachlichen Aspekte des Gezeitenproblems, hauptsächlich der Vergleich der Einwirkungen von Sonne und Mond auf den Planeten Erde, werden in mehreren Briefen unserer Korrespondenz erörtert (Briefe Nr. 42, 45, 47, 55, 64–65); auf die Rolle der Beobachtung der Gezeiten in der Natur wird mehrmals eingegangen in den Briefen Nr. 40, 41, 43, 48, 50–51.

#### III.2.6.2. Winde

Eine heikle Zäsur im bis dahin freundschaftlichen Verhältnis zwischen Daniel Bernoulli und Euler verursachte das Preisausschreiben der Berliner Akademie für das Jahr 1746 (*Über die Natur der Winde*)<sup>140</sup>. Euler hatte seinen Basler Kollegen nicht nur auf diesen Concours hingewiesen, sondern ihn persönlich lebhaft dazu aufgefordert, mit einer Abhandlung daran teilzunehmen. Der Preis wurde dann allerdings nicht Bernoulli, sondern d’Alembert zugesprochen. Dieser Abhandlung Bernoullis (1747, DB. 74), den Umständen von deren Präsentation, der Kritik Bernoullis an d’Alemberts Preisschrift und dem von Daniel Bernoulli als verletzend empfundenen Verhalten Eulers sind viele Stellen in Bernoullis Briefen gewidmet (cf. Briefe Nr. 74, 77–81, 83–84, 88–89, 91, 93).

#### III.2.6.3. Meteorologie

Rein meteorologische Fragen kommen im Briefwechsel fast nur im Zusammenhang mit der Information über extreme Kälteeinbrüche in Petersburg und Basel vor. Daniel Bernoulli interessiert sich auch für die thermometrischen Untersuchungen von Johann Georg Gmelin in Sibirien.

140 Vgl. dazu auch den Abschnitt III.1 dieser Einleitung, *supra* p. 19.

### III.2.7. Physik

#### III.2.7.1. Akustik, Musiktheorie

Einige Aspekte der Ausbreitung des Schalls und der Schallgeschwindigkeit wurden im Briefwechsel anfangs des Winters 1726/27, als Euler noch in Basel weilte, im Kontext von dessen *Dissertatio physica de sono* (E. 2) erörtert (Briefe Nr. 2 und 3). Erst viel später erwähnt Euler seine späteren Untersuchungen über die Ausbreitung des Schalls (Brief Nr. 103).

Der Klang von Musikinstrumenten, dessen Analyse eng mit der Theorie der elastischen Schwingungen verbunden ist, wird in mehreren Briefen thematisiert (Nr. 14, 49, 51–52, 61, 63, 98, 102, 104). Seine eigene *Musiktheorie* erwähnt Euler in den Briefen Nr. 38 und 50.

#### III.2.7.2. Feuer und Wärme

Für das Jahr 1738 schlug die Pariser Akademie als Preisfrage die Untersuchung der Natur des Feuers vor. Euler wurde ein Drittel des Preises zugesprochen; seine ebenfalls erfolgreichen Konkurrenten waren Voltaire und die Marquise du Châtelet<sup>141</sup>. Euler charakterisiert seine Preisschrift (E. 34) beiläufig in den Briefen Nr. 31 und 36. Nachdem Daniel Bernoulli Eulers Theorie kennengelernt hatte, schätzte er sie sehr hoch ein (cf. Brief Nr. 39).

Im Kontext von Eulers Untersuchungen über durch Temperaturdifferenzen hervorgerufene Strömungen in Fluiden wird in den Briefen Nr. 99 und 100 die *Konvektion und Zirkulation der Luft* kurz berührt.

#### III.2.7.3. Optik

##### III.2.7.3.1. Allgemeines

Leonhard Eulers Beschäftigung mit der Optik erstreckte sich über sein ganzes Leben. Von den insgesamt 75 Quartbänden der Werkreihen der *Opera omnia* sind – einschliesslich des riesigen dreibändigen Alterswerks *Dioptrica* (E. 367, 386, 404) – sieben Bände (O. III, 3–9) diesem Forschungsgebiet gewidmet.

Unter diesem Aspekt ist es höchst verwunderlich, dass eine Würdigung der Leistungen Eulers als Theoretiker und Praktiker auf dem weiten Feld der geometrischen und physikalischen Optik in einer umfassenden Monographie bis heute immer noch aussteht<sup>142</sup>. Allerdings gibt es nicht wenige Zeitschriftenartikel und teils vorzügliche Spezialkapitel in einschlägigen Geschichten der Physik, in Jahrbüchern und Enzyklopädien. Eine kritische Blütenlese dieser Zweitliteratur und

<sup>141</sup> Cf. Hentschel (2005).

<sup>142</sup> Eine Darstellung der grundlegenden Fragen der physikalischen Optik im 18. Jahrhundert findet sich bei Hakfoort (1995).

zugleich den Versuch eines globalen Entwurfs der Stellung Eulers in der Geschichte der Optik findet man bei Fellmann (1973; 1983b, p. 303–329). Im selben Gedankenband gibt es eine kurze, treffliche Darstellung von Eulers physikalischer Optik durch D. Speiser (1983, p. 215–228), in welcher er auf eine der ersten Schriften Eulers zur Optik, die *Nova theoria lucis et colorum* von 1746 (E. 88) eingeht und die Problematik «Korpuskeltheorie (Newton) oder Wellentheorie (Euler)» erörtert. Man beachte ferner die Einleitungen der oben genannten Optik-Bände und des von A. Speiser herausgegebenen Bandes O. I, 27.

### III.2.7.3.2. Geometrische Optik (Katoptrik, Dioptrik)

Im Folgenden werden in aller Kürze die in den Brieffekten erwähnten Themen aus der Optik zusammengestellt. Wir beginnen mit einer Passage am Ende von Daniel Bernoullis Brief an Euler vom 7. Juli 1745 (Nr. 73), wo es heisst:

«Ihr katoptrisches Problem scheint allerdings schwierig zu sein. Man wird die Frage ohne Zweifel so behandeln müssen, dass man zuerst, wenn eine Kurve für die erste Reflexion gegeben ist, eine Kurve für die zweite Reflexion sucht und dann dafür sorgt, dass beide Kurven eine und dieselbe kontinuierliche Kurve bilden. Darüber haben Sie ja schon vor vielen Jahren vortreffliche Untersuchungen angestellt.»

Das von Euler selbst 1745 im Septemberheft der *Nova Acta Eruditorum* anonym gestellte Problem (E. 79), dessen Lösung er zweifellos schon gefunden hatte, umfasste nur gerade sechs lateinische Zeilen und eine einfache erläuternde Figur und verlangte, «alle [ebenen] Kurven von der Art zu finden, dass die von einem festen Punkt ausgehenden Lichtstrahlen nach einer doppelten Reflexion wieder diesen festen Punkt treffen»; in derselben Zeitschrift vom November 1746 erschien Eulers vierseitiges Lösungsprogramm (E. 85). Die eigentliche, vollständige Lösung dieses mathematisch recht anspruchsvollen Problems (sie umfasst immerhin 50 Druckseiten) liess Euler – noch immer anonym – erst Anfang 1748 erscheinen (E. 106), lange nachdem er sie Daniel Bernoulli zugesandt hatte, wie dieser im Brief (Nr. 74) vom 7. September 1745 bestätigt<sup>143</sup>. Indem nach Eulers Vorgehen, wie es Daniel Bernoulli sofort erfasst hatte, die beiden reflektierenden Kurvenbogen zusammen «eine und dieselbe» Kurve bilden sollten, welche durch eine *functio continua* dargestellt wird, stösst Euler in das Neuland der Funktionalgleichungen vor – und erschüttert damit das Fundament der Leibnizschen Physik<sup>144</sup>.

Eulers *Dioptrik* befasst sich im wesentlichen mit der genauen Bestimmung des Weges eines (zunächst monochromatischen) Lichtstrahls durch ein System brechender Kugelflächen, deren Krümmungszentren auf einer Geraden, der sogenann-

143 Eine Lösungsskizze von etwa zehn Druckseiten (die gleiche?) schickte Euler auch als Beilage zu seinem Brief vom 30. November 1745 an Goldbach (cf. Euler 1965b, p. 230–237).

Die drei hier im Text erwähnten Arbeiten (E. 79, 85, 106) sind eigenartigerweise nicht in den Optik-Bänden von O. III, sondern im Band O. I, 27, *Commentationes geometricae*, enthalten.

144 Cf. A. Speisers Vorwort zum Band O. I, 25, p. XXII f.



ten *optischen Achse*, liegen. In erster Annäherung erhält Euler die bekannten Formeln der elementaren Optik, und in zweiter berücksichtigt er die *sphärische* und die *chromatische Aberration*; diese Korrekturen sind bei kleinem Eintrittswinkel klein von zweiter Ordnung.

Von speziellem Interesse ist hierbei Eulers Behandlung der sphärischen Aberration. Er betrachtet das von einem Punkt auf der optischen Achse emittierte Strahlenbündel. Nach dessen Durchgang durch die brechende Fläche überstreichen die gebrochenen Strahlen ein gewisses «Unschärfe-Intervall» auf der optischen Achse, das man heute als *longitudinale Aberration* bezeichnet (Euler nannte es «espace de diffusion»). Euler bestimmte dieses Intervall nach dem Durchgang der Strahlen durch mehrere brechende Flächen nach seinem *Superpositionsprinzip*<sup>145</sup> und setzte zunächst grosse Hoffnungen auf seine Theorie – im Glauben, damit wesentlich bessere Teleskope und Mikroskope konstruieren zu können, als sie zu seiner Zeit in Gebrauch waren. Das Hauptgewicht legte er dabei auf die Korrektur der oben genannten Abbildungsfehler und auf die Erzielung eines grösstmöglichen Gesichtsfeldes. Obwohl seine Überlegungen vollkommen korrekt zu sein schienen, ergab die *praktische* Erprobung seiner Linsensysteme nicht den erwarteten Erfolg. Euler suchte die Ursachen der Misserfolge einerseits in der mangelhaften technischen Ausführung der Linsen, andererseits in fundamentalen Fehlern der auf experimentellem Wege gewonnenen, aber theoretisch unzureichend begründeten Dispersionsgesetze. Ein Hauptgrund war jedoch in Wirklichkeit Eulers krasse Unterschätzung des Abbildungsfehlers, der durch einen endlichen, wenn auch kleinen Abstand des Objektpunktes von der optischen Achse entsteht – vielleicht sein grösster «optischer Fehler»<sup>146</sup>.

Auch aus diesem Grund wurde Eulers *Dioptrik* oft nicht in ihrer vollen Bedeutung wahrgenommen – dies umso mehr, als wenige Jahrzehnte später C.F. Gauss seine optische Abbildungstheorie entwickelte. Tatsächlich wurde jedoch die Eulersche Theorie zu Unrecht beiseite geschoben, denn der Anschluss an die in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts realisierte allgemeine Abbildungstheorie kann mittels einiger zusätzlicher – naheliegender, aber wesentlicher – Ideen leicht vollzogen werden<sup>147</sup>.

145 Cf. Habicht (1973, p. XII).

146 Dazu hat sich Euler wie folgt geäussert (E. 367, Kap. 1, § 11 (O. III, 3, p. 10), zitiert nach Boegehold 1939, p. 200):

«Wie es mit der Brechung der Strahlen steht, wenn der Lichtpunkt ausser der Achse liegt, ist nicht nur eine sehr schwierige Frage, sondern auch mit so umständlichen Rechnungen verbunden, dass man kaum etwas schliessen kann. Bei der Benutzung der Linsen kommt es aber nie auf Punkte an, die weit von der Achse entfernt sind, daher muss man zufrieden sein, wenn Dinge in der Achse genau wiedergegeben werden; die Undeutlichkeit achsennaher Punkte kann dann nicht merklich sein: Weicht nämlich die Wiedergabe eines Achsenpunktes *E* durch Randstrahlen nicht ab, so kann sich schwerlich eine merkliche Undeutlichkeit einschleichen, wenn der Punkt ein wenig von der Achse entfernt ist.»

147 Cf. Habicht (1973).

## III.2.7.3.3. Physikalische Optik

Seit der Verwendung des Linsenfernrohrs (*Refraktors*) durch Galilei und Harriot zu Beginn des 17. Jahrhunderts erwiesen sich die damals unvermeidbaren Farbringe im Bildfeld als sehr störend, weshalb James Gregory und Newton auf das in dieser Hinsicht günstigere Spiegelfernrohr (*Reflektor*) auswichen. Der den Ringen zugrundeliegende Farbfehler, die *chromatische Aberration*, ist eine direkte Folge des Umstandes, dass Licht verschiedener Wellenlängen, d. h. verschiedener Farben, vom gleichen Medium ungleich stark gebrochen wird. Erst auf der Grundlage von Newtons bekannten Untersuchungen zur *Dispersion* (Zerstreuung) des Lichtes im Prisma konnte die Möglichkeit der Eliminierung der chromatischen Aberration an die Hand genommen werden: die Erzielung der *Achromasie*. Aufgrund unzureichender Experimente hielt Newton es jedoch für unmöglich, das mittels Medien verschiedener Brechungsindizes zu erreichen, und seine Autorität hielt anfänglich auch den in der Technikgeschichte wohlbekannten Londoner Optiker John Dollond von entsprechenden Versuchen ab, bis ihm nach einigen Irrwegen dann doch der Bau eines *Achromaten* mittels Kombination von Kron- und Flintglaslinsen gelang<sup>148</sup>.

Der Anteil Eulers an dieser Entdeckung ist zwar beträchtlich, denn Dollond wurde entscheidend beeinflusst von Eulers 1749 erschienener Arbeit (E. 118), mit der die eigentliche Theorie der Achromasie beginnt, sowie von einer Abhandlung des Schweden Samuel Klingenstierna, die ihrerseits unmittelbar von der Studie Eulers angeregt worden ist. Höchst bemerkenswert ist dagegen, dass das Hauptargument, auf welches Euler seinen Glauben an die Möglichkeit der Achromasie stützte, die vermeintliche Farbfehlerfreiheit des menschlichen Auges, ganz und gar unzutreffend ist. Obwohl bereits Newton auf den chromatischen Fehler des Auges hingewiesen hatte, der durch partielle Abblendung der Pupille erkennbar wird<sup>149</sup>, hielt Euler nicht nur an der Idee der Farbfehlerfreiheit des Auges fest, sondern wollte darin sogar ein sicheres Indiz für die Existenz Gottes sehen (cf. Fuss 1774, *Avertissement* von L. Euler).

Die manchmal anzutreffende Behauptung, Euler habe das achromatische Fernrohr erfunden, ist nicht korrekt. Der erste Achromat (mit Kron- und Flintglas) ist Chester Moor Hall zu verdanken, der seine (dem Zufall zu verdankende?) Entdeckung gegen 1729 gemacht haben dürfte, und Dollond gelang die Nacherfindung 1758. Es ist erwiesen, dass Euler damals nur mit den optischen Medien Glas (gewöhnliches Kronglas) und Wasser, nicht aber mit Kron- und (stark bleihaltigem) Flintglas mit grossem Brechungsindex gerechnet und experimentiert hat, was technisch ein bedeutsamer Unterschied ist. Dennoch muss Euler das nicht

148 Eine Kurzfassung dieser spannenden Erfindungsgeschichte lässt sich nachlesen bei Fellmann (1973, 1983b), wo auch die handelnden Hauptpersonen samt entsprechenden Literaturangaben zu finden sind. Man beachte dort speziell die Literaturhinweise auf d'Alembert, Boegehold, Clairaut, Czapski, Eppenstein, Herzberger, King, Klingenstierna, Newton, Priestley, Riekher, von Rohr, Rosenberger und Young.

149 Streng nachgewiesen wurde der Farbfehler des menschlichen Auges erst 1817 durch Joseph Fraunhofer. – Cf. Jenkins (1972).

geringe Verdienst zugesprochen werden, mit seinen Publikationen den Bann von Sir Isaacs Autorität gebrochen und dadurch die Wiederholung der Newtonschen Prismenversuche durch Dollond bewirkt zu haben.

Was oben hinsichtlich der Methode von Eulers *Mechanik* gesagt worden ist, gilt nicht minder für das – in der Originalausgabe von 1769–71 dreibändige, zum grösseren Teil noch in Berlin verfasste – Riesenwerk seiner *Dioptrik*<sup>150</sup>, das für lange Zeit *das* Lehrbuch der geometrischen Optik und Eulers eigene Synopsis des ganzen Gebiets war. Im Gegensatz zu seinen Vorgängern, die allesamt synthetisch verfahren, behandelte Euler die Optik analytisch mittels der Infinitesimalrechnung. Freilich beschränkte er sich in seiner Abbildungstheorie der Linsensysteme stets auf Punkte in der optischen Achse, doch für diese behandelte er die Öffnungs- und Farbvergrößerungsfehler so gründlich und vollständig wie kein anderer, und damit wurde wenigstens die Theorie des astronomischen Fernrohrs zu einem vorläufigen Abschluss gebracht.

Euler unterlag jedoch einem grundsätzlichen und verhängnisvollen Irrtum mit der Annahme, dass der Aberrationseffekt bei achsenschiefe Lichteinfall (Aplanasie- und Komafehler) gegenüber dem Öffnungsfehler (sphärische Aberration) vernachlässigt werden dürfe. Das ist nämlich durchaus nicht der Fall: in Wirklichkeit sind alle diese Fehler von derselben Größenordnung. Clairaut und d'Alembert erkannten dies klar, was ihnen gegenüber Euler in diesem Forschungszweig einen bedeutsamen Vorsprung verschaffte, den der inzwischen schon fast erblindete Mathematiker nicht mehr auszugleichen bemüht war.

Dennoch sind die Erkenntnisse Eulers – etwa im Vergleich mit der zu Recht berühmten *Optik* von Gauss (1843) – erstaunlich, selbst wenn man nur seine 1765 entstandene *Allgemeine Theorie der Dioptrik* betrachtet<sup>151</sup>; und beinahe unglaublich ist die Tatsache, dass ein nicht unwesentlicher Teil von Eulers Spätwerk über das Licht die Arbeit eines nahezu Blinden war.

#### III.2.7.4. Magnetismus

Eulers wesentliche Arbeiten zum Thema *Magnetismus* sind in Band O. III, 10 und (populär) im zweiten Band der *Lettres* (E. 343: O. III, 12) wiedergegeben, diejenigen von Daniel Bernoulli in Band 7 seiner *Werke*. Man beachte in beiden Ausgaben die ausführlichen und sachkundigen Einleitungen.

Noch strenger als in unserem Einleitungstext zur *Optik* (cf. *supra* III.2.7.3) halten wir uns hier ausschliesslich an die – erstaunlich wenigen – Textstellen in unserem Briefwechsel. So berichtet Daniel Bernoulli im Brief Nr. 35 an Euler in Petersburg, dass man ihm aus England geschrieben hat, Pieter van Musschenbroek in Utrecht habe eine neue Entdeckung gemacht, mit der er sehr renommieren, nämlich dass die magnetische Anziehung mit der vierten Potenz der Distanzen abnehme<sup>152</sup>.

150 E. 367, 386, 404: O. III, 3 / 4.

151 E. 844: O. III, 9. – Die mathematische Substanz dieser Arbeit findet sich – modern gestrafft – in Habicht (1983).

152 Cf. Brief Nr. 35, p. 278 / 284 h.v., sowie Musschenbroek (1739, § 547).

Ihm, Daniel Bernoulli, komme die vermeintliche Beobachtung «sehr verdächtig» vor (und er begründet seine Zweifel recht plausibel). Weil er weiss, dass in Petersburg ein ungewöhnlich starker Magnetstein vorhanden ist, schlägt Bernoulli vor, dass die dortige Akademie dem Physiker G.W. Krafft, den er für besonders geschickt und begabt hält, den Auftrag erteilen solle, die Sache mittels geeigneter Experimente nachzuprüfen und die Ergebnisse in den *Petersburger Commentarii* zu publizieren. Euler hat diese Anregung aufgenommen, und Krafft stellte im Jahre 1740 Experimente mit sphärischen Magneten und diversen eisernen Kugeln an. Seine wichtigsten Resultate sind aus der Anmerkung 10 des Briefes Nr. 35 ersichtlich.

In seiner umgehenden Antwort (Brief Nr. 36) erklärt Euler, dass auch ihm die Beobachtung Musschenbroeks «sehr apokryph» vorkomme. Er habe sie in der Akademischen Konferenz vorgelegt, und G.W. Krafft habe sogleich mit den Experimenten mit dem grossen Magneten begonnen. Gemäss deren vorläufigen Resultaten könne man schliessen, dass die Attraktion bei weitem nicht umgekehrt proportional zur vierten Potenz der Distanzen des Eisens von den Enden des Magneten sei, ja kaum zur dritten; doch beabsichtige man, diese Experimente demnächst mit grösserer Sorgfalt anzustellen<sup>153</sup>.

Nahezu alle anderen Äusserungen zum Magnetismus im Briefwechsel beziehen sich – im Kontext der Pariser Preisschriften der Jahre 1742–1746 – auf die Abhandlungen über den Inklinationskompass und die Messung der Neigung der Magnetnadel. Dazu konsultiere man die folgenden Briefe und ihre meist kurzen Anmerkungen: Nr. 62, Anm. 10–11, Nr. 68, Anm. 8–10, Nr. 79, Anm. 8–9, Nr. 80, Anm. 10, und Nr. 90, Anm. 7–8. Alle diesbezüglichen Schriften sind – insofern sie in Paris gedruckt worden sind – in *Prix Paris* 1748 erschienen.

### III.2.8. Schiffswesen

Leonhard Euler interessierte sich seit seinen Jugendjahren für verschiedene Probleme der Schiffstheorie. In seinem Brief vom August 1726 (Nr. 2) erwähnt er seine erste Pariser Preisschrift (E. 4) über die Bemastung von Schiffen. Nach der Abreise Daniel Bernoullis aus Petersburg erörtern die beiden Briefpartner kurz den Einfluss der Winde und der Segel auf die Schiffsgeschwindigkeit (Briefe Nr. 9–10), und in den Jahren 1738/39 und 1742 werden Berechnungen zur Effizienz von Rudern und der Kraft der Ruderer thematisiert (Briefe Nr. 32, 35–37, 39–42, 56–58)<sup>154</sup>.

153 Wohl infolge der politischen Wirren in Russland wurde Kraffts Arbeit (1750b) erst zehn Jahre später in den *Petersburger Commentarii* gedruckt.

154 Das Problem, wie die von Rudern ausgeübte Kraft zu berechnen und zu optimieren sei, wird auch im Briefwechsel Daniel Bernoullis mit Johann Albrecht Euler detailliert besprochen (cf. Briefe A. 8, 14, 25–26).

Um dieselbe Zeit diskutierten Euler und Daniel Bernoulli die Anwendung des Wasserstrahlantriebs für Schiffe, den Bernoulli in seiner *Hydrodynamik* vorgeschlagen hatte (Briefe Nr. 40, 42–43, 45, 49, 56–58). Allerdings haben die beiden Briefpartner die Resultate ihrer Untersuchungen nicht sogleich publiziert. Inzwischen kündigte die Pariser Akademie ihr Preisausschreiben für das Jahr 1753 mit einer Fragestellung aus der Schiffstheorie an: *La manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les vaisseaux soit en y appliquant des rames, soit en employant quelque autre moyen que ce puisse être*. Bei dieser Gelegenheit legten nun Euler und Daniel Bernoulli der Pariser Akademie ihre Preisschriften vor; Bernoulli erhielt für sein *Mémoire* (1769, DB. 47) den Hauptpreis von 2000 Livres<sup>155</sup>, während Eulers Abhandlung (E. 413) zwar ein *Accessit* erreichte, also als zweitbeste Arbeit beurteilt wurde, jedoch erst 1771 gedruckt wurde.

In seinem Brief vom Dezember 1745 (Nr. 76) streift Bernoulli kurz Eulers Preisschrift über die Ankerwinde (E. 78), ebenso im März 1746 (Brief Nr. 78) die Idee eines Pendelantriebs für die Vorwärtsbewegung von Schiffen.

Wiederholt wird im Briefwechsel Eulers *Schiffswissenschaft* (E. 110, 111) erwähnt, doch meist nur im Kontext der erwarteten Buchpublikation.

---

155 Eine ausführliche Analyse dieser Abhandlung Bernoullis mit der Korrektur einiger Fehler, die er darin begangen hat, findet sich bei Cerulus (2004, p. 35–72).

#### IV. DER BRIEFWECHSEL LEONHARD EULERS MIT DANIEL, JOHANN II UND JOHANN III BERNOULLI

(Ende September 1726 – 23. November 1768)





## IV.1. Leonhard Euler – Daniel, Johann II und Johann III Bernoulli: Verzeichnis der Briefe

In eckige Klammern gesetzte Briefnummern beziehen sich auf nachweisbare, aber nicht erhalten gebliebene Briefe.

[0a]  
D. Bernoulli an L. Euler  
Petersburg, Sommer 1726

[0b]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Basel, Herbst 1726

1  
D. Bernoulli an L. Euler  
Petersburg, Ende September 1726

2  
L. Euler an D. Bernoulli  
Basel, November 1726

3  
D. Bernoulli an L. Euler  
Petersburg, 4. Januar 1727 (24. Dezember 1726)

4  
L. Euler an D. Bernoulli  
Basel, 18. Januar 1727

5  
D. Bernoulli an L. Euler  
Petersburg, 1. März (18. Februar) 1727

[5a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Mai/Juni 1729

[5b]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Mai/Juni 1729

6  
D. Bernoulli an L. Euler  
Petersburg, 17. (6.) Juni 1729

7  
J. II Bernoulli an L. Euler  
Amsterdam, 21. August 1733

8  
D. Bernoulli an L. Euler  
Paris, 22. September 1733

[8a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, November/Dezember 1733

[8b]  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, Januar/Februar 1734

9  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 27. (16.) Februar 1734

[9a]  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, April 1734

10  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 5. Juni (25. Mai) 1734

11  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 18. Dezember 1734

[11a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Februar 1735

12  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 4. Mai 1735

13  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 5. Mai 1735

14  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 4. Juni 1735

15  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, ca. 8. Juni (28. Mai) 1735

[15a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Juli/August 1735

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 16                                  | [23a]                               |
| D. Bernoulli an L. Euler            | L. Euler an D. Bernoulli            |
| Basel, August 1735                  | Petersburg, 13. (2.) April 1737     |
| [16a]                               | [23b]                               |
| L. Euler an D. Bernoulli            | L. Euler an D. Bernoulli            |
| Petersburg, September 1735          | Petersburg, 16. (5.) April 1737     |
| 17                                  | 24                                  |
| D. Bernoulli an L. Euler            | D. Bernoulli an L. Euler            |
| Basel, 26. Oktober 1735             | Basel, 18. Mai 1737                 |
| [17a]                               | [24a]                               |
| L. Euler an D. Bernoulli            | D. Bernoulli an L. Euler            |
| Petersburg, Januar/Februar 1736     | Basel, Anfang September 1737        |
| 18                                  | 25                                  |
| D. Bernoulli an L. Euler            | D. Bernoulli an L. Euler            |
| Basel, 10. März 1736                | Basel, 29. September 1737           |
| 19                                  | 26                                  |
| D. Bernoulli an L. Euler            | L. Euler an D. Bernoulli            |
| Basel, 7. April 1736                | Petersburg, 29. (18.) Oktober 1737  |
| [19a]                               | 27                                  |
| L. Euler an D. Bernoulli            | D. Bernoulli an L. Euler            |
| Petersburg, 21. (10.) Mai 1736      | Basel, 28. Dezember 1737            |
| 20                                  | 28                                  |
| D. Bernoulli an L. Euler            | D. Bernoulli an L. Euler            |
| Basel, 26. Juni 1736                | Basel, 28. Dezember 1737            |
| [20a]                               | 29                                  |
| L. Euler an D. Bernoulli            | L. Euler an D. Bernoulli            |
| Petersburg, Juli/August 1736        | Petersburg, 28. (17.) Januar 1738   |
| 21                                  | 30                                  |
| D. Bernoulli an L. Euler            | D. Bernoulli an L. Euler            |
| Basel, 12. September 1736           | Basel, 29. März 1738                |
| [21a]                               | 31                                  |
| L. Euler an D. Bernoulli            | L. Euler an D. Bernoulli            |
| Petersburg, 28. (17.) November 1736 | Petersburg, 7. Mai (26. April) 1738 |
| 22                                  | 32                                  |
| D. Bernoulli an L. Euler            | D. Bernoulli an L. Euler            |
| Basel, 25. Januar 1737              | Basel, 24. Mai 1738                 |
| [22a]                               | [32a]                               |
| L. Euler an D. Bernoulli            | L. Euler an D. Bernoulli            |
| Petersburg, Februar 1737            | Petersburg, Juni 1738               |
| 23                                  | 33                                  |
| D. Bernoulli an L. Euler            | D. Bernoulli an L. Euler            |
| Basel, 16. März 1737                | Basel, 9. August 1738               |

- |   |  |
|---|--|
| <p>34<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 20. (9.) September 1738</p> <p>35<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 8. November 1738</p> <p>36<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 3. Januar 1739 (23. Dezember 1738)</p> <p>37<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 7. März 1739</p> <p>[37a]<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 4. April (24. März) 1739</p> <p>38<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 16. (5.) Mai 1739</p> <p>39<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 16. Mai 1739</p> <p>[39a]<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 25. (14.) Juli 1739</p> <p>40<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 29. August 1739</p> <p>41<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 26. (15.) September 1739</p> <p>42<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 14. November 1739</p> <p>43<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 29. (18.) Dezember 1739</p> <p>44<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 2. Januar 1740</p> <p>[44a]<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 13. (2.) Februar 1740</p> | <p>45<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 12. März 1740</p> <p>46<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, ca. März 1740</p> <p>47<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 23. (12.) April 1740</p> <p>48<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 30. April 1740</p> <p>49<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 25. Juni 1740</p> <p>[49a]<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 1. Juli (20. Juni) 1740</p> <p>[49b]<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, August/September 1740</p> <p>50<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 26. (15.) September 1740</p> <p>51<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 5. November 1740</p> <p>[51a]<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 11. Dezember (30. November) 1740</p> <p>[51b]<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, Januar 1741</p> <p>52<br/>D. Bernoulli an L. Euler<br/>Basel, 28. Januar / 1. Februar 1741</p> <p>53<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Petersburg, 4. März (21. Februar) 1741</p> <p>[53a]<br/>L. Euler an D. Bernoulli<br/>Berlin, August 1741</p> |
|---|--|

54  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 20. September 1741  
  
[54a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Oktober/November 1741

55  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 20. Januar 1742  
  
[55a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Februar 1742

56  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 7. März 1742  
  
[56a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, März 1742

57  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 14. April 1742  
  
[57a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Juni 1742

58  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 28. Juli 1742  
  
[58a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, 1. September 1742

59  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 20. Oktober 1742  
  
[59a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, November 1742

60  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 12. Dezember 1742  
  
[60a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Januar 1743

61  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 9. Februar 1743  
  
[61a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, März 1743

62  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 23. April 1743  
  
[62a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Juli/August 1743

63  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 4. September 1743  
  
[63a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, November 1743

64  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 25. Dezember 1743  
  
[64a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Januar 1744

65  
D. Bernoulli an L. Euler  
Strassburg, 4. Februar 1744  
  
[65a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, 28. März 1744

66  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, April 1744  
  
67  
J. II Bernoulli an L. Euler  
Basel, 8. April 1744

68  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 13. Juni 1744  
  
[68a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, 4. Juli 1744

[68b]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, 21. Juli 1744

69  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 29. August 1744

[69a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Ende 1744

70  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, Anfang 1745

[70a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Februar 1745

71  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 20. März 1745

72  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 22. März 1745

[72a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Mai/Juni 1745

73  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 7. Juli 1745

[73a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, August 1745

74  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 7. September 1745

75  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 25. September 1745

[75a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, November 1745

76  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 4. Dezember 1745

[76a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Dezember 1745

77  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 4. Januar 1746

[77a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Februar 1746

78  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 19. März 1746

[78a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Mai 1746

79  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 29. Juni 1746

[79a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Juni 1746

80  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 9. Juli 1746

[80a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, September/Okttober 1746

81  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 3. November 1746

[81a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, Dezember 1746

82  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 21. Januar 1747

[82a]  
L. Euler an D. Bernoulli  
Berlin, März 1747

83  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 29. April 1747

- |                               |                                  |
|-------------------------------|----------------------------------|
| [83a]                         | [90a]                            |
| L. Euler an D. Bernoulli      | L. Euler an D. Bernoulli         |
| Berlin, Juni/Juli 1747        | Berlin, 24. Mai 1749             |
| 84                            | 91                               |
| D. Bernoulli an L. Euler      | D. Bernoulli an L. Euler         |
| Basel, 16. August 1747        | Basel, 16. August 1749           |
| [84a]                         | [91a]                            |
| L. Euler an D. Bernoulli      | L. Euler an D. Bernoulli         |
| Berlin, Anfang September 1747 | September 1749                   |
| 85                            | 92                               |
| D. Bernoulli an L. Euler      | D. Bernoulli an L. Euler         |
| Basel, 22. September 1747     | Basel, 27. Oktober 1749          |
| [85a]                         | [92a]                            |
| L. Euler an D. Bernoulli      | L. Euler an D. Bernoulli         |
| Berlin, Februar 1748          | Berlin, Dezember 1749            |
| 86                            | 93                               |
| D. Bernoulli an L. Euler      | D. Bernoulli an L. Euler         |
| Basel, 9. März 1748           | Basel, 26. Januar 1750           |
| [86a]                         | 94                               |
| L. Euler an D. Bernoulli      | D. Bernoulli an L. Euler         |
| Berlin, April 1748            | Basel, 7. Oktober 1753           |
| 87                            | [94a]                            |
| D. Bernoulli an L. Euler      | L. Euler an D. Bernoulli         |
| Basel, 15. Mai 1748           | Berlin, Ende 1753/Anfang 1754    |
| [87a]                         | [94b]                            |
| L. Euler an D. Bernoulli      | L. Euler an D. Bernoulli         |
| Berlin, Juni/Juli 1748        | Berlin, Anfang August 1754       |
| 88                            | 95                               |
| D. Bernoulli an L. Euler      | D. Bernoulli an L. Euler         |
| Basel, August 1748            | Basel, Ende August 1754          |
| [88a]                         | [95a]                            |
| L. Euler an D. Bernoulli      | L. Euler an D. Bernoulli         |
| Berlin, August 1748           | Berlin, ?                        |
| 89                            | 96                               |
| D. Bernoulli an L. Euler      | J. II Bernoulli an L. Euler      |
| Basel, ca. 15. September 1748 | Basel, 22. August 1758           |
| [89a]                         | 97                               |
| L. Euler an D. Bernoulli      | J. II Bernoulli an L. Euler      |
| Berlin, Ende 1748             | Basel, 4. August 1759            |
| 90                            | 98                               |
| D. Bernoulli an L. Euler      | D. Bernoulli an J. III Bernoulli |
| Basel, Anfang 1749            | Basel, 7. Dezember 1763          |

99  
D. Bernoulli an J. III Bernoulli  
Basel, Anfang 1764

100  
L. Euler an J. III Bernoulli  
Berlin, 24. Mai 1764

101  
D. Bernoulli an J. III Bernoulli  
Basel, 22. Dezember 1764

102  
D. Bernoulli an J. III Bernoulli  
Basel, 7. Mai 1765

103  
L. Euler an J. III Bernoulli  
Berlin, 6. Juli 1765

104  
D. Bernoulli an J. III Bernoulli  
Basel, 25. Juli 1765

105  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 7. März 1767

106  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Juni 1767

107  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, Herbst 1767

108  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 3. Dezember (22. November)  
1767

109  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, April 1768

110  
L. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 18. (7.) Oktober 1768

111  
D. Bernoulli an L. Euler  
Basel, 23. November 1768

112  
L. Euler an J. III Bernoulli  
Petersburg, 1772





## 1

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Petersburg, Ende September 1726

Monsieur

Il y a quelques mois, que je vous ecrivis<sup>[1]</sup> par ordre de Notre President, Mons<sup>r</sup> Bloumentrost, et que je vous invitai en son nom de venir prendre la place d'Eleve dans notre Academie avec 200 Roubles de pension; je sçavois fort bien, que ce salaire estoit au dessous de votre merite, et quoique vous ayez agreé vous meme les conditions<sup>[2]</sup>, je n'ai pourtant pas manqué d'observer vos interets et j'ai été assez heureux pour le faire avec quelque succès. Vous en jugerez vous meme, Monsieur, par la lettre, que Mons<sup>r</sup> Bloumentrost m'a fait l'honneur de m'ecrire, et que je vous envoie en original<sup>[3]</sup>. Vous etes attendu avec grande impatience; venez donc au plus vite, et s'il est possible partez encore cet hyver: Mais si la saison vous effraye, je vous conseille de profiter du peu de tems, qui vous reste, pour vous exercer en Anatomie et pour lire les livres, qui ont traité sur la physiologie fondée sur des principes de geometrie<sup>[4]</sup>, tels que sont Bellini, Borelli, Pitcairne etc.<sup>[5]</sup> En attendant ne manquez pas d'envoyer à l'Academie au plutot quelque piece de vôtre façon, et faites lui voir par là, que quelque bien, que j'aye dit de vous, je n'en ai pas encore assez dit, car je pretens d'avoir rendu un service beaucoup plus considerable à nôtre Academie, qu'à vous. Je n'y aurois pourtant jamais reüssi sans les belles qualités de notre digne President, qui est penetrant, genereux, qui ne se laisse point eblouir par un faux clinquant, qui reconnoit facilement le merite, et qui ne manque jamais de le recompenser. Quelle consolation d'avoir un tel Protecteur!

Je suis, Monsieur, tres parfaitement  
votre tres humble et tres obéissant serviteur

Bernoulli

- R 90 Erster erhaltener Brief der Korrespondenz von L. Euler mit D. Bernoulli  
Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Herbst 1726  
Petersburg, Ende September 1726  
Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 153  
Publ.: Fuss 2, p. 409–410; Mikhajlov 1957, p. 24, 26

- [1] Ob die hier erwähnte Einladung von D. Bernoulli direkt an Euler adressiert war, wissen wir nicht.  
[2] Die diesbezügliche Antwort Eulers ist uns nicht bekannt.  
[3] Der Brief von Blumentrost an D. Bernoulli vom 21. (10.) September 1726 wird in Anhang VII.3 als Nr. 1 (p. 951 h.v.) wiedergegeben. Eulers Dankschreiben vom 9. November 1726 an Blumentrost (cf. Anhang VII.3, Nr. 2, p. 951 h.v.) wurde wahrscheinlich mit Eulers Brief Nr. 2 vom November 1726 an D. Bernoulli geschickt. D. Bernoulli überreichte es Blumentrost samt einem Begleitzettel vom 7. Dezember (26. November) 1726.  
[4] In der kurzen Autobiographie, die Euler 1767 seinem Sohn Johann Albrecht diktirte (Pekarskij 1865, p. 250; Fellmann 1995, p. 12), sagt er dazu:

«Um dieselbige Zeit [1724/25] wurde die neue Academie der Wissenschaften in St. Petersburg errichtet, wohin die beyden ältesten Söhne des H. Johannis Bernoulli beruffen wurden; da ich denn eine unbeschreibliche Begierde bekam mit denselben zugleich A. 1725 nach Petersburg zu reisen. Die Sache konnte aber damahls nicht so gleich zu Stande gebracht werden. Die gemeldten jüngeren Bernoulli gaben mir indessen die feste Versicherung, dass sie mir nach Ihrer Ankunft in Petersburg eine anständige Stelle daselbst auswürcken wollten, welches auch würcklich bald darauf erfolget, da ich um meine mathematische Kenntnüss auf die Medicin zu appliciren bestimmt wurde. Weil diese Nachricht zu Anfang des Winters A. 1726 einlief, und ich meine Abreise nicht vor dem künftigen Frühjahr vornehmen konnte, so liess ich mich inzwischen bey der medicinischen Facultaet in Basel immatriculiren und fing an mich mit allem Fleiss auf das Studium medicum zu appliciren.»

Tatsächlich wurde Euler jedoch erst am 2. April 1727 – drei Tage vor seiner Abreise von Basel – an der Medizinischen Fakultät formell immatrikuliert.

[5] Cf. Bellini (1683), Borelli (1680–1681), Pitcairne (1717).

## 2

L. EULER AN D. BERNOULLI

Basel, November 1726

[. . .] officium meum, ut decus postulat, erga vos perfecte praestandi<sup>[1]</sup>. Si literae tuae aliquanto citius ad me pervenissent hoc adhuc anno, vix enim tempus apud vos degendi expectare possum, in iter me contulissem, cum vero nunc saeva hiemis tempestas instet, constitui proximo vere, juvante Deo, hinc proficisci. Interea vero ut consulisti Physiologiae strenuam navare operam haud intermittam<sup>[2]</sup>.

Occasione vacantis Professionis Physicae constitui dissertationem publice propugnare, quam jam de sono conscripsi<sup>[3]</sup>. in qua ex principiis mechanicis vim elasticam et motus communicationem concernentibus, celeritatem soni computo elicio, ubi invenio maximam soni celeritatem quae est altitudine mercurii in barometro ut et spiritus vini in thermometro existente maxima, tantam esse ut uno minuto secundo 1268 ped. Rhenanos, minima vero soni celeritatem tantam ut circiter 1161 pedes Rhenanos percurrere possit, quae cum experientia satis sunt congrua<sup>[4]</sup>. Experimenta autem discrepant. Quidam invenere spatium quod sonus uno secundo minuto percurrit, pedum 1300, quidam 1200, alii 1100, verum Halleys et Derhamius qui hanc rem exactius inquisiverunt non nisi  $1108\frac{1}{10}$  pedes Rhenanos inveniunt<sup>[5]</sup>. Quam disconvenientiam licet valde exiguum theoriae et experientiae impuritati aëris seu aëri vaporibus inquinato adscribo, vapores enim vim elasticam aëris diminuunt, et proinde quoque soni velocitatem<sup>[6]</sup>. Licet Newtonus in sua *Philosophia* lib. II contrarium statuatur. Ibi ex aliis autem principiis, velocitatem soni quoque supputat, invenit vero saltem pro illo spatio 969 pedes saltem anglicanos, cum experientia determinatum sit id spatium 1142 ped. Anglicanis<sup>[7]</sup>, hic quoque Newtonus istam inaequalitatem impuritati aëris adscribit; uter autem potiore jure ipse judicabis!

Postmodum digredior ad contemplationem instrumentorum sonum edentium, determinoque primo in chordis motum earum tremulum investigando numerum

vibrationum dato tempore editarum, ex noto pondere chordae, longitudine ejus et pondere tendente. Dein hoc applicato experimentis a me institutis inveni in instrumentis ad sonum quem volunt choralem moderatis, chordam sonum  $C$  seu *ut* edentem uno minuto secundo edere 139 vibrationes<sup>[8]</sup>. Deinde eodem modo cum vibrationibus Tympanorum procedo.

Clarissimus tuus Patruelis (Niklaus I) Proffessor logices nuper mihi proposuit in ista serie generali

1)  $a$ , 2)  $b$ , 3)  $pa + qb$ , 4)  $pqa + pb + qqb$ , 5)  $ppa + pqqa + 2pqb + q^3b$  etc.

ubi terminus quilibet ex. gr. 5 est summa ex facto antecedentis 4<sup>ti</sup> in  $q$  et ex facto praecedentis 3<sup>tii</sup> in  $p$ . In hac inquam serie proposuit mihi terminum invenire generalem, cujus problematis geminam inveni solutionem: unam per seriem, alteram vero per potentiam indeterminatam. Priori modo inveno pro termino  $n^{\text{esimo}}$  hanc expressionem

$$a \left( pq^{n-3} + \frac{n-4}{1} ppq^{n-5} + \frac{(n-6)(n-5)}{1 \cdot 2} p^3 q^{n-7} + \frac{(n-8)(n-7)(n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^4 q^{n-9} \text{ etc.} \right) \\ + b \left( q^{n-2} + \frac{n-3}{1} pq^{n-4} + \frac{(n-5)(n-4)}{1 \cdot 2} p^2 q^{n-6} + \frac{(n-7)(n-6)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^3 q^{n-8} \text{ etc.} \right)$$

quae expressio existente  $n$  numero integro affirmativo semper erit finita et applicatu facilis. Altera solutio quidem finita est expressio verum applicatu difficilior. Haec scilicet inventa fuit a me pro termino  $n^{\circ}$

$$\left( \frac{b - qa}{2p} + \frac{aqq + 2ap - bq}{2p\sqrt{4p + qq}} \right) \cdot \left( \frac{q + \sqrt{4p + qq}}{2} \right)^n \\ + \left( \frac{b - qa}{2p} + \frac{bq - 2ap - aqq}{2p\sqrt{4p + qq}} \right) \cdot \left( \frac{q - \sqrt{4p + qq}}{2} \right)^n.$$

In casu speciali cujus exemplum habes in *Exercitationibus* tuis *Mathematicis*<sup>[9]</sup> ubi nempe quivis terminus est summa duorum praecedentium, illius seriei terminus generalis (quem quidem jam dudum scis) habebitur ponendo loco  $p$  et  $q$  unitates. Erit scilicet terminus  $n$

$$\left( \frac{b - a}{2} + \frac{3a - b}{2\sqrt{5}} \right) \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + \left( \frac{b - a}{2} [+]\frac{-3a + b}{2\sqrt{5}} \right) \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n,$$

Et hinc in ista serie 1, 3, 4, 7, 11, 18 [etc.] erit terminus generalis<sup>[10]</sup>

$$\left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n.$$

Constat sine dubio de *Problemate Nautico* quod Academia Regia Scientiarum Gallica hoc anno proposuit, cujusque praemium pro[xi]mo paschate adjudicetur. Illius quoque solutionem misi, ita autem illud sonat, *Quelle est la Meilleure maniere de master les Vaisseaux tant par rapport à la situation qu'au nombre et*

*hauteur des Masts*. Hujus problematis solutionem meris principiis Mechanicis innixam inveni et ad praxin applicavi. Locum quidem Malorum facile ex principiis geometriae determinavi, quae vero numerum et altitudinem malorum concernebant, unica aequatione algebraica comprehendendi, quae ad omnes naves cujus vis generis applicatur<sup>[11]</sup>.

Plura mihi quidem essent scribenda, et ea quae scripsi ex parte fusius deducenda – verum cum angustia spatii id non permittat, hic pedem figo, qui sum et in aeternum perseverabo Tui, Vir Clarissime, obstrictissimus et humillimus servus.

### Übersetzung

[...] meine Pflicht Ihnen gegenüber, wie es der Anstand erfordert, völlig zu erfüllen<sup>[1]</sup>. Wenn Ihr Brief noch in diesem Jahr etwas schneller zu mir gelangt wäre, hätte ich mich auf den Weg gemacht, denn ich kann es kaum erwarten, bei euch zu leben. Da nun aber die harte Winterszeit bevorsteht, habe ich beschlossen, im nächsten Frühjahr mit Gottes Hilfe von hier aufzubrechen. Inzwischen aber unterlasse ich nicht, mich gemäss Ihrem Ratschlag intensiv mit der Physiologie zu beschäftigen<sup>[2]</sup>.

Da gerade der Lehrstuhl für Physik frei geworden ist, habe ich beschlossen, öffentlich eine Dissertation über den Schall zu verteidigen, die ich bereits geschrieben habe<sup>[3]</sup>. Darin berechne ich auf Grund der Prinzipien, welche die elastische Kraft und die Übertragung von Bewegungen betreffen, die Geschwindigkeit des Schalles. Diese finde ich in Abhängigkeit des Barometerstandes und der gemessenen Temperatur maximal als 1268, minimal aber als 1161 Rheinische Fuss pro Sekunde, was mit der Erfahrung ordentlich übereinstimmt<sup>[4]</sup>. Die Experimente aber weichen voneinander ab. Einige finden für die Strecke, die der Schall in einer Sekunde durchläuft, 1300 Fuss, einige 1200, andere 1100, tatsächlich aber fanden Halley und Derham, die diese Sache genauer untersucht haben, dafür nur  $1108\frac{1}{10}$  Rheinische Fuss<sup>[5]</sup>. Wie klein diese Abweichung zwischen Theorie und Experiment auch sein mag, ich schreibe sie der Unreinheit der Luft oder der mit Wasserdämpfen durchsetzten Luft zu, denn letztere vermindern die Leitfähigkeit der Luft und somit auch die Schallgeschwindigkeit<sup>[6]</sup> – mag auch Newton im 2. Buch seiner *Prinzipien* das Gegenteil angeben. Dort berechnet er die Schallgeschwindigkeit auch, aber aus anderen Prinzipien, und findet in der Tat für jenen Weg wenigstens 969 Englische Fuss, während dieser Weg durch das Experiment mit 1142 Englischen Fuss bestimmt wurde<sup>[7]</sup>. Auch hier schreibt Newton diese Ungleichheit der Unreinheit der Luft zu. Was nun richtiger ist, mögen Sie selbst beurteilen.

In der Folge gehe ich dazu über, die tonerzeugenden Instrumente zu betrachten, bestimme zuerst die Schwingungsbewegung in den Saiten und erforsche die Anzahl der Schwingungen innerhalb einer gegebenen Zeit aus dem bekannten Gewicht der Saite, deren Länge und der Zugspannung. Nach diesen Vorkehrungen fand ich mittels selbst durchgeführter Experimente, dass in Instrumenten, die zur Erzeugung eines beliebigen Tones eingerichtet sind, eine Saite den Ton *C* oder *ut*

erzeugt, wenn sie 139 Schwingungen in der Sekunde ausführt<sup>[8]</sup>. Dann fahre ich in derselben Weise mit den Schwingungen von Trommeln fort.

Ihr  $\rangle \dots \langle$  Vetter  $\langle$  Niklaus I  $\rangle$ , der Professor der Logik, schlug mir kürzlich vor, in dieser allgemeinen Reihe

1)  $a$ , 2)  $b$ , 3)  $pa + qb$ , 4)  $pqa + pb + qqb$ , 5)  $ppa + pqqa + 2pqb + q^3b$  etc.,

in der ein beliebiges Glied, z. B. das fünfte, die Summe darstellt aus dem Produkt des vorangehenden vierten Gliedes mit  $q$  und demjenigen des diesem vorangehenden dritten Gliedes mit  $p$ , das allgemeine Glied zu finden. Ich fand eine zweifache Lösung dieses Problems: die eine mittels Reihenentwicklung, die andere aber in geschlossener Form. Auf die erste Art finde ich für den  $n$ -ten Term den Ausdruck

$$a \left( pq^{n-3} + \frac{n-4}{1} ppq^{n-5} + \frac{(n-6)(n-5)}{1 \cdot 2} p^3 q^{n-7} + \frac{(n-8)(n-7)(n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^4 q^{n-9} \text{ etc.} \right) \\ + b \left( q^{n-2} + \frac{n-3}{1} pq^{n-4} + \frac{(n-5)(n-4)}{1 \cdot 2} p^2 q^{n-6} + \frac{(n-7)(n-6)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^3 q^{n-8} \text{ etc.} \right).$$

Dieser Ausdruck wird stets endlich und leicht anzuwenden sein, wenn  $n$  eine natürliche Zahl ist. Die andere Lösung ist eine geschlossene Formel, jedoch schwerer anzuwenden. Folgendes fand ich für das  $n$ -te Glied:

$$\left( \frac{b - qa}{2p} + \frac{aqq + 2ap - bq}{2p\sqrt{4p + qq}} \right) \cdot \left( \frac{q + \sqrt{4p + qq}}{2} \right)^n \\ + \left( \frac{b - qa}{2p} + \frac{bq - 2ap - aqq}{2p\sqrt{4p + qq}} \right) \cdot \left( \frac{q - \sqrt{4p + qq}}{2} \right)^n.$$

Ein Beispiel hierzu haben Sie für einen speziellen Fall in Ihren *Exercitationes mathematicae*<sup>[9]</sup>, wo ja ein beliebiger Term die Summe der beiden vorangehenden ist. Das allgemeine Glied jener Reihe (das Sie freilich schon lange kennen) bekommen wir, indem wir anstelle von  $p$  und  $q$  je 1 setzen. Somit wird das  $n$ -te Glied

$$\left( \frac{b - a}{2} + \frac{3a - b}{2\sqrt{5}} \right) \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + \left( \frac{b - a}{2} - \frac{3a - b}{2\sqrt{5}} \right) \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n,$$

und daraus wird das allgemeine Glied in der Reihe<sup>[10]</sup> 1, 3, 4, 7, 11, 18 etc.

$$\left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n.$$

Sie wissen sicher von dem nautischen Problem, das die Pariser Akademie in diesem Jahr gestellt hat und für das der Preis kommende Ostern verliehen werden wird. Dazu habe auch ich eine Lösung eingereicht. Die Fragestellung lautet so: *Quelle est la meilleure maniere de master les vaisseaux tant par rapport à la situation qu'au nombre et hauteur des masts?* Die Lösung dieses Problems fand

ich gestützt auf die reinen Prinzipien der Mechanik, und ich wandte sie auf die Praxis an. Den Standort der Masten aber bestimmte ich leicht aus den mathematischen Prinzipien. Was jedoch die Anzahl und die Höhe der Masten betrifft, fasste ich alles in einer einzigen algebraischen Gleichung zusammen, die auf alle Schiffe beliebiger Art anwendbar ist<sup>[11]</sup>.

Eigentlich müsste ich mehr schreiben, und was ich schrieb, ausführlicher auseinandersetzen, aber da der Platz es nicht erlaubt, breche ich hier ab, der ich bin und stets verbleibe Ihr  $\rangle \dots \langle$  Ihnen höchst verpflichteter und ergebener Diener.

R 91 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 1

Basel, November 1726

Eigenhändiger Entwurf (Anfang fehlt), 3 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 1, Nr. 129, Bl. 82–84v

Publ.: Mikhajlov 1957, p. 27–28

- [1] Der fehlende Anfang des Briefes enthielt wahrscheinlich Eulers Dankesworte an D. Bernoulli für dessen Bemühungen um die Einladung Eulers nach Petersburg.
- [2] Cf. Brief Nr. 1, Anm. 4.
- [3] Der Basler Lehrstuhl für Physik wurde mit dem Tod von Prof. Johann Rudolf Beck am 29. September 1726 frei. Euler bewarb sich erfolglos um die vakante Physikprofessur und präsentierte in diesem Zusammenhang am 18. Februar 1727 der Universität seine Dissertation *De sono* (E. 2) (cf. O. IV A, 2, p. 18). In seiner 1767 diktierten Autobiographie (Pekarskij 1865, p. 251; Fellmann 1995, p. 12) führt Euler aus:  

«Inzwischen wurde in Basel die *Professio Physica* erledigt, und weil sich dafür eine Menge Competenten meldete, so liess ich mich auch in die Zahl derselben aufschreiben, und hielte bey dieser Gelegenheit als *Praeses* meine *Disputationem de Sono*.»
- [4] Cf. Eulers Dissertation *De sono* (E. 2). Im dort veröffentlichten Text sind die betreffenden Geschwindigkeiten in 1222 und 1069 abgeändert worden.
- [5] Cf. Halley (1686, 1687) und Derham (1708).  $1108\frac{1}{10}$  Rheinische Fuss entsprechen 347.78 m.
- [6] Tatsächlich erhöht die vermehrte Feuchtigkeit die Schallgeschwindigkeit in der Luft.
- [7] Cf. Newton, *Prinzipien* (Lib. II, Prop. L). – Newton erhielt gemäss der ersten Auflage der *Prinzipien* (1687) nicht den Wert 969, sondern 968 Fuss pro Sekunde, und in den nächsten Auflagen steht an dieser Stelle 979 Fuss pro Sekunde. Gemäss modernen Messungen entspricht die Geschwindigkeit von 1142 Englischen Fuss pro Sekunde (= 348 m/s) einer Lufttemperatur von ca. 27 °C bei Normaldruck.
- [8] Im publizierten Text seiner Dissertation (E. 2, § 21) gibt Euler für den Ton *C* 116 Schwingungen pro Sekunde anstelle der hier angeführten 139 an. Bei dem heute verwendeten Kamerton  $a' = 440$  Hz und reiner Stimmung 5 : 6 der kleinen Terz *a–c* entspricht dem Ton *c* (*ut, do*) eine Saitenfrequenz von 132 Schwingungen pro Sekunde. Eulers Zahlenangaben würden einem  $a'$  von 463 Hz (hier im Brief) bzw. 387 Hz (in der gedruckten Dissertation) entsprechen; Stimmungen beider Tonlagen sind für die erste Hälfte des 18. Jh. durchaus belegt.
- [9] Cf. D. Bernoulli, *Exercitationes mathematicae* (1724, DB. 4), p. 7 (DBW 1, p. 300).
- [10] In den *Exercitationes mathematicae* (*loc. cit.*) untersucht D. Bernoulli nur den Fall  $a = 1$ ,  $b = 3$  und sagt, er habe bewiesen, dass es unmöglich sei, den allgemeinen Term dieser Reihe in geschlossener Form darzustellen («nunquam ad terminum generalem reduci posse demonstratum habeo»). Den nachfolgenden Ausdruck für das allgemeine Glied dieser Reihe gibt erstmals Niklaus I Bernoulli, der in seinem Brief an D. Bernoulli vom 21. November



1724 (Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 3–4) darauf hinweist, dass Daniel in seiner Einschätzung der betreffenden Reihe falsch liegt: «falleris; haec series 1, 3, 4, 7, 11, 18 etc. ad terminum generalem [...]»

$$\left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}\right)^n + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}\right)^n$$

reduci posset, uti mox videbis». Im selben Brief beschäftigt sich Niklaus I u. a. auch mit der *Fibonacci-Reihe* 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 etc. und berechnet deren allgemeinen Term als

$$x = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}\right)^n - \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}\right)^n \right).$$

Diese Formel wurde – viel später – von Binet (1813) wiederentdeckt und bewiesen, nach welchem sie heute in der Literatur benannt wird. Zu Binet cf. Grattan-Guinness (1990, vol. 1, p. 191–192; vol. 3, p. 1430–1431). – Cf. Bottazzini (1996).

- [11] Eulers Preisschrift *Meditationes super problemate nautico* (E. 4) wurde von der Pariser Akademie der Wissenschaften mit einem Trostpreis (*Accessit*) bedacht, während der Hauptpreis einer Arbeit des schon weitbekannten Bouguer (1727) zugesprochen wurde. – Cf. O. IV A, 2, p. 17–18.

## 3

D. BERNOULLI AN L. EULER

Petersburg, 4. Januar 1727 (24. Dezember 1726)

Doctissimo Leonhardo Eulero

S. D. P.

Daniel Bernoulli

Non habes profecto, Ornatissime Leonharde<sup>[1]</sup>, de quo mihi gratias agas; Aliud enim in hac tua causa non feci, quam quod singulares Tuos profectus in studiis nostris Generosissimo Praesidi nostro (Blumentrost) exposuerim, qua in re non tam Tibi quam societati nostrae inservisse mihi videor. Obtinui quoque absque ulla difficultate ab Illustrissimo D<sup>no</sup> Blumentrost, ut promissi centum Rubelones, qui sane itineri absolvendo abunde suffecturi fuissent, aliis triginta Rub. augerentur. En igitur litteras cambiales ad Patrem meum directas 320 ₧ Basil[iensium] quae praedictam summam propemodum efficient<sup>[2]</sup>. Si vero aliquid deficiat, de quo nondum certus esse possum, residuum Tibi reddam una cum rationibus, post tuum, quem Tibi opto felicissimum adventum. Poteris iter recta Lubecam dirigere curaturus, ut initio vel medio maji ibidem appellas, atque postmodum mari illud perficere<sup>[3]</sup>.

Non sine voluptate intellexi, Te in animo habere conscribere dissertationem de *sono*; ita nimirum ostendes, quam necessario nexu cohaereant Physica et Mathe-sis sublimior. Dubito tamen an quid certi affirmari possit de celeritate soni, ideo quod de soni propagationis explicatione nihil adhuc constet. Verum non ita est de numero vibrationum nervi musici definito tempore absolutarum, quem ex legibus mechanicis determinari posse plane non dubito; imo conjicio, theorias nostras circa

problema hoc acusticum nequicquam a se invicem differre, quia post instituta exactissime experimenta reperi tecum, chordam, quae secundum ab infimo *C* seu *ut* edit, absolvere tempore minuti unius secundi 139 vibrationes<sup>[4]</sup>. Fluit hic numerus ex formula generali, quam inveni pro tempore unius vibrationis  $ct\sqrt{\frac{m}{2n}}$ , in qua  $\frac{m}{n}$  significat rationem ponderum nervi et oneris nervo appensi;  $t$  denotat tempus, quod insumit corpus cadendo motu uniformiter accelerato per altitudinem aequalem longitudini nervi; et  $c$  exprimit circumferentiam circuli, cujus diameter est  $= \frac{1}{2}$ . Experimentum, quod institui, me docuit, nervum  $\frac{5}{16}$  drachmae pendentem et 11 poll[icibus] 4 lin[eis] Paris[inis] longum, cui appensum erat pondus 3  $\mathfrak{U}$  10  $\mathfrak{S}$  edere tonum *secundum C seu ut*; substitutis autem hisce numeris in formula mea universali prodit 139 quam proxime<sup>[5]</sup>, prorsus uti a Te inventum esse perhibes. Nescio an videris, quae habentur Auctore Taylora Geometra Acutissimo in *Transact[ionibus] Angl[icis]* n<sup>ro</sup> 337<sup>[6]</sup>, ubi magno et abstruso ratiocinio, quod nondum debita attentione perlegere vacavit, exhibetur talis formula

$$\frac{d}{c}\sqrt{\frac{N}{P}} \times \frac{L}{D}.$$

Per  $\frac{d}{c}$  intelligitur ratio diametri circuli ad circumferentiam; per  $\frac{N}{P}$  ratio ponderis nervi ad pondus corporis appensi, et per  $\frac{L}{D}$  ratio longitudinis nervi ad longitudinem penduli singulis minutis secundis oscillantis; haec formula in nostro casu particulari dat 745 pro numero vibrationum intra minutum secundum, qui a nostro multum differt<sup>[7]</sup>. Denique D<sup>nus</sup> Sauveur problema hoc acusticum duabus methodis, quarum posterior priorem post tredecim annorum intervallum demum secuta est, aggressus fuit, vid. *Hist[oriam] Reg[iae] Acad[emiae] Scient[iarum] Paris[inae]* a. 1700 et *Comment[arios] ejusdem Acad[emiae]* a. 1713<sup>[8]</sup>. Illam approbarem, nisi nimiam exactitudinem in observando postularet, quae humanas vires transcendit, hanc vero omnino improbo. Meam methodum Tibi coram exponam.

Quod jam attinet ad alteram Tuam meditationem circa celeritatem soni, vereor ne calculus Tuus non conveniat cum phaenomenis naturae; tametsi enim illum non viderim, potui tamen id suspicari ex eo quod Tibi considerentur diversae altitudines cum mercurii in barometro tum spiritus vini in thermoscopio, cui rei experimenta Derhamii plane repugnant. Dicit enim allegatus Author in tractatu, quem inscripsit *Physico-Theology* p. 135, quod differentia diei et noctis, caloris et frigoris, aestatis et hyemis, coeli sereni et nubibus obducti, altitudinis mercurii in barometro majoris vel minoris, nequaquam accelerare vel retardare possit sonum<sup>[9]</sup>; potest autem ventus, prouti fuerit vel secundus vel adversus, vid. *Transact[iones] Angl[icas]* n<sup>ro</sup> 313<sup>[10]</sup> vel Christ[iani] Wolff[ii] *Physicam* tom. 3, cap. 2, de sono<sup>[11]</sup>. Mihi autem in hoc argumento observatum est

1<sup>o</sup> Si concipiatur sphaera composita ex infinitis stratis concentricis ad instar cepae, quorum singula successive commoveantur, ita ut quodlibet stratum semel comprimatur atque sese restituat prius, quam cum subsequenti strato motum com-

municare possit, sonum perficere debere quam proxime 900 pedes Angl[icos] intra tempus unius scrupuli secundi.

2<sup>do</sup> Si vero fingamus sphaeram aëream solidam et elasticam, quae tota motum tremulum a corpore sonoro in centro posito accipiat, atque radio hujus sphaerae demus circiter 1100 pedes Angl[icos] fore ut talis sphaera vibrationes suas seu alternas compressiones et dilatationes absolvat intra scrupulum secundum temporis. Cum vero hic numerus 1100 valde accedat, ad eum quem statuunt Derhamius, Flamstedius et Newtonus pro celeritate soni<sup>[12]</sup>, qui est 1142, conjici potest aut dubitari, num non tota sphaera aërea a corpore sonoro concitetur in motum tremulum, qui auribus percipi nequit, nisi cum velocitas ipsius est maxima; est autem maxima, cum aër post primam compressionem iterum transit per statum naturalem; video tamen multis difficultatibus hanc sententiam premi. Caeterum Newtonus in editione novissima *Principiorum* mutavit numerum 969 in 979<sup>[13]</sup>.

De tympano nihil addo, quia eandem solutionem admittit, quam nervus musicus.

Recte se habent quae dicis de seriebus  $a$ ,  $b$ ,  $pa + qb$ ; Idem etiam Patruelis meus (Niklaus I) perscripserat ad me cum Venetiis agerem<sup>[14]</sup>; et postmodum ipse quoque particulari inveni methodo. Desiderarem autem formulam, cujus exponentes haud ingrediatur numerus  $n$ ; alias nihil promotum video; fuit enim transmutata tantum series proposita in aliam non magis *summabilem*.

Hisce vale meque ama.

Dabam Petropoli a. d. 24 decembr. st[ili] vet[eris] 1726.

P. S. Rogo, ut mihi afferas librum Gallicum, qui habet titulum *Memoires de Mr. L. C. R. sous les Card[inaux] de Richelieu et Mazarin*<sup>[15]</sup>.

### Übersetzung

>...<

Sie haben wahrhaftig keinen Grund, >...< Leonhard<sup>[1]</sup>, mir zu danken, denn ich habe in Ihrer Angelegenheit nichts anderes getan, als dass ich Ihre einzigartigen Fortschritte in unserem Fachgebiet unserem so grosszügigen Präsidenten (Blumentrost) dargelegt habe, und damit habe ich, wie mir scheint, nicht so sehr Ihnen als unserer Akademie einen Dienst erwiesen. Ich erreichte auch ohne Schwierigkeit vom verehrten Herrn Blumentrost, dass er den versprochenen 100 Rubeln, die für die Reise mehr als genug sind, weitere 30 Rubel hinzufügte. Hier haben Sie also den Wechsel von 320 Basler Pfund, der an meinen Vater adressiert ist und ungefähr die vorgenannte Summe ausmacht<sup>[2]</sup>. Sollte aber etwas fehlen, wovon ich noch nichts wissen kann, dann werde ich Ihnen den Rest zusammen mit der Abrechnung nach Ihrer – hoffentlich glücklichen – Ankunft zurückerstatten. Sie können geradewegs nach Lübeck gehen und dafür sorgen, dass Sie Anfang bis Mitte Mai dort sind; in der Folge können Sie Ihre Reise über das Meer vollenden<sup>[3]</sup>.

Mit Freude habe ich vernommen, dass Sie im Sinn haben, eine Dissertation über den *Schall* zu schreiben; so nämlich können Sie zeigen, wie die Physik und die höhere Mathematik notwendigerweise zusammenhängen. Dennoch bezweifle ich, dass etwas Sicheres über die Schallgeschwindigkeit ausgesagt werden kann, und zwar, weil bis jetzt noch keine Erklärung der Schallausbreitung feststeht. Dies gilt allerdings nicht für die Anzahl der absoluten Schwingungen der Musikaite innerhalb einer bestimmten Zeit, die natürlich zweifelsfrei aus den Gesetzen der Mechanik bestimmt werden kann; vielmehr vermute ich sogar, dass sich unsere Theorien über dieses akustische Problem keineswegs voneinander unterscheiden, weil ich nach einem äusserst exakt ausgeführten Experiment so wie Sie gefunden habe, dass die Saite, die das zweite *C* oder *ut* erzeugt, in einer Sekunde 139 Schwingungen ausführt<sup>[4]</sup>. Diese Zahl ergibt sich aus der allgemeinen Formel, welche ich für die Zeitdauer einer einzelnen Schwingung als  $ct\sqrt{\frac{m}{2n}}$  fand, in der  $\frac{m}{n}$  das Verhältnis des Saitengewichts und der an der Saite angehängten Last bezeichnet;  $t$  ist die Zeit, die ein Körper bei gleichförmig beschleunigtem freiem Fall benötigt, wenn die Fallhöhe gleich der Saitenlänge ist, und  $c$  ist der Umfang des Kreises mit dem Durchmesser  $\frac{1}{2}$ . Das von mir angestellte Experiment zeigte mir, dass eine Saite von  $\frac{5}{16}$  Drachmen Gewicht und 11 Zoll 4 Pariser Linien Länge, der ein Gewicht von 3 Pfund 10 Unzen angehängt wurde, *das zweite C oder ut* erzeugt. Nachdem ich diese Zahlen in meiner allgemeinen Formel eingesetzt hatte, erhielt ich gut angenähert<sup>[5]</sup> 139, womit ich dasselbe wie Sie gefunden habe. Ich weiss nicht, ob Sie Taylors Abhandlung in den *Philosophical Transactions*, Nr. 337<sup>[6]</sup>, gesehen haben, wo mit einer langen und völlig undurchsichtigen Beweisführung, die ich noch nicht mit der nötigen Aufmerksamkeit durchlesen konnte, folgende Formel steht:

$$\frac{d}{c}\sqrt{\frac{N}{P}} \times \frac{L}{D}.$$

Hier bezeichnet  $\frac{d}{c}$  das Verhältnis des Kreisdurchmessers zum Umfang,  $\frac{N}{P}$  dasjenige des Saitengewichts zur angehängten Last und  $\frac{L}{D}$  das Verhältnis der Saitenlänge zur Länge des Sekundenpendels. Diese Formel ergibt in unserem Spezialfall 745 für die Anzahl der Schwingungen innerhalb einer Sekunde, was von unserer Zahl beträchtlich abweicht<sup>[7]</sup>. Schliesslich ging Sauveur dieses akustische Problem mit zwei Methoden an, wobei die zweite der ersten erst nach dreizehn Jahren Unterbruch folgte – siehe *Histoire de l'Académie Royale des Sciences* von Paris für das Jahr 1700 und *Mémoires* derselben Akademie für 1713<sup>[8]</sup>. Jene könnte ich billigen, wenn sie nicht eine übermenschliche Genauigkeit des Beobachtens verlangte, diese aber verwerfe ich völlig. Meine Methode werde ich Ihnen offen darlegen.

Was nun Ihre andere Untersuchung über die Schallgeschwindigkeit betrifft, so fürchte ich, dass Ihre Rechnung nicht mit den Naturerscheinungen übereinstimmt. Obwohl ich jene nicht gesehen habe, konnte ich dies dennoch dadurch vermuten, weil von Ihnen sowohl verschiedene Barometerstände als auch andere Temperaturen betrachtet wurden. Dem aber widersprechen eben die Experimente von Der-

ham. Der besagte Autor sagt nämlich auf Seite 135 seiner Abhandlung mit dem Titel *Physico-Theology*, dass der Unterschied zwischen Tag und Nacht, Wärme und Kälte, Sommer und Winter, heiterem und bewölktem Himmel und der Höhe des Quecksilbers im Barometer, sei er nun grösser oder kleiner, den Ton keineswegs beschleunigen oder verzögern könne<sup>[9]</sup>; der Wind hingegen vermag es, je nachdem ob er günstig oder ungünstig weht – siehe *Philosophical Transactions*, Nr. 313<sup>[10]</sup>, oder die *Physica* von Christian Wolff, Band 3, Kapitel 2, Über den *Schall*<sup>[11]</sup>. Bei diesem Beweis ist mir aber folgendes aufgefallen:

1) Angenommen, eine Kugel sei zusammengesetzt aus unendlich vielen konzentrischen Schichten wie etwa bei einer Zwiebel, deren einzelne Schichten nacheinander bewegt werden, so dass jede beliebige Schicht einmal zusammengedrückt wird und wieder den früheren Zustand annimmt, bevor sie der nachfolgenden Schicht den Impuls weitergeben kann, so muss ein Ton ungefähr 900 Englische Fuss in einer Sekunde zurücklegen.

2) Wenn wir uns hingegen eine kompakte, elastische Luftkugel vorstellen, die von einem in ihrem Zentrum befindlichen, tönenden Körper als Ganzes in schwingende Bewegung versetzt wird, und den Radius dieser Kugel mit ungefähr 1100 Englischen Fuss ansetzen, so wird eine solche Kugel ihre Schwingungen – also die einzelnen Kompressionen und Ausdehnungen – innert einer Sekunde vollbringen. Eine solche Kugel würde erst innerhalb eines Sekundenbruchteils vibrieren oder sich abwechselnd zusammenziehen und ausdehnen, wenn ihr Radius ungefähr 1100 Englische Fuss betragen würde. Wenn sich auch diese Zahl 1100 an jene, die Derham, Flamsteed und Newton für die Geschwindigkeit des Schalls statuiert haben<sup>[12]</sup>, nämlich 1142, sehr annähert, kann man vermuten oder erwägen, ob nicht vielleicht die ganze Luftkugel vom tönenden Körper in Schwingung versetzt worden ist, die unhörbar ist, es sei denn, ihre Geschwindigkeit ist maximal. Sie ist aber dann maximal, wenn die Luft nach dem ersten Zusammendrücken wieder durch den natürlichen Zustand hindurchgeht. Dennoch sehe ich, dass diese Auffassung mit vielen Schwierigkeiten behaftet ist. Übrigens hat Newton in der neuesten Ausgabe der *Prinzipien* die Schwingungszahl 969 in 979 geändert<sup>[13]</sup>.

Über die Trommel füge ich nichts hinzu, weil sie dieselbe Lösung zulässt wie die Musikaite.

Es ist richtig, was Sie über die Reihen  $a, b, pa+qb$  sagen. Dasselbe hat mir schon mein Vetter (Niklaus I) geschrieben, als ich in Venedig lebte<sup>[14]</sup>, und später habe ich sie auch selbst mit einer speziellen Methode gefunden. Ich wünschte aber eine Formel, in der  $n$  nicht als Exponent vorkommt. Sonst sehe ich keinen Fortschritt; die vorgelegte Reihe wurde nämlich nur in eine andere, nicht besser *summierbare* umgewandelt.

} ... {

Petersburg, den 24. Dezember a. St. 1726.

P.S. Darf ich Sie darum bitten, mir das französische Buch mit dem Titel *Mémoires de Mr. L. C. R. sous les Cardinaux de Richelieu et Mazarin* mitzubringen<sup>[15]</sup>?

R.92 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 2  
Petersburg, 4. Januar 1727 (24. Dezember 1726)  
Orig., 4 Bl. – Bibl. Tartu, Morg. ep. ph. II, Nr. 26  
Publ.: Mikhajlov 1957, p. 28–29

- [1] Dieser Brief ist der einzige in der ganzen Korrespondenz, in welchem D. Bernoulli Euler mit dessen Vornamen anredet.
- [2] Dieses Äquivalent war für Euler recht grosszügig abgeschätzt, denn nach Johann I Bernoullis Angaben bildeten 25 Rubel den Gegenwert von 48 Basler Gulden oder 60 Basler Pfund. Detailliertere Angaben zu Währungen und Kaufkraft findet man z. B. in A. Staehelin (1957, p. XVIII–XIX), Fellmann (1992, p. 221).
- [3] In der 1767 seinem Sohn Johann Albrecht diktierten kurzen Autobiographie (Pekarskij 1865, p. 251; Fellmann 1995, p. 12) erzählt Euler:

«Inzwischen rückte das Frühjahr A. 1727 heran, und ich trat meine Abreise von Basel gleich im Anfang des April Monaths an, kam auch so früh nach Lubec {Lübeck}, dass noch kein Schiff fertig lag um nach Petersburg zu segeln: ich war also gezwungen mich auf ein nach Reval gehendes Schiff zu setzen, und weil die Reise gegen vier Wochen dauerte, so fand ich in Reval bald ein Stettiner Schiff, so mich nach Cronstadt transportirt.»

Euler reiste am 5. April von Basel ab und erreichte Petersburg am 24. (13.) Mai 1727. – Cf. die von Mikhajlov (1959), p. 275–278, veröffentlichten Auszüge aus Eulers Reisetagebuch.

- [4] Cf. Brief Nr. 2, Anm. 8.
- [5] Die Rechnung ergibt tatsächlich  $138.8 \text{ s}^{-1}$ .
- [6] Cf. Taylors Abhandlung über die Saitenbewegung (1713).
- [7] Sei  $P$  die Zugspannung der Saite,  $l$  ihre Länge und  $\rho$  ihre lineare Dichte, dann nehmen beide Formeln für die Schwingungszeit dieselbe Form an, nämlich

$$T = kl\sqrt{\frac{\rho}{P}}.$$

D. Bernoulli gibt für den Koeffizienten  $k$  den (falschen) Wert  $k = \frac{1}{2}\pi$  an, Taylor hingegen den richtigen, nämlich  $k = 2$ . Es ist unverständlich, wie ein so versierter Experimentator wie D. Bernoulli seine unrichtige Formel experimentell bestätigen und aus der richtigen Formel von Taylor den Wert 745 anstatt 109 bekommen konnte.

- [8] Cf. Sauveurs Abhandlungen über den Schall (1703, 1716).
- [9] Cf. Derhams *Physico-Theology* (1713), p. 134–135, Fussnote 28.
- [10] Cf. Derhams Abhandlung über die Schallausbreitung (1708).
- [11] Cf. Wolff (1723), p. 49–51.
- [12] Cf. Derham (1708, 1713), Newton, *Prinzipien* (Lib. II, Prop. L).
- [13] Cf. Newton, *Prinzipien* (1713, Lib. II, Prop. L). – Cf. Brief Nr. 2, Anm. 7.
- [14] Cf. Brief Nr. 2, Anm. 10, und DBW 1, p. 300f.
- [15] Cf. Courtitz de Sandras (1688). Die Initialen L. C. R. bezeichnen einen Comte de Rochefort, den fiktiven Autor der Satire, die der französische Publizist Gatien de Courtitz de Sandras verfasst hat.

4

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Basel, 18. Januar 1727

Basel den 18ten Januar 1727

Wol Edler, Hochgelerhter, insonders Hoch Geehrter Herr

Es hat allhier Herr Isaak Bruckner auch eine Lust bekommen nach Petersburg zu reisen, und Herr Professor Doppelmeier wird ihne auch schon bey Herren Praesidenten Blumen Trost recommendiret haben laut letzteren Briefen die er von ihme empfangen. Er wurde der Academie unvergleichlichen Nutzen schaffen, wann er dahin solte beruffen werden. Erstlichen in der Geographie, auf welche er sich schon seit langer Zeit wie Ewer WolEdel wol wissen, gäntzelich appliciert, und in derselben sehr weit gekommen, wie es seine Werke zur Gnügen außweisen, insonderheit derjenige *Globus terrestris*, dene er zu Paris verfertigt und an Exactitude und übereinstimmung mit den neüesten Observationen, laut Bezeügung der Academie seines Gleichen nicht hat<sup>[1]</sup>, demnach hat er eben dergleichen exacte kupfer zu *Globis* verfertigt Und ist im Stand selbst an jedem Ort die *Longitudinem* und *latitudinem* zu observieren, wurde derohalben können die aller accuratesten Landkarten verfertigen, und das noch weit besser als ein andrer die weil er nicht nur die Zeichnungs Kunst sondern auch das graviren ja auch das Truken selbst perfect verstehet und practicieret daß er nicht gezwungen ist seine Arbeit andren zu übergeben, welche es öfters zu verderben pflegen. Wurde also in der Geographie der Academie ungemeinen Nutzen schaffen, wie auch in denen *observationibus Astronomicis* zu nehmen, und denen *Globis Coelestibus* zu verfertigen. Über dieses wurde er der Academie in verfertigung der *Tuborum astronomicorum* wie auch derer *Microscopiorum* sehr dienlich sein, massen er die Kunst die Gläser zu schleifen und zu polieren auß dem Grund verstehet, und es leicht dahin bringen könnte, daß er die accuratesten objectivgläser machen wurde. *In summa* in der gantzen *Mathesi practica* wurde er daselbst sehr grosse Dienst erweisen, indeme er einen unermüdeten Fleiß hat allem auf das genaueste nachzuforschen und einen überauß scharfsinnigen Verstand viel nutzliche Erfindungen zu machen und dieselben in das Werk zu setzen. Es wird, wie ich Gemeldet, H. Doppelmeier ihne den H. Bruckner schon bereits bey Herren Blumentrost recommendiert haben, und werden auch Ew. WolEdel H. Vatter auch nechster Tagen ein recommendations Schreiben für ihne schiken, und zeigen wie nützlich er alda zu Petersburg sein wurde<sup>[2]</sup>. Habe also nicht unterlassen wollen Ew. WolEdel H. Bruckners meriten weitläufiger zu beschreiben, und Sie zu bitten daß Sie geruhen wolten ihne auch bey H. Blumentrost kräftigsten [zu] recommendieren, damit er auch möchte eine Vocation bekommen.

Wann es der Academie damit gedienet wäre, so wurde er sich resolvieren auf das baldeste dahin abzureisen, und damit die Sach desto schleüniger von statthen gehe und es nicht viel schreibens und widerschreibens bedörfe, so habe auch berichten wollen, wie ich es von ihme selbst vernommen, daß er endlichen für 500 roubles jährlichen, wann es nicht mehr seÿn könnte, wolte vorlieb nehmen,



wann ihme namlichen auch das erforderete Reißgelt darzu fourniret wurde. Bitte also eüer Wol Edel, wann es seÿn kan, so viel außzuwürken, daß ihme so bald es sein kan ein Vocations Schreiben gesendet werden möchte.

Ich wird also mit meiner Abreise verharren biß ich wieder von Ihnen wird Bericht erhalten haben ob H. Bruckner verlanget werde oder nicht. Im Ersteren Fall wurden wir beÿde H. Bruckner und ich die Reise auf das schleünigste antretten. Im anderen Fall aber wurde ich die Reise allein thun müssen, und mich mit denen Kaufleüten nacher Frankforte begeben. Weilen es das Ansehen nicht hat als ob H. Im Hof naher Petersburg verreisen werde<sup>[3]</sup>. Wann Eüre Wol Edel ich auf der Reise mit überbringung einiger Sachen oder was es auch seÿe werde können bedient sein so bitte nur zu berichten indem ich bin und Verbleibe

Meines Insonders Hochgeehrten Herren und Patronen  
Unterthänigster und bereitwilligster

L. Euler

### Übersetzung

Basel, den 18. Januar 1727

>...<

Hier hat Herr Isaak Bruckner auch Lust bekommen, nach Petersburg zu reisen, und Herr Professor Doppelmayr wird ihn auch beim Herrn Präsidenten Blumentrost gemäss den letzten Briefen, die er von ihm erhalten hat, bereits empfohlen haben. Sollte er an die Akademie berufen werden, so würde er dieser ausserordentlich nützlich sein, vor allem in der Geographie, auf die er sich seit langer Zeit, wie Sie sicher wissen, ganz verlegt hat und darin sehr weit gekommen ist, wie seine Werke hinreichend beweisen. Dies zeigt besonders der Erdglobus, welchen er in Paris verfertigt hat und der an Genauigkeit und Übereinstimmung mit den neuesten Beobachtungen nach dem Zeugnis der Pariser Akademie nicht seinesgleichen hat<sup>[1]</sup>. Danach verfertigte er genaue Kupferstiche zu Erdgloben und ist in der Lage, selbst an jedem Ort die Längen und Breiten zu beobachten, und könnte deshalb die besten Landkarten anfertigen, und zwar noch viel besser als irgend jemand anderer, da er nicht nur die Kunst des Zeichnens, sondern auch das Gravieren wie auch das Drucken selbst perfekt versteht und praktiziert. Dadurch ist er nicht gezwungen, seine Arbeit anderen zu übergeben, die sie des öfteren zu verderben pflegen. Er würde also der Akademie nicht nur in der Geographie, sondern auch mit astronomischen Beobachtungen und der Verfertigung von Himmelsgloben ungewöhnlichen Nutzen bringen. Darüber hinaus würde er der Akademie durch die Anfertigung von Fernrohren wie auch von Mikroskopen sehr dienlich sein, da er die Kunst des Glasschleifens und Polierens von Grund auf versteht und es leicht fertigbringen könnte, die akkuratesten Objektive herzustellen. Alles in allem würde er dort in der gesamten praktischen Mathematik sehr grosse Dienste leisten, da

er sich unermüdlich befeisst, allem sehr genau nachzuforschen, und einen überaus scharfsinnigen Verstand dafür besitzt, viele nützliche Erfindungen zu machen und zu realisieren. Wie ich bereits schrieb, wird Herr Doppelmayr Herrn Bruckner bereits bei Herrn Blumentrost empfohlen haben, und auch Ihr Vater wird in den nächsten Tagen ein Empfehlungsschreiben für ihn schicken und darin aufzeigen, wie nützlich Bruckner in Petersburg sein würde<sup>[2]</sup>. Ich wollte es daher nicht unterlassen, Ihnen Herrn Bruckners Verdienste ausführlicher zu beschreiben und Sie zu bitten, diesen auch bei Blumentrost nach allen Kräften zu empfehlen, damit er auch einen Ruf erhält.

Wenn der Akademie damit gedient wäre, so würde sich Herr Bruckner dazu entschliessen, auf den frühesten Termin nach Petersburg abzureisen. Damit die Sache um so schneller vonstatten ginge und es nicht vieler Korrespondenz bedürfte, so wollte ich auch nach seinen eigenen Angaben berichten, dass er schlussendlich mit 500 Rubeln – wenn es nicht mehr sein könnten – vorlieb nähme, wenn ihm auch das erforderliche Reisegeld dazu bewilligt würde. Ich bitte Sie also, wenn möglich, so viel auszuwirken, dass ihm baldmöglichst ein Berufungsschreiben übersendet werden möge.

Ich werde also mit meiner Abreise zuwarten, bis Sie mir berichtet haben, ob Herr Bruckner verlangt werde oder nicht. Im ersten Fall würden wir beide, Herr Bruckner und ich, die Reise baldmöglichst antreten, im anderen Fall jedoch würde ich allein reisen müssen und mich mit den Kaufleuten nach Frankfurt begeben, da es nicht den Anschein hat, dass Herr Im Hof nach Petersburg verreisen wird<sup>[3]</sup>. Wenn ich Ihnen auf der Reise mit der Überbringung einiger Sachen, was es auch sei, dienlich sein könnte, so bitte ich nur zu berichten, indem ich bin und verbleibe

⟩ ... ⟨

L. Euler

R 93     Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 3  
           Basel, 18. Januar 1727  
           Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 13, Bl. 289–290v  
           Publ.: Mikhajlov 1957, p. 30

- [1] Isaak Bruckner war der Sohn des Landpfarrers Hans Heinrich Bruckner in Diegten bei Basel. Nach seiner Heirat mit Ursula Wettstein, der Tochter des Notars Johann Ludwig Wettstein, hielt er sich mehrere Jahre in Paris auf und wurde durch die Anfertigung zweier Erdgloben von 13 cm (1722) resp. 31.3 cm Durchmesser (1726) mit 1500 Livres und dem Titel Königlicher Geograph belohnt. Weitbekannt wurde Bruckner sodann durch die Konstruktion einer Halterung mit schwenkbaren Einzelgliedern, wodurch die Betrachtung auch der südlichen Hemisphäre des Globus bequem möglich wurde, vor allem jedoch durch seine Globen aus Kupfer und Messing, die er für mehrere Herrscherhäuser anfertigte. – Cf. auch Brief Nr. 5, Anm. 1.
- [2] Ein solches Empfehlungsschreiben ist nicht bekannt und wurde wahrscheinlich nie geschrieben.
- [3] Um welches Mitglied der Basler Familie Im Hof (Imhof) es sich handelt, ist uns nicht bekannt.

## 5

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Petersburg, 1. März (18. Februar) 1727

Monsieur

Es ist mir leýd, daß ich wegen dem H. Brouckner keine favorable antwort geben kan. Es wurde mir sehr trostlich gewesen seyn, einen solchen aimablen, doucen und gelehrten landsman beý mir zu haben. Allein die jetzigen umständ beý hiesiger Academie erlauben es nicht. Ich hab meinem Vatter weitläuffiger darüber geschrieben<sup>[1]</sup>.

Sie werden hoffentlich mein letsteres vom 24. 10bre empfangen haben samt dem eingeschloßenen wechselbrieffl[ein] von 315 ₧ basler val[uta]. Das gelt, so ich ihrentwegen übermacht, belauft sich auff 337 f. 6 st. holl.<sup>[2]</sup> Das übrige auff 315 ₧ können sie gleich einziehen. Ich hoffe, ehe 3 Monat vorbeý, das contentement zu haben, sie zu embrassieren. Fragen sie nur gleich nach der Academie, oder nach dem posthaus, und alsdan nach mir. Wan sie in Lübec angekommen und sie gelt übrig haben, wurde es nicht gut seyn, daß sie solches in das land brächten, weilen sie darauff verlieren müsten; Sie könnten also, wan es nicht beschwärllich fallen solte, solches employieren mit einkauffung etlicher mir nöhtigen sachen; als 15 ₧ caffè, ein  $\frac{1}{2}$  ₧ guten theebol, 1 ₧ vom besten grünen thée, ein  $\frac{1}{2}$  dutzend bouteilles gutes dantziger branteweins von allerhand sorten, sofern solcher in Lubec zu finden; ein korb oder 12 dutzend feinen tabacpfeiffen; etliche ₧ chocolate, etliche dotzend cartenspiel und einen feinen englischen hut, so nicht gar weit<sup>[3]</sup>. Das ausgelegte werde ich hier alles mit danck restituieren. Dasjenige, was ihnen von meinem Vatter wird abgegeben werden, können sie, wo es gefällig unter ihre hardes thun, auch den hut dafür passieren machen; das übrige aber dem hiesigen Zoll übergeben. Solten sie auch sonst unterwegs unkösten meinetwegen gehabt haben, werde ich alles restituieren.

Schlieslichen bitte meine empfehlung zu machen an H. Vatter und F. Mutter und sich zu versichern, daß ich mich alzeit von hertzen erweýsen werde

Dero dienstwilligster

Bernoulli

S. Petersburg ce 18 fevr. 1727.

### Übersetzung

Monsieur

Es tut mir leid, dass ich bezüglich Herrn Bruckner keine günstige Antwort geben kann. Es wäre mir sehr tröstlich gewesen, einen solch liebenswürdigen, feinen und gelehrten Landsmann bei mir zu haben. Allein die gegenwärtigen Umstände

bei der hiesigen Akademie gestatten es nicht. Darüber habe ich meinem Vater ausführlicher geschrieben<sup>[1]</sup>.

Sie werden hoffentlich meinen letzten Brief vom 24. Dezember empfangen haben samt dem eingeschlossenen Wechsel von 315 Pfund Basler Valuta. Das Geld, das ich in Ihrer Sache überwiesen habe, beläuft sich auf 337 holländische Gulden 6 Stüber<sup>[2]</sup>; das übrige auf 315 Pfund können Sie sofort einziehen. Ich hoffe, noch vor Ablauf von drei Monaten die Freude zu haben, Sie umarmen zu können. Am besten fragen Sie sogleich nach der Akademie oder nach dem Posthaus und dann nach mir. Wenn Sie in Lübeck angekommen sind und Geld übrig haben, wäre es schlecht, dieses ins Land zu bringen, weil Sie daran verlieren müssten; Sie könnten es also, wenn es für Sie nicht zu beschwerlich sein sollte, verbrauchen durch Einkauf von etlichen mir nötigen Sachen wie 15 Pfund Kaffee,  $\frac{1}{2}$  Pfund guten Schwarztee, 1 Pfund vom besten grünen Tee,  $\frac{1}{2}$  Dutzend Flaschen guten Danziger Branntweins verschiedener Sorten, sofern solcher in Lübeck zu finden ist, einen Korb oder 12 Dutzend feine Tabakspfeifen, etliche Pfund Schokolade, etliche Dutzend Kartenspiele und einen feinen englischen Hut, nicht allzu weit<sup>[3]</sup>. Alle Auslagen werde ich Ihnen hier dankend zurückerstatten. Was Ihnen mein Vater mitgeben wird, wollen Sie bitte in Ihrem Handgepäck verstauen und Platz für den Hut lassen, alles übrige aber dem hiesigen Zoll übergeben. Sollten Sie auch sonst unterwegs meinewegen Unkosten gehabt haben, so werde ich alles vergüten.

Abschliessend bitte ich Sie, Ihren Vater und Ihre Mutter grüssen zu lassen und versichert zu sein, dass ich stets herzlich bin Ihr dienstwilligster

Bernoulli

St. Petersburg, den 18. Februar 1727.

R 94 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 4  
 Petersburg, 1. März (18. Februar) 1727  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 2–3v  
 Publ.: Mikhajlov 1957, p. 31

[1] Briefe von Daniel Bernoulli aus Petersburg an seinen Vater Johann I Bernoulli sind nicht erhalten geblieben. Dasselbe gilt auch von mindestens sieben Briefen von Johann I an Daniel aus dem Zeitraum 1727–1730, von welchen wir Kenntnis haben (cf. O. IV A, 2, p. 80, Anm. 7). – Isaak Bruckner wurde von der Akademie erst im Jahre 1732 im Zusammenhang mit der Erkrankung des Akademischen Instrumentenmachers Kalmykov eingeladen. D. Bernoulli, Euler und Hermann haben ihn dabei «seiner capacität halben, die er in verfertigung geometr. und mathemat. instrumenten, auch in vielen andern geographischen wissenschaften besitzen soll, sehr gerühmt» (cf. *Materialy* 2, p. 154; *Chronik* 1, p. 118). Bruckner erklärte sich mit den ihm vorgeschlagenen Bedingungen einverstanden, bat jedoch für seinen Antritt um eine Fristerstreckung, um seine Basler Angelegenheiten in Ordnung zu bringen (cf. Hermanns Brief R 1051 an Euler vom 15. März 1732); er kam im Frühjahr 1733 nach Petersburg, wo er bis 1745 an der Petersburger Akademie als *Mechanicus*, d. h. als Meister für physikalische und astronomische Instrumente, verbleiben sollte. Es folgten Aufenthalte in England, den Niederlanden, Berlin, wo er einen Marineatlas publizierte, und nochmals in Paris, von wo aus er 1752 nach Basel zurückkehrte. Dort setzte Bruckner

seine Tätigkeit als Konstrukteur von Globen und als Kartograph fort; 1754/55 schuf er gemeinsam mit D. Bernoulli eine Weltkarte und betätigte sich im Auftrag des Magistrats als Privatdozent an der Universität Basel. – Cf. Brief Nr. 4, Anm. 1, sowie Schneewind (1953).

- [2] Im Brief Nr. 3 nennt D. Bernoulli einen Betrag von 320 Basler Pfund. Der niederländische Gulden war in 20 Stüber (Stuiver) eingeteilt.
- [3] Diese Aufzählung gibt konkrete Einblicke in D. Bernoullis Lebensweise. Die uns übergross erscheinende Zahl von Tabakspfeifen darf nicht erstaunen, denn es handelt sich um die in der damaligen Zeit üblichen billigen, mechanisch sehr empfindlichen Ton- resp. Gipspfeifen. Es ist nicht geklärt, ob D. Bernoulli diese zum Eigengebrauch oder bloss zu Geschenkzwecken bestellt hat; nach Spiess (1936, p. 21) soll Bernoulli – jedenfalls um 1760 – weder geraucht noch Karten gespielt haben.

## 6

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Petersburg, 17. (6.) Juni 1729

Monsieur et tres Cher Ami

Ich hätte diese antwort auff Dero 2 wertheste schreiben nicht so lang auffgeschoben, wan ich gleich die gelegenheit gewust hätte solche zu überschicken. Es wird wohl schwörlich mehr angehen, Sie In Duderhoff zu besuchen: Ich gehe gar nicht gern allein und niemand will mit mir gehen<sup>[1]</sup>. Wegen dem gelt dienet zur nachricht, daß noch nichts als kleine posten sind ausbezahlt worden. Sie können deswegen sicher zu Duderhof bleiben und sich nichts böses träumen lassen: wan Sie auch wolten länger als Sie vermeint dorten bleiben, werde ich trachten alles zu Ihrem vergnügen (hätte schier gesagt satisfaction, welches uns anderen eine große ärgernüß hätte sejn können) auszurichten.

Wegen der correctur od[er] ausmusterung der truckfehler dörffen Sie gleichfahls gar nicht in sorge stehen. Es hat noch zeit bis dahin<sup>[2]</sup>.

Meines Vatters *problematis* hab ich gar nicht nachgedacht<sup>[3]</sup>. Sie sind zu schwär umb sie aus der faust aufzulösen und mag nicht viel zeit darzu anwenden.

Dero auffgab in dem ersten brieff hätte ich nicht verstanden, wan nich d[er] H. Prof. Meyer mir dieselbe expliciert; ich finde auch

$$dx = \frac{-2ay dy}{\sqrt{4aa(bb - yy) - (bb - yy)^2}}$$

und habe es zwar auff eine überaus leichte manier gefunden, so daß ich schier vermuhete, Sie sejen *per ambages* darauff gekommen. Ich kan es *eadem facilitate* solvieren *pro cylindris et conis super basi quacunque constructis*<sup>[4]</sup>.

Ihre *seriem propositam* halte ich für unmöglich (nicht *in se* sondern *viribus humanis*) *ad terminum generalem* zu bringen: Man kan freylich wohl *series* finden *pro logarithmis pertinentibus ad logarithmicam quamcunque*; aber ich halte wie Sie, daß es der mühe nicht lohnet. Man kan durch die *logarithmos hyperbolicos* ja die Großmutter von den *logarithmis desideratis* finden und darnach die *log[arithmos]*

*hyperbolicos* mit dieser grosmutter multiplicieren; welches ohne zweiffel der kürzeste weg ist<sup>[5]</sup>: Mich dunckt auch daß die hauptsach ankomme darauff, daß man  $\frac{\ell x}{\ell y}$  in eine *seriem* resolvire: Ich glaube daß vielleicht die *via maxime compendiosa ad inveniendum valorem ipsius*  $\frac{\ell x}{\ell y}$  könnte aus diesem *theoremate* gefunden werden; wan  $m$  eine große zahl ist, so ist *proxime*

$$\frac{\ell x}{\ell y} = \frac{x^{\frac{1}{m}} - 1}{y^{\frac{1}{m}} - 1};$$

weil ich nun sonderlich durch meine methode (so Ihnen bewust ist) kan sehr geschwind gelangen zu dem *valore proximo* von  $x^{\frac{1}{m}}$ , als möchte wohl diese methode nicht gantzlich zu verwerffen sejn<sup>[6]</sup>.

Sonsten bitte H. Dr. Gemehlin mein empfehl zu machen und verbleibe von Herzen

Monsieur et tres cher Ami  
votre tres humble et tres-obeïssant serviteur

D. Bernoulli

S. Petersbourg den 6. jun. 1729.

P. S. Weil ich aus Dero ersterem gesehen, daß Sie sonderlich rein teütsch zu schreiben sich befließen, als zweiffle ich nicht, ich werde Dero keüsche ohren sehr mit meinen undermengten frantzösischen und lateinischen wörteren verletzt haben, weswegen sehr umb verzeihung bitte. Ade nocheinmahl<sup>[7]</sup>.

### Übersetzung

Monsieur et tres Cher Ami

Ich hätte diese Antwort auf Ihre beiden Briefe nicht so lange aufgeschoben, wenn ich eine Gelegenheit gesehen hätte, sie zu spedieren. Es wird nun kaum mehr möglich sein, Sie in Duderhof zu besuchen; ich gehe nur ganz ungern allein, und niemand will mich begleiten<sup>[1]</sup>. Das Geld betreffend ist zu melden, dass bis jetzt nur kleine Beträge ausbezahlt worden sind. Sie können deswegen gewiss in Duderhof bleiben und sich nichts Böses träumen lassen. Auch wenn Sie länger dort verweilen möchten, als Sie ursprünglich gemeint haben, werde ich danach trachten, alles zu Ihrer Zufriedenheit auszurichten (beinahe hätte ich Satisfaktion gesagt, was uns andern ein grosses Ärgernis hätte sein können).

Wegen der Korrektur oder Ausmerzung der Druckfehler müssen Sie sich gleichfalls keine Sorgen machen. Bis dahin ist noch Zeit genug<sup>[2]</sup>.

Über die Probleme meines Vaters habe ich überhaupt nicht nachgedacht<sup>[3]</sup>. Sie sind zu schwierig, um sie aus der Faust aufzulösen, und ich mag nicht viel Zeit darauf verwenden.

Ihre Aufgabe im ersten Brief hätte ich ohne die Erklärungen von Herrn Prof. Mayer nicht verstanden; auch ich finde

$$dx = \frac{-2ay dy}{\sqrt{4aa(bb - yy) - (bb - yy)^2}},$$

und zwar fand ich es auf eine sehr leichte Art, so dass ich fast vermute, Sie seien per Zufall oder auf Umwegen darauf gekommen. Ich kann es mit derselben Leichtigkeit für Zylinder und Kegel mit beliebiger Basis lösen<sup>[4]</sup>.

Die von Ihnen vorgeschlagene Reihe auf einen allgemeinen Ausdruck zu bringen, halte ich für unmöglich (nicht an sich, sondern hinsichtlich der menschlichen Kräfte); freilich kann man Reihen finden für Logarithmen, die sich auf irgendeine Logarithmika beziehen, aber ich teile Ihre Meinung, dass es die Mühe nicht lohnt. Man kann mittels der hyperbolischen Logarithmen ja die Grossmutter der gewünschten Logarithmen finden und hernach die hyperbolischen Logarithmen mit der Grossmutter multiplizieren, was zweifellos der kürzeste Weg ist<sup>[5]</sup>. Mir scheint, es komme hauptsächlich darauf an,  $\frac{\ell x}{\ell y}$  in eine Reihe zu entwickeln: Ich glaube, der vielleicht vorteilhafteste Weg, den Wert von  $\frac{\ell x}{\ell y}$  zu bestimmen, könnte aus dem folgenden Theorem aufgefunden werden: Ist  $m$  eine grosse Zahl, so gilt genähert

$$\frac{\ell x}{\ell y} = \frac{x^{\frac{1}{m}} - 1}{y^{\frac{1}{m}} - 1}.$$

Da ich nun besonders durch meine (Ihnen bekannte) Methode sehr schnell zu dem Näherungswert von  $x^{\frac{1}{m}}$  gelangen kann, so mag wohl diese Methode nicht gänzlich zu verwerfen sein<sup>[6]</sup>.

Des weiteren bitte ich Sie, mich Dr. Gmelin zu empfehlen, und verbleibe herzlich

Monsieur et tres cher Ami

votre tres humble et tres-obeissant serviteur

D. Bernoulli

St. Petersburg, den 6. Juni 1729.

P.S. Weil ich aus dem ersten Ihrer beiden Briefe gesehen habe, dass Sie sich um ein besonders reines Deutsch bemüht haben, so zweifle ich nicht daran, Ihre keuschen Ohren mit meinen vermischten französischen und lateinischen Wörtern sehr verletzt zu haben. Dafür bitte ich Sie um Verzeihung. Nochmals ade<sup>[7]</sup>.

R 95 Antwort D. Bernoullis auf zwei nicht erhalten gebliebene Briefe L. Eulers  
Petersburg, 17. (6.) Juni 1729  
Orig., 2 Bl. – Bibl. Tartu, Morg. ep. ph. II, Nr. 27



- [1] Euler hielt sich im Juni 1729 in Duderhof (heute Можайская) auf – einer hügeligen Gegend ca. 25 km südwestlich von Petersburg, die damals als Urlaubsort beliebt war. Am 28. (17.) Mai 1729 hatten Euler, J.G. Gmelin und F.Ch. Mayer Pässe für die Reise nach Duderhof erhalten (*Chronik* 1, p. 81). Während dieser Ferien pflegten Euler und D. Bernoulli Schriftverkehr.
- [2] Im Sommer 1729 lag der Band 2 der *Petersburger Commentarii* für das Jahr 1727 im Druck.
- [3] Wir wissen nicht, welche Probleme von J. I Bernoulli angesprochen sind, da ein hinweisender Brief fehlt.
- [4] Infolge des Verlustes auch dieses Briefes kann das hier angesprochene Problem nicht mit Sicherheit eruiert werden. Wahrscheinlich handelt es sich um eine spezielle Anwendung von Eulers Theorie der geodätischen Linien. – Cf. O. IV A, 2, dort Briefe Nr. 4–6 und die Einleitung, p. 39f.
- [5] Damit meint D. Bernoulli die Beziehung  $\log_a x = \frac{1}{\ln a} \ln x$ .
- [6] D. Bernoulli hat seine Näherungsmethode im vierten Teil seiner Arbeit über die Wechselwirkung von Körpern und bewegten Flüssigkeiten (1729, DB. 14a) angewandt und dargestellt, worauf er später in den Briefen Nr. 70 und 71 verweist. – Cf. Comm. Petrop. 2 (1727), 1729, p. 334.
- [7] Auf der Umschlagseite über dem Siegel steht:
- «Die Post geht so schnell, und ich habe so lang geschlafen, deßwegen kan nichts schreiben. Einen hertz[lichen] Gruß an beede Herrn Von mir, und an die Diana vom [...]»
- Mit den *beeden Herrn* sind wahrscheinlich Gmelin und Mayer gemeint (cf. *supra* Anm. 1). Wer *Diana* sein könnte, wissen wir nicht; der letzte Name ist unlesbar. Wahrscheinlich handelt es sich um dieselbe Diana, die in Brief 54 erwähnt wird (cf. Brief Nr. 54, Anm. 2).

## 7

JOHANN II BERNOULLI AN L. EULER  
Amsterdam, 21. August 1733

À Amsterdam ce 21 d'aoust 1733

Monsieur

Vous aurés appris de M<sup>r</sup> Gesell nôtre arrivée à Dantzic<sup>[1]</sup>. Je me donne maintenant l'honneur de Vous faire une petite relation de nôtre Voyage depuis là jusqu'à Amsterdam, où nous sommes arrivés heureusement hier au matin. Par tout où nous avons passé tout le monde nous a demandé des nouvelles de l'Academie de Petersb[ourg] et nous avons trouvé tout le monde si prévenu que nous avons eu bien de la peine à tirer les gens de cette prevention, c'est pour cette raison, que mon frère <Daniel> n'a dit à personne, que M<sup>rs</sup> de Lisle et Bayer alloient quitter<sup>[2]</sup>. Les personnes que nous avons vû particulièrement à Dantzic sont M<sup>r</sup> le D<sup>r</sup> Brein, M<sup>r</sup> Oeler {Ehler} et M<sup>r</sup> Klein, mon frère <Daniel> a promis à M<sup>r</sup> le D<sup>r</sup> Brein de tâcher à lui faire avoir un des nouveaux Thermomètres de M<sup>r</sup> de Lisle, si Vous vouliés bien lui en procurer un, Vous obligeriés fort mon frère<sup>[3]</sup>; M<sup>r</sup> Brein remboursera tous les fraix et fera des observations très exactes qu'il communiquera ensuite à l'Academie de Petersbourg. M<sup>r</sup> Oeler est Conseiller de la ville de Dantzic, un homme fort versé dans les mathematiques et dans les sciences<sup>[4]</sup>; aussitôt qu'il sût

qui nous étions, il nous montra une genealogie de notre famille et nous pria d'y suppléer; nous apprimes de Lui la mort de M<sup>r</sup> Jaques Scheuchzer et que son frère (Johann) Lui avoit succédé<sup>[5]</sup>.

Pour M<sup>r</sup> Klein il est premier Secretaire de la ville, un très galant homme. Il nous fit l'honneur de nous donner à diner dans un fort beau jardin qu'il a hors de la ville, où il nous fit la meilleure chère du monde, M<sup>r</sup> le Conseiller Oeler étoit aussi des Conviés et il fit voir pendant le repas combien il étoit informé de nôtre famille; car il demanda un pocal et le porta à mon frère en mémoire de l'anniversaire de mon Père, qu'il dit être le même jour<sup>[6]</sup>. Après le diner M<sup>r</sup> Klein nous regala d'un beau concert qu'il fit avec ses deux filles et un musicien.

En cas que M<sup>r</sup> le Prof. Bayer soit encore à Petersbourg, nous Vous prions Monsieur de Lui bien faire nos compliments et de Lui dire que nous avons remis ses deux lettres à leur adresse, l'une à M<sup>r</sup> Klein et l'autre à M<sup>r</sup> le Conseiller Brocks à Hambourg; ce dernier nous a aussi fort bien reçu en consideration sans doute de M<sup>r</sup> Bayer, à qui nous en sommes fort redevables. Il nous a traité magnifiquement dans son jardin dehors de la ville en compagnie de la plupart de M<sup>rs</sup> les Professeurs de Hambourg, on ne manqua pas d'y boire à la santé de M<sup>r</sup> Bayer. Nous fûmes de même fort bien reçus de M<sup>r</sup> Mauclerque à Stetin, pour qui nous avons aussi un petit paquet de M<sup>r</sup> Bayer. M<sup>r</sup> le Professeur (Gerhard Friedrich) Muller nous chargea aussi de quelques petits paquets; il y en avoit un pour Berlin et un autre pour Detmolt; nous laissâmes le premier à M<sup>r</sup> Klein, qui nous promit de l'expédier et le second nous le remimes à Hambourg à M<sup>r</sup> Heu Secretaire de M<sup>r</sup> (Simon Heinrich Adolf) le Comte de Lippe, ce que nous vous prions Monsieur de vouloir bien dire à M<sup>r</sup> (Heinrich Justus) Muller le frère de M<sup>r</sup> le Professeur, en le saluant de nôtre part.

A Altena {Altona} nous avons eu l'honneur de voir toute la famille de M<sup>r</sup> (Philipp Adam) Brucker, à qui nous avons fait vôtre compliment; on voulut absolument nous garder à diner, mais il nous fut impossible de rester. En allant de Hambourg à Groningue nous passâmes par Oldenbourg où nous descendîmes chés un hôte nommé Knote, qui nous dit qu'il avoit à Petersbourg une fille mariée depuis peu au confiseur de la cour, et qui avoit été demandée auparavant en mariage par un Pasteur Lutherien et par un Professeur nommé M<sup>r</sup> Kehr<sup>[7]</sup>.

À Groningue M<sup>r</sup> le Prof. Barbeyrac nous fit bien des honnêtetés, de même que le Professeur des mathématiques, qui est là; c'est un Bernois, nommé M<sup>r</sup> Engelhardt; nous vîmes aussi quelques anciennes connoissances de mon Père, qui nous firent mille civilités. Enfin nous voila arrivés heureusement à Amsterdam, où nous avons appris une nouvelle, qui nous a beaucoup mortifiés, c'est la mort de M<sup>r</sup> le Professeur Herman, que je veux dire; on la saura sans doute déjà à Petersbourg, et je suis persuadé qu'il n'y a personne qui ne le regrette. Dans quelques jours nous ferons un petit tour par la Hollande et ensuite nous nous rendrons à Paris, mais je doute que nous y arrivions avant les vacances, nôtre voyage ayant trainé plus long tems, que nous n'avions pensé, la raison en est, que mon frère (Daniel) a été bien aise de s'arrêter aux endroits où il a cru que l'interêt de l'Academie demandoit qu'il s'arrêtât. Il se reserve pour une autre fois d'en rendre compte à

l'Academie. Il ne peut pas non plus avoir l'honneur pour le présent de Vous écrire lui même, parcequ'il a encore plusieurs autres lettres à expedier, cependant il ne manquera pas de le faire, quand il sera arrivé à Paris ou à Bâle; il Vous prie, Monsieur, d'agréer ses complimens et de vouloir bien l'instruire de tems en tems des nouvelles de Petersbourg; Vous n'aurez qu'à adresser la première lettre à mon Père.

Ayés la bonté, Monsieur, de rendre l'incluse à M<sup>r</sup> le Prof<sup>r</sup> Bayer, c'est une Lettre qu'il nous avoit donnée pour la remettre à M<sup>r</sup> le ministre Wolff {J.Ch. Wolf} à Hambourg, mais comme elle étoit tout au dessous dans le coffre, nous l'avons oubliée par mégarde et nous en faisons bien nos excuses à M<sup>r</sup> Bayer.

Je suis très parfaitement Monsieur

Vôtre très humble et très obeissant Serviteur

JBernoulli

Nous Vous prions Monsieur de vouloir bien faire nos compliments à tous nos amis.

Nous avons été chez M<sup>r</sup> le Long sans trouver ni Lui ni sa femme. Nous avons pourtant vû deux de ses filles, qui sont fort jolies et qui parlent flamand et françois<sup>[8]</sup>.

R 228 Brief J. II Bernoullis an L. Euler

Amsterdam, 21. August 1733

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 6–7v

- [1] Nachdem Johann II Bernoulli als Gast seines Bruders Daniel über ein Jahr in Petersburg verbracht und auch am Leben der Akademie teilgenommen hatte, verliessen die beiden Brüder Petersburg am 5. Juli (24. Juni) 1733 und erreichten «nach einer sehr gefährlichen Schiffarth» am 13. Juli (neuen Stils) Danzig. Diese Reise beschrieb D. Bernoulli recht ausführlich in seinem Brief an Delisle vom 17. Juli 1733 sowie in einem (nicht erhalten gebliebenen) Brief an Georg Gsell, der zusammen mit demjenigen an Delisle von Danzig aus abgesandt worden war (D. Bernoulli schreibt dort: «Voici un billet pour Mr. Gsell, que je vous prie de Lui remettre»). – Cf. den erwähnten Brief von D. Bernoulli an Delisle (das Original befindet sich in der Pariser Sternwarte), sowie die Autobiographie von J. II Bernoulli im *Bernoulli-Gedenkbuch* (p. 115).

- [2] Hier hat D. Bernoulli am unteren Rand des Briefmanuskripts von Johann II einen Satz eingeschoben: «Mais Mr. Bayer l'a marqué Lui meme à ses amis.»

Bayer hatte dem Präsidenten im Februar 1733 ein Gesuch um seine Entlassung wegen seines Gesundheitszustandes eingereicht und den Wunsch geäußert, noch im selben Winter in seine Heimat zurückzukehren; im April richtete er sein Gesuch – auf Weisung des Präsidenten – schriftlich an die Kaiserin (*Materialy* 2, p. 296f, 312; *Chronik* 1, p. 125–126). Später kam diese Frage nicht mehr zur Sprache, und Bayer blieb bis zu seinem Tod am 21. (10.) Februar 1738 in Petersburg.

Delisle seinerseits reichte dem Regierenden Senat im März 1733 einen Bericht über seine siebenjährige Tätigkeit in Petersburg ein und brachte darin seinen Wunsch zum Ausdruck, nach Frankreich zurückzukehren (*Materialy* 2, p. 304f, 310f). Der Grund lag in dem sich mehr und mehr zuspitzenden Konflikt mit Schumacher, dem Chef der Akademischen Kanzlei, gegen welchen Delisle, Duvernois und Daniel Bernoulli im Januar 1733 eine Beschwerde

an den Regierenden Senat eingereicht hatten (Pekarskij 1870, p. 50; *Chronik* 1, p. 125). Delisle verliess jedoch die Petersburger Akademie schliesslich erst im Jahre 1747.

- [3] Über dieses Delislesche Thermometer schreibt auch D. Bernoulli in seinem Brief an Delisle vom 17. Juli 1733.
  - [4] Von der Korrespondenz Eulers mit Carl Gottlieb Ehler, dem Bürgermeister von Danzig, sind 20 Briefe aus der Zeit von 1735–1742 erhalten (cf. R 581–600), darunter sechs von Euler, die sämtlich in *Pis'ma* publiziert worden sind.
  - [5] Nach dem Tod Johann Jakob Scheuchzers am 23. Juni 1733 wurde sein um zwölf Jahre jüngerer Bruder Johann zu dessen Nachfolger als Oberstadtarzt, Professor der Physik und Chorherr am Grossmünster nach Zürich berufen (cf. Wolf 1, p. 199).
  - [6] J. I. Bernoullis Geburtstag war der 6. August.
  - [7] Die hier erwähnten Personen sind uns nicht bekannt.
  - [8] Es handelt sich um die Familie von Isaak Lelong, der mit Eulers Schwägerin Elisabetha, geb. Gsell, verheiratet war. Ihre beiden älteren Töchter, die hier am ehesten in Frage kommen, waren Maria (\* 1719) und Catharina (\* 1721).
- Die beiden letzten Absätze sind in D. Bernoullis Handschrift hinzugefügt worden.

## 8

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Paris, 22. September 1733

Paris den 22. 7br. 1733

HochEdelgebohrner  
Hochzuehrender Herr Professor

Ew. HochEdelgebohren werden ohne zweiffel unsere glückl[iche] ankunfft in Paris schon vernommen haben: Es hat sich auch mein Bruder ⟨Johann II⟩ die ehr gegeben, Ihnen einen brieff aus Amsterdam zu adressieren durch den H. Prof. Gross<sup>[1]</sup>. Unsere Landreÿß ist alzeit sehr glücklich gewest, und habe viel dadurch profitiert, worüber aus Basel mehreren raport abstaten werde.

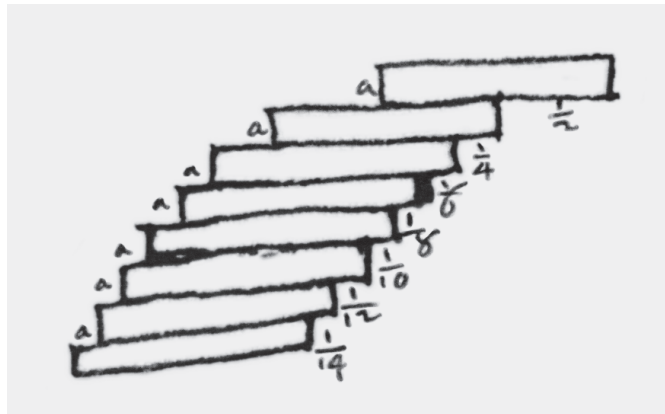
In Paris sind viele gute *mathematici* und *physici*<sup>[2]</sup>, so daß es unserer Academi in Petersburg lieb und nützlich sejn wird mit hiesiger Academie in einer genawen verbündnuß zu stehen, worüber hoffentl[ich] in Petersburg in einem newen reglement die nöhtige verfaßungen werden gemacht werden, indem dergleichen correspondenten die seele einer wohleingerichteten Academie sind. Solte ich von dem H. Praesidenten ⟨von Keyserling⟩ im stand befunden werden, hierzu etwas beytragen zu können, so werde ich solches mit vielem vergnügen thun. Es sind auch alhier einige *subjecta*, welche vielleicht nicht refusieren wurden sich bey unserer Academie zu engagieren.

Das *problema de invenienda tautochrone in medio resistente in ratione quadrata velocitatum* ist alhier von einigen solviert worden: Mein Vatter hat auch eine solution in den hiesigen *Memoires* hiervon drucken laßen<sup>[3]</sup>: Man kan hierdurch sehen, wie praejudicierlich es unseren *Commentariis* ist so langsam gedruckt zu werden<sup>[4]</sup>, indem wir alzeit als die alte fasnacht nach den anderen kommen werden<sup>[5]</sup>. Als ich dem H. Clairaut redete von Ew. HEdgb. *solutione isoperimetricorum*, antwortete er gleich, solches *problema* müße nicht schwärer sejn als das *problema ordinarium*,

indem man alzeit *numerus elementorum* multiplicieren könne *pro numero conditionum*: woraus zu sehen, daß dergl[ichen] *problemata* den hiesigen *mathematicis* nicht schwär fallen. Aber in *mechanicis* ist man hier bej weitem nicht so weit gekommen.

Unterwegs hab ich einige *meditationes mathematicas* gemacht *de determinandis utique crassitiebus laminae muro horizontaliter infixae, ita ut ubique aequaliter sit rupturae obnoxia lamina*, die *lamina* mag *proprio pondere* agieren, oder noch von einem *superincumbente pondere utcunque* geladen sejn. Man kan über dieses thema viele curiose sachen annotieren, worüber ein sonderbahres memoire abfaßen werde und solches unserer Academie überschicken, so bald ich mich in meinem Vatterland werde arrangiert haben: Inzwischen zweifle ich nicht es werden Ew. HEdgb. das *problema* auch leicht solvieren<sup>[6]</sup>.

Ich hab auch einige artige *observationes* gemacht *de foliis sive aequaliter sive inaequaliter crassis sibi invicem superimponendis, ut supremum folium ab infimo maxime reclinet*, als in beigesetzter figur.



Wan man nun dergl[ichen] quadersteine solte, als in beigesetzter figur legen, und zugleich *in locis a, a, a etc. vincula ferrea aequalia*, umb allen *casibus fortuitis* zu occurrieren, anlegen, wurde solches eine wunderl[iche] architectur machen<sup>[7]</sup>. Man kan aber dieses zu anderen sachen gebrauchen.

Auff der see hab ich einige *observationes* gemacht und gemerckt daß meine angegebene machine *de observandis astrorum altitudinibus* einen guten effect haben wurde<sup>[8]</sup>. Ich hab auch die *velocitatem navis ex globo e filo suspenso et aquae submerso* gar genaw gemeßen, und ist meine methode mit der *ordinari* methode alzeit übereingekommen<sup>[9]</sup>: diese aber ist weit operoser und hat nicht den vorthail daß man die *velocitatem navis sine ulla operatione* gleichsam als an einer uhr sehen kan, welches darzu dienen wurde, daß man *positionem velorum maxime favorabilem* gar leicht abnehmen könnte. Alhier in Paris hab ich gehört daß auch der H. Poleni diese methode *inveniendae navis velocitatis* angegeben habe in seiner *dissertatione* so das *praemium* erhalten<sup>[10]</sup>. Ich habe auch gesehen die wahre ursach warumb das schiffe *caeteris paribus* geschwinder gehet mit halbem winde als mit vollem winde. Die ursach ist gar nicht, wie man bishero geglaubt, daß man

alle segel mit halbem winde employiren könne; dan die *obliquitas velorum* derogiert mehr als man *a numero velorum* gewint, welches gewiß ist. Die wahre ursach ist daß mit einem vent en poupe en faisant force de voile das schiff schier *dimidiam velocitatem venti* oder auff das wenigste *tertiam ejus partem* erlangt: Weil nun die *ratio velocitatum* notabel ist, so ist *velocitas respectiva venti* bey einem halben winde viel größer als bey vollem winde, und kan also in dem ersten fahl das schiff geschwinder getrieben werden als in dem anderen. Aber die zeit läst mir nicht zu von dergleichen materien weitläuffiger zu sejn.

Aus Basel schreibt man mir daß für die professionen *Rhetorices et Moralis* nächstens soll disputiert werden; hab aber nicht haben wollen, daß man sich in meinem namen dafür angebe: vielleicht wird mein Bruder (Johann II) ein *Candidatus* abgeben<sup>[11]</sup>. Der *Professor Anatomiae* sol nächstens gemacht werden<sup>[12]</sup>. *Libera nos Domine!* Des H. Hermans todt hat mich sehr geschmertzt. In meiner familie sind 2 heüraht auff dem tapet. Mein bruder Jacob soll eine Jgf. Debari aus Strasburg und meine Schwester (Dorothea) den H. Prof. (J.R.) Battier heürahten<sup>[13]</sup>.

Wan Ew. HochEdgb. mir bey jetzigem favorablen cours die kleine überlaßene summ überschicken wollen, so werde Ihnen die handschrift wieder zuruckschicken: Solte aber das gelt Ihres orts können gebraucht werden, so bitte solches so lang es Ihnen gefällig sejn wird zu gebrauchen. Sonsten hoffe ich Sie werden mich dan und wan mit einem schreiben beehren und alles neue darinn berichten.

Meinen HH. *Collegis* vermelde ich sämtl[ich] meinen gehorsamsten respect, wie auch dem H. *Bibl[iothecario]* Schumacher, dem H. Rector Fischer und dem L[ieben] Vatter Gesel welchen ich mit einem paar zeilen mein angedencken recommendiere. Mein Bruder (Johann II) recommendiert sich auch in derselben gütigstes angedencken. Ferners bitten wir unser ergebnstes compliment zu machen à Mess<sup>rs</sup> Dunan, Kühn, Stehelin, Pelloutier, Vockenrodt und übrigen guten bekanten<sup>[14]</sup>. Insonderheit bitten wir nicht zu vergeßen den H. Lands Man Bruckner und die sämtl[iche] tisch-Compagnie. Die brieff porto bitte mir à conto zu setzen.

Wan Ew. HochEdgb. mir die ehr gönnen wollen zu antworten, bitte die antwort an meinen Vatter in Basel zu adressieren, weil ich nicht weiß, wie lang ich noch hier bleiben werde. Solten Ew. HochEdelgb. gelegenheit haben mein tieffstes compliment an den H. Baron v. Kayserling zu machen, werden Sie solches hoffentl[ich] nicht unterlaßen.

Verbleibe nebst dienst[fertigster] empfehlung

Ewer HochEdelgebohren

Dienstwilligster D[iener]

Daniel Bernoulli

P.S. Bitte expres zu H. Prof. Weidbrecht zu gehen und mich Seiner F. Liebsten und Jf. Schwester zu empfehlen nebst gehors[amster] dancksagung für das schöne present auff die reÿß.

### Übersetzung

Paris, den 22. September 1733

⟩...⟨

Zweifellos werden Sie unsere glückliche Ankunft in Paris schon vernommen haben. Auch mein Bruder ⟨Johann II⟩ hat sich beeht, Ihnen durch Herrn Prof. Gross einen Brief aus Amsterdam zukommen zu lassen<sup>[1]</sup>. Unsere Reise zu Lande verlief stets sehr glücklich, und ich habe viel davon profitiert. Darüber werde ich von Basel aus ausführlicher berichten.

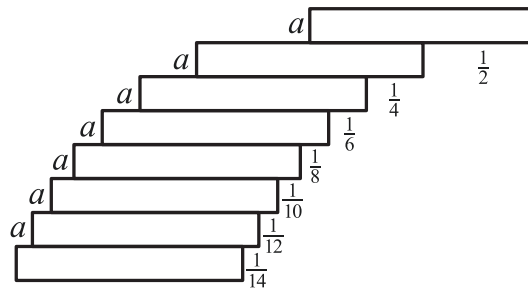
In Paris gibt es zahlreiche gute Mathematiker und Physiker<sup>[2]</sup>, so dass es unserer Petersburger Akademie angenehm und nützlich sein wird, mit der hiesigen Akademie in enger Verbindung zu stehen, wozu hoffentlich in Petersburg die nötigen Vorkehrungen in einem neuen Reglement getroffen werden. Solche Korrespondenten sind nämlich die Seele einer gut eingerichteten Akademie. Sollte ich vom Herrn Präsidenten ⟨von Keyserling⟩ im Stand befunden werden, hierzu etwas beitragen zu können, so würde ich dies mit grossem Vergnügen tun. Hier gibt es auch einige Persönlichkeiten, die vielleicht ein Engagement bei unserer Akademie nicht ablehnen würden.

Das Problem, Tautochronen in einem im quadratischen Verhältnis der Geschwindigkeiten widerstehenden Medium zu finden, ist hier von einigen gelöst worden; davon hat auch mein Vater eine Lösung in den hiesigen *Mémoires* drucken lassen<sup>[3]</sup>. Dadurch kann man sehen, wie ungünstig es für unsere *Commentarii* ist, derart langsam gedruckt zu werden<sup>[4]</sup>, wodurch wir immer wie die alte Fasnacht nach den anderen kommen<sup>[5]</sup>. Als ich Herrn Clairaut von Ihrer Lösung des isoperimetrischen Problems erzählte, antwortete er sogleich, dieses Problem sei kaum schwieriger als das gewöhnliche, da man immer die Anzahl der Elemente vermehren könne, je nach der Anzahl der Bedingungen. Daraus kann man sehen, dass derartige Probleme den hiesigen Mathematikern nicht schwerfallen. In der Mechanik hingegen ist man hier noch lange nicht so weit gekommen.

Unterwegs habe ich einige mathematische Betrachtungen angestellt über die Bestimmung der Dicken eines (elastischen) Streifens, der horizontal an einer Mauer befestigt ist, so dass er überall gleicherweise dem Bruch ausgesetzt ist – sei es durch sein Eigengewicht oder durch ein beliebiges, zusätzlich auf ihm lastendes Gewicht. Zu diesem Thema liessen sich viele Merkwürdigkeiten erörtern, worüber ich eine besondere Abhandlung verfassen und unserer Akademie schicken werde, sobald ich mich in meiner Heimat wieder eingerichtet habe. Inzwischen zweifle ich nicht daran, dass Sie das Problem auch leicht lösen werden<sup>[6]</sup>.

Ich machte auch einige nette Beobachtungen über aufeinandergeschichtete Blätter von gleicher oder verschiedener Dicke, so dass das oberste Blatt gegenüber dem untersten maximal verschoben ist, wie die beistehende Figur zeigt.





Wollte man nun gemäss dieser Figur Quadersteine legen und zusätzlich an den Stellen  $a, a, a$  etc. gleiche Befestigungsweisen anbringen, um allen Zufällen vorzubeugen, so würde dies eine wunderliche Architektur abgeben<sup>[7]</sup>. Dieses lässt sich aber auch zu anderen Sachen gebrauchen.

Zur See habe ich einige Beobachtungen angestellt und dabei bemerkt, dass meine angegebene Maschine zur Beobachtung der Sternhöhen sich als recht effizient erweisen würde<sup>[8]</sup>. Ich habe auch die Geschwindigkeit eines Schiffes mittels einer an einem Faden aufgehängten und ins Wasser getauchten Kugel sehr genau gemessen, und meine Methode hat mit der üblichen stets übereingestimmt<sup>[9]</sup>. Letztere ist aber viel mühsamer und bietet nicht den Vorteil, die Geschwindigkeit des Schiffes ohne jede Operation sozusagen wie an einer Uhr abzulesen, was dazu dienen würde, die günstigste Stellung der Segel sehr leicht zu bekommen. Hier in Paris habe ich gehört, auch Herr Poleni habe diese Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeit eines Schiffes in seiner preisgekrönten Abhandlung angegeben<sup>[10]</sup>. Ich habe auch den wahren Grund dafür eingesehen, warum ein Schiff unter gleichen übrigen Umständen mit halbem Wind schneller fahren kann als mit vollem. Der Grund ist keineswegs – wie man bisher geglaubt hat –, dass man alle Segel mit halbem Wind einsetzen könne, denn die Schiefelage der Segel schränkt mehr ein, als man durch die Anzahl der Segel gewinnt, und das steht fest. Die wahre Ursache ist, dass das Schiff mit einem *vent en poupe en faisant force de voile* beinahe die Hälfte der Windgeschwindigkeit oder wenigstens deren dritten Teil erlangt. Weil nun das Verhältnis der Geschwindigkeiten beachtlich ist, so ist die relative Windgeschwindigkeit bei halbem Wind viel grösser als bei vollem, und so kann das Schiff im ersten Fall schneller angetrieben werden als im zweiten. Doch die Zeit erlaubt mir nicht, ausführlicher auf diesen Gegenstand einzugehen.

Aus Basel schreibt man mir, dass demnächst die Disputationen für die Professuren der Rhetorik und der Ethik abgehalten werden sollen. Dafür wollte ich aber meinen Namen nicht geben; vielleicht wird sich mein Bruder (Johann II) als Kandidat stellen<sup>[11]</sup>. Auch sollte nächstens der Professor der Anatomie gewählt werden<sup>[12]</sup>. Herr, mach uns frei! Herrn Hermanns Tod schmerzte mich sehr. In meiner Familie stehen zwei Hochzeiten bevor: Mein Bruder Jakob soll ein Fräulein Debary aus Strassburg und meine Schwester (Dorothea) Herrn Prof. (J. R.) Battier heiraten<sup>[13]</sup>.

Wenn Sie mir bei dem gegenwärtigen günstigen Kurs die kleine überlassene Summe retournieren wollen, so werde ich Ihnen den handschriftlichen Beleg wieder

zurückschicken. Sollten Sie aber das Geld bei sich brauchen können, so verwenden Sie es bitte, solange es Ihnen gefällig sein wird. Im übrigen hoffe ich, Sie werden mich hie und da mit einem Brief beehren und mir darin alles Neue berichten.

Allen meinen Herren Kollegen bezeuge ich meinen Respekt sowie dem Herrn Bibliothekar Schumacher, dem Herrn Rektor Fischer und dem lieben Vater Gsell, welchem ich mit ein paar Zeilen mein Angedenken empfehle. Auch mein Bruder 〈Johann II〉 empfiehlt sich Ihnen mit besten Gedanken. Ferner bitten wir Sie, den Herren Dunant, Kühn, 〈Johannes〉 Stähelin, Pelloutier, Vockerodt und allen übrigen guten Bekannten unser ergebenstes Kompliment zu machen<sup>[14]</sup>. Besonders bitten wir, den Landsmann Bruckner und die ganze Tischgesellschaft nicht zu vergessen. Setzen Sie bitte die Briefporti auf meine Rechnung.

Wenn Sie mich mit einer Antwort beehren wollen, so adressieren Sie sie bitte an meinen Vater in Basel, da ich nicht weiss, wie lange ich noch hier bleiben werde. Sollten Sie Gelegenheit haben, dem Baron von Keyserling mein tiefstes Kompliment zu machen, so werden Sie dies hoffentlich tun.

〉...〈

Daniel Bernoulli

P.S. Bitte gehen Sie baldmöglichst zu Herrn Prof. Weitbrecht und übermitteln Sie seiner Frau und seiner Schwester meinen Gruss und den besten Dank für das schöne Reisepräsent.

R 96 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
Paris, 22. September 1733  
Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 8–8v  
Publ.: Fuss 2, p. 411–414; Eneström 1906, p. 132–134

- [1] Das betrifft den Brief J. II Bernoullis an Euler vom 21. August 1733 (Nr. 7).  
[2] Der Aufenthalt des Brüderpaares Bernoulli in Paris ist in den Erinnerungen von Johann II Bernoulli treffend geschildert (zitiert nach dem *Bernoulli-Gedenkbuch*, p. 115f):

«Von Dantzig setzten wir nach einigem Auffenthalt unsere Reyse zu Lande ferner fort nacher Holland und von dar nach Pariss, allwo unsere erste nachfrage war nach meinem werthen Freund, dem M. de Maupertuis, mit welchem mein Bruder alsdann zum ersten mahl in eine persönliche bekanntschafft gerieth; dieser erzeugte uns, so lange wir in Pariss verblieben, alle ersinnliche Freundschaft und Höfflichkeit; Er verschaffte uns die bekanntschafft derer meisten *academicorum*, und weilten ein paar tag nach unserer ankunfft die letzte Versammlung der Academie der Wissenschaften vor den bevorstehenden Vakanzen gehalten wurde, so wollte er nicht versäumen uns noch in dieselbe zu introducieren. In bemeldte Versammlung legte unter anderm der *Secretarius* diejenigen *Dissertationes* ein, welche ihm für den damals ausgeschriebenen Preiss waren zugeschickt worden. Diese *Dissertationes* wurden unter diejenigen *Commissarios* distribuiert, welche waren ernannt worden, dieselben zu examinieren und folgendes den Preiss zu adjudicieren. Vorher aber wurden die Titel solcher *Dissertationes*, samt den Devisen, so darbey gesetzt zu werden pflegen, lauth vorgelesen. Da sich nun die anwesenden einbildeten, es würde uns etwan eine von diesen Schrifften nicht unbekannt seyn, so waren gleichsam aller Augen auff uns gerichtet um zu sehen, ob unser Angesicht solches bey ablesung

der überschreibt und der Devise nicht verrathen wurde. In der that hatte es sich just gefügt, dass damahls über die nemliche question mein Vatter eine Schrift von hier auss und mein Bruder von Petersburg auss eine andere nacher Pariss geschickt hatten, und zwar so hatten nach der Hand diese Schriften beyde das Glück, dass der vorgesetzte Preiss (welcher das vorige mahl niemand ware zuerkannt worden und also dissmahl verdoppelt ware) unter sie getheilt wurde, welches vor dem niemahls geschehen, seithero aber zum öfteren ist practiciert worden, wie ich denn unter andern Preisen, die ich darvonzutragen auch das Glück gehabt, dass da einsmahls drey differente proponirt waren, mir der einte und meinem Bruder ein theil an einem andern zu gleicher Zeit zugetheilt wurde.»

Die von J. II Bernoulli erwähnte Versammlung der Akademie fand am 5. September 1733 statt. An ihr nahmen ausser den älteren Mathematikern Lagny, Privat de Molières, Couplet, Chevalier, Mahieu und de Mairan auch einige jüngere teil: Maupertuis, Godin, Clairaut, Fontaine, La Condamine, Grandjean de Fouchy.

- [3] Cf. J. I Bernoullis Abhandlung über Tautochronen in Medien, deren Widerstand den Geschwindigkeitsquadraten proportional ist (JB. 139). – Cf. Brief Nr. 9, Anm. 8.
- [4] Bis zum Sommer 1733 war der Rückstand in der Veröffentlichung der *Petersburger Commentarii* auf vier Jahre angewachsen: Band 3 für 1728 war 1732 erschienen, Band 4 für 1729 erschien erst 1735.
- [5] «Alte Fasnacht» (Fastnacht, Karneval): Mit der Abschaffung der 40tägigen Fasten zur Zeit der Reformation und der Beschränkung des Karnevalbetriebs auf Aschermittwoch und die nächstfolgenden Tage begann im protestantischen Basel – und beginnt heute noch immer – die Fasnacht erst, wenn in katholischen Gebieten Fasching und Karneval bereits vorbei sind, nämlich mit dem *Morgenstreich* in der vierten Nachtstunde nach *Invocavit*. – Cf. Koelner (1932).
- [6] Truesdell vermutete (1960, p. 166, Fussnote 1), dass die hier und in Brief Nr. 9, Anm. 3 erwähnte Abhandlung D. Bernoullis über die Elastika auf dem Weg nach Petersburg verloren gegangen sein könnte. Allerdings ist nicht gesichert, dass diese Abhandlung überhaupt abgefasst und versandt wurde; bei der «pièce», von der Bernoulli im Dezember 1734 erwähnt (cf. Brief Nr. 11, Text nach Anm. 5), er habe sie Ende 1733 an Keyserling geschickt, sie sei aber leider verloren gegangen, muss es sich nicht zwingend um diese handeln.
- [7] Zu diesem Problem cf. Brief Nr. 9, Anm. 2.
- [8] Die Beobachtungen wurden vermutlich im Sommer 1733 auf der Seereise von Petersburg nach Danzig durchgeführt (cf. Wolf 3, p. 160). Die Beschreibung des verwendeten Instruments sowie Bemerkungen zur Beobachtungsmethode und zur erhofften Beobachtungsgenauigkeit finden sich in den erhaltenen Handschriften zum Pariser Preis von 1729: *Discours sur la question de 1729: Quelle est la meilleure méthode d'observer les hauteurs sur mer par le Soleil et par les Étoiles soit par des Instruments déjà connus soit par des Instruments de nouvelle Invention?* (Bibl. Basel, L Ia 752, Bl. 30–49, sowie L Ia 753, Bl. 1–10). Zum Kontext und zur Methode dieser Messungen cf. Howald-Haller (1996), insbesondere p. 401–410. Das Messprinzip beruhte auf dem Vergleich der Niveaus zweier mit Quecksilber gefüllter korrespondierender Rohre, die zum Zeitpunkt der Messung jeweils an einem Ende mit Spiralfedern verschlossen wurden und von welchen das eine parallel zum Fernrohr die Richtung zum anvisierten Stern anzeigte, während das andere die momentane Horizontrichtung festhielt. Die Summe der gemessenen Winkel ergab die gesuchte Elevation des Sterns. Obwohl das Konstruktionsprinzip des Instruments mit *künstlichem Horizont* und darauf bezogener Visierrichtung tatsächlich lageunabhängige Messungen erlaubt, sind wegen der benötigten Reaktionszeit zum Verschliessen der Röhren, der Messempfindlichkeit und der Ungenauigkeit beim Ablesen der Niveaus Zweifel an der Präzision der mit diesem Gerät zu erzielenden Beobachtungen berechtigt. Vielleicht wollte Bernoulli mit der behaupteten *Effizienz* seiner Messmethode die angebrachte Kritik etwas entkräften.
- [9] Seine Methode zur Messung der Geschwindigkeit von Schiffen stellte D. Bernoulli später in einem *Mémoire* dar, das er zur Beteiligung am Preis der Pariser Akademie für 1751 vorlegte

- (1769, DB. 44); dort erwähnt er seine frühen Versuche ebenfalls, um seine Unabhängigkeit von Poleni zu belegen (cf. DBW 5, p. 498–499, 575–576, 610–611).
- [10] Cf. Poleni (1734).
  - [11] Nach dem Tod von Ch. Eglinger erhielt J.B. Burckhardt am 15. November 1733 die Professur für Rhetorik, und nach J. Hermanns Ableben übernahm A. Weiss am 16. März 1734 diejenige für Ethik, Natur- und Völkerrecht, um die sich auch J. II Bernoulli beworben hatte.
  - [12] Nach E. Königs Wechsel von der Professur für Anatomie und Botanik zu derjenigen für Theoretische Medizin wurde D. Bernoulli am 21. September 1733 – sozusagen gleichzeitig mit dem gegenwärtigen Brief – durch Losentscheid auf den Lehrstuhl für Anatomie und Botanik berufen, den er dann bis 1743 innehatte.
  - [13] Daniel und Johann II Bernoulli nahmen am 21. Oktober 1733 an der Hochzeit ihres Bruders Jakob in Strassburg sowie am 26. Oktober an derjenigen ihrer Schwester Dorothea in Basel teil. – Cf. die Autobiographien von Johann I (1859, 1922) und Johann II Bernoulli (1907).
  - [14] Die Genannten stammen aus dem Umfeld der Reformierten Gemeinde in St. Petersburg: der Genfer Robert Dunant wirkte dort von 1724 bis 1740 als Pastor, Ulrich Kühn von Rheineck, der Basler Johannes Stähelin (cf. F. Stähelin et al. 1995, p. 41) und der aus Berlin stammende J.B. Pelloutier waren in Petersburg als Kaufleute tätig, während J.G. Vockerodt 1717–33 als Sekretär der Preussischen Botschaft wirkte.

## 9

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 27. (16.) Februar 1734

16 febr. 1734

Hochedelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr

Eur. Hochedelgeb. werden ohne Zweifel mein letsteres Schreiben nebst dem Wexel a 550 f. Holl. von der Fr. Brüknerin ingleichem den Sec[unda] Wexel von meinem Vater erhalten haben. Das Contoir, daraus mir denselben der H. (Johannes) Stehelin verschaffet, soll auch so gut stehen, daß im geringsten nicht ein Protest zu beförchten<sup>[1]</sup>.

Da ich in meinem letsteren Briefe nicht Zeit genug hatte Eur. Hochedelgeb. von *Scientificis* etwas zu überschreiben, und auf Deroselben unterwegs gemachte Observationen zu antworten, als berichte hiemit zugleich, daß das *Problema laminarum sibi superimponendarum, ut maximam habeant inclinationem* bald so wohl von dem H. Justiz Rath Goldbach als mir ist solvirt worden<sup>[2]</sup>. Das andre *Problema* die Form eines Balkens betreffend, welcher er mag beladen seyn oder nicht, allenthalben zum brechen gleich geneigt seyn soll, erfordert eine Theorie des Brechens, dergleichen Dero sel[iger] H. Oncle (Jakob) gegeben, und wie mich deucht eben das *Problema* schon tractirt. Die völlige Ausführung aber, und Application ist freylich so wohl das schönste als schwehrste in dieser Materie, und erwarte deshalb mit Verlangen Eur. Hochedelgeb. darüber versprochene Dissertation<sup>[3]</sup>.

Deroselben Explication, warum ein Schiff mit halbem Winde geschwinder fortgehe als mit gantzem, hat jedermann über die Massen wohl gefallen. Dann da der stärkste Wind in einer Secunde kaum 20 Schue gehet, so ist freylich die Geschwindigkeit des Schiffs in Ansehung desselben sehr considerabel. Allein der Mangel bey vollem Wind deucht mich doch noch grösser zu seyn, als Eur. Hochedelgeb. scheinen in Betrachtung zu ziehen. Dann in solchem Fall kan man nicht nur nicht so viel Segel ausspannen als bey halbem, sondern auch von den ausgespannten hat kaum die Helfte einige Würkung. Daß die Segel des vordren Masts umsonst seyn, wie auch ein Theil derer des mitleren ist unstreitig. Dann ich habe oft bey starkem vollem Winde das Fähnlein des vordren Masts hinderwärts gekehrt gesehen. Woraus erhellet, daß die vorderen Segel den Lauff des Schiffs so gar, wegen der Resistenz verhindert haben.

In den *Actis Lips[iensibus] M[ense] Aug.* des vorigen Jahrs wird man schon in Basel meine Construction der Riccatianischen Aequation gesehen haben<sup>[4]</sup>, ich möchte darüber mit grossem Verlangen Dero Hochgeehrtesten Herren Vatters und Herren Veters (Niklaus I) Urtheil vernehmen. Eur. Hochedelgeb. wissen, wie *indirecte* ich auf dieselbe gekommen. Wann man eine *directe* Methode sollte finden können, so bin ich versichert, daß dadurch die Analysis ungemein würde erweitert werden, und daraus gleichsam ein neuer *Calculus* entstehen.

Wann unendlich viel *Ellipses* auf einem *Axe conjug[ato] b* gesetzt werden, und daraus eine neue *curva* formirt wird, davon die *Abcissae* den *Axibus transversis* *r* gleichgenommen, die *Applicatae* aber den *Peripheriis* dieser *Ellipsium* *u* gleich gesetzt werden, so wird die Natur dieser *Curvae* durch nachfolgende Aequation exprimirt werden:

$$ddu = \frac{du dr}{r} + \frac{u dr^2}{r^2 - b^2},$$

worauf ich gleichfalls nicht anderst als *indirecte* gekommen<sup>[5]</sup>.

Ich vermeinte neulich, daß nachfolgende *Series*

$$\begin{aligned} \frac{m-1}{9} & - \frac{(m-1)(m-10)}{990} + \frac{(m-1)(m-10)(m-100)}{999\,000} \\ & - \frac{(m-1)(m-10)(m-100)(m-1000)}{9\,999\,000\,000} + \text{etc.} \end{aligned}$$

(alwo die Anzahl der nullen im *numeratore* und *Denominatore* einander gleich sind, im übrigen ist die *Lex* klar) den *Logarithmum communem ipsius m* exprimire, dann ist  $m = 1$ , so ist die gantze *Series* = 0, ist  $m = 10$  so kommt 1, ist  $m = 100$ , kommt 2, und so fortan. Als ich nun daraus den *Log[arithmum]* 9 finden wollte, bekam ich eine Zahl welche weit zu klein war, ohngeacht diese *Series* sehr stark convergirte<sup>[6]</sup>.

Meine Dissertation *de Tautochrone in fluidis* wird nächstens mit dem 4<sup>ten</sup> *Tomo* unsrer *Comment[ariorum]* gedrucket werden<sup>[7]</sup>. Dero Herren Vatters Methode, und einiger *Mathematicorum* von Paris, welche diese *Curvam* gleichfalls gefunden, bin ich sehr begierig zu sehen, ob sie von meiner Methode different sind, indem mich

kaum möglich deucht auf eine andre Art dazu zu kommen<sup>[8]</sup>; daß diese Methoden aber mit meiner völlig übereinkommen müssen, glaube ich deswegen, weil keiner für eine andre *Hypothesin resistentiae* die *tautochronam* gefunden. Wann diese Herren von Paris so weit gekommen, möchte ich gern vernehmen, ob sie auch dieses *Problema, datae curvae aliam adjungere ad tautochronismum producendum aptam*, welches Ew. Hochedelgeb. proponirt, nur in *hypothesi Vacui* solviren werden<sup>[9]</sup>. In den Conferenzen lese ich anjetzo eine Dissertation *De Brachystochronis in medio quocunque resistente* vor, darinn der s[elige] H. Prof. Herman sich übersehen<sup>[10]</sup>. Ich habe dabey diese merkwürdige Observation gemacht, daß die *Brachystochrona in fluido*, oder wann die Resistenz den *quadratis celeritatum* proportional ist, mit der *Tautochrone in eadem hypothese* völlig übereinkomme. Wann nun diese übereinstimmung allzeit eintreffen sollte, so wurde das *Problema Tautochronarum* sehr leicht zu solviren werden. Dann sowohl *in vacuo* als *medio quocunque resistente* ist allzeit diese *Curva* die *Brachystochrona*, da die *Pressio corporis in curvam* noch so groß ist als die *Vis centrifuga corporis*, oder da die zwey *vires prementes curvam, scilicet vis normalis et centrifuga* einander gleich sind. Aus diesem unvergleichlichen *Theoremate* ist es derothalben sehr leicht die *Brachystochronam in quacunque hypothese* zu finden.

Von hiesigen Neuigkeiten weiß für dießmalen nichts merkwürdigeres zu berichten, als daß in Abwesenheit des H. Presidenten (von Keyserling), die Direction von den Herren Goldbach, Schumacher und Bayer geführt wird<sup>[11]</sup>. Der H. Meder ist *Secretarius* so wohl bey den Conferenzen als auf der Canzleÿ. Ich habe, seit dem ich mich verheurathet, ein eignes Hauß, so in der 10 Linie gelegen, und über die massen wohl conditionirt ist, gekauft<sup>[12]</sup>.

An Euer Hochedelgeb. Herren Vatter und gantze Hochzuehrende Familie bitte gehorsamst meine ergebenste Empfehlung zu machen.

Womit verbleibe mit schuldigster Hochachtung

Eurer Hochedelgebohrnen

Meines Hochgeehrtesten Herren Professors

gehorsamster und verbundenster

Leonhard Euler

St. Petersburg, den 16ten Febr. 1734.

### Übersetzung

16. Februar 1734

> ... <

Ohne Zweifel werden Sie mein letztes Schreiben nebst dem Wechsel über 550 Holländische Gulden von der Frau Bruckner wie auch den Sekundawechsel von meinem Vater erhalten haben. Das Kontor, aus welchem mir Herr (Johannes) Stähelin den Sekundawechsel besorgt hat, steht so gut, dass ein Protest nicht im geringsten zu befürchten ist<sup>[1]</sup>.

Da ich in meinem letzten Brief nicht genügend Zeit hatte, Ihnen etwas Wissenschaftliches zu schreiben und auf Ihre unterwegs gemachten Beobachtungen einzugehen, so berichte ich hiermit zugleich, dass das Problem der aufeinandergeschichteten Platten, so dass sie den grössten Überhang haben, sowohl von Justizrat Goldbach als auch von mir bald gelöst worden ist<sup>[2]</sup>. Das andere Problem, betreffs der Form eines – belasteten oder unbelasteten – Balkens, der überall zum Brechen gleich disponiert sein soll, erfordert eine Theorie des Brechens, wie sie Ihr seliger Onkel (Jakob) geliefert und damit dieses Problem – wie mir scheint – schon behandelt hat. Die vollständige Ausführung und Anwendung aber ist allerdings sowohl das Schönste als auch das Schwierigste auf diesem Gebiet, weshalb ich Ihre versprochene Abhandlung darüber sehnlichst erwarte<sup>[3]</sup>.

Ihre Erklärung, warum ein Schiff mit halbem Wind schneller fahre als mit ganzem, hat allen ausserordentlich gut gefallen. Da nämlich der stärkste Wind in einer Sekunde kaum 20 Fuss zurücklegt, so ist angesichts dessen die Geschwindigkeit des Schiffes sehr beachtlich. Doch der Mangel bei vollem Wind scheint mir noch grösser zu sein, als Sie offenbar in Betracht ziehen. Denn in diesem Fall kann man nicht nur nicht so viele Segel aufziehen wie bei halbem Wind, sondern auch von den aufgezogenen Segeln zeigt kaum die Hälfte einige Wirkung. Dass die Segel des vorderen Mastes wie auch ein Teil des mittleren nutzlos seien, ist unbestritten, denn ich habe öfters bei starkem vollem Wind das Fähnlein des vorderen Mastes nach rückwärts gekehrt gesehen. Daraus erhellt, dass die vorderen Segel den Lauf des Schiffes wegen des Widerstandes sogar behindert haben.

In den *Acta Eruditorum* vom August vorigen Jahres wird man in Basel meine Konstruktion der Riccatischen Gleichung schon gesehen haben<sup>[4]</sup>, und darüber möchte ich sehnlichst das Urteil Ihres ... (Vaters und Ihres Vetters (Niklaus I) vernehmen. Sie wissen, auf welchem indirektem Weg ich darauf gekommen bin. Sollte man eine direkte Methode finden können, so bin ich sicher, dass dadurch die Analysis sehr erweitert werden und daraus gleichsam ein neuer Kalkül entstehen würde.

Wenn unendlich viele Ellipsen auf eine konjugierte Achse  $b$  gelegt werden und daraus eine neue Kurve formiert wird, indem man deren Abszissen gleich den Transversalachsen  $r$  nimmt, aber die Ordinaten den Umfängen  $u$  dieser Ellipsen gleichsetzt, so wird die Natur dieser Kurve durch die folgende Gleichung ausgedrückt:

$$ddu = \frac{du \, dr}{r} + \frac{u \, dr^2}{r^2 - b^2},$$

worauf ich ebenfalls nur indirekt gekommen bin<sup>[5]</sup>.

Ich vermeinte neulich, dass die folgende Reihe

$$\begin{aligned} \frac{m-1}{9} & - \frac{(m-1)(m-10)}{990} + \frac{(m-1)(m-10)(m-100)}{999\,000} \\ & - \frac{(m-1)(m-10)(m-100)(m-1000)}{9\,999\,000\,000} + \text{etc.} \end{aligned}$$



(wo die Anzahl der Nullen im Zähler und im Nenner gleich ist – im übrigen ist das Gesetz ja klar) den gemeinen Logarithmus von  $m$  ausdrücke; denn wenn  $m = 1$ , so ist die ganze Reihe  $= 0$ , ist  $m = 10$ , so wird sie 1, ist  $m = 100$ , dann wird sie 2 usw. Als ich nun daraus den Logarithmus von 9 finden wollte, bekam ich eine viel zu kleine Zahl, obwohl die Reihe sehr stark konvergiert<sup>[6]</sup>.

Meine Abhandlung über die Tautochrone in Flüssigkeiten wird demnächst mit dem 4. Band unserer *Commentarii* gedruckt werden<sup>[7]</sup>. Ich bin sehr begierig, die Methoden Ihres Vaters und einiger Pariser Mathematiker, die diese Kurve ebenfalls ermittelt haben, kennenzulernen und insbesondere zu sehen, ob sie sich von meiner Methode unterscheiden, denn es scheint mir kaum möglich, auf eine andere Art dazu zu kommen<sup>[8]</sup>. Dass diese Methoden aber mit der meinigen völlig übereinstimmen müssen, glaube ich deswegen, weil keiner die Tautochrone mit einer anderen Widerstandshypothese gefunden hat. Wenn diese Pariser Herren so weit gekommen sind, möchte ich gern vernehmen, ob sie auch dieses – von Ihnen vorgelegte – Problem, einer gegebenen Kurve eine andere zuzuordnen, die geeignet ist, Tautochronismus zu erzeugen, lösen werden, wenigstens für das Vakuum<sup>[9]</sup>. In den Konferenzen lese ich jetzt gerade eine Abhandlung vor über die Brachystochronen in einem beliebig widerstehenden Medium, worin der selige Prof. Hermann sich versehen hat<sup>[10]</sup>. Dabei habe ich die merkwürdige Beobachtung gemacht, dass die Brachystochrone in der Flüssigkeit, oder wenn der Widerstand den Geschwindigkeitsquadraten proportional ist, mit der Tautochrone in derselben Hypothese völlig übereinstimmt. Wenn nun diese Übereinstimmung immer zutreffen sollte, so liesse sich das Problem der Tautochronen sehr leicht lösen. Denn sowohl im Vakuum als auch in einem beliebig widerstehenden Medium ist diese Kurve immer die Brachystochrone, da der Druck des Körpers auf die Kurve so gross ist wie die Zentrifugalkraft des Körpers, oder weil die zwei auf die Kurve drückenden Kräfte, nämlich die Normalkraft und die Zentrifugalkraft, einander gleich sind. Aus diesem unvergleichlichen Theorem ist es deshalb sehr leicht, die Brachystochrone nach irgendeiner Hypothese zu finden.

Von hiesigen Neuigkeiten weiss ich für diesmal nichts Bemerkenswerteres zu berichten, als dass in Abwesenheit des Herrn Präsidenten (von Keyserling) die Direktion von den Herren Goldbach, Schumacher und Bayer geführt wird<sup>[11]</sup>. Herr Meder ist Sekretär sowohl bei den Konferenzen als auch auf der Kanzlei. Seit meiner Heirat habe ich ein eigenes Haus gekauft, das in der 10. Linie liegt und die besten Bedingungen aufweist<sup>[12]</sup>.

Ihrem } ... { Vater und der ganzen } ... { Familie bitte ich mich bestens zu empfehlen.

} ... {

Leonhard Euler

St. Petersburg, den 16. Februar 1734.





- R 97 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 8  
 Petersburg, 27. (16.) Februar 1734  
 Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 145–146v  
 Publ.: Eneström 1906, p. 134–137

- [1] Der hier erwähnte vorangegangene Brief Eulers ist nicht erhalten geblieben.  
 [2] Die Lösungen Eulers und Goldbachs sind nicht überliefert. In der Tat stellt das Problem ein – nicht ganz reizloses – elementares Schulstück aus der Statik dar. Wir betrachten die geschichteten Platten als kongruente, homogene Bretter von der Länge  $l$  und dem Gewicht  $G$  in der Anordnung D. Bernoullis (cf. die Figur p. 106 h.v.) und numerieren sie von oben nach unten von 1 bis  $n$ . Der so errichtete Stapel kippt dann so lange nicht um, als das nächstuntere Brett den Schwerpunkt des Stapels unterstützt. Hier sei  $S_{n-1}$  der Schwerpunkt des Stapels von  $n-1$  Brettern,  $S_n$  derjenige des Stapels von  $n$  Brettern, der gegenüber  $S_{n-1}$  um  $x_1$  horizontal nach links verschoben ist. Der Momentensatz

$$G \left( \frac{l}{2} - x_1 \right) = (n-1) G x_1$$

liefert sofort  $x_1 = \frac{l}{2n}$ , d. h., ein  $(n+1)$ -tes Brett darf maximal um  $\frac{l}{2n}$  nach links verschoben werden, damit der Stapel nicht kippt. Mit dem entsprechenden Ansatz erhält man für das  $(n+2)$ -te Brett die maximale Linksverschiebung  $x_2 = \frac{l}{2(n+1)}$  usw. und allgemein  $x_n = \frac{l}{2(n-1)}$ . Da die Summe aller  $x_i$  wegen der sich ergebenden harmonischen Reihe

$$\sum x_i = \frac{l}{2} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n-1} \right)$$

für  $i \rightarrow \infty$  über alle Grenzen wächst, lässt sich so eine beliebig weit ausladende «Halbbrücke» bauen. Die Skizze D. Bernoullis zeigt, dass dieser sich darüber völlig im klaren war.

- [3] Cf. Brief Nr. 8, Anm. 6. Das allgemeine Problem der Balkenbiegung wurde von Jakob Bernoulli behandelt (JaB. 42; cf. JaBW 5, p. 58) und detailliert besprochen von Truesdell (1960, §§ 11–12).  
 [4] Eulers Abhandlung E. 11 über die Konstruktion gewisser Differentialgleichungen, die keine Trennung der Variablen zulassen, war im August-Heft 1733 der *Nova Acta Eruditorum* erschienen. Es handelt sich dabei um die Riccatischen Gleichungen

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{x} = \frac{x}{x^2 + 1} \quad \text{und} \quad ax^n = \frac{dy}{dx} + y^2.$$

– Cf. Bottazzini (1996, p. 179f).

- [5] Es handelt sich hier um ein spezielles Problem der elliptischen Integrale (vgl. Eulers spätere Abhandlung E. 52: O.I, 20, insb. § 22, p. 17–18, und die dortige Figur 4): Gegeben sei eine unendliche Schar von konjugierten Ellipsen, die einen Scheitelpunkt ( $A$ ) und eine Achse ( $AC$ ) gemeinsam haben. Gesucht ist die Gleichung einer Kurve, welche von den Ellipsen bogengleiche Stücke ( $AM$ ,  $AN$ ,  $AO$ ) abschneidet. In der angegebenen Differentialgleichung stellt die Variable  $r$  die vertikale Achse der Ellipsen mit der horizontalen Achse  $AC = b$  dar, und die Variable  $u$  je den Umfang der Ellipsen. Die Bestimmung der Variablen  $u$  und  $r$  führt in der Tat zur Aufstellung der gesuchten Gleichung mittels der Ellipsenrektifikation. Wie schon Engelsman (1984, p. 140, 191) bemerkt hat, ist die von Euler angeführte Gleichung unrichtig. Es scheint, dass Euler einfach einen Faktor verloren hat. Die richtige Differentialgleichung heisst

$$ddu = \frac{b^2 + r^2}{b^2 - r^2} \frac{du}{r} + \frac{u}{b^2 - r^2} dr^2,$$

und Euler hat sie in seiner Abhandlung E. 52 im 8. Band der *Petersburger Commentarii* richtig dargestellt. Die Lösung des Problems hat Euler schon gegen Ende 1734 gefunden (cf. Brief Nr. 10, Anm. 20) und die Abhandlung am 20. (9.) Juni 1735 der Petersburger Akademie vorgelegt (cf. *Protokoly* 1, p. 206; *Chronik* 1, p. 158).

- [6] Die von Euler gemeinte und partiell geschriebene Reihe

$$S(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k (x-1)(x-10) \cdots (x-10^{k-1})$$

ist die Interpolationsreihe, deren  $n$ -te Teilsumme das Newtonsche Interpolationspolynom vom Grad  $n$  für die Funktion  $f(x) = \log x$  und die Stützstellen  $x_r = 10^r$ ,  $r = 0, 1, \dots, n$  ist. Daher ist  $a_k = [x_0, x_1, \dots, x_k]f$  eine dividierte Differenz von  $f$  der Ordnung  $k$ , und die *Lex*, auf die Euler anspielt, ist offenbar

$$a_k = \frac{(-1)^{k-1}}{10^{k(k-1)/2} (10^k - 1)}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Die schnelle Konvergenz der Reihe ist genau das, was Euler offenbar zum Verhängnis geworden ist, denn  $S(z)$  erweist sich als eine ganze Funktion der komplexen Variablen  $z$  und kann daher unmöglich  $\log z$  darstellen. Für Einzelheiten und erfolgreichere Varianten von Eulers Idee cf. Gautschi (2008) sowie darauf fussend Koelink–Van Assche (2009). (Diesen Kommentar verdanken wir Walter Gautschi, Purdue University, USA.)

Infolge des Fehlens von D. Bernoullis Antwortbrief und Eulers magerer Angabe sind dessen diesbezügliche Gedankengänge nur nachvollziehbar durch die – viel später im Januar und September 1750 den *Petersburger Novi Commentarii* eingereichten – Abhandlungen E. 190 und E. 189. – Cf. O. I, 14, p. 516–541, sowie die Übersichtsdarstellung von G. Faber in O. I, 16:2, p. L–LII.

- [7] Eulers Abhandlung über die Tautochronen im widerstehenden Medium (E. 13) war schon am 1., 4. und 11. November (21., 24. und 31. Oktober) 1729 in der Akademischen Konferenz vorgelesen worden; sie wurde 1735 im 4. Band der *Petersburger Commentarii* gedruckt.
- [8] Euler erwähnte seine Lösung des Tautochronenproblems für den Fall der Bewegung im proportional zum Geschwindigkeitsquadrat widerstehenden Medium (cf. E. 13) in seinem Brief an J. I. Bernoulli vom 1. November (21. Oktober) 1729 (cf. O. IV A, 2, p. 123 / 125–126), worauf dieser in seinem Brief vom 17. (6.) Dezember desselben Jahres das Problem auch zu lösen versprach (cf. *ibid.*, p. 131 / 136). Seine Lösung veröffentlichte Bernoulli im Band der *Mémoires* der Pariser Akademie für 1730 (JB. 139), der 1732 erschien, den Euler aber offenbar vor der Abfassung des gegenwärtigen Briefs noch nicht zu sehen bekommen hatte. Euler sah sich später genötigt, seine Priorität – im zweiten Band der *Mechanik* (E. 16, § 737) – zu betonen. – Was die damaligen Untersuchungen der Pariser Gelehrten über die Bewegung in widerstehenden Medien anbelangt, so erschien 1732 im Band der *Pariser Mémoires* für 1730 ein kurzer Artikel von Maupertuis über die Kurve des gleichmässigen Abstiegs (*descensus aequabilis*) und 1736 (im Band für 1734) ein ebenso kurzer Artikel von Fontaine über Tautochronen in widerstehenden Medien.
- [9] Cf. Eulers Abhandlung über das Problem, zu einer gegebenen Kurve eine daran anschliessende zweite zu finden, so dass Tautochronismus entsteht (E. 21). Im bereits oben (Anm. 8) zitierten Brief Eulers an J. I. Bernoulli vom 1. November (21. Oktober) 1729 schreibt er: «Dieses Problem habe ich Ihrem Sohn (Daniel) mitgeteilt und es gleichzeitig mit ihm bearbeitet. Sowohl er als auch ich gelangten bald danach zu einer Lösung, die wir der Akademie vorlegten.» Schon vorher, am 13. (2.) September 1729, hatte D. Bernoulli seine Untersuchung über die entsprechenden Kurven *De invenienda curva, quae cum alia data sit tautochrone* («Eine Kurve zu finden, die mit einer gegebenen anderen tautochron ist») in der Akademischen Konferenz vorgelesen; obwohl sie im Juli 1731 zum Druck in dem damals in Vorbereitung befindlichen Band 4 der *Petersburger Commentarii* vorgesehen war (cf. *Protokoly* 1, p. 45), wurde sie schliesslich nicht publiziert. Im Jahre 1732 griff Euler dieses Thema wieder auf und verfolgte es weiter in der Arbeit E. 21, die am 18. (7.) März 1732 eingereicht, aber erst 1738 im 5. Band der *Commentarii* gedruckt wurde.

- [10] Euler las seine Abhandlung über die Brachystochronen im widerstehenden Medium (E. 42) am 15. (4.), 19. (8.) und 22. (11.) Februar 1734 in der Akademischen Konferenz vor, wo sie wegen der implizierten Kritik an Hermann eine intensive Diskussion auslöste (*Protokoly* 1, p. 83–88; *Chronik* 1, p. 136). – Cf. Brief Nr. 15, Anm. 17 und 19.
- [11] H.K. von Keyserling wurde im Juli 1733 als Präsident der Petersburger Akademie eingesetzt, jedoch bereits am Jahresende zum Botschafter am polnischen Hof ernannt – aufgrund der Personalunion zwischen Polen und Sachsen mit Sitz in Dresden. In diesem Zusammenhang erliess er detaillierte Instruktionen für die Führung und die Tätigkeit der Akademie während seiner Abwesenheit (cf. *Materialy* 6, p. 309–314). Im Januar 1734 wurden Delisle, Duvernois und Bayer in das Direktorium eingeführt; sie hatten während der Abwesenheit des Präsidenten die Sitzungen abwechselnd zu leiten. Dieser Modus wurde bis zum Amtsantritt des neuen Präsidenten J.A. von Korff im November desselben Jahres beibehalten. – Cf. *Protokoly* 1, p. 72f, 115; *Chronik* 1, p. 135, 143f.
- [12] Euler verheiratete sich am 7. Januar 1734 (27. Dezember 1733) mit Katharina Gsell und bezog danach ein hölzernes Haus in der 10. Linie der Vasilievskij-Insel, nicht weit von der Grossen Neva, das er selbst hatte erbauen lassen. Nach seiner Abreise nach Berlin wurde das Haus an die Akademie verkauft. Bei seiner Rückkehr nach Petersburg erwarb Euler 1766 ein zweistöckiges steinernes Haus an der Uferstrasse der Grossen Neva (heute Naberežnaya Lejtenanta Šmidta) an der Ecke zur selben 10. Linie (cf. Petrov 1958), wo er danach bis zum Ende seines Lebens wohnte. Nach dem Tod seiner ersten Frau heiratete er – gegen starken Widerstand seiner Kinder (cf. Fellmann 1995, p. 112–116; 2007, p. 124–129) – ein zweites Mal; seine neue Gattin Salome Abigail Gsell war eine Halbschwester seiner ersten Frau und eine Enkelin der bekannten Künstlerin und Naturforscherin Maria Sibylla Merian.

## 10

L. EULER AN D. BERNOULLI  
[Petersburg, 5. Juni (25. Mai) 1734]<sup>[1]</sup>

Hochedelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor

Ew. Hochedelgeb. Antwort auf mein ersteres Schreiben habe richtig erhalten<sup>[2]</sup>, und hätte darauf vor einiger Zeit schon wieder geschrieben, wann nicht auf mein zweytes Schreiben, welches der H. Schumacher mit einem Briefe an Ew. Hochedelgb. begleitet<sup>[3]</sup>, noch vorher hätte eine Antwort erhalten wollen. Da ich aber anjetzo von dem H. Moulat nicht nur vernommen, daß gedachter Brief in Basel angekommen, sondern daß Dieselben auch schon vor geraumer Zeit geantwortet, so muß Dero Schreiben, indem ich nichts bekommen, zu meinem grossen Verdruß verlohren gegangen seyn.

Ew. Hochedelgb. Hoffnung zu der jährlichen Pension von 200 R. ist meiner Meinung nach gar nicht völlig verschwunden sondern nur aufgeschoben wegen der Abwesenheit Unsers Herren Praesidenten (von Keyserling), als vor dessen Wiederkunft keine Sachen von einiger Wichtigkeit können ausgemacht werden<sup>[4]</sup>. Inzwischen können Dieselben versichert seyn, daß zu einem *Membro Honorario* von der Mathematischen Class niemand anders als Ew. Hochedelgb. werden ersucht werden. Wegen Deroselben Anforderungen habe mit grossem Fleisse ein *Memorale* an die Academische Direction aufgesetzt, und darauf nachfolgende Antwort



erhalten, daß hierüber, ehe Ew. Hochedelgb. werden wegen dem Lettre cacheté disponirt haben, keine Resolution ertheilet werden könne. Im übrigen würden diese Forderungen für sehr billich erkannt<sup>[5]</sup>.

Was den Zustand der Academie betrifft so scheint insonderheit die Mathematische Class je mehr und mehr in Decadence zu kommen, indem auch der H. ⟨G.W.⟩ Kraft künftiges Jahr wegreisen wird<sup>[6]</sup>; und man keine Anstalten macht wiederum tüchtige *membra* zu erlangen. Es heisset daß man solche Leute sehr leicht werde bekommen können, Ew. Hochedelgb. werden aber so wohl als ich die Schwierigkeiten darinn einsehen.

Der 4<sup>te</sup> *Tomus* unsrer *Commentarien* ist schon lang zum Drucke reglirt worden, der Anfang aber ist dennoch noch nicht gemacht<sup>[7]</sup>. Dero hinterlassene Bücher habe zusammen gepackt, und dem H. ⟨Johannes⟩ Stehelin übergeben, welcher dieselben nach Amsterdam zu schicken über sich genommen<sup>[8]</sup>. Von den *Bolognesischen Memoiren*<sup>[9]</sup> habe ich seit der Zeit kein Exemplar empfangen, und auch nicht erfahren, daß jemand anders davon bekommen habe. Was Dero *Tractatum Hydrodynamicum* betrifft, so habe deswegen gleichfalls mit dem *Directorio* gesprochen, von welchem deswegen an den H. Praesidenten ⟨von Keyserling⟩ wird geschrieben werden<sup>[10]</sup>. Es sollte mir höchstens leid seyn, wann die Sache einige Schwierigkeit haben sollte. Des H. Bayers *Historia Edessena*<sup>[11]</sup> ist herausgekommen, und soll den Leuten als ein *Tomus Comment[ariorum]* aufgedrungen werden, welches aber wie ich glaube nicht angehen wird; vielmehr möchte man dadurch eine Provision von Maculatur auf einige Zeit bekommen. Es wäre zu wünschen, daß an statt solcher Bücher *Scientifica* möchten gedrucket werden, als wovon man nicht nur mehr Profit sondern auch Ehre haben würde. Von meiner *Mechanica* ist der erste *Tomus* auch ganz fertig, habe aber wenig Hoffnung, daß man denselben allhier drucken werde<sup>[12]</sup>. Von der Piece, welche Ew. Hochedelgb. an den H. Praesident ⟨von Keyserling⟩ geschickt, weiß kein Mensch nichts, noch von den Briefen, so dabey gewesen<sup>[13]</sup>. Ew. Hochedelgb. würden am besten thun, wenn Sie solche Sachen an mich ins künftige adressiren wollten, ich will dafür lieber das Postgelt bezahlen, als den Verlust derselben leiden.

Die Krankheit Dero Herren Vatters ist mir höchstens zu Herzen gegangen, und wünsche daß dieses Denselben wiederum in gutem Zustande antreffen möchte<sup>[14]</sup>, worzu ich aus der Leichen Predigt des H. Hermans um so viel grössere Hoffnung habe, da in derselben des Herren Vatters *Carmen* von jedermann vor allen andren ist bewundert worden, insonderheit aber von mir, der ich sowohl Desselben Sentiments als die Baßlerische Gewohnheit kenne<sup>[15]</sup>; Beÿ Verfertigung dieser Versen vermuthe ich daß Er vollkommen gesund müsse gewesen seyn. Denselben bitte geh[ors]amst meine unterthänige und danckbarste Empfehlung zu machen, und mich Desselben Wohlgewogenheit auf das beste zu recommendiren.

Mein Schwager Nörbel hat mich sehr gebeten ihn Ew. Hochedelgb. zu recommendiren damit er zu einem besseren Dienste gelangen möchte, er vermeinet meine Recommendation werde sehr kräftig seyn, welches ich aber nicht einmal verlange, wenn er es nicht wohl meritirt<sup>[16]</sup>. Der Herr Geheime Rath Baron von Munnich, welcher anjezo Chef von dem Cadeten Corp ist, hat mir neulich Propositionen ge-

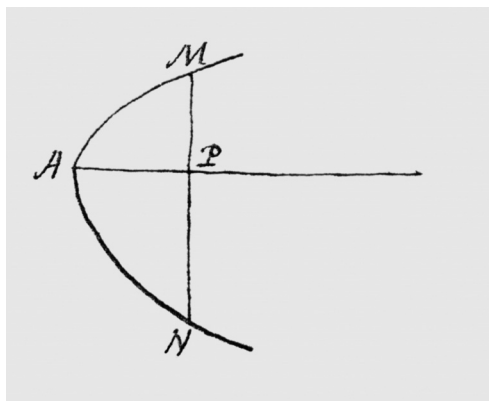
macht, in dem Cadeten Corps Lectionen zu halten, und zugleich über die *Informatores* die Inspection zu haben, worfür ich außer der Academischen Gage noch eine jährliche Pension von 400 R. geniessen soll. Welche Propositionen ich um so viel eher ohne Bedenken annehmen werde, da ich wegen der Abwesenheit des Herren Praesidenten (von Keyserling) aufs zukünftige Jahr noch keine grössere Besoldung hoffen kan<sup>[17]</sup>. Bey der Academie ist sonsten keine Veränderung vorgegangen, als daß der H. Junker von Ihro Kaiserl. Majestaet (Anna Ioannovna) *immediate* ist zum Professor ernannt worden mit Verdopplung seiner vorher gehabten Gage<sup>[18]</sup>.

Da Ew. Hochedelgb. nunmehr Professor *Medicinae* sind, so möchte ich gern mit der Zeit einmal, wann es nicht allzu viel kosten sollte, in dieser Facultaet Doctor werden; indem ich schon immatriculirt bin, und mich ins künftige etwas mehr auf dieses Studium appliciren werde<sup>[19]</sup>.

Seit der Zeit habe ich nachfolgende *Problemata* solvirt worüber ich gerne Dero-selben nebst Dero Herren Vatters und anderer *Mathematicorum* Urtheil vernehmen möchte:

Das erste ist eine *Curvam* zu finden, welche von unendlich viel *Ellipsibus*, welche auf einem *Axe transverso* stehen, gleiche *Arcus* abschneidt. Ingleichen von unendlich vielen *Ellipsibus*, welche einen *Verticem* und gleiche *Axes conjugatos* haben, gleiche *Arcus* abzuschneiden. Die Construction dieser *curvarum* ist *per rectificationem ellipsium* leicht, ich verlange aber eine *aequationem* vor diese *curvas*, welche so beschaffen seyn wird, daß man daraus zu keiner construction gelangen kan, ohne meine Methode, dadurch ich auch die *Aequationem Riccatianam* construirt<sup>[20]</sup>. Wann die *curvae propositae similes* sind als *Parabola*, so hat die Solution keine Difficultaet, und ist dieses *Problema* schon im vorigen *Seculo* von Dero H. Vatter solvirt worden<sup>[21]</sup>: wann die *Curvae* aber *dissimiles* sind, so würde die Solution, wann sie von meiner unterschieden wäre, in der *Analysi* ein grösseres Licht geben.

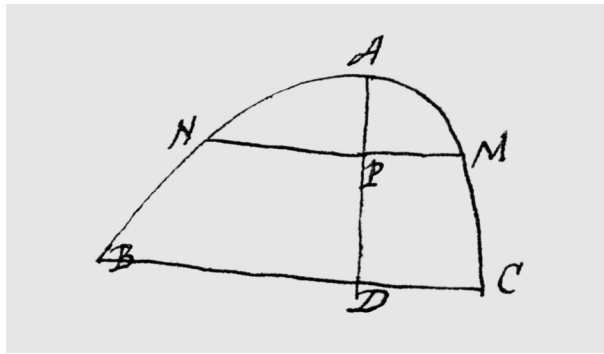
Das zweyße *Problema* ist dieses:



*Invenire duas curvas AM, AN algebraicas non rectificabiles, sed quarum rectificatio a data quadratura pendeat; tales ut, ducta ad axem communem AP quacunque ordinata orthogonali MN, summa arcuum AM et AN possit algebraice exprimi.*

Wann diese condition nicht hinzugethan würde, daß die beyden *Arcus* einerley *abscissam*  $AP$  haben sollten, so folgte die Solution gleich aus den *Formulis*, welche Dero Herr Vatter *pro reducendis quadraturis ad rectificationes curvarum algebraicarum* gegeben<sup>[22]</sup>. Mit dieser Condition aber ist die Solution meiner Meinung nach sehr schwer, und kan ich, obgleich meine Solution general ist, dennoch keine *curvas simplices satisfaciētes* geben. Dieses *Problema* muß auch möglich seyn, daß man wann die eine *curva*  $AM$  gegeben ist, die andre  $AN$  finden soll, so daß  $AM + AN$  rectificabel ist. Ich habe nur diesen *casum* betrachtet, wann  $AM$  eine *Parabola* ist, habe aber die andre *Curvam* nicht finden können<sup>[23]</sup>.

In Schreibung meiner *Mechanic* bin ich auf eine aequation gefallen welche *quam proxime* die Natur der *projectoriae in Aëre* exprimirt<sup>[24]</sup>.



Als es seÿ  $BNAMC$  die *Via* einer Stückkugel<sup>[25]</sup>,  $A$  das *punctum summum*,  $AD$  eine Vertical linie,  $b$  seÿ die Höhe aus welcher die *Celeritas* in  $A$  generirt wird, und  $c$  die Höhe, aus welcher diejenige *Celeritas* entspringt, mit welcher wann sich die Kugel bewegt, die Resistenz der *Vi gravitatis* gleich ist,  $g$  ist zu 1 wie die Schwere der Kugel *in aëre*, zu ihrer wahren Schwere *in vacuo*. Wann nun gesetzt wird  $AP = y$ ,  $PM = x$ , so wird die Natur der *curvae*  $AMC$  *q[uam] pr[oxime]* diese aequation haben

$$2by + gcx = gc^2(e^{\frac{x}{c}} - 1)$$

oder

$$x = c \ell \frac{2by + gcx + gc^2}{gc^2}.$$

Wann die *altitudo generans celer[itatem]* in  $M$  ist  $v$ , so wird seÿn

$$v = be^{-\frac{x}{c}} + \frac{c^2 g^2 e^{-\frac{x}{c}}}{4b} (e^{\frac{x}{c}} - 1)^2.$$

Und *tempus per AM* wird seÿn  $\frac{c}{125\sqrt{b}}(e^{\frac{x}{2c}} - 1)$  *min. sec.* wann  $b$  und  $c$  in 1000sten Theilen eines Rheinischen Schues exprimirt wird. Setzt man die Geschwindigkeit [...] <sup>[26]</sup>

P.S.<sup>[27]</sup> Der H. Brouckner befindet sich gar wohl, und lässt Ew. Hochedelgeb. seine gehorsamste empfehlung machen.



Den Augenblick ist durch einen Courier die Nachricht gekommen, daß die 2000 Franzosen, so vor Danzig angekommen, *feliciter* geschlagen worden, so daß wenig mehr nach Frankreich zurückkommen werden<sup>[28]</sup>.

### Übersetzung

>...<

Ihre Antwort auf mein ersteres Schreiben habe ich richtig erhalten<sup>[2]</sup>; darauf hätte ich schon vor einiger Zeit zurückgeschrieben, wenn ich nicht auf mein zweites Schreiben, das Herr Schumacher mit einem Brief an Sie begleitet hat<sup>[3]</sup>, vorher noch eine Antwort hätte erhalten wollen. Da ich aber jetzt von Herrn Moula nicht nur vernommen habe, dass besagter Brief in Basel angekommen war, sondern dass Sie auch schon vor geraumer Zeit geantwortet haben, so muss Ihr Schreiben, das ich nicht bekommen habe, zu meinem grossen Verdruss verlorengegangen sein.

Ihre Hoffnung auf die jährliche Pension von 200 Rubeln ist meiner Meinung nach gar nicht völlig geschwunden, sondern bloss aufgeschoben infolge der Abwesenheit unseres Herrn Präsidenten (von Keyserling), vor dessen Rückkehr keine Geschäfte von einiger Wichtigkeit getätigt werden können<sup>[4]</sup>. Inzwischen können Sie versichert sein, dass kein anderer als Sie zum Auswärtigen Mitglied der Mathematischen Klasse vorgeschlagen werden wird. Hinsichtlich Ihrer Forderungen habe ich mit grossem Fleiss ein Memorial an die Akademische Direktion aufgesetzt und darauf die Antwort erhalten, dass darüber kein Beschluss gefasst werden könne, bevor Sie über die Lettre cachetée disponiert haben. Im übrigen würden diese Forderungen als sehr berechtigt anerkannt<sup>[5]</sup>.

Was den Zustand der Akademie betrifft, scheint besonders die Mathematische Klasse mehr und mehr zu verfallen, indem auch Herr (G.W.) Krafft im nächsten Jahr abreisen wird<sup>[6]</sup> und man keinerlei Anstalten macht, wieder tüchtige Mitglieder zu bekommen. Es heisst, dass man solche Leute sehr leicht bekommen könne, doch Sie werden ebenso gut wie ich die diesbezüglichen Schwierigkeiten erkennen.

Der 4. Band unserer *Commentarii* ist schon lange für den Druck vorbereitet worden, doch hat man damit noch nicht begonnen<sup>[7]</sup>. Ihre hier zurückgelassenen Bücher habe ich verpackt und Herrn (Johannes) Stähelin übergeben, der es übernommen hat, sie nach Amsterdam zu verschicken<sup>[8]</sup>. Von den Bologneser *Commentarii*<sup>[9]</sup> habe ich seit damals kein Exemplar erhalten und auch nicht erfahren, ob jemand anderer eines davon bekommen hat. Wegen Ihres hydrodynamischen Traktats habe ich gleichfalls mit dem Direktorium gesprochen, welches diesbezüglich an den Herrn Präsidenten (von Keyserling) schreiben wird<sup>[10]</sup>. Es würde mir sehr leid tun, wenn die Angelegenheit auf irgendwelche Schwierigkeiten stossen würde. Herrn Bayers *Historia Edessena*<sup>[11]</sup> ist erschienen und soll den Leuten als ein Band der *Commentarii* aufgedrängt werden, was aber – wie ich glaube – nicht angehen wird, vielmehr würde man dadurch für einige Zeit einen Vorrat an Makulatur bekommen. Es wäre zu wünschen, dass anstatt solcher Bücher Wissenschaftliches gedruckt würde, wovon man nicht nur grösseren Profit, sondern auch mehr Ehre

haben würde. Von meiner *Mechanik* ist der erste Band auch ganz fertig, doch habe ich wenig Hoffnung, dass er hier gedruckt wird<sup>[12]</sup>. Von der Abhandlung, die Sie an den Herrn Präsidenten (von Keyserling) geschickt haben, weiss kein Mensch etwas, ebensowenig von den beigelegten Briefen<sup>[13]</sup>. Sie würden am besten daran tun, solche Sachen künftig an mich zu adressieren; lieber will ich dafür das Porto bezahlen als deren Verlust erleiden.

Die Krankheit Ihres Vaters hat mich sehr bewegt, und ich wünsche, dass dieser Brief ihn wieder in gutem Zustand antreffen möge<sup>[14]</sup>. Dazu habe ich um so grössere Hoffnung, als sein *Carmen* in der Leichenrede für Herrn Hermann von jedermann vor allen anderen Beiträgen bewundert worden ist – besonders aber von mir, der ich sowohl die Gesinnung Ihres Vaters als auch die Baslerische Gepflogenheit kenne<sup>[15]</sup>. Ich vermute, dass er bei der Abfassung dieser Verse vollkommen gesund gewesen sein muss. Machen Sie ihm bitte meine dankbarste Empfehlung, und empfehlen Sie mich bestens seiner Wohlgeogenheit.

Mein Schwager Nörbel hat mich sehr gebeten, ihn Ihnen zu empfehlen, damit er zu einer besseren Anstellung gelangen könnte; er meint, meine Empfehlung könne sehr wirksam sein, was ich aber nur verlange, wenn er es wirklich verdient<sup>[16]</sup>. Der Geheimrat Baron von Münnich, der jetzt Chef des Kadettenkorps ist, hat mir kürzlich vorgeschlagen, im Kadettenkorps Lektionen abzuhalten und zugleich die Aufsicht über die Instruktoren zu übernehmen, wofür ich ausser dem akademischen Gehalt noch eine Jahrespension von 400 Rubeln geniessen soll. Diesen Vorschlag werde ich um so lieber annehmen, als ich infolge der Abwesenheit des Herrn Präsidenten (von Keyserling) im kommenden Jahr noch keine grössere Besoldung erhoffen kann<sup>[17]</sup>. Bei der Akademie hat sich sonst nichts verändert, ausser dass Herr Juncker von Ihrer Kaiserlichen Majestät (Anna Ioannovna) ab sofort mit Verdoppelung seines früheren Gehalts zum Professor ernannt worden ist<sup>[18]</sup>.

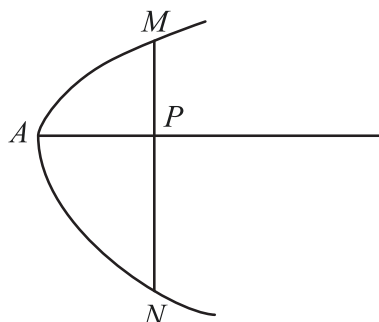
Da Sie nun Professor der Medizin geworden sind, so möchte ich gelegentlich einmal – wenn es nicht allzu teuer sein sollte – in dieser Fakultät Doktor werden, da ich schon immatrikuliert bin und mich künftig mehr auf dieses Studium verlegen werde<sup>[19]</sup>.

Inzwischen habe ich nachfolgende Probleme gelöst, und darüber möchte ich gern Ihr Urteil nebst demjenigen Ihres Vaters wie auch anderer Mathematiker vernehmen.

Das erste ist, eine Kurve zu finden, die von unendlich vielen Ellipsen, die auf einer transversalen Achse stehen, gleiche Bogen abschneidet. Desgleichen diejenige, die von unendlich vielen Ellipsen, welche einen Scheitel und gleiche konjugierte Achsen haben, gleiche Bogen abschneidet. Die Konstruktion dieser Kurven ist leicht mittels der Rektifikation der Ellipsen, ich verlange aber eine Gleichung für diese Kurven, die so beschaffen sein wird, dass man daraus zu keiner Konstruktion ohne meine Methode gelangen kann, durch welche ich auch die Riccatische Gleichung konstruiert habe<sup>[20]</sup>. Wenn die vorgelegten Kurven ähnlich sind wie die Parabeln, so bietet die Lösung keine Schwierigkeit, denn dieses Problem wurde bereits im vorigen Jahrhundert von Ihrem Vater gelöst<sup>[21]</sup>; sind die Kurven aber

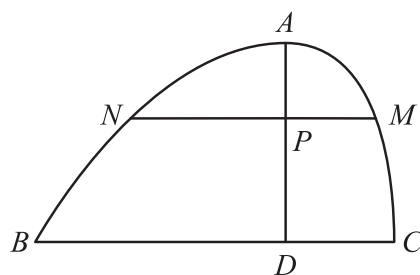
nicht ähnlich, so würde die Lösung, wenn sie sich von der meinigen unterscheiden sollte, mehr Licht auf die Analysis werfen.

Das zweite Problem ist folgendes:



Zwei nicht rektifizierbare algebraische Kurven  $AM$ ,  $AN$  zu finden, deren Rektifikation aber von einer gegebenen Quadratur abhängt, derart dass die Summe der Bogen  $AM$  und  $AN$  algebraisch ausgedrückt werden kann, wenn eine beliebige Ordinate  $MN$  senkrecht auf die gemeinsame Achse  $AP$  gezogen ist. Wenn diese Bedingung nicht zusätzlich gestellt würde, nämlich dass die beiden Bogen die gleiche Abszisse  $AP$  haben sollten, so würde die Lösung sogleich aus den Formeln folgen, die Ihr Vater gegeben hat, um die Quadraturen auf die Rektifikation von algebraischen Kurven zurückzuführen<sup>[22]</sup>. Mit dieser Bedingung aber ist die Lösung meines Erachtens sehr schwierig, und ich kann – obgleich meine Lösung allgemein ist – dennoch keine einfachen Kurven angeben, die ihr genügen. Das folgende Problem sollte ebenfalls zu lösen sein: wenn die eine Kurve  $AM$  gegeben ist, die andere  $AN$  so zu finden, dass  $AM + AN$  rektifizierbar ist. Ich habe nur den Fall betrachtet, dass  $AM$  eine Parabel ist, konnte jedoch die andere Kurve nicht finden<sup>[23]</sup>.

Bei der Niederschrift meiner *Mechanik* stiess ich auf eine Gleichung, die näherungsweise die Natur der Flugbahn in der Luft ausdrückt<sup>[24]</sup>.



Es sei nämlich  $BNAMC$  der Weg einer Kanonenkugel<sup>[25]</sup>,  $A$  der höchste Punkt,  $AD$  eine vertikale Linie,  $b$  sei die Höhe, aus welcher die Geschwindigkeit im Scheitel  $A$  erzeugt wird, und  $c$  die Höhe, aus welcher diejenige Geschwindigkeit entspringt, mit welcher bei der sich bewegenden Kugel der Widerstand der Schwerkraft gleich ist;  $g$  verhält sich zu 1 wie das Gewicht der Kugel in der Luft zu ihrem wahren

Gewicht im Vakuum. Setzt man nun  $AP = y$ ,  $PM = x$ , so wird die Natur der Kurve  $AMC$  näherungsweise folgende Gleichung haben:

$$2by + gcx = gc^2(e^{\frac{x}{c}} - 1)$$

oder

$$x = c \ln \frac{2by + gcx + gc^2}{gc^2}.$$

Ist  $v$  die Höhe, die die Geschwindigkeit in  $M$  erzeugt, dann gilt

$$v = be^{-\frac{x}{c}} + \frac{c^2 g^2 e^{-\frac{x}{c}}}{4b} (e^{\frac{x}{c}} - 1)^2,$$

und die für den Bogen  $AM$  benötigte Zeit wird  $\frac{c}{125\sqrt{b}}(e^{\frac{x}{2c}} - 1)$  Sekunden, wenn  $b$  und  $c$  in Tausendstel eines Rheinischen Fusses ausgedrückt werden. Setzt man die Geschwindigkeit ...<sup>[26]</sup>

P.S.<sup>[27]</sup> Herr Bruckner befindet sich sehr wohl und lässt Sie bestens grüssen.

In diesem Moment hat ein Kurier die Nachricht übermittelt, dass die vor Danzig angekommenen 2000 Franzosen glücklich geschlagen worden sind, so dass nur noch wenige nach Frankreich zurückkommen werden<sup>[28]</sup>.

R 98 Antwort L. Eulers auf den nicht erhalten gebliebenen Brief D. Bernoullis von Anfang 1734  
[Petersburg, 5. Juni (25. Mai) 1734]  
Orig. (unvollständig), 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 143–144v  
Publ.: Eneström 1906, p. 137–141

- [1] Das Briefdatum wurde dem Antwortbrief Bernoullis entnommen.
- [2] Weder der hier erwähnte Brief Eulers an D. Bernoulli vom November/Dezember 1733 noch D. Bernoullis Antwortschreiben sind erhalten geblieben.
- [3] Das von Euler hier erwähnte zweite Schreiben ist der Brief Nr. 9. – Das Begleitschreiben von Schumacher hat D. Bernoulli nicht erhalten; möglicherweise hat es gar nie existiert (cf. Brief Nr. 11).
- [4] Präsident von Keyserling weilte in Sachsen (cf. Brief Nr. 9, Anm. 11).
- [5] Eulers Memorial an die Akademische Direktion und deren Antwort sind nicht erhalten geblieben. Der Inhalt von Bernoullis *Lettre cachetée* ist uns nicht bekannt.
- [6] Am 22. März 1734 berief Karl Alexander, der Herzog von Württemberg, G.W. Krafft nach Tübingen zur Übernahme des dortigen Lehrstuhls der Physik und der Höheren Mathematik (cf. *Materialy* 2, p. 455–456); Krafft blieb jedoch für weitere zehn Jahre an der Petersburger Akademie, die er erst im Herbst 1744 verliess, um nach Tübingen zu gehen. Sein Gesuch um Entlassung aus der Akademie kam erst in der Konferenzsitzung vom 10. Juni (30. Mai) 1744 zur Sprache (cf. *Protokoly* 2, p. 23; *Chronik* 1, p. 300).
- [7] Der 4. Band der *Petersburger Commentarii* (für 1729) erschien erst gegen Ende des folgenden Jahres 1735.
- [8] Cf. Brief Nr. 11, Anm. 12.
- [9] Der erste Band der Zeitschrift *De Bononiensi Scientiarum et Artium Instituto atque Academia Commentarii*, die von der bereits 1690 gegründeten Akademie der Wissenschaften zu Bologna herausgegeben wurde, war 1731 erschienen; Band II liess jedoch bis 1745/47

auf sich warten. Insgesamt erschienen bis 1791 in unregelmässiger Folge sieben Bände in zehn Teilen.

- [10] Ein solches Schreiben des Direktoriums an Keyserling über den Druck von D. Bernoullis *Hydrodynamik* ist nicht nachweisbar.
- [11] Cf. Bayers *Historia Osrhoëna et Edessena* (1734).
- [12] Eulers zweibändige *Mechanik* wurde 1736 als Beilage zu den *Petersburger Commentarii* publiziert.
- [13] Sehr wahrscheinlich hatte D. Bernoulli in seinem – nicht erhaltenen gebliebenen – Brief an Euler von Anfang 1734 nach dem Schicksal der hier erwähnten Abhandlung und den beigelegten Briefen gefragt.
- [14] Wie wir aus seinen Briefen an Maupertuis und de Mairan wissen, litt J. I. Bernoulli in jenen Jahren an verschiedenen Altersbeschwerden, insbesondere an Gichtanfällen. Seine Korrespondenz mit Euler weist von 1731 bis 1736 resp. 1737 eine grosse Lücke auf (cf. O. IV A, 2, p. 158, Anm. 1).
- [15] J. I. Bernoulli war gegen Hermann immer recht kritisch eingestellt, weshalb sich Euler, der dieses Verhältnis gut kannte, über J. Bernoullis hohe Einschätzung der wissenschaftlichen Leistungen Hermanns im veröffentlichten *Epicedium* (1733) einigermaßen gewundert haben dürfte.
- [16] J. J. Nörbel war seit 1731 mit Eulers Schwester Maria Magdalena verheiratet. Er war damals noch Schulmeister in Riehen und suchte eine bessere Stelle, die er ab 1738 als Pfarrer am Waisenhaus in Basel erhielt.
- [17] Keyserling weilte damals in Sachsen (cf. Brief Nr. 9, Anm. 11).
- [18] Auf Befehl der Kaiserin ernannte der Senat Juncker am 4. Mai (23. April) 1734 zum Professor für Politik und Ethik, worüber die Akademie am 10. Mai (29. April) informiert wurde (cf. *Protokoly* 1, p. 107; *Chronik* 1, p. 140).
- [19] D. Bernoulli hatte am 19. September 1733 die Professur für Anatomie und Botanik an der Medizinischen Fakultät der Universität Basel erhalten. Euler, der sich am 2. April 1727 – drei Tage vor seiner definitiven Abreise aus Basel – an dieser Fakultät immatrikuliert hatte, verfolgte die hier angedeutete Absicht nicht weiter und hat zeitlebens keinen Dokortitel erworben.
- [20] Cf. Brief Nr. 9, Anm. 4 und 5.
- [21] Cf. Johann I. Bernoullis Lösung der sechs von seinem Bruder gestellten Probleme (JB. 51a, Art. II, Probl. IV und V: JBO 1, p. 258f).
- [22] Hermann hatte im Jahre 1719 das Problem gestellt, algebraische, nicht allgemein rektifizierbare Kurven zu finden, welche dennoch ein, zwei oder beliebig viele rektifizierbare Bogenstücke enthalten. Er gab 1723 selbst eine Lösung (cf. Hermann 1719b, p. 361; 1723), und diejenige J. I. Bernoullis erschien 1724 im August-Heft der *Acta Eruditorum* (JB. 132: JBO 2, p. 582–592). Mit seinen Abhandlungen E. 23 und E. 48 knüpft Euler unmittelbar an diese Arbeit an, die noch während seiner Studienzeit bei J. Bernoulli in Basel entstanden war. Die beiden Abhandlungen Eulers stehen in engstem Zusammenhang und sind wohl fast gleichzeitig entstanden, obwohl sie letztlich in verschiedenen Bänden der *Petersburger Commentarii* gedruckt wurden: E. 23 im 5. Band (für 1730–1731) 1738 und E. 48 im 8. Band (für 1736) erst 1741.
- [23] Eulers resignierende Feststellung, wie sie auch im Schlusssatz seiner Arbeit E. 48 zum Ausdruck kommt, wird verständlich, wenn man die weitere Entwicklung dieses Gebietes der unbestimmten Analysis betrachtet: Es war Euler selbst, der fast zwanzig Jahre später das Thema wieder aufgriff und das Problem in seiner grossangelegten Arbeit E. 245 mittels viel wirksamerer quasi «diophantischer» Methoden vollständig knackte. Sie ist 1760 im 5. Band der *Petersburger Commentarii* (für 1754–1755) erschienen.
- [24] Auf Grund seiner – asymptotisch fehlerhaften – Näherungslösung zog Euler den – ebenfalls fehlerhaften – Schluss, dass die ballistische Kurve keine vertikale Asymptote habe. In den *Prinzipien* (Lib. II, Prop. X) hatte Newton das inverse Problem untersucht: Er versuchte, die Dichteverteilung des Mediums zu finden, welche die Bewegung eines geworfenen Körpers längs einer gegebenen Kurve bewirkt; in dem nachfolgenden Scholium hielt er sich

- an die Vermutung, dass die reale ballistische Kurve eine vertikale Asymptote haben müsse. Obwohl Euler sich im ersten Band seiner *Mechanik* (E. 15, § 951) gegen die Annahme einer vertikalen Asymptote bei der Bewegung im proportional dem Geschwindigkeitsquadrat widerstehenden Medium aussprach, hat er später (1752) Newtons Vermutung nicht nur akzeptiert, sondern sogar bewiesen (cf. E. 217, §§ 36–41).
- [25] Bei der Figur steht: «*N[ota]*. Meines erachtens betriegt Newton in seinem 2ten Buch, wann er statuirt, daß diese *Curva AM* einen *Asymtoton verticalem* habe, und deßwegen dazu durch *hyperbolas* zu appropinqu[iren] suchet.»
- [26] Das letzte Blatt des Originals, das wohl auch das Datum enthielt, ist nicht erhalten geblieben. Es fehlte bereits, als die Bestände noch in Gotha lagen. – Cf. Eneström (1906, p. 141, Fussnote 3).
- [27] Vermutlich wegen Platzmangels auf dem – heute verlorenen – letzten Blatt des Briefes schrieb Euler dieses Postskriptum an den untern Rand des zweiten Blattes.
- [28] Im Rahmen des Polnischen Erbfolgekrieges zwischen Österreich und Russland einerseits und Frankreich und Spanien andererseits (1733–1735) wurde die Hansestadt Danzig von den Russen und Sachsen unter Münnich belagert, weil sie im September 1733 den eben neu gewählten polnischen König Stanislaus Leszczyński aufgenommen hatte. Das französische Expeditionskorps, von dem Euler hier spricht, hatte den (halbherzigen) Auftrag, Stanislaus, den Schwiegervater des französischen Königs Ludwig XV., zu befreien, musste sich aber Anfang Juni geschlagen zurückziehen. Trotz tapferer Gegenwehr wurde die Stadt nach mehrmonatiger Blockade durch ein Bombardement am 7. Juli (26. Juni) 1734 zur Kapitulation gezwungen; Stanislaus war einige Tage zuvor als Bauer verkleidet nach Preussen entkommen.

## 11

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 18. Dezember 1734

Basel den 18. 10br. 1734

HochEdelgebohrner  
HochgeEhrtester H. Professor

Ewer HEdgb. letsteres vom 25. may hab ich eben empfangen, da ich *in provincinu* ware auff die tagsatzung von Baden zu verreisen, und hab also meinen Bruder ⟨Johann II⟩ gebetten solches zu beantworten<sup>[1]</sup>: jetzund gebe mir die ehr es selber zu verrichten, mit bitte nicht übel zu deüten, daß ich diese meine pflicht so lang auffgeschoben. Des H. Schumachers brieff habe ich nicht bekommen und wurde es mir sehr angenehm gewesen sejn dieses zeichen seiner freundschaft von Ihme zu erhalten<sup>[2]</sup>. Wan Ew. HEdgb. meinen, daß noch nicht alle hoffnung verschwunden zu meiner pension, so bitte für mich zu digitieren: wan Sie nebst dem H. *Bibliothecario* ⟨Schumacher⟩ die sach bej dem neuen H. *Directore* ⟨von Korff⟩ recommendieren wolten, wurde hoffentl[ich] die sach gleich richtig sejn, sonderl[ich] da I[hro] E[xcellenz] der H. Baron von Keyserling mir so gute hoffnung gemacht hatten. Ich gebe mir die ehr dem H. von Korf ein gratulations brieffl[ein] zu schreiben, thue aber darin dieser sach keine meldung<sup>[3]</sup>; Es könten aber Ew. HEdgb. bej überreichung des brieffs ihme die sach vortragen. *Fortasse non offendam omnes Deos iratos*: Sie wißen das sprichwort *saepe Deo irato fert Deus alter opem*<sup>[4]</sup>.

Die Academi ist glückl[ich] einen solchen *Directorem* bekommen zu haben, der da selber die Wißenschafften besitzt: Ein guter general mus auch ein guter soldat sejn. Was meine lettre cachetée anbelangt, so belieben Sie mir nur zu melden, wie darüber disponieren solle, welches gern thun werde, sonderl[ich] wan ich dadurch könnte meine Ihnen überschickte praetensionen befördern. Unterdeßen solte ja das von a. 1727 biß a. 1730 für holtz und liecht ausgelegte keine difficultet haben.

Es wäre wohl schad, wan die mathematische class, wie Sie sagen in abgang käme: Man mag sagen, was man will, so dependiert doch die ehr der Academie bej den ausländern am allermeisten von den mathematischen und physischen Wißenschafften. Solches habe auff meiner ruckreiß zur genüge erfahren. Man solte trachten den jungen H. Clairaut von Paris zu bekommen<sup>[5]</sup>.

Ich kan Ihnen nicht genug sagen, mit welcher aviditet man aller orten nach den *Memoires* von Petersb[urg] fragt. Der H. Waesberg<sup>[6]</sup> muß die schuld haben, wan solche nicht recht abgehen. Es wäre zu wünschen daß die truckung derselben mehr beschleunigt wurde. Wan man etwa mit der zeit solte mangel an memoires haben und die meinigen nicht verachtet wurden, so bin bereit einige pieces zu schicken: es ist mir lejd, daß diejenige piece, so ich an den H. Presidenten (von Keyserling) vor einem jahr geschickt, ist verlohren gegangen.

Wan mir Ew. HochEdgb. Dero *Tractatum mechanicum* schicken wollen, so will ich denselben eher drucken laßen in Strasburg, alwo sie gar froh darüber sejn werden: Meine *Hydrodynamicam* drucket würcklich der H. Dulsecker, und gibt mir nebst 30 *exemplaribus* annoch 100 thl. recompens<sup>[7]</sup>. Ew. HEdgb. judicieren gar recht wegen der *Historia Edessena*. Meine *Hydrodinamica* ist in einigen journalen zum voraus recensiert<sup>[8]</sup>: Ich werde solche I[hro] K[ayerlichen] M[a]jestaet (Anna Ioannovna) zu dedicieren die freyheit nemmen, welches die einige danckbarkeit ist, so im stand bin zu bezeügen, da sonstn meine dienste nicht agreirt werden; doch bitte ich Ew. HEdgb. mir hierauff expresse zu antworten, ob Sie mejnen daß solches etwa nicht solte ungütig auffgenommen werden<sup>[9]</sup>: Wan etwas zum besten der Academie darin könnte gemeldet werden, kan mir solches nur gemeldet werden, aber mit ehestem.

Mein Vetter (Niklaus I) laest sich Ihnen gar schon empfehlen. Ich gratuliere Ihnen zu der conferierten neuen charge und wünsche Ihnen alles vergnügen dabey<sup>[10]</sup>. Meine brieffe, so verloren gegangen, haben schier alle correspondenzen interruptiert mit meinen Petersburger freünden. Doch aber vergeße ich sie nicht; sonderl[ich] des Vatters (Gsell) hauß, welchen ich nebst seiner gantzen familie zu taußent mahlen grüße. Die F. Liebste (Katharina Euler) mus ich nunmehro à parte nennen, für welche alzeit eine sonderbahre estime gehabt. Ich wolte daß sich die gelegenheit noch einmahl presentierte Sie sämtl[ich] nebst der anwachsenden jugend<sup>[11]</sup> zu sehen alhier in ihrem Vatterland. Ich mache auch meine hertzl[iche] empfehlung an H. R[ector] Fischer und sonstn alle meine familiare freünd.

Das paquet von büchern hab eben jetzt empfangen und dancke Ihnen für Ihre gehabte mühe<sup>[12]</sup>. Man fahret dato braf im schlitten: Es ist auch sonstn die statt voller lustbarkeiten, da wir jetzo den Margraffen (Karl Wilhelm) und den Kayß[erlichen] Ambassador (von Prié) hier haben. Dem H. Prof. Bayer laest der



H. Bourguet sich empfehlen, und ich mache ihm gleichfahls meine empfehlung. Der H. Prof. Bulffinger hat mir kurtzl[ich] ein *Nouvel essai de fortification* geschickt<sup>[13]</sup>.

Das gute tractament, mit welchem man die gefangen genommene Frantzenen überhaüfft und dimittiert, hat bey jederman ein ungemein impression gemacht und alle vornehme Frantzenen sind aus *satyricis* lauter panegyristen worden<sup>[14]</sup>.

Ich komme nun auff einige *mathematica*. Ew. HochEgb. verlangen von mir zu wißen einen kurtzen begriff von des Lagni piece, so in den *Paris[er] Me[m]oires/* a. 1720 ist<sup>[15]</sup>. Es ist nichts als lehre wort. Sein gantzes *problema* ist, den *valorem numeri integri* von  $x$  zu finden, damit  $\frac{a + bx + cxx + \text{etc.}}{d}$  (alwo  $a, b, c, d$  *numeri*

*integri* sind) einen *numerus integrum* mache und zugleich  $\frac{e + fx + gxx + \text{etc.}}{h}$

auch einen *numerus integrum*: Wan  $x$  dreÿ *dimensiones* hätte oder mehr, so kan er es alzeit praestieren, wan es möglich, vermittelt denen 2 conditionen, welche er alzeit supponieren mus: solches aber ist gar leicht und hat ja der Newton in seiner *Arithmetica universalis* schon gezeigt, wie man müße den *valorem* von  $x$  *aequatione unius dimensionis* vermittelt der 2 gegebenen *aequationen* finden<sup>[16]</sup>. Es wird also gleich das *problema* von Lagni dahin reduciert, daß  $\frac{lx + m}{n}$  ein *numerus integer* seje; Wan man auff diese weiß den *valorem* von  $x$  gefunden, mus man erst tentieren ob er angehe oder nicht; wan das *problema* möglich ist, so wird der *inventus valor* satisfacieren und sonst nicht, welche letstere observation, wie mich dunckt, der Lagni nicht einmahl macht.

Ew. HEdb. *problema de abscindendis arcibus aequalibus in serie ellipsium* etc. ist sehr *profundum* und wie ich glaub schwer anderst als *a posteriori methodo serierum* auff Ihre weiß zu solvieren<sup>[17]</sup>.

Die natur der *trajectoriae corporis in medio resistente tenuissimo projecti* habe auch *quam proxime* determiniert: unsere expressionen kommen *in quovis casu particulari* gar nahe zusammen: doch aber muß nach unser bejder *hypothesi c* viel größer supponiert werden als  $a$  und  $x$ . Welche aber von unseren expressionen accurater seje, kan nicht wohl anderst als *ex hypothsesibus, quibus uterque in analysi usi sumus*, geschlossen werden. Ihre *denominationes* habe in einem falschen *sensu* genommen biß ich meine expression gefunden. Ihre wort sind diese:

« $b$  seje die höhe, aus welcher die *celeritas in vertice A* generiert wird (*subintellige vi gravitatis naturali*) und  $c$  die höhe (*rursus pro vi gravitatis naturali*) aus welcher diejenige *celeritas* entspringt, mit welcher wan sich die kugel bewegt, die resistenz der *vi gravitatis (naturalis nempe, non diminutae a medio)* gleich ist, etc.»

Wan dieses Ihrer wort verstand ist, so finde solche *aequation*

$$y = \frac{gxx}{4b} + \frac{512b^3x + (48ggx^3 - 48bbx)\sqrt{16bb + ggxx} - (20ggx^3 + 80bbx)\sqrt{16bb + 4g^2x^2}}{768bbgc};$$

aus dieser *aequation* (in welcher vergeßen den *numerat[orem]* und *denominat[orem]* durch 4 zu dividieren) kan ich die übrige circumstanzen, von denen Sie meldung

thun, leicht deducieren. Ihre aequation aber, wan man sie *in seriem* resolvirt, ist gar simpel, indem, wan

$$y = \frac{gcc(e^{\frac{x}{c}} - 1) - gcx}{2b},$$

man *propter valorem admodum magnum ipsius c*, supponieren kan

$$y = \frac{gxx}{4b} + \frac{gx^3}{12bc}$$

und hat in diesem punct einen großen vorthail vor meiner aequation: Es wird aber leicht zu zeigen sejn, daß *quam proxime* seje

$$\frac{128b^3x + (12gxx^3 - 12bbx)\sqrt{16bb + gxx} - (5gxx^3 + 20bbx)\sqrt{16bb + 4gxx}}{16bg} = gx^3;$$

uff das wenigste differieren diese 2 expressionen *in casibus particularibus* nicht viel.

*In mechanicis* habe einige neue *principia generalia* erdacht, welche viele *quaestiones physico mechanicas* solvieren, gleich des *principii conservationis virium vivarum*. Ich habe vor etwas zeits gearbeitet *in invenienda lege vibrationum minimarum laminae uniformis elasticae parieti horizontaliter infixae ex data ejus vi elastica*: aber ich bin nicht recht mit meiner solution zufrieden<sup>[18]</sup>.

Wan Ew. HEdgb. wollen *in facult[ate] med[ica]* Doctor werden, so will dazu gern verhülfflich sejn<sup>[19]</sup>.

Dero gantzes haus befindet sich, so viel ich weiß, gantz wohl auff. Der H. Battier ist alhier wieder zuruck gekommen: ich möchte wohl wissen, was sein thun und trachten in Petersburg gewesen<sup>[20]</sup>. Wissen Sie nichts von denen Kamtschatker Herren<sup>[21]</sup>. Sagen Sie mir wie ich wird können einige *exemplaria* von meiner *Hydrodynamic* und Pariser dissertationen naher Petersburg schicken<sup>[22]</sup>.

Ich verbleibe mit aller mögl[ichen] ergebenheit

Ew. HEdgb.

d[ienst]w[i]lligster

Daniel Bernoulli

Voyez s. v. p. le couvert<sup>[23]</sup>.

Wurde H. *B[ibliothecarius]* Schumacher mir nicht den gefallen thun ein exemplar von meiner *Hydrodynamic* I[hro] K[ayserlichen] M[ajestaet] (Anna Ioannovna) zu presentieren<sup>[24]</sup>.

### Übersetzung

Basel, den 18. Dezember 1734

> ... <

Ihren letzten Brief vom 25. Mai hatte ich gerade empfangen, als ich auf dem Sprung war, zur Tagsatzung von Baden zu verreisen, und so habe ich meinen

Bruder ⟨Johann II⟩ gebeten, ihn zu beantworten<sup>[1]</sup>. Jetzt beehre ich mich, dies selbst zu tun mit der Bitte, mir nicht übelzunehmen, dass ich diese meine Pflicht so lange hinausgeschoben habe. Den Brief von Herrn Schumacher habe ich nicht bekommen, und es wäre mir sehr angenehm gewesen, von ihm dieses Zeichen der Freundschaft zu erhalten<sup>[2]</sup>. Wenn Sie meinen, dass für meine Pension noch nicht alle Hoffnung geschwunden sei, so bitte ich Sie um einen Fingerzeig in meinem Interesse: Wenn Sie nebst dem Herrn Bibliothekar ⟨Schumacher⟩ die Sache auch dem neuen Herrn Direktor ⟨von Korff⟩ empfehlen wollten, so käme hoffentlich die Angelegenheit sofort in Ordnung, besonders da ⟨...⟩ der Baron von Keyserling mir so gute Hoffnung gemacht hatte. Ich beehre mich, Herrn von Korff einen kurzen Gratulationsbrief zu schreiben, worin ich aber diese Sache nicht erwähnen werde<sup>[3]</sup>. Sie jedoch könnten ihm bei der Übergabe des Briefes die Sache vortragen. Vielleicht reize ich damit nicht alle erzürnten Götter: Sie kennen ja das Sprichwort «*saepe Deo irato fert Deus alter opem*»<sup>[4]</sup>. Die Akademie kann sich glücklich schätzen, einen solchen Direktor, der selber die Wissenschaften kennt, bekommen zu haben: Ein guter General muss auch ein guter Soldat sein. Was meine *lettre cachetée* anbelangt, so belieben Sie mir nur zu sagen, wie ich darüber verfügen soll, was ich dann gern tun werde, besonders wenn ich dadurch meine Ihnen zugesandten Ansprüche geltend machen könnte; indessen sollten ja die Auslagen für Holz und Licht von 1727 bis 1730 keine Schwierigkeiten machen.

Es wäre wirklich schade, wenn die Mathematische Klasse – wie Sie sagen – verfallen würde. Man mag sagen, was man will: Die Ehre der Akademie hängt bei den Ausländern am allermeisten von den mathematischen und physikalischen Wissenschaften ab. Das habe ich auf meiner Rückreise zur Genüge erfahren. Man sollte danach trachten, den jungen Herrn Clairaut von Paris zu bekommen<sup>[5]</sup>.

Ich kann Ihnen nicht genug sagen, mit welcher Begierde man überall nach den *Petersburger Commentarii* fragt. Wenn solche nicht rechtzeitig abgehen, muss Herr Waesberghe<sup>[6]</sup> daran schuld sein. Es wäre zu wünschen, dass deren Druck stärker beschleunigt würde. Wenn man etwa zeitweise Mangel an Abhandlungen haben sollte und die meinigen nicht verachtet würden, so wäre ich bereit, einige zu schicken; ich bedaure, dass diejenige, die ich vor einem Jahr an den Herrn Präsidenten ⟨von Keyserling⟩ geschickt habe, verlorengegangen ist.

Wenn Sie mir Ihren Traktat über die Mechanik schicken wollen, so will ich ihn in Strassburg schon drucken lassen, wo sie sehr froh darüber sein werden. Meine *Hydrodynamik* druckt wirklich Dulsecker, und er gibt mir neben 30 Exemplaren noch 100 Taler Entschädigung dazu<sup>[7]</sup>. Hinsichtlich der *Historia Edessena* urteilen Sie ganz richtig. Meine *Hydrodynamik* ist in einigen Zeitschriften zum voraus rezensiert worden<sup>[8]</sup>. Ich werde mir die Freiheit nehmen, sie Ihrer Kaiserlichen Majestät ⟨Anna Ioannovna⟩ zu widmen, denn dies ist der einzige Dank, den zu bezeugen ich im Stande bin, da ja meine Dienste sonst nicht gewürdigt werden. Doch bitte ich Sie, mir darauf möglichst schnell zu antworten, ob Sie meinen, dass dies nicht ungütig aufgenommen werden könnte<sup>[9]</sup>. Wenn darin etwas zum Nutzen der Akademie geschrieben werden könnte, so kann man es mir nur sagen – aber möglichst bald.

Mein Vetter (Niklaus I) lässt Sie ganz herzlich grüssen. Ich gratuliere Ihnen zum neuen Auftrag und wünsche Ihnen dabei viel Vergnügen<sup>[10]</sup>. Meine verlorengegangenen Briefe haben fast alle Korrespondenzen mit meinen Petersburger Freunden unterbrochen. Ich vergesse sie dennoch nicht, besonders das Haus des Vaters (Gsell), welchen ich nebst seiner ganzen Familie tausendmal grüsse. Die Frau Liebste (Katharina), die ich immer ganz besonders hochgeschätzt habe, muss ich nun à parte ansprechen. Ich wünschte, dass sich noch einmal die Gelegenheit ergäbe, Sie alle nebst der heranwachsenden Jugend<sup>[11]</sup> hier in Ihrem Vaterland zu sehen. Ich grüsse auch den Herrn Rektor Fischer herzlich und auch sonst alle meine vertrauten Freunde.

Das Bücherpaket habe ich soeben erhalten, und ich danke Ihnen für die aufgewandte Mühe<sup>[12]</sup>. Zur Zeit fährt man brav im Schlitten, und auch sonst geht es lustig zu in der Stadt, da wir jetzt den Markgrafen (Karl Wilhelm) und den Kaiserlichen Gesandten (von Prié) hier haben. Herr Bourguet lässt sich Herrn Prof. Bayer empfehlen, und ich lasse diesen gleichfalls grüssen. Herr Prof. Bülfinger hat mir kürzlich einen *Nouvel essai de fortification* geschickt<sup>[13]</sup>.

Die gute Behandlung, mit welcher man die gefangengenommenen Franzosen überhäuft und entlassen hat, hat bei jedermann einen ausserordentlichen Eindruck hinterlassen, und alle vornehmen Franzosen sind aus Satyrikern zu Panegyrikern geworden<sup>[14]</sup>.

Ich gehe nun zu einigen mathematischen Dingen über. Sie möchten meine kurze Meinung über Lagnys Abhandlung erfahren, welche in den *Pariser Mémoires* von 1720 steht<sup>[15]</sup>. Es sind nur leere Worte. Sein ganzes Problem besteht darin, den ganzzahligen Wert von  $x$  zu finden, damit  $\frac{a + bx + cxx + \text{etc.}}{d}$  (wo  $a, b, c, d$  ganze Zahlen sind) und zugleich auch  $\frac{e + fx + gxx + \text{etc.}}{h}$  ganze Zahlen ergeben. Wenn  $x$  in der dritten oder einer höheren Potenz vorkommt, dann kann er es immer leisten, wenn es möglich ist, vermittelt zweier Bedingungen, die er immer voraussetzen muss. Das ist aber sehr leicht, und Newton hat ja schon in seiner *Arithmetica universalis* gezeigt, wie man den Wert von  $x$  durch eine lineare Gleichung vermittelt der zwei gegebenen Gleichungen finden müsse<sup>[16]</sup>. Das Problem von Lagny wird also sofort darauf reduziert, dass  $\frac{lx + m}{n}$  eine ganze Zahl sei. Hat man auf diese Weise den Wert von  $x$  gefunden, so muss man zuerst versuchen, ob es klappt oder nicht. Wenn das Problem möglich ist, dann wird der gefundene Wert die Bedingung erfüllen, sonst nicht, und diesen Sachverhalt zieht Lagny – wie mir scheint – nicht einmal in Betracht.

Ihr Problem, in einer Schar von Ellipsen gleiche Bogen abzuschneiden etc., ist sehr tiefgreifend und – wie ich glaube – schwer anders zu lösen als mit der Reihemethode *a posteriori* auf Ihre Weise<sup>[17]</sup>.

Die Natur der Trajektorie eines in einem sehr dünnen widerstehenden Medium abgeschossenen Körpers habe ich näherungsweise auch bestimmt: Unsere Formeln kommen sich in allen Spezialfällen sehr nahe, jedoch muss gemäss unserer Hypothese  $c$  viel grösser als  $a$  und  $x$  angenommen werden. Welche von unseren Formeln

aber angemessener sei, kann wohl nicht anders als aus den Hypothesen, die jeder von uns in der Rechnung verwendet hat, geschlossen werden. Ihre Bezeichnungen habe ich zuerst in einem falschen Sinne genommen, bis ich meine Formel gefunden hatte. Ihre Worte sind die folgenden:

« $b$  sei die Höhe, aus welcher diejenige Geschwindigkeit im Scheitel  $A$  erzeugt wird (verstehe darunter: durch die natürliche Schwerkraft), und  $c$  die Höhe (wieder bezogen auf die natürliche Schwerkraft), aus welcher diejenige Geschwindigkeit entspringt, mit welcher bei der sich bewegenden Kugel der Widerstand der Schwerkraft (nämlich der natürlichen, nicht der durch das Medium verminderten) gleich ist, etc.»

Wenn das der Sinn Ihrer Worte ist, so finde ich die folgende Gleichung:

$$y = \frac{gxx}{4b} + \frac{512b^3x + (48ggx^3 - 48bbx)\sqrt{16bb + gxx} - (20ggx^3 + 80bbx)\sqrt{16bb + 4g^2x^2}}{768bbgc};$$

aus dieser Gleichung (in welcher ich vergessen habe, den Zähler und den Nenner durch 4 zu dividieren) kann ich die übrigen Umstände, über die Sie berichten, leicht herleiten. Wenn man aber Ihre Gleichung in eine Reihe entwickelt, wird sie ganz einfach, da man, wenn

$$y = \frac{gcc(e^{\frac{x}{c}} - 1) - gcx}{2b}$$

ist, wegen des sehr grossen Wertes von  $c$

$$y = \frac{gxx}{4b} + \frac{gx^3}{12bc}$$

setzen kann; und in diesem Punkt hat Ihre Gleichung einen grossen Vorteil gegenüber der meinigen. Es lässt sich aber leicht zeigen, dass angenähert gilt

$$\frac{128b^3x + (12ggx^3 - 12bbx)\sqrt{16bb + gxx} - (5ggx^3 + 20bbx)\sqrt{16bb + 4ggx^2}}{16bg} = gx^3;$$

zumindest unterscheiden sich diese zwei Ausdrücke in Spezialfällen nur wenig voneinander.

In der Mechanik habe ich einige neue allgemeine Prinzipien ausgedacht, die viele physikalisch-mechanische Fragestellungen lösen, gleich wie das Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte. Vor einiger Zeit beschäftigte ich mich damit, das Gesetz der kleinsten Schwingungen eines an einer Wand horizontal befestigten einförmigen elastischen Streifens aus seiner Elastizität zu bestimmen, doch bin ich mit meiner Lösung nicht ganz zufrieden<sup>[18]</sup>.

Wenn Sie in der Medizinischen Fakultät Doktor werden wollen, will ich gerne dazu behilflich sein<sup>[19]</sup>.

Ihre ganze Familie befindet sich, soviel ich weiss, ganz wohlauf. Herr Battier ist wieder hierher zurückgekommen; ich möchte gerne wissen, was er in Petersburg eigentlich wollte<sup>[20]</sup>. Wissen Sie nichts von den Kamtschatker Herren<sup>[21]</sup>? Sagen Sie

mir, wie ich einige Exemplare meiner *Hydrodynamik* und Pariser Abhandlungen werde nach Petersburg schicken können<sup>[22]</sup>.

〉 . . . 〈

Daniel Bernoulli

Voyez s. v. p. le couvert<sup>[23]</sup>.

Würde Herr Bibliothekar Schumacher mir nicht den Gefallen erweisen, Ihrer Kaiserlichen Majestät 〈Anna Ioannovna〉 ein Exemplar meiner *Hydrodynamik* zu präsentieren<sup>[24]</sup>?

R 99     Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 10  
           Basel, 18. Dezember 1734  
           Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 9–10  
           Publ.: Fuss 2, p. 415–418; Eneström 1906, p. 142–144

- [1] Die *Tagsatzungen* waren Versammlungen der Gesandten der Eidgenössischen Orte (der heutigen Kantone der Schweiz), die vom 15. Jahrhundert bis 1848 mehr oder weniger regelmässig abgehalten wurden und der Beratung gemeinsamer politischer und wirtschaftlicher Angelegenheiten dienten. Die Verhandlungen waren stets geheim, nur das Eröffnungszereemoniell war öffentlich. Die Kleinstadt Baden, heute nur noch Bezirkshauptort im Kanton Aargau, war während langer Zeit regelmässiger Tagsatzungsort. Wir wissen nicht, in welcher Eigenschaft D. Bernoulli zur Tagsatzung gereist ist; und auch über den hier erwähnten Brief von J. II Bernoulli ist nichts bekannt.
- [2] Cf. Brief Nr. 10, Anm. 3.
- [3] Ob D. Bernoulli diesen Brief an Korff tatsächlich geschrieben hat, lässt sich nicht nachweisen. Euler schrieb jedoch am 14. (3.) Februar 1735 einen Brief an Korff, in dem er Bernoullis Anliegen vorbrachte: die Widmung der *Hydrodynamik* an die Kaiserin, Bernoullis Pension als Auswärtiges Mitglied der Petersburger Akademie und den Vorschlag, Clairaut nach Petersburg einzuladen (cf. Anhang VII.3, Nr. 4, p. 954 h.v.).
- [4] «Oft kommt, wenn ein Gott erzürnt ist, ein anderer Gott zu Hilfe»: freie Anlehnung an Ovid, *Tristia* I.2, 4: «*Saepe premente deo fert deus alter opem*» («Oft bringt, wenn ein Gott uns bedrängt, ein anderer Hilfe»).
- [5] Cf. *supra* Anm. 3.
- [6] Hier ist wohl der Buchhändler und Verleger J.A. van Waesberghe in Danzig gemeint, dessen Firma offenbar über ihre Verbindungen nach Amsterdam für den Versand der *Petersburger Commentarii* nach Westeuropa zuständig war.
- [7] Cf. Brief Nr. 10, Anm. 10. – D. Bernoullis *Hydrodynamik* erschien in dem Strassburger Verlag, den unterdessen der Sohn Johann Daniel Dulsecker von seinem verstorbenen Vater Johann Reinhold übernommen hatte, erst im Frühjahr 1738.
- [8] D. Bernoullis *Hydrodynamik* wurde 1734 im September-Heft der Neuenburger Zeitschrift *Mercure Suisse* (p. 42–50) in Form eines von ihm selbst verfassten Briefes angezeigt (1734); ebenso erschien ein Jahr später – am 3. Oktober 1735 – eine Anzeige in den Leipziger *Neuen Zeitungen von Gelehrten Sachen*, p. 699–703, die in der gleichnamigen Publikation in Basel am 2. November 1735, p. 274–277, nachgedruckt wurde.
- [9] Infolge der Verzögerung beim Druck der *Hydrodynamik* vergingen drei Jahre, bis die Frage nach der Widmung nochmals diskutiert und entschieden werden konnte (cf. Brief Nr. 28, Anm. 4 und DBW 5, p. 24–26).
- [10] Nach D. Bernoullis Abreise hatte Euler die Professur für Höhere Mathematik übernommen.
- [11] Eulers ältester Sohn Johann Albrecht war am 27. (16.) November 1734 geboren.

- [12] Es handelt sich hier um die Bücher, die D. Bernoulli 1733 in Petersburg zurückgelassen hatte und die ihm nun von Johannes Stähelin über Amsterdam zugesandt worden sind. – Cf. Brief Nr. 10, Anm. 8.
- [13] Möglicherweise handelt es sich um Bülfinger (1733b); cf. die Fussnote zu Bülfingers Schriften über Festungsbau in der Bibliographie.
- [14] Es handelt sich um die französischen Soldaten, die bei der Belagerung von Danzig im polnischen Erbfolgekrieg gefangen genommen worden waren und dann im Austausch gegen eine gekaperte russische Fregatte freigelassen wurden (cf. Brief Nr. 10, Anm. 28).
- [15] Cf. Lagny (1722).
- [16] D. Bernoullis Bezug auf Newton (1707) ist unklar.
- [17] Cf. Brief Nr. 9, Anm. 5.
- [18] Cf. Brief Nr. 12, Anm. 14.
- [19] Cf. Brief Nr. 10, Anm. 19.
- [20] Um welches Mitglied der Familie Battier es sich handelt, ist uns nicht bekannt.
- [21] Damit sind die Mitglieder der akademischen Expedition nach Kamtschatka gemeint, die unter der Leitung der Professoren L. Delisle de La Croyère, G.F. Müller und J.G. Gmelin stand. Die Expedition verliess Petersburg im August 1733; erst 1743 kehrten Müller und Gmelin zurück. D. Bernoulli hatte eine Instruktion für die Teilnehmer der Expedition vorbereitet, in welcher er eine neue Methode der barometrischen Nivellierung vorschlug, die er im Oktober 1732 der Akademischen Konferenz vorgelegt hatte (cf. *Protokoly* 1, p. 61; Sheynin 2009).
- [22] Entgegen D. Bernoullis Hoffnungen sollte seine *Hydrodynamik* erst im Jahre 1738 gedruckt werden.
- [23] Über den Umschlag ist uns nichts bekannt.
- [24] Dieses zweite Postskriptum steht auf der ersten Briefseite rechts oben unter dem Datum. Zum Druck der *Hydrodynamik* cf. *supra* Anm. 7, 9 und 22.

## 12

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 4. Mai 1735

HochEdelgebohrner,  
HochgeEhrtester H. Professor

Allervorderst gratuliere ich Ew. HEgdb. zu Dero wieder so glückl[ich] erlangten gesundheit und wünsche von hertzen eine lange continuation derselben<sup>[1]</sup>. Wie mir H. Moula schreibt<sup>[2]</sup>, so war nicht nur jederman bei Ihrer kranckheit umb Sie bekümmert, sondern auch sogar ohne hoffnung Sie wiederumb von derselben restituirt zu sehen. Es ist gut, daß weder ich noch Dero Elteren eher etwas darumb gewust, als man Dero völlige genesung vernommen. Es hat sich sonderlich auch der *orbis mathematicus* über Dero wunderbahre genesung zu erfrewen.

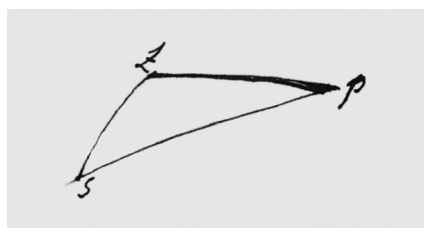
Mein[e] *Hydrodynamic* ist noch nicht fertig: Es wird mir sehr angenehm sejn, wan der H. Kammerherr von Korff dieselbe so sie verfertigt, wird wollen in meinem nammen presentieren I[hro] K[ayerlichen] M[ajestaet] ⟨Anna Ioannovna⟩ und auswürcken daß dieses zeichen meiner allerunterthänigsten und gewißlich gantz desinteressierten danckbarkeit allergnädigst auffgenommen werde<sup>[3]</sup>. Wegen den mir so trewlich geleisteten diensten in ansehung meiner pension sage Ew. HEgdb. auffrichtigsten danck und versichere Sie, daß solche niemahls vergeßen werde. Ich werde



mich zu allen conditionen gar gern verstehen, die es dem H. Kammerh[errn] mir vorzuschreiben belieben wird: dan ich mache mir eine wahre innerliche frewd mein lebtag in Russisch Kayßerlichen diensten zu stehen und alles andere dabey für nichts zu achten. Wegen der lettre cachetee habe ich ja schon in meinem vorigen volmacht E. HEgb. gegeben, damit nach belieben zu schalten und zu walten, welches hiemit nochmahlen confirmiere. Meine übrige praetensionen sind bagatelles, an welche nicht einmahl zu gedencken bitte, da nun mein haupt requete einen so glücklichen ausgang gewonnen<sup>[4]</sup>. Den H. Rahtsherr Ehler hab ich in Dantzig gar wohl gekent und haben wir mit einander bey dem H. Secretari Klein gespeist. Er ist ein ertz-Wolfianer *extus et in cute*: ich erinnere mich in meinem ersten schreiben von Basel an Ew. HEdgb. von diesem H. Ehler meldung gethan zu haben; den H. Dr. Kühn aber erinnere ich mich nicht gesprochen zu haben<sup>[5]</sup>.

Ihre *problemata* sind gar wohl choisiert gewesen: die demonstration von  $(2^n - 1) : (n + 1) = \text{num[ero] integro si } n + 1 \text{ est num[erus] primus}$  kan ich nicht sehen, und habe gemeint es seje nur eine observation von dem Wallis oder Fermat<sup>[6]</sup>.

Des H. Delisle und H. Windsheim vergeblich unterfangene tabellen zeigen wie nöthig daß es seje auff einer Academie original geister zu haben<sup>[7]</sup>: ich habe das *problema* so wie Ew. HEdgb. *ex tempore* solviert und bin versichert, daß so einer recht alle *compendia* und schon verfertigte *tabulas* zu employieren wuste und sonsten in dem rechnen eine fertigkeit besäße, er innert 2 tagen die begehrte tabelle verfertigen könnte. Ich glaub daß man gar viel *solutiones* geben könnte; ich will Ihnen die meinige überschreiben, damit Sie sehen ob sie mit der Ihrigen übereinkomme. Vielleicht haben Sie eine noch leichtere regul als ich, welche in diesem fahl mir zu überschreiben bitte.



*Sit Z Zenith; P polus; S locus stellae secunda vice observatae; ex data elevatione poli habetur ZP et ex declinatione habetur PS atque ex intervallo temporis a prima ad secundam observationem habetur angulus ZPS, qui non differre a dimidio angulo horario censendus est. Quaeratur itaque angulus ZSP, sitque ejus sinus = c, cosinus = γ; sinus totus = 1, sinus arcus SP = b, sinus anguli mutatae declinationis a prima observatione ad secundam = α, erit sinus anguli horarii quaesiti (id est, sinus anguli intercepti inter verum meridianum et illum, qui respondet medio observationum intervallo) =  $\frac{\gamma\alpha}{4bc}$ , ex. gr. die aequinoctii si Sol tribus horis ante totidemque fere post meridiem sub eadem altitudine observatus fuerit sub elevatione poli 60 graduum, invenio tempus medium inter utramque observationem differre*

*a tempore verae culminationis* umb 12 secunden und zwischen 14 und 15 tertzen; ich weiß nicht ob ich mich im calcul aus übereilung überstoßen, die methode aber ist gewiß gut und fundiert sich auff die natur *trianguli sphaerici valde parvi pro rectilineo habendi*<sup>[8]</sup>.

Der H. Moula bezeugt daß er gar gern beÿ der Academie dienst angenommen hätte, wan solches hätte mit des H. von Schaffirofs<sup>[9]</sup> genehmhaltung geschehen können. Zu einem *Secretario* hätte er sich gar wohl geschickt. Wegen mathematischen *adjunctis* bin ich ernstlich bedacht gewesen, aber bishero ohne succès. Ich hatte insonderheit die augen auff den H. Wentz gerichtet, als welcher in kurtzer zeit, wan er sich auff die mathematic allein applicieren könnte, excellieren wurde; er bezeugte aber wenig lust, da er alhier mit mathematischen und juridischen lectionen sein brot genugsam zu verdienen weist; er hat mir auch viel difficulteten gemacht, die ich ihm aber alle benommen hab, ohne daß ich ihm bishero lust darzu erweket hätte. Ich habe deswegen Ew. HEdgb. H. Vatter als der eben hier war und in des H. Wentzen nachbarschaft wohnte, ersucht auch mit H. Wentzen zu reden, welcher zur antwort erhalten, ich hab ihm von 300 Rub. geredt und solche sejen nicht sufficient ihne zu einer so großen veränderung zu überreden, worauff ich wieder hab sagen laßen, daß man ihme vielleicht wohl etwas mehr geben würde, und daß er in gar kurtzer zeit avancieren würde; Ew. HEdgb. kennen sonsten selbst diesen H. Wentz; wan Sie meinen daß man insistieren solte, so werde solches auff befehl des H. Kammerh[errn] (von Korff) gern thun. Ich hab auch gedacht an einen gewissen H. Scherzen aus Strasburg; weil aber solcher von wohlhabenden Elteren und sonsten ein halb-Frantzos ist, weiß ich nicht, ob er sich darzu resolvieren wurde noch ob er angenehm sejn wurde. Es wären noch einige andere frembde, und sonderlich ein gewisser H. (J. S.) König von Bern, so beÿ meinem Vatter und mir, gar lang *collegia* gehalten, und in *mathematicis* sehr weit gekommen ist: allein ehe ich die äußerste und letste conditionen weiß, mag ich mich nicht mit ihnen einlaßen<sup>[10]</sup>.

Es haben Ew. HEdgb. in Dero H. Vatters brieff gefragt, was es mit dem H. Stupanus für eine bewantnus habe: Vielleicht wißen Sie schon daß er alhier mit einer magd einen procès hat, welche von ihm geschwängert worden und nunmehr praetendiert eine formliche ehe versprechung von dem H. Stupanus zu haben und also sollicitiert, daß man den H. Stupanus hieher solle citieren; von anfang hat dieser procès sehr gefährlich geschienen für den H. Stupanus; nunmehr aber meint man daß er noch ein gutes end für ihn nehmen werde. Sonsten sol er nicht zu den *studiis* sejn auffgezogen worden, hat aber doch beÿ dem H. Wolf *collegia mathematica* gehalten; mit meinem Vatter hat er einmahl geredt und viel mathematische wort hören laßen, aber sich nicht *in realia* eingelaßen; kan also nicht sagen, was er etwan *in mathematicis* für progressen gemacht<sup>[11]</sup>.

Ew. HEdgb. *Mechanic* erwarte mit großer impatienz. Es ist mir lieb daß man den IV. *tomum Comm[entariorum]* auch druckt: wenden Sie doch beÿ dem H. Kammerherrn (von Korff) alle kräfte an daß die *Commentarii* fleißig und regulierement getruckt werden. Sie wißen von was großer consequenz solches ist wegen der ehr der Academie<sup>[12]</sup>. Es ist mir lieb, daß von meinen piecen einige estime gemacht

wird; ich wird mit nächstem brieff wieder eine schicken, dieses mahl ist mir die zeit zu kurtz worden. Ich bin Ihnen obligiert, daß Sie meine piece von den *oscillationibus penduli flexilis* haben *coram Academia* vorlesen wollen<sup>[13]</sup>; haben Sie seithero auch gedacht an die *vibrationes laminae elasticae muro verticali perpendiculariter infixae*: Ich finde *pro curva* diese aequation  $n d^4 y = y dx^4$ , alwo  $n$  eine *quantitas constans*,  $x$  die *abscissae*,  $y$  die *applicatae*,  $dx$  *constans*<sup>[14]</sup>; aber diese materi ist gar schlipfrig und möchte gern Ihre meinung darüber hören; obgedachter aequation satisfaciert die *logarithmica*, wie auch dieser aequation  $n^{\frac{1}{2}} ddy = y dx^2$ : keine aber ist *pro praesenti negotio* general genug. Sie werden schon observiert haben, daß  $n d^m y = y dx^m$  *pro casu particulari* in sich begreift  $\alpha d^p y = y dx^p$ , alwo  $p$  ein divisor ist von  $m$ <sup>[15]</sup>.

Die F. Bruknerin gedenket täglich zu verreisen; Sie erwartet eine retour gutsche auff F[rank]furt. Der H. Bulfinger schreibt mir als wan der H. (G.W.) Krafft gantz gewiß mit nächstem hier wieder eintreffen werde<sup>[16]</sup>. Der H. Bulffinger ist Geheimer Raht von dem Hertzog von Wurtemberg (Karl Alexander) worden, und solle gleichsam als ein premier Ministre bey ihm stehen, der alles allein macht<sup>[17]</sup>. Ich hab vor einem jahr jemand von meinen freunden gebetten sich wegen folgender person zu informieren: Johan Moritz Högelin Feldscherer im Newfskischen Regiment gebürtig auß Sultz im Obern Elsaß; Man verlangte gar sehr zu wißen, ob er noch im leben, und deßen einen authentischen schein zu haben: wan sich Ew. HEdgb. nach Dero dienstfertigkeit wolten deswegen in der medicinischen Cantzleÿ informieren, wurde den leüten gar ein großer gefallen geschehen<sup>[18]</sup>.

Ich möchte wißen, worzu der H. Lotter bey der Academie destiniert ist, dan meines erachtens ist er vor diesem im vorschlag gewesen dem H. Prof. Bayer zu succedieren<sup>[19]</sup>: es scheint also daß man die letste class vermehren will.

Sie wißen ohne Zweifel, daß die Academie von Paris eine expedition unter den *aequatorem* geschickt. Sie bestehet insonderheit aus dem Mr. Bouguer (so als astro-nome bey der Academie angenommen worden, da der platz dem H. De L'isle lang ist offen behalten gewesen), aus einem la Condamine, so schon in Constantinopel gewesen und wan ich mich recht erinnere, dem Mr. Cassini selbst<sup>[20]</sup>. Man schreibt mir daß sie gar ein großen *apparatum* von instrumenten mit sich genommen haben. Es wäre sehr zu wünschen gewesen, daß man beiderseits die Kamtschatker und diese expedition recht unter sich hätte concertieren können: wan einmahl das gute verständnuß zwischen beyden Reichen hergestellt ist, hoffe ich zwischen den beyden Academ[ien] gute dienste leisten zu können, wan man mich emploiren will, so wie ich ohne ansehung der kösten von grund meiner seelen verlange, und im fahl man es begehrte, gern n[aher] Paris selber auff meine kösten zu gehen verspreche: ich bin dorten gar wohl gelitten und in einer reputation welche meine wenige merites weit übersteigt. Wan Sie nouvelles haben von Kamtschatka, bitte mich selbige zu berichten.

Newlich war ich mit H. Prof. Schoepflin in Huningue und wolten wir das fort so über dem Rhein angelegt besehen, und begehrte deswegen der H. Schoepflin von dem Commendanten (d'Hérouville) die erlaubnuß; dieser aber so mich hat in der gutsch gesehen, fragte wer ich wäre, da dan der H. Schoepflin meinen nammen

nente; da kam gleich ein officier und sagte dem Commendanten: «Monsieur! Gardez vous en bien, il est encor aux gages de la Czarine» der Commendant aber, so mich gar wohl kennet, ließ uns nichts destoweniger alles zeigen<sup>[21]</sup>. Es müßen sich Ew. HEdgb. hierüber nicht verwundern, dan ich hab gemeint daß mein und der Academie ehr erfordere aller orten zu sagen als wan ich die 200 Rubel richtig empfangen. Sie sehen unter anderm auch hierauß, wie sehr ich wegen dieser pension interessiert bin und hat mir derselben bisherige unrichtigkeit schon viel tort gethan, worüber ich mich nicht weitläuffiger explicieren kan: Solte die sach noch nicht völlig richtig sejn; so recommendiere ich Ihnen derselben beschleunigung; ich werde gewiß meine äußerste kräfte anwenden umb es zu meritieren. Ehe ich Ihr brieff empfieng, hatte sich der H. Ambassador von Prié (der mein guter Gönner und Patron ist und dem ich gesagt hatte, ich sollicitiere an dem Rußischen hoff eine pension, dazu man mir noch vor meiner abreiß aus Petersburg hoffnung gemacht habe) mir offeriert meine sachen dem H. Etats Raht von Keyserling bester Maßen recommendieren zu laßen: und ist solches würcklich geschehen; hoffe also umb so viel mehr einen guten ausgang, wan die sach noch nicht völlig richtig wäre; daß der H. Kammerherr (von Korff) nicht approbiert die bisherige frustrierung ist mir schon so viel, als wan ich alles genoßen: das interess ist nicht mein principal guide. Wan ich doch nur das *diploma* bekomme vor endigung meines buchs, damit ich der Kayßerin (Anna Ioannovna) öffentlich dancken könne!

Mein Vatter und mein Bruder (Johann II) laßen sich Ew. HEdgb. empfehlen. Man solte doch auch meinem Vatter den 3<sup>ten</sup> tom. *Comm[entariorum] et seqq.* schicken; die anständigkeit erfordert solches. Meinen übrigen guten freunden werde durch die F. Brucknerin schreiben; En attendant bitte Sie allerseits zu grüßen. Warumb hat sich doch die L[iebe] F. Mutter (Gsell) nicht resolviert in die Schweiz zu kommen. Bitte mir jedes mahl aus des H. Vatters (Gsell) hauß nachricht zu geben, was sie alle leben<sup>[22]</sup>.

Ich empfehle mich Ihnen und verbl[eibe] mit aller ergebensten estime

Ewer HochEdelgebornen,  
bereitwilligster

Dan. Bernoulli

Basel den 4. may 1735.

Morgen verreißt Ihr H. Bruder (Johann Heinrich), und die F. Brucknerin<sup>[23]</sup>: Dem H. Moula bitte nebst meinem compliment zu melden, daß wir seinen letzten brieff empfangen haben und demselben mit der F. Brucknerin antworten werden. Der H. Prof. Bilfinger wird mit Seinen Herren eine campagne thun: Er sagt mir auch, man suche einen *astronomum* umb naher Kamtschatka zu schicken.

### Übersetzung

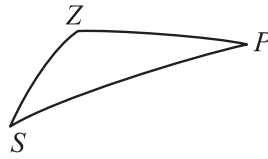
>...<

Vorab gratuliere ich Ihnen zu Ihrer so glücklich wieder erlangten Gesundheit und wünsche von Herzen deren langes Andauern<sup>[1]</sup>. Wie mir Herr Moula schreibt<sup>[2]</sup>, war während Ihrer Krankheit nicht nur jedermann um Sie bekümmert, sondern auch sogar ohne Hoffnung, Sie davon je wieder geheilt zu sehen. Es ist gut, dass weder ich selbst noch Ihre Eltern davon etwas gewusst haben, bevor wir von Ihrer völligen Genesung erfahren haben. Besonders kann sich auch die ganze mathematische Welt über Ihre wunderbare Genesung freuen.

Meine *Hydrodynamik* ist noch nicht fertig. Wenn sie fertig sein wird, so wäre es mir sehr angenehm, wenn sie der Kammerherr von Korff in meinem Namen Ihrer Kaiserlichen Majestät (Anna Ioannovna) präsentieren und erreichen würde, dass dieses Zeichen meiner untertänigsten und gewiss völlig uneigennütigen Dankbarkeit gnädigst aufgenommen wird<sup>[3]</sup>. Wegen der mir so treu geleisteten Dienste betreffs meiner Pension danke ich Ihnen aufrichtig und versichere Ihnen, dass ich sie niemals vergessen werde. Auf alle Bedingungen, die der Kammerherr mir stellen wird, werde ich sehr gern eingehen, denn es freut mich zutiefst, lebenslang in Russisch-Kaiserlichen Diensten zu stehen und dabei alles andere für gering zu achten. Bezüglich der lettre cachetée habe ich Ihnen ja bereits in meinem letzten Brief Vollmacht erteilt, damit nach Belieben umzugehen, was ich hiermit nochmals bestätige. Meine übrigen Ansprüche sind Kleinigkeiten, an die ich nicht einmal zu denken bitte, da nun meinem Hauptansuchen so glücklich entsprochen worden ist<sup>[4]</sup>. Den Ratsherrn Ehler habe ich in Danzig sehr wohl gekannt – wir haben zusammen bei Sekretär Klein gespeist. Er ist ein Erz-Wolffianer mit Haut und Haar; ich erinnere mich, in meinem ersten Schreiben von Basel an Sie von diesem Herrn Ehler berichtet zu haben, doch erinnere ich mich nicht, Dr. Kühn gesprochen zu haben<sup>[5]</sup>.

Ihre Probleme waren sehr gut ausgewählt: Den Beweis des Satzes  $(2^n - 1) : (n + 1) =$  einer ganzen Zahl, wenn  $n + 1$  eine Primzahl ist, verstehe ich nicht, und ich meinte, es handle sich nur um eine Beobachtung von Wallis oder Fermat<sup>[6]</sup>.

Die von den Herren Delisle und Winsheim vergeblich in Angriff genommenen Tabellen zeigen, wie nötig es wäre, an einer Akademie originelle Geister zu haben<sup>[7]</sup>: Ich habe das Problem so wie Sie auf Anhieb gelöst und bin sicher, dass jemand, der alle Abkürzungen und die schon gefertigten Tafeln zu gebrauchen wüsste und dazu eine Rechenfertigkeit besäße, die verlangte Tabelle innert zweier Tage verfertigen könnte. Ich glaube, dass man sehr viele Lösungen geben könnte. Ich will Ihnen die meinige aufschreiben, damit Sie vergleichen können, ob sie mit der Ihrigen übereinstimmt. Vielleicht verfügen Sie über eine noch leichtere Regel als ich, in welchem Fall ich Sie bitte, sie mir zu schreiben.



Sei  $Z$  der Zenit,  $P$  der Pol und  $S$  der Ort des zum zweiten Mal beobachteten Sterns. Aus der gegebenen Polhöhe hat man  $ZP$ , aus der Deklination  $PS$  und aus dem Zeitintervall von der ersten zur zweiten Beobachtung den Winkel  $ZPS$ , der gleich dem halben Stundenwinkel angenommen werden darf. Deshalb suche man den Winkel  $ZSP$ ; dessen Sinus sei  $= c$ , sein Cosinus  $= \gamma$ , der Sinus totus  $= 1$ , der Sinus des Bogens  $SP = b$ , der Sinus des Winkels der von der ersten bis zur zweiten Beobachtung veränderten Deklination  $= \alpha$ , dann wird der Sinus des gesuchten Stundenwinkels (d. h. der Sinus des Winkels zwischen dem wahren Meridian und jenem, der dem mittleren Intervall der Beobachtungen entspricht)  $= \frac{\gamma\alpha}{4bc}$ . Beispielsweise finde ich am Tag des Äquinoktiums, wenn die Sonne drei Stunden vor und fast ebenso viele nach dem Mittag unter einer Polhöhe von 60 Graden auf derselben Höhe beobachtet worden ist, dass die mittlere Zeit zwischen den beiden Beobachtungen von der wahren Kulminationszeit um 12 Sekunden und zwischen 14 und 15 Terzen abweicht. Ich weiss nicht, ob ich mich in der Eile im Kalkül versehen habe, aber die Methode ist gewiss gut und gründet sich auf die Natur des sehr kleinen sphärischen Dreiecks<sup>[8]</sup>, das man für geradlinig nehmen darf.

Herr Moula bezeugt, er hätte sehr gern einen Dienst bei der Akademie angenommen, wenn dies mit der Genehmigung von Herrn Šafirov<sup>[9]</sup> hätte geschehen können. Als Sekretär hätte er sich gewiss gut geeignet. Über mathematische Adjunkte habe ich ernsthaft nachgedacht, doch bis jetzt erfolglos. Mein Augenmerk hatte ich besonders auf Herrn Wentz gerichtet, der – wenn er sich nur auf die Mathematik allein verlegen könnte – darin Hervorragendes leisten würde. Er bekundete aber wenig Lust, da er hier sein Brot mit mathematischen und juristischen Lektionen genugsam zu verdienen weiss. Er hat mir auch viele Schwierigkeiten entgegen gehalten, die ich ihm jedoch alle benommen habe, ohne ihm bis jetzt die Abreise schmackhaft gemacht zu haben. Ich habe deswegen Ihren Vater, der eben hier war und der in der Nachbarschaft von Herrn Wentz wohnte, ersucht, auch mit ihm zu reden. Er erhielt zur Antwort, ich hätte ihm von 300 Rubeln gesprochen, und dies genüge nicht, ihn zu einer so grossen Veränderung zu überreden. Darauf habe ich wieder sagen lassen, dass man ihm vielleicht auch etwas mehr geben und er in kurzer Zeit aufsteigen würde. Im übrigen kennen Sie ja diesen Herrn Wentz selbst; wenn Sie meinen, man solle insistieren, so werde ich dies auf Befehl des Kammerherrn (von Korff) gerne tun. Ich dachte auch an einen gewissen Herrn Scherz aus Strassburg; da dieser aber von wohlhabenden Eltern stammt und zudem ein halber Franzose ist, weiss ich nicht, ob er sich dazu entschliessen und ob er willkommen sein würde. Es wären da noch einige andere Fremde, ganz besonders ein gewisser Herr (J. S.) König von Bern, der bei meinem Vater und mir ziemlich lang Vorlesungen gehört hat und in der Mathematik sehr weit gekommen ist. Doch



bevor ich nicht die äussersten und letzten Bedingungen kenne, möchte ich mich nicht mit ihnen einlassen<sup>[10]</sup>.

Im Brief an Ihren Vater haben Sie gefragt, welche Bewandtnis es mit Herrn Stupanus habe. Vielleicht wissen Sie schon, dass er hier einen Prozess mit einer Magd hat, die von ihm geschwängert worden ist und jetzt den Anspruch erhebt, von Herrn Stupanus ein förmliches Eheversprechen zu haben, und somit darauf drängt, diesen hierher zu zitieren. Anfänglich erschien dieser Prozess für Herrn Stupanus recht gefährlich, inzwischen aber meint man, dass er für ihn noch ein gutes Ende nehmen wird. Er soll nicht eigentlich studiert haben, doch hat er bei Herrn Wolff mathematische Vorlesungen gehört. Mit meinem Vater hat er einmal gesprochen und viele mathematische Wörter vernehmen lassen, sich jedoch nicht zur Sache geäussert; ich kann also nicht sagen, welche Fortschritte er etwa in der Mathematik gemacht hat<sup>[11]</sup>.

Ihre *Mechanik* erwarte ich mit grosser Ungeduld. Es gefällt mir, dass man nun den 4. Band der *Commentarii* auch druckt; wenden Sie doch bei dem Kammerherrn (von Korff) alle Kräfte auf, dass die *Commentarii* fleissig und regelmässig gedruckt werden. Sie wissen, welche grosse Konsequenzen das für die Ehre der Akademie hat<sup>[12]</sup>. Es freut mich, dass meinen Abhandlungen einige Achtung zuteil wird; mit meinem nächsten Brief werde ich eine weitere schicken, doch für diesmal hat mir die Zeit nicht gereicht. Ich bin Ihnen sehr verpflichtet dafür, dass Sie vor der Akademie meine Abhandlung über die Schwingungen eines flexiblen Pendels vorgelesen haben<sup>[13]</sup>; haben Sie seither auch an die Vibrationen eines an einer vertikalen Mauer waagrecht befestigten elastischen Streifens gedacht? Ich finde für die Kurve die Gleichung  $n d^4 y = y dx^4$ , wo  $n$  eine Konstante,  $x$  die Abszisse,  $y$  die Ordinate und  $dx$  konstant ist<sup>[14]</sup>. Doch dieser Gegenstand ist sehr heikel, und ich möchte gerne Ihre Meinung darüber hören. Obiger Gleichung genügt die Logarithmika, wie auch der Gleichung  $n^{\frac{1}{2}} ddy = y dx^2$ , jedoch keine von beiden ist für die vorliegende Aufgabe allgemein genug. Sie werden schon gemerkt haben, dass  $n d^m y = y dx^m$  die Gleichung  $\alpha d^p y = y dx^p$  als einen Spezialfall enthält, wo  $p$  ein Divisor von  $m$  ist<sup>[15]</sup>.

Frau Bruckner plant täglich zu verreisen; sie erwartet eine Retourkutsche nach Frankfurt. Herr Bülfinger schreibt mir, dass Herr (G. W.) Krafft sicher demnächst wieder hier eintreffen wird<sup>[16]</sup>. Herr Bülfinger ist Geheimrat des Herzogs von Württemberg (Karl Alexander) geworden und soll gleichsam sein Premierminister sein, der alles allein tätigt<sup>[17]</sup>. Vor einem Jahr habe ich einen meiner Freunde gebeten, sich nach der folgenden Person zu erkundigen: Johann Moritz Hygelin, Feldscher im Nevskyschen Regiment, gebürtig aus Sulz im Oberelsass. Man verlangte dringend zu erfahren, ob er noch am Leben ist und dafür eine authentische Beglaubigung zu haben. Wenn Sie sich diesbezüglich freundlicherweise in der Medizinischen Kanzlei informieren wollten, würden Sie den Leuten einen grossen Gefallen erweisen<sup>[18]</sup>.

Ich würde gern erfahren, zu welchen Funktionen Herr Lotter in der Akademie bestimmt ist, denn meines Erachtens wurde er einmal als Nachfolger von Herrn Prof. Bayer vorgeschlagen<sup>[19]</sup>; es scheint also, dass man die letzte Klasse vergrössern will.



Sie wissen zweifellos schon, dass die Pariser Akademie eine Expedition unter den Äquator geschickt hat. Sie besteht insbesondere aus Herrn Bouguer (der als Astronom in die Akademie aufgenommen worden ist, nachdem die Stelle lange für Herrn Delisle vakant gehalten wurde), aus einem Herrn de La Condamine, der schon in Konstantinopel gewesen ist, und – wenn ich mich recht erinnere – aus Herrn Cassini selbst<sup>[20]</sup>. Man schreibt mir, sie hätten eine sehr grosse Sammlung von Instrumenten mitgenommen. Es wäre sehr wünschenswert gewesen, dass man beide Expeditionen – die nach Kamtschatka und diese französische – untereinander hätte abstimmen können. Wenn einmal zwischen beiden Reichen ein gutes Verständnis hergestellt sein wird, hoffe ich, zwischen den beiden Akademien gute Vermittlerdienste leisten zu können. Wenn man mich verwenden wollte, so wie ich es ohne Rücksicht auf die Kosten vom Grunde meiner Seele auf wünschte, so verspreche ich, gern auf eigene Kosten nach Paris zu gehen, falls man das möchte. Man mag mich dort sehr gut leiden, und ich stehe in einer Reputation, die meine wenigen Verdienste weit übersteigt. Wenn Sie aus Kamtschatka Neuigkeiten haben, bitte ich Sie, mir diese zu berichten.

Kürzlich war ich mit Herrn Prof. Schoepflin in Hünningen; wir wollten das über dem Rhein angelegte Fort besichtigen, wozu Herr Schoepflin den Kommandanten (d'Hérouville) um Erlaubnis bat. Als mich dieser in der Kutsche sah, fragte er, wer ich sei, und Herr Schoepflin nannte meinen Namen, worauf sogleich ein Offizier kam und zum Kommandanten sagte: «Monsieur! Gardez vous en bien, il est encore aux gages de la Czarine.» Der Kommandant jedoch, der mich sehr gut kennt, liess uns dessen ungeachtet alles zeigen<sup>[21]</sup>. Sie müssen sich nicht wundern, denn ich meinte, dass meine und der Akademie Ehre erfordert, überall so zu reden, als ob ich die 200 Rubel richtig empfinde. Sie können unter anderem auch hieraus ersehen, wie sehr ich an dieser Pension interessiert bin; deren bisherige Unregelmässigkeit hat mir viele Ungelegenheiten eingebracht, über die ich mich nicht ausführlicher äussern möchte. Sollte diese Angelegenheit noch nicht völlig in Ordnung sein, so bitte ich Sie um deren Beschleunigung; ich werde gewiss meine äussersten Kräfte aufwenden, um es zu verdienen. Bevor ich Ihren Brief erhielt, hatte mir der Gesandte von Prié (der mein guter Gönner und Patron ist und dem ich gesagt hatte, ich ersuchte beim Russischen Hof um eine Pension, wozu man mir noch vor meiner Abreise aus Petersburg Hoffnung gemacht habe) angeboten, meine Sache dem Staatsrat von Keyserling bestens empfehlen zu lassen, und das ist auch tatsächlich geschehen. Um so mehr hoffe ich also auf einen guten Ausgang, wenn die Sache noch nicht völlig in Ordnung wäre. Dass der Kammerherr (von Korff) die bisherige Enttäuschung nicht billigt, bedeutet mir schon so viel, wie wenn ich alles genossen hätte; das geschäftliche Interesse ist mir nicht die Hauptsache. Wenn ich doch nur das Diplom vor der Fertigstellung meines Buches bekäme, damit ich der Kaiserin (Anna Ioannovna) öffentlich danken könnte!

Mein Vater und mein Bruder (Johann II) lassen sich Ihnen empfehlen. Man sollte doch auch meinem Vater den 3. Band der *Commentarii* und die folgenden schicken – der Anstand erfordert dies. Meinen übrigen guten Freunden werde ich durch Frau Bruckner schreiben; inzwischen bitte ich Sie, allseits zu grüssen. Warum

hat sich denn die liebe Frau Mutter (Gsell) nicht entschlossen, in die Schweiz zu kommen? Benachrichtigen Sie mich bitte in jedem Brief vom Leben im Haus des Vaters (Gsell)<sup>[22]</sup>.

⟩ ... ⟨

Daniel Bernoulli

Basel, den 4. Mai 1735.

Morgen verreisen Ihr Bruder (Johann Heinrich) und Frau Bruckner<sup>[23]</sup>. Bitte melden Sie Herrn Moula nebst meinen Grüßen, dass wir seinen letzten Brief erhalten haben und ihm mit Frau Bruckner antworten werden. Herr Prof. Bülfinger wird mit seinen Herren eine campagne unternehmen. Er sagt mir auch, man suche einen Astronomen, den man nach Kamtschatka schicken könnte.

R 100 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Februar 1735

Basel, 4. Mai 1735

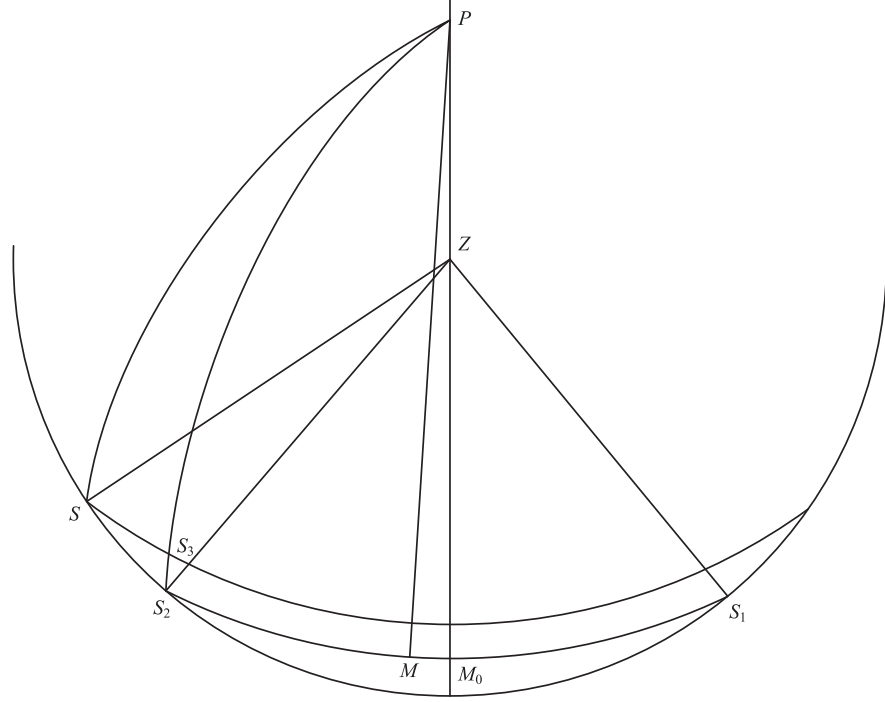
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 11–12v

Publ.: Fuss 2, p. 419–423

- [1] In den ersten Monaten des Jahres 1735 ereilte Euler eine lebensgefährliche Erkrankung, deren Natur heute nicht mehr genau diagnostiziert werden kann. Doch scheint diese Krankheit, die sich der Überlieferung nach in einem hitzigen Fieber geäußert hat, mit derjenigen des Spätsommers 1738, die Euler das rechte Auge kosten sollte, in einem inneren Zusammenhang gestanden zu haben (cf. R. Bernoulli 1983). Während eines Monats – vom 7. Januar 1735 (27. Dezember 1734) bis zum 4. Februar (24. Januar) 1735 – blieb Euler den Akademischen Sitzungen fern (cf. *Protokoly* 1, p. 132–140).
- [2] Kein Brief von Moula an D. Bernoulli ist erhalten geblieben. Insgesamt kennen wir nur zehn Briefe von Moula an Johann II Bernoulli (und zwar aus den Jahren 1736, 1742 und 1752–1757), doch D. Bernoulli wird in diesen erhalten gebliebenen Briefen namentlich nicht erwähnt.
- [3] Cf. Brief Nr. 11, Anm. 24.
- [4] Cf. Brief Nr. 10, Anm. 5.
- [5] Die 20 Briefe umfassende, erhalten gebliebene Korrespondenz Eulers mit Ehler setzt hier ein und dauerte bis 1742, diejenige mit Kühn umfasst 24 Briefe und dauerte von 1737 bis 1757 (R 581–600 bzw. R 1324–1347). – Die ersten Briefe, die D. Bernoulli aus Basel an Euler geschrieben hat, sind nicht erhalten geblieben.
- [6] Der hier erwähnte Brief Eulers blieb nicht erhalten, doch lässt sich der Inhalt des angesprochenen Problems leicht erraten: es handelt sich zweifellos um einen – lange vor Euler bekannten – Spezialfall des *kleinen Satzes* von Fermat  $a^{p-1} - 1 = 0 \pmod{p}$ , den Euler in seiner Abhandlung E. 54 bewiesen und Goldbach am 25. November 1731 brieflich mitgeteilt hatte, also zu einer Zeit, als D. Bernoulli noch zusammen mit Euler in Petersburg lebte (cf. Euler 1965b, p. 53, Anm. 6, und p. 97, Anm. 3, sowie O. IV A, 4, p. 134 / 634–636, Anm. 7–9 und p. 181 / 693–694, Anm. 3). Euler legte seine Abhandlung E. 54 der Petersburger Akademie 1736 vor, doch erschien sie erst 1741 im 8. Band der *Commentarii*. – In diesem Kontext sei ein Druckfehler in der Ausgabe von Fuss (Fuss 2, p. 420) korrigiert: Dort heisst es  $(z^n - 1) : (n + 1) = \dots$  statt richtig  $(2^n - 1) : (n + 1) = \dots$ .
- [7] Die Bestimmung des wahren Mittags aus korrespondierenden Höhen der Sonne hängt von der Polhöhe des Beobachtungsortes sowie der Deklination und dem Stundenwinkel der Sonne ab. Zur Anwendung des einfachen Beobachtungsverfahrens hatten Delisle und Winsheim

offenbar Tafeln zur Bestimmung der Mittagsverbesserung für Petersburg aufgestellt, die jedoch (von «originellen Geistern») mit einer einfachen Formel für beliebige Beobachtungs-orte und -zeiten direkt hätten berechnet werden können. Eine solche Formel fand erstmals Euler im Februar 1735 (E. 50) und berechnete damit die von Delisle gewünschte Tabelle (cf. O. IV A, 6, p. 50).

- [8] D. Bernoullis Herleitung basiert vermutlich auf der Anwendung einer (mittels der Napier-schen Regel ableitbaren) Fundamentalformel auf zwei rechtwinklige sphärische Dreiecke gleicher Basis.



Sei  $S_1$  der Ort des zum ersten Mal beobachteten Sterns,  $S_2$  die zu  $S_1$  korrespondierende Höhe bzw. Deklination, falls letztere sich während des Beobachtungsintervalls nicht ändern würde,  $PM_0$  der durch  $S_1$  und  $S_2$  gegebene,  $PM$  der durch  $S_1$  und  $S$  gegebene Meridian;  $S_1S_2S$  ist der durch die erste Beobachtung von  $S_1$  gegebene Höhenkreis,  $S_1S_2$  der Deklinationkreis durch  $S_1$  und  $S_2$  bei Deklination  $\delta - \Delta\delta$ ,  $S_3S$  jener durch  $S$  bei Deklination  $\delta$ , wobei die Deklinationsänderung  $S_2S_3$  durch  $\Delta\delta$  gegeben sei (in der Figur als Zunahme dargestellt). Der in Zeitsekunden ausgedrückte Winkel  $M_0PM = \frac{1}{2}S_2PS$  ist die gesuchte Mittagsverbesserung. Für das kleine rechtwinklige sphärische Dreieck  $S_2S_3S$  gilt (da  $ZSS_2 = 90^\circ$  ist)

$$\tan S_3S = \sin S_2S_3 \tan SS_2S_3 = \sin \Delta\delta \tan(90^\circ - ZSP) = a \cot ZSP = a \frac{\gamma}{c}.$$

Für das rechtwinklige sphärische Dreieck  $SS_3P$  gilt

$$\tan S_3S = \sin S_3P \tan S_2PS = \sin SP \tan(2M_0PM) = b \tan(2M_0PM).$$

Daher gilt in erster Näherung (da  $MPM_0$  sehr klein ist)

$$\frac{\gamma\alpha}{bc} = \tan(2M_0PM) \approx 2 \sin M_0PM$$

und schliesslich

$$\sin M_0PM = \frac{\gamma\alpha}{2bc}.$$

D. Bernoullis Formel ist also um den Faktor  $\frac{1}{2}$  unrichtig, und diesen Fehler nimmt er in Brief Nr. 14 zurück. Bei einer mittleren täglichen Deklinationsänderung von 24' resultiert (gemäss dem Beispiel) eine Mittagsverbesserung von 14<sup>s</sup>42''' bzw. 29<sup>s</sup>24''' (unter Berücksichtigung des Fehlers).

- [9] Möglicherweise ist damit Baron P.P. Šafirov gemeint.
- [10] Wahrscheinlich enthielten die verlorenen Briefe Eulers an D. Bernoulli die Bitte, geeignete Mathematiker als Adjunkte für die Petersburger Akademie zu empfehlen.
- [11] Um welches Mitglied der mit den Bernoulli verschwägerten Basler Familie Stupanus es sich handelt, ist nicht gesichert; zu denken wäre allenfalls an den 1739 wegen einer aufrührerischen Schrift aus Basel vertriebenen Juristen Johann Nikolaus S., der 1755 auf dem Weg von Breslau nach Berlin starb (cf. Brief Nr. 96).
- [12] Zur Erscheinungsweise der *Petersburger Commentarii* cf. Brief Nr. 6, Anm. 2, Nr. 8, Anm. 4, und Nr. 10, Anm. 7.
- [13] Dies betrifft die Abhandlung D. Bernoullis über Schwingungen eines flexiblen Pendels (1740, DB. 25), die Euler am 19. (8.) November in der Akademischen Konferenz vorlas. Sie wurde in den *Petersburger Commentarii* im 7. Band für 1734–1735 veröffentlicht. Das Originalmanuskript dieser Abhandlung Bernoullis befindet sich in der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 10).
- [14] D. Bernoulli untersuchte dieses Problem eingehend erst in einer späteren Abhandlung aus dem Jahr 1741 (1751, DB. 37).
- [15] Auf die linearen Differentialgleichungen dieser Form geht D. Bernoulli im Brief Nr. 46 ausführlich ein.
- [16] Zu Krafft cf. Brief Nr. 10, Anm. 6.
- [17] Bülfinger war seit 1734 Herzoglich-Württembergischer Geheimrat, d. h. Minister, und wurde 1739 auch noch Konsistorialpräsident. – Cf. E. Schmid (1939).
- [18] Wie aus den Briefen Nr. 18 und 20 hervorgeht, war J.M. Hygelin verstorben.
- [19] J.G. Lotter wurde aus Leipzig für das Fach Rhetorik und Griechisch-Römische Altertumskunde an die Petersburger Akademie berufen, während Bayer die Disziplin der Orientalischen Altertumskunde behielt (cf. *Protokoly* 1, p. 119; *Chronik* 1, p. 44).
- [20] Bekanntlich sandte die Pariser Akademie im Auftrag des Königs Ludwig XV. – parallel zu der 1736/37 von Maupertuis geleiteten Lapplandexpedition – im Mai 1735 eine Forschungsexpedition zum Äquator ins heutige Ecuador, um die damals offene und brennende Streitfrage um die wahre Gestalt der Erde (Newton *versus* Cassini) mittels einer geodätisch-astronomischen Gradmessung zu entscheiden. Diese Expedition startete mit ihren Initianten Godin, Bouguer, Jussieu, La Condamine und sieben anderen, speziell ausgewählten Akademikern als Mitglieder des Stabs. Sie dauerte zehn Jahre und verlief – ohne das erhoffte wissenschaftliche Resultat zu liefern – recht unglücklich, ja für einige Expeditionsteilnehmer geradezu katastrophal. – Cf. von Hagen (1945).
- [21] Anlässlich der Unterzeichnung des Waffenstillstandes zwischen Kaiser Karl VI. und dem französischen König Ludwig XV. bedankte sich der Kommandant von Hüningen, d'Hérerville, anfangs November offiziell bei den Basler Behörden für deren strikte Wahrung der Neutralität während der Kriegezeit (cf. *Mercurie Suisse*, November 1735, p. 48). – Bei dem Kommandanten handelt es sich um den späteren Generalleutnant Antoine de Ricouart, Marquis d'Hérerville de Claye, dem sein Vater, Generalmajor Jacques Antoine de Ricouart d'Hérerville, im Jahr zuvor sein Regiment in der Rheinischen Armee als einem Obersten überlassen hatte. Der jüngere Graf d'Hérerville war übrigens mit Denis Diderot gut befreundet und hat an dessen *Encyclopédie* mitgearbeitet.
- [22] Zur Geschichte der Familie Gsell im 18. Jahrhundert cf. O. Gsell (1984, p. 356–358); hier wurden einige unkorrekte Angaben über die Familie berichtigt.
- [23] Eulers Bruder Johann Heinrich arbeitete von 1735 bis 1741 als Maler in Petersburg, und Frau Bruckner begab sich zu ihrem Gatten, dem Mechaniker Isaak Bruckner, der seit dem Frühjahr 1733 an der Petersburger Akademie tätig war. – Cf. Brief Nr. 5, Anm. 1.

13

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 5. Mai 1735

HochEdelgeborner  
Hochgeehrtester H. Professor

Heüte habe Ew. HochEdgb. *per posta* geschrieben, worauff mich beziehe<sup>[1]</sup>: hie-  
beÿ schicke einen *tomum* von unserm *Mercure suisse*, welcher monatlich ausgehet.  
Es sind alzeit *tabulae meteorologicae* darin, welche accurat sind und mit vernünfti-  
gen reflexionen versehen: wan solche dem H. Delisle anständig, so werde ich sie alle  
samlen und ihm par occasion schicken: das *thermometrum* ist *modo Fahrenheiti-*  
*tiano* dividiert, und werden die divisionen in des Boerhavens *Chymie*<sup>[2]</sup> definiert,  
so daß sie der H. Del'isle leicht kan auff sein *thermometrum* richten. Es ist auch  
eine recension von meiner *Hydrodynamic*<sup>[3]</sup> darin. Die includes bitte zu bestellen<sup>[4]</sup>.

Verbleibe mit aller estime

Ew. HEdgb.

di[enst]w[i]ll[i]gster]

Daniel Bernoulli

Basel den 5. may 1735.

### Übersetzung

>...<

Heute schrieb ich Ihnen per Post, worauf ich mich beziehe<sup>[1]</sup>. Hierbei schicke ich  
einen Band von unserem *Mercure Suisse*, der monatlich erscheint. Er enthält immer  
meteorologische Tafeln, die genau und mit vernünftigen Überlegungen versehen  
sind. Sollten diese Herrn Delisle gefallen, so würde ich sie alle sammeln und ihm  
gelegentlich schicken. Das Thermometer ist nach Fahrenheit eingeteilt und die  
Skala ist in der *Chemie* von Boerhaave<sup>[2]</sup> definiert, so dass Herr Delisle sie leicht  
auf sein Thermometer übertragen kann. Im Band befindet sich auch eine Rezension  
meiner *Hydrodynamik*<sup>[3]</sup>. Ich bitte um Zustellung der Beilagen<sup>[4]</sup>.

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 5. Mai 1735.

R 101 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
 Basel, 5. Mai 1735  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 13

- [1] Cf. Brief Nr. 12.
- [2] Cf. Boerhaave (1732).
- [3] D. Bernoullis *Hydrodynamik* wurde 1734 im September-Heft der Neuenburger Zeitschrift *Mercure Suisse* in Form eines von ihm selbst verfassten Briefes angezeigt (1734: DBW 5, p. 87–90).
- [4] Der Charakter dieser Beilagen ist unbekannt.

14

D. BERNOULLI AN L. EULER  
 Basel, 4. Juni 1735

Basel den 4. jun. 1735

HochEdelgebohrner

HochgeEhrtester und werthester H. Professor

Ich habe mir vor einigen wochen die ehr gegeben, so wohl mit der post als durch die F. Brucknerin zu schreiben; weil ich dazumahlen etwas wenig beschäftigt ware, so habe nicht können eine piece so wie ich willens ware, schicken: Solches verrichte nunmehr, da mich Ew. HEdgb. versichern, daß der H. Kammerherr (von Korff) ein gar geneigtes urtheil von meinen productionen fälle. Ich hoffe, daß diese piece Ew. HEdgb. auch nicht misfallen werde, sonderl[ich] wan Dieselbe die application in dem anderen theil (welchen auch schicken werde, so bald auff meine schreiben eine antwort werde erhalten haben) werden sehen<sup>[1]</sup>. Ew. HEdgb. seien versichert, daß ich Dero urtheil für allen anderen estimiere, sonderl[ich] da Dieselbe Sich auff die *mechanica* gleichsam *ex professo* appliciert und Sie alles, was Sie entreprenieren, so gleich appfondieren. Ich habe noch andere *principia mechanica*, als *de mutatione systematis a vi gravitationis et subsequa restitutione*, aus welchem *principio* das *problema de oscillationibus catenae flexilis* solviert habe, darnach *de mutatione systematis a continuato motu et subsequa restitutione*, darvon noch nichts produciert habe, etc.<sup>[2]</sup>

In meinem vorigen, da ich das *problema astronomicum* vom H. De l'isle solviert<sup>[3]</sup>, ist zu observieren (wie ich nachgehends mit etwas mehrerer weil gesehen) daß meine *formula dimidium temporis quaesiti* exprimiert: auch habe ich in ausrechnung des exempels mich verstoßen und ist anstatt 12'', 14''' zu setzen 28'', 52''', welches Sie ohne zweiffel auch so werden gefunden haben<sup>[4]</sup>.

Es nimt mich wunder, daß auff Ew. HEdgb. versprechen seit ihrem letsteren kein schreiben erhalten: Ich hoffe, daß wan auch gleich mein versprochenes *diploma* nicht fertig<sup>[5]</sup>, Sie deswegen ihre correspondenz, davon ich so viel profitiere, nicht mit mir unterbrechen werden, und erwarte also auff gegenwärtiges mit nächstem eine antwort: wan etwan *ratione* meiner pension eine neue difficultet entstanden

wäre, so bitte mir einen raht zu geben, wie mich etwa zu derer auffhebung auffführen könne. Ich bitte mir zu melden ob der H. President Baron v. Kayserling wieder zu Petersburg ist<sup>[6]</sup> Ich möchte auch gern des H. Kammerherren (von Korff) eigentliche adresse wissen. Demselben bitte meinen gehorsamsten respect zu vermelden.

Die F. Brucknerin wird mit Dero H. Bruder (Johann Heinrich) hoffentl[ich] noch vor diesem brieff in Petersb[urg] angekommen sejn. Sie wären bej nahem alhier in der nähe auff dem rhein, alwo sie an eine klippen gestoßen, verunglückt; sind aber noch glücklicher weiße errettet worden; weiß aber nicht ob ihre hardes noht gelitten. Ew. HEdgb. werden vielleicht kennen einen H. Heu, nepven von unserem H. Deuchert, so auff Petersb[urg] zu waßer in diesem frühling verreyßt ist: Man hat mich gebetten ihn zu recommendieren: Seine merites sind mir nicht bekant und bin versichert, daß wan Sie oder der H. Schumacher oder sonst ein guter freünd ihne zu einigen emplois werden capabel gefunden haben, Sie ihme Dero dienst nicht werden refusiirt haben<sup>[7]</sup>. Man hat mich von Colmar aus gefragt, ob ich von H. Schuemacher durch den H. Brigadier la Motte brieff bekommen habe: daraus ich mit freüden ersehen, daß mir H. Schuemacher hat wollen die ehr anthun zu schreiben; bedaure aber daß den brieff nicht erhalten<sup>[8]</sup>; ich bitte demselben meine empfehlung zu machen.

Eben lese in dem *Journal*, que Mess<sup>rs</sup> (G.W.) Kraft et de Lisle font presque tous les jours des experiences devant S. M. I. (Anna Ioannovna)<sup>[9]</sup>. Wan ich hiebej betrachte, was Ew. HEdgb. Dero H. Vatter von der abundanz, so in Petersb[urg] wie vorhero, noch regiert, geschrieben, scheint es wohl qu'on ne fait que [pelo]tter en attendant qu'on joue partie, da doch Rußland mit ihrem pelottiren der gantzen sach den ausschlag gegeben<sup>[10]</sup>. Wie wirts erst gehen, wan Sie anfangen alsgmach oben aben rühren. Man hat vor diesem dem H. Delisle groß unrecht gethan, da man gemeint, er schicke alles auff Paris, dan ich weiß, daß er sich seit kurtzem gegen der Academie v[on] Paris excusiert, daß er ihro noch nichts geschickt.

Der prix pour 1735 ist wieder ausgesetzt, und werden a. 1737, 3 mahl 1900 L[ivres] über die Ancker ausgegeben werden<sup>[11]</sup>. Meines Vatters und meine so wohl lateinische als frantzösische pieces sind getruckt<sup>[12]</sup>: wan mir Ew. HEdgb. wollen eine adressen in Amsterdam anzeigen, so werde einige exemplar dahin schicken. Mit meiner *Hydrodynamic* accrochiert sich der Buchtrucker (Dulsecker) alle zeit: es ist bej den jetzigen kriegszeiten den buchtruckeren zu nichts kein ernst<sup>[13]</sup>.

Vor ein paar tagen habe ich von dem H. (J.S.) König (von deme ich in meinem letsteren meldung gethan zu haben glaube) ein *programma* erhalten, darinn er den *Geometris 7 problemata intra sex mensium spatium* zu solvieren proponiert: die *problemata* sind *profundae indaginis*, und hat der *auctor* nicht wenig praestiert, wan er sie alle recht solviert; den *successum* werde Ew. HEdgb. mit der Zeit überschreiben: er proponiert unter anderen auch *invenire sonum, quem edet fistula data conoidica*<sup>[14]</sup>.

Ich bitte alle gute freünd zu grüßen, sonderlich auch den H. Bruder (Johann Heinrich) und die F. Brucknerin, wan sie werden angekommen sejn, die Jungf. Brucknerin nicht vergeßen. Es nimt mich wunder, wie sie sich werden gewehnen.



Hiemit verbleibe mit aller consideration und estime,  
 Ewer HochEdelgebornen  
 d[ienst]w[i]ll[igster]  
 Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 4. Juni 1735

> ... <

Vor einigen Wochen habe ich mich beeht, sowohl per Post als auch durch Frau Bruckner zu schreiben. Da ich damals ziemlich beschäftigt war, konnte ich – entgegen meiner Absicht – keine Abhandlung schicken. Dies tue ich jetzt, da Sie mir versichern, dass der Kammerherr (von Korff) meine Produktionen sehr wohlwollend beurteilt. Ich hoffe, dass diese Abhandlung auch Ihnen nicht missfallen wird, besonders wenn Sie im zweiten Teil (welchen ich auch schicken werde, sobald ich eine Antwort auf meine Schreiben erhalten haben werde) die Anwendung sehen werden<sup>[1]</sup>. Seien Sie versichert, dass ich Ihr Urteil höher achte als alle anderen zusammen, besonders da Sie sich auf die Mechanik gleichsam professionell verlegt haben und alles, was Sie unternehmen, sogleich gründlich vertiefen. Ich verfüge noch über andere mechanische Prinzipien wie über die Veränderung eines Systems durch die Schwerkraft und die nachfolgende Restitution, aus welchem Prinzip ich das Problem der Schwingungen einer flexiblen Kette gelöst habe, dann über die Veränderung eines Systems durch eine fortwährende Bewegung und nachfolgende Restitution, wovon ich noch nichts produziert habe, etc.<sup>[2]</sup>

In meinem vorangegangenen Brief, in welchem ich das astronomische Problem von Herrn Delisle löste<sup>[3]</sup>, ist (wie ich nachträglich mit etwas mehr Zeitaufwand gesehen habe) zu beachten, dass meine Formel die Hälfte der gesuchten Zeit ausdrückt; auch habe ich mich bei der Durchrechnung des Beispiels geirrt: Anstatt 12'' 14''' ist 28'' 52''' zu setzen, was Sie zweifellos auch so gefunden haben werden<sup>[4]</sup>.

Es wundert mich, dass ich seit Ihrem letzten Brief kein Schreiben gemäss Ihrem Versprechen erhalten habe. Ich hoffe, dass Sie – auch wenn das mir versprochene Diplom noch nicht fertiggestellt ist<sup>[5]</sup> – deswegen Ihre Korrespondenz mit mir, von der ich viel profitiere, nicht unterbrechen werden, und ich erwarte also auf dieses mein Schreiben demnächst eine Antwort: Wenn etwa hinsichtlich meiner Pension eine neue Schwierigkeit entstanden sein sollte, so erbitte ich einen Rat, wie ich etwa zu deren Überwindung beitragen könnte. Bitte melden Sie mir, ob der Herr Präsident Baron von Keyserling wieder in Petersburg weilt<sup>[6]</sup>. Auch wüsste ich gern die persönliche Adresse des Kammerherrn (von Korff). Bitte melden Sie diesem meinen gehorsamsten Respekt.

Die Frau Bruckner wird mit Ihrem Bruder (Johann Heinrich) hoffentlich noch vor diesem Brief in Petersburg angekommen sein. Sie sollen hier in der Nähe auf dem Rhein, wo sie auf eine Klippe gestossen sind, beinahe verunglückt sein, doch

sind sie glücklicherweise noch gerettet worden. Hingegen weiss ich nicht, ob ihr Gepäck Schaden genommen hat. Vielleicht kennen Sie einen Herrn Hey, Neffe unseres Herrn Deuchert, welcher in diesem Frühling zur See nach Petersburg abgereist ist; ich wurde gebeten, ihn zu empfehlen. Seine Verdienste sind mir zwar nicht bekannt, doch bin ich sicher, dass Sie seine Dienste nicht zurückgewiesen haben werden, wenn Sie oder Herr Schumacher oder sonst ein guter Freund ihn zu einigen Dienstleistungen für fähig befunden haben werden<sup>[7]</sup>. Von Colmar aus wurde ich gefragt, ob ich durch den Brigadier de La Motte einen Brief von Herrn Schumacher bekommen hätte. Daraus habe ich mit Freuden ersehen, dass mich Herr Schumacher mit einem Schreiben beehren wollte, doch bedaure ich, den Brief nicht erhalten zu haben<sup>[8]</sup>. Ich bitte Sie, mich ihm zu empfehlen.

Eben lese ich in dem *Journal*, que Mess<sup>rs</sup> ⟨G. W.⟩ Krafft et de Lisle font presque tous les jours des experiences devant Sa Majesté Impériale ⟨Anna Ioannovna⟩<sup>[9]</sup>. Wenn ich hierzu betrachte, was Sie Ihrem Vater von dem Überfluss geschrieben haben, der nach wie vor in Petersburg herrscht, so macht es den Anschein, dass man bloss in Erwartung der Partie herumspielt, da doch Russland mit seinen Provokationen die ganze Sache angestossen hat<sup>[10]</sup>. Wie wird es erst zugehen, wenn sie allmählich anfangen, alles drunter und drüber zu werfen? Man hat früher Herrn Delisle grosses Unrecht getan, indem man meinte, er schicke alles nach Paris, denn ich weiss, dass er sich kürzlich bei der Pariser Akademie dafür entschuldigt hat, dass er ihr noch nichts geschickt habe.

Der prix pour 1735 wurde wieder ausgesetzt, und im Jahr 1737 werden dreimal 1900 Livres über die Anker ausgegeben werden<sup>[11]</sup>. Sowohl die französischen als auch die lateinischen Preisschriften meines Vaters und die meinigen sind gedruckt<sup>[12]</sup>. Wenn Sie mir eine Adresse in Amsterdam angeben wollen, so werde ich einige Exemplare dorthin schicken. Mit meiner *Hydrodynamik* stockt der Buchdrucker immer: Bei den jetzigen Kriegszeiten wird nichts ernsthaft angegangen<sup>[13]</sup>.

Vor ein paar Tagen habe ich von Herrn ⟨J.S.⟩ König (von welchem ich in meinem letzten Brief geschrieben zu haben glaube) ein Programm erhalten, worin er den Mathematikern sieben Probleme zur Lösung innert sechs Monaten vorschlägt. Die Probleme sind tiefgründig, und wenn er sie alle richtig löst, hat der Autor nicht wenig geleistet; den Fortgang werde ich Ihnen zu gegebener Zeit schreiben. Unter anderem schlägt er auch vor, den Ton zu bestimmen, den ein gegebenes konoidisches Rohr erzeugt<sup>[14]</sup>.

Grüssen Sie mir bitte alle guten Freunde, besonders auch den Bruder ⟨Johann Heinrich⟩ und die Frau Bruckner, wenn sie angekommen sein werden, und die Jungfer Bruckner nicht zu vergessen. Ich bin gespannt darauf, wie sie sich eingewöhnen werden.

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

R 103 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, 4. Juni 1735

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 14–15v

Am 11. Juli (30. Juni) von Euler der Akademischen Konferenz vorgelegt (cf. *Protokoly* 1, p. 212)

Publ.: Fuss 2, p. 424–426

- [1] Der diesem Brief beigelegte erste Teil der Abhandlung D. Bernoullis über einige Gesetze der Mechanik (1741, DB. 26a) wurde der Akademischen Konferenz am 19. (8.) Dezember 1735 vorgelegt und am 23. (12.) Dezember von Euler vorgelesen. D. Bernoulli sandte den zweiten Teil der Abhandlung (1741, DB. 26b) im September 1735 an Euler (cf. Brief Nr. 17); beide Teile erschienen 1741 im 8. Band der *Petersburger Commentarii* für das Jahr 1736.
- [2] D. Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen einer flexiblen Kette (1740, DB. 25) stellt eine Fortsetzung seiner vorangehenden Untersuchungen (1738, DB. 23) dar. Sie wurde von Euler in der Akademischen Konferenz im November 1734 vorgelesen und im 7. Band der *Petersburger Commentarii* publiziert.
- [3] Cf. Brief Nr. 12, Anm. 7, 8.
- [4] Cf. Brief Nr. 15, Anm. 27.
- [5] Die Diplome wurden den Auswärtigen Akademiemitgliedern erst im Herbst 1735 aus Petersburg zugeschickt.
- [6] Bereits seit Oktober 1734 war nicht mehr Keyserling, sondern Korff Präsident der Akademie (cf. *Protokoly* 1, p. 115; *Chronik* 1, p. 142f); Keyserling amtete als russischer Gesandter am polnischen Hof in Sachsen.
- [7] Georg Andreas Hey war der Sohn des Pfarrers Andreas Hey, der mit Maria Esther Deuchert, der Schwester des Basler Kaufmanns Johann Georg Deuchert, verheiratet war. In Petersburg wirkte er 1736–1743 als Professor der mathematischen Wissenschaften an der Ritterakademie.
- [8] Dieser Brief, falls er je existiert haben sollte, ist nicht erhalten geblieben.
- [9] Es ist nicht klar, auf welche Zeitschrift sich D. Bernoulli bezieht: das *Journal Helvétique* erschien erst ab 1738 unter diesem Titel, und im *Mercure Suisse* hat sich im Jahrgang 1735 kein entsprechender Artikel nachweisen lassen.  
Was den Inhalt der hier erwähnten Information anbetrifft, berichtete die *St. Petersburger Zeitung* am 14. (3.) März 1735 (p. 74):  
«Am verwichenen Sonnabend sind auf Ihro Kayserl. Maj. (Anna Ioannovna) allergnädigsten Befehl, der Prof. Astronomiae, Herr de L'Isle, und der Prof. Physices, Herr (G.W.) Krafft, nach Hofe beruffen worden, worauf selbige sich sogleich eingefunden, und letzterer Vormittags in Ihro Kayserl. Maj. allerhöchsten Gegenwart mit dem Tschirnhausischen Brennglase einige *Experimenta* machte; Abends aber wurden von oberwehntem Herrn Prof. de L'Isle verschiedene Astronomische *Observationes* angestellt, wobey allerhöchstdieselben unter andern den *Saturnum* nebst deßen Ringe und *Satellitibus* durch einen *Tubum Neutronianum*, von 7 Fuß lang, zu betrachten geruheten. Ihro Kayserl. Maj. zeigten hier über ein sehr gnädiges Wohlgefallen, und befohlen so wohl die Physicalische als Astronomische *Instrumenta* bey Hofe zu laßen, um dergleichen *Experimenta* und *Observationes* fernerhin zu continuiren.»
- [10] *Peloter*: Bernoulli spielt – mit einer Metapher aus dem Ballspiel (*jeu de paume*) – wohl darauf an, dass die politisch Verantwortlichen Russlands ihren internationalen Gegenspielern mit Provokationen «auf den Zahn fühlen».
- [11] Die Preisfrage für 1735 lautete: *Quelle doit être la meilleure construction des ancres, tant par rapport à leur figure qu'à la manière de les forger, et quelle est la meilleure manière de les éprouver?* Da die Preisfrage in dieser Formulierung zu unterschiedliche Aspekte einschloss, die in einer Abhandlung kaum angemessen behandelt werden konnten, entschied die Pariser Akademie am 20. April 1735, die Preisfrage auf das Jahr 1737 zu verschieben.

- Dabei sollte die Preissumme in drei gleiche Teile zu je 1900 Livres zerlegt und die Preisfrage thematisch in drei speziellere Fragen aufgegliedert werden, nämlich: 1) *Quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux ancres ?* 2) *Quelle est la meilleure manière de forger les ancres ?* 3) *Quelle est la meilleure manière d'éprouver les ancres ?* – Den vollen Preis für die Beantwortung der ersten Frage gewann 1737 Johann II Bernoulli, während Daniel Bernoulli und Poleni je eine Hälfte des Preises zur dritten Frage gewannen (cf. Cerulus 2004, p. 17f).
- [12] Cf. die im Jahre 1735 erschienenen Pariser Preisschriften von J. I Bernoulli (JB. 146) und D. Bernoulli (1735, DB. 24).
  - [13] D. Bernoullis *Hydrodynamik* erschien erst drei Jahre später (1738) im Verlag von Dulsecker in Strassburg.
  - [14] Seine sieben Probleme hat J.S. König bald darauf in Form eines offenen Briefes an die Mathematiker im August-Heft der *Nova Acta Eruditorum* 1735 publiziert. Es sollten bestimmt werden: 1) der Widerstand eines konoidischen Körpers, der sich durch eine Flüssigkeit in einem zylindrischen Gefäss bewegt; 2) die Form des Körpers mit minimalem Widerstand; 3) der Druck auf die Wände und den Boden des Gefässes, verursacht von einer mit gegebener Geschwindigkeit durchströmenden Flüssigkeit; 4) der Ton eines angeblasenen axialsymmetrischen Rohres von gegebener Länge; 5) die Stossgesetze bezüglich eines konoidischen Körpers und einer Kugel; 6) die Achse, um die ein Körper frei rotieren kann (hier gibt König seine Lösung mittels eines Logogryphs an); 7) die Rotationsbewegung eines geworfenen Körpers um eine freie Achse.

## 15

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, ca. 8. Juni (28. Mai) 1735

Vir Clarissime

Cum nuper aliis occupationibus impeditus meas responsiones ad Tuas meditationes mathematicas in aliud tempus distulisse, nunc, quae tum ad praecedentes litteras Tuas tum ad proximas mihi in mentem venerunt, perscribam<sup>[1]</sup>. Atque primum quidem gratias Tibi ago maximas Vir Clarissime, quod mihi Lagnianae Dissertationis *Comment[ariis] Paris[inis]* A. 1720 insertae recensionem exhibere voluisti<sup>[2]</sup>, in qua dissertatione utique non reperio, quae ante sperabam, existimabam enim in ea contineri methodum, qua numeri integri cuivis quaestioni Diophantaeae satisfaciunt omnes inveniri queant.

Problema de abscindendis arcibus aequalibus in serie ellipsium a posteriori methodo mea serierum resolvere non potueram, neque arbitror ideo modo, quo aequationis Riccatianae constructionem dedi, solvi posse. Incidi vero in aliam methodum directam latissime patentem, cujus ope non solum multo<sup>[3]</sup> plura in problemate trajectoriarum orthogonalium praestare possum, quam adhuc factum est: sed etiam eandem, quam ante inveneram aequationis Riccatianae constructionem sine seriebus elicui. Eadem igitur methodo aequationem pro curva ab infinitis ellipsis arcibus aequales abscidente<sup>[4]</sup> sum adeptus, quae est differentialis secundi gradus, et praeterea ita complicata ut eam ad differentialem primi gradus reducere nullo modo potuerim. Novae hujus methodi principia jam praeterito anno in Conventibus nostris praelegi, et solutionem problematis hujus ellipsium paratam

habeo, quae proxime praelegatur<sup>[5]</sup>. Pluribus autem dissertationibus opus erit ad hanc materiam ut decet pertractandam.

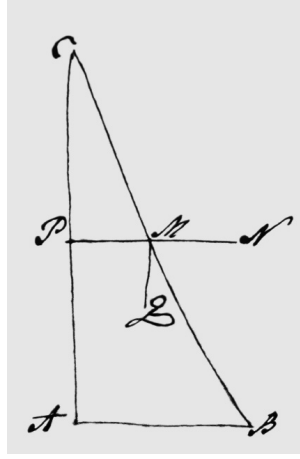
Peculiarem etiam methodum prorsus ut mihi videtur genuinam inveni, ad quadraturas curvarum ad rectificationes curvarum algebraicarum reducendas, quae usus sum in solutione illius problematis, de quo jam anno praeterito mentionem feci, in quo duae reperiuntur curvae algebraicae ad eundem axem relatae, quae non sint rectificabiles, sed quarum utriusque rectificatio a data pendeat quadratura, quaeque ita sint comparatae, ut arcuum eidem abscissae respondentium summa sit rectificabilis<sup>[6]</sup>; de quo problemate, quae sit Tua Vir Clarissime Patrisque tui Excellentissimi Sententia magnopere desidero, ut mihi perscribere velis.

Quae mihi de projectoria in medio resistente scripsisti, quia approximatione es<sup>[7]</sup> usus, mirum non est, quod nostrae formulae non convenient; interim tamen observavi eas quam minimum a se invicem discrepare. Hanc rem ego complexus sum in *Mechanica* mea Tomo primo, quem Typis mandare jam coeperunt; ego vero meam formulam imprimis idoneam inveni ad angulum, quo jactus fit longissimus, determinandum, qui nisi in vacuo semper minor est semirecto<sup>[8]</sup>.

In Tomo secundo sub finem problema non inelegans occurrit de motu penduli oblique oscillantis determinando, in quo corpus pendulum neque in plano verticali movetur neque motu turbinatorio in circulo<sup>[9]</sup>. Experimentis enim satis constat, hanc curvam esse ovalem, neque in se redeuntem, sed cujus axis seu linea absidum in consequentia movetur; seu quod eodem redit, corpus moveri in ovali circa centrum mobili, uti Newtonus motum absidum consideravit<sup>[10]</sup>. Suspiciatus quidem sum primo, hunc absidum motum vel a resistantia aëris provenire vel a frictione, quibus oscillationes quoque diminuuntur; sed postquam calculum instituissem pro vacuo saltem, non sine voluptate cognovi, corpus revera moveri debere in orbita mobili motumque absidum majorem [esse], quo major fuerit orbita in qua movetur. In minimis vero oscillationibus orbita fit ellipsis absidesque quiescunt, quod Te ipsum cum hic degeres observare memini; Ex aequatione autem, quae pro hac curva invenitur, absidum motus difficulter invenitur. Cum ea vero conjunxi, quae in Tomo I de motu absidum tradideram, qua de re non sine magna utilitate in aliis intricatis quaestionibus multo copiosius egi quam et Newtonus et Hermannus fecerant.

Problema de oscillationibus laminae elasticae parieti firmo infixae ansam mihi dedit de alia insuper methodo, ac primo in determinandis oscillationibus penduli flexilis usus fueram, cogitandi, qua omnia hujusmodi problemata facile resolvi possunt<sup>[11]</sup>. Hanc methodum adeo tecum communem habeo, nititur enim solutione problematis de curvatura fili sive perfecte flexilis sive elastici a potentiis quibuscunque sollicitati, de qua re in Tom. III *Comment[ariorum]* fuse agimus<sup>[12]</sup>.

Ego autem illam methodum sequente modo ad hoc institutum accommodo. Sit pendulum flexile  $CMB$  uniforme circa  $C$  oscillationes minimas absolvens et  $CA$  linea verticalis: Quaeritur curvatura  $CMB$  hujusmodi, ut totum pendulum simul ad lineam verticalem  $CA$  perveniat. Hoc autem accidet si conatus in singulis punctis  $M$  ad  $CA$  proportionales fuerint distantis ab  $CA$ .



Quare posita curva  $CMB$  cognita si in singulis punctis  $M$  potentiae horizontales  $MN$  concipiantur applicatae, quae sint applicatis  $PM$  proportionales, filum  $CMB$  in  $[C]$  suspensum et tam ab his potentiis quam a gravitate<sup>[13]</sup> cujusque particulae sollicitatum erit in aequilibrio. Ex hac igitur proprietate per methodum cit[atam] in *Comm[entariis]* Tom. III curva potest inveniri. Ponatur  $AB = a$ ,  $AP = x$ ,  $PM = y$ , reperietur ex formulis ibi traditis haec aequatio

$$y dx^2 + b dy dx + bx ddy = 0,$$

posito  $dx$  constante, quae est ea ipsa aequatio, quam Tu dedisti Vir Clarissime et ego ante inveneram<sup>[14]</sup>.

Denotet nunc  $CMB$  filum elasticum gravitatis expers ubique aequaliter crassum et aequaliter elasticum maneatque  $AB = a$ ,  $AP = BM = x$  et  $PM = y$ . Sint huic filo in singulis punctis  $M$  potentiae horizontales  $MN$  applicatae proportionales distantii  $PM$  et quaeratur status aequilibrum. Reperietur ex eodem loco haec aequatio

$$c^4 ddy = dx^2 \int dx \int y dx$$

quae abit in hanc

$$c^4 d^4 y = y dx^4,$$

quam ipsam aequationem mihi in ultimis litteris perscripsisti<sup>[15]</sup>.

Si lamina praeterea poneretur gravis prodiisset ista aequatio pro curva  $CMB$

$$c^4 ddy = dx^2 \int dx \int y dx + g dx^2 \int x dy,$$

ubi  $c$  a quantitate vis elasticae pendet<sup>[16]</sup>.

Aequatio quidem  $c^4 d^4 y = y dx^4$  utique latissime patet, quia per quatuor integrationes quatuor constantes ingredi possunt eaeque in se complectitur aequationes  $c^2 ddy = y dx^2$  atque  $c dy = y dx$ , sed harum neutra quaesito satisfacit. Casus

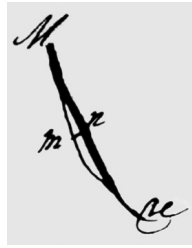
autem curvae *CMB* ista restrictione in hac aequatione  $c^4 d^4 y = y dx^4$  contine-  
tur ut tam  $\int y dx$  quam  $\int dx \int y dx$  evanescat, si ponatur  $x = 0$ . Quare curva  
commodissime cognoscetur per seriem, quae juxta has conditiones ex aequatione  
 $c^4 d^4 y = y dx^4$  elicitur, quae est haec

$$y = a \left( 1 - \frac{x}{b} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot c^4} - \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 5 \cdot b c^4} + \frac{x^8}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 8 \cdot c^8} - \frac{x^9}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 9 \cdot b c^8} + \text{etc.} \right).$$

In qua quidem nova constans  $b$  inest, quae autem ex longitudine *CA* determinatur,  
nam si ponatur  $y = 0$  et  $x = CA$ , aequatio dabit valorem ipsius  $b$ . Posito scilicet  
 $AC = f$ , erit

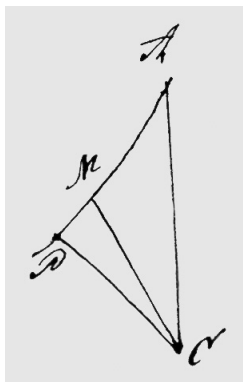
$$b = \left( f + \frac{f^5}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 5 \cdot c^4} + \frac{f^9}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 9 \cdot c^8} + \text{etc.} \right) : \left( 1 + \frac{f^4}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 4 \cdot c^4} + \frac{f^8}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 8 \cdot c^8} + \text{etc.} \right).$$

Quam ob rem haec aequatio  $c^4 d^4 y = y dx^4$  problema perfecte solvit. Hacque  
methodo non multo difficilior foret idem problema solvere si lamina non ubique  
aequaliter crassa neque aequaliter elastica poneretur.



Quod ad brachystochronas meas in medio resistente attinet<sup>[17]</sup>, ad eas inve-  
niendas sufficit dua elementa contigua considerare, quia unica tantum conditio,  
quae maximi minimive proprietatem habere debet, proponitur. Si ergo duo fuer-  
int hujusmodi elementa *Mm*, *mμ*, punctum *m* cognitum<sup>[18]</sup> in situm proximum *n*  
transferatur, quo facto tempora descensus per *Mmμ* et *Mnμ* debent esse aequa-  
lia. Hic vero tuto assumi potest elementa *Mm* et *Mn* aequali celeritate percurri;  
non vero celeritates per *mμ* et *nμ* erunt aequales in medio resistente etiam si  
*mn* fuerit horizontale, id quod Hermannus assumit. Atque etiam in vacuo non  
licet celeritates per *mμ* et *nμ* aequales ponere, nisi *mn* fuerit lineola horizontalis,  
quo casu per *Mm* et *Mn* aequalia celeritatis incrementa nascuntur. Quamvis au-  
tem Hermannus in determinandis brachistochronis in vacuo pro hypothese virium  
centripetarum *mn* normale ad directionem vis centripetae ponat, tamen in hoc  
negotio quoque est deceptus<sup>[19]</sup>. Longe enim sunt aliae curvae satisfaciennes, ac  
quidem exhibuit.





Sit enim  $C$  centrum virium et  $AM$  brachystochrona. Celeritas in  $M$  non est proportionalis sinui anguli  $PMC$  ducta tangente  $MP$ , sed est proportionalis ipsi perpendiculari  $CP$  in tangentem demisso<sup>[20]</sup>.

Hancque ipsam regulam observare oportet quoque in determinanda curva radii per atmosphaeram transeuntis<sup>[21]</sup>, si ea [non stratibus] planis sed sphaericis constare consideretur, quemadmodum fecit Mr. Bouguer in Diss[ertatione] qua pr[ae]mium de elevatione in mari observanda obtinuit<sup>[22]</sup>. Qui etsi primo hanc erroneam stabiliat regulam, quod celeritas radii debeat proportionalis esse sinui ang[uli]  $PMC$ , tamen quasi hoc ipsi difficile esset in calculum inducere celeritatibus per tria elementa contigua consideratis et inter se comparatis, vitiose elementa radii  $CM$  negligit et celeritatem statuit ipso perpendiculari  $CP$  proportionalem cum juxta sua principia ponere debuisset  $\frac{CP}{CM}$ . Felicissime adeo ipsi evenit, ut ope crassi erroris falsum principium in verum transmutaverit<sup>[23]</sup>.

Mentionem praeterea facis Vir Clarissime problematis, quo inter omnes brachystochronas in medio resistente, ea requiritur, super qua corpus citissime ad datam lineam sive rectam sive curvam perveniat. Hoc autem jam pridem a Patre Tuo est praestitum ubi demonstravit synchronam brachistochronarum esse trajectoryam orthogonalem<sup>[24]</sup> id quod in medio resistente aequale locum habet, ac in vacuo. Inter omnes ergo brachistochronas ex uno puncto eductas ea erit quaesita, quae datae lineae sive rectae sive curvae ad angulos rectos occurrit.

Solutio, quam mihi transmisisti problematis de aequatione invenienda brevi utique formula continetur; sed tam facile ope tabularum non potest usurpari<sup>[25]</sup>. Quin est haec tua methodus ea ipsa, qua D<sup>n</sup> De L'Isle et D<sup>n</sup> Winsheim uti volebant, quae ni fallor D. Horrebow adscribitur<sup>[26]</sup>, operosissimum enim est angulum ad Solem computare. Praeterea incrementum vel decrementum declinationis Solis intervallo observationum in minutis secundis datum esse debet, quod itidem in tabulis non reperitur. Ego igitur primo ex longitudinibus Solis, quae in minutis secundis exhiberi solent, declinationes quoque in minutis secundis computare debui, antequam ad ipsum calculum progredi potueram. In utroque vero negotio ex ipsis datis ope solutionis triangulorum sphaericorum calculum ad finem perduxi et incognitam determinavi. Consideravi vero incrementum declinationis intervallo observationum respondens, ut et ipsam meridiani differentiam tanquam infinite

parva, eaque differentialibus denotavi, quo pacto calculus alioquin maxime operosus tandem in facilem formulam desiit. In exemplo quod adfers, pro aequatione meridiei ad elev[ationem] poli  $60^\circ$  et intervallum observationum 6 hor[arum]. Ipse observabis in calculo esse aberratum, invenio enim loco 12 sec. 14 tert. hanc differentiam 28 sec. 58 tert. ex tabula mea computata<sup>[27]</sup>.

Quod  $2^n - 1$  dividi possit per  $n + 1$  si  $n + 1$  est numerus primus, est quidem mera observatio Fermatii, at ego hanc demonstrationem inveni. Est

$$2^n - 1 = (1+1)^n - 1 = n + \frac{n[(n-1)]}{1 \cdot [2]} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{[1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4]} + \text{etc.}$$

quorum terminorum numerus est par, ob  $n + 1$  imparem, et quisque terminus est numerus integer. Colligantur bini in unam summam, prodibit

$$2^n - 1 = \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \text{etc.}$$

cujus seriei quilibet terminus per  $n + 1$  dividi potest si fuerit numerus primus; divisio non succedit, propter denominatores, qui alicubi factorem ipsius  $n + 1$  divisione tollere possunt<sup>[28]</sup>.

Vale et fave Vir Clarissime et Celeberrime Tibi obstrictissimo

L. Eulero.

### Übersetzung

$\rangle \dots \langle$

Da ich in letzter Zeit – durch andere Verpflichtungen verhindert – meine Antworten zu Ihren mathematischen Betrachtungen auf eine andere Zeit verschieben musste, will ich Ihnen jetzt schreiben, was mir zu Ihrem letzten und zu dem vorhergehenden Brief in den Sinn gekommen ist<sup>[1]</sup>. Zuerst freilich danke ich Ihnen sehr dafür  $\rangle \dots \langle$ , dass Sie mir Ihre Kritik an der Abhandlung von Lagny, die in den *Pariser Mémoires* vom Jahre 1720 erschienen ist, mitgeteilt haben<sup>[2]</sup>. Ich finde in dieser Abhandlung durchaus nicht, was ich mir vorher erhofft habe, denn ich meinte, sie enthalte eine Methode, mit welcher alle ganzen Zahlen, die eine beliebige Diophantische Fragestellung befriedigen, gefunden werden können.

Das Problem über die bogengleichen Abschnitte bei einer Schar von Ellipsen konnte ich *a posteriori* mit meiner Reihenmethode nicht lösen, und deshalb glaube ich nicht, dass es auf die Art, in welcher ich die Konstruktion der Riccatischen Gleichung gegeben habe, gelöst werden kann. Ich kam jedoch auf eine andere direkte und äusserst weitreichende Methode, mit deren Hilfe ich nicht nur beim Problem der Orthogonaltrajektorien viel<sup>[3]</sup> mehr leisten kann, als es bisher geschehen ist, sondern auch dieselbe Konstruktion der Riccatischen Gleichung, die ich früher gefunden hatte, ohne Reihen hervorgebracht habe. Mit derselben Methode gelangte

ich also zur Gleichung für die Kurve, die von unendlich vielen Ellipsen bogengleiche Stücke abschneidet<sup>[4]</sup>. Diese ist eine Differentialgleichung zweiter Ordnung und ausserdem derart kompliziert, dass ich sie auf keine Weise auf eine Differentialgleichung erster Ordnung zurückführen konnte. Die Prinzipien dieser neuen Methode habe ich schon im vergangenen Jahr in unseren Akademischen Versammlungen vorgelesen, und die Lösung dieses Ellipsenproblems habe ich bereit, so dass sie demnächst vorgetragen werden kann<sup>[5]</sup>. Es werden jedoch mehrere Abhandlungen nötig sein, um diesen Gegenstand geziemend zu behandeln.

Auch fand ich eine spezielle und – wie mir scheint – durchaus natürliche Methode, um Quadraturen von Kurven auf Rektifikationen von algebraischen Kurven zurückzuführen. Davon habe ich schon bei der Lösung jenes Problems Gebrauch gemacht, von dem ich bereits im vergangenen Jahr berichtet habe. Dort werden zwei auf dieselbe Achse bezogene algebraische Kurven ermittelt, die zwar für sich allein nicht rektifizierbar sind, deren Rektifikation jedoch von einer gegebenen Quadratur abhängt und die so beschaffen sind, dass die Summe der Bogen, die derselben Abszisse entsprechen, rektifizierbar ist<sup>[6]</sup>. Ich wünsche sehr, dass Sie mir schreiben wollten, was Sie  $\rangle \dots \langle$  und Ihr  $\rangle \dots \langle$  Vater über dieses Problem denken.

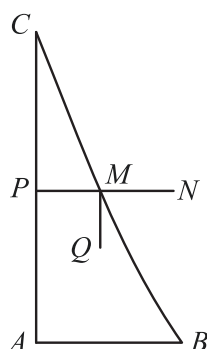
Hinsichtlich dessen, was Sie mir über die ballistische Kurve im widerstehenden Medium geschrieben haben, ist es nicht verwunderlich, dass unsere Formeln nicht übereinstimmen, weil ja von einer Näherung Gebrauch gemacht wurde<sup>[7]</sup>. Dennoch habe ich inzwischen beobachtet, dass sie nur ganz wenig voneinander abweichen. Diese Sache habe ich im ersten Band meiner *Mechanik* zusammengefasst, dessen Drucklegung bereits begonnen hat. Ich habe aber meine Formel hauptsächlich dazu eingerichtet, um den Winkel, für welchen die Wurfweite am längsten wird, zu bestimmen; dieser ist – ausser im Vakuum – stets kleiner als ein halber rechter<sup>[8]</sup>.

Im zweiten Band taucht gegen Ende das schöne Problem auf, die Bewegung eines schief schwingenden Pendels zu bestimmen, wo der Pendelkörper weder in einer vertikalen Ebene noch in einer Kreisbahn schwingt<sup>[9]</sup>. Durch Experimente steht nämlich hinreichend fest, dass diese Kurve ein Oval darstellt, das jedoch nicht in sich geschlossen ist, sondern dessen Achse oder Apsidenlinie sich fortschreitend bewegt, oder, was auf dasselbe hinausläuft, dass der Körper sich in einem beweglichen Oval um ein Zentrum bewegt, wie Newton die Apsidenbewegung betrachtet hat<sup>[10]</sup>. Zuerst habe ich allerdings vermutet, dass diese Apsidenbewegung entweder vom Luftwiderstand oder von der Reibung herkomme, durch welche auch die Schwingungen vermindert werden; aber nachdem ich die Rechnung wenigstens für das Vakuum angestellt hatte, erkannte ich nicht ohne Freude, dass der Körper tatsächlich in einer beweglichen Bahn laufen muss und dass die Apsidenbewegung um so grösser ist, je grösser die Bahn ist, in der sich der Körper bewegt. Bei sehr kleinen Schwingungen aber wird die Bahn elliptisch, und die Apsiden bleiben in Ruhe, was Sie selbst – wie ich mich erinnere – beobachtet haben, als Sie hier waren. Aus der für diese Kurve gefundenen Gleichung ist es jedoch schwierig, die Apsidenbewegung zu finden; ich habe sie aber mit derjenigen verbunden, die ich im 1. Band für die Apsidenbewegung angegeben hatte, einem Thema, das ich nicht

ohne grossen Nutzen für andere verwickelte Fragen viel ausführlicher behandelt habe, als es sowohl Newton als auch Hermann getan hatten.

Das Problem von den Schwingungen eines elastischen Streifens, der an einer festen Wand befestigt ist, lieferte mir überdies den Anlass, um über eine andere Methode nachzudenken, durch die alle Probleme dieser Art leicht gelöst werden können; ich benutzte sie zuerst bei der Bestimmung der Schwingungen des flexiblen Pendels<sup>[11]</sup>. Diese Methode habe ich bis dahin mit Ihnen gemeinsam, denn sie stützt sich auf die Lösung des Problems über die Krümmung eines Fadens unter der Einwirkung beliebiger Kräfte, sei er nun völlig biegsam oder elastisch. Diese Dinge haben wir im 3. Band der *Petersburger Commentarii* ausführlich behandelt<sup>[12]</sup>.

Jene Methode aber passe ich folgendermassen dieser Fragestellung an:



Es sei  $CMB$  ein gleichförmiges biegsames Pendel, das sehr kleine Schwingungen um  $C$  ausführt, und  $CA$  eine vertikale Gerade. Gesucht wird eine gekrümmte Linie  $CMB$  derart, dass das ganze Pendel gleichzeitig zur Vertikalen  $CA$  gelangt. Dies aber wird zutreffen, wenn die in den einzelnen Punkten  $M$  wirksamen Kräfte in Richtung  $CA$  proportional den Abständen von  $CA$  sind. Wenn daher die Kurve  $CMB$  als bekannt vorausgesetzt wird und man sich in den einzelnen Punkten  $M$  horizontal angreifende Kräfte  $MN$  vorstellt, die den Abszissen  $PM$  proportional sind, so wird sich der in  $C$  aufgehängte Faden  $CMB$ , der zugleich von diesen Kräften wie auch von der Schwerkraft<sup>[13]</sup> jedes Elements beeinflusst wird, im Gleichgewicht befinden. Auf Grund dieser Eigenschaft kann daher die Kurve mittels der im 3. Band der *Petersburger Commentarii* angeführten Methode gefunden werden. Man setze  $AB = a$ ,  $AP = x$ ,  $PM = y$ , und man erhält mit den dort gegebenen Formeln die Gleichung

$$y dx^2 + b dy dx + bx ddy = 0 \quad (dx = \text{const.}).$$

Dies ist genau die Gleichung, die Sie  $\rangle \dots \langle$  angegeben haben und die ich vorher gefunden hatte<sup>[14]</sup>.

Es bedeute nun  $CMB$  einen gewichtslosen, überall gleich dicken und gleich elastischen Faden, und es sollen bleiben  $AB = a$ ,  $AP = BM = x$  und  $PM = y$ . Nun seien  $MN$  die in den einzelnen Punkten  $M$  dieses Fadens wirkenden horizontalen

Kräfte, die zu den Abständen  $PM$  proportional sind, und gesucht ist der Zustand des Gleichgewichts. Auf dieselbe Weise erhält man die Gleichung

$$c^4 ddy = dx^2 \int dx \int y dx,$$

welche in

$$c^4 d^4 y = y dx^4$$

übergeht, und gerade diese Gleichung haben Sie mir im letzten Brief geschrieben<sup>[15]</sup>.

Ein schwerer elastischer Streifen hätte die Gleichung

$$c^4 ddy = dx^2 \int dx \int y dx + g dx^2 \int x dy$$

für die Kurve  $CMB$  geliefert, wo  $c$  von der Grösse der elastischen Kraft abhängt<sup>[16]</sup>.

Die Gleichung  $c^4 d^4 y = y dx^4$  lässt allerdings sehr vieles offen, weil durch die vier Integrationen sich vier Konstanten ergeben können und sie auch die Gleichungen  $c^2 ddy = y dx^2$  und  $c dy = y dx$  umfasst, doch keine von beiden genügt der Fragestellung. Der Fall der Kurve  $CMB$  ist aber in der Gleichung  $c^4 d^4 y = y dx^4$  mit der Einschränkung enthalten, dass sowohl  $\int y dx$  wie auch  $\int dx \int y dx$  verschwinden, wenn  $x = 0$  gesetzt wird. Daher kann die Kurve sehr bequem mittels einer Reihe erkannt werden, die neben jenen Bedingungen aus der Gleichung  $c^4 d^4 y = y dx^4$  erhalten wird, nämlich

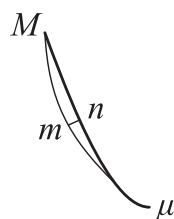
$$y = a \left( 1 - \frac{x}{b} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot c^4} - \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 5 \cdot b c^4} + \frac{x^8}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 8 \cdot c^8} - \frac{x^9}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 9 \cdot b c^8} + \text{etc.} \right)$$

Darin steckt zwar eine neue Konstante  $b$ , die aber aus der Länge  $CA$  bestimmt werden kann, denn wenn man  $y = 0$  und  $x = CA$  setzt, ergibt die Gleichung den Wert von  $b$ . Setzt man also  $AC = f$ , dann wird

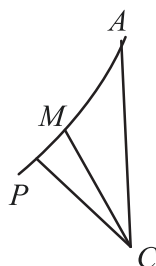
$$b = \left( f + \frac{f^5}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 5 \cdot c^4} + \frac{f^9}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 9 \cdot c^8} + \text{etc.} \right) : \left( 1 + \frac{f^4}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 4 \cdot c^4} + \frac{f^8}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 8 \cdot c^8} + \text{etc.} \right).$$

Aus diesem Grunde löst die Gleichung  $c^4 d^4 y = y dx^4$  das Problem vollkommen. Und mit dieser Methode wird es nicht viel schwieriger sein, dasselbe Problem zu lösen, wenn der Streifen nicht überall gleich dick und gleich elastisch angenommen wird.

Was meine Brachystochronen im widerstehenden Medium anbelangt<sup>[17]</sup>, genügt es, zwei benachbarte Elemente zu betrachten, um jene aufzufinden, weil nur eine einzige Bedingung gestellt ist: die Eigenschaft nämlich, dass sie ein Maximum oder ein Minimum besitzen.



Wenn also zwei solche Elemente  $Mm$ ,  $m\mu$  gegeben sind und der bekannte<sup>[18]</sup> Punkt  $m$  in eine benachbarte Lage  $n$  verschoben wird, so müssen die Zeiten des Abstiegs längs  $Mm\mu$  und  $Mn\mu$  gleich sein. Hier kann problemlos angenommen werden, dass die Bogenstücke  $Mm$  und  $Mn$  mit derselben Geschwindigkeit durchlaufen werden; die Geschwindigkeiten längs  $m\mu$  und  $n\mu$  sind jedoch, auch wenn  $mn$  horizontal ist, im widerstehenden Medium nicht gleich, wie das Hermann angenommen hat. Und auch im Vakuum ist es nicht gestattet, die Geschwindigkeiten längs  $m\mu$  und  $n\mu$  gleichzusetzen, ausser wenn  $mn$  eine kleine horizontale Strecke ist; in diesem Fall resultieren durch  $Mm$  und  $Mn$  gleiche Geschwindigkeitszuwächse. Obgleich aber Hermann bei der Bestimmung der Brachystochronen im Vakuum für die Hypothese der Zentralkräfte  $mn$  senkrecht zur Richtung der Zentripetalkraft setzt, hat er sich dennoch auch in dieser Sache getäuscht<sup>[19]</sup>. Die entsprechenden Kurven sind nämlich ganz andere, als er sie dargestellt hat.



Es sei nämlich  $C$  das Kräftezentrum und  $AM$  die Brachystochrone. Die Geschwindigkeit in  $M$  ist nicht dem Sinus des Winkels  $PMC$  mit der Tangente  $MP$  proportional, sondern dem Lot  $CP$  auf die Tangente<sup>[20]</sup>.

Gerade diese Regel muss auch bei der Bestimmung der Kurve eines Strahles, der durch die Atmosphäre geht<sup>[21]</sup>, beobachtet werden, wenn letztere nicht als aus ebenen, sondern aus kugelförmigen Schichten bestehend betrachtet wird, wie es Herr Bouguer gemacht hat in seiner Abhandlung, mit welcher er den Preis über die Beobachtung der Elevation auf See erlangt hat<sup>[22]</sup>. Dabei stellte er zuerst diese irrige Regel auf, die Geschwindigkeit des Strahls müsse dem Sinus des Winkels  $PMC$  proportional sein; dann aber – als ob es ihm zu schwierig wäre, dies in die Rechnung einzuführen – vernachlässigte er, als er die Geschwindigkeit durch drei benachbarte Elemente betrachtete und untereinander verglich, zu Unrecht das Element des Strahls  $CM$  und setzte die Geschwindigkeit dem Lot  $CP$  selber proportional, wo er doch gemäss seinen eigenen Prinzipien  $\frac{CP}{CM}$  hätte setzen müssen.

Mit sehr viel Glück für ihn kam es also dazu, dass er infolge eines krassen Fehlers ein falsches Prinzip in ein richtiges verwandelte<sup>[23]</sup>.

Ausserdem erwähnen Sie  $\rangle \dots \langle$  ein Problem, worin unter allen Brachystochronen im widerstehenden Medium diejenige gesucht wird, über welche ein Körper am schnellsten zu einer gegebenen Linie gelangt, sei sie nun gerade oder gekrümmt. Dies ist aber schon früher von Ihrem Vater geleistet worden, wobei er bewiesen hat, dass die Synchrone der Brachystochronen die Orthogonaltrajektorie ist<sup>[24]</sup>, was im widerstehenden Medium gleicherweise zutrifft wie im Vakuum. Also wird unter allen von einem Punkt aus gezogenen Brachystochronen jene gesucht, die eine gegebene Linie – sei sie nun gerade oder gekrümmt – unter rechten Winkeln schneidet.

Die Lösung, die Sie mir für das Problem, eine Gleichung zu finden, zugesandt haben, ist zwar in einer kurzen Formel enthalten, kann jedoch nicht so leicht mit Hilfe der Tafeln erschlossen werden<sup>[25]</sup>. Diese Ihre Methode ist ja dieselbe, die Herr Delisle und Herr Winsheim anwenden wollten und die – wenn ich nicht irre – Horrebow zugeschrieben wird<sup>[26]</sup>. Es ist nämlich überaus mühsam, den Winkel zur Sonne zu berechnen. Ausserdem muss der Zuwachs oder die Verminderung der Sonnendeklination im Beobachtungsintervall in Zeitsekunden gegeben sein, welche man auf eben diese Weise in den Tafeln nicht findet. Ich musste also zuerst aus den Längen der Sonne, die gewöhnlich in Zeitsekunden dargestellt werden, auch die Deklinationen in Zeitsekunden ausdrücken, bevor ich zur eigentlichen Rechnung schreiten konnte. In beiden Aufgaben aber habe ich aus den Daten mittels Auflösung der sphärischen Dreiecke die Rechnung zu Ende geführt und die Unbekannte bestimmt. Ich betrachtete aber den Zuwachs der Deklination im entsprechenden Beobachtungsintervall wie auch die Mittagsdifferenz als unendlich klein und kennzeichnete diese durch Differentiale, und auf diese Weise geht schliesslich die sonst äusserst arbeitsaufwendige Rechnung in eine leichte Formel über. In dem von Ihnen angeführten Beispiel für die Mittagsgleichung bei einer Polhöhe von  $60^\circ$  und einem Beobachtungsintervall von 6 Stunden werden Sie selbst bemerken, dass Sie sich bei der Rechnung geirrt haben: Ich fand nämlich mit der von mir berechneten Tabelle anstelle von 12 Sekunden 14 Terzen die Differenz 28 Sekunden 58 Terzen<sup>[27]</sup>.

Dass  $2^n - 1$  durch  $n + 1$  geteilt werden kann, wenn  $n + 1$  eine Primzahl ist, ist zwar nichts als eine Beobachtung von Fermat, aber ich habe den folgenden Beweis dafür gefunden: Es ist

$$2^n - 1 = (1+1)^n - 1 = n + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \text{etc.}$$

Die Anzahl dieser Terme ist gerade, weil  $n + 1$  ungerade ist, und jeder Term ist eine ganze Zahl. Man bilde aus je zwei Termen eine Summe, wodurch

$$2^n - 1 = \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \text{etc.}$$



entsteht. Jeder Term dieser Reihe kann durch  $n + 1$  dividiert werden, wenn das eine Primzahl ist; [sonst] gelingt die Division nicht wegen der Nenner, die irgendwo einen Faktor von  $n + 1$  durch Division wegheben können<sup>[28]</sup>.

Leben Sie wohl  $\rangle \dots \langle$  und bleiben Sie gewogen Ihrem Ihnen sehr verbundenen

L. Euler.

R 102 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Briefe Nr. 11 und 12

Petersburg, ca. 8. Juni (28. Mai) 1735

Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt<sup>[29]</sup>, 6 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 19, Bl. 146–151

Am 8. Juni (28. Mai) der Akademischen Konferenz zum Kopieren vorgelegt und am 17. (6.) Juni zur Absendung retourniert (cf. *Protokoly* 1, p. 202–205)

[1] Mit diesem Brief beantwortet Euler D. Bernoullis Briefe Nr. 11 und 12.

[2] Cf. Brief Nr. 11, Anm. 15; Lagny (1722).

[3] Im Original: multa.

[4] Im Original: abscindentem.

[5] Cf. Brief Nr. 9, Anm. 4 und 5.

[6] Cf. Brief Nr. 10, Anm. 22.

[7] Im Original: est.

[8] Der freien Bewegung eines Körpers im widerstehenden Medium widmete Euler das 6. Kapitel des ersten Bandes seiner *Mechanik* (E. 15). Im Beispiel 2 der Proposition 117 (§§ 973–979) untersucht er mittels mehrerer Approximationen die Wurfbahn in einem proportional zu den Geschwindigkeitsquadraten widerstehenden Medium unter der Annahme, dass die Wurfbahn durch ein Polynom dritten Grades beschrieben wird. Dabei findet Euler, dass der Winkel, für den die Wurfweite am grössten wird, ausser im Vakuum stets kleiner ist als ein halber rechter Winkel.

[9] Cf. den zweiten Band von Eulers *Mechanik* (E. 16, Prop. 99).

[10] Cf. Newton, *Prinzipien* (Lib. I, Prop. XLIII–XLV).

[11] Cf. Anhang zu Brief Nr. 17, Anm. 2.

[12] Cf. die diesbezüglichen Abhandlungen von Euler (E. 8) und D. Bernoulli (1732, DB. 15), die im 3. Band der *Petersburger Commentarii* (für 1728) 1732 gedruckt wurden.

[13] Diese Schwerkraft ist in der Figur mit  $MQ$  bezeichnet.

[14] Diese Gleichung erhielt D. Bernoulli in seiner Abhandlung über die Schwingungen flexibler Ketten, die er im September 1734 an die Petersburger Akademie gesandt hatte (1740, DB. 25, § 7). Euler las sie – mit seinem Kommentar – erst am 19. (8.) November 1734 vor, nachdem er seine eigene Abhandlung über dasselbe Thema (E. 49) in drei Konferenzsitzungen – vom 2. November (21. Oktober) bis zum 12. (1.) November – vorgelesen hatte (cf. *Protokoly* 1, p. 117–118; *Materialy* 6, p. 329; *Chronik* 1, p. 142–144).

[15] Cf. Brief Nr. 12, p. 137 / 141 h.v.

[16] In seiner Abhandlung E. 40 (cf. Anhang zu Brief Nr. 17, Anm. 2) widmete Euler den Schwingungen schwerer Streifen nur einen einzigen Artikel (§ 41) und erhielt dafür die Gleichung  $f A d^4 y = y dx^4 + \alpha f dx^3 dy + \alpha f x dx^2 ddy$ , die er damals jedoch nicht weiter untersuchen konnte (in E. 40 benutzt Euler die Bezeichnung  $u$  anstelle von  $y$ ).

[17] Cf. Eulers Abhandlung über die Brachystochronen im widerstehenden Medium (E. 42), die er im Februar 1734 in der Akademischen Konferenz vorlas (cf. *Protokoly* 1, p. 83–86; *Chronik* 1, p. 136).

[18] Im Original: cognitionem.

[19] Cf. Hermanns Abhandlung über die allgemeine Theorie der Bewegung (1729). Euler kritisierte sie in dem oben (Anm. 17) erwähnten Vortrag scharf, wurde jedoch daraufhin aufgefordert, seine Kritik an dem kürzlich verstorbenen Kollegen im schriftlichen Text seiner Abhandlung zu mildern (cf. *Protokoly* 1 und *Chronik* 1, *ibid.*).

- [20] Cf. Hermann (1729).  
 [21] Im Original: transeuntia.  
 [22] Cf. Bouguers Preisschrift (1729), und zwar das erste Kapitel des zweiten Teils *De la réfraction astronomique*.  
 [23] Cf. Bouguers Preisschrift (1729).  
 [24] Cf. Johann I Bernoullis Abhandlung über die Brachystochronen (JB. 37).  
 [25] In der Tat lässt sich D. Bernoullis Formel einfach in jene Form überführen, wie sie bereits Euler aufgestellt hatte und wie sie üblicherweise auch angegeben wird:

$$\sin M_0PM = \frac{1}{2} \frac{a}{b} \frac{\gamma}{c} = \frac{1}{2} \frac{\sin \Delta\delta \cos ZSP}{\sin SP \sin ZSP} = \frac{1}{2} \frac{\sin \Delta\delta}{\cos \delta} \cot q,$$

wobei  $q \doteq ZSP$  den sogenannten parallaktischen Winkel des nautischen Dreiecks  $ZPS$  bezeichnet. Mit dem Stundenwinkel  $t \doteq ZPS$  ist  $q$  gegeben durch

$$\cot q = \frac{\cos \delta \tan \varphi}{\sin t} - \sin \delta \cot t,$$

wobei  $\varphi$  die geographische Breite des Beobachtungsortes bezeichnet. Somit ergibt sich schliesslich

$$\sin M_0PM \approx M_0PM \approx \frac{1}{2} \Delta\delta \left( \frac{\tan \varphi}{\sin t} - \frac{\tan \delta}{\tan t} \right),$$

wobei zu berücksichtigen ist, dass  $\Delta\delta$  die Deklinationsänderung während des gesamten Beobachtungsintervalls darstellt. Bernoullis Formel beruht also wesentlich auf der Bestimmung des parallaktischen Winkels  $q$ , der tatsächlich «nicht so leicht mit Hilfe der Tafeln erschlossen werden» kann.

- [26] Die Methode der korrespondierenden (Sonnen-)Höhen ist seit der Antike bekannt und erfreute sich bis ins 18. Jahrhundert hinein besonderer Beliebtheit, da die Beobachtungsmethode nur einer gut gehenden Uhr bedarf und der Refraktion nur wenig unterliegt. Könnte man den in D. Bernoullis Formel benötigten parallaktischen Winkel  $q$  problemlos und genau messen, so wäre man in der Lage, die Mittagsverbesserung sogar ohne Uhr direkt zu bestimmen. Was die Originalität dieser Methode betrifft, irrt Euler: In der vorliegenden Form ist sie tatsächlich Bernoullis *ureigenste* Methode; Horrebow hatte sie bloss in der altbekannten Manier verwendet (cf. Horrebow 1735, p. 56–62). Eulers Kritik ist jedoch insofern angebracht, als  $q$  schwierig zu messen bzw. aufwendig zu berechnen ist.
- [27] Zur Herleitung der Eulerschen Formel cf. E. 50 (O. II, 30, p. XI–XII, 13–25). Das mit dieser Formel berechnete Beispiel (unter Annahme einer Deklinationsänderung von  $24'$ ) ergibt  $29^s24'''$ .
- [28] Es handelt sich um den Beweis des kleinen Fermatschen Satzes  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$  für  $a = 2$ . Eulers diesbezügliche Abhandlung (E. 54) wurde am 13. (2.) August 1736 vorgelegt (cf. *Protokoly* 1, p. 291; *Chronik* 1, p. 175) und erschien 1741 im 8. Band der *Petersburger Commentarii*. Die im vorliegenden Brief skizzierte Beweisidee schickte Euler fast gleichzeitig auch in seinem Brief vom Juni 1735 (R 584) an Ehler. Wenig später fügte Euler diesem etwas schwerfälligen Beweis den additiven Beweis für den kleinen Fermatschen Satz im Allgemeinen hinzu, der auf der binomischen Entwicklung von  $(a+1)^p$  beruht (cf. O. I, 2, p. 33–37).
- [29] Die Kanzleikopie enthält mehrere Schreibfehler, die hier stillschweigend korrigiert sind.

16

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, August 1735

Pour Mons<sup>r</sup> le Prof. Euler

Ich habe S<sup>r</sup> HEdgb. brieff erhalten und die incluse sogleich bestellt; auff meinen brieff<sup>[1]</sup>, werde umbständlich] antworten wan ich den schon lang erwarteten mathematischen brieff werde empfangen haben, und wil alsdan den anderen theil meiner dissertation schicken.

Der H. (J.S.) Koenig von Bern ist ein gar gutes *subjectum* sonderlich] vor sein alter: bisweilen will er alzuviel raffinieren und hat eine gar zu gute opinion von sich selber, welches noch sejner jugend zuzuschreiben. Seine 3 letzte *problemata* sind leicht: es ist curios daß ich in einer viertelstund sein logogriphe errahten; die wort sind solche: *Hoc centrum turbinationis est ipsum centrum gravitatis*.<sup>[2]</sup>

Dero *Mechanic* erwarte mit großem verlangen: Sie thun wohl solche unserem *Maecenati* dem H. Kammerh[errn] (von Korff) zu dedizieren<sup>[3]</sup>. Ich bitte demselben meine schuldigste pflicht und respect zu vermelden, nebst meiner wahren danckbarkeit für sein so kräftiges und wohl gelungenes *patrocinium*. Die 200 R. bitte den H. Professor in das künfftige alzeit für mich einzuziehen und selbige mir nach abziehung aller gehabten kösten zu übermachen.

Der H. Pfarrer Euler hat mir wegen dem buchhandler geredt: unser buchhandel ist bodenliederlich bestellt in Basel: es wäre beßer sich an H. Doulsecker in Strasburg, der gar eine weite correspondenz hat, zu adressieren.

Ich versichere den H. Professor meiner aufrichtigen und schuldigsten ergebnheit.

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

}...{

Ihren Brief habe ich erhalten und die Beilage sogleich zugestellt; auf Ihren Brief<sup>[1]</sup> werde ich ausführlich antworten, wenn ich den schon lange erwarteten mathematischen Brief empfangen haben werde, und dann will ich den zweiten Teil meiner Dissertation schicken.

Herr (J.S.) König von Bern ist ein vortrefflicher Mann, besonders für sein Alter: Zuweilen will er allzu raffiniert sein und hat eine allzu hohe Meinung von sich selbst, was noch seiner Jugend zuzuschreiben ist. Seine letzten 3 Probleme sind leicht: Es ist kurios, dass ich nur eine Viertelstunde gebraucht habe, um sein Logogryph zu erraten; die Worte sind die folgenden: «*Hoc centrum turbinationis est ipsum centrum gravitatis*.»<sup>[2]</sup>

Ihre *Mechanik* erwarte ich mit grossem Verlangen. Sie tun gut daran, diese unserem Mäzen, dem Kammerherrn (von Korff), zu widmen<sup>[3]</sup>. Bitte melden Sie

diesem meine schuldigste Pflicht und Respekt nebst meiner aufrichtigen Dankbarkeit für seine so kräftige und wohlgelungene Fürsorge. Ich bitte Sie, die 200 Rubel in Zukunft immer für mich einzuziehen und mir diese nach Abzug aller gehaltenen Kosten zu übermachen.

Herr Pfarrer Euler hat mit mir wegen des Buchhändlers gesprochen: Unser Buchhandel in Basel ist grundliederlich bestellt; es wäre besser, sich an Herrn Dulsecker in Strassburg, der eine sehr weitläufige Korrespondenz hat, zu wenden.

Ich versichere Sie meiner aufrichtigen und schuldigen Ergebenheit.

Daniel Bernoulli

R 109 Antwort D. Bernoullis auf einen nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Sommer 1735  
 Basel, August 1735  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 145–145v

- [1] Dieser Brief Eulers ist nicht erhalten geblieben.
- [2] Königs Lösung verbarg sich unter dem Logogryph  $a^3bc^3e^3ghi^6m^3n^4o^2pr^4s^3t^7u^4v$ . – Cf. Brief Nr. 14, Anm. 14.
- [3] Eulers zweibändige *Mechanik* erschien im folgenden Jahr als Beilage der *Petersburger Commentarii* mit einer Widmung an Korff.

17

D. BERNOULLI AN L. EULER  
 Basel, 26. Oktober 1735

HochEdelgeborner

Insonders Hochgeehrter H. Professor und werthester Freund

Hiebey überschicke ich den andern theil meiner dissertation, worauß Sie ersehen werden, daß in denen *principiis* viele *realia* stecken: Ich demonstriere daß die *pressio venae aqueae* den bewusten *duplum cylindrum* ausmache und confirmiere solches mit *indubitatis experimentis*: Wan also meine dissertation kein ander merite hat, ist sie doch darin nicht zu verachten, daß sie ein von allen *physicis unanimiter* recipierten irthumb ausgetilget. Sonsten sind noch gar viel *casus*, da ich meine *principia* nutzlich anwenden kan<sup>[1]</sup>.

Ich hab mir die ehr gegeben vor ungefehr 10 wochen Ew. HEdgb. ein zedulein zu zuschicken<sup>[2]</sup> und darin volmacht gegeben das gelt vor mich zu entheben und es mir so gleich hieher zu schicken. Ew. HEdgb. haben die güte mir zu bedeuten ob ich nechst dem H. Kammerherren (von Korff) noch anderen Patronen zu dancken habe. Ich schreibe diesem Herren nicht umb Ihne nicht zu oft zu incommodieren und verschiebe meine formliche dancksagung biß auff empfangung des *diplomatis*<sup>[3]</sup>: Es werden aber Ew. HEdgb. hoffentl[ich] Ihne unterdeßen meine cour machen und trachten mich in seinen gunsten zu maintainieren. Ich kan

mich nicht genug über I[hro] K[ayserlichen] M[ajestaet] 〈Anna Ioannovna〉 munificenz gegen die Academie verwundern. Ludovicus Magnus 〈Louis XIV〉 hat sich gewislich umb die wißenschafften sehr meritiert gemacht, aber nicht mitten in den Kriegstrouben, in welchem egard es noch kein Monarch unserer Glorwürdigsten Kayßerin gleich gethan. Da nun die Academie jährlich 54000 R. hat, wie Sie melden, wird ohne zweiffel aus den beiden Academien ein *corpus* gemacht worden sejn<sup>[4]</sup>.

Es nimt mich auch wunder, daß der H. De Lisle wieder seine dimission begehrt hat<sup>[5]</sup>. Er hat in Paris gar viel feind. Wißen Ew. HEdgb. schon daß der Mr. de Maupertuis und der H. Clairaut denominiert sind in den *Sinum Bothnicum* zu fahren umb dort *experimenta* und observationen zu machen, welche meistens *pro figura Terrae determinanda* dienen sollen<sup>[6]</sup>. Vielleicht hat der H. Delisle ordre von dem frantzösischen hoff sich auch dorten einzufinden. Es ist wohl schad, daß diese 2 höße nicht in einer guten harmonie stehen<sup>[7]</sup>, dan nichts wäre nutzlicher für die wißenschafften als eine genawe relation zwischen den beiden Academien, welche nunmehr die 2 einzige sind in Europa, so da meritieren genent zu werden<sup>[8]</sup>. Vielleicht wird aber deßen ohngeacht auch jemand aus Ihren Mitteln in den *Sinum Bothnicum* geschickt werden, umb *conjunctis viribus* an einigen observationen zu arbeiten<sup>[9]</sup>. Ich wolte wünschen, daß Sie hin geschickt wurden: Niemand könnte beßere anschläg geben: Sie wurden eine große frewd haben mit dem H. Clairaut bekant zu werden: Vielleicht kommen sie auch auff Petersburg, wan Ihnen solches vergünstiget wird.

Ich habe an H. Prof. Wetstein in Amsterdam einige exemplar von denen piecen, so den prix von 1734 bekommen, adressiert, damit solche mit occasion Ew. HEdgb. zu geschickt werden<sup>[10]</sup>; wan Sie solche empfangen, bitte dem H. Kammerh[errn] 〈von Korff〉 in meinem nammen eines zu offerieren und dem H. Moula, nachdeme Sie alle exemplar auff mein conto werden recht haben einbinden laßen. Ich hab sie nicht können einbinden laßen.

Die Rußischen troupes so in unserer nachbarschaft sind, machen Ihrer Nation gar viel ehr: alle leüt so durch Ihr lager passiert sind, reden von der guten disciplin und gutem ansehen, wie auch der officierer höfflichkeit<sup>[11]</sup>: Ich werde vielleicht auch einmahl eine tour dahin machen.

Wan mein Vatter ein *diploma* bekommen soll, so ist zu wünschen, daß solches nicht mehr lang auffgeschoben werde<sup>[12]</sup>, dan er schon alt ist, und zimlich valetudinaire: Eben jetz hat er einen starcken husten: Er last sonsten Ew. HEdgb. dienstfreündl[ichst] grüßen.

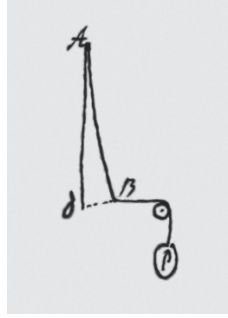
Ich für mein theil bin so zu sagen ein anderer mensch worden, *ratione* der gesundheit, seit deme ich unseren guten schweitzer lufft genieße. Gestern bin ich in compagne gewesen von einem H. Burcard, so von Riechen selbigen tag gekommen<sup>[13]</sup>, welcher mir gesagt, daß sich Ihre dortige familie gar wohl befinde. Die in Petersburg kurtzlich angekommene basler compagne werden sich hoffentl[ich] alle wohl auff befinden; welche alle dienst[fertigst] grüße nebst dem H. Bruckner. Der F. Liebsten 〈Katharina〉 und Ihres H. Vatters 〈Gsell〉 sämtl[icher] werthester familie bitte meine empfehlung sonderlich zu machen.





Es ist alhier vor ein paar wochen ein Rahtsherr abgesetzt worden, weilen er geschenck angenommen: dieses hat mich gemahnt an denjenigen, so in Holland wegen der sodomiterey verbrant worden<sup>[14]</sup>. Der hiesige Ambassador (von Prié) wird künfftigen sonntag ein Magnifiques festin geben, welches uns basleren schon etwas rares ist<sup>[15]</sup>.

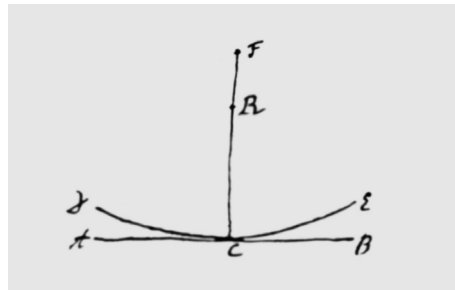
Ich schreite nun zu den *mathematicis*. Ewer HEdgb. observationen *de vibrationibus laminae elasticae* kommen mit meinen überein. Das notabelste, so darbey auszurechnen, ist dieses.



*Data longitudine laminae elasticae AD vel AB, dato ejus pondere: dataque distantia DB appenso pondere P debita, cujus ope elasticitas habetur, invenire numerum absolutum vibrationum pro dato tempore.* Ich erwarte Ew. HEdgb. mathematischen brieff mit großem verlangen<sup>[16]</sup>.

*Occasione* des H. (J.S.) Königs *problematum* habe ich die *leges motuum a percussione, quando directio impulsus non per centrum gravitatis transit, generalissime* solviert: Mein Vatter ist über diesen punct nicht meiner meinung und hat ein andere solution: Ich glaub aber daß er die sach nur *obiter* betrachtet, dan ich bin in meiner solution gewiß<sup>[17]</sup>.

Ewer HochEdgb. sagen mir von den *oscillationibus* einer wiegen: Ich habe solche auch ausgerechnet nemlich derer *durationem, quando sunt infinite parvae*. Meine solution ist diese<sup>[18]</sup>: *Sit ACB pavementum horizontale, cui se applicat arcus DCE, utcunque gravis et oneratus. Sit centrum gravitatis totius systematis in R, ducatur verticalis CRF, cillationis pro puncto suspensionis C, sit radius osculi in C = R; CR = b; CF = β; erit longitudo penduli isochroni cum vibrationibus arcus DCE =  $\frac{b\beta}{R-b}$ .*





Newlich hat mich ein frembder gelehrter gebetten zu untersuchen, wie viel waßer ungefehr in einer secunden den Rhein hinunter lauffe, da ich dan gefunden, daß eines in das andere gerechnet man 15 000 cubische schuhe rechnen könne<sup>[19]</sup>.

Es ist wieder ein *tomus* von den *Pariser memoires* herausgekommen<sup>[20]</sup>, aber von *mathematicis, physicis et mechanicis* wenig darin; wan Sie belieben kan ich Ihnen eine kleine recension darvon schicken. Der H. Bouguer und der H. Maupertuis haben einige sachen darin von courbes de poursuite, welche nemlich ein schiff beschreibt, wan es alzeit grad loß laufft auff ein ander schiff, so in einer geraden linien gehet *velocitatibus utrobique constantibus*<sup>[21]</sup>. Man könnte über diese materie viel *problemata* erdencken.

Des H. Kühn *conceptus* über die *numeros negativos* und *radicales* sind sehr wunderlich und bloßen einer demangeaison sich in etwas zu distinguiren zuzuschreiben: indem er übrigens scheint rechte *fundamenta* gelegt zu haben<sup>[22]</sup>.

Mein Bruder ⟨Johann II⟩ last sich Ew. HEdgb. empfehlen: er ist newlich von Einer *Amplissima Regentia* zum *vicario* an des H. Prof. Weissen stell ernent worden in der morall<sup>[23]</sup>. Beßliegenden brieff an H. Moula bitte Ew. HEdgb. zu bestellen. Wan ich vermög meiner charge das glück solte haben in eine reguläre correspondenz zu kommen mit der Academie, mag ich gern leiden, daß unter diesem couvert so wohl Ew. HEdgb. als der H. Moula mir ihre brieff adressieren, dan Sie wißen wohl, daß solche nicht kostbar sind alhier, wan es nur der H. Kammerherr ⟨von Korff⟩ gern siehet. Haben Sie lang keine brieff erhalten von dem H. Bilfinger: Er ist nun bej *Serenissimo* ⟨Karl Alexander⟩ premier Ministre<sup>[24]</sup>.

Ich verharre mit aller möglichsten estime und attachement,  
Monsieur, mon tres cher Ami,  
votre tres humble et tres obeiß[ant] Serviteur

Daniel Bernoulli

Basel den 26. 8br. 1735.

### Übersetzung

⟩...⟨

Hiermit schicke ich den zweiten Teil meiner Abhandlung, aus der Sie ersehen werden, dass in diesen Prinzipien viele Realien stecken. Ich beweise, dass der Druck des Wasserstrahls den bewussten doppelten Zylinder ausmacht, und bestätige das mit unbezweifelbaren Experimenten. Wenn also meine Abhandlung kein anderes Verdienst hat, so ist sie doch des Umstandes wegen nicht zu verachten, dass sie einen von allen Physikern einmütig aufgenommenen Irrtum ausmerzt. Auch sonst gibt es noch viele Fälle, auf welche ich meine Prinzipien nützlich anwenden kann<sup>[1]</sup>.

Vor ungefähr zehn Wochen habe ich mich beehrt, Ihnen ein Zettelchen als Vollmacht zu schicken<sup>[2]</sup>, das Geld für mich entgegenzunehmen und es mir sogleich hierher zu schicken. Sagen Sie mir bitte, ob ich neben dem Kammerherrn ⟨von Korff⟩ noch anderen Gönnern zu danken habe. Ich schreibe diesem Herrn nicht,

um ihm nicht zu oft zur Last zu fallen, und verschiebe meinen formellen Dank bis zum Empfang des Diploms<sup>[3]</sup>. Inzwischen werden aber Sie ihm hoffentlich meine Aufwartung machen und danach trachten, mich in seiner Gunst zu erhalten. Ich kann die Freigebigkeit Ihrer Kaiserlichen Majestät (Anna Ioannovna) gegenüber der Akademie nicht genug bewundern. Gewiss hat sich Ludwig der Grosse (Louis XIV) um die Wissenschaften sehr verdient gemacht, jedoch nicht mitten in den Kriegswirren, in welcher Hinsicht es noch kein Monarch unserer ruhmreichen Kaiserin gleichgetan hat. Da nun die Akademie, wie Sie melden, über jährlich 54 000 Rubel verfügt, wird ohne Zweifel aus den beiden Akademien eine einzige Körperschaft gemacht worden sein<sup>[4]</sup>.

Es wundert mich auch, dass Herr Delisle wieder um seine Entlassung ersucht hat<sup>[5]</sup>. Er hat in Paris sehr viele Feinde. Wissen Sie schon, dass die Herren de Maupertuis und Clairaut beauftragt worden sind, in den Bottnischen Meerbusen zu fahren, um dort Experimente und Beobachtungen zu machen, die vorwiegend zur Bestimmung der Gestalt der Erde dienen sollen?<sup>[6]</sup> Vielleicht hat Herr Delisle Anweisung vom französischen Hof, sich auch dort einzufinden. Es ist sehr schade, dass diese beiden Höfe nicht in gutem Einklang miteinander stehen<sup>[7]</sup>, denn nichts wäre für die Wissenschaften nützlicher als eine enge Beziehung zwischen den beiden Akademien, die jetzt in Europa die zwei einzigen sind, die diesen Namen verdienen<sup>[8]</sup>. Vielleicht aber schickt man, dessen ungeachtet, jemanden aus Ihrer Mitte nach dem Bottnischen Meerbusen, um mit vereinten Kräften an einigen Beobachtungen zu arbeiten<sup>[9]</sup>. Ich wünschte, dass man Sie hinschicken würde, denn niemand könnte bessere Ratschläge geben. Sie würden eine grosse Freude haben, mit Herrn Clairaut bekannt zu werden. Vielleicht kommen sie auch nach Petersburg, wenn es ihnen bewilligt wird.

An Herrn Prof. Wettstein in Amsterdam habe ich einige Exemplare der Schriften, die den Preis von 1734 zugesprochen bekamen, abgeschickt, damit diese bei Gelegenheit Ihnen zugeschickt werden<sup>[10]</sup>. Wenn Sie diese empfangen haben, bitte ich Sie, dem Kammerherrn (von Korff) und Herrn Moula in meinem Namen je eines zu offerieren, nachdem Sie alle Exemplare auf meine Rechnung haben einbinden lassen – mir war dies nicht möglich.

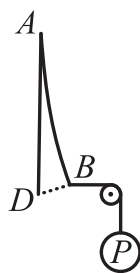
Die russischen Truppen, die in unserer Nachbarschaft stationiert sind, machen ihrer Nation grosse Ehre: Alle Leute, die ihr Lager passiert haben, reden von der guten Disziplin und dem guten Aussehen wie auch von der Höflichkeit der Offiziere<sup>[11]</sup>. Vielleicht werde ich auch einmal einen Abstecher dorthin machen.

Wenn mein Vater ein Diplom bekommen soll, so ist zu wünschen, dass dies nicht mehr lange aufgeschoben werde<sup>[12]</sup>, denn er ist schon alt und ziemlich kränklich; im Moment hat er einen starken Husten. Übrigens lässt er Sie freundlichst grüssen.

Ich für mein Teil bin gesundheitsmässig sozusagen ein anderer Mensch geworden, seitdem ich unsere gute Schweizer Luft geniesse. Gestern war ich in Gesellschaft eines Herrn Burckhardt, der gleichentags von Riehen gekommen ist<sup>[13]</sup> und der mir ausgerichtet hat, dass es Ihrer dortigen Familie sehr gut geht. Die kürzlich in Petersburg angekommene Basler Gesellschaft wird sich hoffentlich wohlauf befinden – ich grüsse sie alle nebst Herrn Bruckner. Empfehlen Sie mich bitte be-

sonders der Frau Liebsten ⟨Katharina⟩ wie auch der gesamten wertesten Familie Ihres Vaters ⟨Gsell⟩. Vor ein paar Wochen ist hier ein Ratsherr abgesetzt worden, weil er Geschenke angenommen hat. Dies gemahnte mich an denjenigen, der in Holland wegen Sodomie verbrannt worden ist<sup>[14]</sup>. Der hiesige Gesandte ⟨von Prié⟩ wird am kommenden Sonntag ein grossartiges Fest geben, was bei uns Baslern schon etwas Seltenes ist<sup>[15]</sup>.

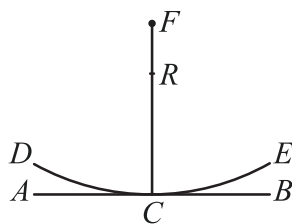
Ich komme nun zu den mathematischen Dingen. Ihre Beobachtungen über die Schwingungen des elastischen Streifens stimmen mit den meinigen überein. Das Bemerkenswerteste, was dabei auszurechnen ist, ist folgendes:



Gegeben sei die Länge  $AD$  oder  $AB$  des elastischen Streifens sowie dessen Gewicht, ebenso die Distanz  $DB$ , die zum Gewicht  $P$  gehört, mit dessen Hilfe man die Elastizität erhält. Zu finden ist die absolute Anzahl der Ausschläge in einer gegebenen Zeit. Ihren mathematischen Brief erwarte ich mit grossem Verlangen<sup>[16]</sup>.

Aus Anlass der Probleme von Herrn ⟨J.S.⟩ König habe ich die Gesetze der Stossbewegungen, wenn die Richtung des Impulses nicht durch den Schwerpunkt geht, ganz allgemein gelöst. In diesem Punkt ist mein Vater nicht meiner Meinung; er hat eine andere Lösung. Ich glaube jedoch, dass er die Sache nur oberflächlich betrachtet hat, denn ich bin mir meiner Lösung sicher<sup>[17]</sup>.

Sie berichten mir von den Schwingungen einer Wiege. Ich habe diese auch ausgerechnet, nämlich ihre Dauer, wenn sie unendlich klein sind. Meine Lösung ist die folgende<sup>[18]</sup>:



Sei  $ACB$  der horizontale Fussboden, auf dem ein irgendwie mit Masse belegter oder belasteter Bogen  $DCE$  abrollt; der Schwerpunkt des ganzen Systems sei in  $R$ , und man ziehe die Senkrechte  $CRF$ ;  $F$  sei das Schwingungszentrum für den Aufhängepunkt  $C$ , der Krümmungsradius in  $C = R$ ,  $CR = b$ ,  $CF = \beta$ ; dann wird die Länge des mit den Vibrationen des Bogens isochronen Pendels  $DCE = \frac{b\beta}{R - b}$ .

Kürzlich hat mich ein auswärtiger Gelehrter gebeten zu untersuchen, wieviel Wasser ungefähr in einer Sekunde den Rhein hinunterläuft. Ich habe gefunden, dass man – in grober Schätzung – etwa auf 15 000 Kubikfuss kommt<sup>[19]</sup>.

Es ist wieder ein Band der *Pariser Mémoires* erschienen, doch enthält er wenig Mathematisches, Physikalisches und Mechanisches<sup>[20]</sup>. Wenn Sie möchten, könnte ich Ihnen darüber eine kleine Besprechung schicken. Die Herren Bouguer und Maupertuis haben darin einiges über Verfolgungskurven veröffentlicht, das sind Kurven, die ein Schiff beschreibt, wenn es in jedem Zeitpunkt gerade auf ein anderes Schiff zusteuert, das in einer Geraden läuft, wobei beide Geschwindigkeiten konstant sind<sup>[21]</sup>. Über diesen Gegenstand könnte man sich viele Probleme ausdenken.

Herrn Kühns Auffassungen der negativen Zahlen und der Wurzeln sind sehr wunderlich und nur dem Bestreben zuzuschreiben, sich in etwas auszuzeichnen. Im übrigen scheint er richtige Grundlagen gelegt zu haben<sup>[22]</sup>.

Mein Bruder ⟨Johann II⟩ lässt sich Ihnen empfehlen; er ist kürzlich von der Hohen Regenz anstelle von Herrn Prof. Weiss zum Vikar am Lehrstuhl der Moral ernannt worden<sup>[23]</sup>. Ich bitte Sie, den beiliegenden Brief an Herrn Moula zu bestellen. Wenn ich dank meiner Charge das Glück haben sollte, mit der Akademie in eine regelmässige Korrespondenz zu kommen, so hätte ich gerne, dass sowohl Sie als auch Herr Moula mir Ihre Briefe mit diesem Absender adressierten, wenn der Kammerherr ⟨von Korff⟩ nichts dagegen hat; Sie wissen ja, dass diese hier nicht viel kosten. Haben Sie lange keine Briefe von Herrn Bülfinger erhalten? Er ist nun bei Seiner Durchlaucht ⟨Karl Alexander⟩ Premierminister<sup>[24]</sup>.

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

Basel, den 26. Oktober 1735.

R 104 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom September 1735

Basel, 26. Oktober 1735

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 16–16v

Publ.: Fuss 2, p. 427–430

- [1] Der zweite Teil von D. Bernoullis Abhandlung über einige Gesetze der Mechanik (1741, DB. 26b) handelt vom Druck eines aus einem Gefäss ausfliessenden horizontalen Wasserstrahls auf eine vertikale Wand. Die Frage, ob dieser Druck und die Ausflussgeschwindigkeit von dem Gewicht des über der Ausflussöffnung stehenden Wasserzylinders, dessen Höhe gleich derjenigen des im Gefäss stehenden Wassers ist, oder vom doppelten Gewicht bestimmt sind, wurde seit langem hitzig diskutiert (cf. Mikhajlov 1996). Das Originalmanuskript dieser Abhandlung Bernoullis befindet sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 11). Es enthält – hauptsächlich im zweiten Teil – einige Abweichungen vom publizierten Text.
- [2] Das hier erwähnte Zettelchen lag wohl dem Brief Nr. 16 bei; sein Inhalt ist uns nicht bekannt.

- [3] Die Diplome an die Auswärtigen Akademiemitglieder wurden am 29. (18.) Oktober 1735 abgesandt. – Cf. den Brief des Präsidenten von Korff an D. Bernoulli (Anhang VII.3, Nr. 5, p. 955 h.v.).
- [4] Im Frühjahr 1735 überreichte Präsident von Korff dem regierenden Senat den Entwurf eines neuen Kostenvoranschlags für die Akademie. Demgemäss brauchte diese insgesamt 64 086 Rubel pro Jahr (davon 4900 für die Kanzlei, 3840 für das Gymnasium, 2350 für die Bibliothek und die Kunstkammer). Im Begleitschreiben begründete von Korff die Zweckmässigkeit des Unterhalts der Künste und des Handwerks an der Akademie. In dem Vorschlag, der im Sommer 1735 an die Kaiserin gerichtet wurde, reduzierte der Senat die Pauschalsumme auf 53 248 Rubel, doch wurde daraufhin keine Entscheidung getroffen. – Cf. *Chronik* 1, p. 154.  
Zwei Jahre zuvor hatten Euler und G.W. Krafft – im Auftrag des damaligen Präsidenten Keyserling – das Budget der Akademie untersucht und waren zu dem Schluss gekommen, dass die Summe von 43 010 Rubeln pro Jahr zum Unterhalt der Akademie genüge (*Materialy* 2, p. 226–245). Das Gutachten enthielt folgende Ausgabenposten (in Rubeln): Professoren (10 800), Konferenz (2120), Adjunkte (3600), Gymnasium (900), Übersetzer (1500), Druckerei (2440), Schriftgiesserei (808), Maler und Kupferstecher (2400), Kupferdruckerei (492), Buchladen und Buchbinderei (570), Künstler und Handwerker (1250), Lehrlinge (1200), Bibliothek und Kunstkammer (2050), Kanzlei (2180), Korrespondenz und ausländische Mitglieder (1700).  
Anlässlich der im September 1733 erörterten Frage, «ob die academie des arts bey der academie der wissenschaften nöthig sey, oder nicht; und in wie weit sie sonst dem reiche nützlich seyn könne», heisst es: »H<sup>r</sup> professor Euler gab sein votum, wie er dafür hielt, dass ein grosser theil der academie des arts bey der academie der wissenschaften nicht nur nützlich, sondern nöthig sey, die gantze academie des arts aber in dem reiche gute dienste thun könne, weshalb es am allervortheilhaftesten seyn würde, wenn die academie des arts bey der academie der wissenschaften, unter einer direction vereinigt, beybehalten würde, indem dadurch auch eine ansehnliche summa geldes werde erspart werden». – Cf. *Materialy* 2, p. 367, 371.
- [5] Zur Rückkehr von Delisle nach Frankreich cf. Brief Nr. 7, Anm. 2.
- [6] Die Teilnehmer der Lappland-Expedition unter der Führung von Maupertuis verliessen Paris am 20. April 1736 und kamen am 20. August 1737 zurück.
- [7] Im Zuge des polnischen Erbfolgekrieges (1733–1735) standen sich Russland – als Bündnispartner Österreichs – und Frankreich feindlich gegenüber (cf. Brief Nr. 10, Anm. 28).
- [8] Es fällt auf, dass D. Bernoulli die Royal Society of London aus dem Begriff der Akademien auszuschliessen scheint.
- [9] Die Petersburger Akademie nahm an der Lappland-Expedition nicht teil.
- [10] Mit dem 1734 zugesprochenen doppelten Preis wurden die Preisschriften über die Neigung der Planetenbahnen von Daniel (1735, DB. 24) und Johann I Bernoulli (JB. 146) prämiert.
- [11] Im weiteren Verlauf des polnischen Erbfolgekrieges kämpften auch am Rhein russische Truppen gegen Frankreich, ohne dass dies in direktem russischen Interesse lag. – Cf. Briefe Nr. 10, Anm. 28, Nr. 12, Anm. 21, und Nr. 21, Anm. 4.
- [12] Cf. *supra* Anm. 3 und Nr. 18, Anm. 2.
- [13] Damit ist möglicherweise Eulers früherer Tutor Johannes Burckhardt gemeint.
- [14] Die Details der beiden Fälle sind uns nicht bekannt. Es ist jedoch belegt, dass es Anfang der 1730er Jahre im calvinistischen Holland zu einer beispiellosen Welle von Prozessen gegen Homosexuelle («Sodomiten») kam, bei der etwa 30 Todesurteile vollstreckt wurden.
- [15] Gemäss dem *Mercure Suisse* (November 1735, p. 48) gab der Kaiserliche Botschafter Marquis de Prié am 7. November 1735 ein grosses Festmahl anlässlich des 50. Geburtstages des Kaisers Karl VI. und der Unterzeichnung des Waffenstillstandes zwischen dem Kaiser und dem französischen König Ludwig XV., an welchem Karl Wilhelm, Markgraf von Baden-Durlach, und vornehme Basler teilnahmen. Der anschliessende Ball soll, wie der Chronist kommentiert, bis zum nächsten Tag gedauert haben.

- [16] Dieses Problem behandelt Euler in seinem Kommentar zu D. Bernoullis Brief (cf. Anhang zu diesem Brief, Anm. 1 und 2).
- [17] Das Problem des schiefen Stosses war im Briefwechsel vom Herbst 1736 bis Anfang 1738 ein Dauerthema (cf. Briefe Nr. 21–29). Die Abhandlung D. Bernoullis über den schiefen Stoss (1744, DB. 27) wurde der Petersburger Akademie erst im September 1737 vorgelegt, nachdem Euler seine diesbezüglichen Resultate (E. 69) schon im Januar jenes Jahres der Akademischen Konferenz vorgelesen hatte. Johann I Bernoulli brachte seine Untersuchungen über den schiefen Stoss der Körper in einer grossen, der Dynamik gewidmeten Abhandlung (JB. 177, cf. §§ 25–34), die er im 4. Band seiner *Opera omnia* 1743 publizierte. – Cf. Brief Nr. 26, Anm. 2.
- [18] Das Problem über die Bewegung einer schaukelnden Wiege hatte Euler in seinem nicht erhalten gebliebenen Brief an D. Bernoulli vom September 1735 gestellt. – Cf. den Anhang zu diesem Brief, Text vor Anm. 7.
- [19] Unter Zugrundelegung des Basler Masses («Basler Schuh») von 29.82 cm entsprechen 15 000 Kubikfuss etwa 400 m<sup>3</sup>. Zum Vergleich: Der durchschnittliche Wasserdurchfluss betrug im Jahr 2000 im Monat September an der Schiffflände in Basel ca. 1005 m<sup>3</sup>/s, bei einem Jahresmittel von 1066 m<sup>3</sup>/s. Im Hinblick auf die Tatsache, dass sich das Einzugsgebiet des Rheins in den letzten Jahrhunderten nicht wesentlich geändert hat, läge Bernoullis Schätzung für den September 1735 ungewöhnlich tief und entspräche dem langjährigen Minimum der Messperiode. – Wir danken den *Industriellen Werken des Kantons Basel-Stadt* für diese Angaben.
- [20] D. Bernoulli meint den Band der *Pariser Mémoires* für 1732, der 1735 erschien.
- [21] Cf. die Abhandlungen von Bouguer (1735) und Maupertuis (1735) über die Verfolgungskurven (courbes de poursuite, Flucht- oder Fliehkurven, Hundekurven): Bewegt sich ein Punkt *P* mit konstanter Geschwindigkeit auf einer ebenen Kurve *C*, während sich ein Punkt *Q* in derselben Ebene mit einer *k*-mal so grossen Geschwindigkeit in jedem Moment auf ihn zu bewegt, so beschreibt der Punkt *Q* eine Verfolgungskurve. Bouguer untersuchte den Fall, dass sich der verfolgte Punkt entlang einer Geraden bewegt, Maupertuis hingegen den allgemeinen Fall. – Cf. den Anhang zu diesem Brief, Anm. 11.
- [22] Kühns Auffassung der negativen und imaginären Zahlen besprach Euler in seinem Briefwechsel mit Ehler seit 1735 (cf. R 584, 587: *Pis'ma*, p. 297–301, 319–327). Die zwei diesbezüglichen Handschriften Kühns (1735a, b) liegen im Petersburger Akademiearchiv. Wahrscheinlich informierte Euler Daniel Bernoulli über Kühns Untersuchungen in einem seiner nicht erhalten gebliebenen Briefe.
- [23] Während einer Bildungsreise von Jakob Hermanns Nachfolger Andreas Weiss (1735/36) vikarierte J. II Bernoulli am Lehrstuhl für Ethik, Natur- und Völkerrecht.
- [24] Bülfinger war seit 1734 Herzoglich-Württembergischer Geheimrat (Minister) und seit 1739 auch Konsistorialpräsident, jedoch nicht Premierminister. – Cf. E. Schmid (1939).

## 17A

Anhang zum Brief D. Bernoullis an L. Euler vom 26. Oktober 1735

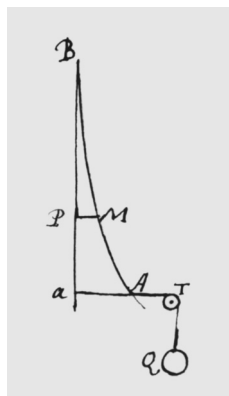
L. EULER

**Recensio Litterarum a Cl. D. Bernoullio  
Basilea d. 28 Oct. 1735 ad me datarum,  
una cum annotationibus meis<sup>[1]</sup>**

Jam pridem D. Bernoullius mihi proposuit problema de oscillationibus laminae elasticae, altero termino muro infixae determinandis; cujus problematis solutionem quoque nuper in dissertatione de minimis oscillationibus cujusque generis

corporum fuse sum persecutus<sup>[2]</sup>. Perscripsi etiam jam ante aliquot menses solutionem meam Cl. D. Bernoullio, qui in his litteris mihi significat meam solutionem cum sua egregie convenire<sup>[3]</sup>.

Proponit mihi autem de eadem materia hanc novam quaestionem, ut ipse oscillationum numerus, quas data lamina dato tempore sit editura, definiatur. Pendet vero, uti ego etiam in citata dissertatione ostendi, celeritas oscillationum tum a longitudine laminae tum a quantitate elasticitatis. Quamobrem ad hanc quaestionem resolvendam requiritur, ut certo quodam experimento quantitas elasticitatis determinetur. Ipse igitur D. Bernoulli mecum communicat eandem, qua ipse utitur, elasticitates metiendi rationem, quo eo facilius de consensu nostrarum solutionum constet.



Eandem laminam  $Ba$  muro in  $B$  infixam, cujus oscillationum numerus desideratur, ope ponderis  $Q$  ex situ naturali  $Ba$  in statum  $BA$  deduci jubet, et tum observari distantiam  $Aa$ . Datis enim pondere  $Q$  et distantia  $Aa$  una cum longitudine laminae  $BA$ , quantitas elasticitatis inde determinatur. Assumsi ego vero in dissertatione mea litteram  $A$  ad absolutam elasticitatis quantitatem exprimentem<sup>[4]</sup>, et laminae incurvatae vim elasticam in singulis punctis posui aequalem ipsi  $\frac{A}{r}$ , denotante  $r$  radium osculi in quovis loco. Posita vero longitudine laminae  $= a$ , inveni in cit[ato] loco laminae hujus oscillationes minimas isochronas fore cum oscillationibus penduli simplicis, cujus longitudo sit  $= \frac{2a^4}{25A}$ . Quocirca quo ista longitudo absolute determinetur, oportet quantitatem  $A$  ex supra posito experimento per  $Aa$  et pondus  $Q$  determinare.

Quia lamina nostra  $Ba$  a pondere  $Q$  in statum aequilibrum est deducta, curva  $BMA$  erit elastica, cujus naturam per eadem data investigari oportet. Ducta applicata  $PM = y$ , sit abscissa  $Pa = x$ , et curva  $AM = s$ , itemque radius osculi in  $M = r$ , qui est  $= -\frac{ds dy}{ddx}$  vel  $\frac{ds dx}{ddy}$ , posito  $ds$  constante. Erit ergo vis elastica in  $M$  meo exprimendi modo, quo in ipso problemate sum usus  $= \frac{A}{r} = \frac{A ddy}{dx ds}$ , quae per generale meum theorema aequalis esse debet  $Qx$ , unde prodit ista aequatio



$\frac{A dy}{ds} = \frac{Qx^2}{2} + C$ . Incidente  $M$  in  $B$ , quia lamina ibi est muro infixā, erit ibi  $dx = ds$ . Ponatur ergo  $Ba = h$ , erit  $C = -\frac{Qh^2}{2}$ ; ipsa vero curva  $AMB$  sit  $= a$  longitudini laminae oscillantis. Habetur ergo ista aequatio  $\frac{2A dy}{ds} = Qx^2 - Qh^2$ . Sit distantia  $Aa$  quae est data  $= b$ , debebit ista aequatio ita integrari ut facto  $x$  vel  $s = 0$  fiat  $y = b$ . Deinde posito  $y = 0$  seu  $x = h$  fieri debet  $s = a$ , unde quantitas  $A$  determinabitur, quae formula inventa substituta dabit veram penduli simplicis isochroni longitudinem. Prodibunt autem sequentes aequationes

$$dy = -\frac{dx(h^2 - x^2)}{\sqrt{\frac{4A^2}{Q^2} - (h^2 - x^2)^2}} \quad \text{et} \quad ds = \frac{\frac{2A}{Q} dx}{\sqrt{\frac{4A^2}{Q^2} - (h^2 - x^2)^2}}.$$

Posito  $\frac{h^2 Q}{2A} = C$ , si hae aequationes differentiales integrentur praescripto modo et post integrationem ponatur  $x = h$ , habebuntur per series sequentes aequationes<sup>[5]</sup>:

$$\frac{b}{h} = \frac{2}{1 \cdot 3}C + \frac{4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 7}C^3 + \frac{6 \cdot 8 \cdot 10}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11}C^5 + \text{etc.}$$

et

$$\frac{a}{h} = 1 + \frac{4}{3 \cdot 5}C^2 + \frac{6 \cdot 8}{5 \cdot 7 \cdot 9}C^4 + \text{etc.}$$

Cum vero  $h$  ex observatione aequae pro quantitate cognita haberi possit ac  $a$  et  $b$ , ponamus eam datam, eritque proxime

$$C = \frac{h^2 Q}{2A} = \frac{3b}{2h} - \frac{81b^3}{70h^3} = \frac{105bh^2 - 81b^3}{70h^3}$$

ideoque

$$A = \frac{35h^5 Q}{105bh^2 - 81b^3}.$$

Sumsi autem in expressione penduli simplicis isochroni  $\frac{2a^4}{25A}$  quantitatem  $a$  tam pro pondere laminae oscillantis, quam pro longitudine laminae. Quo igitur pondus  $Q$  cum pondere laminae comparari queat, pono pondus laminae  $= P$ , eritque longitudo penduli simplicis isochroni  $= \frac{2a^3 P}{25A}$ . Quamobrem quaesita longitudo penduli simplicis isochroni erit

$$= \frac{6a^3 b P (35h^2 - 27b^2)}{875h^5 Q}$$

quam proxime. Cum autem longitudo penduli simplicis singulis minutis secundis oscillantis sit  $3166\frac{1}{4}$  scrupulorum pedis Rhenani<sup>[6]</sup>, si longitudo laminae  $a$  in hujusmodi scrupulis exhibeatur, dabit

$$\frac{667h^2 \sqrt{hQ}}{a \sqrt{abP(35h^2 - 27b^2)}}$$

numerum oscillationum, quas ista lamina uno minuto secundo absolvet. Si ergo unico experimento investigetur, quousque laminam datum pondus  $Q$  de situ verticali deducere valeat, ope hujus formulae cognoscetur statim numerus oscillationum, quas ista lamina oscillans uno minuto secundo absolvet. Haec quidem expressio, quam dedi, tantum est verae proxima, nihilo tamen minus ista solutio veram oscillationum determinationem continet, cum hinc simul intelligatur, a quibusnam quadraturis vera oscillationum duratio pendeat. Problema ergo isthoc Bernoullianum huc redit, ut experimento quopiam valor litterae  $A$ , qua elasticitatem absolutam designavi, definiatur, id quod ipsi per curvaturam laminae a dato pondere genitam explorare placuit. Mihi quidem loco hujusmodi experimenti commodius videtur valorem litterae  $A$  per ipsum oscillationum numerum, qui observatione facile innotescere potest, determinare.

In litteris praeterea iisdem, in quibus Cl. Bernoullio solutionem meam problematis de vibrationibus laminae elasticae perscripsi, mentionem simul feci de oscillationibus corporum super plano vacillantium, cujusmodi est motus cunarum, cujus problematis solutionem quoque dedi in ante citata dissertatione mea<sup>[7]</sup>. Ipse ergo Bernoullius in his litteris quoque suam hujus problematis solutionem exponit, et longitudinem penduli simplicis isochroni determinat ex radio osculi corporis in puncto contactus, quem ponit  $= R$ , distantia centri gravitatis totius corporis a puncto contactus quam ponit  $= b$ , et praeterea ex distantia centri oscillationis corporis, si ex puncto contactus suspensum oscillationes perageret, a puncto contactus, quam ponit  $= \beta$ , ex hisque invenit longitudinem penduli simplicis isochroni  $= \frac{b\beta}{R-b}$ . Haecque expressio egregie congruit cum mea formula, quam § 27 dissertat[ionis] meae pro longitudine penduli simplicis isochroni dedi, ubi iisdem quantitatibus ad hanc determinationem sum usus<sup>[8]</sup>.

Praeter haec mihi quoque Bernoullius nunciat, se rogatu cujusdam viri docti investigasse quantum aquae singulis minutis secundis a Rheno Basileae devehatur, seque invenisse hanc aquae copiam circiter 15 000 pedes cubicos adaequare<sup>[9]</sup>.

Novum etiam scribit prodiisse tomum *Commentariorum Acad[emicae] Parisinae*, in quo autem perparum circa mathesin et physicam contineatur<sup>[10]</sup>. Duarum tantum solutionum a Cl. Cl. Bougero et Maupertuisio datarum mentionem facit ejusdem problematis, in quo via requiritur navis aequabiliter motae et cursum suum perpetuo versus aliam navim, in recta aequabiliter progredientem, dirigentis. Problema quidem hoc est mere geometricum, et facillime ad aequationem differentialem pro curva quaesita pervenitur, quae etiam nisi in casu, quo celeritates utriusque navis ponuntur aequales, semper integrationem admittit<sup>[11]</sup>. Equidem memini me in idem hoc problema jam ante complures annos, cum Basileae adhuc degissem, incidere, hoc tantum discrimine, quod loco navium duos viatores consideraverim, et illo tempore solve<sup>[12]</sup>.

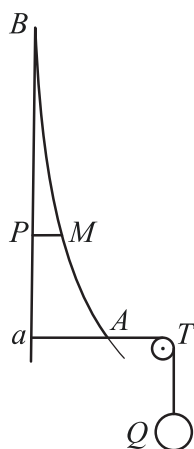
Hic autem denuo ante aliquot menses idem problema in latiore sensu sum contemplatus, loco viae rectilineae alterius navis curvilineam quamcunque substituens, et solutionem meam jam tum cum Cel. D. Goldbach communicavi<sup>[13]</sup>.

### Übersetzung

**Kritische Musterung eines mir von Herrn D. Bernoulli  
am 28. Okt. 1735 aus Basel zugeschickten Briefes,  
zusammen mit meinen Anmerkungen<sup>[1]</sup>**

Schon vor einiger Zeit stellte mir Herr Bernoulli das Problem, die Schwingungen eines mit einem Ende an einer Mauer befestigten elastischen Streifens zu bestimmen. Der Lösung dieses Problems widmete ich mich auch neulich in meiner Abhandlung über die sehr kleinen Schwingungen von Körpern aller Art<sup>[2]</sup>. Auch teilte ich schon vor einigen Monaten meine Lösung schriftlich Herrn Bernoulli mit, der mir in seinem Brief bestätigte, dass meine Lösung mit der seinigen wunderbar übereinstimme<sup>[3]</sup>.

Er legt mir nun eine neue Frage über denselben Gegenstand vor, nämlich die Anzahl der Schwingungen zu bestimmen, welche von dem elastischen Streifen in einer gegebenen Zeit ausgeführt werden. Die Geschwindigkeit der Schwingung hängt jedoch, wie ich in der erwähnten Abhandlung ebenfalls gezeigt habe, sowohl von der Länge des Streifens als auch von der Grösse der Elastizität ab. Die Beantwortung dieser Frage erfordert deshalb eine experimentell abgesicherte Bestimmung der Grösse der Elastizität. Herr Bernoulli teilt mir nun also die Methode zur Messung der Elastizität mit, die er selbst verwendet, damit die Übereinstimmung unserer Lösungen um so leichter zu erkennen sei.



Der besagte elastische Streifen  $Ba$ , dessen Schwingungszahl gesucht wird, im Punkt  $B$  an der Mauer fixiert, werde mittels des Gewichtes  $Q$  aus seiner natürlichen Lage  $Ba$  in den Zustand  $BA$  überführt, und danach betrachten wir den Abstand  $Aa$ . Seien das Gewicht  $Q$ , der Abstand  $Aa$  und die Länge des elastischen Streifens  $BA$  gegeben, dann ist dadurch die Grösse der Elastizität bestimmt. In meiner Abhandlung habe ich jedoch den Buchstaben  $A$  für die auszudrückende absolute Grösse der Elastizität angenommen<sup>[4]</sup> und die elastische Kraft des gekrümmten Streifens in den einzelnen Punkten gleich  $\frac{A}{r}$  gesetzt, wo  $r$  den Krümmungsradius

an jedwedem Ort bezeichnet. Die Länge des Streifens aber  $= a$  gesetzt, fand ich an der zitierten Stelle, dass die kleinsten Schwingungen dieses Streifens isochron sind mit den Schwingungen des einfachen Pendels, dessen Länge  $= \frac{2a^4}{25A}$  ist. Deswegen muss man, damit jene Länge absolut bestimmt werden kann, die Grösse  $A$  aus dem oben dargelegten Experiment mittels  $Aa$  und dem Gewicht  $Q$  bestimmen.

Weil unser Streifen  $Ba$  durch das Gewicht  $Q$  in einen Zustand des Gleichgewichts gebracht wurde, wird die Kurve  $BMA$  eine Elastika sein, deren Natur man mittels der gegebenen Grössen aufspüren muss. Zieht man die Ordinate  $PM = y$ , dann sei die Abszisse  $Pa = x$ , die Kurve  $AM = s$  und der Radius des Krümmungskreises in  $M = r$ , der  $= -\frac{ds dy}{ddx}$  oder  $\frac{ds dx}{ddy}$  ist, wenn  $ds$  konstant gesetzt wird. Daher wird die elastische Kraft in  $M$  gemäss meiner Darstellungsart, die ich in diesem Problem angewandt habe,  $= \frac{A}{r} = \frac{A ddy}{dx ds}$ , die gemäss meinem allgemeinen Theorem  $Qx$  gleich sein muss, woraus sich die Gleichung  $\frac{A dy}{ds} = \frac{Qx^2}{2} + C$  ergibt. Fällt  $M$  mit  $B$  zusammen, so wird, weil dort der Streifen an der Mauer befestigt ist, an dieser Stelle  $dx = ds$  sein. Setzt man also  $Ba = h$ , so wird  $C = -\frac{Qh^2}{2}$ , und die Kurve  $AMB$  selbst sei  $= a$  der Länge des schwingenden Streifens. Somit hat man die Gleichung  $\frac{2A dy}{ds} = Qx^2 - Qh^2$ . Sei nun der gegebene Abstand  $Aa = b$ , so ist diese Gleichung derart zu integrieren, dass mit  $x$  oder  $s = 0$   $y = b$  wird. Setzt man danach  $y = 0$  oder  $x = h$ , so muss  $s = a$  werden; damit kann die Grösse  $A$  bestimmt werden, welche – in die gefundene Formel eingesetzt – die wahre Länge des einfachen isochronen Pendels liefert. Es ergeben sich aber folgende Gleichungen:

$$dy = -\frac{dx (h^2 - x^2)}{\sqrt{\frac{4A^2}{Q^2} - (h^2 - x^2)^2}} \quad \text{und} \quad ds = \frac{\frac{2A}{Q} dx}{\sqrt{\frac{4A^2}{Q^2} - (h^2 - x^2)^2}}.$$

Mit der Substitution  $\frac{h^2 Q}{2A} = C$  erhält man, wenn diese Differentialgleichungen nach der vorgeschriebenen Art integriert werden und nach der Integration  $x = h$  gesetzt wird, folgende Gleichungen in Reihendarstellung<sup>[5]</sup>:

$$\frac{b}{h} = \frac{2}{1 \cdot 3}C + \frac{4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 7}C^3 + \frac{6 \cdot 8 \cdot 10}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11}C^5 + \text{etc.}$$

und

$$\frac{a}{h} = 1 + \frac{4}{3 \cdot 5}C^2 + \frac{6 \cdot 8}{5 \cdot 7 \cdot 9}C^4 + \text{etc.}$$

Da aber  $h$  aus der Beobachtung ebenso wie  $a$  und  $b$  als bekannte Grösse behandelt werden kann, nehmen wir sie als gegeben an; dann wird näherungsweise

$$C = \frac{h^2 Q}{2A} = \frac{3b}{2h} - \frac{81b^3}{70h^3} = \frac{105bh^2 - 81b^3}{70h^3},$$

und daher

$$A = \frac{35h^5Q}{105bh^2 - 81b^3}.$$

Ich nahm jedoch im Ausdruck des einfachen isochronen Pendels  $\frac{2a^4}{25A}$  die Grösse  $a$  sowohl für das Gewicht des schwingenden Streifens wie auch für dessen Länge. Damit das Gewicht  $Q$  mit demjenigen des Streifens verglichen werden kann, setze ich das Gewicht des Streifens  $= P$ , und so wird die Länge des einfachen isochronen Pendels  $= \frac{2a^3P}{25A}$ . Deshalb ergibt sich die gesuchte Länge des einfachen isochronen Pendels angenähert als

$$\frac{6a^3bP(35h^2 - 27b^2)}{875h^5Q}.$$

Weil aber die Länge des einfachen Sekundenpendels  $3166\frac{1}{4}$  Skrupel eines Rheinischen Fusses ist<sup>[6]</sup>, so ergibt sich, wenn die Länge des Streifens  $a$  in solchen Skrupeln ausgedrückt wird, die Anzahl der Schwingungen, welche dieser Streifen in der Sekunde ausführt, als

$$\frac{667h^2\sqrt{hQ}}{a\sqrt{abP(35h^2 - 27b^2)}}.$$

Wenn man daher mit einem einzigen Experiment herausfinden kann, bis wie weit ein gegebenes Gewicht  $Q$  den Streifen aus der vertikalen Lage herausbringen kann, dann lässt sich mit Hilfe dieser Formel die Anzahl der Schwingungen, die der schwingende Streifen in einer Sekunde ausführt, sofort berechnen. Die Formel, die ich hier gegeben habe, ist zwar nur eine Annäherung an die Wahrheit; nichtsdestoweniger enthält die Lösung die wahre Bestimmung der Schwingungen, da aus ihr gleichsam erkennbar ist, von welchen Quadraturen die wahre Schwingungsdauer abhängt. Daher läuft das Bernoullische Problem darauf hinaus, mit irgendeinem Experiment den Wert des Buchstabens  $A$ , womit ich die absolute Elastizität bezeichnet habe, zu bestimmen – das, was er durch die Krümmung des Streifens erkunden wollte, die ein gegebenes Gewicht bewirkt. Mir hingegen schien es an Stelle dieses Experimentes angemessener, den Wert des Buchstabens  $A$  mittels der Anzahl der Schwingungen selbst, die durch Beobachtung leicht zu erkennen ist, zu bestimmen.

Im selben Brief ferner, in welchem ich Herrn Bernoulli meine Lösung des Problems über die Schwingungen des elastischen Streifens schrieb, erwähnte ich gleichzeitig die Schwingungen von schaukelnden Körpern auf einer Ebene, von welcher Art die Bewegung von Wiegen ist, und die Lösung auch dieses Problems gab ich in meiner vorhin zitierten Abhandlung.<sup>[7]</sup> Bernoulli selbst stellt in diesem Brief auch seine Lösung des Problems dar und bestimmt die Länge des einfachen isochronen Pendels aus dem Krümmungsradius des Körpers im Berührungspunkt, welchen er  $= R$  setzt, dem Abstand des Schwerpunktes des ganzen Körpers vom Berührungspunkt, den er  $= b$  setzt, und schliesslich aus dem Abstand des Schwingungszentrums des Körpers, wenn er – im Berührungspunkt aufgehängt – Schwingungen

ausführt, vom Berührungspunkt, den er  $= \beta$  setzt, und aus dem allem findet er die Länge des einfachen isochronen Pendels  $= \frac{b\beta}{R-b}$ . Dieser Ausdruck stimmt vorzüglich mit meiner Formel überein, die ich in § 27 meiner Abhandlung für die Länge des einfachen isochronen Pendels gegeben habe, wo ich für diese Bestimmung dieselben Grössen verwendet habe<sup>[8]</sup>.

Ausserdem meldet mir Herr Bernoulli auch noch, er habe auf Anfrage eines gewissen Gelehrten untersucht, welche Wassermenge der Rhein in Basel pro Sekunde führe, und er habe gefunden, dass diese Wassermenge ungefähr 15 000 Kubikfuss gleichkomme<sup>[9]</sup>.

Er schrieb auch, es sei ein neuer Band der *Pariser Mémoires* erschienen, in dem jedoch nur sehr wenig über Mathematik und Physik enthalten sei<sup>[10]</sup>. Er erwähnte nur zwei Lösungen desselben Problems durch die Herren Bouguer und Maupertuis, in welchem nach dem Weg eines gleichförmig bewegten Schiffes gefragt wird, das fortwährend Kurs auf ein anderes hält, das sich ebenfalls gleichförmig, aber auf einer Geraden bewegt. Dieses Problem ist freilich rein geometrischer Art, und man gelangt sehr einfach zur Differentialgleichung der gesuchten Kurve, welche stets eine Integration gestattet – ausser in dem Fall, dass die Geschwindigkeiten beider Schiffe gleich gesetzt werden<sup>[11]</sup>. Ich erinnere mich wohl, dass ich schon vor vielen Jahren, als ich noch in Basel lebte, auf das gleiche Problem gestossen war – nur mit dem Unterschied, dass ich an Stelle der Schiffe zwei Wanderer betrachtet hatte – und dass ich es zu jener Zeit löste<sup>[12]</sup>.

Hier habe ich vor einigen Monaten dasselbe Problem in einem erweiterten Sinn erneut betrachtet, wobei ich an Stelle des geradlinigen Kurses des einen Schiffs einen beliebigen kurvenförmigen einsetzte, und habe meine Lösung gleich damals Herrn Goldbach mitgeteilt<sup>[13]</sup>.

L. 17A Anhang zum Brief Nr. 17 von D. Bernoulli an L. Euler vom 26. Oktober 1735

Orig., 4 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 1, Nr. 61, Bl. 1–4

Publ.: *Opera postuma* 2, p. 125–128; O. II, 11:1, p. 373–377

- [1] Am 2. Januar 1736 (22. Dezember 1735) las Euler in der Akademischen Konferenz seinen kritischen Kommentar zum Brief von Daniel Bernoulli vom 26. Oktober 1735 vor (cf. *Protokoly* 1, p. 233; *Chronik* 1, p. 164). Die erhaltene Handschrift dieses Kommentars – in deren Titel das Datum von Bernoullis Brief mit dem 28. Oktober 1735 angegeben ist – wurde 1862 in den *Opera postuma* 2 als selbständige Abhandlung Eulers (E. 830) und später auch im Band O. II, 11 veröffentlicht. D. Bernoulli scheint Eulers Kommentar nie gesehen zu haben; sonst hätte er in den nachfolgenden Briefen sicher darauf Bezug genommen. Es ist nicht einmal klar, ob Euler Bernoulli über seinen Kommentar informiert hat. Wegen des engen Zusammenhangs mit D. Bernoullis Brief wird dieser Kommentar Eulers dennoch als Anhang zu diesem Brief wiedergegeben und übersetzt.
- [2] Das Problem kleiner Schwingungen eines an einem Ende eingemauerten, gewichtslosen elastischen Streifens erwähnte D. Bernoulli erstmals im Brief an Euler vom 18. Dezember 1734 (Nr. 11). Die Differentialgleichung  $n d^4 y = y dx^4$  teilte er Euler im Brief vom 4. Mai 1735 mit (Nr. 12). In seinem Antwortbrief etwa vom 8. Juni (28. Mai) 1735 (Nr. 15) sagte Euler, er habe inzwischen eine allgemeine Methode gefunden, die ähnliche Probleme zu lösen gestatte, und besprach die oben angeführte Gleichung, die er selbständig gefunden hatte. Seine «neue und einfache» Methode, kleine Schwingungen sowohl für feste Körper als

auch für flexible Ketten und elastische Streifen zu untersuchen, stellte Euler in seiner Abhandlung E. 40 dar, die er in den Sitzungen der Akademischen Konferenz vom 7. November (27. Oktober) bis zum 14. (3.) November 1735 vorlas. Der Fall der Schwingungen eines elastischen Streifens ist hier in den §§ 36–41 untersucht. Eine ausführlichere Besprechung dieser Abhandlung Eulers findet man bei Truesdell (1960, p. 167–169).

- [3] Nebst seinem Brief etwa vom 8. Juni (28. Mai) 1735 (Nr. 15) meint Euler damit wohl noch einen anderen, nicht erhalten gebliebenen Brief von Anfang September, den D. Bernoulli am 26. Oktober beantwortete (cf. den vorliegenden Brief Nr. 17). Bernoullis Brief erreichte Petersburg wahrscheinlich erst Ende November, sicher aber nachdem Euler seine oben erwähnte Abhandlung E. 40 bereits in der Akademie vorgelesen hatte.
- [4] Euler interessiert sich hier nicht für den physikalischen Sinn seiner *absoluten Elastizität*  $A$ , die – vom modernen Gesichtspunkt aus betrachtet – gleich dem Produkt des Youngschen Moduls und der geometrischen Beschaffenheit des Streifenquerschnitts ist, obgleich er in einer seiner Jugendschriften vom Jahre 1727 (E. 831) tatsächlich erstmals ein Äquivalent des Youngschen Moduls benutzt hatte (cf. Truesdell 1960, p. 142f, 171, 403).
- [5] Cf. Eulers Abhandlung E. 40, § 39.
- [6] Euler verwendet hier wie auch an anderen Stellen aus derselben Zeit – etwa in Brief Nr. 10, vor Anm. 26, und in E. 86 (O. II 6, p. 80) – eine dezimale Unterteilung des Fusses in 1000 *scrupuli*. Bei einer Länge des Rheinischen Fusses von 31.385 cm ergibt sich ein ausgesprochen präziser Wert von 99.37 cm für das Sekundenpendel.
- [7] Der hier erwähnte Brief Eulers – verfasst vermutlich Anfang September 1735 – ist nicht erhalten geblieben; es handelt sich wohl um jenen «mathematischen Brief», den D. Bernoulli im August noch erwartete (cf. den Anfang von Brief Nr. 16). – Betreffs der schwankenden Bewegung eines Körpers («Wiege») auf einer horizontalen Fläche cf. E. 40, §§ 24–31.
- [8] Wie Truesdell (1960, p. 170–171) hervorhebt, war dieses Problem bereits von Jakob Bernoulli in den 1690er Jahren untersucht worden. – Cf. auch Fellmann (1989, p. 95–97).
- [9] Cf. *supra* Brief Nr. 17, Anm. 19.
- [10] Cf. *supra* Brief Nr. 17, Anm. 20.
- [11] Cf. *supra* Brief Nr. 17, Anm. 21. – Das Problem der Bestimmung einer Verfolgungskurve führt im allgemeinen Fall auf eine Differentialgleichung zweiter Ordnung, und ihre Untersuchung reduziert sich auf die Integration einer Gleichung vom Typus

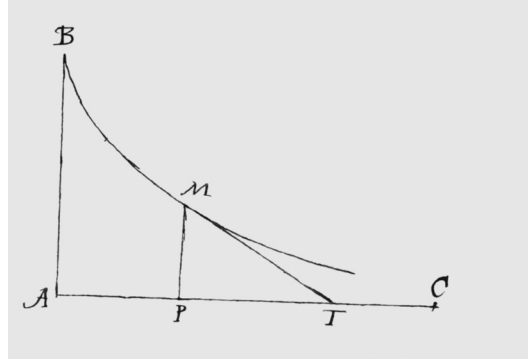
$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0.$$

Ist  $C$  beispielsweise eine Gerade, dann ist die Integration stets vollständig mittels elementarer Funktionen ausführbar; bewegen sich zudem die Punkte  $P$  und  $Q$  mit gleicher konstanter Geschwindigkeit, so resultiert als Verfolgungskurve eine Logarithmika; ist das Geschwindigkeitsverhältnis  $n$  von  $P$  und  $Q$  ganzzahlig, aber  $\neq 1$ , so ergibt sich eine parabolische, sonst aber eine algebraische oder interszendente Kurve, je nachdem  $n$  rational ist oder nicht. – Cf. Loria (1910–1911, Bd. 2, p. 241–243); Schierscher (1997).

Im Frühjahr 1736 trug Euler folgende Untersuchung in sein drittes *Notizbuch* (*Petersb. Ms.* Nr. 399, Bl. 8v–9r) ein (in Abweichung von den sonst im vorliegenden Band verwendeten Normen wird auf eine Übersetzung des lateinischen Texts verzichtet):

«Problema in Commentariis Acad[emiae] scientiarum Parisinae solutum; cujus solutio autem a me jam plusquam decem ab hinc annis est reperta: Sunt duae naves aequabiliter data celeritatum ratione progredientes, quorum altera in linea recta  $AT$  ingreditur altera vero perpetuo cursum suum versus illam navem dirigit, quaeritur natura curvae  $BM$ , quam haec navis percurrit.





*Solutio.*

Sint  $A$  et  $B$  initia cursuum utriusque navis, et recta  $BA$  normalis in viam  $AT$  prioris navis; et propterea tangens curvae  $BM$  in  $B$ . Deinceps sint  $M$  et  $T$  loca in quibus ambae naves simul versantur, erit recta  $MT$  tangens curvae quaesitae in  $M$ ; et posita ratione celeritatum navium  $A$  et  $B$  ut  $m$  ad  $n$ , erit recta  $AT$  ad curvam  $BM$  ut  $m$  ad  $n$ :

Positis igitur  $AB = a$ ,  $AP = x$ ,  $PM = y$ , et  $BM = s$ ; erit  $PT = -y \frac{dx}{dy}$ ,  $s = \int \sqrt{dx^2 + dy^2}$  et  $AT = x - y \frac{dx}{dy}$ . Hinc fiet

$$x - \frac{y dx}{dy} : \int \sqrt{dx^2 + dy^2} = m : n \quad \text{seu} \quad \frac{m}{n} \int \sqrt{dx^2 + dy^2} = x - \frac{y dx}{dy}$$

sumtisque differentialibus posito  $dx$  constante

$$\frac{m}{n} \sqrt{dx^2 + dy^2} = \frac{y dx ddy}{dy^2}.$$

Ponatur  $dx = p dy$ , erit  $ddy = \frac{-dp dy}{p}$  fietque

$$-\frac{m}{n} \sqrt{1 + p^2} = -\frac{y dp}{dy} \quad \text{seu} \quad -\frac{m dy}{ny} = \frac{-dp}{\sqrt{1 + p^2}}$$

ob  $ds$  negativum respectu  $dy$  quod probe notandum.

Integratione ergo instituta erit

$$\frac{m}{n} \ell y = \frac{m}{n} \ell C + \ell (p + \sqrt{1 + pp});$$

posito  $p = 0$  fit  $y = a$  et  $C = a$ , ergo

$$\frac{m}{n} \ell \frac{a}{y} = \ell (-p + \sqrt{1 + pp}) \quad \text{seu} \quad \frac{a^{\frac{m}{n}}}{y^{\frac{m}{n}}} = -p + \sqrt{1 + pp} = \frac{dx + \sqrt{dx^2 + dy^2}}{dy}.$$

Hinc fit

$$\frac{a^{\frac{m}{n}} dy}{y^{\frac{m}{n}}} + dx = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

et sumtis quadratis

$$\frac{a^{\frac{2m}{n}} dy}{y^{\frac{2m}{n}}} + \frac{2a^{\frac{m}{n}} dx}{y^{\frac{m}{n}}} = dy \quad \text{et} \quad 2a^{\frac{m}{n}} dx = \frac{-a^{\frac{2m}{n}} dy}{y^{\frac{m}{n}}} + y^{\frac{m}{n}} dy$$

quae aequatio integrata dat

$$-2a^{\frac{m}{n}} x = C + \frac{n a^{\frac{2m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}}{n-m} - \frac{n y^{\frac{m+n}{n}}}{m+n}$$

si  $x = 0$  est  $y = a$ , ergo

$$C = \frac{na^{\frac{m+n}{n}}}{m+n} - \frac{na^{\frac{m+n}{n}}}{n-m} = \frac{-2mna^{\frac{m+n}{n}}}{n^2 - m^2}.$$

Ergo aequatio pro curva erit

$$2a^{\frac{m}{n}}x = \frac{2mna^{\frac{m+n}{n}}}{n^2 - m^2} - \frac{na^{\frac{2m}{n}}y^{\frac{n-m}{n}}}{n-m} + \frac{ny^{\frac{m+n}{n}}}{m+n}.$$

Casu vero quo est  $m = n$  seu celeritates navium inter se aequales erit

$$2a dx = \frac{-a^2 dy}{y} + y dy$$

quae integrata dat

$$2ax = -a^2 \ell y + \frac{y^2}{2} - C \quad \text{et} \quad C = \frac{a^2}{2} - a^2 \ell a$$

ergo

$$4ax = -a^2 + y^2 + 2a^2 \ell \frac{a}{y}.$$

Q[uod] E[rat] I[nveniendum].

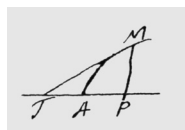
Coroll. I. Si navis  $B$  celerius fertur navi  $A$  seu  $n > m$  navis  $B$  impinget tandem in navem  $A$ , idque in puncto  $C$  rectae  $AT$ , cujus distantia ab  $A$  invenitur facto  $y = 0$ , erit scilicet  $AC = \frac{mna}{n^2 - m^2}$ . At si  $n = m$  vel  $m > n$  naves nunquam concurrent.»

Die hier angeführte Lösung des Problems der Verfolgungskurve durch Euler ist kürzer und deshalb transparenter als diejenige von Bouguer in seiner Abhandlung (1735), doch sind selbstverständlich beide Lösungen äquivalent.

- [12] Eulers Bemerkung, er habe dieses Problem bereits vor etwa zehn Jahren gelöst, trifft zu: tatsächlich findet sich in seinem ersten, aus der Basler Zeit (1726/27) stammenden *Notizbuch* eine Eintragung über Verfolgungskurven. Euler untersuchte dort lediglich die Bewegung von «Körpern» (nicht, wie er sagt, Wanderern) derselben Geschwindigkeit in dem speziellen Fall, dass der «verfolgte» Körper sich geradlinig bewegt. Diese Eintragung steht in einer Reihe von geometrischen und mathematischen Problemen, mit deren Lösung Euler seine analytischen Fähigkeiten schliff. – Die entsprechende Stelle des Notizbuches lautet wie folgt (*Petersb. Ms.* Nr. 397, Bl. 138–139r):

«Problema III. Invenire curvam  $AM$  talem quae sit aequalis subtangenti  $PT$ .

Problema hoc convenit cum hoc: movetur corpus super recta  $PT$  et aliud corpus eadem movetur celeritate, ita ut semper tendat ad corpus prius.



*Solutio.*

Sit  $AP = x$ ,  $PM = y$ ,  $AM = s$  erit  $s = \frac{y dx}{dy}$  unde

$$s dy = y dx = y \sqrt{ds^2 - dy^2} \quad \text{ergo} \quad ss dy^2 = yy ds^2 - yy dy^2.$$

Quare  $y ds = dy\sqrt{ss + yy}$ . Sit  $ss + yy = zz$  erit  $yy = zz - ss$  unde

$$y dy = z dz - s ds \quad \text{ergo} \quad \frac{dy}{y} = \frac{z dz - s ds}{zz - ss}.$$

Ergo

$$ds = \frac{zz dz - zs ds}{zz - ss}. [\dots]$$

Et hinc  $zz ds - ss ds = zz dz - zs ds$ . Sit  $z = ps$  erit  $dz = p ds + s dp$ . Unde

$$ppss ds - ss ds = p^3 ss ds + pps^3 dp - pss ds$$

diviso per  $ss$  erit

$$pp ds - ds = p^3 ds - pps dp - p ds$$

ergo

$$\frac{ds}{s} = \frac{pp dp}{p^3 - pp + 1 - p}.$$

Hic vel  $p$  est constans vel variabile.

I. Si constans erit  $p^3 - pp + 1 - p = 0$  unde  $p = 1$ . Ergo  $z = s$ , ergo  $y = 0$ .

II. Si  $p$  variabilis per quadraturas construi poterit.

Q[uod] E[rat] I[nveniendum].

*Aliter*

$s = \frac{y dx}{dy}$ . Sit  $dx = p dy$  erit  $s = py$  unde

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = p dy + y dp = dy\sqrt{1 + pp},$$

$$2py dy dp + yy dp^2 = dy^2.$$

Ergo

$$dy = py dp \pm y dp\sqrt{pp + 1}$$

i. e.

$$\frac{dy}{y} = p dp \pm dp\sqrt{pp + 1},$$

i. e.

$$\ell y = \frac{pp}{2} \pm \int dp\sqrt{pp + 1}.$$

Sit  $\sqrt{pp + 1} = p + q$ , erit  $1 = 2pq + qq$ ,  $p = \frac{1 - qq}{2q}$ ,  $dp = \frac{-dq(qq + 1)}{2qq}$ . Ergo

$$dp\sqrt{pp + 1} = \frac{-dq(qq + 1)^2}{4q^3}$$

cujus summa

$$= -\frac{qq}{8} - \frac{1}{2}\ell q + \frac{1}{8qq}$$

$$= \frac{p\sqrt{1 + pp}}{4} - \frac{pp}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16pp + 8 - 16p\sqrt{1 + pp}} - \frac{1}{2}\ell(\sqrt{pp + 1} - p).$$

Ergo

$$\ell y + \frac{1}{2}\ell(\sqrt{pp + 1} - p) = \frac{p\sqrt{1 + pp}}{4} + \frac{pp}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16pp + 8 - 16p\sqrt{1 + pp}}.$$

Q[uod] E[rat] I[nveniendum].»

[Im Original fehlt infolge eines Schreibfehlers der Term  $-p$  in der letzten Formel unter dem zweiten Logarithmensymbol.]

Hernach führt Euler noch eine weitere Lösung an:

$$\llcorner \frac{dy}{y} = \frac{dp}{\sqrt{1+pp}-p}.$$

Sit  $\sqrt{1+pp}-p=q$ , erit

$$\frac{1-qq}{2q} = p, \quad dp = \frac{-dq-qq\,dq}{2qq},$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{-dq}{2q^3} - \frac{dq}{2q}, \quad \ell y = \frac{1}{4} \frac{1}{qq} - \frac{1}{2} \ell q. \gg$$

Eine Seite weiter kehrt Euler mit einem Zusatz zu diesem Problem zurück:

«Ad Probl[ema] III.

Inventum est

$$\frac{ds}{s} = \frac{pp\,dp}{p^3-pp-p+1} = \frac{pp\,dp}{(pp-1)(p-1)}.$$

Sit  $p-1=q$  erit  $p=q+1$  unde

$$\frac{(q+1)^2 dq}{q(qq+2q)} = \frac{ds}{s} = \frac{dq}{q} + \frac{dq}{qq(q+2)}.$$

Ut integremus  $\frac{dq}{qq(q+2)}$  sit  $\frac{q+2}{q} = t$  erit  $q = \frac{2}{t-1}$  et  $dq = \frac{-2\,dt}{(t-1)^2}$  ergo

$$\frac{dq}{qq(q+2)} = \frac{dq}{qqqt} = \frac{-2\,dt(t-1)}{8t} = -\frac{dt}{4} + \frac{dt}{4t}$$

hujus ergo integrale est

$$-\frac{t}{4} + \frac{1}{4} \ell t = \frac{-q-2}{4q} + \frac{1}{4} \ell \frac{q+2}{q} = \frac{-p-1}{4p-4} + \frac{1}{4} \ell \frac{p+1}{p-1}.$$

Ergo

$$\ell s - \ell q [-] \frac{1}{4} \ell \frac{p+1}{p-1} = \frac{-p-1}{4p-4}$$

[In der vorhergehenden Gleichung hat Euler einen Vorzeichenfehler korrigiert: vor dem dritten logarithmischen Term stand zunächst ein +, das er nachträglich in – geändert hat.]

unde

$$\frac{as^4 \sqrt{\frac{p+1}{1-p}}}{q} = c^{\frac{p+1}{4-4p}}$$

NB.  $c = \text{numerus cujus log.} = 1.$

i. e.

$$\frac{as^4(p+1)}{-(p-1)^5} = c^{\frac{p+1}{1-p}}$$

[Die beiden letzten Gleichungen, die wegen des Vorzeichenfehlers nicht korrekt waren, sind durchgestrichen; danach fährt Euler korrekt fort:]

seu

$$\frac{as^4}{(p+1)(p-1)^3} = \frac{1}{c^{\frac{p+1}{p-1}}}.$$

Quia  $p = \frac{z}{s}$  erit

$$\frac{as^8}{(z+s)(z-s)^3} = \frac{1}{c^{\frac{z+s}{z-s}}},$$

$z = \sqrt{ss+yy}$ , ergo

$$\frac{as^8}{(s+\sqrt{ss+yy})(-s+\sqrt{ss+yy})^3} = \frac{1}{c^{\frac{s+\sqrt{ss+yy}}{-s+\sqrt{ss+yy}}}},$$

$$\frac{as^8}{(-s+\sqrt{ss+yy})^2} = \frac{yy}{c^{\frac{s+\sqrt{ss+yy}}{-s+\sqrt{ss+yy}}}}.»$$

Wie man sieht, hat Euler seine Lösung weder auf die einfachste Form gebracht noch deren Eigenschaften analysiert. Seine bei der Formulierung des *Problema* III skizzierte Figur entspricht nicht der Verfolgungskurve (cf. die obige Skizze von 1736), was ihm auch damals Schwierigkeiten gemacht zu haben scheint.

- [13] Der letzte Satz ist im Original gestrichen und wurde daher weder in die *Opera postuma* 2 noch in den Band O. II, 11 aufgenommen.

18

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 10. März 1736

Basel den 10. Mertz 1736

HochEdler

Insonders HochgeEhrter H. Professor

Da kürztzlich Ihr H. Vatter mir die ehr gethan zu mir zu kommen, so haben wir beide unsere verwunderung bezeügt über E. HEd. langes stillschweigen: Sie werden ohne zweiffel meine 2 letstere schreiben empfangen haben: in dem einten ware eine dissertation *de applicatione principiorum mechanicorum a me observatorum*<sup>[1]</sup>. Ich möchte auch wißen ob der H. B[aron] v. Korff mein und meines Vatters dancksagungsbrieff empfangen<sup>[2]</sup>: In meinem brieff waren auch meine remarques über den mechanisme de Mr. de la Croix, so ich auff ordre des H. Presidenten (von Korff) nicht ohne mühe nach einer vielmahls repetierten lectur gemacht<sup>[3]</sup>. Wan ich wüste daß bej der Academie kein überfluß wäre an pieces, wolte ich wieder eine schicken: Es ist aber schad daß die *Commentarii* so lang ausbleiben<sup>[4]</sup>.

Ich höre daß Sie eine acquisition gemacht an dem H. Moula: Er hat sich gegen mir mit sonderbahren expressionen bedanckt für alles was E. HEd. an Ihm gethan und mich gebetten ihne noch ferners in Ihre gunst zu recommendieren, ich weiß daß Sie allerorts die merites estimieren und befördern: Es braucht also der H. Moula meine recommendation keineswegs. Ich habe gehört, daß die *academia* auch eine acquisition an Mr. de Mairan gemacht, worzu ich Ihnen gratuliere<sup>[5]</sup>. Wie komt es sonst, daß da mir E. HEd. schon lang gemeldet ich solte jemand commission geben meine gages zu empfangen, daß noch nichts für mich gefallen. Ich bitte Ew. HEd. für mich zu vigilieren, auch die erforderte trinckgelter und unkösten largement

auszutheilen. Es hat mich wunder genommen, daß meiner pension mit keinem wort meldung geschehen in meinem *diplomate*. Vielleicht bekommen alle frembde associés die pension. Ich möchte gern wißen, wer solche sind: Ich kenne niemand als meinen Vatter, den Mr. de Mairan und den H. Bilfingre<sup>[6]</sup>.

Ich höre daß U[nser] L[ieber] Vatter ⟨Gsell⟩ seit etwas zeit gantz kräncklich seje, welches mir sehr lejd ist: Ich mache meine empfehlung an das gantze hauß, und sonderl[ich] auch an die F. Liebste ⟨Katharina⟩.

Bej dem *diplomate* war auch ein todtenschein von H. Hygelin, welchen ohne zweiffel E. HEd. werden geschickt haben, worfür ich mich schönsten bedanke. Wan Sie aber einen authentischen todtenschein mit formlicher signatur und pitschafft, damit alles recht legal seje schicken könnten, geschehe des Hügels Erben ein großer gefallen. Die darüber gehende unkösten könnte E. HEd. von meinen einzugehenden gages behalten. Es wird nehstens der H. Martinet hierdurch naher Petersburg passieren<sup>[7]</sup>. Ich werde es Dero H. Vatter zu wißen thun lassen, damit wan er etwas an E. HEd. zu schicken hätte, solches bejzeiten fertig seje. Grüßen Sie hertzlich das Brucknerische Hauß, wie auch Ihren H. Bruder ⟨Johann Heinrich⟩ und sonst alle gute freünd.

Verbl[eibe] mit aller estime

Ew. HEdlen etc.

dienstwilligster

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 10. März 1736

⟩...⟨

Als mich kürzlich Ihr Vater mit seinem Besuch beehrt hat, haben wir beide unsere Verwunderung über Ihr langes Stillschweigen bezeugt. Zweifellos werden Sie meine beiden letzten Schreiben empfangen haben. In dem einen war eine Abhandlung über eine Anwendung der von mir betrachteten mechanischen Prinzipien<sup>[1]</sup>. Ich wüsste auch gern, ob der Baron von Korff meinen Dankesbrief und den meines Vaters empfangen hat<sup>[2]</sup>. In meinem Brief waren auch meine Bemerkungen über den Mechanismus von Herrn de La Croix, die ich auf Ordre des Herrn Präsidenten ⟨von Korff⟩ nicht ohne Mühe nach vielfach repetierter Lektüre gemacht hatte<sup>[3]</sup>. Wenn ich wüsste, dass bei der Akademie kein Überfluss an Abhandlungen herrschte, würde ich wieder eine schicken. Es ist aber schade, dass die *Commentarii* so lange ausbleiben<sup>[4]</sup>.

Ich höre, dass Sie mit Herrn Moula eine Akquisition gemacht haben; er hat sich mir gegenüber mit ganz besonderen Worten für alles bedankt, was Sie für ihn getan haben, und mich gebeten, ihn noch weiterhin Ihrer Gunst zu empfehlen. Ich weiss, dass Sie überall das Verdienst schätzen und fördern, und so braucht also Herr Moula meine Empfehlung überhaupt nicht. Ich habe gehört, dass die

Akademie auch mit Mr. de Mairan eine Akquisition gemacht hat, wozu ich Ihnen gratuliere<sup>[5]</sup>. Wie kommt es übrigens, dass noch nichts für mich abgefallen ist, obwohl Sie mir schon lange gemeldet haben, ich sollte jemandem den Auftrag geben, meine Pension zu empfangen? Ich bitte Sie, für mich aufzupassen und auch die erforderlichen Trinkgelder und Unkosten grosszügig auszuteilen. Es hat mich gewundert, dass in meinem Diplom meine Pension mit keinem Wort erwähnt ist. Vielleicht bekommen alle auswärtigen Associés die Pension? Ich wüsste gern, wer diese sind: Ich kenne niemanden als meinen Vater und die Herren de Mairan und Bülfinger<sup>[6]</sup>.

Ich höre, unser lieber Vater ⟨Gsell⟩ sei seit einiger Zeit ganz kränklich, was mir sehr leid tut. Ich lasse das ganze Haus grüssen und speziell die Frau Liebste ⟨Katharina⟩.

Beim Diplom war auch ein Totenschein von Herrn Hygelin, den zweifellos Sie geschickt haben, wofür ich mich bestens bedanke. Wenn Sie aber einen authentischen Totenschein mit förmlicher Unterschrift und Siegel schicken könnten, damit alles gesetzlich in Ordnung ist, würde den Erben Hygelins ein grosser Gefallen erwiesen. Die daraus entstehenden Unkosten könnten Sie von meiner Pension abziehen, wenn sie eingeht. Demnächst wird Herr Martinet Basel auf seinem Weg nach Petersburg passieren<sup>[7]</sup>. Ich werde es Ihren Vater wissen lassen, damit es – wenn er etwas an Sie schicken möchte – rechtzeitig fertig ist. Grüssen Sie herzlich das Brucknersche Haus wie auch Ihren Bruder ⟨Johann Heinrich⟩ und auch sonst alle guten Freunde.

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

R 105 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
 Basel, 10. März 1736  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 17–17v  
 Publ.: Fuss 2, p. 431–432

- [1] Es handelt sich um den Brief Nr. 17, dem der zweite Teil von D. Bernoullis Abhandlung über einige Gesetze der Mechanik (1741, DB. 26b) beilag.
- [2] Das Dankschreiben D. Bernoullis an J.A. von Korff fehlt, während dasjenige von J.I. Bernoulli erhalten und im Band O. IV A, 2 (p. 654–655) publiziert ist.
- [3] D. Bernoulli hatte die Abhandlung von La Croix über die Bewegung schwimmender Körper (1735) wohl mit Präsident von Korffs Brief vom Herbst 1735 zugestellt bekommen, wo sie im PS erwähnt ist (cf. Anhang VII.3, Nr. 5, p. 955 h.v.).  
 Der hier erwähnte Brief mit D. Bernoullis Bemerkungen zu La Croix' Arbeit scheint die Akademie nie erreicht zu haben; jedenfalls verzeichnen deren Register keine Besprechung davon aus der Feder D. Bernoullis, sondern lediglich eine solche von Euler (cf. *Protokoly* 1, p. 222, 223, 235, sowie Euler 1967a, b). D. Bernoulli hatte den Artikel von La Croix auch in einem nicht erhalten gebliebenen Brief an die Petersburger Akademie vom 7. April 1735 erwähnt (cf. *Protokoly* 1, p. 246).
- [4] Zur schleppenden Erscheinungsweise der *Petersburger Commentarii* cf. die Briefe Nr. 6, Anm. 2, Nr. 8, Anm. 4 und Nr. 10, Anm. 7.



- [5] Moula war vom 27. (16.) Januar 1736 bis zum 21. (10.) Juli 1744 Adjunkt der Höheren Mathematik an der Petersburger Akademie; de Mairan wurde am 3. Dezember (22. November) 1734 zum Auswärtigen Mitglied ernannt.
- [6] Auswärtige Mitglieder der Petersburger Akademie waren zu jener Zeit: Daniel Bernoulli, Johann I Bernoulli, Bülfinger, Hoffmann, de Mairan, Michelotti, Morgagni, Poleni, Sloane und Wolff.
- [7] Am 28. März 1736 schrieb D. Bernoulli an Bourguet (BPU Neuchâtel, Ms 1267, N. 5):  
 «Vous aurez vû par celles, que j'ai eu l'honneur d'écrire à Mr. Martinet, quel succès a eu son affaire avec Mr. le C[omte] d'Osterman. Suivant la dernière de Mr. Martinet, il sera ici dans une quinzaine de jours. Je souhaite qu'il soit aussy content de cet établissement que Mr. le Comte doit l'être d'avoir trouvé un Gouverneur doué de si éminentes qualités.»  
 – Cf. Brief Nr. 19, Anm. 1.

19

D. BERNOULLI AN L. EULER  
 Basel, 7. April 1736

HochEdelgeborner

Insonders HochgeEhrter Herr Professor

Ich bediene mich dieser gelegenheit umb Ew. HochEdgb. einige exemplar unserer Pariser dissertationen zu schicken<sup>[1]</sup>, weil ich nicht weiß ob Sie diejenigen so ich über Amsterdam geschickt bekommen haben oder werden<sup>[2]</sup>. Wan Ew. HEEdgb. meinen, daß von diesen exemplaren eines meritiere dem H. Kammerherren v. Korff praesentiert zu werden, bitte ich es zuvor proprement einbinden zu laßen, indeme wegen des H. Martinets eýliger abreýß nicht der Zeit gehabt solches alhier zu thun; die kósten werde ich ordentlich refundieren.

Ich bitte Ew. HochEdelgeb. als einen wahren freünd, mir *positive* zu sagen, in welchen *terminis* meine sach bei der Academie stehe und ob ich dan endlich etwas bekommen werde: Ich bin die wahrheit zu bekennen müd alzeit leer straw zu dreschen. Das seje unter uns geredt. Ich hätte gar gern gesehen, daß ich bei dieser gelegenheit hätte können meine *Hydrodynamicam* auch übersenden. Der Buchtrucker aber ist ein rechter Coyon und hat solches noch nicht absolviert<sup>[3]</sup>.

Wan ich nicht so pressiert wäre, hätte mir die ehr gegeben auff Dero Lateinischen brieff (über welchen viele reflexionen gemacht) zu antworten<sup>[4]</sup> und sonsten meine seithero gemachte *meditata* zu schicken. Ein ander mahl. Weilen bei meiner abreýß vieles von den *observationibus meteorologicis* ist tractiert worden, hab ich wollen durch den H. Martinet alle unsere *Schweitzerische Mercurus* schicken, in welchen die *observationes meteorologicae* gar ordentl[ich] beschrieben. Wan Sie wollen, will ich dieselbige continuiren zu schicken mit gelegenheit.

Man schreibt mir von Paris, daß der H. Delisle versprochen mit nechstem zu verreysen. Mein Bruder (Johann II) hat dieses jahr das *praemium de lumine* von 2500 [Livres] bekommen<sup>[5]</sup>.

Machen Sie mein compliment an die F. Liebste 〈Katharina〉 und Dero Söhn-  
l[ein] 〈Johann Albrecht〉 und des Lieben Vatters 〈Gsell〉 wertheste familien wie  
auch den H. Bruckner und Seine familien und sonsten alle gute freünde.

Verbl[eibe] mit aller möglichen estime,  
Ewer HochEdelgebornen  
Meines HochgeEhrten H. *Professoris*  
dienstbeflißenster

Daniel Bernoulli

Bale ce 7 avril 1736.

Remonstrieren Sie doch noch einmahl dem H. Kammerherren 〈von Korff〉 mein  
interess. Wan ich einmahl nur etwas bekäme, daß ich dardurch auff ein newes  
encouragiert wurde. Umbsonst ist der todt. Schreiben Sie mir exprès wegen dieser  
sach.

### Übersetzung

〉...〈

Ich bediene mich dieser Gelegenheit, um Ihnen einige Exemplare unserer Pari-  
ser Abhandlungen zu schicken<sup>[1]</sup>, da ich nicht weiss, ob Sie diejenigen, die ich über  
Amsterdam geschickt habe, bekommen haben oder noch bekommen werden<sup>[2]</sup>.  
Wenn Sie meinen, dass von diesen Exemplaren eines verdiene, dem Kammerherrn  
von Korff präsentiert zu werden, so bitte ich, es vorher säuberlich einbinden zu  
lassen, da ich wegen Herrn Martinets eiliger Abreise keine Zeit hatte, das hier zu  
tun. Die Kosten werde ich ordentlich zurückerstatten.

Ich bitte Sie als einen wahren Freund, mir ganz offen zu sagen, wie meine Sache  
bei der Akademie steht und ob ich denn endlich etwas bekommen werde. Ich bin es  
– um die Wahrheit zu bekennen – müde, immer leeres Stroh zu dreschen. Das sei  
unter uns gesagt. Ich hätte sehr gern gesehen, dass ich bei dieser Gelegenheit auch  
meine *Hydrodynamik* hätte übersenden können. Der Buchdrucker ist ein richtiger  
Schurke und ist damit noch nicht fertig<sup>[3]</sup>.

Wenn ich nicht so in Eile wäre, hätte ich mich beehrt, auf Ihren lateinischen  
Brief (über den ich viele Überlegungen angestellt habe) zu antworten<sup>[4]</sup> und auch  
sonst meine seither gemachten Gedanken zu schicken. Ein anderes Mal. Weil bei  
meiner Abreise viel über meteorologische Beobachtungen gesprochen worden ist,  
wollte ich durch Herrn Martinet alle unsere *Mercurus Suisses* schicken, in welchen  
die meteorologischen Beobachtungen sehr ordentlich beschrieben sind. Wenn Sie  
wollen, will ich bei Gelegenheit damit fortfahren, diese zu schicken.

Man schreibt mir von Paris, Herr Delisle habe versprochen, demnächst abzu-  
reisen. Mein Bruder 〈Johann II〉 hat dieses Jahr den Preis über das Licht von 2500  
Livres bekommen<sup>[5]</sup>.

Machen Sie mein Kompliment an die Frau Liebste (Katharina) und Ihr Söhnlein (Johann Albrecht), an die werthe Familie des lieben Vaters (Gsell), an Herrn Bruckner und seine Familie und auch sonst an alle guten Freunde.

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

Bâle, ce 7 avril 1736.

Rufen Sie doch dem Kammerherrn (von Korff) meine Interessen noch einmal in Erinnerung. Wenn ich einmal nur etwas bekäme, um dadurch erneut ermutigt zu werden. Umsonst ist nur der Tod. Schreiben Sie mir rasch in dieser Sache.

R 106 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, 7. April 1736

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 18–19v

- [1] Dieser Brief und die Bücher wurden von Martinet überbracht, der von Neuchâtel über Basel nach Petersburg gereist war, um eine Stelle als Hauslehrer bei Graf Ostermann anzutreten (cf. Brief Nr. 18, Anm. 7).
- [2] Gemeint sind die Pariser Preisschriften von D. Bernoulli (1735, DB. 24) und J. I. Bernoulli (JB. 146) über die Neigung der Planetenbahnen. – Cf. Brief Nr. 17, Anm. 10.
- [3] Cf. Mikhajlov (2002, p. 24f).
- [4] Der hier erwähnte Brief Eulers ist nicht erhalten.
- [5] Cf. J. II Bernoulli (1736).

## 20

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 26. Juni 1736

HochEdelgeborner

HochgeEhrtester Herr Professor

Dero geehrtestes und werthestes zuschreiben vom 10. may hab ich erst den 20. jun. *st/ili/ n/ovi/* empfangen<sup>[1]</sup>: die inclusen an Dero H. Vatter hab ich noch selbigen tags spediirt; ich hab auch meinem Vatter Dero brieff eingehändigt; er last sich Ew. HEdgb. schönstens empfehlen und wurde Ihnen selber geschrieben haben, wan er etwas beßer disponiert wäre<sup>[2]</sup>: Seine altersbeschwärden nehmen zu und er rüstet sich nunmehr nahe Plombiere zu reÿsen<sup>[3]</sup>. Sonsten kan ich Ew. HEdgb. versichern, daß er für Dieselbe alle mögliche estime und freundschaft heget, und wan sich Dieselbige einmahl zu einer philosophischen basler Profession lencken wolten, er sich eine frewd machen wurde Ihnen zu dienen. Dieses aber sage ich nur als eine prob, indeme ich gar wohl weiß, daß Sie in Petersburg in ehr und ansehen sind, so daß Sie nicht mehr verlangen werden hieher zu kommen.

Ich bin Ew. HEdgb. sehr verbunden für die confiance, mit deren Sie mir einige umständ von der Academie geschrieben: Ich kan Dieselbe versichern, daß Sie

keine indiscretion von mir zu beförchten haben. Wan ich einmahl sehen werde, daß meine pension gut incaminiert ist, werde ich so viel pieces schicken als man erwarten kan und mich sonst in allen stucken für die ehr der Academie gantz eýffrig erzeugen. Sonsten aber bin ich resolviert gantz abzubrechen. Ich recommendiere Ihnen noch ferners mein interess in acht zu nemmen und versichert zu seyn, daß ich mein einziges vertragen auff Sie setze. Sie wurden mich höchstens obligieren, wan Sie mir eine beschreibung wolten machen von dem zustand der Academie und von welchen personen die administration derselben meistens dependiere, auch mir zu rahten wie ich mir etwan dieselbe könt zu freünd machen: ich wurde solches *quocunque modo* verrichten: Da Sie mich berichten, daß ich meine pension von den nächstfallenden geltern bekommen solle, wäre ich curios gewesen zu wüßen, ob die Academie ihre gelter für dieses lauffende jahr schon gezogen. Wan Sie etwas für mich einziehen bitte mir solches, *detractis detrahendis*, sogleich zu ubermachen. Wan mir meine pensionen vestgestellt sind, könnte ja gelt entlehnt werden solche zu bezahlen, und wolte ich gern das interess, so gros es auch immer seje, fallen laßen; Ew. HEdgb. könten sich hierüber mit H. Schuemacher (deme ich mein dienst[fertigstes] compliment mache) oder sonst einem freünd, der von diesen sachen weist, berathschlagen: dan ich möchte gern einmahl etwas reelles sehen.

Von des Schneiders Matthis praetendierter erbschafft hab ich seithero kein wort mehr gehört: vorgestern habe ich deswegen naher Strasburg geschrieben<sup>[4]</sup>. Es können also Ew. HEdgb. das vorgestreckte wieder von ihm zurückziehen oder es ihm am schneider lohn abziehen. Für den authentischen todtschein von H. Chirurg[en] Hýgelin, werde ich Ihnen sehr verbunden seyn und die deswegen gehabte kösten refundieren.

Ew. HEdgb. *Mechanic* erwarte ich mit großem verlangen indem ich wohl weiß, daß ich gar viel daraus profitieren werde<sup>[5]</sup>. Den new aggregierten H. *professoribus*<sup>[6]</sup> bitte ich meine gehorsamste empfehlung zu machen, wie auch meinen übrigen guten freünden und alten bekanten.

Newlich hab ich den H. Plappert, so bej den Printzen Repnin Gouverneur gewesen, ganz unvermuthet bej dem Marggrafen (Karl Wilhelm) angetroffen. Er ist von demselben zum Residenten in Pfürt<sup>[7]</sup>, alwo er verheürahtet und wohnhaft ist, angenommen worden.

Dem L[ieben] Vatter (Gsell) gratuliere ich zu seiner restitution, und grüße hertzlich sein gantzes hauß, worunter insonderheit Ew. HEdgb. wertheste angehörrende begriffen. Ein Mehrers habe ich vor dieses mahl nicht der zeit zu schreiben. Ich empfehle mich also in Ew. HEdgb. fernere gute freundschaft und verbl[eibe] mit aller möglichen hochachtung,

Ew. HEdgb.

Meines HochgeEhrtesten H. Professors

Ergebenster Diener

DBernoulli

Basel den 26. jun. 1736.

In dem moment bekomme ich ein brief von H. Moula: ich bitte demselben nebst meinem gruß zu melden, daß ich seinen brief nach Genf gleich spedirt habe. Ich werde ihm und dem H. R[ector] Fischer, dem ich gleichfalls mein compliment mache, mit mehrerer weil antworten. Ich sehe aus allen umständen, daß die Academie abermahl in ein stocken gerahten. Sonderlich, da das gelt v. 1736 bereits gefallen und noch keine pensionen bezahlt worden sind. Ich glaube aber, daß die Academie noch credit hat und könnte also das gelt für meine pensionen aufgenommen werden, worüber den verlust, so gros er auch wäre gern tragen wolte. Ew. HEdgb. könnten hierüber nach gutbefinden mit H. Schumacher oder jemand anders sich berathschlagen.

### Übersetzung

> ... <

Ihre werthe Zuschrift vom 10. Mai habe ich erst am 20. Juni neuen Stils erhalten<sup>[1]</sup>. Die Beilagen an Ihren Vater habe ich noch am selben Tag weitergeleitet. Auch habe ich meinem Vater Ihren Brief ausgehändigt; er lässt sich Ihnen bestens empfehlen und hätte Ihnen selber geschrieben, wenn er etwas besser disponiert wäre<sup>[2]</sup>. Seine Altersbeschwerden nehmen zu, und er bereitet sich jetzt auf die Reise nach Plombières<sup>[3]</sup> vor. Sonst kann ich Ihnen versichern, dass er für Sie jede mögliche Achtung und Freundschaft empfindet, und wenn Sie einmal eine philosophische Professur in Basel ins Auge fassen möchten, würde er sich eine Freude daraus machen, Ihnen dienlich zu sein. Dies sage ich jedoch nur probeweise, denn ich weiss sehr wohl, dass Sie in Petersburg in Ehre und Ansehen stehen, so dass Sie kein Verlangen mehr haben werden, hierher zu kommen.

Ich bin Ihnen sehr verbunden für das Vertrauen, mit dem Sie mir einige Umstände der Akademie geschildert haben. Ich kann Ihnen versichern, dass Sie keine Indiskretion von mir zu befürchten haben. Wenn ich einmal sehen werde, dass es mit meiner Pension gut läuft, werde ich so viele Abhandlungen schicken, wie man nur erwarten kann, und mich auch sonst in jeder Hinsicht eifrig für die Ehre der Akademie einsetzen. Sonst bin ich aber entschlossen, den Kontakt ganz abzubrechen. Ich bitte Sie darum, auch noch fernerhin meine Interessen wahrzunehmen und versichert zu sein, dass ich mein Vertrauen allein in Sie setze. Sie würden mich sehr verpflichten, wenn Sie mir eine Beschreibung vom Zustand der Akademie geben könnten, mir sagen, von welchen Persönlichkeiten deren Administration zur Hauptsache abhängt, und mir raten, wie ich mir diese etwa zu Freunden machen könnte, was ich auf *jedwelche Art* tun würde. Da Sie mir berichten, dass ich meine Pension von den nächstens fälligen Geldern erhalten solle, wäre ich neugierig zu wissen, ob die Akademie ihre Gelder für das laufende Jahr schon bezogen hat. Wenn Sie etwas für mich einziehen, bitte ich Sie, es mir – nach Abzug des Abzuziehenden – sogleich zu überweisen. Wenn die Kosten für meine Pensionen nur budgetiert sind, könnte man ja zu deren Bezahlung Geld entleihen, und ich würde gern den Zins, wie gross er auch immer sei, fallen lassen. Darüber könnten Sie sich mit Herrn Schumacher (den ich bestens grüssen lasse) oder sonst einem Freund,

der von diesen Dingen weiss, beratschlagen, denn ich möchte gern einmal etwas Reelles sehen.

Von des Schneiders Matthis beanspruchter Erbschaft habe ich seither kein Wort mehr gehört; vorgestern habe ich deswegen nach Strassburg geschrieben<sup>[4]</sup>. Sie können also den Vorschuss wieder von ihm zurückziehen oder ihm vom Schneiderlohn abziehen. Für den authentischen Totenschein des Chirurgen Hygelin werde ich Ihnen sehr verbunden sein und die entsprechenden Kosten vergüten.

Ihre *Mechanik* erwarte ich mit grossem Verlangen, da ich wohl weiss, dass ich davon sehr profitieren werde<sup>[5]</sup>. Bitte empfehlen Sie mich den neu hinzugekommenen Professoren<sup>[6]</sup> wie auch meinen übrigen guten Freunden und alten Bekannten.

Kürzlich habe ich Herrn Plappert, der bei den Fürsten Repnin Hauslehrer war, ganz unverhofft beim Markgrafen (Karl Wilhelm) angetroffen. Er ist von demselben zum Residenten in Pfirt<sup>[7]</sup>, wo er verheiratet und wohnhaft ist, ernannt worden.

Dem lieben Vater (Gsell) gratuliere ich zu seiner Genesung und grüsse herzlich sein ganzes Haus, einschliesslich besonders Ihre Angehörigen. Mehr zu schreiben fehlt mir für diesmal die Zeit. Ich empfehle mich also weiterhin Ihrer guten Freundschaft und verbleibe mit aller möglichen Hochachtung.

} ... {

D. Bernoulli

Basel, den 26. Juni 1736.

In diesem Moment erhalte ich einen Brief von Herrn Moula; bitte melden Sie ihm nebst meinem Gruss, dass ich seinen Brief nach Genf sofort weitergeleitet habe. Ich werde ihm und Herrn Rektor Fischer, den ich ebenfalls grüssen lasse, etwas später antworten. Aus allen Umständen sehe ich, dass die Akademie abermals ins Stocken geraten ist, besonders weil das Geld von 1736 bereits verfallen ist und noch keine Pensionen bezahlt worden sind. Ich glaube aber, dass die Akademie noch über Kredit verfügt und so das Geld für meine Pensionen aufgenommen werden könnte; den Verlust, wie gross er auch wäre, würde ich gern tragen. Sie könnten sich hierüber nach Gutbefinden mit Herrn Schumacher oder jemand anderem beratschlagen.

R 107 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom 21. (10.) Mai 1736  
Basel, 26. Juni 1736  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 20–21v

[1] Der hier erwähnte Brief Eulers ist nicht erhalten geblieben.

[2] Cf. J. I Bernoullis Antwort vom 2. April 1737 auf diesen nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers (O. IV A, 2, p. 151–161).

[3] Plombières-les-Bains im Department Vogesen ist ein kleines Kurbad in Lothringen, dessen Thermalquellen seit römischer Zeit und auch heute noch für die Linderung rheumatischer Krankheiten genutzt werden.

[4] Die Erbschaftsaffäre des Schneiders Matthis ist uns unbekannt.

- [5] Der Druck von Eulers zweibändiger *Mechanik* war im September 1736 abgeschlossen, und der Versand der Exemplare begann im Oktober.
- [6] In der ersten Hälfte des Jahres 1736 wurden nur zwei Adjunkte (Moula und Wilde) sowie zwei Professoren (Libert und Heinsius) in die Akademie aufgenommen.
- [7] Pfirt (Pfirt), heute Ferrette, liegt im Elsass 30 km westlich von Basel.

## 21

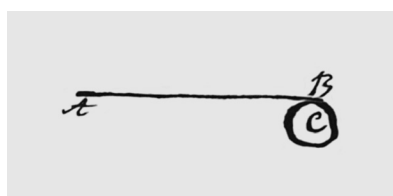
D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 12. September 1736

HochEdelgebohrner,  
Hochgeehrtester Herr Professor

Ich bin Ew. HEdgb. sehr verbunden für Dero sorgfalt, so Sie für mein interesse tragen<sup>[1]</sup>; ich hoffe daß ich nächstens die fruchten darvon empfinden werde, und bitte Ew. HEdgb. das Ihrige ferner darzu beÿzutragen mit versicherung meiner beständigen erkantlichkeit. Für die überschriebene nouvelles bin ich höchstens verpflichtet. Der verwirte zustand unserer Academie ist zu bejammern, indeme so viel gutes von Ihro zu hoffen wäre, wan sie einmahl recht eingerichtet wäre. Vielleicht ist der krieg daran schuld<sup>[2]</sup>; diese ursach wäre umb so viel mehr zu bejammern, indeme es nicht scheint, daß solche so bald möchte gehoben werden: ja es solle der Kayser (Karl VI.) auch gantz parat sejn wider die Türcken zu agieren. Man ist alhier sehr attentif ob eine schlacht bey Bender vorfallen werde<sup>[3]</sup>: solche wird von vielem decidieren. Die praesumption ist für unsere Kayserin (Anna Ioannovna), indeme Dero waffen bishero unüberwindlich gewesen. An dem Rhein bleibt alles in *statu quo*: die vestung bey Hüningen jenseits des Rheins wird noch nicht geschleift, und Kehl und Philipsburg noch nicht restituirt<sup>[4]</sup>; indeßen zweifflet man doch nicht an dem völligen frieden, wie dan auch der H. Margraff (Karl Wilhelm) heüt würcklich wieder in seine land verreyset<sup>[5]</sup>. Aber genug von diesen Stats discursen.

Wan Ew. HEdgb. die pieces, so ich durch den H. Martinet überschickt, durchlesen haben, werde Dero *judicium* darüber gern vernehmen<sup>[6]</sup>. Haben Sie auch meine remarques gelesen über das läppische tractät<sup>[ein]</sup> vom Mr. de la Croix<sup>[7]</sup>.

In einem von meinen vorigen habe ich proponiert die *leges percussioneis* zu finden, im fahl die *linea centra gravitatis jungens* nicht *per punctum impulsus* gehet, als wan zum exempel die *linea AB utcunque gravis* vom *globo C* impelliert wird;

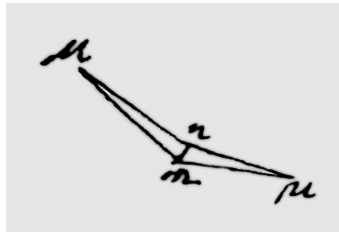




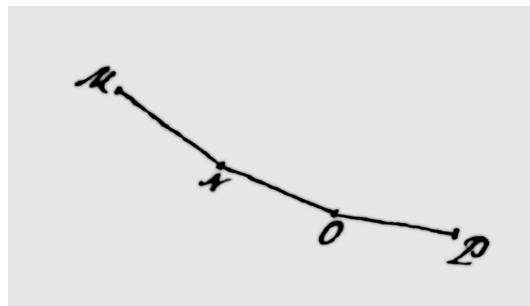
worüber von meinem Vatter dissentiere<sup>[8]</sup>. Wan Sie sich bemühet über dieses *problema*, so möchte ich gern Dero solution vernehmen. Es ist mir hertzlich lieb, daß Sie sich beständig in Ihren *meditationibus mathematicis* exercieren und die gelehrte welt mit Ihren schönen inventionen bereichern. Ich habe die mathematic schier völlig verlaßen und wan es nicht meine relation mit der Academie erfordern wird, so werde ich gantz darvon abstehen.

Den IV. tom. *Commentariorum* habe ich schon lang recensiert gesehen; wie komts daß er nicht publiciert wird<sup>[9]</sup>: Ew. HEdgb. *Mechanica* erwartet männiglich mit großem verlangen<sup>[10]</sup>. Ew. HEdgb. verlangen meine reflexionen über Dero mir überschickte meditationen: ich habe nun nicht der zeit solche alle zu durchgehen: Sie wissen, daß ich alles admire was von Ihnen komts: etwas weniges will ich alhier anrühren.

In Dero solution über die *brachystochronas in medio resistente* hab ich folgenden scrupel<sup>[11]</sup>:



Es ist nicht genug, daß *tempus per Mn + nμ* gleich seje *tempori per Mm + mμ*, dan solches kan geschehen (NB *in medio resistente*) ohne das *velocitates in puncto μ* bejderseits gleich sejen, welches letstere doch erfordert wird, indeme diese *velocitates* influenz haben auff das übrige *tempus, quod insumitur a corpore dum movetur a puncto μ ad punctum positione datum*.



Die rechte solution bestehet meiner meinung nach darin, daß man *situm trium elementorum MN, NO, OP inter puncta M et P positione data* suche mit der condition, daß die *velocitas in P invariabilis* seje und zugleich *tempus per MN + NO + OP minimum*. Ob Ew. HEdgb. hierin mit mir überein kommen, möchte ich gern wissen.

Das *theorema summationis seriei*

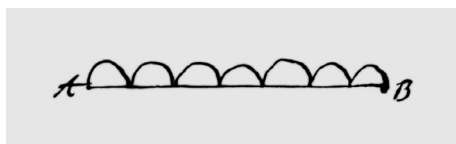
$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} \text{ etc.} = \frac{pp}{6}$$

und

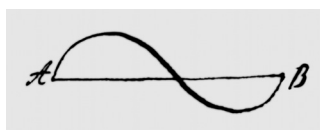
$$1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \text{etc.} = \frac{p^4}{90}$$

ist sehr merckwürdig; Sie werden ohne zweiffel *a posteriori* darauff gekommen sejn; ich möchte [die] solution gern von Ihnen sehen<sup>[12]</sup>.

Was das *problema* anbelangt *de inveniendâ curvâ in qua  $\int r ds$  habeat inter omnes lineas inter eosdem terminos sitas minimum valorem*, so dunkt mich das es etwas besonders habe. Eigentlich zu reden hat das *problema* keine solution, und ist kein *minimum* da: dan ich darff ja die *puncta A et B* nur mit lauter *cycloidibus infinite parvis* (die doch eine *lineam continuam* ausmachen) ausfüllen oder an einander hencken, so ist  $\int r ds = 0$ .



Es kan auch  $\int r ds$  sejn = 0 *hoc alio modo*, *quem figura apposita ostendit*, alwo sich die *valores affirmativi* und *negativi* vom  $\int r ds$  destruiren können.



Wan man aber *curvam* forderte, *quae nullibi habeat radium osculi nec = 0 nec =  $\infty$* , scheint es das *problema* habe eine reelle solution; und wolte ich umb dieselbe zu finden, die *evolutam* suchen und zwar *methodo isoperimetricorum*, *mutatis aliquibus circumstantiis*.

Das *problema* von der *Werrequa*[?]<sup>[13]</sup> ist bey weitem nicht genug determiniert, so wie Sie solches exprimieren. Solches müste viel accurater und deütlicher expriert werden.

Meine Eltern sind noch in dem bad zu Plombiere. Der H. <J.S.> König von Marpurg ist alhier wieder angekommen. Von des Mathis erbschafft habe ich seit-hero nicht das geringste mehr vernommen; es scheint sein Oncle seje ein schelm in seiner haut<sup>[14]</sup>. Dem H. Moula bitte mein compliment zu machen und werde ihme ein ander mahl selber schreiben; jetz habe ich nicht der zeit. Dem H. Vatter <Gsell> gratuliere ich zu seiner wieder erlangten Gesundheit; wan komt Israel <Gsell> her? Mein hertzl[liches] compliment an alle angehörenden. Wan komt Ihr portrait<sup>[15]</sup> alhier an?

Ich verbleibe  
 Ewer HochEdelgebornen  
 Meines Hochgeehrtesten H. *Professoris*  
 dienstwill[igster] D[iener]

Daniel Bernoulli

Basel den 12. 7br. 1736.

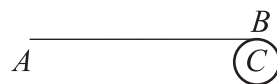
### Übersetzung

>...<

Ich bin Ihnen sehr verbunden für die Sorgfalt, die Sie für meine Interessen tragen<sup>[1]</sup>. Ich hoffe, dass ich nächstens die Früchte davon sehen werde, und bitte Sie, fernerhin das Ihrige dazu beizutragen, mit der Versicherung meiner ständigen Erkenntlichkeit. Für die mitgeteilten Neuigkeiten bin ich Ihnen in hohem Masse verpflichtet. Der verworrene Zustand der Akademie ist zu beklagen, da so viel Gutes von ihr zu erhoffen wäre, wenn sie einmal recht eingerichtet wäre. Vielleicht ist der Krieg daran schuld<sup>[2]</sup>; diese Ursache wäre um so mehr zu beklagen, indem es nicht den Anschein hat, dass sie bald einmal behoben werden möchte: Ja, der Kaiser <Karl VI.> soll auch ganz bereit sein, gegen die Türken ins Feld zu ziehen. Man ist hier sehr aufmerksam, ob es bei Bender zur Schlacht kommen wird<sup>[3]</sup>: Diese wird über vieles entscheiden. Die Aussichten sprechen für unsere Kaiserin <Anna Ioannovna>, indem deren Waffen bis jetzt unüberwindlich gewesen sind. Am Rhein bleibt alles beim Alten: Die Festung bei Hüningen jenseits des Rheins wird noch nicht geschleift, und Kehl und Philippsburg werden noch nicht restituert<sup>[4]</sup>. Indes zweifelt man doch nicht am völligen Frieden, wie denn auch der Markgraf <Karl Wilhelm> heute wirklich wieder in seine Länder abreist<sup>[5]</sup>. Doch genug von Politik.

Wenn Sie die Abhandlungen, die ich Ihnen durch Herrn Martinet zukommen liess, durchgelesen haben, werde ich Ihr Urteil darüber gerne vernehmen<sup>[6]</sup>. Haben Sie auch meine Bemerkungen über das läppische Traktätlein von Mr. de La Croix<sup>[7]</sup> gelesen?

In einem meiner vorigen Briefe habe ich vorgeschlagen, die Stossgesetze zu finden für den Fall, dass die die Schwerpunkte verbindende Linie nicht durch den Punkt des Aufpralls geht, wie wenn zum Beispiel ein beliebig schwerer Stab  $AB$  von einer Kugel  $C$  angestossen wird,

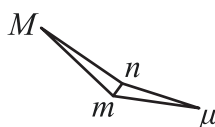


worüber ich von meinem Vater abweiche<sup>[8]</sup>. Wenn Sie sich um dieses Problem bemüht haben, so möchte ich Ihre Lösung gern vernehmen. Es ist mir herzlich lieb, dass Sie ständig Ihre mathematischen Meditationen ausüben und die Gelehrtenwelt

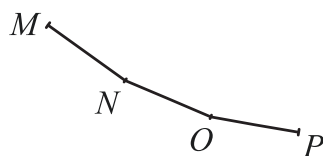
mit Ihren schönen Entdeckungen bereichern. Ich habe die Mathematik fast völlig verlassen, und wenn es nicht meine Beziehungen zur Akademie erfordern werden, werde ich sie ganz aufgeben.

Den 4. Band der *Commentarii* habe ich schon lange angezeigt gesehen, doch wie kommt es, dass er nicht publiziert wird<sup>[9]</sup>? Ihre *Mechanik* erwartet man allgemein mit grossem Verlangen<sup>[10]</sup>. Sie verlangen meine Überlegungen über Ihre mir zugeschickten Meditationen: Ich habe momentan nicht die Zeit, diese alle durchzugehen. Sie wissen, dass ich alles, was von Ihnen kommt, bewundere; ein wenig will ich hier berühren.

In Ihrer Lösung über die Brachystochronen im widerstehenden Medium habe ich folgenden Skrupel<sup>[11]</sup>:



Es genügt nicht, dass die Zeit für  $Mn + n\mu$  gleich sei der Zeit für  $Mm + m\mu$ , denn dies kann geschehen (NB. im widerstehenden Medium), ohne dass die Geschwindigkeiten im Punkt  $\mu$  beiderseits gleich seien, welches letzteres doch erfordert wird, indem diese Geschwindigkeiten Einfluss haben auf die übrige Zeit, welche vom Körper gebraucht wird, während er sich vom Punkt  $\mu$  zu einem Punkt von gegebener Lage bewegt.



Die richtige Lösung besteht meiner Meinung nach darin, dass man die Lage der drei Elemente  $MN$ ,  $NO$ ,  $OP$  zwischen den Punkten  $M$  und  $P$  von gegebener Lage suche mit der Bedingung, dass die Geschwindigkeit in  $P$  unveränderlich und zugleich die Zeit für  $MN + NO + OP$  ein Minimum sei. Ob Sie darin mit mir übereinstimmen, möchte ich gerne wissen.

Das Theorem der Summierung der Reihe

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.} = \frac{pp}{6}$$

und

$$1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \text{etc.} = \frac{p^4}{90}$$

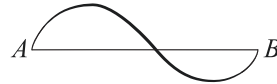
ist sehr merkwürdig. Sie werden ohne Zweifel *a posteriori* darauf gekommen sein. Ich möchte die Lösung gern von Ihnen sehen<sup>[12]</sup>.

Was das Problem anbelangt, die Kurve aufzufinden, für die  $\int r ds$  den kleinsten Wert hat unter allen Linien, die zwischen denselben Grenzen liegen, so scheint es

mir etwas Besonderes an sich zu haben. Eigentlich hat das Problem keine Lösung, und es gibt kein Minimum, denn ich brauche ja die Punkte  $A$  und  $B$  nur mit lauter unendlich kleinen Zykloiden (die doch eine kontinuierliche Linie ausmachen) auszufüllen oder aneinanderzuhängen, dann ist  $\int r \, ds = 0$ .



Es kann auch  $\int r \, ds = 0$  sein auf diese andere Weise, welche die beigelegte Figur zeigt, wo sich die positiven und die negativen Werte von  $\int r \, ds$  gegenseitig aufheben können.



Wenn man aber eine Kurve verlangt, die nirgendwo einen Krümmungsradius  $= 0$  oder  $= \infty$  hat, so scheint es, das Problem habe eine wirkliche Lösung; um diese zu finden, würde ich die Evolute suchen, und zwar mit der Methode der Isoperimetren, unter Veränderung einiger Nebenumstände.

Das Problem der *Werrequa*[?]<sup>[13]</sup> ist, so wie Sie dieses darstellen, bei weitem nicht genügend bestimmt. Es müsste viel genauer und deutlicher ausgedrückt werden.

Meine Eltern befinden sich noch im Bad zu Plombières. Herr <J. S.> König von Marburg ist wieder hier angekommen. Von der Erbschaft des Mathis habe ich seither nicht mehr das Geringste vernommen; sein Onkel scheint durch und durch ein Gauner zu sein<sup>[14]</sup>. Lassen Sie bitte Herrn Moula von mir grüssen; ich werde ihm ein anderes Mal selber schreiben, jetzt habe ich dazu keine Zeit. Dem Vater <Gsell> gratuliere ich zu seiner wiedererlangten Gesundheit. Wann kommt Israel <Gsell> hierher? Mein herzliches Kompliment an alle Angehörigen. Wann kommt Ihr Porträt<sup>[15]</sup> hier an?

> ... <

Daniel Bernoulli

Basel, den 12. September 1736.

R 108 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Sommer 1736  
 Basel, 12. September 1736  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 22–23v  
 Publ.: Fuss 2, p. 433–435

- [1] Möglicherweise bezieht sich D. Bernoulli auf einen nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers.
- [2] In den Jahren 1735–39 führte Russland Krieg gegen die Türkei. Wiederholt hatten kaukasische und tatarische Stämme südrussische Grenzgebiete überfallen. Petersburg beschloss, derartigen Invasionen künftig durch einen breitangelegten Gegenangriff unter dem Kommando von Lacy und Münnich vorzubeugen, wobei man freilich auch hoffte, einen Zugang

zum Asovchen und zum Schwarzen Meer erzwingen zu können. Nach anfänglichen, durch Nachschubschwierigkeiten in der Steppe verursachten Misserfolgen gelang es den Russen, die Landenge von Perekop zu bedrängen und die Halbinsel Krim zu verwüsten. Ferner konnten sie die türkische Festung Očakov, welche die Ausfahrt aus dem Dnjepr und dem Bug ins Schwarze Meer beherrschte, einnehmen. Den glänzendsten Sieg errang Feldmarschall Münich jedoch bei Khotin in Nordbessarabien, wo er – ähnlich wie Peter der Grosse im Jahre 1711 – von überlegenen türkischen Streitkräften eingeschlossen wurde, sich jedoch nicht in Verhandlungen einliess, sondern die feindlichen Stellungen erfolgreich stürmen liess. – Über die Ereignisse dieses Krieges wurde damals im *Mercure Suisse* regelmässig berichtet.

Das mit Russland verbündete Österreich operierte ebenfalls gegen die Türken, doch erlitten die österreichischen Truppen derart grosse Verluste, dass sich die Wiener Regierung für einen Separatfrieden entschied, wodurch auch die diplomatische Position Russlands geschwächt wurde. Im Friedensvertrag von Belgrad (1739) setzte Russland zwar seinen Anspruch auf das Gebiet der Saporoger Kosaken durch, erhielt jedoch weder am Asovchen noch am Schwarzen Meer einen Hafen: die Russen mussten zusichern, auf diesen beiden Meeren keine eigene Flotte zu halten und ihren Handel ausschliesslich mittels türkischer Schiffe abzuwickeln. Asov fiel zwar wieder an die Russen, doch musste die dortige Festung geschleift werden. Die Verluste der Russen in diesem Krieg schätzt man auf ca. 100 000 Mann. – Cf. Giterman (1945, p. 162f) sowie O. IV A, 2, p. 327, Anm. 2.

- [3] Bender (Bendery) ist eine historisch bedeutende Stadt, am Dnjestr etwa 100 km vor dessen Mündung ins Schwarze Meer gelegen. Im 12. Jahrhundert bestand dort eine genuesische Kolonie; 1672 besetzten die Türken die Stadt und ihr moldawisches Umland und befestigten sie nach der Abtretung von Kamenez in Podolien an Polen im Frieden von Karlowitz 1699. Nach der verlorenen Schlacht von Poltava hielt sich 1709–1711 Karl XII. von Schweden dort auf – meist im nahegelegenen Flecken Warnitza. Bender wurde in der Folge viermal von den Russen erobert (1770, 1789, 1806 und 1811), jedoch stets den Türken zurückgegeben, bis es 1812 im Frieden von Bukarest mit ganz Bessarabien definitiv an Russland fiel.

- [4] Hüningen (Huningue) ist eine Kleinstadt im französischen Departement Haut-Rhin, im Dreiländereck nördlich von Basel am linken Rheinufer gelegen. Nachdem Hüningen 1648 im Westfälischen Frieden an Frankreich gefallen war, liess Ludwig XIV. es im Zuge des Spanischen Erbfolgekrieges als Bollwerk sowohl gegen die Schweiz als auch gegen Deutschland und die Österreicher befestigen, eine Brücke über den Rhein schlagen und auf dem rechten Ufer beim (heute als Stadtteil zu Basel gehörigen) Dorf Kleinhüningen an der Mündung der Wiese einen Brückenkopf anlegen. Diesen mussten die Franzosen infolge der Friedensschlüsse von 1697, 1714 und 1735 mehrfach schleifen, doch bauten sie ihn immer wieder von neuem auf. – Cf. Latruffe (1863); Tschamber (1894).

Kehl ist eine Kleinstadt am rechten Ufer des Oberrheins, die seit dem späten Mittelalter in den Verteidigungsring um Strassburg einbezogen war. Von den Franzosen 1678 erstmals erobert, stark befestigt und bis ins 19. Jahrhundert mehrfach heiss umkämpft – so auch 1733 –, fiel sie jeweils wieder an das Grossherzogtum Baden zurück.

Philippsburg liegt ebenfalls auf dem rechten Ufer des Oberrheins, zwischen Karlsruhe und Mannheim. Die dort ab 1615 errichtete Festung spielte in den Kriegen des 17. und 18. Jahrhunderts als Brückenkopf eine grosse Rolle – so auch 1734, als die Franzosen sie erfolgreich belagerten, aber 1737 wieder zurückgeben mussten. – Cf. Nopp (1881).

- [5] Die Markgrafen von Baden-Durlach, die stets intensiven Verkehr mit Basel pflegten, figurierten auch als Ehrenbürger dieser Stadt, die ihnen und ihren Familien anlässlich der wiederholten Einfälle der Franzosen in ihr wehrloses Land Schutz zu geben pflegte. Anfangs des 18. Jahrhunderts wurde an der heutigen Hebelstrasse ein stattlicher Palast (der *Markgräflerhof*, später Bürgerspital) errichtet, wo auch das markgräfliche Hausarchiv sowie etliche Kostbarkeiten aufbewahrt wurden.
- [6] Gemeint sind die Pariser Preisschriften über die Neigung der Planetenbahnen von D. Bernoulli (1735, DB. 24) und J. I. Bernoulli (JB. 146). – Cf. Brief Nr. 19, Anm. 1 und 2.
- [7] Cf. La Croix (1735) und Brief Nr. 18, Anm. 3.
- [8] Cf. Brief Nr. 17, Anm. 17, und Nr. 26, Anm. 2.

- [9] Der 4. Band der *Petersburger Commentarii* (für 1729) wurde im Dezember 1735 fertig (cf. *Protokoly* 1, p. 230), doch erhielten ihn die Akademiemitglieder in Petersburg erst im Mai bzw. im September 1737 (cf. *Protokoly* 1, p. 385, 424).
- [10] Cf. Brief Nr. 20, Anm. 5.
- [11] D. Bernoulli meint damit Eulers Untersuchung des Brachystochronen-Problems in E. 42. – Cf. Brief Nr. 15, Anm. 17 und 19.
- [12] Euler entdeckte die Summation der reziproken Reihen  $\sum 1/n^{2k}$  im Frühjahr 1736, worüber er sogleich seine Korrespondenten informierte. Seine diesbezüglichen Briefe an Daniel und Johann I Bernoulli sind uns unbekannt. Die frühesten erhalten gebliebenen Briefe Eulers, in welchen er die Summationsformel für die reziproken Reihen angibt, sind diejenigen an Poleni vom 24. (13.) März (*Pis'ma*, p. 216–217) und an Ehler vom 14. (3.) April 1736 (*Pis'ma*, p. 345). – Cf. O. IV A, 2, p. 45–46, 160–161, 473–474, 490.
- [13] Das Wort «Werrequa» ist im Manuskript nicht ganz eindeutig zu lesen; seine Bedeutung ist mangels anderer Belege ungeklärt.
- [14] Cf. Brief Nr. 20, Anm. 4.
- [15] Es handelt sich um das verschollene Porträt Eulers von J.G. Brucker, nach welchem V. Sokolov das Schabkunstblatt hergestellt hat, welches als Frontispiz des Bandes O. IV A, 2 verwendet wurde.

## 22

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 25. Januar 1737

Basel den 25. jan. 1737

HochEdelgeborner

HochGeehrtester Herr Professor!

Da mir Dero H. Vatter hat entbieten laßen, daß er Ew. HEdgb. schreiben werde, mit anerbieten ein zedulein von mir einzuschließen, so gebe mir die ehr ein paar wort an Sie abgehen zu laßen, biß daß ich express schreiben werde. Ich weiß nicht ob die *fata* von dem H. v. Korff oder von der Academie wunderlicher zu nennen<sup>[1]</sup>. Der H. Bulffinger hat mir geschrieben daß er eine medaille I[hro] K[ayerlichen] M[ajestaet] <Anna Ioannovna> dediciert mit einer unüberwindlichen festung. Ich möchte gern wissen, wie selbige ist auffgenommen worden<sup>[2]</sup>. Dem H. *Bibl[iothecario]* Schumacher bitte meine empfehlung zu machen mit bedeüten daß ein andermahl sein schreiben zu beantworten die ehr haben werde<sup>[3]</sup>. Ingleichem bitte dem H. Prof. Gross mein compliment zu machen und ihme zu sagen, daß nicht nöhtig erachtet ihne mit einem zweiten schreiben zu incommodieren, weil er kurtz nach ablassung des seinigen ein brieff von mir wird erhalten haben, darinn er umbständl[iche] nachricht wird ersehen haben über den bewusten articul: ich begreiffe aber nicht, wie er könne aus Holland brieff erhalten haben, als wan ich die 50 Rub. empfangen, indem ich ja [den] wechselbrieff und zwar zerrißen wieder zuruck geschickt habe.

Ew. HEdgb. meinung über meine piece, so den prix erhalten, wurde mich sehr mortificieren, wan ich nicht gesehen hätte, daß Sie dieselbe nur obenhin und in höchster eyl müßen gelesen haben<sup>[4]</sup>. Es ist mir niemahls in sinn gekommen das



*planum aequatoris Solis* zu verändern, damit die inclinationen in der ordnung fortgehen wie die *excentricitates*, sondern ich habe nur die anmerkung gemacht, daß weilen das *planum aequatoris* noch *incertum* ist, es nicht unfüglich seje zu untersuchen, wie es müße placiert werden damit das *medium arithmeticum* von allen inclination[en] *minimum* seje, welches ich auch gethan und gethan zu haben nicht berewe. Ich kan Ew. HEdgb. versichern, daß, nach dem *judicio* aller meiner Correspondenten zu schließen, diese piece bej nahem die beste aller meiner wercken sejn müße<sup>[5]</sup>.

Ich vermuthe daß in Dero solution meines *problematis de percussione corporum, cujus directio extra centrum gravitatis cadat*, ein schreibfehler sejn müße und namentlich in diesen worden: «*Sit summa omnium corporis particularum per suas respectivas ab axe distantias multiplicatarum = S*». <sup>[6]</sup> In meiner solution sind viel merkwürdige sachen begriffen.

Ich hätte viele pieces einzuschicken: allein der lust vergeht einem bej so bewanten sachen: Man fangt würcklich alhier an das gespött mit meiner pension zu treiben, da Sie wohl wissen, daß alhier nichts kan verborgen bleiben; ja man tractiert die gantze Academie nicht beßer als mich. Reden Sie mit dem H. *Bibliothecario* (Schumacher) ab wie es zu machen seje, daß ich einmahl etwas bekomme, es mag so wenig sejn als es will. Sonsten gib ich die hoffnung auff und nehme andere mesures. Die *mathematica* werde ich ein andermahl beantworten.

Ich verbl[eibe]

Ew. HEdgb.

Meines Hochgeehrtesten H. *Professoris*  
dienstw[i]lligster]

DBernoulli

### Übersetzung

Basel, den 25. Januar 1737

>...<

Da mir Ihr Vater mitgeteilt hat, dass er Ihnen schreiben werde, und mir angeboten hat, ein Zettelchen von mir beizulegen, so beehre ich mich, ein paar Worte an Sie zu richten, bis ich Ihnen speziell schreiben werde. Ich weiss nicht, was wunderlicher zu nennen ist: das Schicksal des Herrn von Korff oder dasjenige der Akademie<sup>[1]</sup>. Herr Bülfinger schrieb mir, er habe Ihrer Kaiserlichen Majestät (Anna Ioannovna) eine Medaille mit einer unüberwindlichen Festung zugeeignet, und ich möchte gerne wissen, wie diese aufgenommen worden ist<sup>[2]</sup>. Den Herrn Bibliothekar Schumacher bitte ich von mir grüssen zu lassen und ihm zu bedeuten, dass ich sein Schreiben ein anderes Mal beantworten werde<sup>[3]</sup>. Gleichzeitig bitte ich Sie, Herrn Prof. Gross von mir grüssen zu lassen und ihm zu sagen, dass ich es nicht für nötig hielt, ihm mit einem zweiten Schreiben beschwerlich zu fallen, weil er kurz nach Absendung seines Briefes einen von mir erhalten haben wird, worin er über

die bewusste Sache ausführlich informiert wird. Hingegen begreife ich nicht, wie er von Holland einen Brief erhalten haben kann, als ob ich die 50 Rubel empfangen hätte, da ich ja den Wechsel – und zwar zerrissen – wieder zurückgeschickt habe.

Ihre Meinung über meine Schrift, die den Preis erhalten hat, würde mich sehr schwer treffen, wenn ich nicht gesehen hätte, dass Sie sie nur ganz oberflächlich und in höchster Eile gelesen haben müssen<sup>[4]</sup>. Es ist mir niemals in den Sinn gekommen, die Ebene des Sonnenäquators abzuändern, damit die Inklinationen in der Ordnung der Exzentrizitäten fortschreiten, sondern ich habe nur angemerkt, dass – weil die Äquatorebene noch nicht feststeht – man durchaus untersuchen könne, wie diese zu plazieren sei, damit das arithmetische Mittel aller Inklinationen minimal sei, was ich auch getan habe, ohne es zu bereuen. Ich kann Ihnen versichern, dass diese Abhandlung – nach dem Urteil aller meiner Korrespondenten zu schliessen – nahezu das beste aller meiner Werke sein müsste<sup>[5]</sup>.

Ich vermute, dass in Ihrer Lösung meines Problems vom Zusammenstoss der Körper, dessen Richtung ausserhalb des Schwerpunktes verläuft, ein Schreibfehler stecken muss, und zwar in diesen Worten: «Sei die Summe aller Teilchen, multipliziert mit ihren zugehörigen *Abständen* von der Achse, gleich  $S$ ».<sup>[6]</sup> In meiner Lösung stecken viele merkwürdige Dinge.

Ich hätte viele Abhandlungen einzuschicken, doch die Lust vergeht einem, so wie die Dinge liegen. Man beginnt hier wirklich, über meine Pension zu spotten – Sie wissen ja, dass hier nichts verborgen bleiben kann –, ja man behandelt die ganze Akademie nicht besser als mich selbst. Besprechen Sie mit dem Herrn Bibliothekar (Schumacher), wie es zu machen sei, dass ich einmal etwas bekomme – es mag so wenig sein, wie es will. Sonst gebe ich die Hoffnung auf und treffe andere Massnahmen. Das Mathematische werde ich ein anderes Mal beantworten.

} ... {

Daniel Bernoulli

R 110 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom 28. (17.) November 1736  
 Basel, 25. Januar 1737  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 26–26v  
 Publ.: Fuss 2, p. 436–437

- [1] Am 31. (20.) Oktober 1736 wurde die Akademie davon benachrichtigt, dass Präsident von Korff für einige Wochen nach Mitau verreisen werde. In der Tat fiel Korff damals beim Hof in Ungnade wegen eines Duells, für das er nach Kurland gereist war (cf. *Materialy* 6, p. 441f). Er kehrte erst am 22. (11.) Januar 1737 zurück.
- [2] Um die Mitte der 1730er Jahre entwickelte Bülfinger ein neues System des Festungsbaus (cf. Hoth 2005) und korrespondierte darüber mit den Petersburger Professoren. Im Dezember 1734 sandte er der Akademie sein «Tractatchen, *Nouveaux projets de fortification*, nebst einem hölzernen Kästchen, worinnen fünf in Gips gemachte Abdrücke von Fortificationen sind» (cf. *Protokoly* 1, p. 124; *Chronik* 1, p. 146). Im Frühjahr 1737 schickte er seine Abhandlung *De nova quadam muniendi methodo* nach Petersburg (cf. *Protokoly* 1, p. 388; *Chronik* 1, p. 194), ebenso auch einige Exemplare einer auf seine eigenen Kosten angefertigten Medaille mit einer Darstellung des neuen Befestigungssystems. Die goldene, mit einer

Widmung an die Kaiserin versehene Medaille wurde dieser überreicht, und Bülfinger wurde mit 1000 Rubeln belohnt (cf. Pekarskij 1870, p. 92).

- [3] Aus jener Zeit sind nur die Briefe von D. Bernoulli an Schumacher vom 12. September 1736 und vom 24. Mai 1738 erhalten geblieben (cf. Anhang VII.3, Nr. 6, p. 956 h.v.; Nr. 11, p. 961 h.v.).
- [4] Es handelt sich um die Pariser Preisschrift D. Bernoullis über die Neigung der Planetenbahnen (1735, DB. 24). Bernoulli hatte die Abhandlung zuerst in lateinischer Sprache eingereicht und später eine korrigierte und erweiterte französische Übersetzung nachgeliefert. Im *Recueil* für 1735 wurden beide Versionen abgedruckt. Die von der Pariser Akademie für das Jahr 1734 bereits zum zweiten Mal gestellte Preisfrage lautete: *Quelle est la cause physique de l'inclinaison des plans des orbites des Planètes par rapport au plan de l'équateur de la rotation du Soleil autour de son axe; et d'où vient que les inclinaisons de ces orbites sont différentes entre elles?* Die Motivation zu dieser Frage ist u. a. in der damals heftig geführten Diskussion um die (Cartesische) Wirbeltheorie und die (Newtonsche) Gravitationstheorie zu suchen. Die Erkenntnis, dass Kometen elliptische Bahnen mit beliebigen Bahnneigungen haben können, kontrastierte mit der Tatsache, dass sich die Bahnneigungen der Planeten nicht stark voneinander unterscheiden und sich alle Planeten etwa in derselben Ebene, derjenigen der Ekliptik, bewegen. Dass man in dieser Frage die Bahnebenen der Planeten auf die Äquatorebene der Sonne bezog, hatte einen gewichtigen Grund, der mit den beiden damaligen Theorien zur Erklärung der Planetenbewegungen zusammenhängt. Es war deshalb naheliegend, die beiden Aspekte – Rotation der Sonne (bzw. Sonnenäquator) und Bahnneigungen der Planeten – bereits in der Preisfrage implizit mit der Wirbeltheorie in Zusammenhang zu bringen. Die Pariser Akademie stand in den 1730er Jahren deutlich auf der Seite der Cartesianer, und man versprach sich von der Lösung des Problems mit Hilfe der Wirbeltheorie auch eine Erklärung für die Bahnneigungen der Kometen. Insbesondere schien eine Lösung im Cartesischen System weniger problematisch zu sein als im Newtonschen, nach dem die fernwirkende Gravitation keine Bahnebene bevorzugen und daher – so glaubte man – alle möglichen Bahnneigungen (von Kometen *und* Planeten) zulassen sollte. Der Preis wurde zu gleichen Teilen Daniel Bernoulli und seinem Vater Johann zugesprochen. Entgegen gewissen Äusserungen im Kommentar zu D. Bernoullis Preisschrift (cf. DBW 3, p. 249–251) muss dessen Theorie aus heutiger Sicht als falsch beurteilt werden. Offensichtlich stolz auf seine preisgekrönte Abhandlung, konnte sich Bernoulli die wohl berechnete Kritik, die Euler offenbar geübt hatte und in Brief Nr. 23 nochmals bestätigte, nur damit erklären, dass dieser die Arbeit bloss «ganz oberflächlich und in grösster Eile» gelesen haben könne.
- [5] Aus D. Bernoullis Reaktion ist zu schliessen, dass Euler mit seiner Kritik den Kern von Bernoullis Abhandlung traf, der in der Tat auf recht schwachen Füßen steht. Das einzig beobachtbare Indiz für Bernoullis Theorie ist der Zusammenhang zwischen Bahnneigung und Exzentrizität, der damit vermeintlich erklärt werden könnte. Diese Korrelation hängt jedoch stark von der Wahl der Bezugsebene ab, auf die sich die Bahnneigungen beziehen. Korrekt wäre – da die Äquatorebene der Eigenrotation der Sonne nur schwer direkt zu beobachten ist – die Wahl einer physikalisch relevanten bzw. himmelsmechanisch definierten Ebene (etwa der Laplaceschen invarianten Ebene oder der Ebene senkrecht zum Gesamtdrehimpuls des Sonnensystems). D. Bernoulli musste, um seine Theorie zu stützen, die Bezugsebene so wählen, dass einerseits die Bahnneigungen der angenommenen Dichtefunktion der (sehr weit hinaus reichenden) Sonnenatmosphäre entsprechen und andererseits kleine Bahnneigungen auch kleine Exzentrizitäten zur Folge haben. Er bestreitet hier aber, die Ebene des Sonnenäquators abgeändert zu haben, um diese Bedingungen zu erfüllen, sondern behauptet, er habe die Bezugsebene so gewählt, dass «das arithmetische Mittel aller Inklinationen minimal» werde.
- Diese Behauptung kann aber widerlegt werden: Um eine (vermeintlich) bestmögliche Korrelation zu erhalten und damit seine Theorie zu untermauern, hatte Bernoulli einerseits das Maximum der Dichtefunktion in die Distanz der Venus zur Sonne gelegt (da die Bahn der Venus von allen Planetenbahnen die kleinste Exzentrizität aufweist) und hatte ande-

rerseits als Bezugsebene (*équateur solaire*) jene gewählt, die einer Bahnneigung der Venus gegenüber der Ekliptik von  $3^{\circ} 22'$  entspricht (da so die Bahnneigung der Venus bezüglich dieser neuen Ebene ebenfalls die kleinste von allen Planetenbahnen wird). Er gesteht selber ein (DBW 3, p. 322):

«Je ne sçais si on ne pourroit pas préférer cette position de l'équateur solaire, quoiqu'appuyée sur une pure conjecture, et trouvée *a posteriori*, aux autres positions, fondées sur les taches du Soleil, en attendant que les Astronomes nous donnent une methode Astronomique plus exacte.»

Mit dieser Wahl wird jedoch in Wirklichkeit weder das Mittel der Inklinationen minimal noch gelingt es, die angebliche Korrelation zwischen den Bahnneigungen und den Exzentrizitäten klar nachzuweisen (cf. Briefe Nr. 23 und 63).

[6] Cf. zu dieser Frage auch Brief Nr. 26.

## 23

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 16. März 1737

Bale ce 16 mars 1737

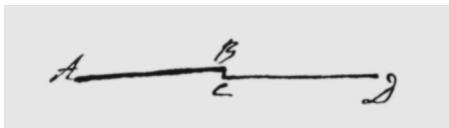
HochEdelgebohrner!

Insonders Hochgeehrter H. Professor!

Für die umständl[iche] nachricht betreffend unsere Academie und *in specie* derselbigen Chef (von Korff), sage ich gehorsamsten danck. Ew. HEdgb. bel[ieben] mir doch den ausgang dieser sach zu melden<sup>[1]</sup>. Vor ungefehr 6 à 8 wochen, habe ich die ehre gehabt ein klein brieffl[ein] durch Dero H. Vatter an Sie zu senden, welches Sie hoffentl[ich] werden empfangen haben<sup>[2]</sup>.

Zur fernerer antwort auff Dero geehrtestes vom 17. 9br. kan nicht übergehen Dero nicht sonderlich favorables *judicium* über meine überschickte piece über *inclinat[i]onem/ orbitarum*<sup>[3]</sup>. Sie sagen man sehe wohl daß ich sie in Eyl verfertiget; aber ich sehe auch daß Sie solche mit eyl überlesen. Ich kan nicht sehen warumb Sie glauben daß ich das *planum aequatoris Solis* geändert habe umb den *excentricitatibus* zu satisfacieren, indeme ja meine theorie mit sich bringt, daß *nulla relatio inter excentricitates et inclinationes* könne oder müße suspiciert werden. Meine remarque ist in diesem stuck nur darin bestanden, daß wan man das *planum aequatoris eo modo quem indicavi* änderte, alsdan *summa inclinationum minima* werde. Lesen Ew. HEdgb. solches noch einmahl, so werden Sie vielleicht die sach beßer einsehen<sup>[4]</sup>.

Auß den *legibus percussio[n]um excentricarum* hab ich *veram theoriam de motu a percussione in corporibus utcunque rotando se invicem impellentibus* deduciert<sup>[5]</sup>,



als zum ex[empel] es seye  $AB$  eine *linea uniformis et uniformiter gravis*;  $CD$  dergleichen und *sit*  $AB = CD$ . Wan nun die *extremities*  $B$  et  $C$  an einander stoßen *velocitatibus contrariis et aequalibus*, aldieweil *percussionis momento puncta*  $A$  et  $D$  *immobilia* sind (welches geschiht wan *duplex motus alter progressivus alter rotatorius in lineis*  $AB$  et  $CD$  ist) fragt sich was für ein *motus in lineis post percussio-nem* sejn werde. Ich werde meine *meditata* hierüber in eine piece zusammenfaßen und solche der Academie communicieren<sup>[6]</sup>: Ich schiebe aber solches nebst vielen anderen pieces auff, weil ich würcklich nicht weiß, ob man noch bej der Academie in verfaßungen ist dergleichen pieces zu gebrauchen. Sie werden mich höchstens obligieren mir einige speciale nachrichten zu geben, sonderl[ich] was etwan mich angehet.

Ew. HEdgb. *Mechanic* erwarten wir mit sonderl[ichem] verlangen, und ich verspreche Ihnen daß ich sie d'un bout à l'autre mit aller begierd und auffmerksamkeit lesen werde<sup>[7]</sup>. Viel leüt haben auch schon an mich wegen diesem *opere* geschrieben. Für diesesmahl hab ich nicht der zeit ein mehrers zuzufügen.

Ich bitte den samtl[ichen] angehörnden mein ergebenstes compliment zu machen und verbleibe mit möglichster hochachtung und ergebenheit:

Ew. HEdgb.

d[ienst]w[i]ll[igster]

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

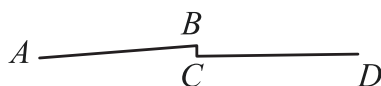
Basel, den 16. März 1737

> ... <

Für die ausführliche Nachricht über unsere Akademie und insbesondere deren Chef <von Korff> danke ich bestens. Melden Sie mir doch bitte den Ausgang dieser Sache<sup>[1]</sup>. Vor etwa 6 bis 8 Wochen sandte ich Ihnen einen kleinen Brief durch Ihren Vater, den Sie hoffentlich erhalten haben<sup>[2]</sup>.

Zur weiteren Antwort auf Ihr geschätztes Schreiben vom 17. November kann ich Ihr nicht besonders günstiges Urteil über meine übersandte Preisschrift über die Inklination der Planetenbahnen nicht übergehen<sup>[3]</sup>. Sie sagen, man sehe wohl, dass ich diese in Eile verfasst hätte, doch ich meinerseits sehe auch, dass Sie sie in Eile gelesen haben. Ich kann nicht sehen, warum Sie glauben, ich hätte die Äquatorebene der Sonne verändert, um den Exzentrizitäten Genüge zu tun, da ja meine Theorie in sich trägt, dass keinerlei Beziehung zwischen den Exzentrizitäten und den Inklinationen vermutet werden könne oder müsse. Meine Bemerkung bestand nur darin, dass, wenn man die Äquatorebene auf die von mir angegebene Art ändern würde, die Summe der Inklinationen minimal würde. Lesen Sie das noch einmal, und Sie werden die Sache vielleicht besser einsehen<sup>[4]</sup>.

Aus den Gesetzen des schiefen Stosses habe ich die wahre Theorie über die Bewegung von Körpern hergeleitet, die sich in beliebiger Rotation gegenseitig stossen<sup>[5]</sup>.



Zum Beispiel sei  $AB$  eine gleichförmige, gleichmässig mit Masse belegte Linie, desgleichen  $CD$ , und es sei  $AB = CD$ . Stossen nun die Enden  $B$  und  $C$  mit entgegengesetzten, aber gleichen Geschwindigkeiten aneinander, während die Punkte  $A$  und  $D$  im Moment des Stosses unbeweglich sind (was dann geschieht, wenn in den Linien  $AB$  und  $CD$  eine zweifache Bewegung stattfindet – die eine fortschreitend und die andere rotierend), dann fragt sich, was für eine Bewegung nach dem Stoss in den Linien stattfinden wird. Meine Überlegungen hierüber werde ich in einer Abhandlung zusammenfassen und sie der Akademie mitteilen<sup>[6]</sup>. Ich schiebe das jedoch nebst vielen anderen Abhandlungen auf, weil ich wirklich nicht weiss, ob man bei der Akademie überhaupt noch in der Lage ist, derartige Abhandlungen brauchen zu können. Sie werden mich sehr verpflichten, mir einige spezielle Nachrichten zu vermitteln, besonders was etwa mich selbst betrifft.

Ihre *Mechanik* erwarten wir mit besonderer Ungeduld, und ich verspreche Ihnen, dass ich sie d'un bout à l'autre mit aller Begierde und Aufmerksamkeit lesen werde<sup>[7]</sup>. Viele Leute haben auch schon wegen dieses Werks an mich geschrieben. Für dieses Mal habe ich keine Zeit, noch Weiteres hinzuzufügen.

Ich bitte Sie, alle Angehörigen freundlichst grüssen zu lassen, und verbleibe  
 } ... {

Daniel Bernoulli

- R 111 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom 28. (17.) November 1736 und auf Brief Nr. 22  
 Basel, 16. März 1737  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 27–27v  
 Publ.: Fuss 2, p. 438–439

[1] Cf. Brief Nr. 22, Anm. 1.

[2] Gemeint ist der Brief Nr. 22.

[3] Cf. Brief Nr. 22, Anm. 4 und 5.

[4] D. Bernoullis Aussage, dass «keinerlei Beziehung zwischen den Exzentrizitäten und den Inklinationen vermutet werden könne oder müsse», ist missverständlich: dass ein solcher Zusammenhang besteht, ist ja eine direkte Folge seiner Theorie. Was Bernoulli sagen will, ist wohl, dass die Beziehung zwischen den Exzentrizitäten und den Inklinationen nach seiner Theorie nicht vorausgesetzt werden muss, sondern mit den beobachteten Bahnelementen verifiziert werden kann. Das hat er in seiner Preisschrift für zwei spezielle numerische Annahmen auch durchgeführt: Im ersten Fall nimmt er als Bezugsebene eine Sonnenäquatorebene an, die (nach J. Cassini 1704, p. 264) um  $7^\circ 30'$  (heutiger Wert:  $7^\circ 15'$ ) gegenüber der Ekliptik geneigt ist und deren aufsteigender Knoten mit  $8^\circ$  im Sternbild des Schützen liegt. Das Mittel der resultierenden Bahnneigungen beträgt dann  $5^\circ 27'$  (bei Bernoulli – DBW 3, p. 322 – fälschlicherweise mit  $5^\circ 11'$  angegeben). Im zweiten Fall nimmt er an, die Bezugsebene sei um  $3^\circ 22'$  gegen die Ekliptik geneigt und ihr aufsteigender Knoten liege mit  $20^\circ$  im Sternbild des Schützen, und erhält als Mittel der resultierenden Bahnneigungen einen Wert von  $2^\circ 23'$ .

[5] Cf. Brief Nr. 26, Anm. 2.

[6] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über den schiefen Stoss (1744, DB. 27) und *infra* Brief Nr. 26.

[7] Cf. Brief Nr. 20, Anm. 5.

## 24

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 18. Mai 1737

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Ewer HochEdelgeb. bejde brieff vom 2. und 5. april habe ich zugleich erhalten und auß bejden Ihre sonderbahre freündschafft ersehen<sup>[1]</sup>. Solche werde ich mein lebtage erkennen und mit allen möglichen gegendiensten, wan sich darzu einige gelegenheit ereignen solte, zu unterhalten trachten. Dem H. *Bibliothecario* Schumacher bin ich gleichfahls höchstens verbunden de ses genereux offices und bitte demselben mein dienst[fertigstes] compliment und reconnoissance abzustatten. Ich kan mit grund der wahrheit sagen, daß mich die überschickte pensionen von 400 R. umb so viel mehr gefrewet, als ich zu deren erhaltung Ew. HEdgb. und dem H. *Bibliothecario* schuldig bin. Sie haben völlig nach meiner intention gethan, daß Sie diejenigen, so einige mühe mit meiner pension gehabt, mit einigen Rubeln beschenkt haben. Wan auch hierin durch einige vergeßenheit wäre etwas unterlaßen worden, bitte ich solches auff mein conto noch einzubringen. Ich bin aber beschämt, daß ich nicht gelegenheit habe, weder Ew. HEdgb. noch dem H. *Bibliothecario* meine danckbarkeit anderst als mit worten zu bedeüten. Der Academie selbst aber verspreche ich alle attention, und wird mir sehr lieb sejn, wan man ohn einige reflexion mühe oder kösten halben mich zu reellen diensten employiren wird. Ew. HEdgb. wurden mir einen gefallen erweisen, wan Sie mir wolten eine ordentliche copey schicken von dem, waß in diesem *negotio* ist meinerwegen enregistriert worden<sup>[2]</sup>.

Die beyd inclusen an H. Brandmuller habe ich sogleich bestellt und ihme laßen andeüten, daß die von Ew. HEdgb. disponierte 130 f. parat wären zu seiner ordre<sup>[3]</sup>. Den brieff an [Dero] H. Vatter habe ich auch naher Riehen geschickt; es ist derselbige samt der gantzen familien sehr wohl auff. Wan der junge H. Israel ⟨Gsell⟩ will hieher kommen, so wird mir solches sehr lieb sejn und werde alle attention machen auff seine *educationem literariam*, auch übrighens alle dienst leisten, so von mir dependieren. Sonsten bitte ich dieser gantzen werthesten familien mein ergebenstes compliment zu machen: ich weiß, es wird den L[ieben] Vatter ⟨Gsell⟩ sehr gefrewt haben, daß endlich meine sollicitationen einen so erwünschten succès bekommen haben. Es hat mir der H. PfarrH[err] Euler gesagt, daß er einige portraits aus Petersb[urg] erwarte<sup>[4]</sup>; wan es möglich wäre eine rechtschaffene gute copey von I[hro] K[aiserlichen] M[ajestät] ⟨Anna Ioannovna⟩ portrait zu haben, so bitte ich solches à tout prix mir zugleich zu überschicken.



Unsere basler Newigkeiten sind folgende. Der H. Dr. Iselin ist gestorben, wie auch der H. Oberstpfarrer (H. Burckhardt). An dieses letzteren statt wird der H. Onclé (J. H. I.) Brucker ohne zweiffel in die erste wahl kommen zum Oberstpfarrer ampt, worzu ich vielleicht, als der ich in der Münster gemeind wohne, auch mit einer stimm werde contribuiren können<sup>[5]</sup>. Das professorat wird à part bestellt werden<sup>[6]</sup>. Es ist auch H. Mieg gestorben, an deßen statt sich H. Schwager Nörbel angeben thut. Weilen ich bey meines Vatters lebzeiten nicht kan *regentialis* werden, bin ich bey dieser occasion ohne consequenz<sup>[7]</sup>. Vor etlichen tagen hab ich einen brieff bekommen von Venedig, darinn man mir meldet, daß der H. Marq[uis] Poleni gefährlich krank seje und schwärlich darvon kommen werde<sup>[8]</sup>. Man hat mich auch sondiert, ob ich nicht im fahl seines absterbens gegen avantageuse conditionen selbige *cathedram* zu bekleÿden lust haben wurde, darauff ich aber geantwortet, daß wan ich außer meinem Vatterland hätte sejn wollen, ich gewislich meine station bey der Academie in Petersburg niemahls wurde verlaßen haben. Ich möchte wißen ob bey diesen conjoncturen niemand auß Rusland in Venedig sich befinde umb dieses Reichs interesse zu observieren.

Wie ich höre, werden die frantzösischen *Academici* auß Lapland nachstens in Stockholm wieder anlangen. Hat man nichts neues in Petersb[urg] von ihren verrichtungen gehöret? Was machen die Kamtschatker?<sup>[9]</sup> Ich bin jetzund mit ein und anderen außerordentlichen geschäftten occupiert: doch werde ich in etwan 6 oder 8 wochen eine piece schicken, darinn meine solution *de motu corporum* etc. enthalten<sup>[10]</sup>. Unsere solutionen kommen völlig überein; ich weiß aber *dato* noch nicht, ob die Ihrige general ist, so daß man könne *motum corporum utcunque rotando se invicem impingentium* darauß determinieren, ohne andere *puncta* zu consideriren als *punctum impulsus cum centris oscillationis et gravitatis* und vermittelst dieser die *formulas pro velocitatibus algebraice* exprimieren.

Ihre *observationem* über die *series*, «daß nahmlich einer jeden *seriei*, wan dieselbe so wohl *in antecedentia* als *consequentia in infinitum* continuirt wird, *summa* seje = 0», sehe ich nicht völlig ein, *quo sensu* man selbige eigentlich nehmen müße. Zum ex[empel] von den *progressionibus geometricis aut recurrentibus, tanquam quae ex geometricis conflantur*, sehe ich solches wohl; aber ich kan nicht sehen, *quo fundamento* man sagen könne, daß zum exempel

$$\cdots \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \cdots$$

(alwo der *terminus generalis* ist  $\frac{1}{xx+1}$ , wan ich von dem mittleren *termino* den *exponentem termini x* zehle) seje = 0<sup>[11]</sup>.

Ew. HEdgb. bel[ieben] mir zu melden, ob ich in das künfftige richtig alle monat oder alle 2 monat (innert welcher zeit jedesmahl eine antwort einlauffen könnte) Denselben schreiben solle, und unter welchem couvert, damit der brieff porto Ihnen nicht beschwärllich falle<sup>[12]</sup>. Die *mathematica* habe ich seit etwas zeits gantz hindan gesetzt, nunmehr werde ich aber selbige wieder excolieren. Schließlichen bitte ich

mein compliment zu machen an alle gute freünd und befehle mich in Dero fernere wertheste freundschaftt, der ich beständig verharre,

Ew. HochEdgb.

Meines Hochgeehrtesten H. *Professoris*  
dienstwilligster D[iener]

Daniel Bernoulli

Basel den 18. may 1737.

Ich bitte Sie mir ein wenig den jetzigen *statum Academiae* zu berichten.

### Übersetzung

⟩...⟨

Ihre beiden Briefe vom 2. und 5. April habe ich gleichzeitig erhalten und aus beiden Ihre besondere Freundschaft ersehen<sup>[1]</sup>. Diese werde ich lebenslang anerkennen und – wenn immer sich dazu Gelegenheit bieten sollte – mit allen möglichen Gegendiensten zu erhalten trachten. Dem Herrn Bibliothekar Schumacher bin ich gleichfalls sehr verbunden für seine grosszügigen Dienste, und ich bitte Sie, ihm mein Kompliment und meine Erkenntlichkeit abzustatten. Ich kann wahrheitsgemäss sagen, dass mich die überwiesenen Pensionen von 400 Rubeln um so mehr gefreut haben, als ich deren Erhalt Ihnen und dem Herrn Bibliothekar zu verdanken habe. Sie haben ganz in meinem Sinn gehandelt, dass Sie diejenigen, die sich um meine Pension bemüht haben, mit ein paar Rubeln beschenkt haben. Wenn auch in dieser Hinsicht etwas vergessen worden wäre, so bitte ich, dies auf meine Rechnung noch nachzuholen. Ich bin jedoch beschämt, dass ich keine Gelegenheit habe, Ihnen und dem Herrn Bibliothekar meine Dankbarkeit anders als bloss mit Worten auszudrücken. Der Akademie selbst aber verspreche ich alle Aufmerksamkeit, und es wird mir sehr lieb sein, wenn man mich ohne irgendwelche Rücksichtnahme auf Mühe oder Kosten zu wirklichen Diensten verwenden wird. Sie würden mir einen Gefallen erweisen, wenn Sie mir eine förmliche Kopie davon schicken könnten, was in diesem Geschäft mich betreffend registriert worden ist<sup>[2]</sup>.

Die beiden Beilagen für Herrn Brandmüller habe ich sogleich bestellt und ihm sagen lassen, dass die von Ihnen disponierten 130 Gulden zu seiner Verfügung bereitstünden<sup>[3]</sup>. Den Brief an Ihren Vater habe ich auch nach Riehen geschickt; dieser ist samt der ganzen Familie sehr wohlauf. Wenn der junge Israel ⟨Gsell⟩ hierherkommen will, so wird mir dies sehr lieb sein, und ich werde alle Aufmerksamkeit auf seine Bildung richten und im übrigen alle Dienste leisten, insofern sie von mir abhängen. Im übrigen bitte ich Sie, diese ganze Familie von mir bestens zu grüssen: Ich weiss, es wird den lieben Vater ⟨Gsell⟩ sehr gefreut haben, dass meinen Bemühungen schliesslich ein so erwünschter Erfolg beschieden war. Herr Pfarrer Euler sagte mir, dass er einige Porträts aus Petersburg erwarte<sup>[4]</sup>. Wenn es möglich wäre, eine ordentlich gute Kopie des Porträts Ihrer Kaiserlichen Majestät

⟨Anna Ioannovna⟩ zu bekommen, so bitte ich Sie, mir dieses unbedingt gleichzeitig zu schicken.

Unsere Basler Neuigkeiten sind die folgenden: Dr. Iselin ist gestorben, ebenso der Oberstpfarrer ⟨H. Burckhardt⟩. An des letzteren Stelle wird der Onkel ⟨J.H. I⟩ Brucker zweifellos in die erste Wahl zum Oberstpfarramt kommen, wozu ich vielleicht auch mit einer Stimme beitragen kann, da ich in der Münstergemeinde wohne<sup>[5]</sup>. Die Professur wird separat besetzt werden<sup>[6]</sup>. Auch Herr Mieg ist gestorben; um dessen Stelle bewirbt sich Ihr Schwager Nörbel. Weil ich zu Lebzeiten meines Vaters nicht Mitglied der Regenz werden kann, bin ich in dieser Angelegenheit ohne Einfluss<sup>[7]</sup>. Vor etlichen Tagen erhielt ich aus Venedig einen Brief mit der Meldung, dass der Marquis Poleni schwer krank sei und wohl kaum davongekommen werde<sup>[8]</sup>. Man hat bei mir auch sondiert, ob ich nicht Lust hätte, im Falle seines Ablebens zu vorteilhaften Bedingungen seinen Lehrstuhl zu übernehmen. Darauf habe ich jedoch geantwortet, dass ich, wenn ich ausserhalb meines Vaterlandes hätte leben wollen, gewiss meine Stellung bei der Akademie in Petersburg niemals aufgegeben hätte. Ich möchte wissen, ob sich angesichts dieser Umstände niemand aus Russland in Venedig befindet, um die Interessen dieses Reiches wahrzunehmen.

Wie ich vernehme, werden die französischen Akademiemitglieder nächstens aus Lappland wieder in Stockholm ankommen. Hat man in Petersburg nichts Neues von ihren Aktivitäten gehört? Was machen die Kamtschatker?<sup>[9]</sup> Ich bin jetzt mit einigen ausserordentlichen Geschäften befasst, doch in 6 oder 8 Wochen werde ich eine Abhandlung schicken, worin meine Lösung über die Bewegung der Körper etc. enthalten ist<sup>[10]</sup>. Unsere Lösungen stimmen völlig überein. Ich weiss aber bis jetzt noch nicht, ob die Ihrige allgemein ist, so dass man daraus die Bewegung von sich gegenseitig anstossenden, beliebig rotierenden Körpern bestimmen kann, ohne andere Punkte zu betrachten als den Punkt des Auftreffens mit dem Schwingungszentrum und dem Schwerpunkt, und vermittelst dieser die Formeln für die Geschwindigkeiten algebraisch ausdrücken kann.

Bei Ihrer Beobachtung über die Reihen, «dass nämlich die *Summe* jeder *Reihe*, wenn diese sowohl *rückwärts* als auch *vorwärts ins Unendliche* fortgesetzt wird, gleich 0 sei», sehe ich nicht ganz ein, in welchem Sinne diese eigentlich zu nehmen sei. Beispielsweise sehe ich dies bei den geometrischen oder rekurrenten Reihen, die sich ja aus den geometrischen ergeben, ohne weiteres, doch kann ich nicht sehen, auf welcher Grundlage man sagen könne, dass zum Beispiel

$$\dots \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \dots$$

(wo der allgemeine Term  $\frac{1}{xx+1}$  ist, wenn ich den Exponenten  $x$  des Terms vom mittleren Term aus zähle) = 0 sei<sup>[11]</sup>.

Bitte melden Sie mir, ob ich Ihnen inskünftig regelmässig jeden Monat oder jeden zweiten Monat (innert welcher Zeitspanne jedes Mal eine Antwort einlaufen könnte) schreiben soll und an welche Adresse, damit das Briefporto Ihnen nicht beschwerlich fällt<sup>[12]</sup>. Die mathematischen Sachen habe ich seit einiger Zeit ganz

vernachlässigt, doch jetzt werde ich sie wieder sorgfältig pflegen. Schliesslich bitte ich Sie, alle guten Freunde von mir grüssen zu lassen, und befehle mich in Ihre weitere Freundschaft, in der ich stets verbleibe

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 18. Mai 1737.

Berichten Sie mir bitte ein wenig vom jetzigen Zustand der Akademie.

R 112 Antwort D. Bernoullis auf die nicht erhalten gebliebenen Briefe L. Eulers vom 13. (2.) und 16. (5.) April 1737  
 Basel, 18. Mai 1737  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 28–29v  
 Publ.: Fuss 2, p. 440–441

- [1] Die beiden erwähnten Briefe Eulers fehlen.
- [2] Am 22. (11.) März 1737 wurde «befohlen, dass des Profess. Daniel Bernoulli, als membri honorarii, pension vom Januar 1735 mit 200 Rbl. den Anfang nehmen soll», und am 29. (18.) März liess von Korff die entsprechenden 400 Rubel für die Jahre 1735 und 1736 an Euler aushändigen (*Materialy* 3, p. 355, 357).
- [3] Offenbar hatte Euler durch Vermittlung der Basler Buchdrucker- und Buchhändler-Familie Brandmüller Bücher bestellt; im Brief ist wahrscheinlich Johannes Brandmüller gemeint.
- [4] Cf. Brief Nr. 21, Anm. 15. Wahrscheinlich wurde damals auch ein Porträt von Eulers Ehefrau Katharina angefertigt und nach Basel geschickt.
- [5] Nach dem Ableben von H. Burckhardt am 7. Mai 1737 wurde nicht Eulers Onkel J.H. Brucker, sondern J.R. Merian zum Hauptpfarrer am Basler Münster gewählt.
- [6] J.Ch. Iselin hatte den Lehrstuhl für das Alte Testament, H. Burckhardt denjenigen für Dogmatik (*loci communes et controversiae*) innegehabt. Nach ihrem Tod im Frühjahr 1737 wurden die beiden Lehrstühle mit J. Grynæus und J.L. Frey besetzt.
- [7] Gemäss dem Regulativ der Regenz war die Mitgliedschaft für D. Bernoulli nicht möglich, denn Regenzmitglieder durften statutengemäss nicht derselben Familie angehören.
- [8] Dieser Brief ist nicht erhalten. Sein Absender war zweifellos Michelotti, der D. Bernoulli am 5. 12. 1737 mitteilen konnte, dass Poleni dank seiner Behandlung wieder genesen war. Tatsächlich verstarb Poleni erst ein Vierteljahrhundert später.
- [9] Cf. Brief Nr. 11, Anm. 21.
- [10] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über den schiefen Stoss rotierender Körper (1744, DB. 27), die er erst im Herbst nach Petersburg sandte.
- [11] Ohne den fehlenden vorangegangenen Brief Eulers bleiben das Zitat und der Zusammenhang unverständlich.
- [12] Das Briefporto war damals recht teuer und hing wesentlich vom Gewicht der Briefsendung ab – einer der Gründe, weshalb man die Briefe für gewöhnlich in feiner und gedrängter Schrift geschrieben hat.

25

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 29. September 1737

Bale ce 29 9bre<sup>[1]</sup> 1737

HochEdelgeborner  
Insonders HochgeEhrter H. Professor

Ich habe vor ungefehr 3 wochen Ew. HEdgb. einen brieff geschickt samt einer piece, welche Sie hoffentl[ich] werden zu recht erhalten haben<sup>[2]</sup>. Seithero hab ich einen brieff vom Mr. de Maupertuis bekommen, darinnen er mir den succès von ihrer expedition in Lapland erzehlt<sup>[3]</sup>. Es ist nun gantz ausgemacht, daß die Erde aplatie und nicht allongée seje, also daß doch endlich die vernunft die oberhand erhalten. Sie haben auch mit den *pendulis* gefunden daß die *gravitas* gegen norden viel größer ist als unter dem *aequatore*. Die *experimenta* und *observationes* sind alle mit einer sonderbahren dexteritet und accuratesse und auff vielerley differente wejse, welche sich alle confirmiert haben, gemacht worden. Ich bin darauff gefragt worden ob die *resistentia aëris* ein *pendulum* retardiere *ratione temporis oscillationi convenientis* oder acceleriere. Ich finde das letstere. Ich habe *in specie* den *calculus* instituiert in *hypothesi*, daß die *resistentia medii veluti infinite parva* seje *ratione gravitationis*, welches dan in *calculo experimentorum* wohl platz findet, indeme ein *pendulum* wohl biß 20 stunde lang sensible *oscillationes* gemacht hat. *Sit diameter corporis oscillantis in ped. Angl[icis] expressa = m; sitque gravitas specifica fluidi ad gravitatem specificam globi ut h ad 1; sit dimidius arcus cycloidicus a pendulo descriptus in ped. expressus = b; tempus oscillationis in medio non resistente = T; ratio quadrantis circuli ad radium ut q ad 1; tempus oscillationis in medio resistente = t; dico fore*<sup>[4]</sup>

$$T - t = \frac{T}{2q} \sqrt{\frac{hb}{m}}.$$

Ich möchte wohl wüßen ob Sie es auch also finden. Ich zweiffle nicht, daß nicht diese materie vollkommen werde in Ihrem *opere* tractiert sejn; allein ich habe es noch nicht von dem Buchbinder erhalten können<sup>[5]</sup>; es heißet alhier so wohl *savtern* als in Petersburg<sup>[6]</sup>.

Ich bitte Sie gegenwärtigen einschlag an H. Cap<sup>te</sup> May an ihne zu bestellen, im fahl er noch in Petersburg seje, oder an H. Herman Meyer zu übergeben damit er ihme nachgeschickt werde, im fahl H. May zur armée verreyst ist, wie man mir gesagt hat<sup>[7]</sup>. Ich hab Sie in meinem letstere<sup>[8]</sup> gebetten ihme für etwan 40 Rub. credit zu verschaffen, wan er in mangel kommen solte, da er aber seithero neue remises auß Bern erhalten so habe ich hierüber contreordres erhalten. Wan sonsten Ew. HEdgb. einige nachrichten von ihme erfahren, so bitte ich mir solche zu überschreiben, wan Sie mir ohnedem schreiben.

Hierbey kommt auch ein brieffl[ein] von meinem Bruder (Johann II) an H. Moula<sup>[9]</sup>, welchen zugleich in meinem nammen freundl[ich] zu grüßen bitte, mit excuses daß ich nicht selber an ihne schreibe, worzu ich gewiß nicht zeit habe. Ich bitte Sie an alle meine gute freünde mein ergebenes compliment zu machen, sonderlich an Dero eignes und des H. Vatters (Gsell) hauß: ich möchte wohl einmahl ein brieffl[ein] wieder von dem L[ieben] Patschka erhalten<sup>[10]</sup>.

Ich verbleibe mit aller estime und ergebenheit

Ew. HEdgb.

M[eines] H[och]g[e]E[hr]ten H. Prof.

Gehorsamster D[iener]

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 29. November<sup>[1]</sup> 1737

> ... <

Vor ungefähr drei Wochen habe ich Ihnen einen Brief geschickt samt einer Abhandlung, die Sie hoffentlich richtig erhalten haben<sup>[2]</sup>. Seither erhielt ich einen Brief von Mr. de Maupertuis, in welchem er mir den Erfolg ihrer Expedition in Lappland schildert<sup>[3]</sup>. Es ist nun sicher erwiesen, dass die Erde aplatie und nicht allongée ist, so dass also doch endlich die Vernunft obsiegt hat. Sie haben auch mittels der Pendel gefunden, dass die Schwere gegen Norden viel grösser ist als zum Äquator hin. Die Experimente und Beobachtungen wurden mit einer besonderen Geschicklichkeit und Sorgfalt auf vielerlei verschiedene Arten, die sich alle bestätigt haben, angestellt. Daraufhin bin ich gefragt worden, ob der Luftwiderstand ein Pendel bezüglich der ihm zukommenden Schwingungsperiode verlangsamt oder beschleunigt. Ich finde, das letztere trifft zu. Im Besonderen habe ich die Rechnung unter der Hypothese angestellt, dass der Widerstand des Mediums unendlich klein sei im Verhältnis zur Schwerkraft, was in der Rechnung der Experimente wohl statthat, indem ein Pendel wohl bis zu zwanzig Stunden lang wahrnehmbare Schwingungen vollführt hat. Sei der Durchmesser eines schwingenden Körpers in Englischen Fuss ausgedrückt =  $m$  und das Verhältnis des spezifischen Gewichtes des Fluids zu demjenigen der Kugel wie  $h$  zu 1; sei ferner der halbe vom Pendel beschriebene Zyklidenbogen in Fuss ausgedrückt =  $b$ , die Schwingungsperiode im nicht widerstehenden Medium =  $T$ , das Verhältnis eines Viertels der Kreisperipherie zum Radius wie  $q$  zu 1 und die Schwingungsperiode im widerstehenden Medium =  $t$ , dann wird, behaupte ich<sup>[4]</sup>,

$$T - t = \frac{T}{2q} \sqrt{\frac{hb}{m}}.$$

Ich möchte gerne wissen, ob Sie es auch so finden. Ich zweifle nicht daran, dass dieser Gegenstand in Ihrem Werk vollkommen behandelt sein wird, doch habe ich dieses vom Buchbinder noch nicht zurückbekommen<sup>[5]</sup>. Auch hier sagt man so gern «morgen» wie in Petersburg<sup>[6]</sup>.

Ich bitte Sie, die Beilage für Hauptmann May diesem zuzustellen, falls er noch in Petersburg weilt. Sollte May zur Armee abgereist sein, wie man mir sagte, dann übermitteln Sie die Beilage Herrn Hermann Meyer, um sie ihm nachzuschicken<sup>[7]</sup>. In meinem letzten Brief<sup>[8]</sup> habe ich Sie gebeten, ihm – falls er in Not geraten sollte – einen Kredit von etwa 40 Rubeln zu gewähren; da er aber seither neue remises aus Bern erhalten hat, habe ich diesbezüglich contreordres erhalten. Wenn Sie sonst von ihm irgendwelche Nachrichten vernehmen, so melden Sie sie mir bitte, wenn Sie mir ohnehin schreiben.

Als Beilage kommt auch ein kurzer Brief von meinem Bruder (Johann II) an Herrn Moula<sup>[9]</sup>, den ich auch in meinem Namen freundlich grüssen lasse mit excuses, dass ich nicht selber an ihn schreibe, wozu ich sicher keine Zeit habe. Ich bitte Sie, alle meine guten Freunde von mir herzlich grüssen zu lassen, besonders Ihr eigenes Haus und dasjenige des Vaters (Gsell): Ich würde gern wieder einmal ein Brieflein von dem lieben Patschka<sup>[10]</sup> erhalten.

} ... {

Daniel Bernoulli

- R 113 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
 Basel, 29. September 1737  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 30–30v  
 Exzerpierte Kopie – *ibid.*, f. 1, op. 3, Nr. 25, Bl. 140  
 Am 18. (7.) Oktober von Euler in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 428)  
 Publ.: Fuss 2, p. 442–443 (hier mit dem fehlerhaften Datum 29. November)

- [1] *Lapsus calami*: gemeint ist – wie Eulers Antwort Nr. 26 sowie die Verlesungsdaten in Anm. 2 und in der «Manschette» am Ende des Briefs belegen – September («7bre»).
- [2] Der hier erwähnte Brief D. Bernoullis von Anfang September fehlt. Die mit ihm übersandte Abhandlung über den schiefen Stoss rotierender Körper (1744, DB. 27) präsentierte Euler jedoch der Akademischen Konferenz am 27. (16.) September 1737 (cf. Brief Nr. 26, Anm. 2).
- [3] Dieser Brief von Maupertuis vom 8. September 1737 befindet sich in der Bibliothèque de Genève, *Société d'histoire* 243, fo. 67–68.
- [4] Cf. Eulers Antwortbrief Nr. 26 (p. 222 h.v.), wo er zu einem gegenteiligen Schluss kommt, sowie den Brief Nr. 27 (p. 232 h.v.).
- [5] Das bezieht sich auf die beiden Bände von Eulers *Mechanik*.
- [6] D. Bernoulli benutzt hier das russische Wort *zavtra*, d. h. *morgen*.
- [7] Zu Hauptmann May, einem nicht genauer zu identifizierenden Mitglied einer weit verzweigten Berner Offiziersfamilie, cf. Brief Nr. 40, Anm. 21–22, und Nr. 42, Anm. 14.
- [8] Cf. *supra* Anm. 2.
- [9] Dieser Brief von J. II Bernoulli an Moula fehlt.
- [10] Wer mit *Patschka* gemeint ist – es handelt sich wohl eher um einen Spitznamen als um einen Familiennamen –, ist uns nicht bekannt.



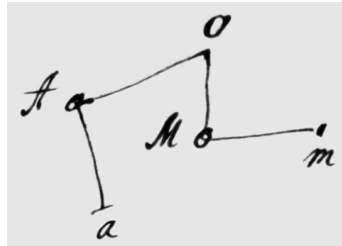
26

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 29. (18.) Oktober 1737

Viro Celeberrimo Danieli Bernoullio  
S. P. D. Leonh. Euler

Praeter binas litteras Tuas, quas ad me misisti<sup>[1]</sup>, tradidit mihi Illustr[issimus] Praeses noster (von Korff) dissertationem Tuam de corporum collisione excentrica, quam postquam cum reliquis membris esset communicata, tuo ego nomine in nostris conventibus praelegi<sup>[2]</sup>. Eo magis autem mihi ista tua disquisitio placuit, quo magis ea a mea methodo, qua in hoc problemate solvendo sum usus, discrepat, et quo minus mihi alia praeter meam via patere videbatur<sup>[3]</sup>. Tanta enim inter nostras hujus problematis solutiones intercedit differentia, ut vehementer difficile sit convenientiam deprehendere, nisi casus speciales considerentur. Maximus igitur consensus, qui tandem inesse reperitur, non parum tam Tuam quam meam methodum confirmabit, saltem iis, qui in hujusmodi res non satis accurate inquirere solent.

Interim demonstratio vel potius solutio primi problematis, quam dedisti, non satis nobis firma est visa, quanquam ipsum enunciatum sit certissimum et a me etiam summo rigore demonstratum: non enim nobis ex duplici analogia eadem  $\mu : m = DE : DB$  ista  $\mu : m = DE^2 : DB^2$  sequi videbatur. Quamobrem ansam arripio demonstrationem similis lemmatis ad meam methodum accomodati perscribendi, quo determinatio motus gyratorii nititur. Voco autem celeritatem gyratoriam ipsam cujusvis puncti corporis circa polum seu axem gyrantis celeritatem divisam per distantiam ejusdem puncti a polo seu axe atque vim gyratoriam appello eam vim, qua motus gyratorius efficitur<sup>[4]</sup>.



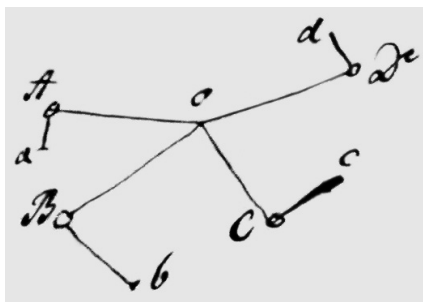
Si jam corpus  $A$  circa polum  $O$  mobile sollicitetur a potentia  $Aa$ , erit vis gyratoria ut  $\frac{Aa}{A \cdot AO}$ : nam dato tempusculo corpus  $A$  potentia  $Aa$  annulum circa  $O$  describit ut  $\frac{Aa}{A}$  adeoque angulum ut  $\frac{Aa}{A \cdot AO}$  cui vis gyratoria proportionalis est censenda.

Si ergo aliud corpus in  $M$  collocandum atque potentia  $Mm$  ipsi applicanda quaeratur, quod cum potentia salvis omnibus circumstantiis in locum corporis  $A$  a potentia  $Aa$  sollicitati substituere liceret, necesse est ut primo momenta potentialium sint aequalia, quo altera potentia contrarie applicata alteram in aequilibrio

servet, erit ergo  $Mm \cdot MO = Aa \cdot AO$ ; deinde vires gyratoriae utriusque potentiae debent esse inter se aequales; quare erit

$$\frac{Aa}{A \cdot AO} = \frac{Mm}{M \cdot MO} = \frac{Aa \cdot AO}{M \cdot MO^2} \quad \text{atque} \quad M = \frac{A \cdot AO^2}{MO^2},$$

qua demonstratione simul Tuum lemma corroborari videtur.



Hinc sequitur si systema plurium corporum  $A, B, C, D$  etc. mobile fuerit circa polum  $O$ , atque singulis applicata[e] sint potentiae  $Aa, Bb, Cc, Dd$  etc. fore vim gyratoriam ex omnibus conjunctim natam

$$= \frac{Aa \cdot AO + Bb \cdot BO + Cc \cdot CO + Dd \cdot DO}{A \cdot AO^2 + B \cdot BO^2 + C \cdot CO^2 + D \cdot DO^2}.$$

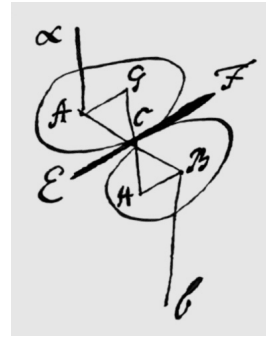
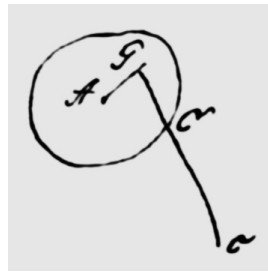
Si ergo corpus quodvis circa axem mobile sollicitetur a potentiis quibuscunque, vis gyratoria invenietur dividendo summam momentorum omnium ex his potentiis natorum per aggregatum singularum corporis particularum per quadrata suarum cujusque distantiarum ab axe multiplicatarum.

Pertinet haec regula tam ad corpora, quae circa axem fixum gyran- tur, quam quae circa liberum, dummodo axis liber vel maneat immotus vel uniformiter in directum progrediatur quod evenit si omnes vires centrifugae corporis gyran- tis se mutuo destruant. Ad hoc utique requiritur ut axis per centrum gravita- tis transeat, sed hoc solum non sufficit. Hancobrem ego in mea dissertatione alia corpora non considero nisi, quae circa axem verticalem per centrum gravita- tis transeuntem libere gyronari possunt, dum collisio fit in plano horizontali, prout etiam Tu Vir Celeb. ponis. Praeterea in corpore circa talem axem verticalem gy- rante nulla potentia horizontalis positionem axis immutabit, quamobrem insuper ejusmodi tantum collisiones mihi tractare licuit, in quibus planum contactus dum corpora se tangunt esset verticale, quippe quo casu vires quas corpora in conflictu in se mutuo exercent, directiones habent horizontales, quam eandem restrictionem etiam Tua solutio requirere videtur. Cum igitur corpus omne duplicis motus sit capax progressivi scilicet uniformiter in directum et rotatorii aequabilis circa axem per centrum gravitatis transeuntem, si quidem omnes vires centrifugae se mutuo destruant, necesse est ante omnia leges motus investigare quas potentiae quaecun- que tali corpori applicatae in utroque motu perturbando observant; alias autem potentias mihi ad hoc negotium tractare<sup>[5]</sup> nondum licuit, nisi quarum directiones

ad axem rotationis sunt normales et in plano per centrum gravitatis corporis transeunte sitae<sup>[6]</sup>. Hujusmodi ergo potentiarum duplex in corpus est effectus, quorum altero motus progressivus efficitur<sup>[7]</sup>, altero motus rotatorius, pro utroque autem determinando duo sequentia elicui lemmata, eaque firmissime habeo demonstrata.

Primum est, quaecunque potentia cuicunque corpori sive quiescenti sive moto applicata eundem in corpus ratione motus progressivi exercet effectum, ac si totum corpus in centro gravitatis esset concentratum eique potentia illa in eadem directione applicata. Quare si potentia fuerit  $p$  et massa corporis  $M$  tempusculo  $dt$  generabitur celeritatis incrementum  $\frac{p dt}{M}$  si quidem directiones potentiae et motus congruunt.

Alterum lemma est: Si corpus rotetur circa axem verticalem per centrum gravitatis  $A$  transeuntem celeritate rotatoria  $= u$  idque sollicitetur a potentia  $Cc = p$  celeritatis rotatoriae incrementum  $du$  tempusculo  $dt$  sequenti modo determinabitur. Ad  $Cc$  productam ex  $A$  ducatur normalis  $AG$ , sitque aggregatum omnium particularum corporis per quadrata distantiarum suarum ab axe multiplicatarum  $= S$ , erit  $du = \frac{AG \cdot p dt}{S}$ .



His praemissis ita problema Tuum resolvi: Moveatur corpus  $A$  (qua littera ejus massa indicatur) ante conflictum motu tam progressivo in directione  $A\alpha$  celeritate  $= a$  et rotatorio circa axem verticalem per centrum gravitatis  $A$  transeuntem celeritate rotatoria  $= c$ , in id vero impingat aliud corpus  $B$  motu progressivo latum in directione  $\beta B$  parallela directioni  $A\alpha$  (casus enim quo  $B\beta$  et  $A\alpha$  non sunt inter se parallelae plus difficultatis non habet) celeritate  $= b$ , quod quoque habeat motum rotarium circa axem per  $B$  transeuntem celeritate rotatoria  $= e$ ; uterque vero motus rotatorius in eam fiat regionem, ut uterque per conflictum augeatur. Sit  $C$  punctum conflictus et  $EF$  communis utriusque corporis tangens, per  $C$  ad  $EF$  ducatur normalis  $GH$  in eamque ex centrīs gravitatis  $A$  et  $B$  normales  $AG$ ,  $BH$ , quarum sit  $AG = f$  et  $BH = h$ . Deinde denotet  $S$  aggregatum omnium corporis  $A$  particularum per distantiarum suarum respective ab axe rotationis quadrata multiplicatarum, atque  $R$  simile aggregatum pro corpore  $B$ .

Durante ergo conflictu concipio elastum in directione  $GH$  inter corpora positum<sup>[8]</sup>, ejusque actionem ex compressione et restitutione ortam loco effectus qui

per conflictum fit substituo, finito vero conflictu reperio motum progressivum corporis  $A$  fieri in directione  $A\alpha$  celeritate

$$= a + \frac{2BRS(b - a - fc - he)}{(A + B)RS + AB(Rff + Shh)}$$

celeritatemque rotatoriam fore

$$= c + \frac{2ABRf(b - a - fc - he)}{(A + B)RS + AB(Rff + Shh)}.$$

Corporis autem  $B$  in priore directione erit motus progressivus, at celeritate

$$= b - \frac{2ARS(b - a - fc - he)}{(A + B)RS + AB(Rff + Shh)}$$

celeritatem rotatoriam vero habebit

$$= e + \frac{2ABSh(b - a - fc - he)}{(A + B)RS + AB(Rff + Shh)}.$$

Q[uod] E[rat] I[n]veniendum

Hae regulae valent pro corporibus elasticis, ortae enim sunt post integram elastri restitutionem, at si corpora non fuerint elastica, tum conflictus finiri censendus est, cum elastrum ad summum compressionis gradum fuerit redactum, hoc vero casu priores prodeunt expressiones, nisi quod binarius, qui in eas ingreditur, in unitatem debeat transmutari. Si conflictus fiat modo dudum cognito et tractato, tum faciendum est  $f = 0$  et  $h = 0$ ; atque corporis  $A$  celeritas progressiva post conflictum prodibit  $= a + \frac{2B(b - a)}{A + B}$ , et corporis  $B$  celeritas  $= b - \frac{2A(b - a)}{A + B}$ , motus autem rotatorius in utroque manebit invariatus. Ex his igitur integram meam methodum plenissime cognoscas, de ejusque bonitate eo fies certior, cum principiis certissimis tam jam pridem notis quam a me inventis et demonstratis innitatur.

Newtoni theoriam de figura Terrae tandem etiam Gallis probari non parum gaudeo cum si experimenta contrarium docuissent explicatio physica vix locum invenisset.

Quod autem ad comparisonem inter tempora oscillationum penduli tum in vacuo tum in medio resistente attinet, Tibi Vir Celeb. assentire non possum, evolvi enim utique in *Tractatu meo mechanico*<sup>[9]</sup> totam hanc materiam in propp. 63 seq. Tom. II, ex quibus quidem patet fieri posse ut descensus penduli in medio resistente minore tempore absolvatur quam in vacuo, sed tempus ascensus sequentis eo fit majus, inveni autem tempus oscillationis unius in medio resistente esse

$$\frac{\pi\sqrt{2a}}{\sqrt{g}} + \frac{\pi E^2\sqrt{2a}}{24K^2\sqrt{g}}$$

dum ejusdem penduli in vacuo tempus unius oscillationis est  $\frac{\pi\sqrt{2a}}{\sqrt{g}}$ . Duplicem igitur ob rationem tempus oscillationis in medio resistente summe raro majus est

quam in vacuo, quarum prima est quod in expressione temporis in medio resistente terminus  $\frac{\pi E^2 \sqrt{2a}}{24K^2 \sqrt{g}}$  accedat, altera vero quod  $\frac{\pi \sqrt{2a}}{\sqrt{g}}$  sit etiam majus quam  $\pi \sqrt{2a}$ ; est enim  $g : 1$  ut gravitas diminuta in medio resistente ad veram gravitatem, ita ut semper sit  $g < 1$ .

Suspicio igitur Te in hoc negotio ad solos descensus attendisse, quo casu Tua formula cum meis fere congruit. Meo igitur iudicio longitudo penduli simplicis per observationes inventa alia correctione opus non habet, nisi ut longitudo inventa augeatur in ratione gravitatis in aëre ad gravitatem in vacuo, si quidem terminus  $\frac{\pi E^2 \sqrt{2a}}{24K^2 \sqrt{g}}$  tam est exiguus, ut tuto negligi queat; id quod institutione experimentorum facile obtinetur; adhibendo globum tam maximum quam ponderosissimum, quo  $g$  et  $K$  maxime augeantur, denotat enim  $gK$  altitudinem celeritati maximae quam corpus descendendo acquirere potest debitam atque oscillationes per minimos arcus efficiendo, quo  $E$  minimum obtineat valorem<sup>[10]</sup>.

Quintus nunc tomus *Comment[ariorum]* nostrorum prelo est absolutus, atque propediem sequens imprimi incipiet, quorum uterque binos annos complectitur, ille scilicet annos 30 et 31 hic vero 32 et 33<sup>[11]</sup>.

Vale Vir Celeb. mihique favere perge.

L. Euler

P. S. Ex litteris Celeb. Goldbachii, quas nomine Illustris Praesidis (von Korff) ad Te dedit<sup>[12]</sup>, intelliges a Cl. (J.S.) Koenig specimen quodpiam requiri, quo accepto tanquam Professor extraordinarius cum Salario convenienti sit recipiendus. Ab Illustri Praesid[e] autem mihi est demandatum ut Ipsi (König) argumentum proponam, quod speciminis loco elaboraret. Ipso autem digniorem materiam non reperio, quam problemata quae ipse aliquot abhinc annis publice proposuit.<sup>[13]</sup> Quamobrem Dno. Koenig Significes rogo, ut unum vel alterum suorum horum problematum resolvat, solutionesque quam primum fieri poterit, ad nos mittat, quo quam citissime vocatio ad ipsum expediri queat: quae cum Ipsi perscribes, rogo ut Ipsum simul meo nomine plurimum salutes

Dabam Petropoli d. 18 Octob. 1737.

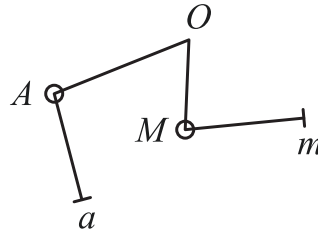
### Übersetzung

> ... <

Ausser Ihren beiden Briefen, die Sie an mich gesandt haben<sup>[1]</sup>, überreichte mir unser verehrter Herr Präsident (von Korff) Ihre Abhandlung über den schiefen Stoss, welche ich, nachdem ich sie mit den übrigen Mitgliedern besprochen hatte, unter Ihrem Namen in unseren Sitzungen vorgelesen habe<sup>[2]</sup>. Ihre Untersuchung gefiel mir um so mehr, als sie von meiner Methode, die ich zur Lösung dieses Problems benutzt habe, sehr abweicht und mir kein anderer Weg ausser dem meinen

als gangbar erschienen war<sup>[3]</sup>. Zwischen unseren Problemlösungen klappt nämlich ein so grosser Unterschied, dass es äusserst schwierig ist, eine Übereinstimmung zu erkennen – es sei denn, man betrachte Spezialfälle. Daher wird die grosse Übereinstimmung, die sich schliesslich darin auffinden lässt, sowohl Ihre wie auch meine Methode nicht wenig stützen – jedenfalls für diejenigen, die in derartigen Sachen nicht genau genug nachzuforschen pflegen.

Indessen schien uns die Beweisführung oder vielmehr die Lösung des ersten Problems, die Sie gegeben haben, nicht streng genug, obschon die Aussage an sich sehr sicher ist und auch von mir mit grösster Strenge bewiesen wurde: Aus der zweifachen, identischen Proportion  $\mu : m = DE : DB$  schien uns nämlich die andere  $\mu : m = DE^2 : DB^2$  nicht zu folgen. Deshalb nehme ich die Gelegenheit wahr, den Beweis eines ähnlichen, meiner Methode angepassten, Hilfssatzes zu übermitteln, auf welchen sich die Bestimmung der Rotationsbewegung stützt. Ich bezeichne aber als Rotationsgeschwindigkeit eines beliebigen Punktes eines Körpers, der um einen Pol oder um eine Achse rotiert, seine Geschwindigkeit, dividiert durch den Abstand des Punktes vom Pol oder der Achse, und als Rotationskraft bezeichne ich die Kraft, durch welche die Rotationsbewegung bewirkt wird<sup>[4]</sup>.

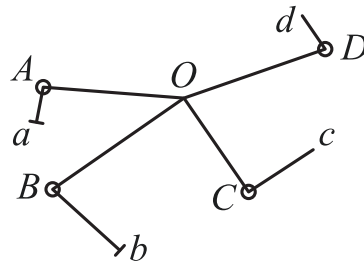


Wird nun ein um den Pol O beweglicher Körper A von der Kraft Aa angeregt, so ist die Rotationskraft wie  $\frac{Aa}{A \cdot AO}$ , denn in einer gegebenen kleinen Zeit beschreibt der Körper A durch die Kraft Aa um O einen kleinen Ring wie  $\frac{Aa}{A}$  und entsprechend einen Winkel wie  $\frac{Aa}{A \cdot AO}$ , zu welchem die Rotationskraft proportional anzunehmen ist.

Wenn daher ein anderer, in M zu platzierender Körper und die auf ihn anzuwendende Kraft Mm gesucht werden, die man unter Wahrung aller Umstände an die Stelle des von der Kraft Aa angeregten Körpers A setzen dürfte, so ist es notwendig, dass zunächst die Momente der Kräfte gleich sind, damit die entgegengesetzt wirkenden einander im Gleichgewicht halten: Es wird also  $Mm \cdot MO = Aa \cdot AO$  sein. Dann müssen auch die Rotationskräfte der beiden Kräfte unter sich gleich sein: Somit wird

$$\frac{Aa}{A \cdot AO} = \frac{Mm}{M \cdot MO} = \frac{Aa \cdot AO}{M \cdot MO^2} \quad \text{und} \quad M = \frac{A \cdot AO^2}{MO^2};$$

durch diesen Beweis wird zugleich auch Ihr Lemma bestätigt, wie es scheint.



Hieraus folgt: wenn ein System von mehreren Körpern  $A, B, C, D$  etc. um den Pol  $O$  beweglich ist und auf die einzelnen die Kräfte  $Aa, Bb, Cc, Dd$  etc. angewandt werden, dann wird die aus allen zusammen entstehende Rotationskraft

$$= \frac{Aa \cdot AO + Bb \cdot BO + Cc \cdot CO + Dd \cdot DO}{A \cdot AO^2 + B \cdot BO^2 + C \cdot CO^2 + D \cdot DO^2}.$$

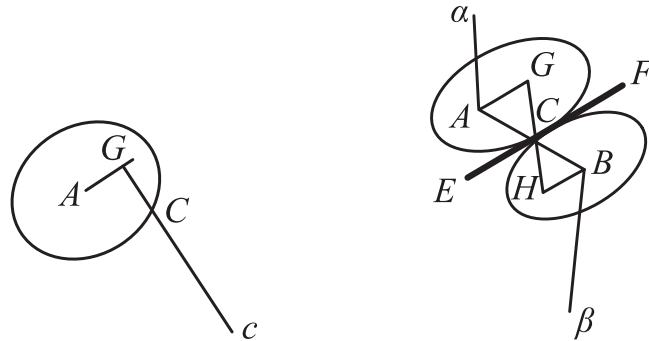
Wird also ein beliebiger, um eine Achse mobiler Körper von irgendwelchen Kräften bewegt, so findet man die Rotationskraft, indem man die Summe aller aus diesen Kräften entstehenden Momente dividiert durch die Summe der Produkte aus den einzelnen Körperpartikeln und den Quadraten ihrer Abstände von der Achse.

Diese Regel erstreckt sich sowohl auf Körper, die um eine feste Achse, wie auch auf jene, die um eine freie Achse rotieren, wenn nur die freie Achse entweder unbeweglich bleibt oder gleichförmig in einer Richtung fortschreitet, und dies trifft zu, wenn alle Zentrifugalkräfte des rotierenden Körpers sich gegenseitig aufheben. Dazu ist jedenfalls gefordert, dass die Achse durch den Schwerpunkt des Körpers gehe, doch dies allein genügt nicht. Deswegen betrachte ich in meiner Abhandlung nur solche Körper, welche um die durch den Schwerpunkt gehende vertikale Achse frei rotieren können, während der Stoss in einer horizontalen Ebene stattfindet, so wie auch Sie  $\rangle \dots \langle$  es setzen. Ausserdem wird bei einem Körper, der um eine solche vertikale Achse rotiert, keine horizontale Kraft die Lage der Achse verändern, weshalb es mir überdies gestattet ist, nur solche Zusammenstösse zu behandeln, bei welchen die Berührungsebene vertikal ist, solange sich die Körper berühren, weil in diesem Fall die Kräfte, welche die Körper im Zusammenstoss gegenseitig aufeinander ausüben, horizontale Richtung haben; auch Ihre Lösung scheint dieselbe Einschränkung zu erfordern. Weil also jeder Körper einer zweifachen Bewegung fähig ist, nämlich einer geradlinig gleichförmig fortschreitenden und einer um eine Achse durch den Schwerpunkt gleichmässig rotierenden – wenn nämlich alle Zentrifugalkräfte sich gegenseitig aufheben –, so muss man vor allem die Bewegungsgesetze aufspüren, die beliebige auf einen solchen Körper angewandte Kräfte bei der Störung seiner beiden Bewegungen befolgen. Jedoch war es mir in dieser Hinsicht noch nicht möglich, andere Kräfte zu behandeln<sup>[5]</sup> als solche, deren Richtungen zur Rotationsachse normal sind und die in der Ebene liegen<sup>[6]</sup>, die durch den Schwerpunkt des Körpers geht. Die Wirkung dieser Kräfte auf den Körper ist von zweifacher Art: Einerseits bringt sie eine fortschreitende, andererseits eine Rotationsbewegung hervor<sup>[7]</sup>. Zur Bestimmung beider habe ich folgende zwei Lemmata eruiert und hieb- und stichfest bewiesen:



1. Eine beliebige Kraft übt auf einen beliebigen Körper, sei er in Ruhe oder bewegt, dieselbe Wirkung bezüglich seiner fortschreitenden Bewegung aus, wie wenn der ganze Körper im Schwerpunkt konzentriert wäre und die auf ihn einwirkende Kraft in derselben Richtung erfolgte. Daher entsteht, wenn die Kraft  $p$  ist und die Masse des Körpers  $M$ , im Zeitelement  $dt$  ein Geschwindigkeitszuwachs  $\frac{p dt}{M}$ , falls die Richtungen der Kraft und der Bewegung übereinstimmen.

2. Rotiert ein Körper mit der Rotationsgeschwindigkeit  $u$  um eine durch den Schwerpunkt  $A$  gehende vertikale Achse und wird er von einer Kraft  $Cc = p$  angeregt, dann wird der Zuwachs der Rotationsgeschwindigkeit  $du$  im Zeitelement  $dt$  auf folgende Weise bestimmt: Man errichte von  $A$  aus die Normale  $AG$  auf die Gerade  $Cc$  und bezeichne die Summe aller Partikeln des Körpers, multipliziert mit dem Quadrat ihrer Abstände von der Achse, mit  $S$ , dann wird  $du = \frac{AG \cdot p dt}{S}$ .



Unter diesen Voraussetzungen habe ich Ihr Problem folgendermassen gelöst: Ein Körper  $A$  (mit diesem Buchstaben wird seine Masse bezeichnet) befinde sich vor dem Zusammenprall in einer fortschreitenden Bewegung mit der Geschwindigkeit  $a$  in Richtung  $A\alpha$  und in einer Rotationsbewegung um die durch den Schwerpunkt  $A$  gehende vertikale Achse mit der Rotationsgeschwindigkeit  $c$ . Gegen diesen stosse ein anderer Körper  $B$  mit einer fortschreitenden Bewegung in Richtung  $\beta B$ , die zur Richtung  $A\alpha$  parallel ist, mit der Geschwindigkeit  $b$  (der Fall, in welchem  $B\beta$  und  $A\alpha$  nicht parallel zueinander sind, ist nicht schwieriger). Dieser Körper  $B$  führe ebenfalls eine Rotationsbewegung um die durch  $B$  gehende Achse aus mit der Geschwindigkeit  $e$ . Angenommen, beide Rotationsbewegungen geschehen in derselben Richtung, so dass beide durch den Zusammenprall vergrößert werden.  $C$  sei der Punkt des Zusammenpralls und  $EF$  die gemeinsame Tangente der beiden Körper. Durch  $C$  ziehe man die Normale  $GH$  auf  $EF$  und von den Schwerpunkten  $A$  und  $B$  die Normalen  $AG$  und  $BH$  auf  $GH$ , wobei  $AG = f$  und  $BH = h$  sei. Ferner bezeichne  $S$  die Summe aller Partikeln des Körpers  $A$ , multipliziert mit dem Quadrat ihrer Abstände bezüglich der Rotationsachse, und  $R$  die entsprechende Summe für den Körper  $B$ .

Ich stelle mir nun während des Stosses eine Sprungfeder in der Richtung  $GH$  zwischen den Körpern vor<sup>[8]</sup> und setze die Wirkung, die sie durch ihre Kompression und Restitution ausübt, an die Stelle des Effekts, der aus dem Stoss resultiert.

Nach vollzogenem Zusammenstoss finde ich, dass die fortschreitende Bewegung des Körpers  $A$  in Richtung  $A\alpha$  mit der Geschwindigkeit

$$= a + \frac{2BRS(b - a - fc - he)}{(A + B)RS + AB(Rff + Shh)}$$

erfolgt; die Rotationsgeschwindigkeit wird

$$= c + \frac{2ABRf(b - a - fc - he)}{(A + B)RS + AB(Rff + Shh)}.$$

Die fortschreitende Bewegung des Körpers  $B$  aber hat die frühere Richtung und die Geschwindigkeit

$$= b - \frac{2ARS(b - a - fc - he)}{(A + B)RS + AB(Rff + Shh)},$$

und seine Rotationsgeschwindigkeit ist

$$= e + \frac{2ABSh(b - a - fc - he)}{(A + B)RS + AB(Rff + Shh)}.$$

Was zu finden war.

Diese Regeln sind für elastische Körper gültig, denn sie gelten nach der völligen Restitution der Sprungfeder. Sind jedoch die Körper nicht elastisch, dann muss der Stoss als beendet angenommen werden, wenn die Feder den höchsten Grad der Kompression erreicht hat. In diesem Fall entstehen die früheren Ausdrücke, ausser dass darin anstelle der 2 eine 1 gesetzt werden muss. Läuft der Stoss auf die schon früher bekannte und behandelte Art ab, dann muss  $f = 0$  und  $h = 0$  gesetzt werden, und zwar wird die fortschreitende Bewegung des Körpers  $A$  nach dem Stoss die Geschwindigkeit  $a + \frac{2B(b - a)}{A + B}$  haben, der Körper  $B$  entsprechend

$b - \frac{2A(b - a)}{A + B}$ ; die Rotationsbewegung bleibt in beiden unverändert. Daraus also werden Sie meine ganze Methode vollständig erfassen und von deren Trefflichkeit um so mehr überzeugt sein, als sie sich sowohl auf die schon früher bekannten, sichersten Prinzipien stützt wie auch auf die von mir gefundenen und bewiesenen.

Es freut mich sehr, dass Newtons Theorie über die Erdfigur nun endlich auch von den Franzosen anerkannt wird, da, wenn die Experimente das Gegenteil gelehrt hätten, eine physikalische Erklärung kaum möglich gewesen wäre.

Was aber den Vergleich zwischen den Schwingungszeiten eines Pendels im Vakuum und im widerstehenden Medium anbelangt, kann ich Ihnen  $\rangle \dots \langle$  nicht zustimmen. Ich habe nämlich in meinem Traktat über die Mechanik<sup>[9]</sup> durchwegs den ganzen Stoff in den Propositionen 63f des 2. Bandes dargelegt, und daraus wird klar, dass zwar der Abstieg eines Pendels im widerstehenden Medium in kürzerer Zeit vor sich gehen kann als im Vakuum, aber die nachfolgende Aufstiegszeit um so grösser wird. Ich fand, dass die Zeit einer einzelnen Schwingung im widerstehenden Medium

$$\frac{\pi\sqrt{2a}}{\sqrt{g}} + \frac{\pi E^2\sqrt{2a}}{24K^2\sqrt{g}}$$

ist, während die Zeit einer einzelnen Schwingung desselben Pendels im Vakuum gleich  $\frac{\pi\sqrt{2a}}{\sqrt{1}}$  ist. Aus einem doppelten Grund ist also die Schwingungszeit in einem sehr dünnen widerstehenden Medium grösser als im Vakuum: Erstens, weil im widerstehenden Medium in der Formel für die Zeit der Term  $\frac{\pi E^2\sqrt{2a}}{24K^2\sqrt{g}}$  dazutritt, und zweitens, weil  $\frac{\pi\sqrt{2a}}{\sqrt{g}}$  grösser ist als  $\pi\sqrt{2a}$ , denn  $g : 1$  verhält sich wie die verminderte Schwere im widerstehenden Medium zur wahren Schwere, so dass stets  $g < 1$  ist.

Ich vermute daher, dass Sie bei dieser Aufgabe nur auf die Abstiege geachtet haben; in diesem Fall stimmt Ihre Formel mit der meinigen ungefähr überein. Nach meinem Ermessen hat also die durch Beobachtung gefundene Länge des einfachen Pendels keine andere Korrektur nötig, als dass die gefundene Länge im Verhältnis der Schwere in der Luft zu derjenigen im Vakuum zu vergrössern ist, falls der Term  $\frac{\pi E^2\sqrt{2a}}{24K^2\sqrt{g}}$  so klein ist, dass er gewiss vernachlässigt werden kann, was durch die Anordnung der Versuche leicht erreicht werden kann. Man nehme nur eine sehr grosse wie auch extrem schwere Kugel, wodurch  $g$  und  $K$  sehr stark vergrössert werden – denn  $gK$  bezeichnet die Höhe für die Maximalgeschwindigkeit, die der Körper durch den Abstieg erlangen kann – und führe die Schwingungen längs kleinen Bogen durch, wodurch  $E$  den kleinsten Wert erhält<sup>[10]</sup>.

Der fünfte Band unserer *Commentarii* hat jetzt die Presse verlassen, und den folgenden beginnt man sehr bald zu drucken. Beide umfassen je zwei Jahre, jener die Jahre 30 und 31, dieser aber 32 und 33<sup>[11]</sup>.

Leben Sie wohl } ... { und behalten Sie mich in Ihrer Gunst.

L. Euler

P.S. Aus dem Brief von Herrn Goldbach, den er Ihnen im Namen des Herrn Präsidenten {von Korff} geschrieben hat<sup>[12]</sup>, ersehen Sie, dass von Herrn {J.S.} König eine Probearbeit verlangt wird, nach deren Annahme er als Auswärtiges Mitglied mit entsprechendem Salär aufgenommen würde. Vom } ... { Präsidenten wurde mir jedoch aufgetragen, ihm {König} ein Thema vorzuschlagen, damit er dieses als Probestück bearbeite. Ich finde jedoch keinen zu diesem Zweck würdigeren Stoff als die Probleme, die er selbst vor einigen Jahren öffentlich gestellt hat<sup>[13]</sup>. Bedeuten Sie bitte König, er möge doch das eine oder andere seiner Probleme lösen und die Lösungen so bald wie möglich an uns schicken, damit seine Berufung möglichst schnell erfolgen kann. Wenn Sie ihm das schreiben werden, grüssen Sie ihn bitte gleichzeitig vielmals in meinem Namen.

Petersburg, den 18. Oktober 1737.

- R 114 Antwort L. Eulers auf den nicht erhalten gebliebenen Brief D. Bernoullis von Anfang September 1737 und den Brief Nr. 25  
 Petersburg, 29. (18.) Oktober 1737  
 Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt<sup>[14]</sup>, 5 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 22, Bl. 208–212v  
 Am 25. (14.) Oktober in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen und am 2. November (22. Oktober) zur Post gebracht (cf. *Protokoly* 1, p. 430, 433)

- [1] Es handelt sich um den Brief Nr. 25 und den fehlenden Brief D. Bernoullis von Anfang September.
- [2] D. Bernoulli hatte Euler schon im Winter 1735/36 vorgeschlagen, das Problem des schiefen Stosses zu erörtern. Danach wurde dieses Thema im Briefwechsel Eulers mit D. Bernoulli vom Herbst 1736 bis zum Anfang des Jahres 1738 kontinuierlich verfolgt (cf. Briefe Nr. 21–29).  
 Die Abhandlung D. Bernoullis über den schiefen Stoss (1744, DB. 27) wurde der Petersburger Akademie unmittelbar, nachdem Euler sie erhalten hatte, am 27. (16.) September 1737 vorgelegt und zunächst, wie üblich, einzelnen Professoren (G.W. Krafft, G. Heinsius) zur Kenntnis gebracht. Danach hat Euler sie ab dem 7. Oktober (26. September) in der Akademischen Konferenz mit seinen Kommentaren vorgelesen. Angesichts dieses zeitlichen Ablaufs hielt man den gegenwärtigen Brief Eulers (Nr. 26) in der Akademie für die Antwort auf Bernoullis Abhandlung (cf. *Protokoly* 1, p. 422, 426–431).  
 Das Originalmanuskript von Bernoullis Abhandlung befindet sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 12). Es enthält kleinere Abweichungen vom publizierten Text (in der Handschrift trägt die Abhandlung den Titel *De motu Corporum a percussione Excentrica una cum theoria motuum in corporibus rotando se invicem impellentibus*).
- [3] Gemäss den Registern hatte Euler seine eigenen Resultate auf diesem Gebiet (cf. E. 69) in der Akademischen Konferenz im November 1736 vorgelegt. Nachdem einige Professoren diese auch kennengelernt hatten, las er sie in zwei Sitzungen im Dezember 1736 und Januar 1737 vor (*Protokoly* 1, p. 329, 336, 338, 344, 429–430). Die wichtigen Abhandlungen der beiden Gelehrten zu diesem Thema wurden erst 1744 im 9. Band der *Petersburger Commentarii* für 1737 gedruckt.
- [4] Im Original: afficitur.  
 Zu der Herleitung des Drehimpulssatzes für eine feste Achse, welche Euler D. Bernoulli hier unterbreitet, cf. *Petersb. Ms.* Nr. 167(v), § 618–648 (*Manuscripta Euleriana* 2, insb. p. 216–221), und *Petersb. Ms.* Nr. 399, fol. 75v–76r.
- [5] Im Original: tractari.
- [6] Im Original: sito.
- [7] Im Original: afficitur.
- [8] In seiner Abhandlung (E. 69) illustriert Euler die gedankliche Einführung einer Feder im Punkt des Zusammenpralls der Körper mit einer Figur (O. II, 8, p. 10).
- [9] Cf. den zweiten Band von Eulers *Mechanik*.
- [10] Cf. Brief Nr. 27, p. 232 h.v.
- [11] Die beiden Bände 5 und 6 der *Petersburger Commentarii* erschienen 1738.
- [12] D. Bernoulli wandte sich am 29. September 1737 mit einem Empfehlungsschreiben für J.S. König an J.A. von Korff, und dieser antwortete ihm im Oktober, worauf D. Bernoulli am 28. Dezember 1737 in derselben Angelegenheit nochmals nach Petersburg schrieb (cf. Anhang VII.3, Nr. 7–9, p. 957–959 h.v.).
- [13] J.S. König hatte den Mathematikern 1735 in den *Nova Acta Eruditorum* öffentlich sieben Probleme vorgelegt (cf. Brief Nr. 14, Anm. 14).
- [14] Die Kanzleikopie enthält mehrere Schreibfehler, die hier stillschweigend korrigiert sind.

27

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 28. Dezember 1737

Viro Celeberrimo Leonhardo Eulero  
S. P. D. Daniel Bernoulli

Gratias Tibi ago, Vir Amicissime, quantas debeo, quod dissertationem meam nuperam coram Ill[ustrissima] Academia praelegere volueris<sup>[1]</sup>. Mirabilis utique est mutuus method[or]um nostrarum consensus in re non parum certe intricata. Methodum equidem Tuam, quamvis extremo tantum digito indicatam, totam perspexi, quin imo antequam indicasses praevidi, solutionis illius Tuae problematis de inveniendis legibus motuum a percussione ordinariis (quam olim mecum communicaveras<sup>[2]</sup>, quamque ad nostrum praesens problema se extendere sensi) memor. Placet tua methodus tanquam genuina, directa, rei naturam ubique et in minimis variationibus explicans. Prima ejus fundamenta Patrem meum dedisse nosti<sup>[3]</sup>; at nosti etiam quid Galli quidam contra solutionem Patris exceperint ratione corporum perfecte durorum; nec enim corpora perfecte dura tanquam infinite elastica habere volebant: nihil tam pulchrum est ut omnibus placeat. Recte determinas tum motus progressivos tum motus rotatorios circa axem per centrum gravitatis transeuntem; sed mea sententia operae pretium facturus fuisses, si etiam indicasses, quare motus rotatorius circa axem per centrum gravitatis transeuntem Tibi seorsim consideretur: si enim seorsim motum progressivum et motum rotatorium circa alium axem inquisivisses in solutionem falsam incidisses, etiamsi lemma tuum secundum omnibus axibus applicari possit. Ut verum fatear, sunt quaedam in rebus istiusmodi perplexis intellectui Lectoris judiciosi relinquenda.

Methodus mea non est tam directa, sicut Tua; habet autem hanc praerogativam, ut omnia ad notissimas distantias centri gravitatis et centri oscillationis sine signis summatoriis reducat: Nova etiam in illa sunt et curiosa ea quae dixi de puncto  $D$ , quod punctum dici potest inertiae. Nondum video, quid in solutione primi mei problematis desiderari possit: eo enim, quo usus sum, modo utuntur vulgo ad rationem compositam demonstrandam: quia tamen et Tibi et quibusdam Collegis aliis solutio mea manca visa fuit, rogo ut eidem hanc aliam substituas, si modo clarior videbitur<sup>[4]</sup>.

Solutio: Accipiat in plano massula infinite parva  $m$  posita in puncto quocunque  $E$  dicaturque massula ipsi substituenda in  $B = \mu$ ; consideretur rotatio minima, qua  $B$  perveniat in  $b$ , dum  $E$  pervenit in  $e$ , sitque vis acceleratrix in  $B = P$ ; patet fore vim acceleratricem in  $E = \frac{DB}{DE} \times P$ . Denique si velocitas in  $B$  sit  $= v$ , ejus incrementum  $= dv$ , erit velocitas in  $E = \frac{DE}{DB} \times v$  ejusque incrementum  $= \frac{DE}{DB} \times dv$ . Est autem incrementum velocitatis eodem tempusculo ortum ubique

proportionale vi acceleratrici divisae per massam, unde habetur haec analogia

$$dv : \frac{DE}{DB} \times dv :: \frac{P}{\mu} : \frac{DB}{DE} \times \frac{P}{m}, \quad \text{seu} \quad \mu : m :: DE^2 : DB^2.$$

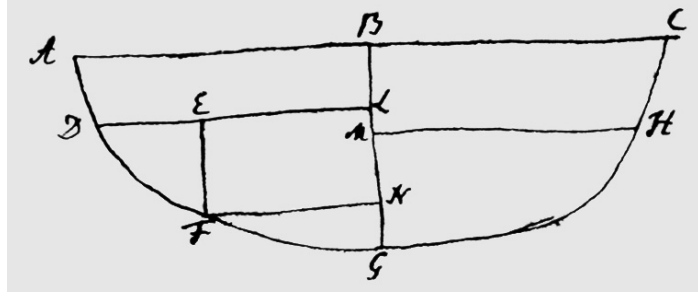
Si nunc omnibus massulis planum  $ABC$  componentibus alia secundum hanc legem in  $B$  substituatur, habebitur massa integra in  $B$  toti plano substituenda, ut accelerationes utroque modo pari fiant lege.

Verum equidem est nostras methodos ponere utrumque axem rotatorium verticalem, possent tamen utcunque ad se invicem inclinati esse, si plures duobus motibus considerare luberet: nec deficerent methodi. Verum ista nimis forent intricata, quam ut recte explicari possent: Apparet autem calculum plane eundem esse, si uterque axis esset horizontalis interque se paralleli fieretque collisio in planis ad axes perpendicularibus et per centra gravitatis transeuntibus: ubi tamen observandum foret, corpora censenda esse mota super plano horizontali perfecte laevi, ita ut si leges motuum applicare velimus ad corpora super panno aspero mota, prius inquirendum foret in leges hujusmodi motus.

Nec credo hoc supra calculum positum esse, datis experimentis ad calculum requisitis, sicuti Newtono aliisque post illum licuit motum corporum in mediis resistentibus determinare. Quid Tu futurum putas, Vir Celeberrime, si planum horizontale compositum fuerit ex parte perfecte laevi, et ex parte aspera, globusque ex illa in hanc incidit; id quidem experientia indicare videtur, si velocitas globi fuerit valde magna, globum post transitum motum suum progressivum conservaturum, nullumque rotatorium habiturum esse: at si velocitas sit valde parva, globum rotaturum ut rota super pavimento. Dedit frater meus (Johann II) hac de re dissertationem profecto non plane inelegantem eamque coram Societate praelegit<sup>[5]</sup>, meminique ipsum multis admodum satisfecisse phaenomenis quae in ludo billard continue observantur legibusque motuum contradicere videri possent. Nonne inseretur haec dissertatio *Commentariis*, sicuti et altera de approximationibus? Quamvis frater meus Academicus non sit, posset tamen hoc titulo imprimi, quod coram Academia praelectae sunt dissertationes<sup>[6]</sup>.

Ab aliquo tempore occupatus sum in perlegenda *Mechanica* Tua<sup>[7]</sup>, quantum quidem negotia, quibus fere obruor, permittunt. Dicere non possum, quantum mihi placeant omnia, imo vere omnia, nec enim quicquam adhuc occurrit, quod non admirationem excitaverit. Multa equidem vidi, mihi non nova et jam antea a me pariter detecta, imo publice edita: sed et haec, quae nobis communia sunt, a Te magis fuerunt exulta et longius protracta. Gratulor Tibi meritam hanc partamque gloriam. Plausus solis Tuis meritis, congratulationes amicitiae nostrae dabis.

Rogo caeterum ut ea quae passim dixisti de temporibus oscillationum in medio resistente in ratione quadrata velocitatum, examini Tuo vel potius calculo (non enim methodum accuso) denuo subicias, si id per otium liceat. Nam calculum eundem, alio tamen modo, rogante amico subii diverso Tecum successu. Cum calculus secundum methodum meum non sit prolixus, eum Tibi totum transcribam, omissis tamen multis, quae etiamsi alios, Te tamen immorari non posse scio<sup>[8]</sup>.



Incipiat corpus descendere super cycloide in  $D$ , totaque vibratione perveniat in  $H$ . Sit  $GB = a$ ;  $DF = s$ ;  $DG = b$ ;  $GL = \frac{bb}{4a}$ ;  $EF = \frac{2bs - ss}{4a}$ ; velocitas in  $F = v$ , erit (qua in re convenimus) pro medio resistente tenuissimo

$$v = \frac{\sqrt{2bs - ss - 2nbss + \frac{2}{3}ns^3}}{2\sqrt{a}}.$$

Hinc si tempus per  $DF$  dicatur  $t$  erit

$$dt = \frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss - 2nbss + \frac{2}{3}ns^3}}.$$

Per  $nv$  intelligo resistantiam. Quia  $n$  est valde parvum potest (neglectis terminis in quibus  $n$  primam dimensionem transcendit) censi

$$dt = \frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss}} + \frac{n ds\sqrt{a} \times (2bss - \frac{2}{3}s^3)}{(2bs - ss)^{\frac{3}{2}}}.$$

Notetur hic integrale primi membri  $\frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss}}$  non esse quod in vacuo: nam in vacuo ut habeatur tempus integrum, oportet sumere  $DF = 2b$ , hic vero in medio resistente faciendum est  $DF = DH$  vel, ut nosti,  $s = 2b - \frac{4}{3}nbb$  (est enim  $GH = DG - \frac{4}{3}nbb$ ). Constructio igitur

$$\int \frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss}}$$

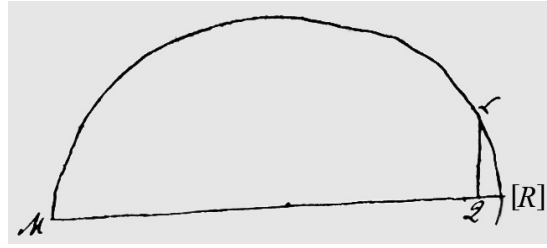
haec est: Fiat semicirculus  $MLR$  cujus diameter  $MR = 2b$ ; sumaturque

$$MQ = 2b - \frac{4}{3}nbb;$$

erigatur perpendicularis  $QL$ , erit arcus  $ML$  divisus per diametrum et multiplicatus per  $4\sqrt{a}$  aequalis tempori descensus. Potest autem  $LR$  haberi pro  $LQ$  seu  $\sqrt{\frac{8}{3}nb^3}$ , unde si per  $\pi$  intelligatur circulus cujus diameter est unitas, erit tempus

$$\int \frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss}}$$





in medio resistente tenuissimo

$$= 2\pi\sqrt{a} - 4\sqrt{\frac{2}{3}nab},$$

cum in vacuo sit simpliciter  $= 2\pi\sqrt{a}$ .

Veniamus nunc ad membrum alterum

$$\begin{aligned} \int \frac{n ds \sqrt{a} \times (2bss - \frac{2}{3}s^3)}{(2bs - ss)^{\frac{3}{2}}} &= \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \int \frac{3bss - s^3}{(2bs - ss)^{\frac{3}{2}}} ds \\ &= \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \left( \frac{2b\sqrt{s}}{\sqrt{2b-s}} - \sqrt{2bs - ss} \right) = \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \left( \frac{ss}{\sqrt{2bs - ss}} \right). \end{aligned}$$

Ponatur hic rursus  $s = 2b - \frac{4}{3}nbb$  et habebitur

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \frac{(2b - \frac{4}{3}nbb)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{4}{3}nbb}} &= \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \frac{2b\sqrt{2b}}{b\sqrt{\frac{4}{3}n}} = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{a} \times 2 \times \sqrt{2nb}}{\sqrt{\frac{4}{3}}} \\ &= 2\sqrt{a} \times \sqrt{\frac{2}{3}nb} = 2\sqrt{\frac{2}{3}nab}. \end{aligned}$$

Est itaque totum integrale  $= 2\pi\sqrt{a} - 2\sqrt{\frac{2}{3}nab}$ . Non video quid ad hoc replicari possit, nisi quod cum resolverim differentiale temporis

$$\frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss - 2nbss + \frac{2}{3}ns^3}}$$

in seriem, non sufficiat duos, ut feci, considerare terminos, quia in integralibus quantitas infinite parva  $(2bs - ss)$  ad dimensionem negativam continue altiore evecta reperitur, adeo ut termini seriei in integralibus fortasse non decrescant. Id per otium inquiram; nam non suppetit nunc tempus calculum ulterius proseguendi. Tu vide pro Tua perspicacia, quid hac in re statuendum sit. Sententiae quam re accurate perpensa feres libenter subscribam. In formulis ad diminutam gravitatem non attendi. Nec enim hac de pendulorum retardatione nunc sermo est, sed tantum de effectum medii resistantiae. Si tempora descensus et ascensus seorsim quaerantur, idem tecum fere invenio: proxima vice rem certius definiam.

Geometrae Galli nondum omnes de figura Terrae inter se conveniunt, praesertimque D. Cassini induci non potest ut Theoriam Newtoni agnoscat.<sup>[9]</sup> Video autem in Gallia plerosque Anglizantes et spero brevi fore, ut omnes bonam causam agnoscant.

Hisce vale, Vir Celeberrime, Amice Carissime meque amare nunquam desine.

Dabam Basileae a. d. 28 10bris 1737.

### Übersetzung

⟩...⟨

Ich möchte Ihnen ⟨...⟩ den grossen Dank, den ich Ihnen schulde, dafür abstaten, dass Sie bereit waren, meine neueste Abhandlung in der ⟨...⟩ Akademie vorzulesen<sup>[1]</sup>. Die gegenseitige Übereinstimmung unserer Methoden in dieser gewiss nicht wenig verwickelten Sache ist ganz wunderbar. In der Tat durchschaute ich Ihre ganze Methode völlig, obschon Sie nur mit einem kleinen Fingerzeig darauf verwiesen haben, ja ich sah sie sogar voraus, bevor Sie sie angezeigt hatten, eingedenk Ihrer Lösung des Problems, die Bewegungsgesetze des gewöhnlichen Stosses zu finden (die Sie mit mir einst erörtert hatten<sup>[2]</sup> und die sich – wie ich gemerkt habe – auf unser gegenwärtiges Problem ausdehnen lässt). Ihre natürliche und direkte Methode besticht sehr und erklärt das Wesen der Sache in allen Belangen und bis ins kleinste Detail. Sie wissen, dass mein Vater die ersten Grundlagen dafür geliefert hat<sup>[3]</sup>, und Sie wissen auch, was gewisse Franzosen gegen die Lösung meines Vaters hinsichtlich der vollkommen harten Körper vorgebracht haben: Sie wollten nämlich nicht, dass man vollkommen harte Körper für unendlich elastisch hält; nichts ist so schön, dass es allen gefällt. Sehr richtig bestimmen Sie die fortschreitenden Bewegungen wie auch die Rotationsbewegungen um eine Achse durch den Schwerpunkt, doch meiner Meinung nach wäre es der Mühe wert gewesen, wenn Sie auch angegeben hätten, warum Sie die Rotationsbewegung um eine Schwerpunktsachse gesondert betrachtet haben. Wenn Sie nämlich eine fortschreitende und eine Rotationsbewegung um eine andere Achse gesondert untersucht hätten, wären Sie auf eine falsche Lösung gestossen, auch wenn Ihr zweites Lemma auf alle Achsen angewendet werden kann. Um die Wahrheit zu sagen: In einer so verworrenen Sache wie dieser muss man der Einsicht des kundigen Lesers einiges übriglassen.

Meine Methode ist nicht so direkt wie die Ihrige, hat jedoch den Vorteil, dass sie alles ohne Integration auf die bekannten Abstände des Schwerpunktes und des Schwingungszentrums zurückführt. Neu und bemerkenswert darin ist auch das, was ich über den Punkt *D* gesagt habe, welcher Trägheitspunkt genannt werden kann. Ich sehe noch immer nicht, was an der Lösung meines ersten Problems zu wünschen übrig bleibt: die von mir verwendete Art und Weise braucht man ja allgemein, um zusammengesetzte Proportionen zu beweisen. Weil Ihnen und

gewissen anderen Kollegen meine Lösung gleichwohl mangelhaft erschienen ist, bitte ich Sie, sie durch die folgende zu ersetzen, falls diese klarer scheint<sup>[4]</sup>.

Lösung: Man nehme in einer Ebene eine unendlich kleine Masse  $m$  an, die in einem beliebigen Punkt  $E$  liegt, und nenne die kleine Masse, die dafür in  $B$  substituiert werden soll,  $\mu$ . Wir betrachten eine kleine Rotation, durch welche  $B$  nach  $b$  kommt, während  $E$  nach  $e$  gelangt, und die Beschleunigung in  $B$  sei  $P$ . Dann ist klar, dass die Beschleunigung in  $E$   $= \frac{DB}{DE} \times P$  ist. Schliesslich wird, wenn die Geschwindigkeit in  $B$  gleich  $v$  ist und ihr Zuwachs  $= dv$ , die Geschwindigkeit in  $E$   $= \frac{DE}{DB} \times v$  und ihr Zuwachs  $= \frac{DE}{DB} \times dv$ . Der in derselben kleinen Zeit entstandene Geschwindigkeitszuwachs aber ist überall proportional der durch die Masse dividierten Beschleunigung, woraus sich folgende Proportion ergibt:

$$dv : \frac{DE}{DB} \times dv = \frac{P}{\mu} : \frac{DB}{DE} \times \frac{P}{m}, \quad \text{oder} \quad \mu : m = DE^2 : DB^2.$$

Wenn nun für jedes der Massenteilchen, welche die Ebene  $ABC$  zusammensetzen, gemäss diesem Gesetz eine andere Masse in  $B$  eingesetzt wird, so erhält man die Gesamtmasse in  $B$ , die man für die ganze Ebene einsetzen muss, damit sich die Beschleunigungen auf beide Arten nach dem gleichen Gesetz ergeben.

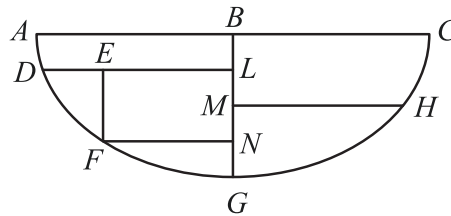
Tatsächlich ist es freilich so, dass unsere Methoden beide Rotationsachsen vertikal voraussetzen; sie dürften aber irgendwie gegeneinander geneigt sein, wenn man mehr als zwei Bewegungen betrachten wollte – die Methoden würden nicht versagen. In Wahrheit aber ist die Sachlage allzu verwickelt, als dass sie richtig erklärt werden könnte. Es ist jedoch klar, dass die Rechnung durchaus dieselbe wäre, wenn beide Achsen horizontal und unter sich parallel wären und der Stoss sich in Ebenen ereignete, die zu den Achsen senkrecht stehen und durch die Schwerpunkte gehen. Dabei ist allerdings zu beachten, dass die fraglichen Körper auf einer absolut glatten horizontalen Ebene bewegt werden, so dass, wenn wir die Bewegungsgesetze auf Körper anwenden wollen, die sich auf einer rauhen Leinwand bewegen, wir zuerst die Gesetze einer derartigen Bewegung untersuchen müssten.

Ich glaube nicht, dass das den Kalkül übersteigt, wenn nur die für die Berechnung erforderlichen Experimente gegeben sind, ebenso wie Newton und seine Nachfolger die Bewegung der Körper im widerstehenden Medium bestimmen konnten. Was, glauben Sie,  $\rangle \dots \langle$  wird passieren, wenn eine horizontale Ebene aus einem völlig glatten und einem rauhen Teil zusammengesetzt ist und eine Kugel von jenem in diesen übergeht? Die Erfahrung scheint wenigstens folgendes zu zeigen: Wenn die Geschwindigkeit der Kugel sehr gross ist, wird die Kugel nach dem Durchgang ihre fortschreitende Bewegung beibehalten und keine Rotationsbewegung mehr haben; ist aber die Geschwindigkeit sehr klein, dann wird die Kugel rotieren wie ein Rad auf der Strasse. Mein Bruder  $\langle$ Johann II $\rangle$  hat über diesen Gegenstand eine recht hübsche Abhandlung geschrieben und sie in der Gesellschaft vorgelesen<sup>[5]</sup>. Ich entsinne mich, dass er damit viele Erscheinungen hinreichend erklären konnte, die beim Billardspiel immer wieder beobachtet werden und den

Bewegungsgesetzen zu widersprechen scheinen. Sollte diese Abhandlung nicht den *Commentarii* eingereiht werden wie auch die andere über die Approximationen? Obschon mein Bruder nicht Mitglied der Akademie ist, könnte sie trotzdem mit der Begründung gedruckt werden, dass die Abhandlungen vor der Akademie vorgelesen worden sind<sup>[6]</sup>.

Seit einiger Zeit bin ich damit beschäftigt, Ihre *Mechanik*<sup>[7]</sup> durchzulesen, soweit dies meine Geschäfte, die mich nahezu unter sich begraben, zulassen. Ich kann nicht sagen, wie sehr mir alles gefällt, ja wirklich alles, denn bis jetzt ist mir nichts begegnet, das nicht meine Bewunderung erregt hätte. Freilich habe ich vieles gesehen, was mir nicht neu ist und schon früher von mir gleicherweise entdeckt, ja sogar publiziert wurde, doch auch das, was uns gemeinsam ist, wurde von Ihnen tiefer erforscht und breiter ausgeführt. Ich gratuliere Ihnen zu diesem verdienten und erworbenen Ruhm. Der Beifall gilt allein Ihren Verdiensten, und die Gratulationen werden Sie unserer Freundschaft zuschreiben.

Im übrigen möchte ich Sie bitten, das, was Sie verschiedentlich über die Schwingungszeiten in einem proportional zum Geschwindigkeitsquadrat widerstehenden Medium gesagt haben, von neuem Ihrer Nachprüfung oder eher Rechnung (gegen die Methode habe ich nämlich nichts einzuwenden) zu unterziehen, wenn Ihre Zeit dies erlaubt. Denn dieselbe Rechnung habe ich – wenn auch auf andere Art und Weise – auf Anfrage eines Freundes durchgeführt und ein anderes Ergebnis als Sie erhalten. Da die Rechnung gemäss meiner Methode nicht sehr lang ist, schreibe ich Ihnen das Ganze ab, wobei trotzdem vieles weggelassen wurde, denn ich weiss, dass das zwar andere Leute, nicht jedoch Sie aufhalten kann<sup>[8]</sup>.



Ein Körper beginne auf einer Zykloide in  $D$  zu sinken und gelange mit einer ganzen Schwingung nach  $H$ . Es sei  $GB = a$ ;  $DF = s$ ;  $DG = b$ ;  $GL = \frac{bb}{4a}$ ;  $EF = \frac{2bs - ss}{4a}$ ; die Geschwindigkeit in  $F = v$ . Dann wird (darin stimmen wir überein) für ein sehr dünnes widerstehendes Medium

$$v = \frac{\sqrt{2bs - ss - 2nbss + \frac{2}{3}ns^3}}{2\sqrt{a}}.$$

Daher wird, wenn wir die Zeit für  $DF = t$  setzen,

$$dt = \frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss - 2nbss + \frac{2}{3}ns^3}}.$$

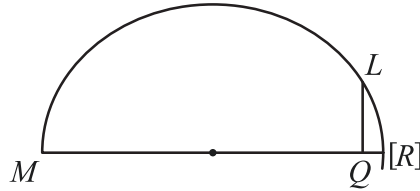
Mit  $nvv$  bezeichne ich den Widerstand. Weil  $n$  sehr klein ist, kann man (unter Vernachlässigung der Terme, in welchen  $n$  die erste Dimension überschreitet) annehmen, dass

$$dt = \frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss}} + \frac{n ds\sqrt{a} \times (2bss - \frac{2}{3}s^3)}{(2bs - ss)^{\frac{3}{2}}}.$$

Hier sei vermerkt, dass das Integral des ersten Gliedes  $\frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss}}$  nicht dasselbe ist wie im Vakuum, denn dort muss man, um die ganze Zeit zu haben,  $DF = 2b$  annehmen, hier jedoch, im widerstehenden Medium, muss  $DF = DH$  sein oder, wie Sie wissen,  $s = 2b - \frac{4}{3}nbb$  (es gilt nämlich  $GH = DG - \frac{4}{3}nbb$ ). Die Konstruktion des Integrals

$$\int \frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss}}$$

geht daher wie folgt:



Es sei  $MLR$  ein Halbkreis mit dem Durchmesser  $MR = 2b$ . Man nehme  $MQ = 2b - \frac{4}{3}nbb$  und errichte das Lot  $QL$ . Der Bogen  $ML$ , dividiert durch den Durchmesser und multipliziert mit  $4\sqrt{a}$ , ist gleich der Fallzeit. Man kann aber  $LR$  durch  $LQ$  ersetzen oder  $\sqrt{\frac{8}{3}nbb^3}$ , und dann ergibt sich für die Zeit, wenn  $\pi$  der Kreis mit dem Durchmesser 1 ist, im sehr dünnen widerstehenden Medium

$$\int \frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss}} = 2\pi\sqrt{a} - 4\sqrt{\frac{2}{3}nab},$$

ährend es im Vakuum einfach  $= 2\pi\sqrt{a}$  ist.

Kommen wir jetzt zum zweiten Glied

$$\begin{aligned} \int \frac{n ds\sqrt{a} \times (2bss - \frac{2}{3}s^3)}{(2bs - ss)^{\frac{3}{2}}} &= \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \int \frac{3bss - s^3}{(2bs - ss)^{\frac{3}{2}}} ds \\ &= \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \left( \frac{2b\sqrt{s}}{\sqrt{2b-s}} - \sqrt{2bs - ss} \right) = \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \left( \frac{ss}{\sqrt{2bs - ss}} \right). \end{aligned}$$

Hier setzen wir wiederum  $s = 2b - \frac{4}{3}nbb$  und erhalten

$$\frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \frac{(2b - \frac{4}{3}nbb)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{4}{3}nbb}} = \frac{2}{3}n\sqrt{a} \times \frac{2b\sqrt{2b}}{b\sqrt{\frac{4}{3}n}} = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{a} \times 2 \times \sqrt{2nb}}{\sqrt{\frac{4}{3}}}$$

$$= 2\sqrt{a} \times \sqrt{\frac{2}{3}nb} = 2\sqrt{\frac{2}{3}nab}.$$

Daher ist das ganze Integral  $= 2\pi\sqrt{a} - 2\sqrt{\frac{2}{3}nab}$ . Ich sehe nicht ein, was dagegen eingewandt werden könne, ausser dass es, wenn ich das Differential der Zeit

$$\frac{2ds\sqrt{a}}{\sqrt{2bs - ss - 2nbss + \frac{2}{3}ns^3}}$$

in eine Reihe entwickle, nicht genüge, nur zwei Terme zu betrachten, wie ich es getan habe, weil in den Integralen eine unendlich kleine Grösse ( $2bs - ss$ ) auftritt, die ständig zu einer höheren negativen Potenz führt, so dass die Reihenglieder in den Integralen vielleicht nicht kleiner werden. Dies werde ich gelegentlich untersuchen, denn die Zeit reicht jetzt nicht, die Rechnung weiterzuführen. Betrachten Sie mit dem Ihnen eigenen Scharfblick, was von dieser Sache zu halten ist! Dem Urteil, das Sie fällen, nachdem Sie die Sache genau erwogen haben, werde ich gerne beipflichten. In den Formeln habe ich nicht auf die verminderte Schwere geachtet, denn jetzt ist nicht die Rede von dieser Verlangsamung der Pendel, sondern nur von der Wirkung des widerstehenden Mediums. Wenn die Zeiten des Abstiegs und des Aufstiegs gesondert gesucht werden sollen, so finde ich beinahe dasselbe wie Sie. Das nächste Mal werde ich genauer auf die Sache eingehen.

Die französischen Mathematiker sind noch nicht alle einig über die Erdfigur, zumal Herr Cassini nicht dazu gebracht werden kann, die Theorie Newtons anzuerkennen<sup>[9]</sup>. Ich sehe aber in Frankreich viele England-Anhänger und hoffe, dass in kurzer Zeit alle die gute Sache anerkennen mögen.

Damit leben Sie wohl } ... <, liebster Freund, und bewahren Sie mir stets Ihre Zuneigung.

Basel, den 28. Dezember 1737.

R 115 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 26  
 Basel, 28. Dezember 1737  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 25, Bl. 166–167v  
 Am 27. (16.) Januar 1738 in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 451)

[1] Cf. Brief Nr. 26, Anm. 2.

[2] Euler und D. Bernoulli hatten sich schon während ihres gemeinsamen Aufenthaltes in Petersburg mit den Gesetzen des gewöhnlichen (zentralen) Stosses befasst. Euler legte seine diesbezügliche Abhandlung (E. 22) der Akademischen Konferenz am 9. Oktober (28. September) 1731 vor; sie wurde jedoch erst 1738 im 5. Band der *Petersburger Commentarii* für 1730/31 publiziert.

Euler benutzte hier das Modell mit einer Sprungfeder, wie er es später auch anlässlich der Untersuchung des schiefen Stosses verwendete. Das Petersburger Archiv besitzt auch eine frühere Variante dieser Abhandlung mit dem Titel *De communicatione motus in collisione corporum tam elasticorum quam mollium et durorum* (*Petersb. Ms.* Nr. 166).

[3] Cf. J. I. Bernoullis Abhandlung über die Gesetze der Übertragung der Bewegung (1727, JB. 135).

- [4] Die folgende Lösung betrifft den §5 der Abhandlung D. Bernoullis (1744, DB. 27). Der publizierte Text der Abhandlung entspricht dem Vorschlag Bernoullis nur teilweise.
- [5] Gemäss den Registern der Akademischen Konferenz beendete J. II Bernoulli am 6. Februar (26. Januar) 1733 das Vorlesen seiner Abhandlung *Consideratio motuum qui fiunt a collisione corporum, tum quae oscillando, tum quae super plano aspero rotando se invicem percutiunt*, die er im vorangegangenen Jahr zu lesen begonnen hatte (*Protokoly* 1, p. 63; *Materialy* 2, p. 295, 415).
- [6] Cf. J. II Bernoullis Abhandlung über den Zusammenstoss schwingender und rotierender Körper (1740). Seine Abhandlung wurde in die *Petersburger Commentarii* aufgenommen, obwohl er nicht Mitglied der Akademie war.  
Von der Abhandlung über Approximation, die offenbar ebenfalls während J. II Bernoullis Aufenthalt in Petersburg entstanden ist, aber in den Akten der Petersburger Akademie keine Spuren hinterlassen hat, ist in der Universitätsbibliothek Basel ein – bisher ungedrucktes – Manuskript erhalten (*Meditationes circa methodum approximandi per seriem ad radices quascunque tum numerorum tum aequationum*: Bibl. Basel, L Ia 749, F. 3).
- [7] Cf. Eulers zweibändige *Mechanik*.
- [8] Cf. Brief Nr. 26, p. 222 h.v.
- [9] Cf. Brief Nr. 50, Anm. 4. Demnach hat Cassini etwa im Sommer 1740 vor der Pariser Akademie «abgeschworen» und Newtons System anerkannt.

28

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 28. Dezember 1737

Basel den 28. 10br. 1737

HochEdelgeborner

Insonders Hochgeehrter Herr Professor und werthester Freund

Dieses thue noch zu dem anderen brieff, sonderl[ich] umb Ihnen zu gratulieren zu dem newen jahr<sup>[1]</sup>. Ich wünsche daß Sie alzeit mögen gesund, glücklich und mein guter freünd bleiben.

Ihren brieff habe ich gleich an Ihren H. Vatter geschickt, welcher ein augenblick vorhero, da ich Ihren brieff empfangen, bej mir gewesen war<sup>[2]</sup>. Wir sind bejde curios wo doch unsere portraits bleiben: Ew. HEdgb. bel[ieben] mir zu melden, an wen Sie solche adressiert haben, damit ich mich des wegen informieren könn<sup>[3]</sup>.

Meine *Hydrodynamica* ist endl[ich] auch nach vielen *fat*is schier fertig: Ich bitte Ew. HEdgb. bej dem H. Kammerherren (von Korff) zu sondieren, ob es nicht sinistre werde expliciert werden, wan ich solche I[hro] K[ayserlichen] M[ajestaet] (Anna Ioannovna) dediciere und ob der H. KammerH. die gnad für mich haben wolle, solche in diesem fahl I[hro] M[ajestaet] zu praesentieren<sup>[4]</sup>. Es ist ein *opusculum academicum* und also billich daß ich mich des H. v. Korffen seiner disposition völlig unterwerffe. Ich werde 2 paquet exemplar naher Petersb[urg] schicken: eines an den H. KammerH. und das andere an Ew. HEdgb. umb solche auszutheilen. Wan Sie jemand wüßen der mir ohnbekant sejn möchte und deme auch ein exemplar solte offeriert werden, so bel[ieben] Sie mir es zu melden. Ich will auch einige exemplar von meines Bruders (Johann II) und meinen pieces *Sur la communication de la*



*lumiere* und *Sur les ancrs* darzuthun<sup>[5]</sup>, wan solche noch nicht in Petersb[urg] vorhanden. Ich möchte wissen ob nicht unter meinen pieces, so ich in Petersb[urg] abgelesen, eine vorhanden *De usu serierum recurrentium pro invenienda radice aequationum infinitarum*<sup>[6]</sup>.

Haben Ew. HEdgb. observiert in Dero *Mechanic*, daß ein bogen auff bejden seiten gleich gedruckt worden, so daß 4 *columnae* deficieren und 4 andere doppelt sind. Dieses hat sich so befunden in einem exemplar, daß ich auff Genff geschickt habe. Meines Vatters und mein exemplar aber sind recht gewesen.

Ich habe mit rechter bestürtzung vernommen, daß der H. Martinet, so bej des H. Graffen von Ostermans Exc[ellenz] als Gouverneur gewesen, von Petersb[urg] wieder verreyt seje. Ich möchte gern wissen, was dieser *inter flasibiles*[?] *qualitates numerandus* für ein praetext gehabt zu verreyen: es ist mir lejd, daß meine mühe und sorgfalt, mit deren ich des H. Graffen commission ausgerichtet, obschon wieder meine schuld, so übel ausgefallen<sup>[7]</sup>, welches dem H. Prof. Gross anzudeüten bitte<sup>[8]</sup>.

Es ist verwichen eine Jf. Düring <Thüring> bej mir gewesen, so noch einige praetension zu machen hat an H. Schärer. Ich hab auff mich genommen deswegen naher Petersb[urg] zu schreiben umb zu vernemmen, ob der H. Schärer (deme mein compliment zu machen bitte) ihro wolte etwas zukommen laßen<sup>[9]</sup>. Es wäre ein Gottslohn: Ew. HEdgb. können nach gut duncken hierinn walten, dan dergleichen commissionen nicht angenehm sind.

Ich bitte an alle meine bekante mein respect und gruß zu vermelden. Vergeßen Sie nicht den H. Rector <Fischer> und den H. Moula. Hat der Israel <Gsell> nicht mehr lust hieher zu kommen! Überschreiben Sie mir auch, was in Ihrer familien und unsers l[ieben] H. Vatters <Gsell> hauß passiert. Ich interessiere mich alzeit für meine freünd zu Petersb[urg] und dencke fleißig an Sie. Mein respect an H. Schuemacher *in specie*.

Ich verharre mit aller möglichen estime und amitié

Meines werthesten H. *Professoris*

Gehorsamster Diener und bester freünd

DBernoulli

Wegen dem H. <J.S.> König von Bern werde ein andermahl schreiben.

### Übersetzung

Basel, den 28. Dezember 1737

>...<

Dies lege ich noch zum anderen Brief, besonders um Ihnen zum neuen Jahr zu gratulieren<sup>[1]</sup>. Ich wünsche, dass Sie immer gesund, glücklich und mein guter Freund bleiben mögen.

Ihren Brief habe ich sogleich an Ihren Vater geschickt, der, kurz bevor ich Ihren Brief empfang, bei mir gewesen war<sup>[2]</sup>. Wir sind beide neugierig zu erfahren, wo wohl unsere Porträts bleiben: Bitte melden Sie mir, an wen Sie sie adressiert haben, damit ich mich darüber informieren kann<sup>[3]</sup>.

Meine *Hydrodynamik* ist nun endlich nach wechselvollem Schicksal sozusagen fertig. Ich bitte Sie, bei dem Kammerherrn (von Korff) zu sondieren, ob es nicht übel ausgelegt werden könnte, wenn ich diese Ihrer Kaiserlichen Majestät (Anna Ioannovna) widme, und ob der Kammerherr mir die Gunst erweisen wolle, mein Werk im positiven Fall Ihrer Kaiserlichen Majestät zu präsentieren<sup>[4]</sup>. Es handelt sich um eine akademische Arbeit: deshalb ist es angemessen, dass ich mich völlig der Entscheidung des Herrn von Korff unterwerfe. Ich werde zwei Pakete mit Exemplaren nach Petersburg schicken: eines an den Kammerherrn und das andere an Sie, um sie auszuteilen. Wenn Ihnen jemand einfällt, der mir unbekannt sein könnte und dem auch ein Exemplar offeriert werden sollte, so melden Sie es mir bitte. Ich will auch ein paar Exemplare der Preisschriften meines Bruders (Johann II) und meiner eigenen über die Ausbreitung des Lichtes und über die Anker dazulegen<sup>[5]</sup>, wenn diese in Petersburg noch nicht vorhanden sein sollten. Ich wüsste gern, ob nicht unter meinen Abhandlungen, die ich in Petersburg vorgelesen hatte, eine vorhanden ist mit dem Titel *Über die Anwendung von rekurrenten Reihen zur Auffindung der Wurzel unendlicher Gleichungen*<sup>[6]</sup>.

Haben Sie bemerkt, dass in Ihrer *Mechanik* ein Druckbogen auf beiden Seiten gleich gedruckt wurde, so dass vier Kolonnen fehlen und vier andere doppelt auftreten? Dies war so in einem Exemplar, das ich nach Genf geschickt habe; das Exemplar meines Vaters und mein eigenes jedoch waren in Ordnung.

Mit wahrer Bestürzung habe ich vernommen, dass Herr Martinet, der bei seiner Exzellenz, dem Grafen von Ostermann, als Hauslehrer weilte, wieder von Petersburg abgereist sei. Ich wüsste gerne, was dieser windige Mensch für einen Vorwand hatte abzureisen: Ich bedaure, dass meine Mühe und Sorgfalt, mit welcher ich den Auftrag des Grafen ausgeführt habe, – wenngleich ohne meine Schuld – so übel ausgegangen ist<sup>[7]</sup>. Ich bitte Sie, dies Herrn Prof. Gross auszurichten<sup>[8]</sup>.

Kürzlich war eine Jungfer Düring (Thüring) bei mir, die noch einige Ansprüche an Herrn Schärer geltend zu machen hat. Ich habe es auf mich genommen, deswegen nach Petersburg zu schreiben, um zu vernehmen, ob Herr Schärer (den ich grüssen lasse) ihr etwas zukommen lassen möchte<sup>[9]</sup>. Es wäre um Gottes Lohn: Sie können in dieser Sache nach Gutdünken verfahren, denn dergleichen Aufträge sind nicht angenehm.

Bitte lassen Sie alle meine Bekannten respektvoll grüssen. Vergessen Sie nicht den Herrn Rektor (Fischer) und Herrn Moula. Hat der Israel (Gsell) nicht mehr Lust, hierherzukommen? Schreiben Sie mir auch, was in Ihrer Familie und im Haus unseres lieben Vaters (Gsell) geschieht. Ich interessiere mich immer für meine Freunde in Petersburg und denke fleissig an Sie. Meinen speziellen Gruss an Herrn Schumacher.

} ... {

D. Bernoulli

Betreffs Herrn (J.S.) König von Bern werde ich ein anderes Mal schreiben.

R 116 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
 Basel, 28. Dezember 1737  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 31–31v  
 Publ. (Auszug): Fuss 2, p. 443

- [1] Dieser Brief wurde zusammen mit dem Brief Nr. 27 verschickt.
- [2] Mit Ausnahme eines Briefes von Leonhard Euler an seinen Vater Paul vom 25. Mai 1734 (R 602a) ist die Korrespondenz zwischen Vater und Sohn nicht erhalten geblieben.
- [3] Zu den Porträts cf. Brief Nr. 30, Anm. 5 und 6.
- [4] Schlussendlich widmete D. Bernoulli sein Hauptwerk Biron, dem Herzog von Kurland. – Cf. DBW 5, p. 24–26.
- [5] Cf. die Pariser Preisschriften von J. II Bernoulli (1736 und 1737) und D. Bernoulli (1737, DB. 28).
- [6] D. Bernoullis Abhandlung über die Anwendung von rekurrenten Reihen zur Lösung von Gleichungen mit unendlich vielen Termen (DB. 20) erschien erst 1738 im 5. Band der *Petersburger Commentarii* für 1730/31.
- [7] Eine Information über Martinets Abreise von Petersburg erhielt D. Bernoulli wahrscheinlich aus Eulers Brief Nr. 26, dessen exzerpierte offizielle Kopie keine persönlichen Angaben enthält.
- [8] Ch.F. Gross, bis 1732 ausserordentlicher Professor der Philosophie an der Akademie, stand jetzt in den Diensten des Grafen Ostermann.
- [9] Die Details der Affäre Schärer sind uns unbekannt. Cf. die Briefe Nr. 32 und speziell Nr. 36.

## 29

L. EULER AN D. BERNOULLI  
 Petersburg, 28. (17.) Januar 1738

Viro Celeberrimo Danieli Bernoulli  
 S. P. D. Leonh. Euler

Litteras Tuas Vir Celeb. Illustris Praeses noster de Korff, cum heri apud Ipsum essem, tradidit<sup>[1]</sup>. Cui simul propositum Tuum Augustae Nostrae Invictissimae <Anna Ioannovna> Opus Tuum incomparabile hydrodynamicum dicandi, aperui. Censuit autem Illustris Praeses cum hoc opus sit latine scriptum, convenientius fore, si id Celsissimo Curlandiae Duci <E.J. Biron> tanquam primario S[uae] Majestatis Ministro atque Academiae Nostrae Protectori et Patrono Clementissimo dicares. Quod cum feceris non solum Illustris Praeses opus Tuum Serenissimo Principi ipse offeret, sed etiam ut gratiose accipiatur, annitetur. In hunc finem infra integrum Celsiss[imi] Principis Titulum subiungam, quem Dedicationi praefigere poteris<sup>[2]</sup>.

Patri Tuo Celeb. in extremis litteris promissa est restitutio expensorum ad commercium cum Academia alendum, adhuc erogatorum, donec de salario aliquid constituatur; quamobrem rogaris Vir Celeb. ut Patri Tuo haec expensa restituas, atque ab Academia repetas<sup>[3]</sup>.

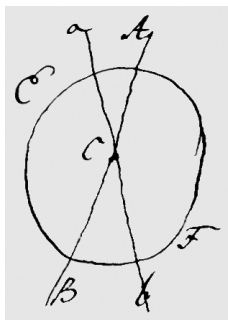
Solutionem meam problematis Tui de collisione corporum excentrica Tibi tantopere probari, vehementer gaudeo, atque optarem Tibi totam solutionem meam perscribere, sed cum sit nimis prolixa, atque fortasse brevi lucem aspiciat<sup>[4]</sup>, primaria tantum momenta, prima vice omissa, adjicere licebit, quintus<sup>[5]</sup> enim Tomus *Comment[ariorum]* qui continet Annos 30 et 31, jam est impressus, et sextus pro Annis 32 et 33 prelo commissus; in illo autem extat Dissertatio Tua de usu serierum recurrentium pro invenienda radice aequa[tionum] infinit[arum] de qua quaesivisti, huic vero Fratris Tui (Johann II) dissertationes inserentur<sup>[6]</sup>.

Sed ut ad solutionem meam revertar: per eam etiam Gallorum illorum requisito satisfeci, qui corpora perfecte dura ab elasticis discernunt, cum enim in collisione corporibus impressio<sup>[7]</sup> inducatur, ea vel restituitur, vel manet; et priori casu corpora elastica, posteriori vero non elastica censentur. At si impressio minima etiam a maxima vi oriatur, corpora erunt summe dura, quae autem hoc non obstante vel elastica vel elateris expertia esse poterunt, prout illa minima impressio vel restituitur vel secus; utrumque vero casum in mea solutione expedivi, Tibique perscripsi.

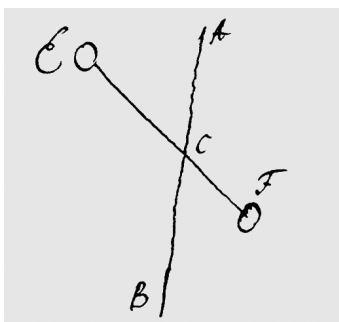
Cur motum rotatorium seorsim a motu progressivo considerarim, causam in dissertatione mea hac de re fusius exposui; demonstravi enim in ea duo lemma-ta rigorosissime, ut nullum amplius dubium superesse queat<sup>[8]</sup>, quorum primum est: si corpus rigidum a quocunque potentiis sollicitetur, effectus earum omnium ratione motus progressivi erit idem, ac si totum corpus in suo gravitatis centro esset concentratum, inque id omnes potentiae in directionibus sibi parallelis iisdem viribus agerent; ex quo patet motum progressivum determinari posse, sine ullo respectu ad motum rotatorium habito.

Secundum lemma ita se habet: corporis rigidi a quibuscunque potentiis sollicitati motus rotatorius idem prorsus erit, qui resultaret, si corpus in centro gravitatis fixum et circa id mobile conciperetur; unde denuo intelligitur motum rotatorium sine motu progressivo definiri posse.

Hinc vero simul perspicitur eodem jure alium axem, nisi qui per centrum gravitatis transeat, considerari non licere; prout Ipse animadvertisti Vir Celeb. in litteris Tuis<sup>[9]</sup>. Praeterea autem, quamvis directiones potentiarum sint horizontales, tamen non semper concludi potest, corpus circa axem verticalem per centrum gravitatis transeuntem rotationes esse absoluturum; Sed requiritur insuper ut corpus circa axem hunc horizontalem libere gyrari possit, ad quod requiritur, ut omnes vires centrifugae se mutuo destruant; et hanc ob rem restrictiones ratione axis hujus verticalis adjicere censui.



Corpus enim  $ECF$ , etiamsi incipiat rotari circa axem verticalem  $ACB$  per centrum gravitatis  $C$  ductum, tamen hunc motum continuare non potest, sed statim inter movendum axis  $AB$  inclinabitur in situm  $ab$ ; namque cum amplius sit corpus in regionibus  $E$  et  $F$ , vires centrifugae ipsum axem  $AB$  inclinabunt. Ex quo consequitur nullum corpus libere circa axem quiescentem motum rotatorium concipere posse, nisi qui primo circa centrum gravitatis transeat, et deinde ita sit comparatus ut vires centrifugae cunctae circa eum se mutuo in aequilibrio teneant, axemque in situ erecto conservent. Cujusmodi vero motum circa centrum gravitatis corpus hac praerogativa non praeditum a potentiis sollicitantibus sit recepturum, etiam nunc determinare non valeo.



Eandem difficultatem Ipse deprehendes Vir Celeb. si placuerit motum corporum  $E$  et  $F$  virga rigida  $EF$  conjunctorum et circa centrum gravitatis  $C$  fixum mobilium investigare, qui orietur a potentiis horizontalibus vel alterutri vel utrique corpori applicatis: mox enim cum motum rotatorium receperint, situm horizontalem virgae  $EF$  inducent, atque motus iste vix aut ne vix quidem legibus mechanicis subjici poterit. Hanc ob rem nisi corpus, quod circa axem verticalem ante collisionem rotatur, in ipsa collisione viribus horizontalibus, quarum directiones simul cum centro gravitatis in eodem plano horizontali sint positae, urgeatur, motum rotatorium post conflictum determinare non sum ausus. Altera demonstratio, quam pro Tuo dedisti lemme, mihi veritatem utique magis confirmare videtur; atque non multum discrepat ab ea, quam ego pro lemme affini dedi.

Quae de motu corporum super plano aspero profers, mea sententia ex sola theoria decidi vix poterunt; sed plurima requirunt experimenta, ante quam quicquam certi stabiliri queat; interim tamen nondum otium suppetiit hanc rem peritius scrutandi.

Quod ad tempora oscillationum in medio resistente attinet nec in methodo mea nec in calculo ipso ullum deprehendo lapsum; neque etiam dubito, quin Tuus Vir Celeb. calculus, quem mihi perscribis, apprime cum meo sit consensurus, si eum ad finem perduxeris: seriei enim in quam tempus convertis, terminum<sup>[10]</sup> tantum primum et secundum accipis, cum reliqui singuli terminum hujus formae  $\sqrt{na\bar{b}}$  praebeant; qui si omnes in unam colligerentur summam, certe totius oscillationis tempus majus quam  $2\pi\sqrt{a}$  redderent. Sed ex iis ipsis quae tute huic calculo subiungis clare apparet Te Ipsum primum huncce defectum advertisse. Cum interim tempora descensus et ascensus a Te seorsim definita cum meis congruant, non dubito quin jam plenissimum consensum deprehenderis.

Ceterum mihi ipse potissimum gratulor, quod intellexi Te Vir Celeb. non solum *Mechanicam*<sup>[11]</sup> meam perlegere, sed etiam maximam partem tantopere probare, id quod potius benevolentiae Tuae, quam erga me summam sentio, quam ipsius operis dignitati adscribo. Meum namque institutum erat non tantum nova hac de re proferre sed etiam communia ab aliisque ante inventa, imo omnia quae huc pertinent, colligere et methodo plana et uniformi pertractare.

Certe non miror nondum omnes geometras Gallos figuram Terrae Newtonianam vel Hugenianam agnovisse, qui enim ex solis graduum dimensionibus Terrae figuram determinari volunt facile quamque figuram defendere possunt. Cum enim altitudo poli vix ad 5'' certo definiri queat, in dimensione semigradus, quam Galli in Lapponia instituerunt, facile 10'' hoc est 1000 pedibus posset esse aberratum; haec autem differentia, etiamsi duplo minor foret, tanta est, ut ista observatio at utramque sententiam confirmandam usurpari posset. Mihi quidem firmissimum argumentum pro figura compressa suppeditare videntur observationes pendulorum, quibus evictum est gravitatem sub aequatore esse minorem sub polis vero majorem. Nam si duo canales aqua repleti concipiantur, quorum alter ex polo ad centrum, alter vero ex aequatore ad centrum porrigatur vi aequilibrarii uterque aequali nisu versus centrum gravitare debet. Cum autem gravitas sub aequatore minor sit quam sub polis, necesse est ut canalis sub aequatore longior seu altior sit et plus aquae capiat quam alter sub polo. Ex quo aperte sequitur Terram sub aequatore magis elevatam esse quam sub polis. Contra hoc argumentum nil aliud excipi posse videtur, nisi quis irregularem gravitatis legem, intra Terram statuere velit, mihi certe hoc argumentum etiam non adhibita theoria perfectius totum negotium conficere videtur, quam omnes graduum dimensiones; cum autem theoria in subsidium fuerit vocata nullum amplius dubium superesse poterit.

Vale Vir Celeb. mihi que favere nunquam desine.

L. Euler

Petropoli d. 17 Jan. 1738.

Celsissimo atque Serenissimo  
 Principi et Domino  
 Domino Ernesto Johanni  
 D[ei] Gr[atia] In Livonia Curlandiae et Semgalliae Duci

### Übersetzung

⟩...⟨

Unser ⟩...⟨ Präsident von Korff überreichte mir, als ich gestern bei ihm war, Ihre Briefe<sup>[1]</sup>. Zugleich eröffnete ich ihm Ihren Vorschlag, Ihr unvergleichliches Werk über die Hydrodynamik unserer ⟩...⟨ Kaiserin ⟨Anna Ioannovna⟩ zu widmen. Weil dieses Werk lateinisch geschrieben ist, war jedoch der ⟩...⟨ Präsident der Meinung, es sei angemessener, wenn Sie es dem ⟩...⟨ Herzog von Kurland ⟨E.J.Biron⟩ als dem ersten Minister Ihrer Majestät und dem Protektor und allernädigsten Schutzherrn unserer Akademie widmen. Wenn Sie dies tun, würde der ⟩...⟨ Präsident nicht nur Ihr Werk dem ⟩...⟨ Fürsten persönlich überreichen, sondern auch dafür besorgt sein, dass es wohlwollend aufgenommen wird. Zu diesem Zweck werde ich unten den vollständigen Titel des ⟩...⟨ Fürsten anbringen, welchen Sie der Widmung anfügen können<sup>[2]</sup>.

Ihrem ⟩...⟨ Vater hat man im letzten Brief die Vergütung der noch offenen Auslagen, die er für den Unterhalt des Briefwechsels mit der Akademie hatte, versprochen, bis man über das Salär einen Beschluss gefasst hat. Deshalb sind Sie ⟩...⟨ gebeten, Ihrem Vater diese Spesen zu vergüten und sie von der Akademie zurückzufordern<sup>[3]</sup>.

Dass meine Lösung Ihres Problems über den schiefen Stoss der Körper von Ihnen so sehr gebilligt wird, freut mich ausserordentlich, und ich würde Ihnen gerne meine vollständige Lösung schreiben. Da diese jedoch zu ausführlich ist und vielleicht bald erscheinen wird<sup>[4]</sup>, erlaube ich mir, Ihnen nur die wichtigsten Punkte anzufügen, die das erste Mal ausgelassen wurden; denn der fünfte<sup>[5]</sup> Band der *Commentarii*, der die Jahre 30 und 31 enthält, ist schon gedruckt, und der sechste Band für die Jahre 32 und 33 ist bereits der Druckerei übergeben worden. In jenem Band steht Ihre Abhandlung über die Anwendung von rekurrenten Reihen zur Auffindung der Wurzel unendlicher Gleichungen, nach welcher Sie gefragt haben, in diesen aber werden die Abhandlungen Ihres Bruders ⟨Johann II⟩ aufgenommen<sup>[6]</sup>.

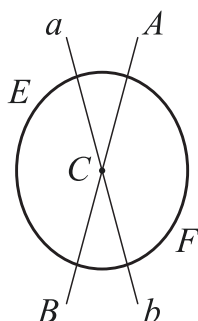
Um aber auf meine Lösung zurückzukommen: Ich habe mit ihr den Bedürfnissen jener Franzosen Genüge getan, welche vollkommen harte Körper von den elastischen unterscheiden, da nämlich der Eindruck<sup>[7]</sup>, den die Körper beim Zusammenstoss erleiden, entweder wieder hergestellt wird oder aber bleibt. Im ersten Fall hält man die Körper für elastische, im zweiten jedoch für unelastische. Entsteht aber selbst durch eine maximale Kraft nur ein minimaler Eindruck, dann sind die Körper von höchster Härte; dessen ungeachtet können sie aber entweder elastisch oder ohne Elastizität sein, je nachdem jener minimale Eindruck sich zurückbildet oder nicht. Beide Fälle aber habe ich in meiner Lösung dargelegt und Ihnen geschrieben.



Den Grund dafür, warum ich die Rotationsbewegung von der fortschreitenden Bewegung gesondert betrachtet hatte, habe ich in meiner Abhandlung ausführlicher dargelegt. Darin habe ich nämlich zwei Hilfssätze mit aller Strenge bewiesen, so dass kein weiterer Zweifel mehr bestehen kann<sup>[8]</sup>. Der erste Hilfssatz ist der folgende: Wenn ein starrer Körper von beliebig vielen Kräften beeinflusst wird, so wird deren Gesamtwirkung bezüglich der fortschreitenden Bewegung dieselbe sein, als ob der ganze Körper in seinem Schwerpunkt konzentriert wäre und dort alle Kräfte in untereinander parallelen Richtungen wirken würden. Daraus wird klar, dass die fortschreitende Bewegung bestimmt werden kann, ohne irgend eine Rücksicht auf die Rotationsbewegung zu nehmen.

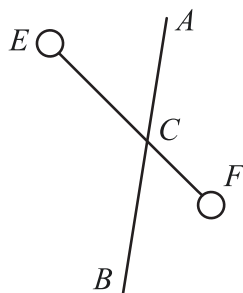
Der zweite Hilfssatz besagt: Die Rotationsbewegung eines von irgendwelchen Kräften beeinflussten starren Körpers wird völlig gleich jener sein, die sich ergibt, wenn der Körper als im Schwerpunkt fixiert und um diesen beweglich aufgefasst wird. Somit sehen wir wiederum, dass die Rotationsbewegung ohne die fortschreitende Bewegung definiert werden kann.

Daraus ersieht man aber zugleich, dass man eine andere Achse, die nicht durch den Schwerpunkt geht, nicht in derselben Weise betrachten kann, wie Sie selbst  $\rangle \dots \langle$  in Ihrem Brief bemerkt haben<sup>[9]</sup>. Ausserdem aber kann man, auch wenn die Richtungen der Kräfte horizontal sind, nicht immer schliessen, dass der Körper seine Rotationsbewegungen um die vertikale Schwerpunktsachse ausführen wird: Es wird überdies verlangt, dass der Körper um diese horizontale Achse frei rotieren kann, und dazu müssen sich alle Zentrifugalkräfte gegenseitig aufheben. Deswegen war ich der Meinung, die Einschränkungen bezüglich dieser vertikalen Achse beifügen zu müssen.



Ein Körper  $ECF$  kann nämlich, auch wenn er um die durch den Schwerpunkt  $C$  gezogene vertikale Achse  $ACB$  zu rotieren beginnt, diese Bewegung trotzdem nicht fortsetzen, sondern die Achse  $AB$  neigt sich während der Bewegung sogleich in die Lage  $ab$ , denn weil der Körper in der Richtung von  $E$  und  $F$  breiter ist, werden die Zentrifugalkräfte die Achse  $AB$  selbst kippen. Daraus folgt, dass kein Körper frei eine Rotationsbewegung um eine ruhende Achse annehmen kann, ausser es sei eine Achse, die zunächst durch den Schwerpunkt geht und dann so beschaffen ist, dass alle Zentrifugalkräfte um sie herum sich gegenseitig im Gleichgewicht und die Achse in aufrechter Lage halten. Was aber ein Körper, der diese Vorausset-

zung nicht erfüllt, von wirkenden Kräften für eine Bewegung um den Schwerpunkt erhalten wird, kann ich vorderhand nicht entscheiden.



Dieselbe Schwierigkeit werden Sie selbst  $\rangle \dots \langle$  einsehen, wenn Sie die Bewegung der Körper  $E$  und  $F$ , die mit einem starren Stab  $EF$  verbunden und um den festen Schwerpunkt  $C$  beweglich sind, untersuchen, welche aus horizontalen Kräften entsteht, die entweder auf einen der beiden Körper oder auf beide angewandt werden. Bald nämlich, nachdem diese die Rotationsbewegung aufgenommen haben werden, werden sie dem Stab  $EF$  eine horizontale Lage verleihen, und diese Bewegung könnte kaum, oder nicht einmal dies, den mechanischen Gesetzen unterworfen werden. Deshalb habe ich nicht gewagt, die Rotationsbewegung nach dem Stoss zu bestimmen, es sei denn, der Körper, der vor dem Stoss um die vertikale Achse rotiert, werde durch den Stoss selbst von horizontalen Kräften gestossen, deren Richtungen mit dem Schwerpunkt in derselben horizontalen Ebene liegen. Der andere Beweis, den Sie für Ihren Hilfssatz gegeben haben, schien mir die Wahrheit noch mehr zu bestätigen, und er weicht nicht viel von demjenigen ab, den ich für den verwandten Hilfssatz gegeben habe.

Was Sie über die Bewegung der Körper auf einer rauhen ebenen Fläche vorbringen, wird meiner Meinung nach kaum aus der Theorie allein entschieden werden können; es erfordert viele Experimente, bevor etwas Sicheres aufgestellt werden kann. Inzwischen verblieb mir noch keine Zeit, um diese Sache gründlicher zu erforschen.

Was die Schwingungszeiten im widerstehenden Medium anbelangt, habe ich weder in meiner Methode noch in der Ausrechnung selbst irgendeinen Fehler gefunden. Auch zweifle ich nicht daran, dass Ihre Rechnung  $\rangle \dots \langle$ , die Sie mir schreiben, vorzüglich mit der meinigen übereinstimmen wird, wenn Sie sie zu Ende geführt haben werden. Sie nehmen nämlich nur das erste und zweite Glied<sup>[10]</sup> der Reihe, in die Sie die Zeit entwickeln, während alle übrigen je ein Glied von der Form  $\sqrt{ nab }$  liefern: Wenn diese alle in eine Summe zusammengefasst werden, würden sie die Zeit für eine ganze Schwingung gewiss grösser als  $2\pi\sqrt{a}$  machen. Doch aus dem, was Sie vorsichtigerweise dieser Rechnung anfügen, geht klar hervor, dass Sie selbst diesen Mangel zuerst erkannt haben. Weil indessen die von Ihnen bestimmten Zeiten des Abstiegs und des Aufstiegs mit den meinigen übereinstimmen, so zweifle ich nicht daran, dass Sie bald die völlige Übereinstimmung feststellen werden.

Im übrigen gratuliere ich mir selbst am meisten, weil ich gesehen habe, dass Sie  $\rangle \dots \langle$  meine *Mechanik*<sup>[11]</sup> nicht nur durchlesen, sondern auch den grössten Teil so sehr billigen. Dies schreibe ich eher Ihrem Wohlwollen zu, das Sie mir in hohem Masse entgegenbringen, als der Qualität des Werkes selbst. Denn meine Absicht war nicht so sehr, nur Neues auf diesem Gebiet, sondern auch gewöhnliche, von anderen früher gefundene Sachen darzustellen, ja überhaupt alles hierher Gehörige zu sammeln und mittels einer klaren und einheitlichen Methode zu behandeln.

Es wundert mich keineswegs, dass noch nicht alle französischen Mathematiker die Newtonsche oder Huygenssche Gestalt der Erde anerkannt haben; denn wer die Figur der Erde allein aus den Gradmessungen bestimmen will, kann leicht jedwede Form verteidigen. Weil nämlich die Polhöhe kaum auf 5'' genau bestimmt werden kann, könnte die Abweichung bei der Vermessung eines halben Grades, welche die Franzosen in Lappland vorgenommen haben, leicht 10'' betragen, was 1000 Fuss entspricht. Diese Differenz aber ist – auch wenn sie noch um die Hälfte kleiner wäre – derart gross, dass diese Beobachtung zur Begründung beider Meinungen herangezogen werden könnte. Mir freilich scheinen die Pendelmessungen das festeste Argument für die Abplattung der Erde zu liefern, denn dadurch ist erwiesen, dass die Schwere am Äquator kleiner ist, an den Polen jedoch grösser. Nimmt man nämlich zwei mit Wasser gefüllte Rohre an, von welchen das eine sich vom Pol zum Zentrum, das andere vom Äquator zum Zentrum erstreckt, so müssen beide wegen des Gleichgewichtes denselben Druck in Richtung des Zentrums ausüben. Ist aber die Schwere am Äquator kleiner als an den Polen, so ist es notwendig, dass das Rohr am Äquator länger oder höher ist und mehr Wasser fasst als das andere am Pol. Daraus folgt offensichtlich, dass die Erde am Äquator umfangreicher ist als an den Polen. Gegen dieses Argument scheint nichts anderes angeführt werden zu können, als wenn jemand ein unregelmässiges Gesetz der Schwere im Bereich der Erde behaupten wollte. Mir jedenfalls scheint dieses Argument, noch ohne eine Theorie beizuziehen, die ganze Sache gewiss vollkommener zu klären als alle Gradmessungen; wenn aber auch noch die Theorie zu Hilfe gerufen wird, wird kein weiterer Zweifel mehr bestehen können.

Leben Sie wohl  $\rangle \dots \langle$  und halten Sie mich stets in Ihrer Gunst.

L. Euler

Petersburg, den 17. Januar 1738.

Dem erhabenen und erlauchten  
Fürsten und Herrn  
Herrn Ernst Johann,  
von Gottes Gnaden Herzog von Kurland und Semgallen in Livland

- R 117 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Briefe Nr. 27 und 28  
 Petersburg, 28. (17.) Januar 1738  
 Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt<sup>[12]</sup>, 4 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 27, Bl. 18–21v  
 Am 27. (16.) Januar der Akademischen Konferenz vorgelegt und am folgenden Tag zur Post gebracht (cf. *Protokoly* 1, p. 451)

- [1] Euler meint damit D. Bernoullis Briefe Nr. 27 und 28.
- [2] Biron offizieller Titel steht am Schluss des Briefes, nach dem Datum; er wurde für die Widmungsseite der *Hydrodynamik* buchstabengetreu übernommen.
- [3] Cf. Brief Nr. 30, p. 251 / 252 h.v., sowie den Brief von J. I Bernoulli an Korff vom 12. (1.) Juli 1738 (O. IV A, 2, p. 655).
- [4] Eulers Abhandlung über den schiefen Stoss der Körper (E. 69) erschien erst 1744 im 9. Band der *Petersburger Commentarii* für 1737.
- [5] Im Original: queritur.
- [6] D. Bernoullis Abhandlung über die Reihen (1738, DB. 20) wurde wirklich im 5. Band der *Petersburger Commentarii* (für 1730/31) gedruckt; diejenige von J. II Bernoulli über den schiefen Stoss der Körper wurde jedoch erst 1740 im 7. Band der *Commentarii* veröffentlicht, und diejenige über Approximation (cf. Brief Nr. 27, Anm. 6) blieb ungedruckt.
- [7] Im Original: impressis.
- [8] Cf. E. 69 (*op. cit. supra* Anm. 4), § 11.
- [9] Cf. Brief Nr. 27, p. 230 / 234 h.v.
- [10] Im Original: terminus.
- [11] Cf. Eulers zweibändige *Mechanik*.
- [12] Die Kanzleikopie enthält mehrere Schreibfehler, die hier stillschweigend korrigiert sind.

## 30

D. BERNOULLI AN L. EULER  
 Basel, 29. März 1738

HochEdelgebohrner,  
 Insonders Hochgeehrter H. Professor und werthester Freund

Ew. HEdelgb. letsteres vom 17. jan. hab ich recht erhalten<sup>[1]</sup>; Auff gutbefinden unsers H. Presidenten (von Korff) hab ich mein werck I[hro] Durchl[aucht] dem Hertzog von Curland (E. J. Biron) dediciert: Es ist mir leyd gewesen, daß Sie mir nicht zugleich geschrieben, wie Ihro Durchl[aucht] Dero familienwapen mit dem Curländischen verknüpffet haben, damit ich solches hätte können vor der dedication setzen. Wan I[hro] D[urchlaucht] meine dedication nicht ungnädig aufgenommen, so bitte mir obgedachten wapen noch zuschicken, dan es solle mein buch auff Frantzösisch translatiert werden und werde ich trachten, daß diese andere edition beßer ausfalle als die erstere<sup>[2]</sup>. Auß eben dieser ursach können Sie mir kein größeren gefallen thun, als wan Sie mir Ihre remarques bald schicken, im fahl Sie dasselbe zu lesen würdigen, damit ich darvon profitieren könne. Sie wüßen, wie hoch ich alles aestimiere, was von Ihren händen komt. Wäre etwas sonsten zu ändern was die Academie angehet, bitte mir solches gleichfahls zu melden, dan ich

werde mich völlig nach Ihrem gutduncken richten. Die *exemplaria* werde mir die freyheit nehmen an den H. Kammerherren (von Korff) zu adressieren.

In diesem moment erfahre ich daß der H. Schwager Nörbel seje Pfarrer im Zuchthauß worden: ich wünsche und hoffe daß diese stapfel den H. Schwager zu höheren charges führen werde. Er solle gar ein guter prediger sejn<sup>[3]</sup>.

Es nimt mich wunder wie mein Vatter sich mit dergl[eichen] bagatelles als die brieffporto sind auffhalten mag, da bald kein jahr vergehet, daß er nicht bey 1000 thl. verliert; er wird sich damit nicht erholen: das gelt wurde ich ihm gleich geben haben, er redt aber von allen kösten, so er wegen meiner und meines bruders (Niklaus II) seel[ig] vocation und seit der Gantzen zeit gehabt: will man mir vorschreiben, was ich geben solle, so werde ich es gleich thun<sup>[4]</sup>. Es wäre beßer gewesen, wan man die brieff an mich adressiert hätte, gleich wie ich meinem Vatter offeriert, seine brieff alhier zu franquieren, so hätte es die Academie nichts gekostet. Die gemählde haben wir endlich empfangen. Das committierte hab ich gleich dem H. Vatter (Euler) zustellen laßen: Ew. HEdgb. und Dero F. Liebsten (Katharina) portraits sehen sehr gleich<sup>[5]</sup>. Mit I[hro] K[ayserlichen] M[a]jestaet (Anna Ioannovna) portrait bin ich auch wohl zufrieden<sup>[6]</sup>.

Mein Vetter der H. Prof. Nic[laus] (I) Bernoulli hat mir gewiesen eine *solutionem a priori de invenienda summa seriei*  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  welche sehr ingenios ist<sup>[7]</sup>: Die demonstration *a posteriori* ist nicht schwär und sind 2 solutionen in dem Stirling<sup>[8]</sup>: Ich wil das nächste mahl solche copieren und Ihnen schicken: Man kan sie mit guter manier *Commentariis Petropolitanis* inserieren<sup>[9]</sup>. Daß ich mich seit etwas zeits ein wenig saumseel[ig] befunden mit überschickung einiger pieces, ist meine *Hydrodynamic* schuld gewesen.

Der H. Maupertuis praetendiert, daß durch die astronomische observationen und würckliche ausmeßungen die *figura Terrae* seje gantz ausgemacht worden: ich glaube ihm, dan er ist ein gelehrter mann. Man braucht nicht die *elevationem poli*, sondern nur *differentiam elevationum*, welche gar accurat kan genommen werden. Er last in einem buch alles genaw trucken, was in der Laponischen expedition ist praestiert worden, welches gar ein schön werck sejn wird, und wird solches der Acad<sup>e</sup> und dem H. Praesidenten (von Korff) schicken. Er ist der chef gewesen von der expedition und ist in Paris gar in einem großen ansehen<sup>[10]</sup>.

Von H. (J.S.) Koenig hab ich nichts mehr gehört: er hat mir geschrieben, er wolle seine *specimina* naher Petersb[urg] schicken. Ich bitte dem H. Schumacher und dem H. Goldbach mein compliment zu machen zu der erlangten dignitet<sup>[11]</sup>. Dem H. Kammerherren (von Korff) versichere ich auch meines gehorsamsten respects und grüße alle meine gute freünde.

Verbleibe beständig mit aller möglichsten aufrichtigkeit und wahrer freundschaft,

Ew. HEdgb.

Meines Hochgeehrten H. *Professoris*

dienstwilligster

Daniel Bernoulli

Basel den 29. mertz 1738.

Ich recommendiere Ihnen auff meine pension bey ereygnender gelegenheit zu vigilieren. Die *scientifica*, die Ew. HEdgb. meinem Vatter überschrieben bitte mir auch zu communicieren<sup>[12]</sup>.

### Übersetzung

⟩...⟨

Ihr Schreiben vom 17. Januar habe ich richtig erhalten<sup>[1]</sup>. Auf Gutbefinden unseres Herrn Präsidenten ⟨von Korff⟩ habe ich mein Werk Seiner Durchlaucht dem Herzog von Kurland ⟨E.J. Biron⟩ gewidmet. Ich habe bedauert, dass Sie mir nicht zugleich geschrieben haben, wie dieser sein Familienwappen mit dem kurländischen verknüpft hat, damit ich dieses vor die Widmung hätte setzen können. Wenn Ihre Durchlaucht meine Widmung nicht ungnädig aufgenommen hat, so schicken Sie mir bitte noch obgenanntes Wappen, denn mein Buch soll ins Französische übersetzt werden, und ich werde mich bemühen, dass diese zweite Ausgabe besser ausfällt als die erste<sup>[2]</sup>. Aus demselben Grund können Sie mir keinen grösseren Gefallen erweisen, als mir Ihre Bemerkungen bald zu schicken, damit ich davon profitieren kann – falls Sie das Buch der Lektüre würdigen. Sie wissen, wie hoch ich alles schätze, was von Ihren Händen kommt. Wäre sonst etwas zu ändern, was die Akademie betrifft, so melden Sie es mir bitte gleichfalls, denn ich werde mich ganz nach Ihrem Gutdünken richten. Ich werde mir die Freiheit nehmen, die Exemplare an den Kammerherrn ⟨von Korff⟩ zu adressieren.

In diesem Moment erfahre ich, dass Ihr Schwager Nörbel Gefängnispfarrer geworden ist; ich wünsche und hoffe, dass diese Stufe den Schwager zu höheren Ämtern führen wird. Er soll ja ein sehr guter Prediger sein<sup>[3]</sup>.

Es wundert mich, wie sich mein Vater mit solchen Kleinigkeiten, wie es das Briefporto ist, aufhalten mag, wo doch fast kein Jahr vergeht, in dem er nicht etwa 1000 Taler verliert; damit wird er sich nicht sanieren. Das Geld hätte ich ihm sofort gegeben, doch spricht er von allen Kosten, die er im Zusammenhang mit meiner Berufung und derjenigen meines seligen Bruders ⟨Niklaus II⟩ und während der ganzen Zeit gehabt hat. Wenn man mir vorschreibt, was ich ihm geben soll, so werde ich es sofort tun<sup>[4]</sup>. Es wäre besser gewesen, wenn man die Briefe an mich adressiert hätte, ebenso wie ich meinem Vater angeboten hatte, seine Briefe hier zu frankieren: So hätte es die Akademie nichts gekostet. Die Gemälde haben wir endlich empfangen; das von Ihrem Vater bestellte habe ich ihm sofort zustellen lassen. Die Porträts von Ihnen und Ihrer Frau ⟨Katharina⟩ sind sehr gut getroffen<sup>[5]</sup>, und mit dem Porträt der Kaiserin ⟨Anna Ioannovna⟩ bin ich auch zufrieden<sup>[6]</sup>.

Mein Vetter, Prof. Niklaus ⟨I⟩ Bernoulli, hat mir eine sehr einfallsreiche *a priori*-Lösung zur Auffindung der Summe der Reihe  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  gezeigt<sup>[7]</sup>. Der Beweis *a posteriori* ist nicht schwer, und bei Stirling finden sich zwei Lösungen<sup>[8]</sup>. Das nächste Mal will ich sie kopieren und Ihnen schicken: Man kann sie ohne weiteres in den *Petersburger Commentarii* bringen<sup>[9]</sup>. Dass ich seit einiger Zeit mit

der Ablieferung einiger Abhandlungen etwas saumselig war, hat seinen Grund in meiner *Hydrodynamik*.

Herr Maupertuis behauptet, dass die Gestalt der Erde durch die astronomischen Beobachtungen und konkrete Vermessung nun gänzlich festgestellt sei; ich glaube ihm, denn er ist ein gelehrter Mann. Man braucht die Polhöhe nicht, sondern nur die Differenz der Polhöhen, die man sehr genau messen kann. Alles, was in der Lapplandexpedition erreicht worden ist, lässt er in einem Buch drucken, das ein sehr schönes Werk sein wird, und wird dieses der Akademie und dem Herrn Präsidenten ⟨von Korff⟩ schicken. Er war der Chef der Expedition und steht in Paris in grossem Ansehen<sup>[10]</sup>.

Von Herrn ⟨J.S.⟩ König habe ich nichts mehr gehört; er schrieb mir, er wolle seine Probearbeiten nach Petersburg schicken. Machen Sie bitte den Herren Schumacher und Goldbach mein Kompliment zu der erlangten Würde<sup>[11]</sup>. Den Kammerherrn ⟨von Korff⟩ versichere ich auch meines Respekts und grüsse alle meine guten Freunde.

Ich verbleibe stets mit aller Aufrichtigkeit und wahrer Freundschaft

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

Basel, den 29. März 1738.

Ich lege Ihnen ans Herz, bei günstiger Gelegenheit ein Auge auf meine Pension zu haben. Bitte teilen Sie mir die wissenschaftlichen Dinge, die Sie meinem Vater geschrieben haben, auch mit<sup>[12]</sup>.

R 118 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 29

Basel, 29. März 1738

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 32–32v

Publ.: Fuss 2, p. 444–445

[1] Cf. Brief Nr. 29.

[2] Die *Hydrodynamik* erfuhr zu Daniel Bernoullis Lebzeiten keine zweite Auflage, auch nicht in französischer Übersetzung.

[3] Eulers Schwager Nörbel erhielt 1738 die Stelle des Gefängnispfarrers, nachdem er während einiger Jahre Pfarrer am Basler Waisenhaus und in Lausen, einem Dorf auf der Basler Landschaft, gewesen war.

[4] Zu den finanziellen Problemen von J. I. Bernoulli cf. Fellmann (1992, insb. p. 217–222).

[5] Es handelt sich um das (verschollene) Porträt des 30jährigen Euler von der Hand des Malers J. G. Brucker. Die Existenz dieses Gemäldes ist uns nur durch ein Schabkunstblatt von Sokolov bekannt; es ist die einzige bekannte Darstellung, die den Mathematiker mit zwei relativ gesunden Augen zeigt, und ziert als Frontispiz den Band O. IV A, 2. – Von Eulers Frau ist kein Bildnis erhalten geblieben, abgesehen von einer mutmasslichen Skizze von der Hand des Sohnes Johann Albrecht (cf. Fellmann, 1995, p. 106).

[6] Dieses Porträt ist verschollen. Es ist daher nicht klar, welches Porträt der russischen Kaiserin gemeint ist.

[7] Zur Geschichte des sogenannten *Basler Problems* cf. Stäckel (1907), Spiess (1945), die entsprechenden Kommentare im Band O. IV A, 2 (Systematisches Sachregister unter *reziproke Reihen*) sowie die Briefe Nr. 31 und 33 im vorliegenden Band.



- [8] Zu Stirling cf. auch Brief Nr. 31 und Hofmann (1959, p. 183f).
- [9] D. Bernoulli sorgte tatsächlich dafür (cf. Brief Nr. 33, Anm. 1), dass N. I Bernoullis Abhandlung über die Summe der reziproken Quadratzahlen (*Inquisitio in summam seriei . . .*) an Euler geschickt wurde; Euler liess sie in den 10. Band der *Petersburger Commentarii* (für 1738) einrücken, der allerdings erst 1747 erschien. Cf. auch O. IV A, 2, wo N. I Bernoullis Arbeit – mit einer deutschen Übersetzung versehen – als Anhang 3 (p. 668–676) abgedruckt wurde.
- [10] Cf. Maupertuis' Buch über die Figur der Erde und die Lappland-Expedition (1738a).
- [11] Auf Antrag von Präsident Korff waren seine beiden engsten Mitarbeiter in der Akademie, Schumacher und Goldbach, am 2. Dezember (21. November) 1737 zu «Assistenten» des Präsidenten im Rang von Kollegienräten befördert worden.
- [12] D. Bernoulli meint wohl Eulers Brief an J. I Bernoulli vom 21. (10.) Dezember 1737 (O. IV A, 2, p. 191f). Zu jener Zeit wurde das Verhältnis zwischen Daniel und Johann Bernoulli offenbar derart schwierig, dass der Vater seine Korrespondenz dem Sohn für gewöhnlich nicht mehr zeigte.

## 31

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 7. Mai (26. April) 1738

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor  
Hochgeschätzter Freund

Euer HochEdelgeb. nebst Dero H<sup>r</sup> Vaters letztere Schreiben vom 29. *Mart.* habe ich von dem H<sup>r</sup> De L'Isle richtig empfangen<sup>[1]</sup>, und weilen eben damals das Eiß auf dem Fluße mürb und die Passage unsicher zu werden anfieng, so muste ich das offene Wasser erwarten, ehe ich des H. Kammerherrn Exc[ellenz] ⟨von Korff⟩ das nöthige aus diesen Briefen vortragen konte.

Was erstlich die Dedication Dero Werck an Ihro Durchlaucht den Herzogen von Curland ⟨E. J. Biron⟩ anbelangt, so werden hiemit Abdrücke von dem jetzigen Herzoglichen Wapen Eu. Hochedelgeb. übersandt, um dasselbe der Frantzösischen Edition Dero *Hydrodynamic* vorzusetzen<sup>[2]</sup>, womit auch zugleich das Portrait Ihro Durchl[au]cht geschickt wird, als welches Ew. HochEdelgeb. auf eigenes Gutfinden zugleich stechen laßen können, wofern Dieselben dazu einen habilen Kupfferstecher finden. Die *Exemplaria* von diesem herrlichen Wercke erwarte mit grossem Verlangen, und hoffe darauf umb so viel mehr zu profitiren, weilen ich Dero alhier zurückgelassenes Manuscript seit einiger Zeit fleissig gelesen, und mir die gantze Materie zimlich bekant gemacht habe<sup>[3]</sup>.

Den abermahligen Verlust Dero H<sup>r</sup> Vaters bedaure von Hertzen, und wünsche daß der erlittene Schaden auf andere Art ersetzt werde; die Rechnung deßelben von 200 f. wegen der bisher gehalten Unkosten hat hier gute Approbation gefunden, und hoffe so wohl diese *Summa* als Ew. HochEdelgeb. Gage nächstens zu übermachen<sup>[4]</sup>; weilen die ordinären 25 000 Rb. in Moscau schon würcklich ausgezahlt worden und Ihro Kaiserl. Majestaet ⟨Anna Ioannovna⟩ über das die Academie noch mit einer Summ von 14 000 Rb. begnadiget hat. Weilen also nächstens alle rück-

ständige Gage ausgezahlt werden wird, so verhoffe auch nächstens wiederum Ew. HochEdelgeb. zuzuschreiben und das empfangene Geld zu remittiren. Nur bedaure das anjetzo der Cours so sehr niedrig nemlich 47 Stüver ist. Vielleicht aber steigt er in kurzem wiederum; welches ich aber für mich so bald nicht wünsche, indem ich, wenn mir in Paris für dieses Jahr der Preiß wäre zuerkannt worden, von dem niedrigen Wexel keinen geringen Vorthail haben würde<sup>[5]</sup>. Dann da die Question auf die Natur des Feuers gerichtet war, und ich im vorigen Jahre alhier so viel betrübte Gelegenheiten hatte über diese materie zu meditiren<sup>[6]</sup>, so habe darüber eine Piece verfertigt und nach Paris geschicket, ich habe dabey insonderheit auf dieses *Phaenomenon* reflectirt, wie aus einer so kleinen Bewegung, dergleichen in einem Funcken seyn kan, eine so entsetzlich große Bewegung entstehen könne; und habe auch meiner Meynung nach diesem *Phaenomeno* so satisfaciret, daß ich zweiffele ob daßelbe auf eine andere Art gründlich erklärt werden könne<sup>[7]</sup>.

Was E. HochEdelgeb. von der Summ dieser *Seriei*  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \text{etc.}$  schreiben, kan ich nicht recht verstehen, insonderheit da dieselben zweyer *Solutionum a posteriori* Meldung thun, welche im Stirling stehen sollen. Dann wann E. HochEdelgeb. von des Stirlings *Methodo differentiali* reden<sup>[8]</sup>, so habe ich dieses Buch fleissig durchgelesen aber kein *Vestigium* gefunden, daraus man schliessen könnte daß die Summ *a Quadratura Circuli* dependire sondern es sind in diesem Tractat nur verschiedene und das sehr ingenieuse Manieren die Summ *quam proxime* in Decimal Brüchen zu exprimiren. Solte aber der H. Stirling in einem andern mir unbekannten Tractat von dieser *Serie* mehr Decouverten gemacht haben, so könnte ich das leicht zugeben, indem ich schon beÿ nahe vor 2 Jahren meine gantze Solution dem H<sup>r</sup> Stirling selbst überschrieben, welcher dieselbe nicht nur sehr gerühmet, sondern auch gäntzlich für neu gehalten<sup>[9]</sup>. Daß aber die Summ dieser *Seriei* sey  $\frac{pp}{6}$ , da  $p$  die peripherie eines Circuls bedeutet, deßen *Diameter* 1 ist, habe ich auf eine zweyfache Art gefunden, nemlich für das erste aus den *Radicebus* dieser Aequation

$$y = s - \frac{s^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{s^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \text{etc.}$$

wie ich gleich anfangs die Ehre gehabt habe Ew. HochEdelgeb. zu berichten; und zweytens *ex integratione hujus formulae*

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}} \int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}},$$

welche ich Dero H<sup>r</sup> Vater überschrieben<sup>[10]</sup>; Ich ziehe aber die erstere Art dieser letzteren vor, weilen sich jene auch auf höhere *Potestates* erstrecket, diese aber ich noch nicht weiter habe extendiren können. Also habe aus der ersteren Manier gefunden, daß ist<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \text{etc.} &= \frac{p^2}{6} \\ 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \text{etc.} &= \frac{p^4}{90} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1 + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{4^6} + \text{etc.} &= \frac{p^6}{945} \\
1 + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{4^8} + \text{etc.} &= \frac{p^8}{9450} \\
1 + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{3^{10}} + \frac{1}{4^{10}} + \text{etc.} &= \frac{p^{10}}{93\,555} \\
1 + \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{3^{12}} + \frac{1}{4^{12}} + \text{etc.} &= \frac{691 p^{12}}{6825 \times 93\,555}
\end{aligned}$$

etc.

Dero Hr Vettters<sup>[12]</sup> Solution bin ich sehr begierig zu sehen und ersuche Ew. HochEdelgeb. uns dieselbe nächstens für unsere *Commentarios* zu communiciren, ich hoffe aus derselben noch mehr licht in dieser Materie zu schöpfen. An diesen H. Prof. Bernoulli aber bitte inzwischen mein gehorsamstes Compliment und sonderbahre Hochachtung zu bezeugen.

Was die *Scientifica* betrifft, welche ich bißher Dero H. Vater überschrieben, so habe mich express beflissen, an Denselben und E. HochEdelgeb. nicht einerleÿ zu schreiben, um nicht unnöthiger Weise die Briefe und Porto zu vergrößern. Für jetzo erlaubt mir auch die Zeit nicht alles zusammen zu suchen um E. HochEdelgeb. zu überschreiben, ich werde aber in beyliegendem Briefe Dero Hr Vater auf das Höfflichste und gehorsamste ersuchen, daß derselbe mir den Gefallen erweisen, und die geringen *Scientifica* aus meinen Briefen Ew. Hochedelgeb. communiciren möchte<sup>[13]</sup>. Ins künfftige aber werde nicht unterlaßen, Ew. HochEdelgebohrnen nicht nur von dieser sondern auch von andern Correspondenzen umständliche Nachricht mitzutheilen.

Ich bin einige Zeit her wiederum mit einigen Arithmetischen *Theorematis* zu beweisen beschäftigt gewesen, wozu mir Anlaß gegeben das bekannte *Th[eorema]* daß weder die Summ noch die differentz zweyer *Biquadratorum* ein Quadrat ausmachen könne: ohngeachtet ich davon noch nirgends eine Demonstration gefunden, sondern ein jeder nimt dasselbe schon zum voraus für bekannt und gewiß an<sup>[14]</sup>.

Meine Demonstration ist so beschaffen daß da  $a^4 \pm b^4$  in kleine Zahlen kein Quadrat machen kan, dasselbe auch in grossen Zahlen nicht angehe: dann ich weise, wie man, wann  $a^4 \pm b^4$  in den allergrösten Zahlen ein Quadrat seyn solte, daraus weit kleinere und aus diesen ferner kleinere und so fort, würde finden können. Aus eben dem Grunde folgt, daß keine von den nachfolgenden Expressionen ein Quadrat seyn könne:  $a^4 \pm 4b^4$ ;  $2a^4 \pm 2b^4$ ;  $a^4 \pm 2b^4$ ;  $ma^4 \pm m^3b^4$ ;  $2ma^4 \pm 2m^3b^4$ . Imgleichen habe auch bewiesen *nullum cubum  $\pm 1$  esse posse quadratum nequidem in fractis praeter 8 et 1* und daraus folgt, daß kein *Numerus trigonalis* ausser 1 ein *Cubus* seyn könne; dann es sey  $\frac{x(x+1)}{2} = y^3$  so würde seyn  $(2x+1)^2 = 8y^3 + 1$ , nun aber  $8y^3 + 1$  kan kein Quadrat seyn, wann nicht  $y$  entweder 1 ist oder 0. Hieraus ist auch leicht das *Theorema Fermatianum* zu beweisen, daß in gantzen Zahlen außer 0 und 1 kein *numerus trigonalis* ein biquadrat seyn könne; imgleichen daß

es nicht 4 *Quadrata in Progressione Arithmetica* gebe. Daß es aber nicht 2 *Cubos* solte geben deren Summ einen *Cubum* ausmache kan ich noch nicht beweisen<sup>[15]</sup>.

Wenn Ew. HochEdelgeb. mir über diese Materie einiges Licht solten geben können, so bitte mir solches gehorsamst aus, der ich mit aller Hochachtung und Ergebenheit verbleibe

E. HochEdelgeb.

Meines Hochgeehrtesten Hrn. *Professoris*  
gehorsamster Diener

L. Euler

St. Petersburg den 26. April 1738.<sup>[16]</sup>

### Übersetzung

⟩...⟨

Ihr letztes Schreiben nebst demjenigen Ihres Vaters vom 29. März habe ich von Herrn Delisle richtig erhalten<sup>[1]</sup>, und weil gerade damals das Eis auf dem Fluss mürbe und der Übergang unsicher zu werden begann, musste ich das offene Wasser abwarten, ehe ich seiner Exzellenz dem Kammerherrn ⟨von Korff⟩ das Nötige aus diesen Briefen vortragen konnte.

Was zunächst die Widmung Ihres Werkes an seine Durchlaucht den Herzog von Kurland ⟨E.J. Biron⟩ betrifft, so werden Ihnen hiermit Abdrucke des jetzigen herzoglichen Wappens übersandt, um dieses der französischen Ausgabe Ihrer *Hydrodynamik* beizugeben<sup>[2]</sup>, und desgleichen auch das Porträt seiner Durchlaucht. Dieses können Sie nach eigenem Gutdünken gleichzeitig stechen lassen, wenn Sie dafür einen befähigten Kupferstecher finden. Die Exemplare dieses herrlichen Werkes erwarte ich mit grossem Verlangen, und ich hoffe, davon um so mehr zu profitieren, weil ich Ihr hier zurückgelassenes Manuskript seit einiger Zeit fleissig gelesen und mich mit der ganzen Materie ziemlich vertraut gemacht habe<sup>[3]</sup>.

Den abermaligen Verlust Ihres Vaters bedaure ich von Herzen und wünschte, dass der erlittene Schaden auf andere Art ersetzt werden könnte. Seine Rechnung über 200 Gulden wegen seiner bisherigen Unkosten ist hier gebilligt worden, und so hoffe ich, sowohl diese Summe als auch Ihre Pension demnächst überweisen zu können<sup>[4]</sup>, denn die üblichen 25 000 Rubel sind in Moskau schon ausbezahlt worden, und überdies hat Ihre Kaiserliche Majestät ⟨Anna Ioannovna⟩ die Akademie noch mit einer Summe von 14 000 Rubeln begünstigt. Weil also nächstens das gesamte rückständige Gehalt ausbezahlt werden wird, so hoffe ich, Sie demnächst wieder anschreiben und das empfangene Geld überweisen zu können. Nur bedaure ich, dass jetzt der Kurs so niedrig ist, nämlich 47 Stüber. Vielleicht steigt er aber in Kürze wiederum, was ich jedoch für mich nicht so bald wünsche, da ich von dem tiefen Wechselkurs erheblichen Vorteil haben würde, wenn mir in Paris für dieses Jahr der Preis zuerkannt worden sein sollte<sup>[5]</sup>. Denn da die Preisfrage die

Natur des Feuers betraf und ich im vergangenen Jahr hier so viel betrübliche Gelegenheit hatte, über diesen Gegenstand nachzudenken<sup>[6]</sup>, so habe ich darüber eine Preisschrift verfasst und nach Paris geschickt. Dabei betrachtete ich besonders das Phänomen, wie aus einer so kleinen Bewegung, wie sie in einem Funken sein kann, eine derart entsetzlich grosse Bewegung entstehen könne. Ich habe auch meiner Meinung nach diesem Phänomen so Genüge getan, dass ich zweifle, ob es auf eine andere Art gründlich erklärt werden könnte<sup>[7]</sup>.

Was Sie von der Summe der Reihe  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \text{etc.}$  schreiben, kann ich nicht recht verstehen, speziell da Sie von zwei Lösungen *a posteriori* berichten, die bei Stirling stehen sollen. Wenn Sie von Stirlings *Differentialmethode* reden<sup>[8]</sup>: Ich habe dieses Buch fleissig durchgelesen, jedoch keine Spur gefunden, woraus man schliessen könnte, dass die Summe von der Kreisquadratur abhängt; in dieser Abhandlung sind bloss verschiedene – und zwar sehr raffinierte – Arten angegeben, die Summe angenähert in Dezimalbrüchen auszudrücken. Sollte Herr Stirling aber in einer anderen, mir unbekannten Abhandlung mehr Entdeckungen über diese Reihe gemacht haben, so könnte ich das leicht zugeben, da ich schon vor nahezu zwei Jahren Herrn Stirling selbst meine vollständige Lösung schriftlich mitgeteilt habe. Diese hat er nicht nur sehr gerühmt, sondern sie auch für ganz neu gehalten<sup>[9]</sup>. Dass die Summe dieser Reihe aber  $\frac{pp}{6}$  ist, wobei  $p$  den Umfang eines Kreises mit dem Durchmesser 1 bedeutet, fand ich auf zwei Arten: nämlich erstens aus den Wurzeln der Gleichung

$$y = s - \frac{s^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{s^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \text{etc.},$$

wie ich Ihnen gleich damals berichtet habe, und zweitens aus der Integration dieser Formel

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}} \int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}},$$

die ich Ihrem Vater brieflich mitgeteilt habe<sup>[10]</sup>. Ich ziehe jedoch die erste Art der zweiten vor, weil sie sich auch auf höhere Potenzen erstreckt, während ich die letztere noch nicht erweitern konnte. So habe ich auf die erste Art gefunden, dass gilt<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \text{etc.} &= \frac{p^2}{6} \\ 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \text{etc.} &= \frac{p^4}{90} \\ 1 + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{4^6} + \text{etc.} &= \frac{p^6}{945} \\ 1 + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{4^8} + \text{etc.} &= \frac{p^8}{9450} \\ 1 + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{3^{10}} + \frac{1}{4^{10}} + \text{etc.} &= \frac{p^{10}}{93\,555} \end{aligned}$$

$$1 + \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{3^{12}} + \frac{1}{4^{12}} + \text{etc.} = \frac{691 p^{12}}{6825 \times 93\,555}$$

etc.

Ich bin sehr begierig, die Lösung Ihres Vettters<sup>[12]</sup> zu sehen, und ersuche Sie, uns diese nächstens für unsere *Commentarii* zu übermitteln; ich hoffe, daraus noch mehr Einsicht in diesen Gegenstand zu gewinnen. Inzwischen bitte ich Sie, diesem Herrn Prof. Bernoulli mein bestes Kompliment und meine besondere Hochachtung zu bezeugen.

Hinsichtlich der wissenschaftlichen Dinge, die ich bisher Ihrem Vater geschrieben habe, habe ich mich ausdrücklich befleissigt, an ihn und an Sie nicht dasselbe zu schreiben, um nicht unnötigerweise den Briefwechsel und das Porto zu vergrößern. Im Moment erlaubt mir auch die Zeit nicht, alles zusammenzusuchen, um es Ihnen zu schreiben, doch werde ich im beiliegenden Brief Ihren Vater auf das höflichste ersuchen, mir den Gefallen zu erweisen, Ihnen die geringen wissenschaftlichen Dinge aus meinen Briefen mitzuteilen<sup>[13]</sup>. Inskünftig werde ich aber nicht unterlassen, Ihnen nicht nur von dieser, sondern auch von anderen Korrespondenzen ausführliche Nachricht zu geben.

Ich war seit einiger Zeit wiederum damit beschäftigt, einige zahlentheoretische Sätze zu beweisen. Den Anlass bot mir das bekannte Theorem, dass weder die Summe noch die Differenz zweier Biquadrate eine Quadratzahl sein könne. Allerdings habe ich noch nirgends einen Beweis dafür gefunden, denn jeder setzt das Theorem als bekannt und gewiss voraus<sup>[14]</sup>.

Mein Beweis ist folgendermassen beschaffen: Weil  $a^4 \pm b^4$  in kleinen Zahlen kein Quadrat ergeben kann, ist dasselbe auch in grossen Zahlen nicht möglich, denn ich zeige, wie man, wenn  $a^4 \pm b^4$  in allergrössten Zahlen ein Quadrat sein sollte, daraus viel kleinere und aus diesen nochmals kleinere und so fort würde finden können. Aus diesem Grunde folgt, dass keiner von den nachfolgenden Ausdrücken ein Quadrat sein kann:  $a^4 \pm 4b^4$ ;  $2a^4 \pm 2b^4$ ;  $a^4 \pm 2b^4$ ;  $ma^4 \pm m^3b^4$ ;  $2ma^4 \pm 2m^3b^4$ . Desgleichen habe ich auch bewiesen, dass keine Kubikzahl  $\pm 1$  eine Quadratzahl sein kann – nicht einmal in Brüchen – ausser 8 und 1, woraus folgt, dass keine Dreieckszahl ausser 1 eine Kubikzahl sein kann; sei nämlich  $\frac{x(x+1)}{2} = y^3$ , so wäre  $(2x+1)^2 = 8y^3 + 1$ . Nun kann aber  $8y^3 + 1$  kein Quadrat sein, wenn  $y$  nicht entweder 1 oder 0 ist. Hieraus ist auch das Fermatsche Theorem leicht zu beweisen, dass in ganzen Zahlen keine Dreieckszahl ausser 0 und 1 ein Biquadrat sein kann, desgleichen, dass es keine vier Quadrate in arithmetischer Folge gibt. Dass es jedoch nicht zwei Kubikzahlen geben sollte, deren Summe eine Kubikzahl sei, kann ich noch nicht beweisen<sup>[15]</sup>.

Sollten Sie mir in dieser Sache einige Aufklärung geben können, so bitte ich sehr darum und verbleibe mit aller Hochachtung und Ergebenheit

⟩ ... ⟨

L. Euler<sup>[16]</sup>

St. Petersburg, den 26. April 1738.

- R 119 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 30  
 Petersburg, 7. Mai (26. April) 1738  
 Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt, 3 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 27, Bl. 40–42v  
 Am 19. (8.) Mai der Akademischen Konferenz vorgelegt und am 27. (16.) Mai – mit einem beigelegten Postskriptum – zur Post gebracht (cf. *Protokoly* 1, p. 481–482)

- [1] Gemeint sind D. Bernoullis vorangegangener Brief Nr. 30 und derjenige von J. I. Bernoulli an Euler vom 26. März 1738 (O. IV A, 2, p. 198–208). Wahrscheinlich sandte D. Bernoulli beide Briefe zusammen mit einem (nicht erhalten gebliebenen) Brief an Delisle, um Porto zu sparen.
- [2] Cf. Brief Nr. 30, Anm. 2.
- [3] Die gedruckten Exemplare von D. Bernoullis *Hydrodynamik* trafen erst ein Jahr später in Petersburg ein. Cf. Eulers Brief Nr. 38, sowie Mikhajlov (2002, p. 25f).  
 Das Manuskript der *Hydrodynamik*, das Euler hier erwähnt, ist im Petersburger Archiv erhalten. Dieser Entwurf, der in wesentlichen Punkten von der gedruckten Fassung abweicht, soll in Band 4 der *Werke* von Daniel Bernoulli ediert werden.
- [4] Cf. Brief Nr. 30, Anm. 4, sowie Fellmann (1992, p. 218f).
- [5] Im Jahre 1738 erhielt Euler ein Drittel des Preises der Pariser Akademie für seine Untersuchung der Natur des Feuers (E. 34).
- [6] Euler spielt auf den Grossbrand an, der 1737 in St. Petersburg ein ganzes Quartier am Fluss Mojka zerstörte.
- [7] Eine eingehende kritische Übersicht über die Preisschrift Eulers findet man in der Einleitung der Herausgeber des entsprechenden Bandes der *Opera omnia* (O. III, 10, p. XVI–XIX).
- [8] Zu Stirlings *Methodus differentialis* (1730) cf. Hofmann (1959, p. 153, 186f).
- [9] Cf. Eulers Brief an Stirling vom 19. (8.) Juni 1736 (R 2621) und denjenigen Stirlings an Euler vom 27. (16.) April 1738 (R 2622); beide sind von Krasotkina (1957, p. 125–128, 131–133) veröffentlicht worden.
- [10] Cf. Eulers Brief an J. I. Bernoulli vom 7. September (27. August) 1737 (O. IV A, 2, p. 161–175).  
 Die Notation in Eulers Formel ist – hier wie im Brief an J. I. Bernoulli – aus heutiger Sicht missverständlich: Gemeint ist nicht ein Produkt zweier identischer Integrale, sondern – wie in der 1743 publizierte Abhandlung E. 63, in der die Methode dargestellt wird, klarer zu erkennen – das Doppelintegral

$$\int \left( \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} \cdot \int_0^z \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \right)$$

bzw.

$$\int s \, ds, \quad \text{wobei} \quad s = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

- [11] Diese Resultate wurden von Euler erstmals 1740 in seiner Abhandlung über die Summen reziproker Reihen (E. 41) publiziert. – Cf. O. IV A, 2, p. 45f.
- [12] In der Vorlage schreibt der Kopist «Vaters»; es handelt sich jedoch zweifellos um die Lösung von Daniels Cousin Niklaus I. Bernoulli (cf. Brief Nr. 30, Anm. 7 und 9).
- [13] In dem hier erwähnten beigelegten Brief vom selben Datum an J. I. Bernoulli (O. IV A, 2, p. 208–216) wurde diese Bitte nicht vorgebracht; möglicherweise hat Euler das einfach vergessen.
- [14] Den nachfolgenden, mittels der *descente infinie* geführten Beweis des zahlentheoretischen Satzes  $x^4 \pm y^4 \neq z^2$  legte Euler am 4. Juli (23. Juni) 1738 der Petersburger Akademie für den 10. Band ihrer *Commentarii* (für 1738) vor, der allerdings erst 1747 gedruckt wurde (E. 98). Bereits Frénicle und Fermat haben sich – nicht ohne Erfolg – mit diesem Satz beschäftigt (cf. Weil 1983a, p. 79; Goldstein 1995).



- [15] Erst wesentlich später, am 4. August (24. Juli) 1753, teilt Euler in einem Brief an Goldbach – ohne nähere Angabe – mit, er habe einen Unmöglichkeitbeweis für die *Fermat-Gleichung*  $a^3 + b^3 = c^3$  gefunden (cf. O.IV A, 4, p. 534 / 1103 und p. 1105, Anm. 11). Explizit findet sich Eulers Beweis – genauer: Beweisversuch – dieses Spezialfalles des «Gros- sen Fermatschen Satzes» erst in seiner *Algebra* von 1770 (E. 388, § 243, VII), und leider mit einem Fehler behaftet, den zuerst A.J. Wolff entdeckt und Euler am 9. August (29. Juli) 1770 brieflich mitgeteilt hat (Lausch 1992). Eine Antwort Eulers ist uns nicht erhalten geblie- ben, doch die Lücke in seinem Argument hat später manchen Mathematiker zu Analysen veranlasst. – Cf. etwa Bergmann (1966).
- [16] In den Registern der Petersburger Akademiekonferenz für den 26. (15.) Mai 1738 findet man die folgenden Informationen zu diesem Brief (*Protokoly* 1, p. 481):
- «Hr. Prof. Euler gab folgende unter einem Couvert befindliche und an Hrn. Dan. Ber- noulli D. med. et Prof., auch dessen Hrn. Vater Johann Bernoulli gerichtete Schrif- ten zu dem Ende in das Archiv, damit sie mit der morgenden Post nach Basel abgesandt werden möchten:
- 1) Einen in Teutscher Sprache unter dem 26 Apr. a.c. auf einem halben Bogen an Hrn. D. Bernoulli gestellten Brief;
  - 2) Ein P. S. auf einem Quart-Blatt *ad eundem*;
  - 3) Einen Wechsel-Brief wegen zweyhundert und sechszehn Rubel;
  - 4) Portrait in kl. Kupfer-Stich von Ihro Durchlaucht dem jetzigen Herzoge von Curland;
  - 5) Dessen Wappen in Kupfer gestochen, auch
  - 6) auf Lack gedruckt;
  - 7) Einen versiegelten Brief an Hrn. Joh. Bernoulli Math. Prof. in Basel;
  - 8) Hrn. Prof. De l'Isle's an Hrn. Dan. Bernoulli versiegelten Brief.

NB. Von den sub No. 1 et 7 befindl. Briefen sind allein Abschriften im Archiv vorhanden.»

32

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 24. Mai 1738

Bale ce 24 may 1738

HochEdelgeborner,  
Hochgeehrtester H. Professor und werthester Freund

Durch mein letzteres, darauff ich noch kein antwort erhalten<sup>[1]</sup>, hab ich Ew. HEdgb. avisiert, wie daß ich auff des H. Kammerherren ⟨von Korff⟩ gutbefin- den meine *Hydrodynamic* I[hro] Durchleucht dem Hertzog von Curland ⟨E.J. Biron⟩ dediciert habe. Nunmehr berichte ich daß vor etlichen wochen einige exemplar na- her Petersb[urg] an H. Kammerherren gesandt, davon Er Ew. HEdgb. ohne zweiffel ein exemplar zustellen wird<sup>[2]</sup>. Wan Sie sich die mühe geben solches zu durchblät- tern, so bitte mir Dero remarques zu communicieren, davon ich mit aller erkant- lichkeit profitieren werde, und mir zu melden, wie das *opusculum* von der Acad<sup>e</sup>

ist aufgenommen worden. Überschreiben Sie mir auch *amice* und unter uns, wie die dedication ist aufgenommen worden: meine intention hat nichts als eine desinteressierte erkantlichkeit und unserer Academie ehr und interess zum fundament gehabt; und wird vielleicht deßen ohngeacht von einigen sinistre expliciert und carpiert werden. Wer kan aber allen satisfacieren.

Vor etwas zeits hab ich von Paris vernommen, daß Ew. HEdgb. den  $\frac{1}{3}$  des *præmii* erhalten, welches sogleich Dero Freünden und Verwandten communiciert, die sich sehr darüber erfrewet<sup>[3]</sup>. Ich gratuliere zu diesem succès und zweifle nicht für das künfftige an einer völligeren *victori*. Die quaestion hatte uns gar zu general gedunckt, so das weder mein Vatter, noch mein Bruder (Johann II) noch ich darüber gearbeitet. Es komt Sie aber leicht an, was uns schwär ist. A. 1740 wird der *aestus maris* zur quaestion ventiliert werden. Es ist schad, daß diese quaestion so operos ist und ein gantz *systema mundi* erfordert; des Newtons explication ist bej weitem nicht sufficient<sup>[4]</sup>.

Wan Ew. HEdgb. nicht gelegenheit haben das gelt in Paris einzuziehen, so belieben Sie mir nur Ihr recepissé oder im mangel deßelben eine assignation zu schicken, so wil ich es für Sie einziehen und Ihnen in Petersb[urg] zahlen laßen. Vielleicht haben Sie schon meine pension für das vergangene jahr für mich eingezogen, in welchem fahl die 833 L. nur könten defaluirt werden. Solten aber Ew. HEdgb. über das Pariser gelt schon disponiert haben, und meine pension eingegangen sejn, so bitte mir solche gleich zu übermachen. Ich hoffe meine Freünd werden genugsam vigilieren über der richtigen auszahlung ohne daß ich nöhtig habe deswegen zu sollicitieren.

Ich habe dem H. Kammerherren (von Korff) auch ein exemplar von meiner piece *Sur les ancres* überschickt, welche er vielleicht Ew. HEdgb. communicieren wird<sup>[5]</sup>. Mein Bruder (Johann II) hätte gern auch ein exemplar von seiner piece darzu gethan, wan er noch eines übrig gehabt hätte<sup>[6]</sup>.

Auß meiner *Hydrodynamicae sectione ultima* werden Ew. HEdgb. ersehen, daß ich meine *novam navigationis ideam* noch nicht verlaßen: in allem fahl bin ich versichert, daß diese *disquisitiones* auff das wenigste *in theoria* gefallen werden. Ich verspreche keinen größeren *effectum ab elevatione aquarum* als *ab agitatione remorum* aber vielleicht einen gleichen: wan ich werde eine antwort von Genf erhalten haben, so werde ich positiver darüber judizieren können: Ich hab den H. Prof. Cramer, welcher gar ein gelehrter mann ist, gebetten einige *experimenta pro vi remigationis supputanda* zu machen, und keine kösten deswegen zu sparen. Er hat solche zu thun versprochen<sup>[7]</sup>.

Den V. tom. *Comm[entariorum]* hoffe ich bald zu erhalten: Ich hab newlich aus *occasione alicujus problematis mechanici* folgendes *problema* tractiert: *invenire curvam, quae inter omnes isoperimetricas et eosdem terminos habentes habeat  $\int R^m ds$  maximum*, alwo *R* den *radium osculi*, *ds* das *elementum curvae* exprimiert. Ich hab zwo *solutiones*, in deren einte *ds* in der anderen *dx constans* supponiert wird: kan aber die *identitatem curvae, quae utraque solutione obtinetur*, nicht sehen. Diese *problemata* sind sehr behutsam zu tractieren und möchte ich gern, daß Sie solches auch aggredierten umb zu sehen, ob wir einerleÿ *solutiones* erhalten<sup>[8]</sup>.

Ew. HochEdelgb. haben mir vor etwas zeits gesagt von einem *problemate simili*, nemlich *determinare inter curvas omnes inter eosdem terminos positas illam quae habeat  $\int R ds$  minimum*, und sagen daß die *cyclois unice* satisfaciere, da ich doch finde *analytice* daß  $R = 0$ , *cui aequationi infinitae curvae aut veluti curvae satisfaciunt*: wan aber *conditioni hujus problematis* die *aequalitas perimetri* darzu gethan wird so find ich diese *aequationem posito  $dx$  constanti*

$$ds = \frac{2R dR}{\sqrt{-4RR + 4nR + g}},$$

*quae est ad cycloidem, si fiat  $n = 0$* <sup>[9]</sup>.

Der H. Vatter Gesel hat mir einen gar freündl[ichen] und höfflichen brieff zu geschrieben, worfür ich ihm hertzlich dancke<sup>[10]</sup>. Es wurde mir lieb sejn, wan er seinen Sohn den Israel wolte hieher schicken, und wurde was seine *studia* anbelangt trachten ihme mit allen guten *consiliis* und *subsidiis* an die hand zu gehen. Ich habe sonsten mit dem H. Vatter <Paul Euler> geredt [von] der kost, welcher mir meldet, daß ihn vielleicht der H. Pf[arrer] Nörbel wohl möchte an die kost nemmen, alwo er gar wohl wurde versorgt sejn. Sonsten bitte ihme dem H. Xsell mein hertzl[iches] compliment zu machen und seiner gantzen familien, worunter ich Ew. HEdgb. familien auch begreiffe. Des H. Prof. Bayers frühzeitigen todt bedaure ich von hertzen; machen Sie auch mein compliment an unseren alten freünd, den H. Rector Fischer, wie auch an H. Moula, und alle freünde.

Ich hab Ihnen vor einigen monaten geschrieben von der Jungf. Türing <Thüring>, deren der H. Schaerer von Zürich noch gelt für die kost seit langer zeit sol schuldig sejn. Sie überlaufft mich alle tag: da ich ihro aber gesagt, ich könne ihro kein raht geben, so sucht sie nun bej unseren gnädigen Herren ein vorschreiben entweders an I[hro] K[ayerliche] M[ajestaet] <Anna Ioannovna> oder einen Ministre; solche vorschreiben pflegen niemahls abgeschlagen [zu] werden; sie hat es aber noch nicht erhalten können weilen die sum zu klein seje und der ort zu weit entfernt. Ich glaub wan der H. Vatter Gsell wolte mit dem H. Schaerer reden, er lieber mit etwas wernigs gelt dieser weitläufigkeit vorkommen wurde; ich nehme aber an der gantzen sach kein antheil<sup>[11]</sup>.

Mit diesem verharre mit aller hochachtung und möglichster aufrichtigen freündschafft

Ew. HEdgb.

Meines Hochgeehrtesten H. *Professoris*  
dienstw[illigster]

Daniel Bernoulli

## Übersetzung

Basel, den 24. Mai 1738

&gt;...&lt;

Mit meinem letzten Brief, auf welchen ich noch keine Antwort erhalten habe<sup>[1]</sup>, habe ich Ihnen angezeigt, dass ich auf das Gutbefinden des Kammerherrn <von Korff> meine *Hydrodynamik* dem Herzog von Kurland <Biron> gewidmet habe. Jetzt berichte ich, dass ich vor etlichen Wochen einige Exemplare nach Petersburg an den Kammerherrn gesandt habe, wovon dieser Ihnen zweifellos eines zustellen wird<sup>[2]</sup>. Wenn Sie sich die Mühe nehmen, dieses durchzublättern, so bitte ich Sie um Mitteilung Ihrer Bemerkungen, wovon ich mit aller Erkenntlichkeit profitieren werde, und mir zu melden, wie das Werk von der Akademie aufgenommen worden ist. Schreiben Sie mir auch ganz vertraulich und unter uns, wie die Widmung aufgenommen worden ist: Meine Absicht hatte keinen anderen Grund als eine uneigennützigte Erkenntlichkeit und die Ehre wie auch das Interesse unserer Akademie, doch dessen ungeachtet wird sie vielleicht von einigen böseartig ausgelegt und kritisiert werden. Aber wer kann es allen recht machen?

Kürzlich habe ich aus Paris vernommen, dass Sie ein Drittel des Preises erhalten haben, was ich sogleich Ihren Freunden und Verwandten mitgeteilt habe, die sich alle sehr darüber gefreut haben<sup>[3]</sup>. Ich gratuliere zu diesem Erfolg und zweifle für die Zukunft nicht an einem noch vollständigeren Sieg. Die Preisfrage hatte uns allzu allgemein geschienen, so dass weder mein Vater noch mein Bruder <Johann II> noch ich daran gearbeitet haben; Ihnen fällt aber leicht, was für uns schwierig ist. Im Jahre 1740 werden die Gezeiten als Preisfrage gestellt werden. Es ist schade, dass diese Frage so arbeitsaufwendig ist und ein ganzes Weltsystem erfordert; die Erklärung Newtons ist bei weitem nicht befriedigend<sup>[4]</sup>.

Wenn Sie keine Gelegenheit haben, das Geld in Paris einzuziehen, so schicken Sie mir nur die Ermächtigung oder – in Ermangelung einer solchen – eine Assignation; ich will es für Sie einziehen und Ihnen in Petersburg auszahlen lassen. Vielleicht haben Sie schon meine Pension für das vergangene Jahr für mich eingezogen, in welchem Fall die 833 Livres nur damit verrechnet werden könnten. Sollten Sie aber schon über das Pariser Geld disponiert haben und meine Pension eingegangen sein, so bitte ich Sie, mir diese sogleich zu überweisen. Ich hoffe, meine Freunde werden die richtige Auszahlung hinreichend überwachen, ohne dass ich nötig habe, deswegen nachzuhaken.

Dem Kammerherrn <von Korff> habe ich auch ein Exemplar meiner Preisschrift über die Anker übersandt, das er vielleicht Ihnen überlassen wird<sup>[5]</sup>. Mein Bruder <Johann II> hätte gern auch ein Exemplar von seiner Preisschrift dazugelegt, wenn er noch eines übrig gehabt hätte<sup>[6]</sup>.

Aus dem letzten Abschnitt meiner *Hydrodynamik* werden Sie ersehen, dass ich meine neue Idee für die Schifffahrt noch nicht aufgegeben habe: auf jeden Fall bin ich sicher, dass diese Untersuchungen zumindest im theoretischen Teil Gefallen finden werden. Ich verspreche mir keinen grösseren Effekt von der Hebung des Wassers als von der Ruderbewegung, aber vielleicht einen gleichen. Wenn ich eine

Antwort aus Genf erhalten haben werde, so werde ich darüber positiver urteilen können. Ich habe Herrn Prof. Cramer, der ein sehr gelehrter Mann ist, gebeten, einige Experimente zur Berechnung der Kraft des Ruderns anzustellen und deswegen keine Kosten zu scheuen; er hat versprochen, das zu tun<sup>[7]</sup>.

Den 5. Band der *Commentarii* hoffe ich bald zu bekommen. Neulich habe ich anlässlich eines mechanischen Problems das folgende behandelt: eine Kurve zu finden, die unter allen isoperimetrischen Kurven mit denselben Endpunkten den grössten Wert von  $\int R^m ds$  hat, wobei  $R$  den Krümmungsradius und  $ds$  das Kurvenelement ausdrückt. Ich habe zwei Lösungen: In der einen wird  $ds$  als konstant angenommen, in der anderen  $dx$ . Ich kann aber die Identität der Kurven, die man mittels der beiden Lösungen bekommt, nicht sehen. Diese Probleme sind sehr vorsichtig zu behandeln, und ich hätte gern, dass Sie das auch in Angriff nähmen, um zu sehen, ob wir dieselben Lösungen erhalten<sup>[8]</sup>. Sie haben mir seinerzeit von einem ähnlichen Problem gesprochen, nämlich unter allen Kurven mit denselben Endpunkten diejenige zu bestimmen, welche den kleinsten Wert von  $\int R ds$  hat, und Sie sagen, dass dies einzig die Zykloide erfülle; doch finde ich analytisch, dass  $R = 0$ , und dieser Gleichung genügen unzählige Kurven oder so etwas wie Kurven. Fügt man aber der Bedingung dieses Problems noch die Gleichheit des Umfangs hinzu, so finde ich bei konstantem  $dx$  die Gleichung

$$ds = \frac{2R dR}{\sqrt{-4RR + 4nR + g}},$$

und die gehört zur Zykloide, wenn  $n = 0$  wird<sup>[9]</sup>.

Vater Gsell hat mir einen sehr freundlichen und höflichen Brief geschrieben, wofür ich ihm herzlich danke<sup>[10]</sup>. Es wäre mir lieb, wenn er seinen Sohn Israel hierher schicken wollte, und was dessen Studien anbelangt, würde ich danach trachten, ihm mit allen guten Ratschlägen und Hilfeleistungen an die Hand zu gehen. Ansonsten habe ich mit dem Vater (Paul Euler) über die Kost gesprochen, und er meldet mir, dass ihn vielleicht der Herr Pfarrer Nörbel als Kostgänger annehmen würde, wo er sehr gut versorgt wäre. Ferner bitte ich Sie, dem Vater Gsell und seiner ganzen Familie, worunter ich auch Ihre eigene verstehe, mein herzliches Kompliment zu machen. Den frühzeitigen Tod von Herrn Prof. Bayer bedaure ich von Herzen. Grüßen Sie auch unseren alten Freund, Rektor Fischer, wie auch Herrn Moula und alle Freunde.

Ich habe Ihnen vor einigen Monaten von der Jungfer Thüring geschrieben, welcher Herr Schärer aus Zürich seit langer Zeit noch Geld für die Kost schuldig sein soll. Sie überfällt mich jeden Tag; da ich ihr jedoch sagte, ich könne ihr keinen Rat geben, sucht sie nun bei unseren Behörden ein Vorschreiben entweder an Ihre Kaiserliche Majestät (Anna Ioannovna) oder an einen Minister zu erwirken. Derartige Vorschreiben pflegen nie abgeschlagen zu werden, jedoch hat sie es noch nicht bekommen können, weil die Summe zu klein und der Ort zu weit entfernt sei. Ich glaube, wenn der Vater Gsell mit Herrn Schärer reden wollte, würde dieser lieber mit etwas Geld dieses weitläufige Verfahren unterbinden. Ich nehme aber an der ganzen Sache keinen Anteil<sup>[11]</sup>.

Damit verbleibe ich mit aller Hochachtung und aufrichtigster Freundschaft

}...{

Daniel Bernoulli

R 120 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
 Basel, 24. Mai 1738  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 33–34v  
 Am 16. (5.) Juni in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 485)  
 Publ.: Fuss 2, p. 446–448

- [1] Gemeint ist der Brief Nr. 30. Eulers Antwortbrief Nr. 31 war damals noch nicht abgeschickt.
- [2] Gleichentags, am 24. Mai 1738, sandte D. Bernoulli einen Brief an J.A. von Korff, den Präsidenten der Petersburger Akademie, worin er diesem den Versand von elf Exemplaren seiner *Hydrodynamik* ankündigte und einen Verteilungsschlüssel vorschlug (cf. Anhang VII.3, Nr. 10, p. 959 h.v.). Infolge postalischer Schwierigkeiten erreichten die Bücher Petersburg erst ein Jahr später (cf. Brief Nr. 31, Anm. 3).
- [3] Euler hatte für seine Preisschrift E. 34 über die Natur des Feuers ein Drittel des Pariser Preises für 1738 erhalten.
- [4] Der Pariser Preis für das Jahr 1740 wurde schliesslich zwischen D. Bernoulli, Euler, Maclaurin und Cavalleri für ihre Untersuchungen über die Gezeiten aufgeteilt.
- [5] Cf. D. Bernoullis Pariser Preisschrift über die optimale Form und die Erprobung von Ankern (1737, DB. 28) sowie Brief Nr. 14, Anm. 11.
- [6] Cf. J. II Bernoullis Pariser Preisschrift über die optimale Form von Ankern (1737).
- [7] Ende der 1730er Jahre initiierte D. Bernoulli eine Reihe von praktischen Versuchen über den Wasserwiderstand und die Wirksamkeit eines Rückstossantriebs an Ruderbooten, die auf der Rhône und auf dem Genfersee durchgeführt wurden. Eine Diskussion dieser Experimente ist im überlieferten Teil der Korrespondenz D. Bernoullis mit Cramer und Jallabert aus den Jahren 1738–1741 erhalten: cf. insbesondere die Briefe von D. Bernoulli an Cramer vom 14. Mai, 23. September und (undatiert) vom Oktober 1738, seine Briefe an Jallabert vom 23. November 1738 und vom Juli 1740, ebenso auch die beiden Briefe von Jallabert vom August 1740 und August 1741. Kopien dieser Briefe befinden sich in der Sammlung von Bernoulli-Manuskripten in der Universitätsbibliothek Basel. – Cf. auch DBW 8, p. 65–66, 199–202.
- [8] Euler machte sich unverzüglich an das Problem, das ihm D. Bernoulli hier stellte, und reichte seine *Lösung eines gewissen, von Herrn Daniel Bernoulli gestellten Problems* (E. 99) am 20. (9.) September 1738 für die *Petersburger Commentarii* ein, wo sie allerdings erst 1747 im 10. Band im Druck erschien. Eulers Brief an J. I Bernoulli vom 10. August (30. Juli) 1738 zeigt, dass Euler diese Lösung schon im Sommer 1738 gefunden haben muss (cf. O. IV A, 2, p. 235f/243).
- [9] Das Problem, eine Kurve zu finden, bei welcher  $\int R ds$  ein Minimum hat, hatte Euler D. Bernoulli in seinem nicht erhalten gebliebenen Brief vom Juli/August 1736 gestellt (cf. D. Bernoullis Antwortbrief Nr. 21). Den scheinbaren Knoten löst Euler in seiner hier unter Anm. 8 angeführten Abhandlung (E. 99) souverän auf, indem er beide Fälle (Maximum und Minimum des Integrals  $\int R^m ds$ ) in einen verallgemeinerten Zusammenhang fasst.
- [10] Dieser Brief von G. Gsell an D. Bernoulli ist – wie auch die ganze Familienkorrespondenz Eulers – nicht erhalten geblieben.
- [11] Cf. Brief Nr. 28, Anm. 9.

33

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 9. August 1738

Basel den 9. august 1738

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor und werthester Freund

Kurtz nachdem ich Dero wertheste schreiben empfangen habe, bin ich auff das land verreÿst: vor meiner abreyß hab ich meinem Bruder 〈Johann II〉 commission gegeben eine copey von meines Veters 〈Niklaus I〉 *solutione analytica de summatione seriei*  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  meines Vatters brieff beizufügen, und bejdes zu franquieren, damit dergleichen bagatelles in das künfftige nicht mehr mögen fürgewandt werden<sup>[1]</sup>.

Ewer HEdgb. belieben mir zu melden, wie die dedication meiner *Hydrodynamic* ist auffgenommen worden: ich hab in verfertigung derselben mehr auff das corps de l'Academie als auff mich selbstn reflectiert. Es ist mir lejd, daß die *Gelehrte Zeitung* hat können zu einigen sinistren explicationen anlaß geben<sup>[2]</sup>; ich könnte Ihnen *extracta* von anderen recensionen schicken, darinn der dedication ist meldung, und zwar *cum applausu*, geschehen<sup>[3]</sup>. Mit dieser dedication hab ich ja nicht praetendiert I[hro] Durchl[laucht] 〈E.J. Biron〉 sondern mich und mein *opus* zu beehren und hab deswegen die erlaubnus solcher dedication für eine sonderbahre gnad gehalten. Es wäre mir lieb gewesen wan ich das hertzogl[iche] portrait und wapen nur 2 monat eher empfangen hätte, so hätte ich noch können solches bej dieser ersten edition gebrauchen. Dieses mein werck müste sehr favorablement sejn auffgenommen worden, wan ich den brieffen, so ich allerorten her empfangen, den geringsten glauben bejmeßen solte: da aber die flatterie heütigs tags für eine höfflichkeit passiert, so weiß ich nicht, wie weit ich mich über diese approbationen erfrewen soll: Ew. HEdgb. zeügnüß wird mir gewiß statt aller sejn, indeme so wohl Dero freundschaft als *ingenium* erkenne.

Das manuscript so ich in Petersb[urg] gelaßen ist defect und nicht ohne fehler und wäre mir deswegen lieb, wan es supprimiert wurde, da nun das werck selber ist getruckt worden<sup>[4]</sup>: wan unterdeßen selbiges mspt Ihnen nicht misfallen, so kan ich mir noch ein mehrers von dem getruckten versprechen. Untersuchen Sie es unterdeßen und geben mir Ihren rath wegen der 2<sup>ten</sup> edition, was darin zu ändern und zu corrigieren, und was etwa vor experimenten von anderen *Authoribus* sind gemacht worden, wie auch von den *Academicis*, als zum ex[empel] von dem H. Prof. 〈G.W.〉 Kraft, welcher da solle über meine letstere *theoria de impetu aquarum* auch einige *experimenta* gemacht haben<sup>[5]</sup>. Ich erkenne Ew. HEdgb. erudition, fleiß und penetration und wan Sie sagen etwas mit fleiß untersucht zu haben (dan im eülen sind alle leüt fehlern unterworffen) so ist mir Ihr *judicium* ohne appel.



Für die mühe der überschickten 200 Roubl. bedancke ich mich; die 50  $\mathfrak{R}$  basler valuta hab ich Dero H. Vatter gleich übergeben: die quittung wird wohl nicht nöthig seyn zu schicken. Ich bitte Ew. HEdgb. mir mehrere gelegenheit zu geben Ihnen einigermaaßen meine freundschaft zu bezeügen, da ich die Ihrige so öfters mit nachdruck empfinde.

Ew. HEdgb. haben recht wegen den 2 solutionen von dem H. Stirling: sie enthalten nur 2 differente manieren sehr geschwind darzu zu appropinquieren: meine memori hatte mich betrogen: vielmehr ist zu glauben, daß er die wahre summ nicht gewust. Es scheint meines Vatters (Niklaus I) solution komme überein mit Ew. HEdgb. anderer solution. Was die erstere solution anbelangt, so hab ich gleich gesehen, daß sich dieselbe auff alle *potestates pares* erstreckt.

Mein Vatter hat mir Dero letsteren brieff gewiesen<sup>[6]</sup>. Ich habe daraus ersehen daß Ew. HEdgb. vieles über den *situm corporum humido insidentium* meditiert, wie auch *de motu oscillatorio corporum, quae vi aliena a situ suo naturali fuerunt paululum deturbata*. Diese materi ist mir nicht gantz new gewesen, weilen ich aber jetz nicht der zeit gehabt mir meine meditationen darüber zu rappellieren, so will ich mich in meinem nächsten darüber explicieren.

Es ist schon lang, daß ich nicht mehr *de problematis Diophantaeis* gedacht, ich erinnere mich daß ich die meiste *problemata* von deren Ew. HEdgb. meldung thun vor diesem consideriert habe und dazumahl die solution nicht habe finden können. Unterdeßen glaube ich daß die meisten *formulae*, darvon Sie meldung thun von einander dependieren. Von einem anderen wurde mich das fundament (das wan  $a^4 \pm b^4$  nicht in kleinen zahlen ein quadrat mache, es auch nicht in großen zahlen geschehen könne) suspect vorkommen, indeme nicht leicht kan gesagt werden was *in natura* kleine und große zahlen sejen: Von Ihnen aber bin ich versichert daß die demonstration *omnem rigorem geometricum* haben werde<sup>[7]</sup>.

Ich bitte Ew. HEdgb. mir die eigentliche adresse von dem H. Kammerherren (von Korff) zu geben: melden Sie mir auch, ob es nöthig seje wegen meiner empfangenen pension eine quittung zu schicken.

In meinem letsteren hab ich eines *problematis geometrici inveniendae curvae, quae inter omnes possibiles ejusdem longitudinis faciat  $\int R^m ds$  maximum aut minimum* [gedacht]. Ich hatte mir vorgenommen hierüber ein *schediasma* zu verfertigen. Da aber die *calculi* zu abstract und weitläuffig sind, mus ich es aus mangel der zeit auff ein ander mahl verschieben. Dieses mahl schicke ich ein ander *schediasma*, welches zwar eben nicht sonderliche profunde meditationen in sich haltet, welche aber von dem *publico* pflegen beßer aufgenommen zu werden und deßenthalben sich vielleicht beßer in die *Commentarios* schicken. Ich hab nicht mehr als ein paar tag daran wenden können: Solte es Ihnen gar zu trivial vorkommen, so kan es supprimiert werden. Sonsten aber will ich damit continuiren<sup>[8]</sup>.

Dem H. Schuemaker und dem H. Amman bitte meine gratulations-compliment wegen der heürath abzustatten<sup>[9]</sup>. Ich grüße auch von hertzen Ew. HEdgb. und des H. Vatters (Gsell) gantze familien: wird der H. Schwager Israel (Gsell) bald herkommen.

Ich empfehle mich in Ihre beständige freundschaft und bleibe mit aller hochachtung

Ew. HEdgb.

M[eines] H[och]G[e]E[hrten] H. *Professoris*

Gehorsamer D[iener]

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 9. August 1738

⟩...⟨

Kurz nachdem ich Ihre werten Schreiben erhalten hatte, bin ich aufs Land verreist. Vor meiner Abreise habe ich meinen Bruder ⟨Johann II⟩ beauftragt, dem Brief meines Vaters eine Abschrift der analytischen Lösung über die Summation der Reihe  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  meines Vetters ⟨Niklaus I⟩ beizufügen und beides zu frankieren, damit dergleichen Kleinigkeiten inskünftig nicht mehr als Vorwände dienen können<sup>[1]</sup>.

Bitte melden Sie mir, wie die Widmung meiner *Hydrodynamik* aufgenommen wurde. Bei deren Abfassung dachte ich mehr an die Mitglieder der Akademie als an mich selbst. Ich bedaure, dass die *Gelehrte Zeitung* Anlass zu einigen ungünstigen Auslegungen geben konnte<sup>[2]</sup>; ich könnte Ihnen Auszüge von anderen Rezensionen schicken, worin von der Widmung berichtet wird – und zwar mit Beifall<sup>[3]</sup>. Mit dieser Widmung nahm ich ja nicht in Anspruch, Seine Durchlaucht ⟨E.J. Biron⟩ zu ehren, sondern mich und mein Werk, und deshalb hielt ich die Erlaubnis zu dieser Widmung für eine besondere Gnade. Es wäre mir lieb gewesen, wenn ich das herzogliche Porträt und das Wappen nur zwei Monate früher hätte erhalten können, so hätte ich es noch bei dieser ersten Ausgabe verwenden können. Dieses mein Werk müsste sehr günstig aufgenommen worden sein, wenn ich den Briefen, die ich von überallher empfangen habe, den geringsten Glauben schenken sollte. Da aber in der heutigen Zeit die Schmeichelei als Höflichkeit gilt, so weiss ich nicht, wie weit ich mich über diese Anerkennungen freuen soll; Ihr Zeugnis gilt mir mehr als alle anderen zusammen, da ich sowohl Ihre Freundschaft als auch Ihren Scharfsinn erkenne.

Das Manuskript, das ich in Petersburg gelassen habe, ist unvollständig und nicht ohne Fehler, und deshalb wäre es mir lieb, wenn es unterdrückt würde, weil jetzt das Werk selbst gedruckt worden ist<sup>[4]</sup>. Hat Ihnen indes jenes Manuskript nicht missfallen, so kann ich mir noch mehr vom Gedruckten versprechen. Untersuchen Sie es inzwischen, und geben Sie mir Ihren Rat für die zweite Ausgabe, was darin zu ändern und zu korrigieren ist und was für Experimente etwa von anderen Autoren gemacht worden sind wie auch von den Akademiemitgliedern, wie zum Beispiel von Herrn Prof. ⟨G.W.⟩ Krafft, der über meine letzte Theorie vom Rückstoss des Wassers auch einige Experimente angestellt haben soll<sup>[5]</sup>. Ich kenne Ihre

Gelehrsamkeit, Ihren Fleiss und Ihre Einsicht, und wenn Sie sagen, etwas gründlich untersucht zu haben (denn in der Eile sind alle Leute Fehlern unterworfen), so ist für mich Ihr Urteil unwiderruflich.

Für die Mühe der überwiesenen 200 Rubel bedanke ich mich, und die 50 Pfund Basler Valuta habe ich Ihrem Vater sogleich übergeben; es wird wohl nicht nötig sein, die Quittung zu schicken. Ich bitte Sie, mir vermehrt Gelegenheit zu bieten, Ihnen einigermassen meine Freundschaft zu bezeugen, da ich die Ihrige so oft mit Nachdruck empfinde.

Hinsichtlich der beiden Lösungen von Herrn Stirling haben Sie recht: Sie enthalten nur zwei verschiedene Arten, die Summe sehr schnell anzunähern; mein Gedächtnis hatte mich im Stich gelassen. Vielmehr ist zu glauben, dass er die wahre Summe nicht kannte. Es hat den Anschein, die Lösung meines Veters (Niklaus I) stimme mit Ihrer zweiten Lösung überein. Was die erste Lösung anbelangt, so habe ich gleich gesehen, dass sie sich auf alle Potenzen mit geradzahligem Exponenten erstreckt.

Mein Vater hat mir Ihren letzten Brief gezeigt<sup>[6]</sup>. Ich habe daraus ersehen, dass Sie viel über die Lage von auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körpern nachgedacht haben und auch über die Schwingungsbewegung von Körpern, die durch eine fremde Kraft um ganz wenig aus ihrer natürlichen Lage gebracht worden sind. Diese Materie war mir nicht ganz neu; da ich aber jetzt keine Zeit hatte, mir meine diesbezüglichen Gedanken in Erinnerung zu rufen, will ich mich in meinem nächsten Brief dazu äussern.

Schon seit langer Zeit habe ich nicht mehr an Diophantische Probleme gedacht. Ich erinnere mich, dass ich die meisten Probleme, von denen Sie berichten, schon früher betrachtet habe und dazumal die Lösung nicht finden konnte. Indes glaube ich, dass die meisten von Ihnen erwähnten Formeln voneinander abhängen. Von einem andern käme mir das Fundament (dass, wenn  $a^4 \pm b^4$  nicht in kleinen Zahlen ein Quadrat macht, das auch nicht in grossen Zahlen der Fall sein könne) verdächtig vor, indem nicht leicht gesagt werden kann, was von Natur aus kleine und grosse Zahlen seien. Bei Ihnen jedoch bin ich sicher, dass der Beweis von völliger mathematischer Strenge sein wird<sup>[7]</sup>.

Ich bitte Sie, mir die direkte Adresse des Kammerherrn (von Korff) zu geben. Berichten Sie mir auch, ob es nötig ist, für meine empfangene Pension eine Quittung zu schicken.

In meinem letzten Schreiben erwähnte ich ein geometrisches Problem, nämlich eine Kurve zu finden, die unter allen möglichen von derselben Länge das  $\int R^m ds$  zu einem Maximum oder Minimum macht. Ich hatte mir vorgenommen, darüber eine Notiz zu schreiben; da jedoch die Rechnungen zu abstrakt und weitläufig sind, muss ich das aus Zeitmangel auf ein andermal verschieben. Diesmal schicke ich eine andere Notiz, die zwar nicht gerade besonders tiefgehende Überlegungen enthält, welche jedoch vom Publikum besser aufgenommen zu werden pflegen und deshalb vielleicht besser in die *Commentarii* passen. Ich konnte nicht mehr als ein paar Tage darauf verwenden. Sollte sie Ihnen allzu trivial vorkommen, so könnte sie unterdrückt werden, sonst aber will ich damit fortfahren<sup>[8]</sup>.

Statten Sie bitte den Herren Schumacher und Ammann meine Gratulation betreffs der Heirat ab<sup>[9]</sup>. Herzlich grüsse ich auch Ihre ganze Familie und diejenige des Vaters ⟨Gsell⟩. Wird Ihr Schwager Israel ⟨Gsell⟩ bald hierher kommen?

Ich empfehle mich Ihrer beständigen Freundschaft und verbleibe mit aller Hochachtung

⟩ ... ⟨

Daniel Bernoulli

- R 121 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 31 und den nicht erhalten gebliebenen Brief vom Juni 1738  
 Basel, 9. August 1738  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 34–35v  
 Publ.: Fuss 2, p. 449–452

- [1] Cf. Brief Nr. 30, Anm. 7 und 9, sowie Nr. 31, Anm. 12. – Eine Abschrift der Abhandlung von N. I Bernoulli über die Summe der reziproken Quadratzahlen erhielt Euler als Beilage zum Brief von J. I Bernoulli vom 12. Juli 1738 (R 207: O. IV A, 2, p. 216–230, insb. p. 222, 230).
- [2] Die Rezension der *Hydrodynamica* in den *Neuen Zeitungen von gelehrten Sachen* (cf. unten Anm. 3) erwähnt «die Hindernisse, welche dieses vortreffliche Werck den Gelehrten 8 Jahr lang entzogen» in einer Weise, die dem Missverständnis Vorschub leisten kann, die Verantwortung für die verspätete Publikation liege bei der – im folgenden Satz genannten – Petersburger Akademie.
- [3] Die Herausgeber haben fünf verschiedene zeitgenössische Rezensionen der *Hydrodynamik* untersucht: *Neue Zeitungen von gelehrten Sachen*, 8. Mai 1738, p. 331–333; *Franckfurtische Gelehrte Zeitungen*, 16. Mai 1738, p. 222–223; *Journal Helvétique*, Mai 1738, p. 452–453; *Nova Acta eruditorum*, Mai 1739, p. 265–272; *Deutsche Acta eruditorum*, 1739, Nr. 231, p. 153–182. Von diesen Rezensionen erwähnt nur eine die Widmung an den Herzog von Kurland (als «la belle Epitre»), und zwar diejenige im *Journal Helvétique*.
- [4] Entgegen D. Bernoullis Verlangen wurde der Petersburger Manuskriptentwurf der *Hydrodynamik* (cf. Brief Nr. 31, Anm. 3) nicht vernichtet. Gemäss den Registern der Petersburger Akademiekonferenz retournierte Euler am 1. September (21. August) 1739 dieses «seit einiger Zeit bei ihm gelegene» Manuskript an das Archiv (*Protokoly* 1, p. 564). Die Edition des Petersburger Entwurfs ist für Bd. 4 der *Werke* von Daniel Bernoulli vorgesehen.
- [5] Cf. G. W. Kraffts Abhandlung über den Druck von Wasserstrahlen (1741), worin er Resultate von D. Bernoullis Theorie des Wasserdrucks (1741, DB. 26b) experimentell untersuchte, die Euler im Dezember 1735 der Petersburger Akademie vorgelegt hatte.
- [6] Gemeint ist Eulers Brief an J. I Bernoulli vom 7. Mai (26. April) 1738 (O. IV A, 2, p. 208–216).
- [7] Cf. Brief Nr. 31, Text nach Anm. 14.
- [8] Es handelt sich um D. Bernoullis Abhandlung über die Anwendung des Prinzips der lebendigen Kräfte auf die Bewegung der Himmelskörper (1747, DB. 29).
- [9] J. D. Schumachers Tochter Anna Elisabetha heiratete 1739 den Professor der Botanik und Naturgeschichte Johann Ammann.

34

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 20. (9.) September 1738

St. Petersburg den 13. Sept. 1738<sup>[1]</sup>

Von d[em] H<sup>rn</sup> Prof. Euler an d[en] H<sup>r</sup> Prof. Dan. Bernoulli

Ew. HochEdelgebohrnen Dissertation *de Principio virium vivarum* hat mir über die massen gefallen<sup>[2]</sup>, sowohl wegen des Einfalls an und für sich selbst das *Principium Conservationis Virium Vivarum* auf diese Materie zu appliciren, als insonderheit wegen des Nutzens und ungemeinen Vorthails den man dadurch erhält in Erkäntnuß der Bewegung des Monds, welche sonst nicht anders als nur ungefehr aus den intricatesten Aequationen hergeleitet werden muß. Ew. HEDlgeb. wollen es demnach beÿ diesem Anfang nicht bewenden laßen, sondern uns inskünfftige Dero fernere Gedancken über diese Materie communiciren.

Dero Herrn Vettters (Niklaus I) Demonstration der *summa* von  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  ist sehr ingenieus und von meiner anderen Solution gäntzlich unterschieden; dann Dero H<sup>r</sup> Vetter findet aus der *Serie* selbst die Summ, ich aber bin aus Betrachtung dieser Formel

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}} \int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}}$$

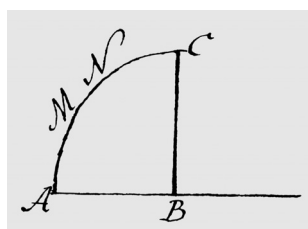
auf die *Seriem* gekommen<sup>[3]</sup>. In meinem letzten an Ew. HochEdelgebohrnen H<sup>n</sup> Vater geschickten Schreiben<sup>[4]</sup> habe die gantze Operation Dero H<sup>rn</sup>. Vettters kürtzer zusammen gezogen, und dadurch einige *Dubia* evitirt, welche Dero H. Vater darüber gemacht hatte.

Vor einiger Zeit habe aus Engeland von d[em] H. Stirling Briefe erhalten, worinnen er die von mir gefundene Sumation dergleichen *Serierum* sehr erhebt, und mir zugleich die Stelle eines F[ellow of the] R[oyal] S[ociety] offeriret<sup>[5]</sup>. Es meldet derselbe unter andern, daß H. Maclaurin ein Werck *De Calculo Fluxionum* unter der Preße habe; welches unvergleichlich seÿn soll<sup>[6]</sup>.

In meinem letzten Schreiben an Dero H. Vater habe auch meine Solution des von Ew. HochEdelgeb. proponirten *Problematis* von  $\int R^m ds$  beÿgefügt, welche Dieselben ohne Zweifel schon werden gesehen haben<sup>[7]</sup>; so daß ich anitzo für unnöhtig erachte mehr davon zu schreiben, außer einigen Reflexionen, welche ich beÿ dieser Gelegenheit über alle dergleichen *Problemata* gemacht habe, dann ich habe gefunden, daß zweÿ gegebene *Puncta* dadurch die gesuchte *Curva* gehen soll, das *Problema* noch nicht determiniren indem die Solution unendlich viel solche *Curvas* in sich enthält, sondern daß 4 *Puncta* angenommen werden müßen, so daß das *Problema*, wann dasselbe determiniret seÿn soll, also proponirt werden muß: *Inter omnes curvas per data quatuor puncta descriptibiles determinare eam in qua  $\int R^m ds$  sit maximum minimumve.* Die Ursach hievon ist weil man in der Solution *immediate* auf eine *Aequationem differentialem quarti ordinis* komt und durch die vierfache Integration vier *Constantes indeterminatae* introducirt werden. Wann

aber die *Problemata* so beschaffen sind, daß man *immediate* nur auf eine *Aequationem differentialem secundi gradus* komt, dergleichen fast alle *Problemata* sind, so von dieser Art bisher tractirt worden, so sind zwey *Puncta* genug das *Problema* zu determiniren; und auf diese schickt sich nur die Condition: *Inter omnes curvas iisdem terminis contentas, seu per duo data Puncta transeuntes*. Dann es giebt auch solche *Problemata* bey welchen man *immediate* auf eine algebraische Aequation kommt, und da folglich die gefundene *Curva* schon völlig determiniret ist, so daß man dieselbe nicht einmahl durch ein gegebenes *Punctum* kann machen durchgehen, ein solches *Problema* ist *inter omnes curvas (existente abscissa  $x$  et applicata  $= y$ ) determinare eam in qua sit  $\int (ay - xx)y dx$  maximum minimumve*. Also gibt es auch *Problemata* von dieser Art, da 6 oder 8 oder 10 etc. Puncten erfordert werden die gefundene *Curvam* zu Determiniren; niemalen aber 1 oder 3 oder 5 oder 7 etc. weilen man bey keinem *Problemate immediate* auf eine *Aequationem differentialem vel 1 vel 3 vel 5 gradus* kommt. Diese *Reflexiones* hoffe ich werden nicht von geringem Nutzen seyn, die wahre Natur und Beschaffenheit dergleichen *Problematum* einzusehen<sup>[8]</sup>.

Hiebey kan ich nicht umhin zu gestehen, daß ich anjetzo die *Solutionem Problematis Isoperimetrici* so Dero H. Vater in *Comm[entariis] Par[isinis]* 1706 gegeben, für vollkommen richtig halte, und daß diejenigen *Problemata*, welche Dero Seel[iger] H. Oncle (Jakob I) dadurch falsch solvirt zu seyn vermeinete, so beschaffen sind, daß sie weder durch die eine noch die andere Art solvirt werden können<sup>[9]</sup>; wovon die Ursach mit kurtzen Worten diese ist, daß wann zum Exempel



die *Curva AC* gesucht wird, in welcher  $\int s dx$  ein *minimum* seyn soll, deswegen nicht in einem jeglichen Theil derselben *MN*  $\int s dx$  ein *minimum* seyn müsse, weilen die Quantitaet  $\int s dx$  für den Theil *MN* nicht nur von diesem Theil, sondern zugleich von *AM* mit dependirt, dergleichen *Problemata* nun wann in der *Formula Integrali* die ein *Maximum* oder *Minimum* seyn solle, der *Arcus* selbst oder eine andere Integral quantitaet begriffen ist, erfordern eine sonderbahre Solution, welche ich vor etlichen Jahren schon alhier außgeführt habe<sup>[10]</sup>.

Ew. HochEdelgeb. *Dubium* wegen meiner Demonstration daß  $a^4 \pm b^4$  kein Quadrat seyn könne, rühret vielleicht daher daß ich vergessen habe zu berichten daß ich nur von *numeris integris affirmativis* rede, bey welchen ohne Zweifel der Unterschied zwischen groß und klein Platz findet, dann laßt uns setzen daß  $a^4 + b^4$  ein quadrat sey; und daß *a* und *b* *numeri integri inter se primi* seyn, dann dahin können alle *Casus* reducirt werden, so muß nothwendig seyn  $a^2 = m^2 - n^2$  und  $b^2 = 2mn$ ; wo *m* und *n* wiederum *numeri inter se primi, alter par alter impar* seyn

werden. Da aber  $m^2 - n^2$  auch ein Quadrat seyn muß, so wird seyn  $m = pp + qq$  und  $n = 2pq$  allwo  $p$  und  $q$  gleichfalls *numeri primi inter se integri* seyn werden. Da aber  $2mn = b^2$  auch ein Quadrat seyn muß, so wird  $pq(pp + qq)$  ein Quadrat, und da die *Factores*  $p, q$  und  $pp + qq$  *inter se primi* sind so muß ein jeglicher Factor ein Quadrat seyn. Es sey also  $p = x^2$  und  $q = y^2$ , so wird  $x^4 + y^4$  ein *Quadratum* seyn: derohalben wann  $a^4 + b^4$  ein *quadratum* wäre, so würde auch  $x^4 + y^4$  ein solches seyn, es ist aber klar, daß  $x$  und  $y$  weit kleinere Zahlen sind als  $a$  und  $b$ . Woraus Ew. HochEdelgeb. die *Vim demonstrationis* leicht einsehen werden<sup>[11]</sup>.

Ich verbleibe

Ew. Hochedelgeb.

gehorsamster Diener

L. Euler

### Übersetzung

St. Petersburg, den 13. September 1738<sup>[1]</sup>

⟩...⟨

Ihre Abhandlung über das Prinzip der lebendigen Kräfte hat mir ausserordentlich gut gefallen<sup>[2]</sup>, sowohl wegen der Idee an und für sich, das Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte auf diesen Gegenstand anzuwenden, als besonders wegen des Nutzens und ungemeinen Vorteils, den man dadurch für die Erkenntnis der Mondbewegung erhält, die sonst nur ungefähr aus den verwickeltsten Gleichungen hergeleitet werden muss. Lassen Sie es demgemäss bei diesem Anfang nicht bewenden, sondern teilen Sie uns bitte künftig Ihre weiteren Gedanken über diesen Gegenstand mit.

Der Beweis Ihres Veters ⟨Niklaus I⟩ über die Summe von  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  ist sehr ingeniös und von meiner zweiten Lösung völlig verschieden, denn Ihr Vetter findet die Summe aus der Reihe selbst, ich jedoch kam durch die Betrachtung der Formel

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}} \cdot \int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}}$$

auf die Reihe<sup>[3]</sup>. In meinem letzten Schreiben an Ihren Vater<sup>[4]</sup> habe ich das ganze Verfahren Ihres Veters kürzer zusammengezogen und dadurch einige Zweifel behoben, die Ihr Vater darüber vorgebracht hatte.

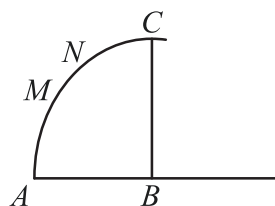
Vor einiger Zeit habe ich von Herrn Stirling aus England Briefe erhalten, in welchen er die von mir gefundene Summation solcher Reihen sehr lobt und mir gleichzeitig die Stellung eines Fellow der Royal Society anbietet<sup>[5]</sup>. Derselbe meldet unter anderem, Herr Maclaurin habe ein Werk über die Fluxionsrechnung im Druck, das unvergleichlich sein soll<sup>[6]</sup>.

In meinem letzten Schreiben an Ihren Vater fügte ich auch meine Lösung des von Ihnen vorgeschlagenen Problems zu  $\int R^m ds$  bei, die Sie zweifellos schon gesehen haben werden<sup>[7]</sup>, so dass ich es jetzt für unnötig erachte, mehr davon zu



schreiben, ausser einigen Überlegungen, die ich bei dieser Gelegenheit über alle derartigen Probleme angestellt habe. Ich fand nämlich, dass zwei gegebene Punkte, durch welche die gesuchte Kurve gehen soll, das Problem noch nicht determinieren, da die Lösung unendlich viele solcher Kurven in sich enthält, sondern dass vier Punkte angenommen werden müssen, so dass das Problem, wenn es determiniert sein soll, folgendermassen gestellt werden muss: Unter allen Kurven, die durch vier gegebene Punkte beschrieben werden können, diejenige zu bestimmen, für die  $\int R^m ds$  ein Maximum oder ein Minimum ist. Die Ursache liegt darin, dass man in der Lösung unmittelbar auf eine Differentialgleichung vierter Ordnung stösst und dass durch die vierfache Integration vier willkürliche Konstanten eingeführt werden. Sind jedoch die Probleme so beschaffen, dass man unmittelbar nur auf eine Differentialgleichung zweiter Ordnung kommt – von welcher Art fast alle bisher behandelten Probleme sind –, so genügen zwei Punkte, das Problem zu determinieren, und auf diese passt nur die Bedingung: «unter allen Kurven, die zwischen denselben Endpunkten liegen oder durch zwei gegebene Punkte gehen». Dann gibt es auch derartige Probleme, bei denen man unmittelbar zu einer algebraischen Gleichung kommt, wobei die gefundene Kurve schon völlig determiniert ist, so dass man diese nicht einmal durch einen gegebenen Punkt gehen lassen kann. Ein solches Problem ist: unter allen Kurven (die Abszisse sei  $x$  und die Ordinate  $y$ ) diejenige zu bestimmen, für die  $\int (ay - xx)y dx$  ein Maximum oder ein Minimum ist. Also gibt es auch Probleme von dieser Art, wo 6, 8 oder 10 etc. Punkte erfordert werden, um die gefundene Kurve zu determinieren, niemals jedoch 1, 3, 5 oder 7 etc., weil man bei keinem Problem unmittelbar auf eine Differentialgleichung erster, dritter oder fünfter Ordnung kommt. Ich hoffe, diese Überlegungen werden von nicht geringem Nutzen sein für die Einsicht in die wahre Natur und Beschaffenheit solcher Probleme<sup>[8]</sup>.

Hier kann ich nicht umhin zu gestehen, dass ich jetzt die Lösung des isoperimetrischen Problems, die Ihr Vater in den *Pariser Mémoires* 1706 gegeben hat, für vollkommen richtig halte und dass diejenigen Probleme, von denen Ihr seliger Onkel (Jakob I) meinte, sie seien dort falsch gelöst, so beschaffen sind, dass sie weder auf die eine noch die andere Art gelöst werden können<sup>[9]</sup>. Die Ursache davon ist mit kurzen Worten: Wenn zum Beispiel die Kurve  $AC$  gesucht wird,



in welcher  $\int s dx$  ein Minimum sein soll, so muss nicht in jedem Teil  $MN$  derselben  $\int s dx$  ein Minimum sein, weil die Grösse  $\int s dx$  für den Teil  $MN$  nicht nur von diesem Teil, sondern zugleich von  $AM$  mit abhängig ist. Dergleichen Probleme – wenn in der Integralformel, die ein Maximum oder ein Minimum sein soll, die

Bogenlänge selbst oder eine andere Integralgrösse auftritt – erfordern nun eine besondere Lösung, die ich schon vor einigen Jahren hier dargestellt habe<sup>[10]</sup>.

Ihr Zweifel hinsichtlich meines Beweises, dass  $a^4 \pm b^4$  kein Quadrat sein könne, kommt vielleicht daher, weil ich zu sagen vergessen habe, dass ich nur von ganzen positiven Zahlen rede, bei welchen zweifellos die Unterscheidung zwischen gross und klein berechtigt ist. Denn setzen wir,  $a^4 + b^4$  sei ein Quadrat und die ganzen Zahlen  $a$  und  $b$  seien teilerfremd – denn darauf können alle Fälle zurückgeführt werden –, dann gilt notwendig  $a^2 = m^2 - n^2$  und  $b^2 = 2mn$ , wo  $m$  und  $n$  wiederum teilerfremde Zahlen sein werden, die eine gerade und die andere ungerade. Da aber  $m^2 - n^2$  auch ein Quadrat sein muss, so gilt  $m = pp + qq$  und  $n = 2pq$ , wo  $p$  und  $q$  ebenfalls teilerfremde ganze Zahlen sein werden. Da jedoch  $2mn = b^2$  auch ein Quadrat sein muss, so wird  $pq(pp + qq)$  ein Quadrat, und da die Faktoren  $p$ ,  $q$  und  $pp + qq$  teilerfremd sind, so muss jeder Faktor ein Quadrat sein. Sei also  $p = x^2$  und  $q = y^2$ , so wird  $x^4 + y^4$  ein Quadrat sein. Wäre deshalb  $a^4 + b^4$  ein Quadrat, so wäre auch  $x^4 + y^4$  ein solches; es ist jedoch klar, dass  $x$  und  $y$  weit kleinere Zahlen sind als  $a$  und  $b$ , woraus Sie die Beweiskraft leicht einsehen werden<sup>[11]</sup>.

Ich verbleibe

>...<

L. Euler

- R 122 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 33  
 Petersburg, 20. (9.) September 1738<sup>[12]</sup>  
 2 exzerpierte Kopien, 4 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 27, Bl. 86–89v  
 Am 20. (9.) September zur Post gebracht (cf. *Protokoly* 1, p. 498)

- [1] Wie ein Eintrag in die Register der Akademie belegt, ist diese Datumsangabe irrig: der – heute verlorene – Originalbrief wurde am 20. (9.) September versiegelt und zur Post gebracht, nachdem die – erhaltene und hier wiedergegebene – Kopie eines Auszugs für das Archiv der Akademie angefertigt worden war. Der Registereintrag erwähnt explizit, dass der Kopist sich «in dato verschrieben und anstatt d. 9 hujus d. 13 gesetzt» hat (*Protokoly* 1, p. 498).
- [2] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Anwendung des Prinzips der lebendigen Kräfte auf die Bewegung der Himmelskörper (1747, DB. 29). D. Bernoulli hatte die Abhandlung mit seinem Brief vom 9. August 1738 an Korff gesandt (cf. Brief Nr. 33, Anm. 8, sowie Anhang VII.3, Nr. 12, p. 962 h.v.). Der Entwurf dieser Abhandlung befindet sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 13). Er enthält einige durchgestrichene Teile, die im Druck wesentlich abgeändert wurden.
- [3] Zu N. I Bernoullis Abhandlung über die Summe der reziproken Quadratzahlen (1747) cf. die Briefe Nr. 30, Anm. 7 und 9 sowie Nr. 33, Anm. 1; zu Eulers «zweiter Lösung» cf. Nr. 31, Anm. 10.
- [4] Cf. Eulers Brief an J. I Bernoulli vom 10. August (30. Juli) 1738 (O. IV A, 2, speziell p. 235 / 242–243).
- [5] Cf. den Brief von Stirling an Euler vom 27. (16.) April 1738 (Krasotkina 1957, p. 131–133), der den Vorschlag an Euler enthält, dieser möge sich zum Fellow der Royal Society wählen lassen. Tatsächlich wurde diese Wahl jedoch erst am 22. Januar 1747 vollzogen.
- [6] Cf. den Traktat über Fluxionen von Maclaurin (1742).
- [7] Cf. Eulers Brief an J. I Bernoulli vom 10. August (30. Juli) 1738 (O. IV A, 2, p. 235–236 / 243–244).

- [8] Cf. Eulers Abhandlung E. 99 sowie Einleitung III. 2. 2. 8, p. 33 h.v.
- [9] Cf. J. I Bernoullis Abhandlung über die Isoperimetren (JB. 75) und H.H. Goldstines Einleitung zur Edition der *Streitschriften von Jacob und Johann Bernoulli* (1991).
- [10] Wahrscheinlich meint Euler hier seine Abhandlung über die kürzeste Verbindungslinie zweier Punkte in einer beliebigen Fläche (E. 9).
- [11] Cf. Brief Nr. 31, Anm. 14.
- [12] Die im erhaltenen Manuskript angegebene Datierung auf den 24. (13.) September ist unrichtig (cf. oben Anm. 1).

## 35

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 8. November 1738

Basel den 8. 9br. 1738

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester und werthester Herr Professor

Dero H. Vatter wird Ihnen vielleicht gemeldet haben, wie starck mir Dero betrübter zufahl zu hertzen gegangen: Gott wolle Sie vor fernem unglück behüten: wir hätten gar gern eine genawere beschreibung Ihrer krankheit gehabt: ob der *bulbus oculi* gantz verderbt und die *humores* ausgerunnen, oder ob dem äußerlichen ansehen nach, der *bulbus* noch unversehrt seje<sup>[1]</sup>.

Es ist mir lieb, daß Ew. HEdgb. meine letste überschickte piece *de principio conservationis virium vivarum magis extenso et ad rem astronomicam applicato* so wohl gefallen habe<sup>[2]</sup>. Ich werde mit der zeit meine fernere gedanken darüber auch zu papier bringen und Ihnen alsdan communicieren. Das meditieren ist mir eine lust, aber ich kom gar ungern hinter das aufschreiben und finde auch nicht alzeit genug zeit darzu: ich hab gar vieles noch im kropff, worvon ich nicht das geringste angemerkt habe.

Auff Ew. HEdgb. auffmunterung hin hab ich die materie *de aequilibrio corporum humido insidentium* auff ein newes ruminirt (dan wie ich schon gemeldet, mir diese materi nicht new war) und wie ich glaube völlig approfundiert. Ich überschicke hierbey eine zwar zimlich weitläuffige dissertation, welche aber doch nur den ersten theil in sich haltet<sup>[3]</sup>. So viel ich mich erinnere aus Ihrem an mein Vatter abgelafenes schreiben, so kommen wir völlig überein<sup>[4]</sup>: ob wir auch werden übereinkommen *circa oscillationes*, werde ich erst sehen, wan ich die *calculos* darüber alle in richtigkeit gebracht haben werde: wan wir völlig übereinstimmen, so meritiert die sach wohl, daß Ew. HEdgb. in Dero pieces solches relevieren: dan die materi ist nicht nach vieler leuten *captum* und erfordert so wohl eine große attention als eine völlige connoissance der *principiorum mechanicorum*. Diejenige *principia*, die wir gebraucht haben, umb den *motum corporum a collisione excentrica* zu determinieren, und darin wir auff eine gantz wunderbahre weiß vermittelt so differenten methoden völlig übereingekommen sind, dienen auch den *motum oscillatorium corporum fluidis immersorum* zu determinieren: und glaube ich al-

so, daß wir auch in dieser materi werden übereinstimmen ausgenommen einiger kleinen neben umständen, darauff Sie vielleicht nicht reflectiert haben. Daß mein Vatter sagt, wir kommen nicht überein komt vermuthlich daher, daß er Dero *formulas* nicht recht verstanden<sup>[5]</sup>: Ich sihe schon ein, daß wir in der hauptsach völlig accordieren.

Beýliegenden brieff von meinem Vatter an Ew. HEdgb. hat er mir schon vor etlichen wochen übergeben<sup>[6]</sup>; weil ich aber nichts sonderlich pressantes darin gefunden, hab ich ihn wegzuschicken bis jetzt aufgeschoben: wan mir der Vatter seine hydrodynamische meditationen übergeben hätte, darvon er meldung thut, würde ich solche gar gern franquiirt und weggeschickt haben<sup>[7]</sup>. Ew. HEdgb. bel[ieben] ihme nur zu melden, daß er mir solches übergebe: da ich seit geraumer zeit ihme alle brieff porto refundiert (so gar auch das überschickte *diploma*) so will ich solches gar gern continuieren: lieber wird es mir aber seyn, wan mir die brieff an ihne eingeschloßen werden und zwar ohne couverturen. Ich habe mich alzeit darzu offeriert und auch versprochen mit vielen anderen gelehrten correspondenz zu führen und etwan der Academie zu nutz zu machen, welches ich auch mit dieser absicht thue, und vergnügt bin, daß mir meine pension so richtig bezahlt wird, auch mich bestrebe solche zu meritieren und zwar mit hindansetzung aller meiner übrigen geschäften und interessen. Die mathematische *labores* fallen zwar nicht ins gesicht: Ew. HEdgb. wißen aber was öftters eine kleine piece für mühe zu meditieren und componieren kostet.

Beý dieser occasion berichte Ew. HEdgb. daß ich bej meiner vor einem jahr nather Genf gethanen lustreýß den H. Prof. Cramer, so unter den *mathematicis* nicht viel seines gleichen hat, gebethen auff dem Genffer See experimenten zu machen *de vi, quam remiges exercent cum pondere comparando*; diese materie ist gewiß sehr interessant und hat seithero dieser H. Prof. Cramer gar viel schöne experimenten gemacht<sup>[8]</sup> und noch ferners zu machen sich vorgenommen, von welchem allem zu seiner zeit der Academie raport abstaten werde: weilen aber diese experimenten zimlich müßen gekostet haben, und er keine erstattung der kösten von mir hat annemmen wollen, so wäre die frag ob ich ihme nicht im nammen der Acad<sup>e</sup> etwan ein kostbahres buch zum praesent machen solle.

Man hat mir kurtzlich aus Engelland geschrieben, daß der H. Muschenbroek von Utrecht eine neue decouverte gethan, womit er sehr prange: nemlich er habe durch viele experimenten observiert, daß die *attractio magnetis* seje *in reciproca ratione biquadrata distantiarum*<sup>[9]</sup>. Bejgesetz[t]e figur zeigt wie er die experimenten gemacht hat.

Mir aber komt dieses *theorema* sehr suspect vor. Dan ich sehe nicht warumb *praecise* die *extremitates* *a*, *a* an dem magnet und die *superficies* *b b* an dem ej-sen solten in der natur die *termini* seyn, *a quibus distantiae* sind *considerandae*. Ew. HEdgb. sehen aus dieser einzigen reflexion, daß die vermeinte observation für zimlich apocryphisch zu halten. Ich sehe auch nicht wie man mit einer genugsamen accuratesse habe die experimenten machen können: dan man setze erstlich die distanz zwischen *a a* und *b b* von einer linien: so wird vielleicht die *virtus magnetica* kaum 20 gran gewest seyn; wan darnach die distanz von 3 linien genommen wurde:



so müste ja die *virtus magnetica* schon nur  $\frac{20}{81}$  gran machen; welches ja eine so schwär beladene wag nimmer demonstrieren kan. Wer wird so kleine *distantiolas* und *ponduscula* alhier mit genugsamer accuratesse meßen können: da unterdeßen die *physica experimentalis* heütigs tags am meisten aestimiert wird und in Petersburg ein magnetstein von unerhörter kraft vorhanden, so könnte die Acad<sup>e</sup> den H. Prof. (G.W.) Kraft (an deme ich alzeit ein sonderbahres genie und dexteritet gesehen) bitten diese experimenten zu machen, oder eine andere art zu erdencken, dan die *inertia* ist bej dieser waag zu groß<sup>[10]</sup>.

Ich hatte naher Holland geschrieben wegen einem neuen tractat, so H. Machin soll verfertigt haben, aber zur antwort erhalten, man wüße nichts darvon, welches dem H. Delisle nebst meinem compliment zu melden bitte<sup>[11]</sup>.

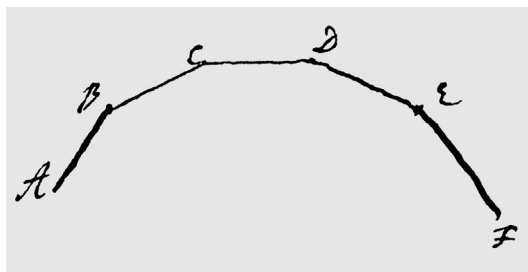
In Franckreich ist wieder ein prodige von einem jungen *mathematico* entstanden, nemlich ein Herr le Monnier, welchen man nicht genug rühmen kan: Er ist auch mit den *Astronomis Academicis Parisinis* in Lapland gewest<sup>[12]</sup>; à propos! haben Sie des H. Maupertuis buch in Petersb[urg] nicht empfangen, und wan Sie es empfangen, sagen Sie mir doch wie solches dort auffgenommen worden<sup>[13]</sup>: Er hat unter vielen exemplaren auch eines für Ew. HEdgb. geschickt. Es ist gewiß ein gelehrtes werck. Man wird ja hoffentl[ich] in Petersb[urg] kein bedencken tragen ihne als ein *Academicum* zu adoptieren: Ich bitte Sie solches zu treiben, daß es bald geschehe: da er von allen übrigen Academien in Europa ist, so weiß ich daß er sich ein sonderbahre ehr daraus machen wurde auch von der unsrigen zu sejn, als vor welche er gar viele hochachtung hat<sup>[14]</sup>. Ich gratuliere Ihnen zur ehr ein F[ellow of the] R[oyal] S[ociety] nunmehr auch zu sejn<sup>[15]</sup>. Diese ehr ist bej Ihnen umb so viel größer, weil man es Ihnen *ultro* offeriert hat, da man sonst es ordentlich begehren muß, welche absurde gewohnheit machet, daß ich niemahl darnach getrachtet, obschon ich selbige Academie gar sehr distinguire und viele *membra* darvon im höchsten estimiere.

Der H. Clairaut von Paris hat mir eine solution geschickt von dem *problemate de  $\int R^m ds$  maxima vel minima*; seine *methodus* komt mit meiner zimlich nach überein, und wurde auff meine *aequationem finalem* geführt haben, wan nicht einige *errores in calculo* wären von ihm begangen worden. Dieses mein *problema* ist sehr reel und bin von einigen *phaenomenis naturae* darauff geführt worden

und begreift in sich *aequationem generalissimam elasticae*, wan  $ds$  als *constans* betrachtet wird. Solte man aber  $d\xi$  für *constantem* annehmen, so ist die *elastica*, wie ich zeigen kan, so beschaffen daß

$$\int \frac{ds^3}{RR d\xi^2}$$

ein *maximum* oder *minimum* mache. Meine reflexionen will ich ein andermahl überschreiben. Es nimt mich also wunder, warumb mein Vatter in seinem bejliegenden brieff saget, «*id quod tandem ipse problematis propositor agnovit*»etc.<sup>[16]</sup> Im übrigen komt Ew. HEdgb. solution mit der meinigen nicht völlig überein; der ursprung unserer zwejstimmung scheint daher zu kommen, daß Sie nach der gemeinen methode nur werden 3 *elementa* betrachtet haben, da doch das  $\int R^m ds$  a *situ quinque elementorum* erst determiniert wird:



dan wan  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$  die 3 *elementa curvae* sind, so wird durch veränderung der *punctorum*  $C$  und  $D$  gemacht daß der *radius osculi* an vier orten verändert wird, nemlich in  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , und  $E$  und kan man die *radios osculi* in  $B$  und  $E$  nicht determinieren ohne zugleich den *situm elementorum*  $AB$  und  $EF$  zu considerieren.

Diese consideration hat gemacht daß der H. Clairaut das *problema* gleich solviert hat, so bald ich ihm das *problema* also proponiert habe *inter omnes curvas per data duo puncta transeuntes datamque longitudinem habentes invenire illam, quae faciat  $\int R^m ds$  maximam, si simul positione dentur tangentes extremae*, da ohne diese letstere wort er keinen rechten begriff sich hat faßen können, wie es mich aus seinen vorherigen brieffen gedunckt hat<sup>[17]</sup>.

Ew. HEdgb. reflexion von 4 *punctis per quae curva transire debeat* ist gar wohl fundiert; ich hab sie auch schon vor langer zeit gemacht, und meinem Vatter (der mir eben die objection gemacht die er weitläufig in Ihrem brieff exponiert) geantwortet, man müße noch 2 conditionen zu dem *problemate* thun umb es *determinatum* zu machen. In gegenwärtigem *problemate* gibt es *maxima maximorum maximorum*: thut man eine condition darzu, so gibt es *maxima maximorum*: thut man noch eine condition darzu, so gibt es eine einzige *curva pro maximo desiderato*. Diese conditionen aber müßen *cum judicio et discrimine* darzu gethan werden *ex natura et indole problematis*: und bej diesem *problemate* scheint die *indoles* zu erfordern, daß die *positio extremarum tangentium* müße gegeben sejn. Dan die conditionen müßen alzeit so beschaffen sejn, daß man sie *pro subjecta quaestione*

*specifica* vorhersehen könne. Wan man nun  $dx$  als *constans* annimt, so finde ich diese aequation

$$(m+1) R^m dy = A dy + B ds,$$

welche etwas von Ew. HEdgb. solution differiert. Nimt man also  $B = 0$ , so satisfaciert der circul *pro omni valore m*: diese aequation ist umb ein grad weiter integriert, als die Ihrige, kan aber in folgende verwandelt werden, welche der Ihrigen gar ähnlich ist, nemlich

$$(m+1) \int R^m dds = A ds + B dy + C dx.$$

Wan man an statt  $dx$  *constans* zu setzen,  $ds$  *constans* setzet, umb die *elasticam generalissime in casu m = -2* zu erlangen, so findet man

$$ds = (m+1) R^m dR : \sqrt{-\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 R^{2m} + n \left(\frac{m+1}{m}\right) R^m + g}.$$

Wan in einer *curva*  $\int s dx$  soll ein *minimum* machen, und solches *pro particula quavis* praestiert wird, so scheint diese methode nur *in nimia extensione* zu fehlen, so daß die wahre *curva* doch alzeit muß unter den gefundenen *curvis* begriffen seyn; dependiert also die wahre *curva* nur *a debita constantium determinatione*<sup>[18]</sup>.

Es ist mir sehr verdrieslich, daß meine *Hydrodynamic* noch nicht in Petersb[urg] angekommen und fürchte ich, I[hro] D[urchlaucht] der Hertzog ⟨E.J. Biron⟩ möchten solches übel ausdeüten<sup>[19]</sup>. Ich hatte einem hiesigen Kauffman ordre gegeben, die kisten franco und wohl emballiert biß naher Hamburg oder Lubec zu liefern: Ich hab nunmehr demselben wieder ordre gegeben deswegen zu schreiben, biß man erfahre wo die kiste seje liegen blieben, und solche von dorten zu land zu spedieren, wan es möglich seje. Dieses werck hat über mein verhoffen einen glücklichen succès gehabt. Wan Ew. HEdgb. solches werden empfangen haben, so bel[ieben] Sie es doch durchzugehen, insonderheit die 5 letstere *sectiones*, in welchen gewiß die *mechanicam* und deren wahren gründe entdeckt aber nur denen wenigen, die im stand sind solches zu begreifen.

Was unsere rechnung anbelangt, so hab ich Dero H. Vatter bedeitet, daß ich zu frieden seje, wan Sie zu frieden sind und ist also unsere rechnung ohne weiters saldiert. Ich sehe mit anderen leüten nicht auff kleinigkeiten: vielweniger aber mit Ew. HEdgb. als welchen ich wünschete, andere dienst von größerer wichtigkeit thun zu können. Ew. HEdgb. bel[ieben] dem H. Prof. Gross nebst meiner empfehlung zu melden, daß ich ihme vor 8 tagen geschrieben und verhoffe völlig zu seiner satisfaction gehandelt zu haben. Es wird Ihnen Dero H. Vatter gemeldet haben, daß sich ein Mahler namens Tschäpelin (der zu gleich ein gar kunstreicher Brodierer seyn soll und den jüngeren H. ⟨J.J.⟩ Schumacher gar wohl kennet) bej mir angemeldet, ob er Rußische dienste haben könne: Nebst diesem ist auch ein kupferstecher und sonderlich holtzstecher, namens Rhedinger, der ein gleiches suchet: Ich nehme alle diese commissionen an ohne mich darbej zu interessieren. Ist nichts für sie zu



hoffen, so bel[ieben] mir Ew. HEdgb. solches zu melden, damit ich ihnen zeigen könne daß ich ihre commission ausgerichtet habe<sup>[20]</sup>.

Vielleicht werde ich bald eine reyse in Franckreich thun: die brieff bitte aber doch nach der gewöhnlichen adresse mir zu zu schicken: Kan ich etwas dienlich sejn, so bitte mir zu befehlen<sup>[21]</sup>. Beÿ meiner *Hydrodynamic* habe ich auch eine piece *Sur les ancres* gethan<sup>[22]</sup>. Ich hoffe Ihre piece so bald sie wird truckt sejn zu sehen; dan ich werde sie mit der post kommen laßen<sup>[23]</sup>: wan Sie etwas wegen derselben truckung zu erinnern haben, bel[ieben] Sie mir es nur zu melden.

Mein Vatter sagt, *quod plana horizontalia per centrum gravitatis et per centrum magnitudinis distantiam minimam verticalem* haben<sup>[24]</sup>; ich zeige au contraire, daß sie *maximam distantiam* haben *in aequilibrio firmo, et minimam in aequilibrio altero*.

Der H. Clairaut schreibt mir in seinem letsten brieff<sup>[25]</sup> «à propos de Petersbourg, j'ai eu le malheur de donner au public des problemes que Mr. Euler avoit deja resolu» (vielleicht in Dero *Mechanica*) «et je vous jure que je ne savois pas un mot de ses solutions.»

Schlieslichen bitte meine empfehlung zu machen an alle bewuste freünd sonder[ich] aber unseren H. Praesidenten (von Korff) meines gehorsamsten respects zu versichern. Ich weiß nicht, ob mich noch ferners, umb keine unnothige enveloppes zu machen, die adresse wie bej diesem paquetl[ein] einrichten solle.

Ich verbl[eibe] mit aller hochachtung und ergebenheit

Ew. HEdgb.

Meines werthesten H. *Professoris*  
dienstwilligster Diener

Daniel Bernoulli

## Übersetzung

Basel, den 8. November 1738

>...<

Ihr Vater wird Ihnen vielleicht berichtet haben, wie sehr mir zu Herzen gegangen ist, was Ihnen traurigerweise zugestossen ist. Gott möge Sie vor weiterem Unglück behüten! Sehr gerne hätten wir eine genauere Beschreibung Ihrer Krankheit gehabt: ob der Augapfel völlig verdorben und die Augenflüssigkeit ausgeronnen ist oder ob der Augapfel dem äusseren Anblick nach noch unversehrt ist<sup>[1]</sup>.

Es freut mich, dass Ihnen meine letzte übersandte Abhandlung über das erweiterte und auf die Astronomie angewandte Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte so gut gefallen hat<sup>[2]</sup>. Mit der Zeit werde ich meine weiteren diesbezüglichen Gedanken auch zu Papier bringen und sie Ihnen dann zukommen lassen. Das Nachdenken ist mir eine Lust, doch zum Aufschreiben komme ich sehr ungern und

finde auch nicht immer genug Zeit dazu; noch sehr vieles trage ich in mir, wovon ich überhaupt nichts gesagt habe.

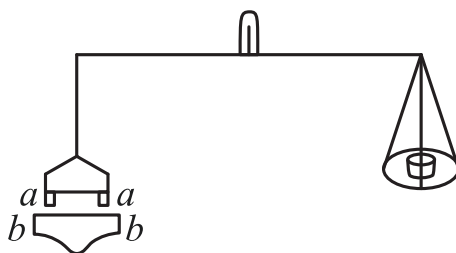
Auf Ihre Aufmunterung hin habe ich erneut über das Gleichgewicht der auf dem Wasser schwimmenden Körper nachgebrütet (da mir, wie ich schon berichtet habe, dieser Gegenstand nicht neu war) und die Sache – wie ich glaube – gründlich erforscht. Ich übersende hiermit eine zwar ziemlich ausführliche Abhandlung, die jedoch nur den ersten Teil enthält<sup>[3]</sup>. Soviel ich mich aus Ihrem an meinen Vater übersandten Schreiben erinnere, stimmen wir völlig überein<sup>[4]</sup>; ob wir auch über die Schwingungen übereinstimmen werden, werde ich erst sehen, wenn ich alle diesbezüglichen Rechnungen richtiggestellt haben werde. Sollten wir völlig übereinstimmen, so verdiente es die Sache wohl, dass Sie das in Ihren Abhandlungen hervorheben, denn diese Materie übersteigt das Auffassungsvermögen vieler Leute und erfordert sowohl viel Aufmerksamkeit als auch eine vollständige Kenntnis der Prinzipien der Mechanik. Diejenigen Prinzipien, die wir verwendet haben, um die Bewegung der Körper nach einem schiefen Stoss zu bestimmen, und worin wir auf eine ganz wunderbare Weise vermittelt so verschiedener Methoden völlig übereingekommen sind, dienen auch zur Bestimmung der Schwingungsbewegung von ins Wasser getauchten Körpern, und so glaube ich, dass wir auch in dieser Materie übereinstimmen werden – mit Ausnahme einiger kleiner Nebenumstände, auf die Sie vielleicht nicht geachtet haben. Dass mein Vater sagt, wir stimmten nicht überein, kommt vermutlich daher, dass er Ihre Formeln nicht richtig verstanden hat<sup>[5]</sup>. Ich selbst sehe schon ein, dass wir in der Hauptsache völlig einer Meinung sind.

Den beiliegenden Brief von meinem Vater an Sie hat er mir schon vor einigen Wochen übergeben<sup>[6]</sup>. Weil ich jedoch nichts besonders Eiliges darin fand, habe ich es bis heute aufgeschoben, ihn abzuschicken. Hätte mir der Vater seine hydrodynamischen Untersuchungen, worüber er berichtet, übergeben, so hätte ich diese sehr gern frankiert und abgeschickt<sup>[7]</sup>. Bitte sagen Sie ihm nur, dass er sie mir übergeben soll; da ich ihm seit geraumer Zeit alle Briefporti vergütet habe (sogar auch für das ihm zugeschickte Diplom), so will ich diese Praxis recht gern fortführen. Lieber wird es mir aber sein, wenn mir die Briefe an ihn beigelegt werden, und zwar ohne Umschläge. Ich habe mich stets dazu angeboten und auch versprochen, mit vielen anderen Gelehrten Korrespondenz zu führen zum Nutzen der Akademie, was ich auch in dieser Absicht tue; ich bin zufrieden, dass mir meine Pension regulär ausbezahlt wird. Auch bestrebe ich mich, diese zu verdienen, und zwar mit Zurückstellung aller meiner übrigen Geschäfte und Interessen. Die mathematischen Bemühungen sind zwar nicht augenfällig, doch Sie wissen, welche Mühe es des öfteren kostet, auch nur eine kleine Abhandlung zu entwerfen und darzustellen.

Bei dieser Gelegenheit berichte ich Ihnen, dass ich während meiner vor einem Jahr nach Genf unternommenen Reise Herrn Prof. Cramer, der unter den Mathematikern nicht viele seinesgleichen hat, gebeten habe, auf dem Genfersee Experimente anzustellen, bei denen die von den Ruderern aufgewandte Kraft mit einem Gewicht verglichen wird. Diese Materie ist sicher sehr interessant, und seit-

her hat dieser Herr Prof. Cramer sehr viele schöne Experimente gemacht<sup>[8]</sup> und sich vorgenommen, noch weitere zu machen, über die alle ich zu gegebener Zeit der Akademie Bericht erstatten werde. Weil jedoch diese Experimente einiges gekostet haben müssen und er von mir keine Kostenerstattung annehmen wollte, so erhebt sich die Frage, ob ich ihm nicht im Namen der Akademie etwa ein kostbares Buch zum Präsent machen solle.

Kürzlich hat man mir aus England geschrieben, Herr Musschenbroek aus Utrecht habe eine neue Entdeckung gemacht, mit der er sehr renommire: Er habe nämlich mit vielen Experimenten beobachtet, die magnetische Anziehung sei umgekehrt proportional den vierten Potenzen der Distanzen<sup>[9]</sup>. Die beigegebene Figur zeigt, wie er die Experimente gemacht hat.



Mir kommt aber dieses Theorem sehr verdächtig vor, denn ich sehe nicht, warum genau die äussersten Punkte *a a* des Magneten und die Flächen *b b* am Eisen in der Natur die Endpunkte sein sollten, von welchen aus die Distanzen zu betrachten sind. Sie sehen aus dieser einzigen Überlegung, dass die vermeintliche Beobachtung für ziemlich apokryph zu halten ist. Auch sehe ich nicht, wie man die Experimente mit genügender Genauigkeit habe ausführen können. Denn setzt man einmal die Distanz zwischen *a a* und *b b* zu 1 Linie, so wird vielleicht die magnetische Kraft kaum 20 Gran gewesen sein. Wenn danach die Distanz von 3 Linien genommen würde, so müsste ja die magnetische Kraft bereits nur  $\frac{20}{81}$  Gran betragen, was ja eine so schwer beladene Waage niemals anzeigen kann. Wer wird hier so kleine Abständchen und Gewichtchen mit genügender Genauigkeit messen können? Da indessen heute die Experimentalphysik am meisten geschätzt wird und in Petersburg ein Magnetstein von unerhörter Kraft vorhanden ist, so könnte die Akademie Herrn Prof. (G. W.) Krafft (an welchem ich stets eine besondere Begabung und Geschicklichkeit bemerkt habe) bitten, diese Experimente zu machen oder eine andere Art und Weise auszudenken, denn die Trägheit ist bei dieser Waage zu gross<sup>[10]</sup>.

Ich hatte nach Holland geschrieben wegen einer neuen Abhandlung, die Herr Machin verfertigt haben soll, aber als Antwort erhalten, man wisse nichts davon<sup>[11]</sup>. Bitte melden Sie das Herrn Delisle und lassen Sie ihn von mir grüssen.

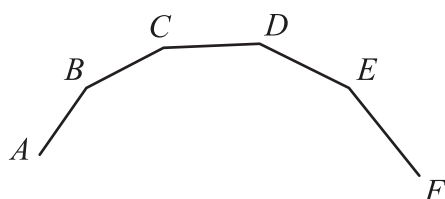
In Frankreich ist wieder ein Wunderkind von einem jungen Mathematiker aufgetaucht, nämlich ein Herr Le Monnier, welchen man nicht genug zu rühmen weiss. Er war auch mit den Astronomen der Pariser Akademie in Lappland<sup>[12]</sup>.

Apropos: Haben Sie in Petersburg das Buch von Herrn Maupertuis nicht erhalten? Und wenn Sie es erhalten haben, sagen Sie mir doch, wie es dort aufgenommen worden ist<sup>[13]</sup>. Er hat unter vielen Exemplaren auch eines für Sie geschickt. Es ist gewiss ein gelehrtes Werk. Man wird doch hoffentlich in Petersburg keine Bedenken tragen, ihn als Akademiemitglied aufzunehmen. Ich bitte Sie zu veranlassen, dass dies bald geschieht. Da er Mitglied aller anderen Akademien Europas ist, weiss ich, dass er sich eine besondere Ehre daraus machen würde, auch der unsrigen anzugehören, für die er sehr grosse Hochachtung hat<sup>[14]</sup>. Ihnen gratuliere ich zu der Ehre, nunmehr ein Fellow der Royal Society zu sein<sup>[15]</sup>. Diese Ehre ist in Ihrem Fall um so grösser, weil man sie Ihnen von aussen her angetragen hat, da man sie sonst offiziell erbitten muss; diese absurde Gewohnheit macht, dass ich nie danach getrachtet habe, obgleich ich jene Akademie sehr achte und viele ihrer Mitglieder sehr hoch schätze.

Herr Clairaut in Paris hat mir eine Lösung des Problems, bei dem  $\int R^m ds$  ein Maximum oder ein Minimum ist, zugeschickt; seine Methode stimmt mit der meinigen ziemlich nahe überein und hätte auf meine Schlussgleichung geführt, wenn er nicht einige Rechenfehler begangen hätte. Dieses mein Problem, auf welches ich durch einige Naturphänomene geführt wurde, ist sehr real und umfasst die allgemeinste Gleichung der Elastika, wenn  $ds$  als konstant betrachtet wird. Nimmt man aber  $d\xi$  als konstant an, so ist – wie ich zeigen kann – die Elastika so beschaffen, dass

$$\int \frac{ds^3}{RR d\xi^2}$$

ein Maximum oder ein Minimum wird. Meine Überlegungen will ich Ihnen ein andermal mitteilen. Es wundert mich also, warum mein Vater in seinem beiliegenden Brief sagt, «dies hat der Problemsteller endlich selbst eingesehen» etc.<sup>[16]</sup> Übrigens stimmt Ihre Lösung mit der meinigen nicht ganz überein; der Grund unserer Differenz scheint darin zu liegen, dass Sie nach der gewöhnlichen Methode nur drei Elemente betrachtet haben werden, obwohl doch  $\int R^m ds$  erst durch die Lage von fünf Elementen bestimmt wird:



Wenn nämlich  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$  die drei Elemente der Kurve sind, dann bewirkt die Veränderung der Punkte  $C$  und  $D$ , dass der Krümmungsradius an vier Orten verändert wird, nämlich in  $B$ ,  $C$ ,  $D$  und  $E$ , und man kann die Krümmungsradien in  $B$  und  $E$  nicht bestimmen, ohne zugleich die Lage der Elemente  $AB$  und  $EF$  zu betrachten.

Diese Betrachtungsweise hat bewirkt, dass Herr Clairaut das Problem sofort gelöst hat, sobald ich es ihm wie folgt vorgelegt hatte: unter allen durch zwei gegebene Punkte gehenden Kurven von gegebener Länge diejenige zu finden, die  $\int R^m ds$  zu einem Maximum macht, *wenn gleichzeitig die Tangenten in den Endpunkten durch ihre Lage gegeben sind*. Ohne diese letztere Angabe konnte er sich keinen richtigen Begriff von der Sache machen, wie mir aus seinen vorangegangenen Briefen hervorzugehen scheint<sup>[17]</sup>.

Ihre Überlegung bezüglich vier Punkten, durch welche die Kurve gehen müsse, ist sehr wohl begründet. Ich habe sie auch schon vor langer Zeit angestellt, und meinem Vater (der mir eben den Einwand gemacht hat, den er im Brief an Sie ausführlich dargestellt hat) geantwortet, man müsse dem Problem noch zwei Bedingungen anfügen, damit es bestimmt sei. Im vorliegenden Problem gibt es ein Maximum von Maxima der Maxima: Fügt man eine Bedingung hinzu, so gibt es ein Maximum der Maxima, und fügt man noch eine hinzu, so resultiert eine einzige Kurve für das gewünschte Maximum. Diese Bedingungen jedoch muss man mit klarem Vorbedacht und Unterscheidung gemäss den natürlichen Eigenschaften des Problems dazutun, und bei diesem Problem scheint dessen Natur es zu erfordern, dass die Lage der Tangenten in den Endpunkten gegeben sein muss. Denn die Bedingungen müssen stets so beschaffen sein, dass man sie für die spezifisch vorgelegte Fragestellung vorhersehen kann. Nimmt man nun  $dx$  als konstant an, so finde ich die Gleichung

$$(m+1) R^m dy = A dy + B ds,$$

die sich ein wenig von Ihrer Lösung unterscheidet. Setzt man also  $B = 0$ , so genügt ihr der Kreis für jeden Wert von  $m$ . Diese Gleichung ist um eine Ordnung weiter integriert als die Ihrige, kann jedoch in die folgende umgeformt werden, welche der Ihrigen sehr ähnlich ist, nämlich in

$$(m+1) \int R^m dds = A ds + B dy + C dx.$$

Setzt man  $ds$  anstatt  $dx$  konstant, um die Elastika im Fall  $m = -2$  ganz allgemein zu bekommen, so findet man

$$ds = (m+1) R^m dR : \sqrt{-\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 R^{2m} + n\left(\frac{m+1}{m}\right) R^m + g}.$$

Soll in einer Kurve  $\int s dx$  ein Minimum werden und wird dies für jeden beliebigen Teil geleistet, so scheint diese Methode bloss darin zu versagen, dass sie auf eine allzu grosse Ausweitung führt, so dass die wahre Kurve doch immer unter den gefundenen Kurven sein muss. Somit hängt die wahre Kurve nur von der zweckmässigen Bestimmung der Konstanten ab<sup>[18]</sup>.

Es verdriesst mich sehr, dass meine *Hydrodynamik* noch nicht in Petersburg angekommen ist, und ich fürchte, der Herzog (E.J. Biron) könnte dies übel auslegen<sup>[19]</sup>. Ich hatte einem hiesigen Kaufmann den Auftrag gegeben, die Kiste franko

und wohlverpackt nach Hamburg oder Lübeck zu liefern. Denselben habe ich jetzt wieder beauftragt, deswegen zu schreiben, bis man erfahre, wo die Kiste liegengeblieben sei, und sie, wenn möglich, von dort auf dem Landweg zu spedieren. Dieses Werk hatte über Erwarten grossen Erfolg. Wenn Sie es erhalten haben werden, so gehen Sie es bitte durch, besonders die letzten fünf Teile, in welchen sicher die Mechanik und ihre wahren Fundamente aufgedeckt sind, jedoch nur für die wenigen, die das zu begreifen imstande sind.

Was unsere Rechnung anbelangt, so habe ich Ihrem Vater gesagt, dass ich zufrieden bin, wenn Sie zufrieden sind, und somit ist unsere Rechnung ohne weiteres ausgeglichen. Ich achte bei anderen Leuten nicht auf Kleinigkeiten, noch viel weniger aber bei Ihnen, dem ich andere Dienste von viel grösserer Wichtigkeit leisten zu können wünschte. Bitte melden Sie Herrn Prof. Gross nebst meinem Gruss, dass ich ihm vor acht Tagen geschrieben habe und hoffe, zu seiner vollen Zufriedenheit gehandelt zu haben. Ihr Vater wird Ihnen gemeldet haben, dass sich ein Maler namens Tschäpelin (der gleichzeitig ein Kunststicker sein soll und den jüngeren Herrn ⟨J. J.⟩ Schumacher recht gut kennt) bei mir erkundigt hat, ob er in russische Dienste treten könne. Dasselbe sucht auch nebst diesem ein Kupferstecher und besonders Holzstecher namens Redinger. Alle diese Kommissionen übernehme ich ohne Eigeninteresse. Ist für sie nichts zu hoffen, dann wollen Sie es mir bitte melden, damit ich ihnen zeigen kann, dass ich ihre Kommission ausgerichtet habe<sup>[20]</sup>.

Vielleicht werde ich bald eine Reise nach Frankreich unternehmen, doch bitte ich darum, mir die Briefe an die gewöhnliche Adresse zu schicken. Wenn ich zu etwas dienlich sein kann, so erbitte ich Ihre Befehle<sup>[21]</sup>. Meiner *Hydrodynamik* habe ich auch eine Preisschrift über die Anker beigelegt<sup>[22]</sup>. Ich hoffe, Ihre Preisschrift zu sehen, sobald sie gedruckt sein wird, denn ich werde sie mit der Post kommen lassen<sup>[23]</sup>. Sollten Sie hinsichtlich des Drucks etwas zu berichtigen haben, dann melden Sie es mir bitte.

Mein Vater sagt, dass die horizontalen Ebenen durch den Schwerpunkt und durch das Grössenzentrum einen minimalen senkrechten Abstand haben<sup>[24]</sup>; ich zeige im Gegenteil, dass sie maximalen Abstand haben im stabilen Gleichgewicht und minimalen in dem anderen.

Herr Clairaut schreibt mir in seinem letzten Brief<sup>[25]</sup>: «À propos de Petersbourg, j'ai eu le malheur de donner au public des problemes que Mr. Euler avoit deja resolu» (vielleicht in Ihrer *Mechanik*) «et je vous jure que je ne savois pas un mot de ses solutions.»

Schliesslich bitte ich Sie, alle unsere Freunde von mir grüssen zu lassen, besonders aber unseren Herrn Präsidenten ⟨von Korff⟩ meines grössten Respekts zu versichern. Ich weiss nicht, ob ich künftig – um keine unnötigen Umschläge zu machen – die Adresse wie bei diesem Päckchen einrichten soll.

Ich verbleibe mit aller Hochachtung und ergebenheit

⟩ ... ⟨

Daniel Bernoulli

- R 123 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 34  
 Basel, 8. November 1738  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 26, Bl. 107–108v  
 Am 28. (17.) November in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 516–518, 523, 527)
- [1] D. Bernoulli wurde über Eulers Krankheit vermutlich durch dessen Vater informiert, der höchstwahrscheinlich über direkte Nachrichten aus Petersburg verfügte. Gemäss den Registern der Akademischen Konferenz blieb Euler deren Sitzungen nach den Sommerferien 1738 während eines Monats fern und wohnte der Konferenzsitzung erst wieder am 6. Oktober (25. September) bei. – Zu Eulers Augenkrankheiten cf. R. Bernoulli (1983).
  - [2] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Anwendung des Prinzips der lebendigen Kräfte auf die Bewegung der Himmelskörper (1747, DB. 29).
  - [3] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über das Gleichgewicht von schwimmenden Körpern (1747, DB. 30).
  - [4] Cf. Eulers Brief an J. I Bernoulli vom 10. August (30. Juli) 1738 (O. IV A, 2, p. 230–246).
  - [5] Eulers Briefwechsel mit Johann I Bernoulli in den Jahren 1737–39, der die Diskussion um das Gleichgewicht und die Schwingungen schwimmender Körper enthält, ist vollständig erhalten und in O. IV A, 2 zugänglich (cf. dort die Briefe Nr. 15–23). Seine eigenen Untersuchungen aus jener Zeit über die Schwingungen schwimmender Körper publizierte J. Bernoulli unter dem Titel *De corporum aquae insidentium oscillationibus, et de inveni-enda longitudine penduli simplicis oscillationibus illis isochroni* erst im 4. Band seiner *Opera omnia* als §§ 40–46 der Sammelabhandlung *Propositiones variae mechanico-dynamicae* (JB. 177, JBO 4, p. 286–296).
  - [6] Cf. J. I Bernoullis Brief an Euler vom 11. Oktober 1738 (O. IV A, 2, p. 247–262).
  - [7] Wie aus dem weiteren Briefwechsel ersichtlich ist, wollte J. I Bernoulli seine hydraulischen Untersuchungen dem Sohn Daniel überhaupt nicht im voraus zeigen.
  - [8] Cf. Brief Nr. 32, Anm. 7.
  - [9] Cf. den ersten Band der *Anfangsgründe der Physik* von Musschenbroek (1739, § 547) und *infra* Anm. 10.
  - [10] Im Jahre 1740 hat G.W. Krafft Experimente mit sphärischen Magneten und eisernen Kugeln von verschiedenen relativen Durchmessern angestellt und seine Ergebnisse in den *Petersburger Commentarii* für dieses Jahr publiziert (1750b). Er mass die Anziehungskräfte bei unterschiedlichen Abständen zwischen den Körpern und verglich die Messresultate mit der Regel von Musschenbroek, welche die Anziehungskräfte reziprok der vierten Potenz der geeignet begrenzten Volumina zwischen den beiden Körpern annahm. Dabei bestätigte er die Regel nur im Falle je gleich grosser Magnete und Kugeln (mit einer Fehlerquote von bis zu 7%). Der Durchmesser der Kugel betrug 3.5 cm, und die relativen Abstände bezüglich des Durchmessers variierten in diesem Experiment nur zwischen 0.1 und 0.3. Andererseits bestätigt die Auswertung derselben Messresultate für die Proportionalität der Anziehungskräfte zu den Abständen der Körper das klassische Gesetz der Reziprozität der Abstandsquadrate (mit einer Genauigkeit von bis zu 18%).
  - [11] Wahrscheinlich war D. Bernoullis Anfrage auf eine Bitte Delisles zurückzuführen.
  - [12] Der 1715 geborene Le Monnier nahm an der Lapplandexpedition von Maupertuis teil, nachdem er am 23. April 1736 zum Mitglied der Pariser Akademie (*adjoint géomètre*) gewählt worden war.
  - [13] D. Bernoulli spricht hier von Maupertuis' Buch über die Gestalt der Erde (1738), dem epochemachenden Forschungsbericht über die Lapplandexpedition. – Cf. Brief Nr. 36, Anm. 12.
  - [14] Maupertuis wurde am 8. September (28. August) 1738 als Auswärtiges Mitglied in die Petersburger Akademie aufgenommen.
  - [15] Cf. Brief Nr. 34, Anm. 5. Eulers Wahl zum Fellow der Royal Society erfolgte erst am 22. Januar 1747.
  - [16] Cf. *loc. cit. supra* Anm. 6, insb. p. 252 / 260.



- [17] Aus der Zeit vor 1759 ist kein Brief aus der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und Clairaut erhalten geblieben.
- [18] Cf. die Einleitung III.2.2.8 (Variationsrechnung, Isoperimetrie).
- [19] Die Belegexemplare von D. Bernoullis *Hydrodynamik* erreichten Petersburg erst Anfang Mai 1739, ein Jahr nach ihrer Veröffentlichung.
- [20] Die beiden Maler und Kupferstecher Schäpelin und Redinger sind weder in den Akademischen Registern (*Protokoly*) noch in den veröffentlichten *Materialy* erwähnt.
- [21] Nach Maupertuis' Ankunft in Basel im Januar 1739 gab D. Bernoulli seine Reisepläne auf (cf. Brief Nr. 37, Anm. 5).
- [22] Cf. D. Bernoullis Pariser Preisschrift über die Form von Ankern (1737, DB. 28).
- [23] Cf. Eulers Pariser Preisschrift über die Natur des Feuers (E. 34).
- [24] Cf. den Brief J. I Bernoullis an Euler vom 26. März 1738 (O. IV A, 2, p. 200/204 und p. 208, Anm. 12).
- [25] Cf. *supra* Anm. 17.

## 36

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 3. Januar 1739 (23. Dezember 1738)

St. Petersburg den 23. Decemb. 1738

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor

Für die überschiedte Dissertation *De Firmitate Corporum aquae insidentium* bin ich Ew. Hochedelgeb. höchstens verbunden<sup>[1]</sup>; dieselbe kommt auch mit meiner Theorie so genau überein, daß ich nicht begreifen kan, warum Dero H. Vater das Gegentheil vermuthet hat, obgleich unsere *Principia* ziemlich von einander unterschieden sind. Ich zweiffele derothalben keinesweges, daß wir nicht auch in den oscillationen übereinstimmen werden, dann auch die geringen Umstände worauf Ew. HochEdelgeb. vermeinen als wenn ich nicht reflectirt hätte glaube ich in meinem Tractat wohl Acht gehabt zu haben, in dem ich wie Ew. Hochedelgeb. deutlich erwiesen, daß nicht bey einer jeglichen Inclination das Schiff sich um eben denselben *Axem* zu restituiren bestrebe, um welche[n] die Inclination geschehen, und daß auch während der Restitution der *Axis* selbst verändert werde, in welchem Fall die oscillationen freylich sehr irregulair seyn müßen. Ich habe deswegen meine Regel nur auf diejenigen Fälle extendirt, in welchen der *Axis restitutionis fixus* bleibe. Dergleichen sind, wenn sich ein Schiff entweder um den *Axem Longitudinalem a Puppi ad Proram ductum* bewegt, welcher *motus oscillatorius* Le Rouli genennet wird, oder um den *Axem latitudinalem*, daher diejenige Bewegung eines Schiffs, so auf Frantzösisch Le Tangage genennet wird, entsteht. Wird aber ein Schiff umb einen schiefen *Axem* inclinirt, so kan man in der *Praxi* ziemlich sicher annehmen, daß die daher entstehenden irregulaireren oscillationen aus den beyden erstern Regulaireren Bewegungen vermischt und componirt sind; weswegen ich keine andere oscillationen und Inclinationen betrachtet, als welche entweder um den *Axem Lon-*

*itudinalem* oder *Latitudinalem* geschehen, und habe alle übrigen auf diese beyde reducirt<sup>[2]</sup>.

Ew. Hochedelgeb. Proposition gemäß habe ich gegenwärtigen Brief an Dero H<sup>m</sup> Vater offen beylegt und denselben ersuchet uns bald Seine Hydrodynamischen Meditationen zu communiciren, und auf die geringen Unkosten nicht zu sehen, indem solche alle sehr richtig restituiret werden sollen<sup>[3]</sup>.

Aus diesem Briefe werden Ew. Hochedelgeb. eine general-methode ersehen, nach welcher ich Dero *Problema de curva invenienda, quae inter omnes isoperimetros habeat  $\int r^m ds$  maximum vel minimum* [gelöst habe]. Bey Ausfindung dieser General-formul habe ich freylich auf alle *Elementa Curvae* gesehen, welche eine Veränderung leiden, wenn zwey *puncta curvae* versetzt werden. In diesem Fall da *Differentialia secundi gradus* vorkommen, habe ich nemlich 5 *Elementa* in Betrachtung gezogen, und 7 wenn *differentialia tertii gradus* vorhanden sind und so fort, weswegen ich noch nicht begreifen kan, warum wir in dieser Solution nicht übereinkommen, da doch meine Aequation *pro Casu*  $m = 1$  mit der Ihrigen völlig übereinstimt. Ew. Hochedelgeb. werden aus Dero H<sup>m</sup> Vaters Briefe gesehen haben, was derselbe für *Dubia* wieder meine General-Formul gemacht hat, welche ohne Zweifel daher entstanden sind, daß ich die Application nicht deutlich genug beschrieben hatte, welches ich deswegen anjetzo gethan habe<sup>[4]</sup>.

Inzwischen bin ich sehr curiös von Ew. Hochedelgeb. zu vernehmen, was dieses *Problema* bey Erfindung der *Curvarum Elasticarum* eigentlich für einen Nutzen habe. Dann obenhin sehe ich wohl, daß diese *curvae* ein *maximum* oder *minimum* haben müssen so in der Beugung besteht, dergleichen die *Catenaria* hat, als welcher *Centrum gravitatis inter omnes isoperimetros* am tiefsten fällt.

Was halten Ew. Hochedelgeb. von der Eigenschaft der *Elasticae rectangulae*, welche ich Dero H<sup>m</sup> Vater überschrieben, daß das *rectangulum* von diesen zwey *Integralibus*

$$\int \frac{a^2 dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} \quad \text{und} \quad \int \frac{xx dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$$

*posito*  $x = a$ , der *areae* eines Circuls, dessen *Diameter*  $a$  ist, gleich sey<sup>[5]</sup>. Ich bin hierauf sehr *oblique* und wieder alles Vermuthen gefallen als ich letztens mit der Interpretation dieser *Seriei* 1, 2, 6, 24, 120 etc. und anderer dergleichen beschäftigt war, da ich einerley Quantitaet auf zweyerley Art exprimirt herausgebracht habe. Also wann  $\pi$  die Peripherie eines Circuls bedeutet dessen *Diameter* 1 ist, so ist

$$\frac{\pi}{2mn} = \int \frac{x^{m-1} dx}{\sqrt{1 - x^{2n}}} \cdot \int \frac{x^{m+n-1} dx}{\sqrt{1 - x^{2n}}}$$

*posito post utramque integrationem*  $x = 1$ ; welches *Theorema* mir um so viel merckwürdiger vorkommt, je schwächer die Demonstration davon seyn dörfte<sup>[6]</sup>. Wann  $n = 1$  et  $m = \text{numero integro affirmativo cuicunque}$ , so gibt sich die Warheit von selbst; denn es sey zum Exempel  $m = 1$ , so ist

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \frac{\pi}{2}$$

posito post integrationem  $x = 1$  und

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{1-xx}} = 1 - \sqrt{1-xx} = 1$$

ob  $x = 1$ ; folglich

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{2}.$$

Dergleichen *Theoremata* habe ich noch viel andere gefunden: als da sind

$$\int \frac{x^{a-1} dx}{(1-x^b)^{1-c}} \cdot \int \frac{x^{a+bc-1} dx}{(1-x^b)^{1-\gamma}} = \int \frac{x^{a-1} dx}{(1-x^b)^{1-\gamma}} \cdot \int \frac{x^{a+b\gamma-1} dx}{(1-x^b)^{1-c}};$$

und diese

$$\frac{h+1}{c+1} = \frac{\int x^{b(\frac{1}{2}-n)-1} dx (1-x^b)^c}{\int x^{b(\frac{1}{2}+n)-1} dx (1-x^b)^h} \cdot \frac{\int x^{b(\frac{3}{2}+c-n)-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}+n}}{\int x^{b(\frac{3}{2}+h+n)-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}-n}}.$$

Item

$$\frac{(h+1)(h-n+1)}{(c+1)(c+n+1)} = \frac{\int x^{b(1+n)-1} dx (1-x^b)^c}{\int x^{b(1-n)-1} dx (1-x^b)^h} \cdot \frac{\int x^{b(1-n)-1} dx (1-x^b)^{c+n}}{\int x^{b(1+n)-1} dx (1-x^b)^{h-n}}.$$

Ferner auch

$$\frac{f}{a} = \frac{\int x^{a-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}+n}}{\int x^{f-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}-n}} \cdot \frac{\int x^{a+b(\frac{1}{2}+n)-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}-n}}{\int x^{f+b(\frac{1}{2}-n)-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}+n}};$$

und in diesem letzteren ist das erste begriffen, wann  $n = 0$ . Endlich wann man *brevitatis gratia* setzt

$$(1-x^q)^{\frac{p-q}{q}} = X \quad \text{und} \quad x^{a-1}(1-x^{q^q})^{\frac{p-q}{q}} = Y$$

so ist

$$\frac{a(a+g)(a+2g)(a+3g)\dots(a+(p-1)g)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot p} g^{g-p}$$

$$= \frac{\int X dx}{\int Y dx} \cdot \frac{\int x X dx}{\int x^g Y dx} \cdot \frac{\int x^2 X dx}{\int x^{2g} Y dx} \cdot \frac{\int x^3 X dx}{\int x^{3g} Y dx} \cdot \dots \cdot \frac{\int x^{q-1} X dx}{\int x^{(q-1)g} Y dx}$$

posito post omnes integrationes ita peractas, ut integralia evanescent si sit  $x = 0$ , tum  $x = 1$ , welche Condition bey allen diesen *Theorematis* zu observiren ist. Diese *Theoremata* bitte gehorsamst Dero H<sup>m</sup> Vater zu communiciren, und sich desselben Urtheil darüber in meinem Nahmen auszubitten<sup>[7]</sup>.

Die *Experimenta*, so der H. Professor Cramer zu Genf<sup>[8]</sup> circa vim remorum gemacht hat, bin ich sehr begierig zu sehen, indem ich darüber *Theoretice* viel medirt habe. Wenn derselbe diese *Experimenta* der Academie communiciren wird, so zweifle ich nicht es werde ihm ein Praesent dafür gemacht werden: insonderheit aber wird man Ew. Hochedelgeb. vor diese Decouverte verpflichtet seyn<sup>[9]</sup>.

Die Magnetische Observation des H<sup>rn</sup> Musschenbroecks komt mir auch sehr apogryphisch vor, ich habe dieselbe in der Conferentz proponirt, und der H. Prof. (G.W.) Krafft hat so gleich mit dem grossen Magneten dergleichen Experimenten aber nur obenhin, so viel die Umstände erlaubten angestellt, wobey die Attraction in einer Distantz von 10 Linien schon mercklich war. So viel man aber aus diesen Experimenten schliessen könnte, so war die Attraction beÿ weitem nicht *in ratione reciproca Quadruplicata distantiarum ferri a terminis armaturae*, ja kaum *in ratione triplicata*. Diese *experimenta* aber werden nächstens mit größerer Sorgfalt angestellt werden, und weilen der Magnet sehr schwer, so habe ich um die Wage nicht so sehr zu beschwehren gerathen, das Eisen auf die Wagschale zu legen und den Magneten dagegen zu approachiren, indem das Eisen von keinem großen Gewicht seyn darff<sup>[10]</sup>.

Der Herr De L'Isle verwundert sich gar nicht daß man in Holland von des Machins Tractat nichts weiß, sondern sagt, daß sich Ew. Hochedelgeb. deswegen in Engelland hätten erkundigen sollen; indem dergleichen Englische Bücher auch so gar in Holland gemeiniglich unbekannt bleiben<sup>[11]</sup>.

Von dem H. Maupertuis habe ein Exemplar von seiner Beschreibung nebst einem sehr obligeanten Briefe erhalten, wofür ich demselben auch wieder schriftlich gedanckt habe<sup>[12]</sup>. Er ist währender meiner Kranckheit ohne daß ich das geringste dazu contribuiet, auf Ew. Hochedelgeb. Vorstellung sogleich als ein *Membrum* der hiesigen Academie aufgenommen worden, und wird nechstens von dem hiesigen H. General en Chef von Keit, welcher wegen seiner Blessuren nach Paris gereiset das *Diploma* bekommen<sup>[13]</sup>: dieses Werck von dem H. Maupertuis hat mir unvergleichlich gefallen und habe insonderheit den Fleiß und die Exactitude der Observationen bewundert. Bey den observationen *de Longitudine Penduli* aber habe ich einen kleinen Scrupul, weil sie sich nicht eines *Penduli simplicis* bedienen, sondern eines solchen, welches an eine Uhr annectirt gewesen: dann ausser dem daß ein solches *Pendulum* sehr componirt ist, so oscillirt es auch nicht *libere*; daher man Ursache zu zweifeln hat, ob man so richtig *ex augmento longitudinis* eines solchen *Penduli* auf die wahre Länge eines *Penduli simplicis* schließen könne<sup>[14]</sup>.

Von dem Hrn. Stirling habe seither keine Antwort bekommen, glaube auch nicht daß ich zu einem *Socio* von der Londinischen Societaet aufgenommen werde, indem ich in meinem Briefe um diese Ehre hätte anhalten sollen; welches ich aber keinesweges gethan, sondern vielmehr mich für die Ehre bedanckt habe<sup>[15]</sup>.

Von Ew. HochEdelgeb. *Hydrodynamic* haben wir hier noch nicht die gringste Nachricht; sondern warten darauf annoch mit großem Verlangen. Was unsere Rechnung betrifft, so weiß ich gewiß, daß ich Ew. Hochedelgeb. noch etliche Rb. schuldig geblieben, aber nicht eigentl[ich] wieviel: weilen aber Ew. HochEdlgeb. davon nichts wissen wolten, so sage dafür zwar schuldigen danck, es ist mir aber sehr leid, daß ich damahls zu wenig remittiret und Denselben dabey noch Mühe verursacht habe.

Wann Ew. HochEdlgeb. werden nach Paris kommen, so bitte die dortigen Hn. *Mathematicos* meiner besondern Hochachtung zu versichern. An meiner Piece *de Igne* finde ich nichts zu verbeßern noch zu ändern, indem ich glaube daß in dießer

Materie nichts vollkommener vorgebracht werden kan<sup>[16]</sup>. Ich möchte gern wissen, was das für *Problemata* sind, in welchen ich mit d[em] Hn. Clairaut concurrirt; vielleicht sind es solche, welche auf *superficies quascunque et lineas super iis ductas* gehen, dergleichen in meiner *Mechanic* viel *incidenter* vorkommen, dann ich weiß, daß der Herr Clairaut des courbes à double courbure geschrieben: ich werde ihm aber hierinne nicht die geringste Invention streitig machen<sup>[17]</sup>.

Ew. Hochedelgeb. haben mir etlichemahl des H<sup>m</sup> Schärers wegen geschrieben, ich bitte aber um Vergebung daß ich darauf nicht ehr geantwortet, Dieselben können leicht erachten, daß es hier schwehr ist jemand zu finden, insonderheit einen Curier. Vor einiger Zeit aber ist er zu mir gekommen, da ich ihm dann von der Jfr. Stübling gesprochen er will aber von keiner Schuld das geringste wissen, sondern sagt daß man ihm in Basel wieder alles Recht seinen Process abgesprochen. Zudem ist auch der H. Schärer keineswegs im Stande einige Generösitaet auszuüben, indem er nicht mehr als 180 Rub. Gage bekommt, und dazu noch seinen Sohn, welcher hier in Kriegs Diensten ist, halb unterhalten muß<sup>[18]</sup>.

Was die zwey Künstler von Zürich und Colmar anbelanget, wird der H. Rath Schumacher vermuthlich Ew. HochEdelgeb. schreiben. Der unlangst von Basel angekommene Bauler hat mich gebeten Ew. HochEdelgeb. zu berichten, daß er, wann etwann seinetwegen Nachfrage geschehen sollte, sich noch hier befinde und sich durch seine Industrie erhalte: er gedencket diesen Winter nach Moscau zu gehen, da sich sein Bruder, aber in Armuth aufhalten soll<sup>[19]</sup>.

Endlich bitte an alle gutten Freunde mein Compliment zu vermelden. Von hier aus aber läßt d[er] H. CamerHerr (von Korff) Ew. [HochEdelgeb.] ergebenst salutiren: ich aber verbl[eibe] mit aller ersinlichen Hochachtung und Ergebenheit

Ew. HochEdlgeb.

gehohrsamster D[iener]

L. Euler

### Übersetzung

Petersburg, den 23. Dezember 1738

>...<

Für die mir übersandte Abhandlung über die Stabilität der auf dem Wasser schwimmenden Körper bin ich Ihnen in höchstem Masse verbunden<sup>[1]</sup>. Diese stimmt auch mit meiner Theorie so genau überein, dass ich nicht begreifen kann, warum Ihr Vater das Gegenteil vermutet hat, obgleich unsere Prinzipien ziemlich voneinander verschieden sind. Deshalb zweifle ich keineswegs daran, dass wir auch in der Frage der Schwingungen übereinstimmen werden, denn auch die kleinen Umstände, von welchen Sie meinen, ich hätte sie nicht berücksichtigt, glaube ich in meiner Abhandlung gut beachtet zu haben; denn ich habe wie Sie deutlich bewiesen, dass das Schiff nicht bei jeder Neigung sich um dieselbe Achse wieder aufzurichten bestrebt, um welche die Neigung erfolgt ist, und auch dass die Achse

selbst während der Wiederaufrichtung verändert wird, in welchem Fall allerdings die Schwingungen sehr unregelmässig sein müssen. Deshalb habe ich meine Regel nur auf diejenigen Fälle ausgedehnt, in welchen die Wiederaufrichtungsachse fest bleibt. Dies trifft zu, wenn sich ein Schiff entweder um die vom Heck zum Bug gezogene Längsachse bewegt, welche Schwingungsbewegung man «le roulis» nennt, oder um die Querachse, woher diejenige Bewegung eines Schiffes herrührt, die auf französisch «le tangage» heisst. Wird aber ein Schiff um eine schiefe Achse geneigt, so kann man für die Praxis ziemlich sicher annehmen, dass die daraus entstehenden unregelmässigen Schwingungen aus den beiden ersteren regelmässigen Bewegungen vermischt und zusammengesetzt sind. Deswegen habe ich keine anderen Schwingungen und Neigungen betrachtet als solche, die entweder um die Längsachse oder um die Querachse erfolgen; alle übrigen habe ich auf diese beiden zurückgeführt<sup>[2]</sup>.

Ihrem Vorschlag gemäss habe ich den Brief an Ihren Vater offen beigelegt und ihn ersucht, uns seine hydrodynamischen Untersuchungen bald zukommen zu lassen und nicht auf die kleinen Unkosten zu achten, da diese alle ganz korrekt zurückerstattet werden sollen<sup>[3]</sup>.

Aus diesem Brief werden Sie eine allgemeine Methode ersehen, mit welcher ich Ihr Problem gelöst habe, eine Kurve zu finden, für die unter allen isoperimetrischen Kurven  $\int r^m ds$  ein Maximum oder ein Minimum ist. Freilich habe ich bei der Bestimmung dieser Generalformel auf alle Elemente der Kurve geachtet, die eine Veränderung erleiden, wenn zwei Punkte der Kurve versetzt werden. In dem Fall, wo Differentiale zweiter Ordnung auftreten, habe ich nämlich 5 Elemente in Betracht gezogen, und deren 7, wenn Differentiale dritter Ordnung vorkommen und so fort, weshalb ich noch nicht begreifen kann, warum wir in dieser Lösung nicht übereinstimmen, da doch meine Gleichung für den Fall  $m = 1$  mit der Ihrigen völlig übereinstimmt. Sie werden aus dem Brief Ihres Vaters gesehen haben, was dieser für Einwände gegen meine Generalformel vorgebracht hat; sie sind zweifellos daraus entstanden, dass ich die Anwendung nicht deutlich genug beschrieben hatte, was ich deshalb jetzt getan habe<sup>[4]</sup>.

Inzwischen bin ich sehr neugierig darauf, von Ihnen zu vernehmen, welchen Nutzen dieses Problem für die Auffindung der elastischen Kurven eigentlich habe. Auf den ersten Blick sehe ich wohl, dass diese Kurven ein Maximum oder ein Minimum haben müssen, das in der Krümmung auftritt, wie es die Kettenlinie aufweist, bei welcher der Schwerpunkt unter allen Isoperimetern am tiefsten liegt.

Was halten Sie von der Eigenschaft der Rechteckselastika, die ich Ihrem Vater geschrieben habe, dass das Rechteck aus den beiden Integralen

$$\int \frac{a^2 dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} \quad \text{und} \quad \int \frac{xx dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$$

für  $x = a$  gleich der Fläche eines Kreises mit dem Durchmesser  $a$  ist<sup>[5]</sup>? Ich bin darauf sehr indirekt und gegen alle Erwartung gestossen, als ich kürzlich mit der Interpretation der Reihe 1, 2, 6, 24, 120 etc. und anderer dergleichen beschäftigt war, wo ich dieselbe Grösse auf zweierlei Art und Weise ausgedrückt gefunden

habe. Wenn z. B.  $\pi$  den Umfang eines Kreises mit dem Durchmesser 1 bedeutet, so ist

$$\frac{\pi}{2mn} = \int \frac{x^{m-1} dx}{\sqrt{1-x^{2n}}} \cdot \int \frac{x^{m+n-1} dx}{\sqrt{1-x^{2n}}},$$

wenn man nach jeder der beiden Integrationen  $x = 1$  setzt. Dieses Theorem kommt mir um so merkwürdiger vor, je schwieriger sein Beweis sein dürfte<sup>[6]</sup>. Ist  $n = 1$  und  $m$  eine beliebige ganze positive Zahl, so ergibt sich die Wahrheit von selbst; denn sei zum Beispiel  $m = 1$ , so ist

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{2},$$

wenn nach der Integration  $x = 1$  gesetzt wird, und

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{1-xx}} = 1 - \sqrt{1-xx} = 1$$

wegen  $x = 1$ ; folglich

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{2}.$$

Derartige Theoreme habe ich noch viele andere gefunden, wie etwa

$$\int \frac{x^{a-1} dx}{(1-x^b)^{1-c}} \cdot \int \frac{x^{a+bc-1} dx}{(1-x^b)^{1-\gamma}} = \int \frac{x^{a-1} dx}{(1-x^b)^{1-\gamma}} \cdot \int \frac{x^{a+b\gamma-1} dx}{(1-x^b)^{1-c}}$$

und dieses

$$\frac{h+1}{c+1} = \frac{\int x^{b(\frac{1}{2}-n)-1} dx (1-x^b)^c}{\int x^{b(\frac{1}{2}+n)-1} dx (1-x^b)^h} \cdot \frac{\int x^{b(\frac{3}{2}+c-n)-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}+n}}{\int x^{b(\frac{3}{2}+h+n)-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}-n}}.$$

Desgleichen

$$\frac{(h+1)(h-n+1)}{(c+1)(c+n+1)} = \frac{\int x^{b(1+n)-1} dx (1-x^b)^c}{\int x^{b(1-n)-1} dx (1-x^b)^h} \cdot \frac{\int x^{b(1-n)-1} dx (1-x^b)^{c+n}}{\int x^{b(1+n)-1} dx (1-x^b)^{h-n}},$$

und ferner auch

$$\frac{f}{a} = \frac{\int x^{a-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}+n}}{\int x^{f-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}-n}} \cdot \frac{\int x^{a+b(\frac{1}{2}+n)-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}-n}}{\int x^{f+b(\frac{1}{2}-n)-1} dx (1-x^b)^{-\frac{1}{2}+n}}.$$

In diesem Theorem ist auch das erste inbegriffen, nämlich wenn  $n = 0$  ist. Schliesslich, wenn man der Kürze halber

$$(1-x^q)^{\frac{p-q}{q}} = X \quad \text{und} \quad x^{a-1}(1-x^{qg})^{\frac{p-q}{q}} = Y$$

setzt, gilt

$$\frac{a(a+g)(a+2g)(a+3g)\dots(a+(p-1)g)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot p} g^{g-p}$$



$$= \frac{\int X dx}{\int Y dx} \cdot \frac{\int x X dx}{\int x^g Y dx} \cdot \frac{\int x^2 X dx}{\int x^{2g} Y dx} \cdot \frac{\int x^3 X dx}{\int x^{3g} Y dx} \cdot \dots \cdot \frac{\int x^{q-1} X dx}{\int x^{(q-1)g} Y dx},$$

wenn man die Integrationen so durchführt, dass die Integrale für  $x = 0$  verschwinden, und hernach  $x = 1$  setzt; und diese Bedingung ist bei all diesen Theoremen zu beachten. Teilen Sie bitte diese Theoreme Ihrem Vater mit und bitten Sie sich in meinem Namen sein diesbezügliches Urteil aus<sup>[7]</sup>.

Ich bin sehr begierig, die Experimente, die Herr Professor Cramer in Genf<sup>[8]</sup> über die Kraft der Ruder angestellt hat, zu sehen, da ich darüber theoretisch viel nachgedacht habe. Wenn er diese Experimente der Akademie mitteilen wird, so zweifle ich nicht daran, dass man ihm dafür ein Präsent machen wird; besonders aber wird man Ihnen für diese Entdeckung verpflichtet sein<sup>[9]</sup>.

Die magnetische Beobachtung von Herrn Musschenbroek kommt mir auch sehr apokryph vor; ich habe sie in der Konferenz vorgelegt, und Herr Prof. (G.W.) Krafft hat sofort mit dem grossen Magneten solche Experimente angestellt, jedoch nur obenhin, soweit es die Umstände zulassen, wobei die Anziehung in einer Distanz von 10 Linien schon merkbar war. Soviel man aber aus diesen Experimenten schliessen könnte, war die Anziehung bei weitem nicht reziprok zur vierten Potenz der Distanzen des Eisens von den Magnetenden, ja kaum zur dritten. Diese Experimente werden aber demnächst mit grösserer Sorgfalt angestellt werden. Da der Magnet sehr schwer ist, so habe ich – um die Waage nicht so sehr zu belasten – geraten, das Eisen auf die Waagschale zu legen und den Magneten ihm zu nähern, da das Eisen nicht von grossem Gewicht zu sein braucht<sup>[10]</sup>.

Herr Delisle wundert sich keineswegs, dass man in Holland nichts von Herrn Machins Traktat weiss, sondern sagt, dass Sie sich darüber in England hätten erkundigen sollen, da solche englischen Bücher auch in Holland für gewöhnlich unbekannt bleiben<sup>[11]</sup>.

Von Herrn Maupertuis habe ich ein Exemplar seiner Beschreibung nebst einem sehr verbindlichen Brief erhalten, wofür ich ihm auch wieder schriftlich gedankt habe<sup>[12]</sup>. Während meiner Krankheit ist er – ohne dass ich das Geringste dazu beigetragen habe – auf Ihren Vorschlag sofort als Mitglied der hiesigen Akademie aufgenommen worden und wird demnächst von dem hiesigen General Keith, der wegen seiner Verwundungen nach Paris gereist ist, das Diplom erhalten<sup>[13]</sup>. Dieses Werk von Herrn Maupertuis hat mir unvergleichlich gut gefallen, und ich habe insbesondere den Fleiss und die Genauigkeit der Beobachtungen bewundert. Bei den Beobachtungen über die Pendellänge jedoch habe ich einen kleinen Skrupel, weil sie sich nicht eines einfachen Pendels bedient haben, sondern eines mit einer Uhr verknüpften; denn abgesehen davon, dass ein solches Pendel sehr zusammengesetzt ist, schwingt es auch nicht frei, weshalb man Grund zum Zweifeln hat, ob man auf diese Weise aus der Zunahme der Länge eines solchen Pendels auf die wahre Länge eines einfachen Pendels schliessen könne<sup>[14]</sup>.

Von Herrn Stirling habe ich seither keine Antwort bekommen, und ich glaube auch nicht, dass ich als Mitglied in die Royal Society aufgenommen werde. Denn ich hätte in meinem Brief um diese Ehre bitten müssen, was ich aber keineswegs getan, sondern mich vielmehr für die Ehre bedankt habe<sup>[15]</sup>.

Von Ihrer *Hydrodynamik* haben wir hier noch keinerlei Nachricht, sondern warten noch mit grossem Verlangen darauf. Was unsere Rechnung betrifft, so weiss ich gewiss, dass ich Ihnen noch einige Rubel schuldig geblieben bin, aber nicht genau wie viel; weil Sie aber davon nichts wissen wollten, so bedanke ich mich zwar, doch bedaure ich, dass ich damals zu wenig zurückgeschickt und Ihnen dabei noch Mühe verursacht habe.

Wenn Sie nach Paris kommen werden, so versichern Sie bitte die dortigen Mathematiker meiner besonderen Hochachtung. An meiner Preisschrift über das Feuer finde ich nichts zu verbessern oder zu ändern, da ich glaube, dass auf diesem Gebiet nichts Vollkommeneres hervorgebracht werden kann<sup>[16]</sup>. Ich möchte gerne wissen, welcher Art die Probleme sind, in welchen ich mit Herrn Clairaut konkurriert habe. Vielleicht sind es solche, die sich auf beliebige Oberflächen und auf diesen gezogene Linien beziehen, wie sie in meiner *Mechanik* häufig vorkommen, denn ich weiss, dass Herr Clairaut über Kurven doppelter Krümmung geschrieben hat: Hierin werde ich ihm aber nicht die geringste Entdeckung streitig machen<sup>[17]</sup>.

Sie haben mir mehrmals wegen des Herrn Schärer geschrieben, doch verzeihen Sie mir bitte, dass ich darauf nicht früher geantwortet habe. Sie können leicht einschätzen, dass es hier schwierig ist, jemanden zu finden, besonders einen Kurier. Vor einiger Zeit jedoch kam er zu mir, und ich sprach ihm dann von der Jungfer Stübling. Von einer Schuld will er aber nicht das Geringste wissen, sondern sagt, dass man ihm in Basel gegen jedes Recht seinen Prozess verweigert hat. Zudem ist Herr Schärer auch keineswegs im Stande, einige Grosszügigkeit zu bekunden, da er nicht mehr als 180 Rubel verdient und dazu noch seinen Sohn, der hier in Kriegsdiensten steht, zur Hälfte unterhalten muss<sup>[18]</sup>.

Was die beiden Künstler aus Zürich und Colmar anbelangt, wird Ihnen der Herr Rat Schumacher vermutlich schreiben. Der unlängst aus Basel angekommene Bauler hat mich gebeten, Ihnen zu berichten, dass er – wenn etwa nach ihm gefragt werden sollte – sich noch hier befinde und sich durch sein Gewerbe erhalte; er gedenkt, diesen Winter nach Moskau zu gehen, wo sich sein Bruder – jedoch in Armut – aufhalten soll<sup>[19]</sup>.

Schliesslich bitte ich Sie, alle guten Freunde von mir grüssen zu lassen. Von hier aus lässt Sie der Kammerherr (von Korff) ergebenst grüssen; ich aber verbleibe mit aller denkbaren Hochachtung und Ergebenheit

} ... {

L. Euler

R 124 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 35  
 Petersburg, 3. Januar 1739 (23. Dezember 1738)  
 Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt<sup>[20]</sup>, 4 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 27,  
 Bl. 120–123v  
 Am 31. (20.) Dezember der Akademischen Konferenz vorgelegt, am 2. Januar 1739  
 (22. Dezember 1738) von Euler vorgelesen und am folgenden Tag zur Post gebracht  
 (cf. *Protokoly* 1, p. 525)

- [1] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über das Gleichgewicht von schwimmenden Körpern (1747, DB. 30).
- [2] Euler hat keine separate Abhandlung über die Schwingungen schwimmender Körper veröffentlicht. Alle seine diesbezüglichen Resultate finden sich im zweiten Band seiner *Schiffswissenschaft* (E. 111, Kap. 4).
- [3] Cf. Eulers Brief an J. I Bernoulli vom 31. (20.) Dezember 1738 (O. IV A, 2, p. 263–275).
- [4] Cf. J. I Bernoullis Brief an Euler vom 11. Oktober 1738 (O. IV A, 2, p. 252–253 / 260–261).
- [5] Zur Rechteckselastika cf. den *supra* in Anm. 3 genannten Brief Eulers, speziell p. 267 / 273.
- [6] Diesen Beweis erbrachte L. Euler in seiner Abhandlung E. 122, die er gleich im Anschluss an den vorliegenden Brief der Petersburger Akademie mitteilte. Sie erschien jedoch erst 1750 im Band 11 der *Commentarii* im Druck (cf. O. I, 14, p. 266f).
- [7] Das Thema der bestimmten Integrale findet eine Fortsetzung im Briefwechsel Eulers mit J. I Bernoulli. – Cf. O. IV A, 2, p. 275–305, insb. p. 304, Anm. 6.
- [8] Im Original: Gent.
- [9] Cf. Brief Nr. 32, Anm. 7, Nr. 35, Anm. 8, und Nr. 40, Anm. 13–15.
- [10] Cf. Brief Nr. 35, Anm. 10, und G.W. Krafft (1750b) sowie D. Bernoullis Brief an Krafft vom 6. August 1740.
- [11] Zu Machins Theorie über die Mondbewegung cf. Briefe Nr. 35–38, 52, insb. Brief Nr. 37, Anm. 11.
- [12] Cf. Maupertuis' Brief an Euler vom 20. Mai 1738 und Eulers Antwort vom 4. Dezember (23. November) 1738 (O. IV A, 6, p. 38f). Mit dem erstgenannten, erst im November 1738 in Petersburg eingegangenen Brief, dem auch Maupertuis' Buch über die Gestalt der Erde (1738a) beilag, begann die lang andauernde Korrespondenz der beiden Gelehrten, die später in Berlin eng zusammenarbeiteten.
- [13] Cf. Brief Nr. 35, Anm. 14.
- [14] Die Messungen wurden mit je einem Pendel von Graham und von Leroy vorgenommen; Maupertuis beschrieb sie in seinem Buch (1738, I.3, ch. 2, § 2, und ch. 5).
- [15] Cf. Brief Nr. 34, Anm. 5. Eulers Wahl als Fellow der Royal Society erfolgte erst am 22. Januar 1747.
- [16] Cf. Eulers Pariser Preisschrift über die Natur des Feuers (E. 34).
- [17] In seinem Antwortbrief (Nr. 37) versprach Bernoulli, Clairaut danach zu fragen, jedoch ist kein Brief aus der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und Clairaut aus der Zeit vor 1759 erhalten geblieben.
- [18] Die Details von Schärers Streitigkeiten (cf. Briefe Nr. 28 und 32) sind uns unbekannt.
- [19] Um welche Mitglieder der Basler Familie Bauler es sich handelt, ist uns nicht bekannt.
- [20] Die Kopie enthält eine von Euler signierte Bemerkung: «Die durchgestrichenen Seiten sollen nicht zur Hauptcorrespondence gehören, sondern als Privat Angelegenheiten gelten». Dies betrifft die sechs letzten Abschnitte des Briefes.

37

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 7. März 1739

Basel den 7. *mart.* 1739

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor

Meine antwort auff Ew. HEdgb. letsteres vom 23. *dec.* 1738 hab ich biß hieher auffgeschoben in der hoffnung unterdeßen zeit zu finden eine mathematische piece zu verfertigen und selbige beizufügen: da ich aber sehe, daß diese meine geschäfte mich noch länger abhalten möchten, hab ich diese antwort nicht weiters auffschieben wollen: und werde mit nächster gelegenheit eine piece überschicken, da ich zeügs genug im kropff habe umb viele derer zu verfertigen: wan also *pro Commentariis* einiger mangel sejn solte, so kan man alles was noch von mir vorhanden ist nur frey trucken, und werde schon trachten, daß alzeit einige newe pieces für die künfftige *tomos* von mir vorhanden sejen. *De laminis elasticis* hab ich viele meditationen, *de motu et theoria Lunae*, *de oscillationibus corporum fluidis insidentium* etc. Ich glaube daß die manier die pieces von einer materie *in duas partes* abzutheilen und in 2 unterschiedene *tomos* zu setzen nicht schlimm seje und die leüt begierig mache nach den folgenden *tomis*; wan aber solches solte anderst angesehen werden, so will ich in das künfftige trachten alles zusammen zu fassen. Die *experimenta circa vim remigum cum pondere comparandam et a D[omino] Cramero instituta una cum meis animadversionibus* werde ich auch nächstens schicken<sup>[1]</sup>. Ich hab auch eine neue *theoriam de sono, quem fistulae edunt*: Solche komt gar schön überein mit allem was die experienz bis hero hierüber geoffenbahret: Meine *theoria* erstreckt sich auff die *fistulas conicas* und auff die *fistulas fundo perforato foramine datae amplitudinis instructas*: Ich hab aber alles nur *in idea*, weil ich noch nicht zeit gehabt die *calculos* (welche sehr penibles sejn werden und eine völlige connoissance *hydrodynamicae* erfordern) zu verfertigen. Ich weiß also noch nicht, ob auch hierin meine *idea* werde mit der experienz übereinkommen: wan solches wäre, wurden meine concepten von einer großen wichtigkeit sejn<sup>[2]</sup>.

Mein Vatter wird auch seine hydrodynamischen meditationen überschicken und das vielleicht mit eben dieser post: ich weiß nicht warumb er mir sie nicht hat wollen übergeben umb solche zu überschicken, da ich es ihm doch offeriert umb ihme die unkösten zu sparen<sup>[3]</sup>.

Es ist mir gar lejd daß meine *Hydrodynamic* nicht ist in Petersburg angekommen. Ich habe solche franco naher Hambourg geschickt vermittelst eines hiesigen kauffmans: ich habe auch deswegen naher Hambourg schreiben laßen und zur antwort erhalten, daß das kistlein dort wohl angelangt und naher Petersburg im vorigen herbst seje spediirt worden durch den Schiffer Bart Jacobs; das Cognoscement seje an H. von Dettau und ist spediirt worden durch Gerhard Ralke und Sohn. Ich bitte also Ew. HEdgb. (da mir viel daran gelegen, daß mein *opus* an alle die Herren, sonderl[ich] Ihro Durchleücht <E.J. Biron> presentiert werde und auch viele

unkösten gehabt mit deßen spedierung) sich genaw deswegen zu informieren und mich so bald es möglich zu informieren, wie es mit dem Schiff gegangen, ob es etwan zu grund gegangen oder in einem haaffen überwintert habe. Wan es solte zu grund gegangen sejn, so wolte ich sogleich andere exemplar überschicken. Ich habe zwar auch deswegen naher Hambourg schreiben laßen aber noch keine antwort erhalten. Insonderheit bedaure ich, daß Ew. HEdgb. noch kein exemplar erhalten haben, weil ich gar gern Dero *judicium* darüber gehört hätte, ehe und bevor ich etwan eine andere edition ausgehen laße: Man macht mir zwar von allen orten her ohnbeschreibliche complimenten, welche ich aber gar wohl weiß wie ich sie auslegen solle. Ich habe zu Ew. HEdgb. wahrer freundschaft und ausnehmender penetration so viel zuversicht, daß ich kein compliment annehme biß ich Dero *judicium* werde gehört haben. Ich bitte Sie aber das *opus* mit einiger attention zu beehren sonderlich die letsteren sectionen, von welchen ich glaube, daß sie nicht wenig zur *perfectio[nem] physicae, mechanicae* etc. dienen können. Ich recommendiere Ihnen noch einmahlen sich wegen obbesagtem zu informieren und mich so gleich zu berichten<sup>[4]</sup>. Wan Ew. HEdgb. etwan schon solten meine pension eingezogen haben, so bitte mir solche so gleich zu übermachen ohne reflexion über den wechsel zu machen.

Der H. Maupertuis ist hieher gekommen, welches mich von meiner vorgehabten Pariser reiß abgehalten<sup>[5]</sup>. Ich habe mit frewden von ihme gehört, daß Ew. HEdgb. ruhm nunmehr in Franckreich floriere, so wie es Dero meriten mit sich bringen. Ich zweiffle nicht daran, Sie werden noch einmahl in selbiger Academie *Collega* werden. Es hat H. Bulfingre bej der letsten vacanz umb einen solchen platz practiciert als umb einen Cardinalshut, und das gantz offentlich, welches ich von 4 oder 5 unterschiedenen orten her gehört: Man meint aber es werde ein Spannier, für welchen sich der König von Spanien (Philipp V.) gar sehr interessiert, den platz erhalten, sonsten wie man mich hat versichern wollen ich gantz gewiß ihn erhalten hätte, ohne daß ich mich die geringste bemühung gegeben sondern vielmehr Ew. HEdgb. vorgeschlagen<sup>[6]</sup>. *Haec inter nos.*

Der H. Maupertuis hat mir gesagt daß Sie ohne zweiffel werden sich befrembden, wan Sie werden die 2 pieces sehen, so nebst Ihnen das *praemium de igne* remportiert haben<sup>[7]</sup>. Selbiger wird künfftige wochen wieder naher Paris verreßsen und hoffet dort Ew. HEdgb. brieff anzutreffen, dan der Printz Cantemir hat gesagt, er wolle ihm das paquet selbst überliefern<sup>[8]</sup>. Es hat den H. Maupertuis sehr gefrewt, daß er ist von unserer Acad<sup>e</sup> als ein *membrum* auffgenommen worden, und wird sich deswegen gegen dem H. Kammerherren (von Korff) bedancken, so bald er wird in Paris zuruck sejn: ich gebe mir auch die ehr deswegen an den H. Praesidenten (von Korff) zu schreiben:<sup>[9]</sup> ich bin versichert daß er (Maupertuis) in allen occasionen seinen eöfffer für die ehr unserer Academie zeigen und dieselbe so viel ihm möglich beförderen wird.

Auß seinen comparationen seines *thermometri* und des H. Delisle hab ich geschloßen, daß *maximum frigus sub circulo polari* respondirt habe 215 gr. in *thermometro* des H. Delisles, wan ich supponiere daß die *congelatio aquae dulcis* re-

spondiere 153 gr. Ich möchte aber gern wissen eigentlich, *quisnam sit congelationis gradus in thermometro D' Delisle*<sup>[10]</sup>.

Wegen des H. Machins tractat hab ich aus Londres selbstn folgende nachricht:

«L'ouvrage de Mr. Machin sur les mouvemens de la Lune n'est pas encore pret à paroître<sup>[11]</sup>: c'est dommage: plusieurs erreurs de Newton seront relevées, et il y aura bien des choses nouvelles: En general, quoique Newton passe pour le Dieu des Anglois, *non jurant in verba Magistri*<sup>[12]</sup>; il s'est élevé une cabale de mathematiciens, qui decrient entierement l'usage de l'analyse et veulent resoudre tous les problemes par la Geometrie.»

Es hat Newton, glaubt man, auch statuirt daß *vis magnetis proxime* sejn müße *in ratione triplicata distantiarum*, wie Ew. HEdgb. melden, daß H. Prof. (G.W.) Kraft gefunden habe<sup>[13]</sup>. Es hat mir H. De l'isle lang nicht geantwortet; ich bitte demselben mein compliment zu machen.

Diejenige *mathematici*, so seit vielen jahren sind naher Perou geschickt worden, umb einen *gradum meridiani* zu meßen, sollen noch nichts ausgericht haben und [in] eine große uneinigkeit verfallen sejn<sup>[14]</sup>.

In Paris hat ein gewisser *mathematicus* nammens Fontaine (so zwar noch nicht sonderlich bekant aber gar ein gelehrter geist sejn solle) eine piece verfertiget, darin er praetendiert den gantzen *calculus integralem* erschöpfft zu haben<sup>[15]</sup>. Er seje von anfang verlacht worden, da er aber gar viele schwäre exempel solviert, hat man anfangen darauff zu reflectieren und einige deputierte ernent umb diese invention zu untersuchen; da dan alle leüt schon angefangen darvon zu reden, als von den wahren *geometriae terminis*: es solle aber der H. Clairaut gezeigt haben, daß des H. Fontaine methode nicht general seje<sup>[16]</sup>: doch aber seje es eine überaus wichtige invention.

Es frewet mich daß meine solution *de firmitate corporum* etc. mit Ihrer übereinkomt, dan es eine delicate materi ist, darin man gar leicht *nubem pro Junone* nehmen kan<sup>[17]</sup>. Ubrigens können die oscillationen irregulair sejn, wan sie schon *infinite parvae* sind und umb einen *axem simplicem* geschehen. *Sit nempe superficies plana fluido verticaliter innatans: oscillationes etiamsi infinite parvae irregulares erunt, nisi linea per ambo centra gravitatis transiens secet bifariam lineam in qua superficies plani oscillantis secat superficiem fluidi.*

Ich bin sehr begierig Dero new opus, cui titulus erit *Scientia navalis*, zu sehen<sup>[18]</sup>. Dero opus *musicum* wird auch sehr curios sejn: doch aber zweiffle ich daran, ob die *musici* Dero temperatur wurden annemmen: daß der *terminus generalis*  $2^n \times 3^m \times 5^p$  alle *tonos fere, ut sunt recepti*, gebe, ist vielleicht nicht anderst als eine observation zu betrachten. In der music glaub ich nicht daß am meisten auff eine *harmonia perfectissima* reflectiert werde, weilen man doch mit dem gehör ein comma nicht distinguieren kan. Gesetzt die *progressio geometrica* gebe die *tonos* so accurat, daß dieselbe eine *proportionem simplicem* nicht zwar accurat sondern nur *quoad sensum* accurat gebeten, so wurde dieselbe zu praeferieren [sejn] wegen der transposition und anderen vorthelen<sup>[19]</sup>.

Es ist mir leyd, daß ich jetzo ni[cht zeit h]abe, deren mir communicirten schönen *theorematibus* nachzudencken: doch zweiffle ich da[ran ob m]an selbige werde de-



monstrieren können, weil Sie nur *a posteriori* darauff gefallen sind<sup>[20]</sup>. [Ew. H]Edgb. solution *isoperimetricorum* ist sehr tieffsinnig und scheint alles zu exhaustieren was hierüber [kan] gesagt werden: vielleicht habe ich mich im *calculo* gestoßen, da ich hab sehen wollen ob Ihr solution m[it der] meinigen übereinkomme: wie diese *problemata* die *curvaturam elasticae* in sich halten, werde ich nächstens exponieren: die *aequatio generalis pro lamina uniformi, naturaliter recta et elastica*, halte ich darvor daß sie müße  $\int \frac{ds^3}{rr d\xi^2}$  als ein *maximum* haben *sumendo dξ pro constante*: dan ich demonstrier daß *quaevis lamina ad datam curvam incurvata* eine *vim vivam potentialem* in sich begreiffe und daß diese *vis viva aequalis* seje  $\int \frac{ds^3}{rr d\xi^2}$ ; und dunckt mich daß eine *lamina elastica propria actione se inflectens* sich werde also biegen, *ut vim vivam minimam habeat*, dan sonst die *lamina elastica* sich selbst bewegen wurde. Diese *ideam* werde ich weitläuffiger in einem *schediasmate* nächstens exponieren, unterdeßen möchte ich gern Dero meinung über diese *hypothesin* vernemmen<sup>[21]</sup>.

Ew. HEdgb. bel[ieben] mir zu melden, was nunmehr mein Vatter von der realitet dieser *problematum isoperimetricorum* haltet, nachdeme Sie ihm Dero solution überschrieben. Er hat mir seine antwort an Sie nicht communiciert<sup>[22]</sup>.

Ich habe dem H. de Maupertuis Dero reflexion über die *longitudinem penduli compositi* communiciert, da er mich völlig aedificiert hat: dan die construction [ist] auff ein weiß beschaffen, daß *sive pendulum libere oscilletur sive horologio applicetur*, die *tempora tautochrone* sejn müßen, und auch *per experimenta* sind *tautochrone* befunden worden: und wan schon nicht ein *perfectus tautochronismus* wäre, so kan doch solches auff die *differentiam temporum ejusdem penduli eidem horologio applicati* (wie die *tempora* sind zu Tornao und Paris observiert worden) keine influenz bringen *sensibiliter*<sup>[23]</sup>.

Den H. Clairaut werde ich in meinem nachsten schreiben befragen, in was für *problematibus* er mit Ihnen concurrirt habe: ich glaube es seje *circa motum pendulorum in mediis resistentibus*<sup>[24]</sup>. In meiner letstens überschickten piece *De firmitate corporum* etc. erinnere ich mich, im überlesen, da ich *in procinctu* gewesen dieselbe wegzuschicken, *in fine penultimi paragraphi*, eine *lineam* hineingeflickt oder bejgefügt zu haben, welche ich bitte durchzustreichen: die wort erinnere ich mich nicht und habe keine rechte copey: ich weiß aber daß sie den *situm coni recti, quo basis est submersa*, betrachten, *quasi iidem essent situs firmi termini pro cono, sive basis extra aquam emineat sive non emineat*: wan Ew. HEdgb. nicht eigentlich die *verba delenda* errahten könnten, so bitte mir den *paragraphum* zu überschreiben, daß ich die wort indiciere: ich glaub aber, daß Sie dieselbe gleich ersehen werden<sup>[25]</sup>.

Von dem H. Raht Schumacher hab ich noch kein schreiben erhalten<sup>[26]</sup>: bitte demselbigen mein gehorsames compliment zu machen, wie auch allen übrigen guten freunden und bekanten, sonderl[ich] Ew. HEdgb. gantzem hauß.



Wormit verbl[eibe] mit aller möglichsten consideration und estime

Ew. HEdgb.

Meines H[och]g[e]ertheften H. *Professoris*

Gehorsamster

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 7. März 1739

> ... <

Meine Antwort auf Ihr letztes Schreiben vom 23. Dezember 1738 habe ich bis heute aufgeschoben in der Hoffnung, unterdessen Zeit für die Abfassung einer mathematischen Abhandlung zu finden und diese beizulegen. Weil ich jedoch sehe, dass meine Geschäfte mich noch länger aufhalten können, wollte ich diese Antwort nicht noch weiter aufschieben, und ich werde bei der nächsten Gelegenheit eine Abhandlung schicken, da ich genug *in petto* habe, um viele anzufertigen. Sollte also für die *Commentarii* Mangel herrschen, so kann man alles noch von mir Vorhandene nur nach Belieben drucken, und ich werde schon dafür sorgen, dass immer einige neue Abhandlungen von mir für die künftigen Bände zur Verfügung stehen werden. Ich habe viele Betrachtungen über die elastischen Streifen, über die Bewegung und Theorie des Mondes, über die Schwingungen der auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körper etc. Ich glaube, es ist nicht schlimm, die Abhandlungen über einen Forschungsgegenstand in zwei Teile aufzugliedern und in zwei verschiedene Bände zu setzen: Dies könnte die Leute sogar auf die nachfolgenden Bände begierig machen. Sollte dies aber anders gesehen werden, so will ich künftig danach trachten, alles zusammenzufassen. Die Experimente über die Kraft der Ruderer im Vergleich mit einem Gewicht, die Herr Cramer ausgeführt hat, werde ich – zusammen mit meinen Anmerkungen – auch demnächst schicken<sup>[1]</sup>. Ich habe auch eine neue Theorie über den Ton, welchen Pfeifen hervorbringen: Diese stimmt sehr schön überein mit allem, was die Erfahrung darüber bisher erbracht hat. Meine Theorie erstreckt sich auf die konischen Pfeifen und auf diejenigen, die am Boden mit einem Loch von gegebener Weite versehen sind. Alles habe ich bloss als Idee, da ich noch nicht Zeit dazu hatte, die Rechnungen (welche sehr mühsam sein werden und eine vollständige Kenntnis der Hydrodynamik erfordern) auszuführen. Ich weiss also noch nicht, ob meine Idee auch hierin mit der Erfahrung übereinstimmen wird; sollte dies zutreffen, so würden meine Konzepte von grosser Wichtigkeit sein<sup>[2]</sup>.

Mein Vater wird nun seine hydrodynamischen Betrachtungen auch schicken, und das vielleicht mit derselben Post. Ich weiss nicht, warum er sie mir nicht zur Übersendung geben wollte, da ich es ihm doch zur Ersparung der Unkosten angeboten habe<sup>[3]</sup>.

Ich bedaure sehr, dass meine *Hydrodynamik* nicht in Petersburg angekommen ist. Ich habe sie vermittelst eines hiesigen Kaufmanns franko nach Hamburg geschickt. Auch habe ich deswegen nach Hamburg schreiben lassen und zur Antwort erhalten, dass das Kistchen dort gut angekommen und im vorigen Herbst durch den Reeder Bart Jacobs nach Petersburg spediert worden sei. Der Beleg sei auf Herrn von Tettau ausgestellt und durch Gerhard Ralke und Sohn spediert worden. Ich bitte Sie daher (da mir viel daran liegt, dass mein Werk all den Herren, besonders aber Seiner Durchlaucht (E.J. Biron) präsentiert wird, und ich auch grosse Unkosten mit dessen Spedition gehabt habe), sich danach genau zu erkundigen und mich baldmöglichst zu informieren, was mit dem Schiff geschehen ist, ob es etwa gesunken ist oder in einem Hafen überwintert hat. Sollte es zugrunde gegangen sein, so möchte ich sofort andere Exemplare schicken. Ich habe zwar auch deswegen nach Hamburg schreiben lassen, jedoch noch keine Antwort erhalten. Ganz besonders bedaure ich, dass Sie selbst noch kein Exemplar erhalten haben, weil ich sehr gern Ihr Urteil darüber vernommen hätte, bevor ich etwa eine zweite Ausgabe veranlasse. Man macht mir zwar von überall her unbeschreibliche Komplimente, von denen ich aber sehr gut weiss, wie ich sie auslegen soll. Ich habe zu Ihrer wahren Freundschaft und Ihrem aussergewöhnlichen Scharfblick so viel Zuversicht, dass ich kein Kompliment annehme, bis ich Ihr Urteil gehört habe. Ich bitte Sie jedoch, dem Werk einige Aufmerksamkeit zu widmen, besonders den letzten paar Abschnitten, von welchen ich glaube, dass sie der Vervollkommnung der Physik, der Mechanik etc. nicht wenig dienen können. Ich lege Ihnen nochmals nahe, sich über das Obige zu erkundigen und mich unverzüglich zu benachrichtigen<sup>[4]</sup>. Sollten Sie etwa schon meine Pension eingezogen haben, so bitte ich Sie, mir diese sogleich zu überweisen, ohne sich über den Wechselkurs Gedanken zu machen.

Herr Maupertuis ist hierhergekommen, was mich von meiner geplanten Pariser Reise abgehalten hat<sup>[5]</sup>. Mit Freude habe ich von ihm vernommen, dass Ihr Ruhm jetzt in Frankreich so floriert, wie es Ihren Verdiensten zukommt. Ich zweifle nicht daran, dass Sie einmal in jener Akademie Mitglied werden. Herr Bülfinger hat sich bei der letzten Vakanz um einen solchen Platz beworben, als ginge es um einen Kardinalshut, und das ganz öffentlich, wie ich aus vier oder fünf unterschiedlichen Quellen gehört habe; man meint jedoch, dass ein Spanier, für den sich der König von Spanien (Philipp V.) sehr einsetzt, den Platz erhalten werde; sonst hätte ich diesen ganz gewiss erhalten, wie man mir versichern wollte, ohne dass ich mich nur im geringsten darum bemüht, sondern vielmehr Sie vorgeschlagen habe<sup>[6]</sup>. Dies unter uns.

Herr Maupertuis sagte mir, dass Sie ohne Zweifel befremdet sein werden, wenn Sie die beiden Preisschriften sehen, die neben der Ihrigen den Preis über das Feuer erlangt haben<sup>[7]</sup>. Er wird im Laufe der nächsten Wochen wieder nach Paris zurückreisen und hofft, dort Ihren Brief vorzufinden, denn Fürst Kantemir sagte, er wolle ihm das Paket eigenhändig übergeben<sup>[8]</sup>. Es hat Herrn Maupertuis sehr gefreut, dass er von unserer Akademie als Mitglied aufgenommen worden ist, und er wird sich bei dem Kammerherrn (von Korff) bedanken, sobald er wieder nach Paris

zurückgekehrt ist; ich beehre mich auch, deswegen an den Herrn Präsidenten (von Korff) zu schreiben<sup>[9]</sup>: Ich bin sicher, dass Maupertuis bei jeder Gelegenheit seinen Eifer für die Ehre unserer Akademie einsetzen und diese nach bester Möglichkeit fördern wird.

Aus Maupertuis' Vergleich seines eigenen Thermometers mit demjenigen von Herrn Delisle habe ich geschlossen, dass die grösste Kälte unter dem Polarkreis, gemäss dem Thermometer von Delisle, 215 Grad entsprochen habe, wenn ich annehme, dass der Gefrierpunkt des Süsswassers 153 Grad entspricht, doch möchte ich eigentlich gerne wissen, was denn nun bei Herrn Delisles Thermometer der Gefrierpunkt ist<sup>[10]</sup>.

Betreffs Herrn Machins Traktat habe ich aus London folgende Nachricht: «L'ouvrage de Mr. Machin sur les mouvemens de la Lune n'est pas encore pret à paroître<sup>[11]</sup>; c'est dommage: plusieurs erreurs de Newton seront relevées, et il y aura bien des choses nouvelles. En general, quoique Newton passe pour le Dieu des Anglois, *non jurant in verba magistri*<sup>[12]</sup>; il s'est élevé une cabale de mathematiciens, qui decrient entierement l'usage de l'analyse et veulent resoudre tous les problemes par la Geometrie.» Newton hat auch – so glaubt man – behauptet, die Kraft eines Magneten müsse nahezu im Verhältnis der dritten Potenzen der Abstände sein, so wie es Herr Prof. (G.W.) Krafft – Ihrer Meldung gemäss – gefunden hat<sup>[13]</sup>. Herr Delisle hat mir seit langem nicht geantwortet; lassen Sie ihn bitte von mir grüssen.

Die Mathematiker, die vor vielen Jahren nach Peru geschickt wurden, um einen Meridiangrad zu vermessen, sollen noch nichts ausgerichtet haben und in grosse Zwistigkeit geraten sein<sup>[14]</sup>.

In Paris hat ein gewisser Mathematiker namens Fontaine (der zwar noch nicht besonders bekannt, jedoch ein sehr gelehrter Mann sein soll) eine Abhandlung verfertigt, worin er beansprucht, die gesamte Integralrechnung ausgeschöpft zu haben<sup>[15]</sup>. Er sei anfänglich ausgelacht worden; weil er jedoch sehr viele schwierige Beispiele löste, fing man an, darauf zu achten, und ernannte einige Fachleute, um diese Erfindung zu untersuchen. Als dann alle Leute schon darüber als von den wahren Begriffen der Geometrie zu reden anfangen, soll jedoch Herr Clairaut gezeigt haben, dass die Methode von Herrn Fontaine nicht allgemein sei<sup>[16]</sup>. Dennoch sei es aber eine überaus wichtige Erfindung.

Es freut mich, dass meine Lösung über die Festigkeit der Körper mit der Ihren übereinstimmt, denn es ist eine heikle Materie, bei der man sehr leicht die Wolke für die Göttin nehmen kann<sup>[17]</sup>. Übrigens können die Schwingungen auch schon irregulär sein, wenn sie unendlich klein sind und um eine einfache Achse vollführt werden. Eine ebene Fläche schwimme nämlich senkrecht in einer Flüssigkeit: Die Schwingungen – auch die unendlich kleinen – werden irregulär sein, wenn nur die Gerade durch die beiden Schwerpunkte die Linie nicht halbiert, in welcher die Fläche der schwingenden Ebene die Oberfläche der Flüssigkeit schneidet.

Ich bin sehr begierig darauf, Ihr neues Werk, das den Titel *Schiffswissenschaft* tragen wird, zu sehen<sup>[18]</sup>. Ihr Traktat über die Musik wird auch sehr bemerkenswert sein, doch zweifle ich daran, dass die Musiker Ihre Temperatur annehmen werden.

Dass der allgemeine Term  $2^n \times 3^m \times 5^p$  alle Töne fast so wie üblich ergibt, ist vielleicht bloss als eine Beobachtung zu betrachten. Ich glaube nicht, dass in der Musik das Hauptgewicht auf eine ganz vollkommene Harmonie gelegt wird, da man doch mit dem Gehör ein Komma nicht unterscheiden kann. Angenommen, die geometrische Reihe gäbe die Töne derart genau, dass sie zwar nicht ganz genau, sondern nur für die Sinne genau eine einfache Proportion ergäben, so wäre diese – wegen der Transposition und anderer Vorteile – vorzuziehen<sup>[19]</sup>.

Ich bedaure, dass ich jetzt nicht Zeit habe, über die schönen Theoreme nachzudenken, die Sie mir mitgeteilt haben; doch zweifle ich daran, ob man sie wird beweisen können, weil Sie nur *a posteriori* darauf gekommen sind<sup>[20]</sup>. Ihre Lösung der isoperimetrischen Kurven ist sehr tiefsinnig und scheint alles auszuschöpfen, was darüber gesagt werden kann. Vielleicht habe ich mich in der Rechnung versehen, als ich nachprüfen wollte, ob Ihre Lösung mit der meinigen übereinstimmt. Wie diese Probleme die Krümmung der Elastika enthalten, werde ich demnächst darstellen. Betreffs der allgemeinen Gleichung für den homogenen, von Natur aus geraden elastischen Streifen meine ich, sie müsse  $\int \frac{ds^3}{rr d\xi^2}$  zum Maximum haben, wenn man  $d\xi$  als konstant annimmt, denn ich beweise, dass ein beliebiger zu einer gegebenen Kurve gebogener Streifen eine potentielle lebendige Kraft in sich besitzt, die gleich  $\int \frac{ds^3}{rr d\xi^2}$  ist. Dann dünkt mich, dass ein aus eigener Kraft sich biegender elastischer Streifen sich so biegen wird, dass die lebendige Kraft ein Minimum hat, weil sonst der elastische Streifen sich von selbst bewegen würde. Diese Idee gedenke ich nächstens ausführlicher in einer Skizze darzustellen. Inzwischen möchte ich gern Ihre Meinung über diese Hypothese vernehmen<sup>[21]</sup>.

Bitte melden Sie mir, was mein Vater jetzt von der Realität dieser isoperimetrischen Probleme hält, nachdem Sie ihm Ihre Lösung geschrieben haben. Er hat mir seine Antwort an Sie nicht mitgeteilt<sup>[22]</sup>.

Herrn Maupertuis habe ich Ihre Überlegung über die Länge des zusammengesetzten Pendels mitgeteilt, und er hat mich völlig beruhigt: Denn die Konstruktion ist so beschaffen, dass die Zeiten tautochron sein müssen, unabhängig davon, ob das Pendel frei schwingt oder in einer Uhr angebracht ist; auch experimentell sind sie als tautochron befunden worden. Selbst wenn kein vollkommener Tautochronismus bestünde, so könnte dies doch auf die Differenz der Zeiten desselben mit derselben Uhr verbundenen Pendels (wie die Zeiten zu Torneå und Paris beobachtet worden sind) keinen merklichen Einfluss haben<sup>[23]</sup>.

Herrn Clairaut werde ich in meinem nächsten Schreiben fragen, in welcher Art von Problemen er mit Ihnen konkurriert habe: Ich glaube, es handle sich um die Bewegung der Pendel in widerstehenden Medien<sup>[24]</sup>. Ich erinnere mich, beim Durchlesen meiner letztens übersandten Abhandlung *De firmitate corporum* in der Eile des Absendens am Schluss des zweitletzten Paragraphen eine Zeile hineingeflickt oder beigefügt zu haben, welche ich durchzustreichen bitte. Der Worte erinnere ich mich nicht, und ich besitze auch keine richtige Kopie, doch weiss ich, dass sie die Lage eines geraden Kegels betreffen, bei dem die Basis eingetaucht ist:

Es ging darum, dass die Schranken für eine stabile Lage des Kegels dieselben wären, ob die Basis aus dem Wasser ragt oder nicht. Wenn Sie die wegzulassenden Worte nicht richtig erraten können, so schicken Sie mir bitte den Paragraphen, damit ich die Worte angebe; ich glaube jedoch, dass Sie diese sofort ansehen werden<sup>[25]</sup>.

Von Herrn Rat Schumacher habe ich noch kein Schreiben erhalten<sup>[26]</sup>; bitte grüssen Sie ihn ebenso von mir wie auch alle übrigen guten Freunde und Bekannten, besonders aber Ihr ganzes Haus.

Damit verbleibe ich

>...<

Daniel Bernoulli

R 125 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 36

Basel, 7. März 1739

Orig., 6 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 28, Bl. 53–54v

Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt – *ibid.*, Bl. 45–48

Publ. (in französischer Übersetzung von N. Fuss): Fuss 2, p. 453–457

- [1] Cf. Brief Nr. 40, Anm. 13.
- [2] D. Bernoullis Ideen über den Ton von Pfeifen verschiedener Form wurden erst 1764 in seiner Abhandlung DB. 53 veröffentlicht.
- [3] Cf. Brief Nr. 35, Anm. 7.
- [4] Über die Ursachen der verspäteten Zustellung der für Petersburg bestimmten Exemplare von D. Bernoullis *Hydrodynamik* ist keinerlei Nachricht erhalten geblieben.
- [5] Maupertuis weilte vom 20. Januar 1739 an während ca. zwei Monaten in Basel.
- [6] Tatsächlich wurde am 16. März 1739 der Leibarzt der spanischen Königsfamilie, Giuseppe Cervi aus Parma, als Nachfolger des am 23. September 1738 verstorbenen Boerhaave zum Auswärtigen Mitglied der Pariser Akademie ernannt (cf. Brief Nr. 39, Anm. 9). Die Ernennung D. Bernoullis wurde am 24. Juni 1748 von König Ludwig XV. bestätigt, diejenige Eulers – zum «*surnuméraire*» – am 15. Juni 1755.
- [7] Der Pariser Preis von 1738 über die Natur des Feuers wurde zu je einem Drittel Euler (für E. 34), dem Jesuitenpater Lozeran du Fiesc und Voltaire zugesprochen.
- [8] Cf. Brief Nr. 36, Anm. 12.
- [9] Das Archiv der Petersburger Akademie besitzt das Dankschreiben von Maupertuis sowie den hier erwähnten Brief D. Bernoullis an den Präsidenten von Korff vom 7. März 1739, der darauf Bezug nimmt (cf. Anhang VII.3, Nr. 13, p. 964 h.v.).
- [10] Delisle hat seine *Thermometrie* 1738 in einer Abhandlung dargelegt. Delisles ursprüngliche Skala beruht auf der Längenabnahme einer Quecksilbersäule, ausgehend vom Siedepunkt des Wassers als Nullpunkt, wobei eine Kontraktion des Volumens um 0.001% einem Grad entspricht. Auf einer durch Weitbrecht neu kalibrierten Delisle-Skala, von der hier offenbar die Rede ist, entspricht der Gefrierpunkt des Wassers 150°; die im Brief erwähnte Tiefsttemperatur am Polarkreis von 215° beträgt damit –43.3 °C.
- [11] Machin hinterliess ein grosses, weitgehend unveröffentlichtes Werk, vorwiegend zur Mondtheorie. Seine beiden bekannten Abhandlungen *The motion of the moon's nodes* und *The laws of the moon's motion according to gravity* erschienen in der 3. Ausgabe von Newtons *Prinzipien*, die erste in der Originalausgabe (1726), die zweite in der englischen Übersetzung (1729). Schliesslich erschien in Band 40 der *Philosophical Transactions* Machins Abhandlung *The solution of Kepler's problem* (Machin 1738). Der von D. Bernoulli zitierte Hinweis seines unbekannten Korrespondenten in London muss sich demnach auf einen weiteren Traktat von Machin beziehen, der vermutlich nie veröffentlicht worden ist.

- [12] «Sie schwören nicht auf des Meisters Worte»: frei gebildet nach Horaz, *Epist.* I, 1, 14: «*nullius addictus iurare in verba magistri* ...» («keinem Meister verpflichtet, auf seine Worte zu schwören ...»). Hier zweifellos eine Anspielung auf das Motto der Londoner Royal Society aus deren Gründungszeit: *nullius in verba*.
- [13] Cf. Brief Nr. 35, Anm. 10.
- [14] Zum unglücklichen Verlauf der Peru-Expedition cf. Brief Nr. 12, Anm. 20.
- [15] Cf. Fontaine (1736). In dieser Akademie-Abhandlung löste Fontaine das Problem der Tauchochronen in einem Medium, dessen Widerstand proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit des Körpers ist, mit einer allgemeineren Methode als seine Vorgänger Huygens, Newton und Johann I Bernoulli, indem er gewisse Verfahrensweisen der Variationsrechnung im Sinne Eulers vorwegnahm. – Cf. Greenberg (1982, 1984).
- [16] Ein kritisches Gutachten von Clairaut und Nicole über den ersten Teil des Manuskripts von Fontaines *Sur le calcul intégral* wurde im Februar 1739 der Pariser Akademie vorgelegt. Clairaut publizierte daraufhin sogleich seine eigene Abhandlung über allgemeine Probleme der Integralrechnung (1741), wodurch die Publikation des Traktats von Fontaine sehr verzögert wurde (cf. Fontaine 1764). Fontaines Methoden wurden von Clairaut in seinem ersten Brief an Euler vom 17. September 1740 charakterisiert (O. IV A, 5, p. 68f – cf. insb. p. 70, Anm. 7).
- [17] «Die Wolke für die Göttin nehmen» (wie Ixion, der mythische König der Lapithen, der als Gast der Götter im Rausch Zeus' Gattin Hera bedrängte, worauf ihm dieser eine Wolke untersob): eine im 18. Jahrhundert sehr bekannte Metapher, die sowohl Jakob als auch Johann I Bernoulli gerne verwendet haben.
- [18] Infolge von Schwierigkeiten mit dem Druck wurde Eulers *Schiffswissenschaft* erst 1749 veröffentlicht, wodurch er hinsichtlich mancher Probleme seiner Priorität verlustig ging.
- [19] In dieser Hinsicht bleibt Euler allerdings ein Purist, der von der gleichschwebenden Temperatur nichts wissen will. Schliesslich hat sich bekanntlich – hauptsächlich wegen der Transpositionsmöglichkeiten – D. Bernoullis Standpunkt historisch durchgesetzt. Zu dieser Problematik cf. Brief Nr. 38, Anm. 12.
- [20] Gegen diesen Einwand bezüglich der in Brief Nr. 36 vorgelegten Beziehungen zwischen bestimmten Integralen algebraischer Funktionen wird sich Euler in seinem Antwortbrief Nr. 38 mit aller Deutlichkeit verwahren.
- [21] Euler interessierte sich für D. Bernoullis Idee über extremale Eigenschaften der elastischen Kurven, worüber er sich in seinem Antwortbrief (Nr. 38) äusserte (cf. p. 312/316 h.v.). Später benutzte er das hier von Bernoulli vorgeschlagene Prinzip bei seiner Untersuchung der Formen von elastischen Streifen (cf. den Anhang *De curvis elasticis* in seiner *Variationsrechnung*, wo er D. Bernoullis Anregung ein grosses Lob spendete).
- [22] Cf. den Brief J. Bernoullis an Euler vom 7. März 1739 (O. IV A, 2, p. 275–287). Mit diesem Brief, den er seinem Sohn Daniel vorenthielt, sandte J. I Bernoulli den ersten Teil seiner *Hydraulik* an Euler, und genau deshalb hat er ihn Daniel nicht gezeigt.
- [23] Dagegen äusserte Euler keinerlei Einwände.
- [24] Kein Brief der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und Clairaut aus der Zeit vor 1759 ist erhalten geblieben.
- [25] Das Originalmanuskript der Abhandlung Bernoullis über das Gleichgewicht schwimmender Körper (1747, DB. 30) befindet sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 14). Es enthält am Schluss ein – im Druck fehlendes – *Nota bene*. Auf die auszustreichende Passage geht Euler in seinem Antwortbrief Nr. 38 ein.
- [26] Der letzte erhaltene Brief D. Bernoullis an Schumacher aus der vorangegangenen Zeit datiert vom 24. Mai 1738 (cf. Anhang VII.3, Nr. 11, p. 961 h.v.).



38

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 16. (5.) Mai 1739

Hochedelgebohrner  
HochgeEhrtester Herr Professor

Ich zweifle nicht Ew. HochEdelgebohrnen werden zu seiner Zeit so wohl den Prima als secunda Wexel richtig empfangen haben<sup>[1]</sup>.

Seit der Zeit habe Dero unvergleichliches Werck mit aller Attention durchgesehen und daraus einen ungemeinen Nutzen geschöpft: weswegen Ew. HochEdelgb. so wohl zu der glücklichen Ausführung dieser so schweren und dunckeln materie, als des dadurch erworbenen unsterblichen Ruhms von Hertzen gratulire<sup>[2]</sup>. Diese gantze Ausführung verdienet um so viel mehr alle Ersinnliche Aufmercksahmkeit, je weniger die rigoureuse Geometrie dazu hinlänglich ist, sondern der Hülfe einiger wichtiger *Principiorum physicorum* bedarf; welche Dieselben mit unbeschreiblichem Vorthail anzubringen gewust haben. Dann obgleich Dero Herr Vater das ienige, wozu Ew. Hochedelgeb. sich des *Principii Virium vivarum* bedienet, *ex principiis magis genuinis* herleitet, so glaube ich doch kaum, daß diese neue Theorie zur Auflösung aller Fälle allein hinlänglich ist, sondern eben sowohl die gemeldten *Principia Physica* von nöthen hat. Dann beÿ dieser Theorie ist unumgänglich nöthig, daß man den *motum relativum aquae in vase* anzeigen, oder aus der Geschwindigkeit des Wäkers an einem Orte des Gefäßes die Bewegung an allen Orten bestimmen könne und dieses ist eben der fürnehmste Punct in der gantzen Sache: dessen Erörterung beÿ den meisten Fällen weit mehr Schwierigkeiten unterworfen ist als die nachgehends darauf gebaute Rechnung. Wo Ew. Hochedelgebohrnen weisen, daß eine gewisse *Virium vivarum quantitas* verlohren gehe, und also *methodus rigorosa* nicht Platz finde; in eben denselben Fällen wird auch Dero H. Vater die größten Difficultaeten finden und mit seiner Theorie nicht leicht auskomen, woferne Er nicht eben dergleichen *Hypotheses* annimmt. Dieses schreibe ich keinesweges um dieser unvergleichlichen Theorie Dero Herrn Vaters, welche ich im höchsten Grad admirire, den geringsten Abbruch zu thun, sondern vielmehr meine Verwunderung an Tag zu legen, daß Ew. HochEdelgebohrn dergleichen schwere und intricate *Casus* so glücklich und meisten theils durch so simple Expressionen aufgelöset haben<sup>[3]</sup>.

Beÿ einer neuen Ausgabe dieses Wercks wollte ich Ew. Hochedelgeb. insonderheit unmaaßgebl[ich] rathen die meisten materien etwas weitläuftiger auszuführen, theils zur Erleichterung der Lesern theils aber hauptsächlich, damit der große Nutzen, welcher aus vielen Abhandlungen gezogen werden kan, desto deutlicher hervor leuchte: dann ich habe so viel und verschiedene importante und gantz neue materien darin angetroffen, daß die meisten in besondern tractaten abgehandelt zu werden gar wohl verdienten.



Was übrigens die *Calculos* anbelangt, so habe die meisten nachgerechnet und richtig befunden, ausgenommen pag. 156 da sich Ew. Hochedelgeb. in der Integration dieser *formularum*

$$- \int \frac{mg \, dx \sqrt{x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} \quad \text{und} \quad - \int \frac{ng \, dx \sqrt{a-x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}}$$

verstoßen haben; inzwischen aber ist doch die Application richtig, da nur die Differentz dieser Integration angebracht wird. Die angegebenen *Integralia* kamen mir beÿ dem ersten Anblick suspect vor, weil sie gantz rational sind und darin weder  $\sqrt{x}$  noch  $\sqrt{a-x}$  vorkommt. Wofern ich mich in *Calculo* nicht versehen habe, so dependiren die gedachten *Integralia* nicht nur a *logarithmis*, sondern auch a *quadratura circuli*<sup>[4]</sup> und ist<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} - \int \frac{mg \, dx \sqrt{x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} &= \text{Const.} + \frac{mag}{(m^2 + n^2)^2} (m(m^2 - n^2)) \times \text{Arc. tang.} \sqrt{\frac{a-x}{x}} \\ &\quad + 2mn^2 \log \frac{\sqrt{a}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} - \frac{(m+n)(m^2 + n^2)x}{a} \end{aligned}$$

da die *Constans* so determiniret werden muß, daß das *Integrale* evanescire, wann gesetzt wird  $x = a - b$ ; hat nun dieses *Integrale* seine Richtigkeit, so ist

$$- \int \frac{ng \, dx \sqrt{a-x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} = gx - \int \frac{mg \, dx \sqrt{x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} :$$

und folglich die Differentz der beÿden Expressionen = Const.  $- gx = g(a - b - x)$  wie Ew. Hochedelgeb. auch gefunden haben und bloß allein um dieser Ursache willen scheinen die Integrationen angestellt zu haben.

Die versprochenen Piecen über die *Laminas Elasticas*, den *Motum Lunae* und die *Oscillationes corporum aquae insidentium* erwarten wir mit großem Verlangen, insonderheit aber auch ich der ich auf diese dreÿ materien nicht wenig Zeit gewendet, und *circa oscillationes laminarum Elasticarum* auf von Ew. Hochedelgeb. gegebenen Anlaß auch schon lang eine Piece vorgelesen, von deren Inhalt ich damahls die Ehre gehabt habe, Denselben weitere Nachricht zu geben<sup>[6]</sup>. Ew. Hochedelgb. haben gantz recht, daß die *Oscillationes corporum aquae insidentium*, ob sie gleich unendl[ich] klein und um einerleÿ *Axem* geschehen, nicht immer regulair steigen. Ich habe diesen Umstand in meiner *Scientia navali* wohl erwogen, indem ich gewiesen, daß die Oscillationen nicht *tranquillae* seÿn können, woferne nicht die Vertical Linie welche durch die beÿden *Centra Gravitatis* gezogen wird, zugleich *per Centrum gravitatis Sectionis aquae* durchgehet, welche Condition wann man sich die *sectionem aquae* als eine grade Linie vorstellt, mit Ew. HochEdelgb. Bedingung übereinkommt. Dann wann diese Condition nicht Platz hat, so ruhet das *Centrum gravitatis inter oscillandum* nicht, sondern steigt bald und fällt, wodurch die Oscillationen mit succussionen vermengt werden. Deswegen habe geschrieben, daß die *Oscillationes regulares circa axem fixum horizontalem per centrum gravitatis*

*transeuntem* geschehen müssen; wo also das *Centrum gravitatis* nicht einmahl *fixum* bleibt, so findet diese von mir gemachte Limitation nicht statt. Dahero glaube ich auch, daß bey Erbauung der Schiffe dieses ein nothwendiges *Requisitum* sey, daß der *Axis verticalis per centrum gravitatis ductus* zugleich durch das *Centrum gravitatis Sectionis Aquae* durchgehe. Ich habe aus dieser Theorie sehr viele und wichtige Regeln *pro Constructione et Gubernatione navium* gesammelt, welche ich angefangen auszuführen und zu nutzen machen, woraus der zweyte Theil meiner *Scientiae navalis* bestehen wird [7].

Von dem Wercke des Herrn Machins habe ich unter uns geredt keine alzu große Opinion, so viel ich aus seiner General-Idée, welche in der letzten englischen Edition der *Principiorum Philosophiae Newtoni* beygefüget ist, habe schließen können, wovon ich auch in meiner *Mechanic* Meldung gethan habe<sup>[8]</sup>: übrigens scheint aus der Verachtung der Analysis, daß die gantze Mathematic nächstens völlig in Engelland in Verfall gerahten werde: welcher Verlust aber um so viel erträglicher fallen wird, da in Franckreich diese Wissenschaft je länger je mehr in Flor komt. Denen Hrn. Engelländern thut dieß einen großen Tort, daß sie sich schämen anderwärts gemachte Entdeckungen sich zu Nutzen zu machen, sondern dieselbe lieber ignoriren wollen: wodurch sie folglich ungemein zurück bleiben müssen. Daß eine Cabale in Engelland aufgestanden, welche die *Analysin* gantz und gar verbanen wollen, nimmt mich nicht Wunder, weilen vielleicht diese Herren vorher von der *Analysi* sind verlassen worden: dann außer etlichen in Wahrheit großen Männern, habe ich von Engelländern keine sonderliche Proben in der *Analysi* gesehen, und scheinen ihnen die meisten Stücke aus dem *Calculo Int[eg]rali* nemlich die *Separatio* und *Integratio aequationum* imgleichen der *Calculus* mit *Quantitatibus Exponentialibus* und *Transcendentalibus* ziemlich unbekannt zu seyn, sonderbarer Analytischer Vortheile, dergleichen ich viel in meiner *Mechanic* angebracht habe zu geschweigen<sup>[9]</sup>.

Meine *Theoria [musicae]* ist durch den Druck schon fast zu Ende gebracht<sup>[10]</sup>; was ich von dem *Termino Generali*  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$  gemeldet, ist nicht nur eine Observation, sondern kommt mit der neuesten und probatesten Temperatur so genau über ein, daß nur der *Clavis B* ein wenig different ist. Dann wann die 12 *divisores* der Zahl  $3^3 \cdot 5^2$  mit solchen *potestatibus Binarii* multiplicirt werden, daß alle *intra rationem duplam* oder in eine Octav fallen und der Thon, welcher aus dem *Divisore* 1 entsteht und mit  $2^n$  angedeutet wird, *F* genennt wird wie die *Musici* wollen; so kommen nachfolgende Proportionen *inter binos sonos contiguos* heraus:

$F : Fs$	128 : 135	128 : 135
$Fs : G$	15 : 16	15 : 16
$G : Gs$	24 : 25	24 : 25
$Gs : A$	15 : 16	15 : 16
$A : B$	128 : 135	25 : 27
$B : H$	15 : 16	24 : 25
$H : c$	15 : 16	15 : 16

$c : cs$	24 : 25	24 : 25
$cs : d$	25 : 27	25 : 27
$d : ds$	24 : 25	24 : 25
$ds : e$	15 : 16	15 : 16
$e : f$	15 : 16	15 : 16

nach der neuesten aber von den *Musicis* recipirten Art, die Töne zu formiren, welche der Mattheson in seiner *General Bass Schule* anführet und weitläufig beschreibt, kommen beÿgesetzte *Proportiones* heraus<sup>[11]</sup>. Wann also in der recipirten Art nur der Ton *B in ratione* 128 : 125 tiefer gemacht wird, so komt dieselbe mit der wahren Harmonie überein. Dadurch wird zugleich das vom Mattheson angeführte *inconueniens* völlig gehoben, und das *intervallum Cs : B* in eine *Sextam majorem* verwandelt, welches sonst einer *septimae minori* näherkäme. Ubrigens ist die Eintheilung *secundum progressionem geometricam* schon ausgemustert, weil sie alzuviel abweicht von den wahren Consonantien<sup>[12]</sup>.

Die überschriebenen *Theoremata* kan ich auf das kräftigste beweisen, so daß an derselben Wahrheit nicht zu zweifeln ist, allein eine genuine methode, wodurch dieselben *analytice* und *a priori* herausgebracht werden könnten, habe ich nicht<sup>[13]</sup>.

Daß meine *Solutio problematum isoperimetricorum* beÿ Ew. Hochedelgb. Beÿfal gefunden, freuet mich nicht wenig; Dero H. Vater scheint auch damit vollkommen zufrieden zu seÿn, und hat nichts weiter wegen der Realitaet der [von] mir proponirten *Problematum* urgirt. Daß die *Curva Elastica* eine *proprietaem maximi vel minimi* haben müsse zweifle ich keines weges, indem eine jegliche *Curva*, so von der Natur formirt wird, eine solche Eigenschafft hat, als die *Catenaria*, *Lintearia*; was aber für eine Expression beÿ der *Elastica* ein *maximum* seÿ, kam mir anfänglich dunckel vor, anietzo aber sehe ich wohl, daß dieses die *quantitas virium potentialium*, welche in den Beugungen stecken seÿn müße: wie aber diese Quantitaet bestimmet werden müße bin ich begierig aus Ew. Hochedelgb. versprochener *Piece* zu erlernen<sup>[14]</sup>.

Der Worte, welche Dieselben in Dero letzten *Piece* ausgestrichen haben wolten, konnte ich mich so gleich erinnern, weil sie mir gleich anfänglich paradox vorkamen: ich habe also diese Worte: «*Et quia haec altitudo potest sumi tam affirmative quam negative, sequitur, si aequilibrium firmum sit immerso apice aut labile fore etiam firmum aut labile immersa basi*» ausgestrichen, wodurch ich Ew. HochEdelgb. Verlangen ein Gnügen gethan zu haben glaube<sup>[15]</sup>.

Dero gemeldte Theorie *de sono quem fistulae edunt* bitte inständigst zu cultiviren, indem ich darauf ungemein curios bin, dann ob ich gleich glaube die wahre Ursache und Determination der Töne, so *fistulae cylindricae apertae* geben, entdeckt zu haben, so wil doch meine *Theoria* sich nicht wohl *ad fistulas ex parte opertas vel conicas vel cujuscunque figurae* erstrecken<sup>[16]</sup>. Über diese materie deuchte mich, daß allen Dingen gut wäre viel *Experimenta* anzustellen.

Wir werden hier nächstens Experimenten machen über die *Resistentiam corporum variae figurae in aqua*, und für das erste untersuchen, *quanto tempore datum*

*corpus a data vi per datum spatium in aqua protrahatur*: wodurch man so gleich sehen wird, ob die recipirte Newtonianische Theorie bestehen könne oder nicht: Ew. Hochedelgb. scheinen auch an derselben sehr starck zu zweifeln.

Beÿliegenden Brief an Dero H. Vater schicke offen, damit ich nicht nöthig habe einige Sachen daraus insbesondere Ew. Hochedelgb. zu schreiben: ich hoffe Dero H. Vater werde solches nicht übel nehmen<sup>[17]</sup>. Endlich laßen alle meine angehörigen und übrige gutte freunde grüßen und ich mache mir eine Ehre zu seÿn

Ew. Hochedelgeb.  
gehorsamster Diener

L. Euler

St Petersburg den 5. May 1739.

### Übersetzung

}...{

Ich zweifle nicht daran, dass Sie sowohl den Prima- als auch den Sekundawechsel zu ihrer Zeit richtig empfangen haben werden<sup>[1]</sup>.

Inzwischen habe ich Ihr unvergleichliches Werk sehr aufmerksam durchgelesen und ungewöhnlichen Nutzen daraus gezogen, und deshalb gratuliere ich Ihnen von Herzen sowohl zur glücklichen Ausführung dieser so schwierigen und dunkeln Materie als auch zu dem damit erworbenen unsterblichen Ruhm<sup>[2]</sup>. Die ganze Ausführung verdient um so mehr alle nur denkbare Aufmerksamkeit, je weniger die strenge Geometrie dazu ausreicht, sondern der Hilfe einiger wichtiger physikalischer Prinzipien bedarf, die Sie mit unbeschreiblichem Vorteil anzuwenden wussten. Denn obgleich Ihr Vater dasjenige, wozu Sie sich des Prinzips der lebendigen Kräfte bedient haben, aus genuineren Prinzipien herleitet, so glaube ich doch kaum, dass diese neue Theorie zur Auflösung aller Fälle allein ausreichend ist, sondern ebensosehr die erwähnten physikalischen Prinzipien benötigt. Denn bei dieser Theorie ist unbedingt notwendig, dass man die Relativbewegung des Wassers im Gefäß angeben oder aus der Geschwindigkeit des Wassers an einem bestimmten Ort des Gefäßes die Bewegung an jedem Ort bestimmen kann, und das ist genau der vornehmste Punkt in der ganzen Sache; seine Erörterung ist in den meisten Fällen viel schwieriger als die nachträglich darauf aufgebaute Rechnung. Wo Sie darauf hinweisen, dass eine gewisse Menge der lebendigen Kräfte verlorengeht und folglich keine strenge Methode angebracht ist, wird auch Ihr Vater in ebendenselben Fällen die grössten Schwierigkeiten haben und mit seiner Theorie nicht leicht durchkommen, wenn er nicht ebensolche Hypothesen annimmt. Dies schreibe ich keineswegs, um dieser unvergleichlichen Theorie Ihres Vaters, die ich sehr bewundere, den geringsten Abbruch zu tun, sondern vielmehr um meine Verwunderung zu zeigen, dass Sie solch schwierige und verwickelte Fälle so glücklich und meistens mittels so einfacher Ausdrücke aufgelöst haben<sup>[3]</sup>.

Bei einer neuen Ausgabe dieses Werkes möchte ich Ihnen unmassgeblicher-weise besonders raten, die meisten Gegenstände etwas ausführlicher darzustellen – teils zur Erleichterung der Lektüre, teils jedoch hauptsächlich, damit der grosse Nutzen, welcher aus vielen Abhandlungen gezogen werden kann, um so deutlicher hervortritt. Ich habe darin nämlich so viele verschiedene wichtige und ganz neue Gegenstände angetroffen, dass es die meisten sehr verdienen würden, in besonderen Abhandlungen dargestellt zu werden.

Was übrigens die Rechnungen betrifft, so habe ich die meisten nachgerechnet und für richtig befunden – mit Ausnahme von Seite 156, wo Sie sich in der Integration der Formeln

$$- \int \frac{mg \, dx \sqrt{x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} \quad \text{und} \quad - \int \frac{ng \, dx \sqrt{a-x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}}$$

vertan haben. Dennoch ist die Anwendung richtig, weil nur die Differenz dieser Integration verwendet wird. Die angegebenen Integrale kamen mir auf den ersten Blick suspekt vor, da sie ganz rational sind und weder  $\sqrt{x}$  noch  $\sqrt{a-x}$  darin vorkommen. Sofern mir kein Rechnungsfehler unterlaufen ist, hängen die besagten Integrale nicht nur von Logarithmen ab, sondern auch von der Kreisquadratur<sup>[4]</sup>, und es gilt<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} - \int \frac{mg \, dx \sqrt{x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} &= \text{Const.} + \frac{mag}{(m^2 + n^2)^2} (m(m^2 - n^2)) \times \arctan \sqrt{\frac{a-x}{x}} \\ &\quad + 2mn^2 \log \frac{\sqrt{a}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} - \frac{(m+n)(m^2 + n^2)x}{a} \end{aligned}$$

wo die Konstante so bestimmt werden muss, dass das Integral für  $x = a - b$  verschwindet; wenn dieses Integral stimmt, so ist

$$- \int \frac{ng \, dx \sqrt{a-x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} = gx - \int \frac{mg \, dx \sqrt{x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}},$$

und folglich ist die Differenz beider Ausdrücke = Const.  $-gx = g(a-b-x)$ , wie Sie auch gefunden haben, und nur aus diesem Grund scheinen Sie die Integrationen angestellt zu haben.

Die versprochenen Abhandlungen über die elastischen Streifen, die Bewegung des Mondes und die Schwingungen der auf dem Wasser schwimmenden Körper erwarten wir sehnlichst, besonders aber auch ich selbst, der ich für diese drei Gegenstände nicht wenig Zeit aufgewandt habe; über die Schwingungen der elastischen Streifen habe ich aus dem von Ihnen gebotenen Anlass auch schon lange eine Abhandlung vorgelesen, über deren Inhalt Ihnen weitere Nachricht zu geben ich mich damals beeht habe<sup>[6]</sup>. Sie haben ganz recht mit der Meinung, dass die Schwingungen der auf dem Wasser schwimmenden Körper nicht immer regulär zunehmen, auch wenn sie unendlich klein sind und um ein und dieselbe Achse geschehen. Diesen Umstand habe ich in meiner *Schiffswissenschaft* wohl erwogen,

indem ich bewiesen habe, dass die Schwingungen nicht ruhig sein können, sofern nicht die Vertikallinie, die durch die beiden Schwerpunkte gezogen wird, zugleich durch den Schwerpunkt des Wasserschnittes hindurchgeht, und diese Bedingung stimmt – wenn man sich den Wasserschnitt als eine gerade Linie vorstellt – mit der Ihrigen überein. Denn wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, dann ruht der Schwerpunkt während des Schwingens nicht, sondern bald steigt und fällt er, wodurch die Schwingungen sich mit Erschütterungen vermischen. Deswegen habe ich geschrieben, dass die regulären Schwingungen sich um eine feste, durch den Schwerpunkt gehende horizontale Achse vollziehen müssen; wo also nicht einmal der Schwerpunkt fest bleibt, trifft diese von mir gemachte Einschränkung nicht zu. Daher glaube ich auch, beim Schiffsbau sei ein notwendiges Erfordernis, dass die durch den Schwerpunkt gezogene vertikale Achse zugleich durch den Schwerpunkt des Wasserschnittes gehe. Aus dieser Theorie habe ich sehr viele und wichtige Regeln für die Konstruktion und Steuerung von Schiffen gesammelt, welche ich auszuführen und nützlich zu machen angefangen habe, und daraus wird der zweite Teil meiner *Schiffswissenschaft* bestehen<sup>[7]</sup>.

Von Herrn Machins Werk habe ich, unter uns gesagt, keine allzu hohe Meinung, soviel ich aus seiner Hauptidee, die der letzten englischen Ausgabe von Newtons *Prinzipien* angefügt ist, schliessen konnte; davon habe ich auch in meiner *Mechanik* berichtet<sup>[8]</sup>. Als Folge der Verachtung der Analysis scheint übrigens die ganze Mathematik in England völlig in Verfall zu geraten, welcher Verlust aber um so erträglicher ausfallen wird, als in Frankreich diese Wissenschaft je länger desto mehr zur Blüte kommt. Die Herren Engländer leiden sehr darunter, dass sie sich schämen, sich anderweitig gemachte Entdeckungen zunutze zu machen, sondern diese lieber ignorieren und folglich dadurch ungemein zurückbleiben müssen. Dass in England eine Clique entstanden ist, die die Analysis ganz und gar verbannen möchte, wundert mich nicht, vielleicht weil diese Herren schon früher von der Analysis verlassen worden sind. Denn abgesehen von einigen tatsächlich grossen Männern habe ich von Engländern keine besonderen Proben in der Analysis gesehen, und die meisten Stücke aus der Integralrechnung – nämlich die Trennung der Variablen, die Integration von Gleichungen wie auch der Kalkül mit exponentiellen und transzendenten Grössen – scheinen ihnen ziemlich unbekannt zu sein, ganz zu schweigen von besonderen analytischen Vorteilen, von welchen ich viele in meiner *Mechanik* angeführt habe<sup>[9]</sup>.

Meine *Musiktheorie* ist schon beinahe fertig gedruckt<sup>[10]</sup>. Was ich über den allgemeinen Term  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$  gesagt habe, ist nicht nur eine Beobachtung, sondern stimmt mit der neusten und bewährtesten Temperatur so genau überein, dass nur der Ton *B* ein wenig abweicht. Wenn nämlich die 12 Divisoren der Zahl  $3^3 \cdot 5^2$  mit solchen Zweierpotenzen multipliziert werden, dass alle in das Verhältnis 1 : 2 oder in eine Oktave hineinfallen, und der Ton, der aus dem Divisor 1 entsteht und mit  $2^n$  bezeichnet wird, *F* genannt wird, wie es die Musiker wollen, so kommen folgende Proportionen zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Tönen heraus:

$F : F_s$	128 : 135	128 : 135
$F_s : G$	15 : 16	15 : 16
$G : G_s$	24 : 25	24 : 25
$G_s : A$	15 : 16	15 : 16
$A : B$	128 : 135	25 : 27
$B : H$	15 : 16	24 : 25
$H : c$	15 : 16	15 : 16
$c : cs$	24 : 25	24 : 25
$cs : d$	25 : 27	25 : 27
$d : ds$	24 : 25	24 : 25
$ds : e$	15 : 16	15 : 16
$e : f$	15 : 16	15 : 16

Aber nach der neuesten bei den Musikern gebräuchlichen Art, die Töne zu bilden, welche Mattheson in seiner *Generalbass-Schule* angibt und ausführlich beschreibt, kommen die daneben stehenden Proportionen heraus<sup>[11]</sup>. Wenn also in der gebräuchlichen Art nur der Ton  $B$  im Verhältnis 128 : 125 tiefer gemacht wird, so stimmt sie mit der wahren Harmonie überein. Dadurch wird zugleich der von Mattheson angeführte Übelstand restlos beseitigt und das Intervall  $Cs : B$  in eine grosse Sexte verwandelt, das sonst einer verminderten Septime näher käme. Übrigens ist die Einteilung gemäss der geometrischen Reihe schon ausgemustert, weil sie allzu sehr von der reinen Konsonanz abweicht<sup>[12]</sup>.

Die übersandten Theoreme kann ich so kräftig beweisen, dass an deren Wahrheit nicht zu zweifeln ist, jedoch besitze ich keine genuine Methode, womit jene analytisch und *a priori* herausgebracht werden könnten<sup>[13]</sup>.

Dass meine Lösung der isoperimetrischen Probleme Ihren Beifall gefunden hat, freut mich nicht wenig. Ihr Vater scheint damit auch vollkommen zufrieden zu sein, und er hat mich nicht weiter wegen der Realität der von mir vorgelegten Probleme bestürmt. Dass die Elastika eine Maximal- oder Minimaleigenschaft haben müsse, bezweifle ich keineswegs, da jede von der Natur geformte Kurve eine derartige Eigenschaft besitzt, wie etwa die Kettenlinie oder die Segelkurve; welcher Ausdruck aber bei der Elastika ein Maximum ist, kam mir anfänglich dunkel vor, jetzt aber sehe ich wohl, dass es die Grösse der Potentialkräfte, die in der Biegung stecken, sein muss. Wie aber diese Grösse zu bestimmen ist, möchte ich gerne aus der von Ihnen versprochenen Abhandlung lernen<sup>[14]</sup>.

An die Worte, die Sie in Ihrer letzten Abhandlung gestrichen haben wollten, konnte ich mich sofort erinnern, weil sie mir gleich anfänglich paradox vorkamen. Ich habe also Folgendes gestrichen: «Und weil diese Höhe sowohl positiv als auch negativ angenommen werden kann, so folgt, wenn das Gleichgewicht bei eingetauchter Spitze stabil oder instabil ist, dass es auch bei eingetauchter Basis stabil oder instabil sein wird». Damit glaube ich, Ihrem Wunsch entsprochen zu haben<sup>[15]</sup>.



Ich bitte Sie inständig, Ihre angesagte Theorie über den Ton der Pfeifen zu kultivieren, da ich ungemein neugierig darauf bin. Denn obgleich ich glaube, die wahre Ursache und Bestimmung der Töne, welche offene zylindrische Pfeifen erzeugen, entdeckt zu haben, so lässt sich meine Theorie nicht gut auf teilweise gedeckte, konische oder beliebig geformte Pfeifen anwenden<sup>[16]</sup>. Mich dünkt, dass es in jeder Hinsicht gut wäre, viele Experimente über diesen Gegenstand anzustellen.

Nächstens werden wir hier Experimente über den Widerstand von Körpern verschiedener Form im Wasser anstellen und vorerst untersuchen, in welcher Zeit ein gegebener Körper im Wasser von einer gegebenen Kraft um eine gegebene Strecke vorangezogen wird, woraus man sogleich sehen wird, ob die angenommene Newtonsche Theorie bestehen kann oder nicht. Sie scheinen an derselben auch sehr stark zu zweifeln.

Den beiliegenden Brief an Ihren Vater schicke ich offen, um nicht nötig zu haben, daraus einige Sachen gesondert an Sie zu schreiben – ich hoffe, Ihr Vater wird das nicht übelnehmen<sup>[17]</sup>. Schliesslich lasse ich alle meine Angehörigen und die übrigen guten Freunde grüssen und beehre mich zu sein

⟩...⟨

L. Euler

St. Petersburg, den 5. Mai 1739.

R 126 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 37

Petersburg, 16. (5.) Mai 1739

Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt, 4 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 27, Bl. 138–141v

Am 11. Mai (30. April) in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen und am 16. (5.) Mai – zusammen mit dem unversiegelten Brief an J. I. Bernoulli vom 16. (5.) Mai 1739 – zur Post gebracht (cf. *Protokoly* 1, p. 547–548)

- [1] Die Wechselbriefe waren mit nicht erhalten gebliebenen Briefen Eulers nach Basel geschickt worden, der erste davon am 4. April (24. März) 1739 (cf. Nr. 39, Anm. 1 und PS).
- [2] D. Bernoullis *Hydrodynamik*, von welcher hier die Rede ist, hatte Petersburg erst im Frühjahr 1739, ein Jahr nach ihrer Veröffentlichung, erreicht.
- [3] Euler betont hier speziell die Wichtigkeit der Einführung der Verluste an «lebendiger Kraft» (d. h. kinetischer Energie) in die Theorie der Bewegung von Flüssigkeiten; dies ist eine Präzisierung in der Anwendung des Prinzips der Erhaltung der lebendigen Kraft, das er – gleichzeitig mit D. Bernoulli – schon vor 1727 in der theoretischen Hydraulik verwendet hatte. – Cf. Mikhajlov (2000, 2002).
- [4] D. h. von inversen trigonometrischen Funktionen.
- [5] Tatsächlich ist auch Euler bei der Integration ein kleiner Fehler unterlaufen, denn es müsste heissen (cf. DBW 5, p. 265):

$$\begin{aligned}
 & - \int \frac{mg\sqrt{x} dx}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} \\
 & = \frac{mga}{(m^2 + n^2)^2} \left( n(m^2 - n^2) \arctan \sqrt{\frac{a-x}{x}} + 2mn^2 \ln \frac{a\sqrt{a}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}} \right) \\
 & - \frac{m^2 gx}{m^2 + n^2} - \frac{mng\sqrt{x(a-x)}}{m^2 + n^2} + \text{const.}
 \end{aligned}$$

- [6] Gemäss den Akademischen Registern las Euler im November 1735 in der Akademischen Konferenz eine Abhandlung *De oscillatione cujuscunque generis* vor (cf. *Protokoly* 1, p. 225–226). Darunter ist wahrscheinlich die spätere Abhandlung E. 40 zu verstehen. – Aus jener Zeit sind keine Briefe Eulers an D. Bernoulli erhalten geblieben.
- [7] Cf. E. 111.
- [8] Euler bezieht sich auf die der ersten englischen Ausgabe von Newtons *Prinzipien* (1729) beigelegte Abhandlung von Machin (1729). – Cf. den ersten Band von Eulers *Mechanik* (E. 15, § 794).
- [9] Euler sah das schon damals historisch richtig, und heute ist der substantielle Rückstand der englischen Mathematik im 18. Jahrhundert bei den Geschichtsschreibern der Mathematik ein Gemeinplatz. Sehr prägnant drückte dies Fleckenstein (1949, p. 22) in wenigen Sätzen aus:
- «Nach dem Tode Leibnizens (1716) und Newtons (1727) war Johann [Bernoulli] der größte Mathematiker seiner Zeit. Auch Brook Taylor, der noch am ehesten dem Basler Mathematiker Pari bieten konnte, war 1731 gestorben. Da nun einerseits die englische Mathematik infolge des Prioritätsstreites, sich auf den unpraktischen Fluxionskalkül versteifend, über ein Jahrhundert lang in völlige Stagnation geriet, die französische Mathematik andererseits erst nach dem Siege der Newtonschen Physik über die sterile Routine des Spätkartesianismus um 1750 wieder zur vollen Blüte erwachte, konnte Johann, selbst mit nur gelegentlichen Abhandlungen die gelehrten Zeitschriften füllend und auf den Lorbeeren ausruhend, leicht seine führende Stellung behaupten».
- [10] Eulers *Musiktheorie* war zwar als Manuskript bereits im Mai 1731 nahezu fertiggestellt – cf. den Brief Eulers an J. I. Bernoulli vom 5. Juni (25. Mai) 1731 (O. IV A, 2, p. 146–148) –, erschien jedoch erst 1739 in Petersburg im Druck.
- [11] Cf. Mattheson (1731); Fellmann (1983a, p. 73f).
- [12] Mit der «Einteilung gemäss der geometrischen Reihe» ist die gleichschwebend temperierte Stimmung – beruhend auf dem Intervall  $\sqrt[12]{2}$  für je zwei aufeinanderfolgende Halbtöne – gemeint. Euler lehnte diese Stimmung stets konsequent ab. – Cf. etwa Fellmann (1995, p. 48–54, und 2007, p. 47–55, mit den dortigen Anmerkungen Nr. 103–124).
- [13] Cf. Brief Nr. 36, Anm. 7, und Nr. 37, Anm. 20.
- [14] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die zusammengesetzten Schwingungen von Körpern, die an einem biegsamen Faden aufgehängt sind (1740, DB. 34).
- [15] Diese Stelle stand in dem Manuskript von D. Bernoullis Abhandlung über das Gleichgewicht von schwimmenden Körpern (1747, DB. 30) am Ende von § 23.
- [16] Die Töne konoidischer Pfeifen wurden von D. Bernoulli in diesem Briefwechsel erstmals im Brief Nr. 14 im Zusammenhang mit den Problemen von König erwähnt. Möglicherweise wurde diese Frage in dem nicht erhalten gebliebenen Brief D. Bernoullis vom September 1737 noch einmal aufgeworfen.
- [17] Cf. den Brief Eulers an J. I. Bernoulli vom 16. (5.) Mai 1739 (O. IV A, 2, p. 287–305).

39

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 16. Mai 1739

Basel den 16. maj 1739

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor

Ewer HochEdelgb. letsteres vom 24. *mart.* hab ich sampt den eingeschloßenen wechselbriefen von 200 Roub. empfangen<sup>[1]</sup>. Den eingeschloßenen brieff an Mad<sup>e</sup> Wetstein hab ich so gleich bestellt<sup>[2]</sup>. Ich bedancke mich gegen Ihnen für die sonderbahren beständigen marques Dehro werthesten freundschaftt, welche ich mir jederzeit auff alle mögliche weiß zu conservieren trachten werde.

Ich schätze mich überaus glücklich daß meine *Hydrodynamic* aller orten ist so gnädig auffgenommen worden. Dieser überaus glückl[iche] succès macht mich hoffen, daß auch die Academie mit meiner attention wird zufrieden sejn. Ich werde niemahls unterlaßen meinen eÿffer für dieselbe zu bezeügen.

Den HH. Professoren Gross, de L'isle, Duvernois und Amman, werde ich mit erster gelegenheit auch ein exemplar überschicken. An unserm H. Graffen von Osterman haben die Gelehrten einen wahren Maecenaten: Ich habe deßelben brieff, so Seine Excellenz an den H. de Maupertuis geschrieben, gelesen. Man kan nichts gnädigers erdencken. Ich glaube dieser brieff habe mir par repressailles einen gleichen brieff vom Mr. le Comte de Maurepas (der ungefehr im gleichen Character an dem Frantzösischen hoff stehet) zu wegen gebracht<sup>[3]</sup>.

Ich bitte Ew. HEgb. keine occasion vorbej gehen zu laßen, umb mir Ihro hochgräffl. Excellenz (von Ostermann) gnad zu conservieren. Bezeügen sie auch meine gehorsamste dancksagung an unseren H. Praesidenten (von Korff), welcher mir so viel Gnad von I[hro] D[urchlaucht] dem Hertzogen von Curland (E.J. Biron) zu wegen gebracht<sup>[4]</sup>. Da mir sonsten Ew. HEdgb. wünschen, daß mich dieser glückl[iche] succès zu völliger erfüllung meiner absichten führen möge, so habe die ehr sie zu versichern, daß solches bereits geschehen und zwar mehr als ich jemahls hab hoffen dörrfen. Nur erwarte ich noch Dehro gelehrte remarques, welche von dem völligen succès decidieren werden und darvon ich mit aller erkantlichkeit bej der traduction (wan ich solche anzufangen der zeit finden werde) zu profitieren gedencke<sup>[5]</sup>.

Wan es wahr ist, wie in den zeitungten stehet, daß I[hro] D[urchlaucht] der Printz von Curland (P. Biron) eine reÿß thun sollen, so macht mir solches hoffnung Ew. HEdgb. noch einmahl zu sehen: dan Sie ohne zweiffel wurden von der suite sejn, wan Sie darnach strebten. Vielleicht wurden I[hro] D[urchlaucht] naher Genf gehen, in welchem fahl ich mir wurde die ehr ausbetten Dieselbe dahin begleiten zu dörrfen. Es befinden sich dorten alzeit viel Printzen und vornehme Herren<sup>[6]</sup>.

Beÿ der letsteren bestellung eines Associé Etranger de l'Acad. R[oyale] des sc[iences] de Paris hab die ehr gehabt von der Acad<sup>e</sup> dem König (Louis XV) vorgeschlagen zu werden nebst einem H. Scharvi (so der Königin in Spanien (Isabel de Farnesio) leibmedicus ist und von derselben gar kräftig ist recommendiert

worden), es wurde aber dieser H. Scharvi von dem König erwehlet. Es wahr kein minister in Paris, der nicht briguirte<sup>[7]</sup>. Niemand aber hat sich mehr mouvement gegeben als der H. Bulffinger. Vielleicht wird man mehr reflexion auff ihn machen bey der nächsten bestellung<sup>[8]</sup>. Ich weiß nicht, wer von hier auß naher Holland geschrieben, daß ich dem H. Boerhave succediert seje<sup>[9]</sup>. Vielleicht hat zu diesem falschen ruff anlaaß gegeben die adresse vom Mr. le C[omte] de Maurepas, der mich de l'Acad. des sciences nente, und deßen brieffe auff der Couverte mit seinem nammen *Maurepas* signiert werden<sup>[10]</sup>. Wan Sie in Paris den tüchtigsten wollen an des H. Manfredis stelle machen, so kan dieser letstere platz Ew. HEdgb. nicht fehlen<sup>[11]</sup>. Es könnte aber der Prince Cantemir gar viel darbey auswürcken. Der H. Maupertuis hat mir gesagt daß sich dieser Ambassadeur bey jederman eine ungemeine hochachtung erworben habe.

Was mir Ew. HEdgb. melden von dem *thermometro*, daß a. 1737 in Kirenga am Lena strom ungefehr 55° *elevatio poli*, daß daßelbe solle öffters unter 275 grad gefallen sejn, ist mir schier unbegreiflich<sup>[12]</sup>. Wan das *factum* gewiß ist, so meritirte es recht untersucht zu werden: allervorderst aber müste man recht wissen ob das *thermometrum integrum* gewest seje. Ich möchte auch wissen ob nicht der H. Dr. Gmelin einige *effectus physicos* von dieser exorbitanten kälte beschrieben. Vielleicht sind *particulae aëreae* in der *ampulla vitrea* mit dem *mercurio* vermischt gewesen, welche die *variationem thermometri* sensibler gemacht. Dero meinung über das sonderbahre *phaenomenum*, daß der *mercurius in thermometro* bey 10 gr. immer gestiegen und gefallen und gleichsam oscilliert, möchte ich gern vernennen. Ew. HEdgb. berichten mich ein wenig weitläuffiger von diesem *phaenomeno* und von allem übrigen, so darzu gehöret<sup>[13]</sup>.

Ich habe Dero piece *De igne* gelesen und hab solche über die maaßen wohl elaboriert gefunden<sup>[14]</sup>, die entsetzlich große *vis viva* so bey einem brand entstehet, beweist freylich daß die *communicatio ignis* ungefehr entstehen muß, wie Sie melden; das *simile* mit den *globulis vitreis aëre densissimo repletis* ist gar glücklich darbey erdacht und appliciert: doch gehen Sie vielleicht zu weit, wan Sie beweisen wollen daß der *modus*, den Sie anzeigen, allein möglich seje: vielleicht ist diese *propositio* mehr *politica* als *physica* gewest: doch bin ich der meinung, daß alle mögliche *modi* mit dem Ihrigen einige affinitet und analogie haben müßen.

Ich arbeite seit zimlich langer zeit an dem *themate de fluxu et refluxu maris*. Wan ich gewust hätte, daß es mich so tieff in viele materien führen wurde, hätte ich es niemahls entrepreniert, wan ich auch versichert wäre gewesen das *praemium* gewiß zu erhalten<sup>[15]</sup>.

Was macht Ihr *tractatus navalis* und *musicus*<sup>[16]</sup>. Man kan nicht anders als begierig sejn nach Ihren productionen. Ich hab mir vorgenommen die *experimenta de vi remigum cum pondere comparata*<sup>[17]</sup> hiemit zu übersenden: Der Copist ist aber nicht fertig worden. Ich werde es das nächste mahl verrichten. Die *Wolfiana ratiocinia* sind mir jederzeit unbegreiflich gewest: Mich dunckt man könne hier auch applicieren was der Rousseau sagt, qu'il faut etre bien fou ou bien éclairé pour le croire<sup>[18]</sup>.

Des H. Fontains schrift *De calculo integrali* ist so obscur gewesen, daß ich gar nichts hab darvon begreifen können: der *auctor* selber solle seithero gar vieles von seinen ersteren praetensionen haben fallen laßen: doch bekent der H. Clairaut (sein haupt *aemulus*) daß viel reales *meritum* darin seje. Der H. Clairaut hat bej diesem *examine* sich auch über diese materi gemacht und schreibt mir den H. Fontaine gar weit übertroffen zu haben; welches ich glaube<sup>[19]</sup>. Kurtzlich hat er mich in einem brieff gebetten ihm einige *exempla integratu difficilia* zu schreiben, damit er selbige könne durch seine methode tentieren. Wan mir Ew. HEdgb. eine *formulam* (die Sie integriert haben) überschicken wollen, will ich selbige auch dem H. Clairaut schicken.

Den HH. Schumacher, Goldbach, Gross, De l'isle und (G.W.) Krafft bitte mein gegen compliment zu machen, sonderl[ich] Ew. HEdgb. sämtl[ichen] hochgeehrtesten familien. Diesen in eyl geschriebenen brieff bitte niemand zu communicieren. Die beÿgefügte quittanz kan abgeschnitten und der Academischen Cantzley überlieffert werden.

Ich recommendiere mich in Dero beständige wertheste freundschaft, und verbleibe etc.

Dero Gehorsamer Diener

Daniel Bernoulli

P. S. Das überschickte wechselbrieffl[ein] war *prima* gezeichnet, ohne daß ich eine *secunda* erhalten: ich hoffe aber daß es nichts zu bedeüten haben werde.

### Übersetzung

Basel, den 16. Mai 1739

>...<

Ihren letzten Brief vom 24. März samt den beigelegten Wechselbriefen von 200 Rubeln habe ich erhalten<sup>[1]</sup>. Den eingeschlossenen Brief an Frau Wettstein habe ich sogleich bestellt<sup>[2]</sup>. Ich bedanke mich bei Ihnen für die besonderen und ständigen Zeichen Ihrer so werten Freundschaft, die ich mir stets auf jede mögliche Art zu erhalten trachten werde.

Ich schätze mich überaus glücklich, dass meine *Hydrodynamik* überall so wohlwollend aufgenommen worden ist. Dieser so glückliche Erfolg lässt mich hoffen, dass auch die Akademie mit meiner Aufmerksamkeit zufrieden sein wird. Ich werde nie unterlassen, ihr meinen Eifer zu bezeugen.

Den Herren Professoren Gross, Delisle, Duvernois und Ammann werde ich bei erster Gelegenheit auch je ein Exemplar zuschicken. An unserem Grafen von Ostermann haben die Gelehrten einen wahren Mäzen. Ich habe den Brief, den Seine Exzellenz an Herrn Maupertuis geschrieben hat, gelesen. Man kann sich nichts Wohlwollenderes ausdenken. Ich glaube, dieser Brief hat mir zur Vergeltung einen gleichen von Mr. le Comte de Maurepas (der etwa im gleichen Rang am französischen Hof steht) eingebracht<sup>[3]</sup>.

Ich bitte Sie, keine Gelegenheit zu verpassen, um mir das Wohlwollen Seiner Exzellenz (von Ostermann) zu erhalten. Bezeugen Sie auch meinen besten Dank unserem Herrn Präsidenten (von Korff), der mir so grosses Wohlwollen seitens des Herzogs von Kurland (E.J. Biron) verschafft hat<sup>[4]</sup>. Da Sie mir ferner wünschen, dass mich dieser glückliche Erfolg zu vollständiger Erfüllung meiner Absichten führen möge, so beehre ich mich, Ihnen zu versichern, dass dies bereits geschehen ist, und zwar mehr, als ich jemals hoffen durfte. Nur erwarte ich noch Ihre wissenschaftlichen Bemerkungen, welche über den gänzlichen Erfolg entscheiden werden und wovon ich mit aller Erkenntlichkeit bei der Übersetzung (wenn ich Zeit finden werde, diese zu beginnen) zu profitieren gedenke<sup>[5]</sup>.

Wenn es – wie in den Zeitungen steht – stimmt, dass der Prinz von Kurland (P. Biron) eine Reise unternehmen soll, so nährt das meine Hoffnung, Sie noch einmal zu sehen, denn Sie würden zweifellos zum Gefolge gehören, wenn Sie es begehren. Vielleicht würde der Prinz nach Genf gehen, in welchem Fall ich mir die Ehre ausbitten würde, ihn dorthin begleiten zu dürfen. Dort weilen immer viele Prinzen und vornehme Herren<sup>[6]</sup>.

Bei der letzten Wahl eines Associé Etranger de l'Académie Royale des sciences de Paris hatte ich die Ehre, von der Akademie dem König (Louis XV) vorgeschlagen zu werden nebst einem Herrn Cervi (welcher der Leibarzt der spanischen Königin (Isabel de Farnesio) ist und von dieser sehr stark empfohlen wurde). Schliesslich fiel die Wahl des Königs auf diesen Herrn Cervi. Es gab in Paris keinen Minister, der nicht brigierte<sup>[7]</sup>. Doch niemand hat sich heftiger betätigt als Herr Bülfinger. Vielleicht wird man ihn bei der nächsten Wahl eher berücksichtigen<sup>[8]</sup>. Ich weiss nicht, wer von hier aus nach Holland geschrieben hat, ich sei der Nachfolger von Herrn Boerhaave geworden<sup>[9]</sup>. Vielleicht hat die Briefanschrift von Mr. le Comte de Maurepas, der mich darin de l'Académie des sciences nannte und dessen Briefe auf dem Umschlag mit seinem Namen signiert werden, Anlass zu diesem falschen Gerücht gegeben<sup>[10]</sup>. Wenn die Leute den Tüchtigsten an Manfredis Stelle setzen wollen, so kann dieser Platz Ihnen nicht entgehen<sup>[11]</sup>. Dabei könnte aber Fürst Kantemir viel erwirken. Herr Maupertuis sagte mir, dieser Gesandte habe bei jedermann eine aussergewöhnliche Hochachtung erworben.

Was Sie mir über das Thermometer melden, das im Jahre 1737 in Kirenga an der Lena bei der ungefähren Polhöhe von 55° öfters unter 275 Grad gefallen sein soll, ist mir schier unbegreiflich<sup>[12]</sup>. Wenn die Tatsache wirklich zutrifft, so verdiente sie es, richtig untersucht zu werden; in erster Linie müsste man sicher wissen, ob das Thermometer nicht defekt gewesen ist. Auch möchte ich wissen, ob Dr. Gmelin nicht einige physikalische Effekte dieser exorbitanten Kälte beschrieben hat. Vielleicht waren Luftpartikel in der Glasampulle mit dem Quecksilber vermischt, was die Veränderung des Thermometers empfindlicher gemacht hätte. Gerne möchte ich Ihre Meinung vernehmen über das sonderbare Phänomen, dass das Quecksilber im Thermometer immer um etwa 10 Grad gestiegen und gefallen ist und gleichsam oszilliert hat. Berichten Sie mir etwas ausführlicher über dieses Phänomen und von allem übrigen dazu Gehörigen<sup>[13]</sup>.

Ich habe Ihre Preisschrift über das Feuer gelesen und fand sie ausserordentlich gut ausgearbeitet<sup>[14]</sup>; die entsetzlich grosse lebendige Kraft, die bei einem Brand entsteht, beweist freilich, dass die Ausbreitung des Feuers ungefähr so vor sich gehen muss, wie Sie es darstellen. Das Modell der mit äusserst dichter Luft gefüllten Glaskügelchen ist dabei sehr glücklich erdacht und angewandt, doch gehen Sie vielleicht zu weit, wenn Sie beweisen wollen, dass die von Ihnen dargelegte Art die einzig mögliche sei. Vielleicht war diese Behauptung eher politisch als physikalisch gemeint, doch meine ich, dass alle möglichen Arten mit der Ihrigen einige Verwandtschaft und Analogie haben müssen.

Seit ziemlich langer Zeit arbeite ich an dem Thema der Gezeiten. Hätte ich gewusst, dass es mich so tief in viele Gegenstände führen würde, hätte ich es nie unternommen, selbst wenn ich mir sicher gewesen wäre, den Preis zu erhalten<sup>[15]</sup>.

Was machen Ihre Traktate zur Schiffstheorie und zur Musik<sup>[16]</sup>? Man kann nicht anders, als nach Ihren Produktionen begierig zu sein. Ich hatte mir vorgenommen, die Experimente über die Kraft der Ruderer im Vergleich mit einem Gewicht<sup>[17]</sup> hiermit zu übersenden; der Kopist ist jedoch nicht fertig geworden, und so werde ich dies das nächste Mal erledigen. Die Wolffianischen Gedankengänge waren mir schon immer unbegreiflich. Mich dünkt, man könne auch auf sie anwenden, was Rousseau sagt, qu'il faut être bien fou ou bien éclairé pour le croire<sup>[18]</sup>.

Die Schrift von Herrn Fontaine über die Integralrechnung war dermassen obskur, dass ich davon gar nichts begreifen konnte. Der Autor soll seither sehr vieles von seinen früheren Ansprüchen fallengelassen haben, doch bekennt Herr Clairaut (sein Hauptkonkurrent), dass viel wirkliches Verdienst darin steckt. Herr Clairaut hat sich bei dieser Prüfung auch über diesen Gegenstand hergemacht und schreibt mir, den Herrn Fontaine sehr weit übertroffen zu haben, was ich glaube<sup>[19]</sup>. Kürzlich bat er mich in einem Brief, ihm einige schwierig zu integrierende Beispiele zu schreiben, um mit diesen seine Methode testen zu können. Wenn Sie mir eine Formel (die Sie integriert haben) schicken möchten, will ich sie Herrn Clairaut auch schicken.

Bitte lassen Sie die Herren Schumacher, Goldbach, Gross, Delisle und (G.W.) Krafft von mir grüssen, besonders Ihre hochgeehrte Familie. Bitte zeigen Sie diesen in Eile geschriebenen Brief niemandem. Die hinzugefügte Quittung kann abgeschnitten und der Akademischen Kanzlei übergeben werden.

Ich empfehle mich Ihrer beständigen, wertesten Freundschaft und verbleibe

} ... {

Daniel Bernoulli

P.S. Das übersandte Wechselbrieflein war als *prima* bezeichnet, ohne dass ich eine *secunda* erhalten habe; ich hoffe, das habe nichts zu bedeuten.



R 127 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom 4. April (24. März) 1739  
 Basel, 16. Mai 1739  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 28, Bl. 106–107  
 Exzerpierte Kopie – *ibid.*, Nr. 21, Bl. 54–55

- [1] Dieser Brief Eulers vom 4. April (24. März) 1739, der auch den so lange erwarteten Empfang von D. Bernoullis *Hydrodynamik* in Petersburg bestätigt haben muss, ist nicht erhalten geblieben.
- [2] Es ist nicht klar, um welches Mitglied der weit verzweigten Basler Familie Wettstein es sich hier handelt; auch der Brief selbst und sein Verfasser sind uns unbekannt.
- [3] Dieser Brief von Maurepas an D. Bernoulli ist nicht erhalten geblieben.
- [4] Gleichentags, am 16. Mai 1739, richtete D. Bernoulli einen Brief an den Präsidenten von Korff, der ihm seinerseits am 12. (1.) Mai 1739 geschrieben hatte: beide Briefe sind in Anhang VII.3 als Nr. 15 und Nr. 16 wiedergegeben (cf. p. 966 h.v.). – Das D. Bernoulli erwiesene «so grosse Wohlwollen» von Seiten Biron bestand bloss darin, dass Bernoulli diesem die *Hydrodynamik* widmen durfte.
- [5] Leider verzichtete D. Bernoulli später, nach dem Konflikt mit seinem Vater, auf eine neue Ausgabe oder Übersetzung der *Hydrodynamik* (cf. Brief Nr. 63 und DBW 5, p. 34–35).
- [6] Zu dieser Reise scheint es nicht gekommen zu sein, jedenfalls nicht für Euler, dem ja andere Verpflichtungen oblagen, als Prinzen auf eine Reise zu begleiten.
- [7] *Brigieren* (von frz. *briguer*, um etwas werben): hier in der Bedeutung von «etwas durch Intrigen zu erreichen suchen».
- [8] Bülfinger wurde nie Mitglied der Pariser Akademie.
- [9] Cf. Brief Nr. 37, Anm. 6.
- [10] Cf. *supra* Anm. 3.
- [11] Eustachio Manfredi, ein Auswärtiges Mitglied der Pariser Akademie, war am 15. Februar 1739 verstorben; zu seinem Nachfolger wurde am 24. August 1739 Giovanni Poleni ernannt. Die Ernennung Eulers erfolgte erst am 15. Juni 1755.
- [12] Die Mitteilung über die extrem tiefen Temperaturen – die 275° auf der Delisle-Skala (cf. Brief Nr. 37, Anm. 10) würden –83.3 °C entsprechen! – war sehr wahrscheinlich in dem nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers an D. Bernoulli vom 4. April (24. März) 1739 enthalten.
- [13] Wahrscheinlich fand sich die Beschreibung dieses Phänomens auch in dem nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers (cf. *supra* Anm. 12).
- [14] Cf. Eulers Preisschrift über die Natur des Feuers (E. 34).
- [15] Die Pariser Preisfrage für 1740 lautete: *Sur la cause physique du flux et reflux de la mer*. Der Preis wurde zwischen D. Bernoulli (1741, DB. 33), Euler (1741, E. 57), Colin Maclaurin (1741) und Antoine Cavalleri (1741) geteilt.
- [16] Dies betrifft Eulers *Schiffswissenschaft* und *Musiktheorie*. Cf. Brief Nr. 37, Anm. 18, bzw. Nr. 38, Anm. 10.
- [17] Cf. Brief Nr. 32, Anm. 7, sowie Nr. 40, Anm. 13.
- [18] Bernoullis Zitat ist nicht ganz genau: In seiner antiklerikalen Satire *L'incrédule* spottet Rousseau über «ce fatras obscur de Mistères / qu'on débite au Peuple éfaré»: «La Raison n'y peut rien connoître, / et quand on les croit, il faut être / bien aveugle ou bien éclairé» (cf. Rousseau 1712, t. 1, p. 223).
- [19] Cf. Brief Nr. 37, Anm. 15 und 16.

40

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 29. August 1739

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor

Ich hab Ew. HEdgb. vor etwas zeits geschrieben umb Denselben den empfang des wechselbriefs zu accusieren<sup>[1]</sup>. Seithero habe ich Dero letsteres vom 5<sup>ten</sup> may empfangen<sup>[2]</sup>: ich bitte umb vergebung daß ich solches so lang unbeantwortet gelassen: ich hab so viel geschäft gehabt, daß ich es nicht hab verrichten können; dan sie haben mich alhier *praeter statuta* zum *Regentia* gemacht nur umb mich mit beschwärd zu beladen<sup>[3]</sup>: Nebst deme habe ich eine große dissertation von 18 bögen *de aestu maris* gemacht<sup>[4]</sup> und habe sonsten gar viel brief, deren mir öfters von gantz unbekanten leüten einlauffen, zu beantworten: Ich bin Ew. HEdgb. gar sehr verbunden daß Sie meine *Hydrodynamic* haben wollen mit attention durchlesen und anbej sehr erfrewt, daß solches Dero approbation gefunden: Wan sie dieses *opus* ferners durchexaminieren solten, so bitte ich Sie mir Dero fernere remarques zu communicieren, davon ich mit danck profitieren und bej einer anderen edition Denselben alle ehr darvon zuschreiben werde<sup>[5]</sup>.

Ich zweiffle so wenig an Dero integration von der *formula*

$$\int \frac{mg dx \sqrt{x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}},$$

daß ich in meinem buch meine falsche *formulam ad marginem* corrigiert ohne den *calculus de novo* zu machen. Ich zweiffle nicht es werden dergleichen *errores* noch viel in meinem buch sejn, dan man kan unmöglich alzeit solche mit genugsamer attention evitieren: solche aber können einem auch nicht das geringste tort bej einem equitablen leser machen<sup>[6]</sup>.

Ich kan mich deswegen nicht genugsam über die *impudentissimam impudentiam* des Robins, welcher einige remarques über Dero unvergleichliche *Mechanic* gemacht, verwunderen und erzürnen, und das umb so viel mehr, weil er in der that in einigen puncten, so viel ich hab aus dem englischen verstehen können, recht hat<sup>[7]</sup>. Es sind aber auch fehler, welche Sie aus bloßer übereilung gemacht haben und vielleicht aus gewohnheit, als zum ex[emp]el über den *angulum contactus* und *radium osculi*<sup>[8]</sup>: ich erinnere mich, daß Sie einmahl *in demonstrando theoremate Hugeniano* eben den fehler gemacht<sup>[9]</sup>. Es sind aber bej mir keine fehler, sondern falsche suppositionen, da man meint sich recht zu erinnern in sachen welche falsch sind und welche man für bekant annimt. Ich habe gesteren an H. Clairaut deswegen folgendes geschrieben<sup>[10]</sup>:

«À propos de Mr. Euler, je viens de voir une brochure angloise, qui contient des remarques sur sa mecanique; il y est fort maltraité et le malheur est que Mr. Euler a fait reellement de petites bevues dans les choses les plus faciles et qu'il a fait le plus d'usage de sa profonde

science dans les choses fort abstraites. Cette coutume des anglois est une veritable misere pour les autres Nations et crie vangeance; mais c'est aussi une tache bien noire pour une Nation aussi superieure que l'est d'ailleurs la nation Angloise. Dieu me preserve de faire jamais un assez bon livre pour m'attirer leur jalousie.»

Wan Ew. HEdgb. diese brochure nicht gesehen haben, so wil ich dieselbe rein abschreiben und übersetzen laßen, und Ihnen schicken: sie haltet 28 seiten in 8<sup>vo</sup><sup>[11]</sup>.

Es hat mir der H. Clairaut eine große schriftt communiciert, ehe er sie trucken last *Sur le calcul integral*: sie ist in der that ingenios, und begreift eine gantz sonderbahre manier die *formulas in quibus indeterminatae sunt mixtae sine prae-via earum separatione* zu integrieren oder zu construiren<sup>[12]</sup>: wan gegenwärtiges paquet nicht schon alzugroß wäre, hätte ich seine dissertation abschreiben laßen und Ihnen communiciert. Doch weiß ich nicht warumb man vorhero auß Franckreich geschrieben, als wan der gantze *calculus integralis* wäre absolviert worden, dan diese neue invention nichts contribuiert *ad integrationem formularum unica indeterminata affectarum*: jedoch ist die invention sehr sinnreich.

Ich überschicke Ihnen hierbei die *experimenta instituta ad vim remigum explorandam et cum pondere comparandam* samt meinen remarquen. Man könnte das vornehmste excerpieren und translatieren und alsdan den *Commentariis* inserieren<sup>[13]</sup>. Dergleichen sachen werden von vielen beßer auffgenommen als wan man die *quadraturam circuli* gebe. Meiner wenigen meinung nach ist nunmehr die *philosophia experimentalis*, da man die *mechanicam theoreticam* schier auff den höchsten gipfel gebracht, am meisten zu desiderieren und bitte Sie deswegen solche alzeit zu recommendieren, sonderlich unserm H. Presidenten (von Korff). Es können über die navigation noch gar viel dergleichen experimenten erdacht werden. Ich bitte auch aus diesem anlaaß Ew. HEdgb. mit attention zu lesen, was ich in meiner *Hydrodynamic de novo navigationis genere* geschrieben<sup>[14]</sup>: Ich weiß Sie werden das Ihrige contribuiern, daß meine *experimenta* (die ich in meiner antwort an H. Cramer propon[iert]) zu Petersburg gemacht werden: es scheint der H. Cramer habe gar zu viel distractionen, als daß er solche machen könne. Die materie dunckt mich so important, daß ich nicht sehen kan warumb man diese experimenten nicht machen solte, wan sie auch hundert mahl so laborios und dispendios wären. Der geringste succès machet die erfindung important, wil geschweigen, da ich hoffe daß schier eben so viel werde ausgerichtet werden *ad promovendum navem aquarum propulsione* als *remorum agitatione* und wan die erste *experimenta fundamentalia* reüssieren, habe ich gar viel andere vorschläge. Wan man diese *experimenta* und animadversionen publicieren wolte, so müste solches nur biß an die unterzogene linien geschehen und das andere noch supprimiert werden<sup>[15]</sup>.

Ich habe in *mechanicis* gar viele *principia circa conservationem virium motuarum* und auch *ratione directionis*<sup>[16]</sup> *motus* observiert, so daß ich weiß, der *effectus* müße *in propellendis navibus omnibus modis* gleich sejn, wan nur *omnis labor utiliter impenderetur*.

Ich bitte Sie auch bey dem H. Praesidenten (von Korff) auszuwürcken, daß naher Kola und Archangel geschrieben werde, umb dorten die observationen *circa fluxum et refluxum maris* zu machen: ich glaub daß dieser *aestus maris* aldorten wird noch sensibel seyn (*modo observationes attente instituantur*) und muß gar viel besondere *proprietates* haben. Ew. HEdgb. scheinen hierbey auch interessiert zu seyn: dan ich zweiffle nicht Sie haben auch eine piece über diese materi naher Paris geschickt<sup>[17]</sup>. Es wird Ihnen also die materi gar familiar seyn und könnten Sie also beßer als jemand anders eine instruction auffsetzen, wie die *observationes* müßen instituiert werden.

Da mir newlich Dero H. Vatter gesagt, daß er eine kiste für Sie naher Petersburg schicke, so habe ich 2 exemplar von meiner *Hydrodynamic* bejgefügt, welche Sie nach gutbefinden austheilen können: Wan Sie aber solche nicht anderst anwenden können und der H. Delisle kein exemplar empfangen hat, so bitte ich ihme eines zu praesentieren. Ew. HEdgb. haben mir einen brieff von H. Raht Schuemacher zu hoffen gemacht; habe aber keinen erhalten. Machen Sie ihme unterdeßen meine gehorsame empfehlung.

Es frewet mich daß unsere reglen und *theoremata circa corpora humido insidentia* so genaw sich confirmieren, da doch diese materie sonst so schlipffferig ist und neue *hypotheses* erfordert: ich hätte meine *secundam partem circa oscillationes corporum* hier bejgefügt, wan nicht geförchtet hätte, das paquet alzu groß dadurch zu machen: ich werde solches das nächste mahl verrichten, wan ich auff gegenwärtigen brieff werde antwort erhalten haben, welche ich vorhero erwarte, damit unsere correspondenz nicht irregular werde. Dero *Scientiam navalem* erwarte mit großer ungedult, wie auch den *Tractatum musicum*<sup>[18]</sup>. Warumb bleiben die schon getruckte *Commentarii* so lang zuruck. Es ist wohl schad, daß solche nicht regulairement in unser land geschickt werden: ich weiß daß viele *membra Academiae* wurden piecen einschicken, wan solche nicht alzulang supprimiert wurden. *De sono fistularum*, werde ich freylich experimenten machen, ehe ich solche publiciere<sup>[19]</sup>.

Die *experimenta Academica circa resistentiam corporum* werden sehr wohl und begierig auffgenommen werden: ich glaube daß ich die wahre *principia ad hanc theoriam* eröffnet, welches mir gelegenheit gegeben *vim venae aquae* recht zu determinieren, da ich gewiesen daß die *pressio* muß determiniert werden *a posteriori*, nemlich *ab effectu*: und daß der *effectus* bestehe darin, daß man wiße *quantum et cujusvis particulae aquae velocitas et directio immutentur ab opposito corpore*: und wan man diese 2 sachen supponiert bekant zu seyn, so kan man vermittelst meiner *theorematum accurate* sagen, *quaenam sit resistentia corporum, quae ab inertia oritur*. Es scheint, daß die *resistentia aquae a tenacitate oriunda nulla* seje, wan der *motus* nicht überaus langsa[m] geschieht. Die *experimenta Crameriana* zeigen, daß auch *in navibus resistentia seje in ratione quadrata velocitatum*, obschon die *maxima velocitas possibilis vix la[psui] per altitudinem unius pedis respondeat* und die *moles* und *superficies navium* so groß seje. Unterdeßen kan man über diese materi nicht *experimenta* genug machen: was aber am nutzlichsten seyn wird ist nicht so wohl *comparatio velocitatum unius ejusdemque corporis a diversis potentiis*

*protracti, sed potius corporum mole aequalium et aequali pondere protractorum sed diversarum figurarum*, worzu dan dienlich seyn wird *corpora* aus wachß zu machen, und denselbigen successive unterschiedliche figuren zu geben.

Da ich diesen brieff eben schließen wolte hab ich Ew. HEdgb. letsteres empfangen vor 11 tagen<sup>[20]</sup>. Den brieff hab ich so gleich naher Vivis geschickt und mit einem anderen à Mr. le Ministre Perret begleitet<sup>[21]</sup>: ich habe vermeint als gestern antwort darüber zu erhalten und in dieser meinung gegenwärtigen brieff aufgeschoben, da ich aber nichts von Vivis erhalten, so habe nicht länger differieren wollen: Ich hoffe mit nächster post antwort zu bekommen: wan ich etwas gutes für H. May werde ausgerichtet haben, so will ich solches sogleich berichten: widrigen fahls die antwort biß auff nächste occasion versparen<sup>[22]</sup>.

Ew. HEdgb. thun gar wohl dem Robins weder *directe* noch *indirecte* zu antworten, sondern alles mit einem noblen mepris zu tractieren: ich bitte Sie ja diese maxime nicht zu vergeßen, auch nicht einmahl in particular brieffen einige meldung zu thun<sup>[23]</sup>. Wir werden noch erleben, daß Engelland in die gröste verachtung kommen wird. Hingegen wird Rußland alzeit mit Ihnen prangen können.

Wegen dem *experimento thermometrorum D<sup>ni</sup> Gmelini* hab ich auch Ew. HEdgb. muhtmaßung gehabt. Es scheint übrigens, es volitieren gewisse *particulae heterogeneae* [in] deren luftt, welche bald auff ein *fluidum* bald auff ein anders einen größeren effect machen und eine *fermentationem frigidam* mit einem *fluido* machen, da solche auff ein ander *fluidum* gar nicht agieren, so daß man *ex descensu fluidi in thermometro* keine richtige conclusion machen kan auff den *gradum caloris et frigoris*. Auß diesem *principio* kan man alle *phaenomena thermometrorum* richtig explicieren, welche sonst schwär fallen<sup>[24]</sup>.

Des H. Clairauts methode erstreckt sich nur auff *integrationes formularum et aequationum indeterminatarum permixtione affectarum*: sie ist new [und] ingenios, aber laborios. Ich will ihm Dero überschickte *formulas*, die dahin gehören, überschreiben und Ihnen sein memoire das nächste mahl überschicken, wan Sie es haben wollen<sup>[25]</sup>. Ich glaube, daß ich schon sehe, worauff die integrationen von Dero formulen dependieren. In den ersteren formulen müssen ohne zweiffel die *sinus per logarithmos imaginarios* exprimiert werden<sup>[26]</sup>. Ich hab aber jetzo nicht der zeit die integrationen zu tentieren. Dero neue *summationes serierum* sind ohne zweiffel ingenios. Ich will solche meinem Vetter (Niklaus I) communicieren, welcher über diese materien viel meditiert<sup>[27]</sup>.

Auß Paris schreibt man mir, daß der hoff für den H. Poleni seje eingenommen worden zu einem *futuro Academico*<sup>[28]</sup>. Von Genff hab ich seithero auch brieff bekommen: Sie haben dorten noch im sinn meine *experimenta praeliminaria navigatoria* zu machen<sup>[29]</sup>: Es wäre mir aber lieb wan sie in Petersburg auch gemacht wurden. Da man die *mathesin theoreticam* so weit gebracht, so ist es einmahl zeit solche auff lauter *concreta*, anstatt der *abstractorum*, zu applicieren. Glücklich sind die welche *in utroque* excellieren.

Bejligendes brieffl[ein] bitte zu bestellen<sup>[30]</sup> und sonst allenorts meine gewönl[ichen] empfehlungen zu machen, der ich mit aller möglichen ergebnheit und hochachtung verharre

Ewer HochEdelgebohrnen  
 Meines Hochgeehrtesten H. *Professoris*  
 Gehorsamer Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 29. *aug.* 1739.

### Übersetzung

>...<

Vor einiger Zeit habe ich Ihnen geschrieben, um Ihnen den Empfang des Wechselbriefs zu bestätigen<sup>[1]</sup>. Inzwischen erhielt ich Ihren letzten Brief vom 5. Mai<sup>[2]</sup>. Verzeihen Sie bitte, dass ich diesen so lange nicht beantwortet habe: Ich hatte derart viele Geschäfte zu erledigen, dass es mir nicht möglich war, denn man hat mich hier ausserordentlicherweise zum Mitglied der Regenz gemacht, bloss um mich mit Beschwerden zu beladen<sup>[3]</sup>. Daneben habe ich eine grosse Abhandlung von 18 Druckbogen über die Gezeiten verfasst<sup>[4]</sup> und habe sonst sehr viele Briefe zu beantworten, die mir des öfters von mir völlig unbekannten Leuten zugehen.

Ich bin Ihnen sehr verbunden, dass Sie meine *Hydrodynamik* aufmerksam durchlesen wollten, und dazu sehr erfreut, dass diese Ihre Billigung gefunden hat. Sollten Sie dieses Werk auch weiterhin kritisch prüfen, so bitte ich Sie, mir Ihre weiteren Bemerkungen mitzuteilen, wovon ich dankend profitieren und Ihnen anlässlich einer zweiten Ausgabe diesbezüglich alle Ehre zuschreiben werde<sup>[5]</sup>.

Ich zweifle so wenig an Ihrer Integration des Ausdrucks

$$\int \frac{mg dx \sqrt{x}}{m\sqrt{x} - n\sqrt{a-x}},$$

dass ich in meinem Exemplar meine falsche Formel am Rand korrigiert habe, ohne die Rechnung von neuem zu machen. Ich zweifle nicht daran, dass es noch viele derartige Fehler in meinem Buch gibt, denn solche lassen sich unmöglich immer mit hinreichender Aufmerksamkeit vermeiden, jedoch können sie einem bei einem unparteiischen Leser auch nicht den geringsten Nachteil bringen<sup>[6]</sup>.

Deshalb kann ich mich nicht genug über die unverschämteste Unverschämtheit von Robins verwundern und erzürnen, der einige Bemerkungen über Ihre unvergleichliche *Mechanik* gemacht hat, und das um so mehr, weil er tatsächlich in einigen Punkten recht hat, soviel ich aus dem Englischen verstehen konnte<sup>[7]</sup>. Allerdings handelt es sich um Fehler, die Ihnen nur in der Eile oder vielleicht aus Gewohnheit unterlaufen sind, wie zum Beispiel über den Kontingenzwinkel und den Krümmungsradius<sup>[8]</sup>. Ich erinnere mich, dass Sie einmal beim Beweis eines Huygensschen Theorems denselben Fehler gemacht haben<sup>[9]</sup>. Für mich sind es aber keine Fehler, sondern unrichtige Annahmen, bei denen man meint, sich richtig zu erinnern in Sachen, die falsch sind und die man für bekannt annimmt. Deswegen habe ich gestern an Herrn Clairaut folgendes geschrieben<sup>[10]</sup>:



«À propos de Mr. Euler, je viens de voir une brochure angloise, qui contient des remarques sur sa mehanique; il y est fort maltraité et le malheur est que Mr. Euler a fait reellement de petites bevues dans les choses les plus faciles et qu'il a fait le plus d'usage de sa profonde science dans les choses fort abstraites. Cette coutume des anglois est une veritable misere pour les autres Nations et crie vangeance; mais c'est aussi une tache bien noire pour une Nation aussi superieure que l'est d'ailleurs la nation Angloise. Dieu me preserve de faire jamais un assez bon livre pour m'attirer leur jalousie.»

Wenn Sie diese Broschüre nicht gesehen haben, so will ich sie sauber abschreiben und übersetzen lassen und sie Ihnen schicken: Sie umfasst 28 Oktavseiten<sup>[11]</sup>.

Herr Clairaut hat mir eine umfangreiche Schrift über die Integralrechnung zugesandt, bevor er sie drucken lässt. Sie ist tatsächlich sehr erfindungsreich und enthält eine ganz besondere Art, Formeln, in welchen die Variablen gemischt auftreten, ohne deren vorangegangene Trennung zu integrieren oder zu konstruieren<sup>[12]</sup>. Wäre das vorliegende Paket nicht schon allzu gross, hätte ich seine Abhandlung abschreiben lassen und Ihnen zugeschickt. Doch weiss ich nicht, warum man früher aus Frankreich geschrieben hat, als ob darin die gesamte Integralrechnung behandelt sei, denn diese neue Erfindung trägt nichts zur Integration von Formeln einer einzigen Variablen bei; dennoch ist diese Erfindung sehr sinnreich.

Hiermit schicke ich Ihnen die Experimente, die zur Erforschung der Kraft von Ruderern und deren Vergleich mit einem Gewicht angestellt worden sind, samt meinen Bemerkungen. Das Wichtigste könnte man auswählen und übersetzen und es dann in den *Commentarii* bringen<sup>[13]</sup>. Solche Dinge werden von vielen Leuten günstiger aufgenommen, als wenn man die Quadratur des Kreises gäbe. Meiner bescheidenen Meinung nach ist jetzt – wo man die theoretische Mechanik schier auf den höchsten Gipfelpunkt gebracht hat – die Experimentalphysik am dringlichsten erwünscht, und ich bitte Sie deshalb, letztere immer zu empfehlen, besonders unserem Herrn Präsidenten (von Korff). Über die Schifffahrt können noch sehr viele derartige Experimente erdacht werden. Aus diesem Anlass bitte ich Sie auch, aufmerksam zu lesen, was ich in meiner *Hydrodynamik* über eine neue Art der Schifffahrt geschrieben habe<sup>[14]</sup>. Ich weiss, Sie werden das Ihrige dazu beitragen, dass meine Experimente (die ich in meiner Antwort an Herrn Cramer vorgeschlagen habe) in Petersburg angestellt werden; Herr Cramer scheint allzu viel anderes zu tun zu haben, um sie selbst anzustellen. Der Gegenstand dünkt mich so wichtig, dass ich nicht sehen kann, warum man diese Experimente nicht ausführen sollte, selbst wenn sie hundert Mal arbeitsaufwendiger und teurer wären. Schon der geringste Erfolg macht die Erfindung wichtig, geschweige denn, dass – wie ich hoffe – nahezu gleich viel zur Fortbewegung des Schiffes durch die Triebkraft des Wassers ausgerichtet wird wie durch die Betätigung der Ruder, und wenn die ersten grundlegenden Experimente gut ausfallen, habe ich sehr viele andere Vorschläge. Wollte man diese Experimente und Betrachtungen publizieren, so müsste dies nur bis an die unterstrichenen Zeilen geschehen und der Rest noch unterdrückt werden<sup>[15]</sup>.



In der Mechanik habe ich viele Prinzipien über die Erhaltung der toten Kräfte und auch bezüglich der Bewegungsrichtung<sup>[16]</sup> bemerkt, so dass ich weiss, dass der Effekt beim Antrieb von Schiffen auf jedwede Art der gleiche ist, wenn nur die ganze Arbeit nützlich angewendet wird.

Ich bitte Sie, beim Herrn Präsidenten (von Korff) zu erwirken, dass man nach Kola und Arkhangel'sk schreibt, um dort die Gezeiten zu beobachten. Ich glaube, dass dort die Flut noch spürbar sein wird (wenn nur die Beobachtungen sorgfältig angestellt werden) und viele besondere Eigenschaften haben muss. Daran scheinen Sie ja auch interessiert zu sein, denn ich zweifle nicht daran, dass auch Sie eine Preisschrift über diesen Gegenstand nach Paris geschickt haben<sup>[17]</sup>. Die Materie wird Ihnen folglich sehr vertraut sein, und Sie könnten besser als irgendein anderer eine Anleitung geben, wie die Beobachtungen einzurichten sind.

Da mir kürzlich Ihr Vater gesagt hat, er schicke eine Kiste für Sie nach Petersburg, habe ich zwei Exemplare meiner *Hydrodynamik* dazugelegt, die Sie nach eigenem Gutbefinden verteilen können. Wenn Sie diese jedoch nicht anders verwenden können und Herr Delisle kein Exemplar bekommen hat, so bitte ich, ihm eines zu präsentieren. Sie haben mir Hoffnung auf einen Brief von Herrn Rat Schumacher gemacht, ich habe aber keinen erhalten. Lassen Sie ihn inzwischen von mir freundlich grüssen.

Es freut mich, dass unsere Regeln und Theoreme über die auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körper sich so genau bestätigen, obwohl diese Materie doch sonst so heikel ist und neue Hypothesen erfordert. Ich hätte meinen zweiten Teil über die Schwingungen der Körper hier beigefügt, wenn ich nicht befürchtet hätte, das Paket dadurch allzu gross zu machen. Ich werde dies das nächste Mal tun, wenn ich auf diesen Brief Antwort erhalten haben werde, die ich vorher abwarte, damit unsere Korrespondenz sich nicht kreuzt. Ihre *Schiffswissenschaft* erwarte ich mit grosser Ungeduld wie auch Ihre *Musiktheorie*<sup>[18]</sup>. Warum bleiben die schon gedruckten *Commentarii* so lange liegen? Es ist wirklich schade, dass diese nicht regelmässig in unser Land geschickt werden. Ich weiss, dass viele Akademiemitglieder Abhandlungen einsenden würden, wenn diese nicht allzu lange zurückgehalten würden. Über den Ton der Pfeifen werde ich freilich Experimente anstellen, bevor ich darüber publiziere<sup>[19]</sup>.

Die Experimente der Akademie über den Widerstand der Körper werden sehr gut und begierig aufgenommen werden. Ich glaube, dass ich die wahren Prinzipien dieser Theorie erschlossen habe, was mir die Gelegenheit verschafft hat, die Kraft eines Wasserstrahls richtig zu bestimmen. Dabei habe ich gezeigt, dass der Druck *a posteriori* bestimmt werden muss, nämlich vom Effekt her, und dass der Effekt darin besteht zu wissen, um wieviel sich die Geschwindigkeit und die Richtung jedes Wasserteilchens durch den entgegengestellten Körper ändern; und wenn man diese zwei Dinge als bekannt voraussetzt, so kann man mittels meiner Theoreme genau sagen, was nun der Widerstand der Körper sei, der von der Trägheit herrührt. Es scheint, dass der durch die Viskosität des Wassers entstehende Widerstand null ist, wenn die Bewegung nicht überaus langsam geschieht. Die Cramerschen Experimente zeigen, dass auch bei Schiffen der Widerstand im quadratischen Verhältnis

der Geschwindigkeiten ist, obschon die mögliche Maximalgeschwindigkeit kaum einer Fallhöhe von einem Fuss entspricht und die Masse und die Oberfläche der Schiffe so gross ist. Indessen kann man über diese Materie nicht genügend Experimente anstellen: Was aber am nützlichsten sein wird, ist nicht so sehr der Vergleich der Geschwindigkeiten eines und desselben Körpers, der von verschiedenen Kräften vorwärts gezogen wird, sondern eher derjenige von Körpern derselben Masse, aber verschiedener Form, die vom gleichen Gewicht gezogen werden. Dazu wird es dienlich sein, Körper aus Wachs herzustellen und diesen sukzessive verschiedene Formen zu geben.

Als ich im Begriff war, diesen Brief abzuschliessen, habe ich vor 11 Tagen Ihren letzten Brief empfangen<sup>[20]</sup>. Den Brief habe ich sogleich nach Vevey geschickt und mit einem an Herrn Pfarrer Perret begleitet<sup>[21]</sup>. Ich erhoffte, gestern Antwort darauf zu bekommen, und habe in dieser Meinung den vorliegenden Brief zurückgestellt. Da ich jedoch nichts aus Vevey erhalten habe, wollte ich ihn nicht länger aufschieben. Ich hoffe, mit der nächsten Post Antwort zu bekommen: Wenn ich etwas Gutes für Herrn May erreicht habe, will ich es sofort berichten, andernfalls die Antwort bis zur nächsten Gelegenheit aufsparen<sup>[22]</sup>.

Sie tun sehr gut daran, Robins weder direkt noch indirekt zu antworten, sondern alles mit nobler Verachtung zu behandeln. Ich bitte Sie, diese Maxime ja nicht zu vergessen, auch nicht einmal in privaten Briefen etwas zu berichten<sup>[23]</sup>. Wir werden noch erleben, dass England in grösste Verachtung kommen wird, während Russland immer mit Ihnen wird glänzen können.

Hinsichtlich Herrn Gmelins Experiment mit den Thermometern vermutete ich dasselbe wie Sie. Übrigens scheint es, dass in der Luft gewisse heterogene Teilchen herumfliegen, die sich bald auf ein Fluid, bald auf ein anderes stärker auswirken und mit einem Fluid eine kalte Wallung verursachen, während sie auf ein anderes Fluid gar nicht wirken, so dass man aus dem Sinken des Fluids im Thermometer keinen richtigen Schluss auf den Grad der Wärme oder der Kälte ziehen kann. Aus diesem Prinzip kann man alle Erscheinungen der Thermometer, deren Erklärung sonst schwerfällt, richtig ableiten<sup>[24]</sup>.

Herrn Clairauts Methode erstreckt sich nur auf die Integration von Formeln und Gleichungen, deren Variablen vermischt auftreten; sie ist neu und tiefsinnig, aber arbeitsaufwendig. Ich will ihm Ihre diesbezüglichen Formeln schreiben und Ihnen seine Abhandlung das nächste Mal schicken, wenn Sie sie haben wollen<sup>[25]</sup>. Ich glaube schon zu sehen, worauf die Integrationen Ihrer Formeln beruhen. In den ersten Formeln müssen ohne Zweifel die Sinus durch imaginäre Logarithmen ausgedrückt werden<sup>[26]</sup>. Ich habe aber jetzt keine Zeit, die Integrationen auszuprobieren. Ihre neuen Reihensumationen sind zweifellos tiefsinnig. Ich will diese meinem Vetter (Niklaus I), der viel über diese Materie nachdenkt, mitteilen<sup>[27]</sup>.

Aus Paris schreibt man mir, der Hof sei für Herrn Poleni als künftiges Akademienmitglied gewonnen worden<sup>[28]</sup>. Unterdessen habe ich auch aus Genf Briefe bekommen: Man hat dort immer noch im Sinn, meine vorbereitenden Experimente zur Schifffahrt durchzuführen<sup>[29]</sup>. Es wäre mir aber lieb, wenn sie auch in Petersburg gemacht würden. Da man die theoretische Mathematik so weit gebracht hat,

wäre es einmal an der Zeit, sie auf lauter konkrete Dinge anzuwenden, anstatt auf abstrakte. Glücklicherweise sind diejenigen, welche beides beherrschen.

Ich bitte Sie, beiliegendes Brieflein<sup>[30]</sup> weiterzuleiten und sonst allseits meine gewohnten Empfehlungen zu machen, der ich mit möglichster Ergebenheit und Hochachtung bin

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 29. August 1739.

R 128 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 38 und den nicht erhalten gebliebenen Brief vom 25. (14.) Juli 1739  
Basel, 29. August 1739  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 28, Bl. 143–144v  
Exzerpierte Kopie, 4 Bl. – *ibid.*, Bl. 136–139v  
Am 28. (17.) September in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 569)

- [1] Cf. D. Bernoullis Brief Nr. 39 vom 16. Mai 1739.
- [2] Der Brief Eulers Nr. 38 hat sich offensichtlich mit demjenigen D. Bernoullis (Nr. 39) gleichen Datums gekreuzt.
- [3] Zur Funktion und Zusammensetzung der – damals höchstens 14köpfigen – Regenz (*senatus academicus*) cf. A. Staehelin (1957, p. 4f).
- [4] Cf. D. Bernoullis Pariser Preisschrift über die Gezeiten (1741, DB. 33).
- [5] Cf. Brief Nr. 39, Anm. 5.
- [6] Cf. Brief Nr. 38, Anm. 5.
- [7] Cf. die kritischen Bemerkungen von Robins (1739). Nebst einigen unbegründeten Vorwürfen zeigte Robins auch einige wirklich fehlerhafte Äusserungen in der *Mechanik* (E. 15) auf, die auf das damals noch grenzenlose Vertrauen Eulers in die Allmacht der Analysis zurückzuführen waren, selbst wenn diese zu paradoxen Resultaten führte (cf. z. B. §§ 269, 271, 272, 325 im ersten Band der *Mechanik*).
- [8] Cf. den Antwortbrief (Nr. 41), in welchem Euler diesen Punkt restlos aufklärt.
- [9] Diesen Fehler gibt Euler in seiner Antwort zu. Es handelte sich um Differenzen in der Auffassung des Begriffs der Tangente im Zusammenhang mit dem Krümmungsradius. – Cf. Brief Nr. 41.
- [10] Aus der Korrespondenz D. Bernoullis mit Clairaut ist kein Brief aus der Zeit vor 1759 erhalten geblieben.
- [11] Cf. Robins (1739).
- [12] Die von D. Bernoulli erwähnte Schrift wurde am 4. März 1739 der Pariser Akademie eingereicht und 1741 unter dem Titel *Recherches générales sur le calcul intégral* in den *Pariser Mémoires* für 1739 gedruckt. – Cf. O. IV A, 5, p. 69f, Anm. 3, sowie den auf Euler und Clairaut bezüglichen Teil der *Introduction* jenes Bandes (p. 1–12).
- [13] Gemäss den Registern präsentierte Euler der Petersburger Akademie am 24. (13.) Juni 1740 «die von dem Hrn. Cramer aus der Schweiz unter Couvert des Hrn. Dan. Bernoulli hergesandte Piece, von dem Vortheile einen auf dem Wasser schwimmenden Körper fortzubringen» (*Protokoly* 1, p. 615). Diese Abhandlung wurde von der Akademie nicht publiziert.
- [14] Cf. Sektion XIII von D. Bernoullis *Hydrodynamik*.
- [15] Cf. *supra* Anm. 13.
- [16] Im Original: directione.
- [17] Bernoulli vermutete richtig: Auch Euler hatte eine Preisschrift über die Gezeiten nach Paris geschickt (cf. Brief Nr. 39, Anm. 15).

- [18] Zur Publikationsgeschichte der *Schiffswissenschaft* und der *Musiktheorie* cf. Brief Nr. 37, Anm. 18, bzw. Brief Nr. 38, Anm. 10.
- [19] Einige akustische Experimente D. Bernoullis wurden erstmalig in seiner Abhandlung in den *Petersburger Commentarii* für 1741–43 (1751, DB. 38) besprochen, und dem Klang der Orgelpfeifen war seine spätere Abhandlung (1764, DB. 53) gewidmet.
- [20] Es handelt sich um den nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers vom 25. (14.) Juli 1739. Gemäss den Registern präsentierte Euler am 24. (13.) Juli der Akademischen Konferenz einen Brief an D. Bernoulli, der am nächsten Tag zur Post gebracht wurde: «aus selbigem las er nur etwas wenig vor, betreffend *Exempla integratu difficilia* etc. Weil er verlangete, dass eben das vorgelesene abgeschrieben, das übrige alles hingegen weggelassen werden solle, als ist auch dessen Willen nachgelebet worden.» (*Protokoly* 1, p. 559–560).
- [21] Beide Briefe – derjenige von Euler, den Bernoulli nach Vevey weiterleitete, und Bernoullis Brief an Perret – sind nicht erhalten geblieben. Worum es dabei ging, geht jedoch aus einem Brief Bernoullis an Jallabert vom 3.9.1739 hervor, der in der Bibliothèque de Genève (*Société d'histoire*, 243) erhalten ist. Bernoulli schreibt dort: «Mr. le ministre Perret (à qui j'avois écrit touchant Mr. May) me dit qu'il ne vous a pas encore vû à Vevey [...]»; und am 6.12.1739 erkundigt sich Bernoulli in einem Brief an Cramer (*ibid.*, Ms Suppl. 384) nochmals, ob Jallabert von Perret eine Nachricht in Sachen May erhalten hat.
- [22] Zu May cf. Brief Nr. 25, Anm. 7, und D. Bernoullis folgenden Brief vom 14. November 1739 (Nr. 42, Anm. 14).
- [23] Euler hat die kritischen Bemerkungen von Robins zu seiner *Mechanik* in seinem Antwortbrief an D. Bernoulli (Nr. 41) besprochen. Ausserdem erwähnte er sie noch in einem Brief an Poleni vom 23. (12.) April 1740 (*Pis'ma*, p. 246–247), wo er schrieb, er könnte Robins' Kritik leicht beantworten, doch hätten ihm gute Freunde geraten, diese Angriffe lieber mit Stillschweigen zu übergehen.
- [24] Die hier erwähnten Mutmassungen Eulers über Gmelins Temperaturmessungen entstammen wohl dem nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers an D. Bernoulli vom 25. (14.) Juli 1739. – Cf. Brief Nr. 39, Anm. 12–13.
- [25] Cf. Brief Nr. 39, Anm. 19. – Die betreffenden Formeln Eulers wurden offenbar in dem *supra* Anm. 24 genannten, nicht erhalten gebliebenen Brief übermittelt.
- [26] Den fundamentalen Formeln über den Zusammenhang zwischen den trigonometrischen Funktionen und den – natürlichen wie dekadischen – Logarithmen hat Euler das ganze elfte Kapitel des ersten Bandes seiner *Introductio* (E. 101) gewidmet. Da (nach Eneström) das Manuskript wenigstens des ersten Teiles bereits anfangs der 1740er Jahre fertiggestellt wurde, ist es durchaus wahrscheinlich, dass Euler die betreffenden logarithmisch-trigonometrischen Formeln im – nicht erhalten gebliebenen – vorangehenden Brief D. Bernoulli mitgeteilt hat.
- [27] Cf. die ersten mit N. I Bernoulli gewechselten Briefe Eulers in O. IV A, 2, ab p. 481 *passim*, sowie die dort vorangestellte Einleitung.
- [28] Cf. Brief Nr. 39, Anm. 11.
- [29] Gemäss dem Wunsch D. Bernoullis führte Cramer einige Experimente zum Antrieb von Schiffen auf dem Genfersee durch. Ein Brief Cramers und drei Briefe D. Bernoullis aus den Jahren 1738–39 sind erhalten geblieben; sie enthalten eine detaillierte Besprechung der Experimente. Eine Beschreibung und Analyse der Experimente findet sich in der Einleitung zu DBW 8, p. 52–55. – Cf. auch Brief Nr. 32, Anm. 7.
- [30] Über dessen Autor und Adressaten ist uns nichts bekannt.

41

L. EULER AN D. BERNOULLI  
 Petersburg, 26. (15.) September 1739

HochEdelgebohrner  
 HochgeEhrtester Herr Professor

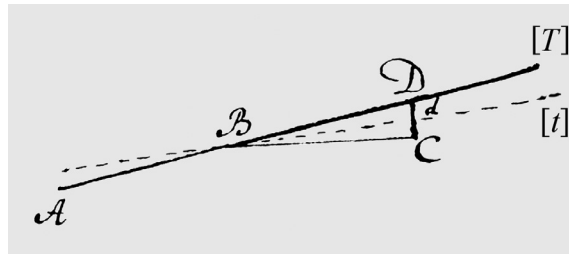
Zu Ew. Hochedelgb. Erwehlung zu einem *Regentia* gratulire ich um so viel mehr, da dieses *praeter Statuta* geschehen, als woraus Deroselben sonderbahrer Ruhm und Ansehen beÿ Unserer Universitaet um so viel deutlicher an den Tag gelegt wird, dann aus den überschriebenen Umständen kan ich nicht schlüssen, daß Ew. HochEdelgb. H. Vater seinem Sitze in der Regenz renunciert habe<sup>[1]</sup>.

Daß Ew. HochEdelgeb. lange Zeit über den *Fluxum* und *Refluxum Maris* medirt haben, um über diese Materie eine Piece nach Paris zu schicken, habe ich aus Dero H. Vaters letstem Schreiben ersehen<sup>[2]</sup>: es ist inzwischen wahr, daß ich auch über diese Materie gearbeitet und eine Piece nach Paris geschicket habe, allein ich bin versichert, daß meine Piece der Ihrigen nicht den geringsten Abbruch thun werde; und wann ich gewust hätte, daß Ewer Hochedelgb. darüber auch einkommen sollten, so hätte ich meine Zeit beßer angewendet<sup>[3]</sup>. Dann die Wahrheit zu bekennen, so hätte ich nicht geringe Hofnung gehabt, wer auch immer mit mir competirt hätte außer Ew. Hochedelgeb., anietzo aber gebe ich meine Hofnung umb Hundert *pro cento* wolfeiler. Ich habe in meiner Piece nichts anderes gethan, als die *Causam Aestus maris a Newtono assignatam physice* zu erklären, und die *Phoenomena* deutlicher und umständlicher als Newton gethan hat daraus zu deduciren, welches letztere mich in schwere und weitläufftige *Calculos* geführt hat. Ich bin aber versichert Ew. HochEdelgeb. werden auf eine gantz andere *Causam* gefallen seÿn, aus welcher Zweifels ohne alle *Phoenomena* natürlicher folgen. Wann das *Praemium* künfftiges Jahr gewiß ausgetheilt werden, und folglich keine Gefahr mehr beÿ Eröffnung seiner Gedancken seÿn solte, wolte ich mir nur eine Generale Beschreibung Dero *Systematis* gehorsahmst ausgebehten haben. Beÿ Ausfertigung meiner Piece habe ich mich sehr bemühet um *Observationes Aestus maris in Zona frigida* zu bekommen, habe aber außer einigen generalen Beobachtungen, so beÿ Nova Zemla gemacht worden, nichts finden können. Ich habe fleißig nachgesehen, ob der H. La Croiere in Kilduin<sup>[4]</sup> nicht auch die Ebbe und Fluht observiret hat; habe aber nicht das geringste gefunden. Meine Theorie ist in deßen so beschaffen, daß dieselbe durch dergleichen Observationen entweder confirmirt oder umgestoßen werden müsse, dann nach derselben solte *in Zona frigida* innerthalben 24 Stunden nur einmal Ebbe und Fluth seÿn, *sub ipsis polis* aber alle Monathe nur 2mahl.

Ich habe deswegen anietzo den Herrn Praesidenten (von Korff) sowohl in Ew. HochEdlgb. als meinem Nahmen gehorsahmst ersuchet, zu veranstalten, daß beÿ Archangel insonderheit aber beÿ Kilduin solche Observationen auf das fleißigste möchten angestellt werden, dann so viel habe ich schon in Erfahrung gebracht, daß dort würcklich eine Ebbe und Fluth wahrgenommen wird, aber ohne alle

Umstände: auf die Observationen in Kilduin aber wird mehr Staat zu machen seyn, als auf die in Archangel weiln Kilduin eine Insul ist, so in der offenen See liegt.

Ich sehe, daß Ew. HochEdelgb. über den Robins sehr erzürnt seyn, welches da es aus einer besonderen Liebe gegen mich herrühret, ich danckbarlich erkenne: dieser Mann wirfft mir so pertinemment solche grobe Fehler vor, daß man, wann man die Sache nicht fleißig untersucht, kaum zweifeln kan, daß er nicht recht haben sollte<sup>[5]</sup>: ja ich sehe Ew. Hochedelgeb. stehn selbst in den Gedanken, als wenn ich mich in Bestimmung des *Radii Osculi* würcklich übersehen hätte, welches auch leicht hätte geschehen können, wann ich in eben dieser Materie, wie sich Ew. HochEdelgeb. noch recht erinnern, nicht einmal geirret hätte. Nachgehends aber habe ich den *Nodum* untersucht und befunden, daß derselbe in der *Idea tangentis* stecke, dann man kan sich zweyerleÿ *Ideas tangentium* formiren, davon eine iede eine besondere Expression für den *Radium osculi* giebt.

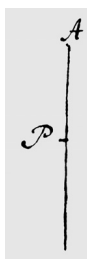


Es seÿen zweÿ *Elementa curvae cujuscunque contigua* AB und BC; welche da sie als grade Linien angesehen werden, vielmehr *Chordas subtensas curvae*, als die würcklichen *Elementa curvae* praesentiren, dennoch aber weil sie unendlich klein sind sicher *pro ipsis elementis* gehalten werden können. Um nun den *radius curvaturae* zu bestimmen so producire ich das *Elementum praecedens* AB in T, und nenne die Linie AT mit allen *Mathematicis non Anglis* die *Tangentem curvae in B*; da dann der Winkel CBD gleich wird dem *Angulo ad Centrum circuli osculatoris*, welcher auf der *Chorda* AB stehet, und dahero schlußze ich mit recht, daß der *Radius osculi* seÿ  $= \frac{AB \cdot BC}{CD}$ . Die Engelländer aber nennen die *Tangentem in B* eine solche Linie Bt, quae ad elementa AB et BC aequaliter sit inclinata, und daher wird beÿ ihnen der *Radius osculi*  $= \frac{AB \cdot BC}{2Cd}$  ob  $2Cd = CD$ . Diese *Definitio tangentis* der Engelländer, ob sie gleich *in finitis* von der andern nicht differirt, gibt also eine andere Aestimation des *Anguli contactus*, nemlich nur halb so groß, und komt mit der *Definitione tangentis Euclidea* überein, denn nach dem *Euclide* ist die *Tangens circuli recta ad radium normalis*, das ist eine solche *recta*, welche auf zweÿ *Chordas aequales contigue subtensas aequaliter* inclinirt ist. Dahero da der H. Robins meine *Tangentem BT* für seine Bt hält, so schließt er nicht unrecht, daß ich nicht nur in *assignatione radii osculi* gefehlet, sondern auch gegen den *Euclides* raisonirt habe. Weilen aber nunmehr beÿ mir durchgehends ein jegliches *Elementum productum* die *Tangentem* giebt, so glaube ich allem Irthum gantz leicht

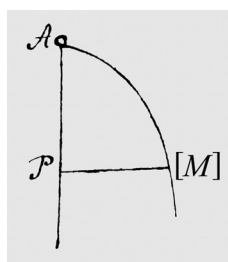


zu entgehen. Wann nun Ew. HochEdlgb. die Objectionen des H. Robins mit diesen Ideen zu examiniren belieben so werden Dieselben nicht mehr glauben, daß ich in diesem Punct mich versehen habe<sup>[6]</sup>.

Die Objectionen, welche er mir ferner gegen die Demonstration, daß die *incrementa velocitatis* den *Elementis temporum, quibus generantur* proportional sind, fallen von selbst weg, wann man betrachtet, daß ich die *Celeritatem ipsam finitam* setze: hingegen aber hat der Robins recht wenn die *Celeritas initialis nulla* oder *infinite parva* ist; ich sage aber expres, daß ich die *Celeritatem corporis finitam* supponire<sup>[7]</sup>. Daß ich inzwischen setze *elementa spatii minima esse recta et motu aequabili percurri*, wogegen der Robins so sehr streitet, darinn werden mir Ew. HochEdlgb. zweifeles ohne nicht unrecht geben. Was den *Casum* anbelangt, da die *Vis deorsum sollicitans est ut potestas Spatii AP*, und das *Corpus* in *A* *quiescens* gesetzt wird, so agirt auf das *Corpus* in *A* gar keine Gewalt, und solte daher nimmermehr herab gezogen werden, inzwischen weiset doch der *Calculus*, daß, wann die *Vis deorsum urgens* ist, *ut AP<sup>n</sup>* und *n* kleiner ist als 1 dennoch aber *affirmativum* verbleibt, das *tempus descensus per AP finitum* werde.



Dieses glaube ich nun nicht, sondern schreibe den Fehler dem *Calculo* zu, welcher beständig *in aestimando motu per primum elementum* begangen wird, meistentheils aber nichts austrägt, weilen derselbe nur *in unico elemento* geschieht. Eine gleiche Beschaffenheit hat es wann ein *Corpus gravitate naturali sollicitatum super linea curva AM descendit*:



dann wann in *A* die *tangens curvae* horizontal ist, und das *Corpus* in *A* quiescirt, so solte daßelbe immerfort alda verbleiben. Demungeacht weiset doch der *Calculus*, daß, wann der *Radius osculi* in *A infinite parvus* ist, das *Corpus tempore finito ex A in M* herabfalle. Über diese *Casus* nun, als beÿ welchen der Robins den *Calculus* sehr durchzieht, wolte ich mir Ew. HochEdelgb. wie auch Dero H. Vaters Meinung gehorsahmst ausgebeten haben, die meisten übrigen Objectionen gehen



auf den *motum corporis recte ad centrum virium descendantis*, wo ich mich bemühe den *motum, post appulsum ad centrum* zu bestimmen, insonderheit, wann das *Corpus celeritate infinita* das *Centrum* erreicht, da dann sehr große *Paradoxa* herauskommen, über welche sich der Robins nur mocquirt<sup>[8]</sup>.

Eine Copie von des H. Clairaut Schrift *Sur le Calcul integral* bitte mir mit nächster Gelegenheit gehorsahmst aus, oder doch zum wenigsten, wo dieses zu beschwerlich fallen sollte, nur ein *Specimen* seiner methode; auch was er von meinen übersandten Formeln hält<sup>[9]</sup>.

Die übersandten *Experimenta circa vim remorum* haben mir über die massen wohlgefallen, und hoffe ich daraus in meiner *Scientiae navalis parte altera*, woran ich noch arbeite großen Nutzen zu schöpfen.

Mein *Tractatus de musica* ist schon gedruckt, und werde ich denselben mit nächster Gelegenheit über Leiptzig nebst den noch restirenden *Commentariis* überschicken; welches am fügichsten durch assignationen geschehen kan, welche Ew. HochEdelgeb. auf Leiptzig gegeben werden, da jährl[ich] die Baßler Kauffleute dahin reisen. Dergleichen assignationen folgen auch würcklich hiebey so wohl für Ew. HochEdelgb. als Dero Hn. Vater<sup>[10]</sup>. Man druckt jetzt würcklich am siebenden *Tomo Comment[ariorum]* und wird in kurtzer Zeit 4 frische *Tomos* liefern, so bis auf dieses Jahr gehen<sup>[11]</sup>. Dieses und weil außer dem noch so viel andere Schrifften zu drucken seyn ist die Ursach, daß noch nicht an die herausgabe meiner *Scientiae navalis* zu gedencken ist<sup>[12]</sup>.

Nachdem ich nun die Gewalt der Ruder beßer eingesehen, so zweifele ich keines weges, Dero neuer *modus naves propellendi* werde von ungemeinem Nutzen seyn, und habe des Hrn. Kammerherrn Exc[ellenz] (von Korff) darüber *Experimenta* anzustellen, gehorsahmst ersuchet, welches aber wegen der herannahung des Winters vor künfftigem Frühjahr nicht wohl geschehen kan. Ich habe dabey nur diesen Zweifel, ob die Pumpen nicht die resistenz des Schiffes so sehr vermehren werden, daß der daher entstehende Vorthail nicht so sehr considerable wird; allein die Experienz wird diesen Zweifel bald heben.

Wir erwarten im übrigen Dero *Secundam partem circa oscillationes corporum aquae innatantium* mit großem Verlangen<sup>[13]</sup>; dann da Ew. Hochedelgb. methode von der meinigen gantz different ist, so trägt dieses zur Erweiterung dieser Wissenschaft ein sehr großes beÿ. Über die *resistentias corporum diversarum figurarum* haben wir alhier *Experimenta* angestellt, und haben sich dieselben beÿ nahe so befunden, wie der gewöhnliche *Calculus* anzeigt: wir haben hierzu die Zeit observirt, in welcher *datum corpus aquae innatans a dato pondere per datum spatium* fortgezogen wird<sup>[14]</sup>.

Die *Logarithmos Imaginarios* brauche ich anietzo in *Integrationibus* nicht mehr, sondern bediene mich der *Arcuum circularium* selbst mit weit leichterer Mühe; hiezu habe ich sonderbahre *Characteres* mir gemein gemacht, wodurch die Operation sehr erleichtert wird. Als  $A.\sin. x$  bedeutet mir den *arcum cuius sinus est = x in circulo cujus radius est = 1*, gleicher gestalt brauche ich auch diese Expressionen  $A.\cos. x$ ;  $A.\tan. x$ ;  $A.\cot. x$ ; hernach kommen auch die *Expressiones inversae* öfters vor als  $\sin. A. x$ ;  $\cos. A. x$ ;  $\tan. A. x$ ; welche mir andeuten den *Sinum, co-*

*sinum*, oder *tangentem arcus circularis*, *qui est* =  $x$ . Hieraus geben sich nun die Differenti[ati]onen und Integrationen sehr leicht, dann es ist

$$\begin{aligned}\text{diff. A.sin. } x &= \frac{dx}{\sqrt{1-xx}}; \\ \text{diff. A.cos. } x &= \frac{-dx}{\sqrt{1-xx}}; \\ \text{diff. A.tang. } x &= \frac{dx}{1+xx};\end{aligned}$$

und ferner

$$\begin{aligned}\text{diff. sin. A.}x &= dx \cos. A.x; \\ \text{diff. cos. A.}x &= -dx \sin. A.x; \\ \text{diff. tang. A.}x &= \frac{dx}{(\cos. A.x)^2}.\end{aligned}$$

Durch Hülfe dieser und der Logarithmischen und Exponentialischen *formularum* laßen sich die von mir letzts übersandte *Expressiones* und *Aequationes differentiales* leicht integrieren<sup>[15]</sup>.

Den eingeschlossenen Brief habe ich wohl bestellt<sup>[16]</sup> und verbleibe mit allerer-sinlichen Hochachtung

Ew. Hochedelgeb.

Meines HochgeEhrtesten Herrn *Professoris*  
gehorsahmster Diener

Leonh. Euler

[St. Petersburg den 15. Sept. 1739.]<sup>[17]</sup>

### Beilage

Copie d'assig[nation]

D[em] Hn Schustern geliebe an d[en] Hn Professor Joh[ann] Bernoulli oder ordre à Conto der Academie der Wissenschaften zu verabfolgen,

*Comment[ariorum] Tom. V et VI* und

*Theoria Musica* von jedem Ein Exempl[ar]

ingl[eichen] an den H<sup>n</sup> Professor Daniel Bernoulli

*Comment[ariorum] Tom. V et VI.*

*Theoria Musica* Zwey Exempl[are] und

*Amani Icones* Ein Exempl[ar].

St. Petersburg den

J.D. Schumacher

**Übersetzung**

⟩...⟨

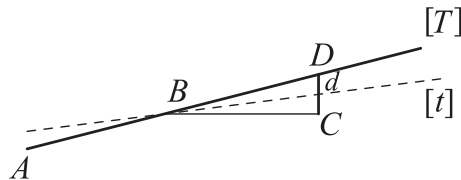
Zu Ihrer Wahl zum Mitglied der Regenz gratuliere ich Ihnen um so mehr, als diese ausserordentlicherweise erfolgt ist, woraus Ihr besonderer Ruhm und Ihr Ansehen bei unserer Universität um so deutlicher ersichtlich wird, denn aus den mir mitgeteilten Umständen kann ich nicht schliessen, dass Ihr Vater auf seinen Sitz in der Regenz verzichtet hätte<sup>[1]</sup>.

Dass Sie während langer Zeit über die Gezeiten nachgedacht haben, um darüber eine Preisschrift nach Paris zu schicken, habe ich aus dem letzten Schreiben Ihres Vaters ersehen<sup>[2]</sup>. Es stimmt, dass ich inzwischen ebenfalls über diese Materie gearbeitet und eine Preisschrift nach Paris geschickt habe, doch bin ich sicher, dass die meinige der Ihrigen nicht den geringsten Abbruch tun wird, und wenn ich gewusst hätte, dass Sie auch etwas darüber einreichen würden, hätte ich meine Zeit besser angewandt<sup>[3]</sup>. Denn ich hätte – um die Wahrheit zu bekennen – nicht wenig Hoffnung auf Erfolg gehegt, wer auch immer – ausser Ihnen – mit mir konkurriert hätte; jetzt aber gebe ich meine Hoffnung um 100 Prozent billiger. In meiner Preisschrift habe ich nichts anderes getan, als die von Newton angegebene Ursache der Gezeiten physikalisch zu erklären und die Phänomene deutlicher und ausführlicher, als Newton es getan hat, daraus abzuleiten, was mich in schwierige und weitläufige Rechnungen geführt hat. Ich bin jedoch sicher, dass Sie auf eine ganz andere Ursache gekommen sein werden, woraus zweifellos alle Phänomene natürlicher folgen. Wenn der Preis nächstes Jahr sicher verliehen wird und die offene Darlegung der eigenen Gedanken also kein Risiko mehr bedeutet, möchte ich mir eine bloss allgemeine Beschreibung Ihres Systems erbeten haben. Bei der Ausarbeitung meiner Preisschrift habe ich mich sehr bemüht, Beobachtungen der Gezeiten in der kalten Zone zu erhalten, konnte jedoch ausser einigen allgemeinen Beobachtungen, die bei Novaja Zemlja gemacht wurden, nichts finden. Ich habe fleissig nachgeforscht, ob Herr La Croyère in Kildin<sup>[4]</sup> nicht auch die Gezeiten beobachtet hat, konnte aber nicht das Geringste finden. Indes ist meine Theorie so beschaffen, dass sie durch solche Beobachtungen entweder bestätigt oder verworfen werden muss, denn nach ihr sollten in der kalten Zone innerhalb 24 Stunden nur einmal Ebbe und Flut stattfinden, an den Polen selbst jedoch nur zweimal pro Monat.

Deswegen habe ich jetzt den Herrn Präsidenten ⟨von Korff⟩ sowohl in Ihrem als auch in meinem Namen ersucht zu veranlassen, dass bei Arkhangel'sk, besonders aber bei Kildin, solche Beobachtungen intensiv angestellt werden mögen. Denn so viel habe ich schon in Erfahrung gebracht, dass dort wirklich Gezeiten wahrgenommen werden, jedoch ohne genauere Angaben. Auf die Beobachtungen in Kildin wird aber mehr zu bauen sein als auf jene in Arkhangel'sk, weil Kildin eine Insel ist, die in der offenen See liegt.

Ich sehe, dass Sie über Robins sehr erzürnt sind, was ich dankbar anerkenne, da dies von einer besonderen Liebe mir gegenüber herrührt. Dieser Mann wirft mir derart bestimmt solch grobe Fehler vor, dass man – wenn man die Sache

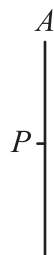
nicht fleissig untersucht – kaum bezweifeln kann, dass er recht hat<sup>[5]</sup>. Ja ich sehe, sogar Sie selbst denken, ich hätte mich in der Bestimmung des Krümmungsradius wirklich geirrt. Dies hätte auch leicht geschehen können, wenn ich mich nicht in genau dieser Materie schon einmal geirrt hätte, wie Sie sich noch gut erinnern. Später habe ich jedoch den Knoten untersucht und gefunden, dass dieser im Begriff der Tangente steckt, denn es lassen sich zweierlei Begriffe von Tangenten bilden, wovon jeder einen eigenen Ausdruck für den Krümmungsradius ergibt.



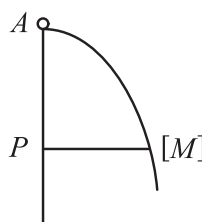
Es seien  $AB$  und  $BC$  zwei benachbarte Elemente einer beliebigen Kurve. Da sie als gerade Linien angesehen werden, bezeichnen sie eher die Sehnen der Kurve als die wirklichen Kurvenelemente, können aber, da sie unendlich klein sind, sicher dennoch für die Elemente selbst genommen werden. Um nun den Krümmungsradius zu bestimmen, führe ich das Element  $AB$  weiter nach  $T$  und nenne die Linie  $AT$  (mit allen nicht-englischen Mathematikern) die Tangente der Kurve in  $B$ . Da dann der Winkel  $CBD$  gleich dem Winkel im Zentrum des Krümmungskreises wird, welcher auf der Sehne  $AB$  steht, schliesse ich mit Recht, dass der Krümmungsradius  $= \frac{AB \cdot BC}{CD}$  ist. Die Engländer aber bezeichnen als die Tangente in  $B$  eine Linie  $Bt$ , die zu den Elementen  $AB$  und  $BC$  gleich geneigt ist, und daher wird bei ihnen der Krümmungsradius  $= \frac{AB \cdot BC}{2Cd}$  wegen  $2Cd = CD$ . Diese Tangentendefinition der Engländer führt – obgleich sie sich im unendlich Kleinen von der andern nicht unterscheidet – zu einer anderen Einschätzung des Kontingenzwinkels, nämlich nur halb so gross, und fällt mit der Euklidischen Tangentendefinition zusammen, denn nach Euklid ist die Kreistangente die Normale auf dem Radius, d. h. eine Gerade, die zu zwei gleichen, benachbarten Sehnen gleich geneigt ist. Weil also Herr Robins meine Tangente  $BT$  für die seinige  $Bt$  hält, schliesst er nicht unrichtig, dass ich mich nicht nur in der Bestimmung des Krümmungsradius geirrt, sondern mich auch gegen Euklid vergangen hätte. Weil nun aber bei mir durchgehend jedes verlängerte Kurvenelement die Tangente ergibt, so glaube ich, jedem Irrtum ganz leicht zu entgehen. Wenn Sie nun die Einwände von Herrn Robins mit diesen Ideen nachzuprüfen belieben, so werden Sie nicht mehr glauben, ich hätte mich in diesem Punkt geirrt<sup>[6]</sup>.

Die Einwände, die er mir ferner gegen den Beweis vorbringt, dass die Geschwindigkeitsinkremente proportional sind den Zeitelementen, in denen sie erzeugt werden, entfallen von selbst, wenn man berücksichtigt, dass ich die Geschwindigkeit selbst endlich setze. Hingegen hat Robins recht, wenn die Anfangsgeschwindigkeit null oder unendlich klein ist; ich sage aber ausdrücklich, dass ich die Geschwindigkeit des Körpers als endlich voraussetze<sup>[7]</sup>. Dass ich indessen annehme, die kleinen

Wegelemente seien gerade und würden in gleichmässiger Bewegung durchlaufen, was Robins so heftig bestreitet, darin werden Sie mir zweifellos nicht unrecht geben. Was den Fall anbelangt, wo die nach unten wirkende Kraft sich verhält wie eine Potenz des Weges  $AP$  und der Körper in  $A$  als ruhend gesetzt wird, so wirkt auf den Körper in  $A$  überhaupt keine Kraft, und er sollte daher auch nicht nach unten gezogen werden. Jedoch zeigt die Rechnung, dass, wenn die nach unten wirkende Kraft wie  $AP^n$  ist und  $0 < n < 1$ , die Zeit des Abstiegs durch  $AP$  endlich wird.



Das glaube ich nun nicht, sondern schreibe der Rechnung den Fehler zu, der in der Einschätzung der Bewegung durch das erste Element stets begangen wird, meistens jedoch nichts ausmacht, weil er nur in einem einzigen Element vorliegt. Ebenso verhält es sich, wenn ein Körper infolge der natürlichen Schwere auf einer gekrümmten Linie  $AM$  absteigt:



Wenn nämlich die Kurventangente in  $A$  horizontal ist und der Körper in  $A$  ruht, so sollte er immer dort verbleiben. Trotzdem zeigt die Rechnung, dass der Körper – wenn der Krümmungsradius in  $A$  unendlich klein ist – in einer endlichen Zeit von  $A$  nach  $M$  hinabfällt. Zu diesem Fall, bei welchem Robins den Kalkül sehr kritisiert, möchte ich mir von Ihnen wie auch von Ihrem Vater ein Urteil ausbitten. Die meisten übrigen Einwände beziehen sich auf die Bewegung eines Körpers, der direkt zum Kraftzentrum absteigt, wo ich mich bemühe, die Bewegung nach dem Eintreffen im Zentrum zu bestimmen, besonders wenn der Körper das Zentrum mit unendlicher Geschwindigkeit erreicht, denn dann kommen sehr paradoxe Sätze heraus, über welche sich Robins nur lustig macht<sup>[8]</sup>.

Um eine Abschrift von Herrn Clairauts Schrift *Sur le calcul integral* bei nächster Gelegenheit bitte ich Sie sehr oder doch – wenn dies zu mühsam sein sollte – wenigstens um ein Musterbeispiel seiner Methode. Auch interessiert mich, was er von meinen ihm übersandten Formeln hält<sup>[9]</sup>.

Die übersandten Experimente über die Kraft der Ruder haben mir ausserordentlich gut gefallen, und ich hoffe, daraus für den zweiten Teil meiner *Schiffswissenschaft*, woran ich noch arbeite, grossen Nutzen zu schöpfen.

Mein Traktat über die Musik ist bereits gedruckt, und ich werde ihn nebst den noch fälligen Bänden der *Commentarii* bei nächster Gelegenheit via Leipzig übersenden, was am besten durch Assignationen erledigt werden kann, die Ihnen auf Leipzig gegeben werden, da alljährlich Basler Kaufleute dorthin reisen. Diese Assignationen liegen auch tatsächlich hier bei, sowohl für Sie selbst als auch für Ihren Vater<sup>[10]</sup>. Man druckt jetzt wirklich den siebten Band der *Commentarii* und wird in kurzer Zeit vier neue Bände liefern, die bis zum laufenden Jahr gehen<sup>[11]</sup>. Dies und der Umstand, dass ausserdem noch so viele andere Schriften zu drucken sind, ist der Grund, dass noch nicht an die Herausgabe meiner *Schiffswissenschaft* zu denken ist<sup>[12]</sup>.

Nachdem ich nun die Kraft der Ruder besser verstanden habe, so zweifle ich keineswegs, dass Ihre neue Art, Schiffe anzutreiben, von ungemeinem Nutzen sein werde, und ich habe den Kammerherrn (von Korff) höflich ersucht, darüber Experimente anstellen zu lassen, was jedoch des bevorstehenden Winters wegen nicht gut vor dem künftigen Frühjahr geschehen kann. Ich habe dabei nur diesen Zweifel, ob die Pumpen nicht den Widerstand des Schiffes so stark erhöhen werden, dass der dadurch entstehende Vorteil nicht sehr beachtlich wird; doch die Erfahrung wird diesen Zweifel bald beseitigen.

Im übrigen erwarten wir sehnlichst den zweiten Teil Ihrer Abhandlung über die Schwingungen der auf dem Wasser schwimmenden Körper<sup>[13]</sup>; da nämlich Ihre Methode von der meinigen ganz verschieden ist, trägt dies zur Erweiterung dieser Wissenschaft sehr viel bei. Über den Widerstand der Körper von verschiedenen Formen haben wir hier Experimente angestellt, und diese haben beinahe das erwiesen, was der gewöhnliche Kalkül anzeigt. Zu diesem Zweck haben wir die Zeit beobachtet, in welcher ein gegebener, im Wasser schwimmender Körper von einem gegebenen Gewicht durch einen gegebenen Weg fortgezogen wird<sup>[14]</sup>.

Die imaginären Logarithmen verwende ich jetzt in den Integrationen nicht mehr, sondern bediene mich viel müheloser der Kreisbogen selbst. Dazu habe ich mir besondere Symbole zurechtgelegt, durch welche die Operation sehr erleichtert wird. So bedeutet bei mir  $A.\sin. x$  den Bogen, dessen Sinus  $x$  ist in einem Kreis mit dem Radius 1, und analog benütze ich auch die Ausdrücke  $A.\cos. x$ ,  $A.\tan. x$ ,  $A.\cot. x$ ; dann kommen auch die inversen Ausdrücke öfters vor wie  $\sin. A. x$ ,  $\cos. A. x$ ,  $\tan. A. x$ , welche bei mir Sinus, Cosinus oder Tangens des Kreisbogens bedeuten, der gleich  $x$  ist. Daraus ergeben sich nun die Differentiationen und Integrationen sehr leicht, denn es ist

$$\begin{aligned} d A.\sin. x &= \frac{dx}{\sqrt{1-xx}}; \\ d A.\cos. x &= \frac{-dx}{\sqrt{1-xx}}; \end{aligned}$$

$$d \text{ A.tang. } x = \frac{dx}{1 + xx};$$

und ferner

$$\begin{aligned} d \sin. A.x &= dx \cos. A.x; \\ d \cos. A.x &= -dx \sin. A.x; \\ d \text{ tang. } A.x &= \frac{dx}{(\cos. A.x)^2}. \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser und der logarithmischen und exponentiellen Formeln lassen sich die von mir kürzlich übersandten Ausdrücke und Differentialgleichungen leicht integrieren<sup>[15]</sup>.

Den von Ihnen beigelegten Brief habe ich zugestellt<sup>[16]</sup> und verbleibe mit aller denkbaren Hochachtung

} ... {

Leonhard Euler

[St. Petersburg, den 15. September 1739.]<sup>[17]</sup>

R 129 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 40  
Petersburg, 26. (15.) September 1739  
Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt, 5 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 27, Bl. 155–159v, 160r  
Am 26. (15.) September der Akademischen Konferenz vorgelegt und am 3. Oktober (22. September) zur Post gebracht (cf. *Protokoly* 1, p. 568, 571)

- [1] J.I Bernoulli verblieb tatsächlich in der Regenz. Diese bestand damals aus 14 Professoren, wobei der Einsitz mehrerer Mitglieder derselben Familie an sich durch die Statuten ausgeschlossen war. – Cf. Brief Nr. 25, Anm. 7, und Nr. 40, Anm. 3.
- [2] Mit dem «letzten Schreiben Ihres Vaters» meint Euler wohl J.I Bernoullis Brief vom 7. März 1739 (O. IV A, 2, p. 275f), doch enthält weder dieser noch der vorangehende Brief J. Bernoullis (O. IV A, 2, p. 247f) einen solchen Hinweis; andererseits hat D. Bernoulli im vorangegangenen Brief Nr. 40 selbst von seiner Untersuchung zu den Gezeiten gesprochen, was Euler verwechselt zu haben scheint.
- [3] Beide Arbeiten – sowohl diejenige von Euler als auch die von D. Bernoulli – erhielten je ein Viertel des Pariser Preises. – Cf. Brief Nr. 39, Anm. 15.
- [4] Kildin ist eine Insel in der Barentssee nahe der Halbinsel Kola.
- [5] Cf. Robins (1739) sowie Brief Nr. 40, Anm. 7 und 23.
- [6] Robins (1739) hatte Eulers mathematische Definition des Krümmungsradius und deren nachfolgende Anwendung (cf. u. a. E. 15, §§ 160f) heftig kritisiert. Im Antwortbrief (Nr. 42) stimmt Bernoulli der hier wiedergegebenen Erklärung Eulers zu.
- [7] Cf. den ersten Band von Eulers *Mechanik* (E. 15, §§ 33f).
- [8] Cf. den ersten Band von Eulers *Mechanik* (E. 15, §§ 269–272) und Einleitung III.2.3.2, p. 39 h.v.
- [9] Cf. Brief Nr. 40, Anm. 12 und 25.
- [10] Die *Petersburger Commentarii* waren zu diesem Zeitpunkt bis und mit Band 6 gedruckt. Diesem Brief lag (Bl. 160r) eine solche «Assignment» bei, eine signierte Anweisung Schumachers zur Übersendung einiger Bücher durch Schuster via Leipzig nach Basel (cf. die am



- Ende des Briefes abgedruckte Beilage): Band 5 und 6 der *Commentarii* und Eulers *Musiktheorie* je für Johann I und Daniel Bernoulli sowie zusätzlich ein zweites Exemplar von Eulers *Musiktheorie* und Ammanns *Icones* (1739) für D. Bernoulli (cf. *Protokoly* 1, p. 571).
- [11] Tatsächlich war der Publikationsrhythmus der nächsten fünf Bände der *Petersburger Commentarii* der folgende: Band 7 (1734/35) 1740, Band 8 (1736) 1741, Band 9 (1737) 1744, Band 10 (1738) 1747 und Band 11 (1739) 1750.
  - [12] Eulers *Schiffswissenschaft* wurde erst zehn Jahre später gedruckt (1749).
  - [13] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen schwimmender Körper (1750, DB. 32).
  - [14] Von diesen Experimenten ist keine Beschreibung erhalten geblieben.
  - [15] Euler führt hier die zyklometrischen (inversen trigonometrischen) Funktionen ein, bezeichnet sie mit  $A.\sin.x$ ,  $A.\cos.x$  usw. und benutzt zur Abrundung der formalen Konsequenz die Bezeichnung  $A.x$  für den Bogen (*arcus*) des Winkels  $x$  im Einheitskreis. – Cf. auch Brief Nr. 38, Anm. 4.
  - [16] Cf. Brief Nr. 40, Anm. 30.
  - [17] Das Datum fehlt in der erhaltenen Kopie und wurde nach dem Protokoll der Petersburger Akademie ergänzt. In der Kopie steht von anderer Hand der Vermerk: «An d[en] Hn Prof. D. Bernoulli expedir[t] d. 22. Sep. 1739».

42

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 14. November 1739

Basel den 14. 9br. 1739

*S[ine] T[itulis]*

Ich bitte Ew. HEdgb. in unserem *commercio epistolico* ins künftige alle titul, complimenten und gewöhnlichen grüße auszulassen und mir zu erlauben daß ich damit den anfang mache. Mein Vatter hat sich nicht resolvirt seine Regenzstelle aufzugeben und haben also nunmehr Vatter und Sohn ihren sitz darin.

Die piece, so ich über den *aestum maris* naher Paris geschickt, ist gleich der Ihrigen auff dem *systemate Newtoniano* gebauet<sup>[1]</sup>: hab aber das *systema* in solche ordnung gebracht, extendiert und corrigiert, daß mich dunckt, es seje solches *ratione* meiner piece nicht anderst zu betrachten als das *primum schediasma Leibnitii circa calculum differentialem ratione totius hujus calculi*: und ich sehe daß Ew. HEdgb. ein gleiches gethan, auch ohne zweiffel mit mehrerem succès. Es wird Ihnen also mein *opusculum* wenig eintrag thun: Sie haben vielmehr zu beförchten es möchte unser angenommenes *systema* überhaupt keinen eingang finden: ich habe aus einer gleichen forcht in dem *epilogo* deswegen solche wort gebraucht<sup>[2]</sup>:

«Nous pouvons donc etre assureés de connoitre la *vraie* cause des marées, quoique nous en ignorions encore la cause *premiere*, qui est la cause generale et phisique de la pesanteur. S'il y avoit quelqu'un qui eut deviné cette premiere cause, il meriteroit d'autant plus la preference, que son systeme renfermeroit necessairement la vraie cause universelle de la pesanteur: cette consequence sera la pierre de touche pour prouver la verité d'un tel systeme sur les marées. Il en est de ceci

comme si l'on demandoit par exemple pourquoi la surface de l'eau dans un reservoir se met toujours horizontalement: on voit qu'on ne sauroit en dire la premiere cause, sans qu'elle renferme la vraie theorie sur la pesanteur et sur la fluidité, qui seules peuvent etre la vraie cause du phenomene en question. Cette seule reflexion m'a fait quitter quelques conjectures qui se sont presenté[es] à mon esprit sur la cause *materielle* des marées, quoiqu'elles me parussent d'ailleurs assez plausibles etc.»

Ich glaube daß ich durch diese wort unserem *systemati* einigen credit concilieren und zu gleich viele einfähl, mit denen viele werde[n] angestochen kommen und öftters eine gewisse air de verité haben, destruire[n] [kan]. Ich hoffe auch, es werde ein recht wunderbahrer consens sejn zwischen unseren beiden pieces: ich hab gleich wie Sie angezeigt daß in *Zona frigida* des tags nur ein *aestus maris* sejn müße, doch mit gar vielen physischen anmerkungen und restrictionen, welche auff den affectierten *isochronismum in quovis corporum systemate* fundiert sind. Ich sehe also nicht, warumb meine piece der Ihrigen einiges tort thun könne. Solte unser *systema* gar keinen eingang gefunden haben, so wollen wir unsere pieces zugleich zu Petersburg trucken laßen: Es wurde ein rechter tractat daraus erwachsen, welcher allem ansehen nach mit *applausu* wird von dem *Publico* aufgenommen werden: Vorhero aber die observationen auß Norden erwarten; dan ich hoffe daß unser H. Praesident (von Korff) unß darzu werde behülfflich sejn. Von diesem allen bitte zur zeit niemand nichts zu melden, dan es wurde lächerlich sejn, wan solches zu Paris vor ausgang der sach bekant wurde.

Ich überschicke hiebei meine dissertation *circa oscillationes corporum humido insidentium*: ich hoffe meine *theoremata* werden mit den Ihrigen übereinkommen: ich habe eine meiner meinung nach merckwürdige observation darbei gemacht, wie nemlich die oscillationen können regular, uniform und *isochronae* sejn, wan schon die *linea verticalis ex corporis centro gravitatis ducta* nicht durch das *centrum gravitatis sectionis aquae* gehet: ja daß sie gleich werden regular werden, wan sie schon anfangs nicht regular sind<sup>[3]</sup>.

Es hat seit meinem letsteren der Robins mir auch ein exemplar seiner brocheure geschickt: da ich das englische so gar wenig verstehe, so kan es leicht sejn, daß ich mich durch die hardiesse und effronteri des Robins habe verleiten laßen zu glauben, Ew. HEdgb. haben in der that einen falschen concept des *radii osculi* sich formiert: aus Dero remarques sehe ich daß Sie diese materi mit aller behutsamkeit tractiert haben. Doch glaube ich daß der Engelländer *idea tangentium* viel sicherer seje, indeme nach Ihrer figur 2 *Cd* nicht exact gleich ist dem *CD* und *casus* vorkommen könnten da diese *inaequalitas infinite parva* müste in consideration gezogen werden<sup>[4]</sup>.

Ich sehe auch nicht, was wieder Dero *principium, elementa minima spatii esse recta et motu aequabili percurri* könne angewendet werden. Das *principium*  $dv = dt$  dunckt mich gut, *etiamsi v sit infinite parva*; es wäre dan sach daß *differentialia secundi gradus* da wären und in dem *calculo*, zum exempel, *dt constans* wäre: sonsten aber kan man ja durch *dv* und *dt infinite parva absoluta* betrachten,

welche weder *primi*, noch *secundi* noch *ullius alius generis* seien: der *calculus* kan niemahls fehlen, so lang nicht *inter infinite parva mensura quaedam communis, id est, differentialis quaedam constans* angenommen wird. Es sind auch alle *Dero casus, in quibus vis deorsum sollicitans est ut potestas spatii percursi exacte* wahr, muß aber auff diese weiß enunciert werden: *si corpus locum mutet aut moveatur, movebitur secundum leges praescriptas, quas calculus definit*: dahero kan das *tempus a calculo* niemahls *tamquam infinitum* heraußkommen, *quia motus in hoc casu nullus fit*. Man kan ja solches klar auß dem exempel der *pendulorum simplicium* sehen: Müße dan der *calculus* auch *tempus oscillationis infinitum* anzeigen, *si pendulum in puncto infimo quiescat*: Nein; weilen keine oscillationen geschehen: Es ist bej dieser materi viele *logomachia* und der gantze streit *de lana caprina*<sup>[5]</sup>. Es wäre beßer, man ließe die *problemata abstracta*, die wir unß öfters *contra naturae leges* forgieren, gar auß und redete nur von *problematis naturae legibus conformibus*, so werden dergleichen *paradoxa* niemahls vorkommen und wird auch den *profanis* keine gelegenheit gegeben den *calculus* zu perstringieren, sondern vielmehr zu admirieren. Ich glaube nicht daß der *calculus in concreto* jemahls werde betriegen können, sondern vielmehr daß er unß alzeit *exacte* lehren werde, wie sich der *motus* von *primo elemento* biß *ad ultimum* verhalten müße.

Des H. Clairauts schrifften *de novo integrandi modo* werde ich abschreiben laßen und so bald solche fertig Ew. HEdgb. schicken<sup>[6]</sup>.

Es ist mir lieb, daß Ihnen die *experimenta circa vim remigum cum pondere continue agente comparatam* so wohl als mir gefallen. Es sind gantz neue gattung *experimenta* und könten deren noch gar viel gemacht werden. Die obligation die wir deswegen dem H. Cramer haben, nehme ich gantz gern auff mich, indem ich schon gelegenheit haben werde solche zu demerieren und den H. Prof. Cramer noch zu anderen experimenten zu engagieren, wie er dan schon würcklich das experiment meines neuen *navigandi modi*, obschon *grosso modo*, genommen: ich habe darauß den hauptpuncten gelehret, daß das schiff würckl[ich] ist fortgetrieben worden, aber bej weitem nicht so geschwind, als *vi remigum*. Die ursach dieser differenz hab ich dem H. Cramer (der kurtzlich hier gewesen) angezeigt: ich glaube daß wan alles ordentlich nach meinen *praeceptis* exequiert werden wird, der effect mit der *ordinari* manier gleich sejn wird, so wie ich solches in meinem buch angezeigt und voraus gesehen hab. Ich verwundere mich selbst, wie ich durch eine bloße estime alles so nahe vorhero gesehen, was die experienz zeigen würde, es haben aber viele *theoremata*, die ich *circa conservationem aliquam virium mortuarum* und *potentiarum absolutarum*, vorhero observiert hatte, vieles darzu contribuiert. Ich werde zu seiner zeit diese andere *experimenta* der Academie auch communicieren<sup>[7]</sup>.

Ew. HEdgb. difficultet, daß die pumpen die resistenz des schiffs so sehr vermehren möchten, daß kein vorthail zu hoffen wäre, dunckt mich nicht unvermeidlich, indeme die pumpen so können angebracht werden, daß die resistenz des schiffes nicht vermehret wird; wan einmahl die sach solte im großen exequiert werden, hätte ich gar vieles darbej zu erinnern: die *theoria* hat hier eine gar große influenz umb alle vorthail *maximo gradu* zu erhalten. Der gröste vorthail unterdeßen den ich in diesem fahl erwartete, wäre daß man das waßer *ope ignis sive vaporum* in

kleinen seefahrten könnte expellieren ohne große kosten; *item* daß es gewisse moment gibt, da eine extra große gewalt das schiff fortzutreiben welche man *ope ignis vel vaporum* genugsam erlangen kan, das gantze schiff einzig erretten kan und endlich daß man in großen schiffen wohl die pumpen aber nicht die ruder employiren kan. Alle diese reflexionen machen, daß wan auch die *vis navem propellens, quae meo modo obtinetur*, noch so klein wäre, selbige doch nicht zu negligieren seje<sup>[8]</sup>.

Ich hoffe die überschickte bücher nächstens zu erlangen: ich bedancke mich gegen Ew. HEdgb. für das exemplar Dero *Theoriae musicae*<sup>[9]</sup>, und bitte in meinem nammen ein gleiches zu verrichten gegen der Academie und dem H. Prof. Amman. Die welt wird sich verwunderen müssen, wie unser Glorwürdigste Monarchin  $\langle$ Anna Ioannovna $\rangle$  zugleich und in einer zeit durch so viele unglaubliche siege und conqueten Dero großes Reich vermehren und in demselben die wißenschafften florieren und gleichsam auff den höchsten gipffel zu bringen wiße. Solches hat kein *Ludovicus magnus*  $\langle$ Louis XIV $\rangle$  bej weitem nicht gethan, als unter deßen regierung die wißenschafften zu den kriegszeiten völlig darnieder gelegen sind. Gott gebe daß der schandliche Newpergische friede Unserer großen Kayßerin unsterblichen ruhm vermehre<sup>[10]</sup>.

Dero *Theoriam musicam* erwarte ich mit ungedult und werde dieselbe mit aller attention durchlesen. [Ich] wünsche daß wir auch bald Ihr[e] *Scientiam navalem* sehen mögen. Daß Ew. [HEdgb.] ein exemplar meiner *Hydrodynamic* dem H. Moula gegeben, bin [ich] Ihnen gar [sehr] obligiert und bitte ich den H. Moula solches zu betrachten als wan ich es se[lbsten] verrichtet hätte: ich weiß nicht wie es geschehen, daß ich es zu thun vergeßen habe; es [ist] gewislich nicht auß mangel einer estime oder freundschaft geschehen. Ich bitte auch unserm H. Presidenten  $\langle$ von Korff $\rangle$  meine unterthänige dancksagung abzustatten, daß er ein ander exemplar zu nemmen beliebt habe. Ich werde mit nächster gelegenheit noch einige exemplar überschicken und Ew. HEdgb. bitten eines derselben dem H. Prof. Amman zu geben und bitte Sie für dieses mahl demselben wie auch seinem nunmehrigen H. Schwächer  $\langle$ Schumacher $\rangle$  mein ergebenstes compliment zu machen. Ew. HEdgb. belieben mir zu melden, ob man in Petersb[urg] Ihro Durchleücht des Hertzogen von Curlands  $\langle$ E.J. Biron $\rangle$  portrait von einem guten meister haben könne.

Daß Ew. HEdgb. anstatt der *logarithmorum imaginariorum, lineas ad circulum pertinentes* betrachten, ist freylich gar gut: Ich habe eben die *caracteres*, die Sie erdacht, schon vor 13 jahren gebraucht, *vid. Comm[entariorum] tom. II, p. 332 et seqq.*<sup>[11]</sup>. Doch haben öfters die *logarithmi etsi imaginarii* einen vorthail, weilen nunmehr die *quantitates logarithmicae* schier eben so gemein und bekant sind als die *quantitates algebraicae*, so wohl *ratione integrationum* als *differentiationum*, auch gar viel *proprietates* haben, als *quod  $\ell x + \ell y = \ell xy$* , welche *in calculo* herlich zu statten kommen, und nicht leicht imitiert werden können *in quantitatibus per lineas ad circulum pertinentes expressis*. Si quaeratur v. gr.  $d \cdot \int \frac{aa \, dx}{aa + xx}$ , alwo *ratione signi summatorii*  $x$  variabel ist und  $a$  constans, *ratione autem signi differentiationis*  $x$  constans ist und  $a$  variabel, so findet man *per logarithmos imagina[rios]* leicht

$$d \cdot \int \frac{aa \, dx}{aa + xx} = \frac{da}{a} \text{A.T. } x - \frac{ax \, da}{aa + xx},$$

*facto radio circuli* =  $a$ . Unsere new adhibierte *characteres* sind nicht so wohl *in ipso calculo*, als *in expressionibus finalibus* zu praeferieren, und zwar dieses letztere, wegen den ausgerechneten *tabulis*<sup>[12]</sup>. Sonsten sehe ich nicht, was für andere vorthail *in ipso calculo* darauß entstehen, als wan ich *in genere* an statt  $\int P \, dx$ , wolte schreiben  $S.x$ , *intelligendo per S. spatium curvae, cujus abscissa* =  $x$  *et applicata* =  $P$ . Bej occasion obgedachter *formulae*  $d \cdot \int \frac{aa \, dx}{aa + xx}$  will hier erinnern, daß H. Bouguer eine artige regul gegeben *in genere* zu finden  $d \cdot \int P \, dx$ , alwo  $P$  eine function ist *ex*  $x$ ,  $y$  *et aliis quantitatibus* und *ratione signi*  $\int$  nur  $x$ , *ratione autem signi*  $d$  nur  $y$  variabel ist: *est nempe*  $d \cdot \int P \, dx = dy \int Q \, dx$ , *ubi*  $Q = \frac{dP}{dy}$ , *considerando in quantitate sumenda*  $dP$  *solam*  $y$  *variabilem*. Der H. Clairaut hat mir dieses *theorema Bouguerianum* überschrieben, welches mich schön gedunckt, obschon ich deßen demonstration gar leicht gesehen und Ihnen deswegen selbige nicht überschreibe<sup>[13]</sup>.

Wegen dem H. May hab ich auff Bern und Vivis geschrieben, aber noch keine resolution erhalten: es scheint die fam[ille] May ist ermüdet diesem pannier percé mehrers zuzuschüßeln, doch glaube ich daß man mit der zeit die Frantzösische Kirchen bezahlen wird, wan nur die summ nicht größer wird. Ich werde mein möglichstes darzu contribuiren, und wan es nicht anderst gehen will, trachten vornehme leüt darbey zu emploiren<sup>[14]</sup>.

[. . .] Dero H. Vatter zu mir, umb mit mir die billiche anforderung an den unverschamten Clausenburger zu concertieren. Er laßet Ew. HEdgb. freündl[ich] salutieren und wird Ihnen auff Dero letstes durch den H. Gmelin geschicktes schreiben bald antworten<sup>[15]</sup>. À propos des H. Gmelins, was machen die Kamtschatkianer. Die *inconstantiam thermometri a D. Gmelin Kirengae observatam* hab ich seithero bej zimlich gelindem wetter remarquiert, wan sich der west-wind plötzlich in ein ost-wind verwandelt hat.

Ew. HEdgb. werden wißen, daß H. Poleni in die *Acad. Paris[inam]* ist aufgenommen worden und nebst ihm der H. D. Hofman dem König <Louis XV> vorgeschlagen worden<sup>[16]</sup>. Ich hoffe noch wohl zu erleben daß unsere Academie Cadette den ainées wird vorgezogen werden, worzu Ew. HEdgb. vieles werden contribuiren<sup>[17]</sup>. In Paris ist noch der gantze hoff Cassinisch wegen der *figura Terrae* und ein großer theil der Academie. In Franckreich wiederholt man die Picardische *mensuras*. Von denen naher Peru geschickten *Observatoribus* hat man noch keine nachricht.

Daniel Bernoulli

Ist die *theoria communis circa resistentiam corporum ratione figurae superficiei anterioris per experimenta* auch confirmiert worden? *Item resistentia absoluta in motibus lentissimis* etc.

### Übersetzung

Basel, den 14. November 1739

Ich bitte Sie, in unserem Briefwechsel künftig alle Titel, Komplimente und üblichen Grussformeln wegzulassen und mir zu erlauben, damit den Anfang zu machen. Mein Vater hat sich nicht entschlossen, seine Regenzstelle aufzugeben, und so haben nun also Vater und Sohn ihren Sitz in der Regenz.

Die Preisschrift über die Gezeiten, die ich nach Paris geschickt habe, basiert wie die Ihrige auf dem Newtonschen System<sup>[1]</sup>, doch habe ich das System so in Ordnung gebracht, erweitert und korrigiert, dass mir scheint, dieses sei in bezug auf meine Preisschrift nicht anders zu betrachten als die erste Skizze von Leibniz über die Differentialrechnung im Verhältnis zu diesem ganzen Kalkül, und ich sehe, dass Sie das Gleiche getan haben, zweifellos mit grösserem Erfolg. Mein Werkchen wird Ihnen also nicht viel schaden. Sie haben vielmehr zu befürchten, dass das von uns angenommene System überhaupt keinen Einlass findet. Aus der gleichen Befürchtung gebrauchte ich deswegen in der *Conclusion* folgende Worte<sup>[2]</sup>:

«Nous pouvons donc etre assurés de connoitre la *vraie* cause des marées, quoique nous en ignorions encore la cause *premiere*, qui est la cause generale et physique de la pesanteur. S'il y avoit quelqu'un qui eut deviné cette premiere cause, il meriteroit d'autant plus la preference, que son systeme renfermeroit necessairement la vraie cause universelle de la pesanteur: cette consequence sera la pierre de touche pour prouver la verité d'un tel systeme sur les marées. Il en est de ceci comme si l'on demandoit par exemple pourquoi la surface de l'eau dans un reservoir se met toujours horizontalement: on voit qu'on ne sauroit en dire la premiere cause, sans qu'elle renferme la vraie theorie sur la pesanteur et sur la fluidité, qui seules peuvent etre la vraie cause du phenomene en question. Cette seule reflexion m'a fait quitter quelques conjectures qui se sont presentées à mon esprit sur la cause *materielle* des marées, quoiqu'elles me parussent d'ailleurs assez plausibles etc.»

Ich glaube, dass ich mit diesen Worten unserem System einigen Kredit verschaffen und zugleich zahlreichen Einwänden, mit denen viele anrücken werden und die öfters einen gewissen Anschein von Wahrheit haben, begegnen kann. Auch hoffe ich, dass zwischen unseren beiden Preisschriften eine wunderbare Übereinstimmung herrschen wird: Gleich wie Sie habe ich angezeigt, dass es in der kalten Zone nur einmal pro Tag Ebbe und Flut geben müsse, jedoch mit sehr vielen physikalischen Anmerkungen und Einschränkungen, die im eingepprägten Isochronismus in jeglichem System von Körpern begründet sind. Ich sehe also nicht, warum meine Preisschrift der Ihrigen irgendeinen Abbruch tun könnte. Sollte unser System überhaupt keinen Einlass gefunden haben, so wollen wir unsere Preisschriften gleichzeitig in Petersburg drucken lassen. Daraus erwüchse eine starke Abhandlung, welche aller Voraussicht nach vom Publikum mit Beifall aufgenommen werden



würde. Vorher sind aber die Beobachtungen aus dem Norden abzuwarten, denn ich hoffe, dass unser Herr Präsident (von Korff) uns dazu verhelfen wird. Ich bitte Sie, vorerst von dem allem niemandem etwas mitzuteilen, denn es wäre lächerlich, wenn so etwas vor dem Ausgang der Sache in Paris bekannt würde.

Hiermit sende ich meine Abhandlung über die Schwingungen von auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körpern, und ich hoffe, dass meine Theoreme mit den Ihrigen übereinstimmen werden. Dabei habe ich eine meiner Meinung nach merkwürdige Beobachtung gemacht, nämlich wie die Schwingungen regulär, uniform und isochron sein können, auch wenn die vom Schwerpunkt des Körpers aus gezogene vertikale Linie nicht durch den Schwerpunkt des Wasserschnittes geht – ja, dass sie bald regulär werden, auch wenn sie es anfangs nicht sind<sup>[3]</sup>.

Seit meinem letzten Schreiben hat mir Robins auch ein Exemplar seiner Broschüre geschickt. Da ich das Englische so wenig verstehe, kann es leicht sein, dass ich mich durch Robins' Unverschämtheit und Frechheit verleiten liess zu glauben, Sie hätten sich tatsächlich eine falsche Vorstellung des Krümmungsradius gebildet, aber ich sehe aus Ihren Bemerkungen, dass Sie diese Materie mit aller Behutsamkeit abgehandelt haben. Doch glaube ich, dass der Tangentenbegriff der Engländer viel sicherer ist, indem – nach Ihrer Figur –  $2Cd$  dem  $CD$  nicht exakt gleich ist und Fälle vorkommen könnten, in welchen diese unendlich kleine Ungleichheit in Betracht gezogen werden müsste<sup>[4]</sup>.

Ich sehe auch nicht, was man gegen Ihr Prinzip, die kleinsten Wegelemente seien gerade und würden in gleichförmiger Bewegung durchlaufen, einwenden könnte. Das Prinzip  $dv = dt$  scheint mir richtig zu sein, auch wenn  $v$  unendlich klein ist – es sei denn, dass Differentiale zweiter Ordnung aufträten und in der Rechnung beispielsweise  $dt$  konstant wäre. Sonst aber kann man ja  $dv$  und  $dt$  als unendlich kleine absolute Grössen betrachten, die weder erster noch zweiter, noch irgendeiner anderen Ordnung sind. Der Kalkül kann nie fehlgehen, solange unter den unendlich kleinen Grössen kein gewisses gemeinsames Mass, d. h. ein konstantes Differential, angenommen wird. Auch sind alle Ihre Fälle, in welchen die nach unten wirkende Kraft sich verhält wie eine Potenz des durchlaufenen Wegstückes, exakt wahr, doch muss das auf folgende Weise ausgedrückt werden: Verändert ein Körper seinen Ort oder wird er bewegt, so bewegt er sich nach vorgeschriebenen Gesetzen, die der Kalkül bestimmt. Deshalb kann aus dem Kalkül die Zeit niemals als unendliche herauskommen, weil in diesem Fall die Bewegung gleich Null wäre. Das wird ja aus dem Beispiel der einfachen Pendel klar ersichtlich: Müsste dann der Kalkül auch eine unendlich kleine Schwingungszeit anzeigen, wenn das Pendel im untersten Punkt ruht? Nein, weil keine Schwingungen stattfinden. In dieser Materie wird viel Logomachie getrieben, und der ganze Streit geht um Ziegenwolle<sup>[5]</sup>. Es wäre besser, die abstrakten Probleme, die wir uns des öfteren gegen die Gesetze der Natur aushecken, ganz beiseite zu lassen und nur von Problemen zu sprechen, die den Naturgesetzen konform sind. Dann werden solche Paradoxe niemals vorkommen, und die Laien haben keine Gelegenheit, den Kalkulus herunterzumachen, sondern vielmehr zu bewundern. Ich glaube nicht, dass der Kalkulus im konkreten Fall



jemals trügen kann, sondern vielmehr, dass er uns immer lehren wird, wie sich die Bewegung vom ersten Element an bis zum letzten verhalten muss.

Herrn Clairauts Schriften über eine neue Art des Integrierens werde ich abschreiben lassen und sie Ihnen zuschicken, sobald die Kopie fertig ist<sup>[6]</sup>.

Es freut mich, dass Ihnen die Experimente über die Kraft der Ruderer im Vergleich mit einem fortwährend wirkenden Gewicht ebenso gut gefallen wie mir selbst. Es handelt sich um eine ganz neue Gattung von Experimenten, von welchen noch sehr viele gemacht werden könnten. Die Verpflichtung, die wir deswegen gegenüber Herrn Cramer haben, nehme ich ganz gern auf mich, da ich schon Gelegenheit haben werde, diese zu erfüllen und Herrn Prof. Cramer noch zu weiteren Experimenten zu ermuntern: Tatsächlich hat er das Experiment mit meiner neuen Art der Schifffahrt – obgleich erst im grossen und ganzen – bereits ausgeführt. Als Hauptpunkt habe ich daraus gelernt, dass zwar das Schiff wirklich fortgetrieben wurde, doch bei weitem nicht so schnell wie mit Ruderkraft. Die Ursache dieser Differenz habe ich Herrn Cramer, der kürzlich hier war, mitgeteilt: Ich glaube, wenn alles ordentlich nach meinen Vorschriften ausgeführt wird, wird der Effekt der gleiche sein wie bei der gewöhnlichen Manier, wie ich das in meinem Buch angezeigt und vorausgesehen habe. Ich verwundere mich selbst darüber, wie ich alles, was die Erfahrung zeigen würde, durch eine blossе Schätzung so genau vorhergesehen habe. Viele Theoreme aber, welche ich über die Erhaltung der toten Kräfte und der absoluten Leistungen früher beobachtet hatte, haben viel dazu beigetragen. Diese anderen Experimente werde ich der Akademie zu gegebener Zeit auch mitteilen<sup>[7]</sup>.

Die von Ihnen vorgebrachte Schwierigkeit, dass die Pumpen den Widerstand des Schiffes so sehr vermehren könnten, dass kein Vorteil zu erhoffen wäre, scheint mir nicht unvermeidbar zu sein, da die Pumpen so angebracht werden können, dass der Widerstand des Schiffes nicht vergrössert wird. Sollte die Sache einmal im Grossen ausgeführt werden, so hätte ich sehr vieles dazu beizutragen: Die Theorie ist hier von grossem Einfluss, um alle Vorteile in höchstem Grade zu erhalten. Der grösste Vorteil indes, den ich in diesem Fall erwarten würde, besteht darin, dass man bei kleinen Seefahrten das Wasser mit Hilfe von Feuer oder Dampf ohne grosse Kosten ausstossen könnte. Ebenso, dass es gewisse Momente gibt, in denen eine besonders grosse Kraft zum Antrieb des Schiffes, die man mit Hilfe von Feuer oder Dampf zur Genüge erzeugen kann, das ganze Schiff einzig erretten kann, und dass man schliesslich in grossen Schiffen wohl die Pumpen, nicht aber die Ruder einsetzen kann. All diese Überlegungen zeigen, dass die Antriebskraft des Schiffes, die nach meiner Methode erhalten wird – so klein sie auch sein mag –, dennoch nicht zu vernachlässigen ist<sup>[8]</sup>.

Ich hoffe, die übersandten Bücher demnächst zu erhalten; Ihnen danke ich für das Exemplar Ihrer *Musiktheorie*<sup>[9]</sup> und bitte Sie, in meinem Namen der Akademie und Herrn Prof. Ammann gleichfalls zu danken. Die Welt wird sich darüber wundern müssen, wie es unsere ruhmwürdigste Monarchin (Anna Ioannovna) versteht, durch so viele unglaubliche Siege und Eroberungen ihr grosses Reich auszuweiten und in ihm gleichzeitig die Wissenschaften aufblühen zu lassen und gleichsam auf

den höchsten Gipfel zu bringen. Derartiges hat bei weitem kein Ludwig der Grosse (Louis XIV) fertiggebracht, denn unter seiner Regierung lagen in Kriegszeiten die Wissenschaften völlig darnieder. Gebe Gott, dass der schändliche Neippergsche Friede den unsterblichen Ruhm unserer grossen Kaiserin vermehren möge<sup>[10]</sup>.

Ihre *Musiktheorie* erwarte ich mit Ungeduld und werde sie mit aller Aufmerksamkeit lesen. Ich wünsche, dass wir auch bald Ihre *Schiffstheorie* sehen werden. Ich bin Ihnen sehr verpflichtet, dass Sie Herrn Moula ein Exemplar meiner *Hydrodynamik* gegeben haben; ich bitte Herrn Moula, das so aufzufassen, als hätte ich es ihm selbst überreicht. Ich weiss nicht, wie es geschehen konnte, dass ich vergessen habe, dies zu tun; gewiss ist es nicht aus Mangel an Wertschätzung oder Freundschaft passiert. Ich bitte Sie, auch unserem Herrn Präsidenten (von Korff) meinen verbindlichsten Dank abzustatten dafür, dass er noch ein Exemplar anzunehmen geruht hat. Bei nächster Gelegenheit werde ich noch einige Exemplare übersenden und Sie bitten, eines davon Herrn Prof. Ammann zu geben; für diesmal lasse ich ihn, wie auch seinen nunmehrigen Schwiegervater (Schumacher) grüssen. Bitte melden Sie mir, ob man in Petersburg ein Porträt des Herzogs von Kurland (E.J. Biron) von einem guten Meister erhalten kann.

Dass Sie anstelle der imaginären Logarithmen die zyklometrischen Funktionen betrachten, ist freilich sehr gut. Die Schreibweise, die Sie erdacht haben, habe ich schon vor 13 Jahren verwendet, cf. *Commentarii*, Band 2, p. 332f<sup>[11]</sup>. Doch sind öfters die Logarithmen, mögen sie auch imaginär sein, von Vorteil, da jetzt die logarithmischen Grössen nahezu ebenso allgemein bekannt sind wie die algebraischen Grössen, sowohl hinsichtlich der Integrationen wie auch der Differentiationen, und viele Eigenschaften haben wie etwa  $\ln x + \ln y = \ln(xy)$ , die im Kalkulus prächtig zur Geltung kommen und bei den Grössen, die durch Linien am Kreis ausgedrückt werden, nicht leicht nachzuahmen sind. Sucht man beispielsweise  $d \int \frac{aa \, dx}{aa + xx}$ , worin  $x$  hinsichtlich des Integralzeichens variabel und  $a$  konstant, hinsichtlich des Differentiationszeichens jedoch  $x$  konstant und  $a$  variabel ist, so findet man mittels der imaginären Logarithmen leicht

$$d \int \frac{aa \, dx}{aa + xx} = \frac{da}{a} \arctan x - \frac{ax \, da}{aa + xx},$$

wenn der Kreisradius  $= a$  ist. Unsere neu angewandte Schreibweise ist nicht so sehr in der Rechnung an sich als in den Schlussformeln vorzuziehen, und zwar wegen der ausgerechneten Tafeln<sup>[12]</sup>. Sonst sehe ich nicht, welche anderen Vorteile in der Rechnung selbst daraus entstünden, wie wenn ich generell  $S.x$  anstatt  $\int P \, dx$  schreiben wollte, wobei ich unter  $S$  die Fläche der Kurve mit der Abszisse  $x$  und der Ordinate  $P$  verstehe. Im Zusammenhang mit der obgenannten Formel  $d \int \frac{aa \, dx}{aa + xx}$  möchte ich daran erinnern, dass Herr Bouguer eine hübsche Regel angegeben hat, allgemein  $d \int P \, dx$  zu finden, wo  $P$  eine Funktion von  $x$ ,  $y$  und anderen Grössen ist und worin hinsichtlich des Zeichens  $\int$  nur  $x$ , hinsichtlich des Zeichens  $d$  nur  $y$  variabel ist; es ist nämlich  $d \int P \, dx = dy \int Q \, dx$ , wo  $Q = \frac{dP}{dy}$  ist, wenn man

bei der Berechnung der Grösse  $dP$  allein  $y$  als variabel annimmt. Herr Clairaut hat mir dieses Bouguersche Theorem geschrieben, das mir gut gefällt, obschon ich dessen Beweis sehr leicht gesehen habe und ihn Ihnen deshalb nicht schreibe<sup>[13]</sup>.

Bezüglich des Herrn May habe ich nach Bern und Vevey geschrieben, jedoch noch keinen Beschluss erhalten. Es scheint, die Familie May ist müde geworden, in dieses Fass ohne Boden noch mehr hineinzuschütten, doch glaube ich, dass man mit der Zeit die Französische Kirche bezahlen wird, wenn die Summe nur nicht grösser wird. Ich werde mein Möglichstes dazu beitragen, und wenn es nicht anders geht, danach trachten, einflussreiche Leute dafür einzusetzen<sup>[14]</sup>.

Soeben kam Ihr Vater zu mir, um mit mir die billige Forderung an den unverschämten Clausenburger abzustimmen. Er lässt Sie freundlich grüssen und wird Ihnen auf Ihr letztes Schreiben, das Sie durch Herrn Gmelin geschickt haben, bald antworten<sup>[15]</sup>. Apropos Gmelin: Was machen die Kamtschatker? Die von Herrn Gmelin in Kirenga beobachtete Inkonstanz des Thermometers habe ich seither bei ziemlich mildem Wetter bemerkt, nämlich wenn der Westwind plötzlich in einen Ostwind umgeschlagen hat.

Sie werden wissen, dass Herr Poleni in die Pariser Akademie aufgenommen und neben ihm Herr Dr. Hoffmann dem König  $\langle$ Louis XV $\rangle$  vorgeschlagen worden ist<sup>[16]</sup>. Ich hoffe noch zu erleben, dass unsere jüngste Akademie den alten vorgezogen werden wird, wozu Sie viel beitragen werden<sup>[17]</sup>. Hinsichtlich der Gestalt der Erde ist in Paris noch der ganze Hof Cassinisch und auch ein grosser Teil der Akademie. In Frankreich wiederholt man die Picardschen Messungen. Von den nach Peru geschickten Beobachtern hat man noch keine Nachricht.

Daniel Bernoulli

Ist die übliche Theorie über den Widerstand der Körper bezüglich der Form der vorderen Fläche durch die Experimente auch bestätigt worden? Und ebenso der absolute Widerstand bei sehr langsamen Bewegungen etc.?

R 130 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 41  
 Basel, 14. November 1739  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 28, Bl. 172–173v  
 Exzerpierte Kopie – *ibid.*, Bl. 161–165  
 Am 28. (17.) Dezember in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 586)

- [1] Cf. D. Bernoullis Pariser Preisschrift über die Gezeiten (1741, DB. 33).
- [2] *op. cit.* (cf. DBW 3, p. 437).
- [3] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen schwimmender Körper (1750, DB. 32).
- [4] Cf. Briefe Nr. 40, Anm. 7, und Nr. 41, Anm. 6.
- [5] «Ziegenwolle» ist übernommen aus Horaz, *Epist.* I, 18, 15: «... *alter rixatur de lana saepe caprina*» («... der andere streitet des öftern um Ziegenwolle»); gemeint ist ein sinnloser Streit «um des Kaisers Bart».
- [6] Cf. Brief Nr. 40, Anm. 12.
- [7] Cf. Brief Nr. 40, Anm. 13.

- [8] Cf. die Anmerkungen von Cerulus (2004, p. 65f) zu D. Bernoullis Berechnung der für den Aufzug des Wassers beim Wasserstrahlantrieb benötigten Arbeit (*Hydrodynamik*, Sect. XIII, §§ 25–28: DBW 5, p. 416–419).
- [9] Cf. Brief Nr. 41, Anm. 10.
- [10] D. Bernoulli meint den Frieden zu Belgrad, der im Spätsommer 1739 den seit 1735 tobenden russisch-österreichischen Krieg gegen die Türken beendete und den Russland nach dem Separatfrieden der Österreicher mit den Türken wohl oder übel – zum Vorteil der Türken – mit eingehen musste (cf. Giterman 1945, p. 162–163; Rimscha 1970, p. 348). D. Bernoulli schätzte die politische und ökonomische Situation viel realistischer ein als sein Vater Johann, der in seinem Brief an Euler vom 12. Dezember 1739 die «so mächtige Kaiserin» rühmte, «für sich einen ebenso ruhmreichen wie vorteilhaften Frieden mit den Türken zustande gebracht» zu haben, denn so «üppig und reich» war «die Beute, die sie Ende Sommer mit ihren siegreichen Waffen vom Feinde heimgetragen hat» (cf. O. IV A, 2, p. 317/322 und p. 327, Anm. 2) auch wieder nicht.
- [11] Im 4. Teil seiner Abhandlung über die Einwirkung von Fluiden auf feste Körper und deren Bewegung in den Fluiden (1732, DB. 14a, p. 332) benutzte D. Bernoulli tatsächlich bereits die zyklometrischen Funktionen mit den Bezeichnungen A. S.  $x$  (für  $\arcsin x$ ) usw. Bernoullis Zeitangabe könnte stimmen, denn die recht umfangreiche Arbeit wurde 1727 bei den *Petersburger Commentarii* eingereicht, dürfte also 1726 oder 1727 verfasst worden sein.
- [12] Vlacq (1633).
- [13] Tatsächlich war dieses sogenannte *Bouguersche Theorem* für Euler – wie er in seinem Antwortbrief (Nr. 43) schreibt – eine recht alte Geschichte, in welche auch N. I Bernoulli und Hermann im Zusammenhang mit dem Thema der Orthogonaltrajektorien involviert waren. Das Thema der partiellen Differentiation wird etwas später auch im Briefwechsel Eulers mit N. I Bernoulli wieder aufgenommen (cf. O. IV A, 2, Briefe Nr. 5 und 6, p. 554f, 568, 581–583, 586–588, sowie Fellmann 1996, insb. p. 226–236).
- [14] Die finanziellen Affären des Hauptmanns May sind uns nicht näher bekannt.
- [15] Zu Clausenburger cf. Brief Nr. 45, Anm. 15. Von Eulers Briefwechsel mit seinem Vater ist fast nichts erhalten geblieben.
- [16] Friedrich Hoffmann wurde nie Mitglied der Pariser Akademie.
- [17] Mit der «jüngsten» ist die Petersburger Akademie gemeint.

## 43

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 29. (18.) Dezember 1739

St. Petersburg, den 18<sup>ten</sup> Dec. 1739

*S[ine] T[itulis]*

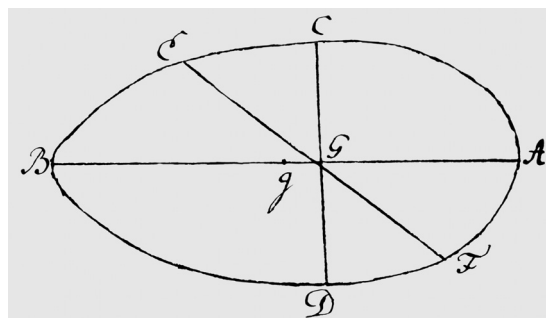
Ew<sup>r</sup> HochEdelgeb. guten Erinnerung zu folgen, will auch gleich ohne alle Complimenten den Anfang machen. Mit meiner Piece über den *Aestum Maris*, welche mich grosse Mühe gekostet, ist es mir sehr fatal gegangen. Ich hatte dieselbe schon den 14. *Junij* auf der Post weggeschicket, und lange Zeit auf das *Recepisse* von dem H. Fontenelle umsonst gewartet, endlich habe ich deswegen an den H. Fontenelle express geschrieben, und im Fall meine Piece solte verlohren gegangen seyn, geziemend angehalten daß man noch ohngeacht der gesetzte Termin verfloßen, eine Copie von meiner Piece annehmen möchte, da dieser Verlust ein so rarer *Casus fortuitus* wäre, und ich dabey nicht die geringste Schuld hette, wobey auch offeriret deswegen authentische Zeugniß von der Academie und dem Post Amte

beyzufügen. Hierauf hat mir der H. Fontenelle geantwortet, daß er meine gedachte Piece nicht erhalten, die eingekommenen aber sich schon unter den Händen der HH. Commissarien befänden, und deswegen meine Piece keinesweges mehr angenommen werden könne<sup>[1]</sup>. Ich erfreue mich indessen daß Ew. HochEdl. Piece von der meinigen so wenig differirt, und zweifele nicht, dieselbe werde *cum summo Applausu* das *Praemium* erhalten: dann erstlich glaube ich nicht daß noch mehr auf eben dieses *Systema* gebaute Schrifften werden eingesandt worden seyn, und wann auch dieses geschehen wäre, so würden solche doch Ew. HochEdelgeb. Piece bey weitem nicht beÿkommen. Hernach glaube ich auch nicht daß die Academie von Paris, einer Piece, welche auf eine andere Theorie gegründet ist, das *Praemium* zuerkennen wird, indem theils albereit erwiesen worden, theils von E. HochEdelgeb. auf das deutlichste wird dargethan worden seyn, daß keine andere Theorie, so auch immer außgedacht werden mag, mit den *Phaenomenis* bestehen könne; welches ich auch in meiner Piece ausführlich bewiesen habe<sup>[2]</sup>.

Um die Ebbe und Fluth in den Nördlichen Gegenden zu observiren, habe schon die nöthigen Instructionen aufgesetzt und des H<sup>m</sup> Kammerherrn (von Korff) Exc[ellenz] übergeben, welcher auch schon würcklich die Veranstaltung gemacht, daß künfftigen Sommer diese Observationen in Archangel angestellt werden sollen, als wohin einige habile Officiers von der Flotte verschickt worden<sup>[3]</sup>. Wegen Kilduin aber wo diese Observationen einen weit grössern Nachdruck haben würden, hat sich noch keine Gelegenheit finden lassen.

Ew. HochEdelgeb. Dissertation *circa Oscillationes Corporum Humido insidentium* habe mit grossem Vergnügen durchgelesen<sup>[4]</sup>, und mich über die Ubereinstimmung mit meiner Theorie um so viel mehr verwundert, da wir hiezu gantz verschiedene *Principia* gebraucht haben.

Was aber Ew. HochEdelgeb. durch die *Oscillationes irregulares* verstehen, dieselbigen habe ich niemahls dafür gehalten, sondern habe solche nur als *compositas ex oscillationibus verticalibus*, da das *Centrum gravitatis* bald steigt bald fällt, et *horizontalibus*, welche *circa axem horizontalem* geschehen betrachtet.



Als es seÿ *ACBD* die *Sectio Aquae* eines Schiffes, *A Prora*, *B Pupis*, und *AB* ein *Diameter* dieser *Sectionis Aquae*. Wann nun das *Centrum gravitatis* dieser *Sectionis aquae* in *G* gesetzt wird, so müßen alle *Oscillationes sive regulares sive irregulares circa axes horizontales per G transeuntes vel his parallelas qui per cen-*

*trum gravitatis navis transeant*, geschehen. Für das erste ist nun zu mercken daß die *Oscillationes ad latera, quae fiunt circa axem AB* allezeit regulair seyn müssen, *quia interea centrum gravitatis neque ascendit neque descendit*. Eben so regulair müssen auch die *Oscillationes versus proram et puppim seu quae fiunt circa axem CD* seyn, wann nur das *centrum gravitatis navis in linea verticali per G transeunte* gesetzt ist. Geht aber die *Linea verticalis per centrum gravitatis navis ducta* nicht durch *G* sondern zum Exempel durch *g*, so kommen diejenigen oscillationen welche Ew<sup>r</sup> HochEdelgeb. irregulair nennen. Ich habe aber diese *oscillationes tanquam compositas ex duplicis generis oscillationibus* betrachtet, nemlich *verticalibus et horizontalibus*, deren jede ihre besondere *tempora oscillationis* haben, welche auf den Umständen des Schiffs beruhen, weswegen ich sehr zweifle ob das *tempus oscillationum* der einen Art durch die andere Art afficirt und verändert werden könne.

Was aber ich als *oscillationes irregulares* in meiner *Scientia Navali* tractirt habe, sind diejenigen welche *circa axem obliquum* als *EF* geschehen, dann da finden sich außer den vorigen Irregularitäten noch diese, daß *inter oscillandum* beständig solche *Vires* vorhanden sind welche die *positionem axis, circa quem fiunt oscillationes quovis momento* verändern, so daß diese *Oscillationes* nicht einmahl *circa axem stabilem* wie die vorigen geschehen. Nemlich wann eine solche Oscillation zum Exempel *circa axem EF* angefangen so wird dieselbe gleich *aliud atque aliud axem oscillationis* haben. Diese *oscillationes* konnte ich noch nicht recht *ad calculum* revociren, weilen ich solche *Principia* noch nicht ausgefunden habe, vermittelst welcher ich könnte den *Effectum virium* determiniren, welche nicht nur *ad motum oscillatorium producendum*, sondern auch *ad positionem axis oscillationum, siquidem is non fixus ponatur, mutandam* tendiren. Ich habe deswegen diese Art Oscillationen kürtzer, als ich gewünscht hätte tractirt, und dieselben *tanquam mixtas ex oscillationibus circa axes AB et CD* betrachtet, ohngeachtet ich wohl weiß daß diese *Decompositio* nicht *in rigore* admittirt werden kan, dennoch aber muß dieselbe mit der Wahrheit ziemlich genau übereinstimmen.

Über dasjenige was Er. HochEdelg. von des Robins mir gemachten Objectionen schreiben, bin ich mit Denselben vollkommen einerley Meinung, und bin für Dero so gütiges Urtheil gehorsamst verbunden. Inzwischen deucht mich der Engelländer *Conceptus Tangentium* vor dem unsrigen keinen Vorzug zu haben, denn so groß auch immer der Unterscheid seyn mag, so muß doch allezeit einerley herauskommen wenn man nur bey der sich einmahl formirten Idée beständig bleibt und nicht bald nach diesem bald nach jenem Concept seine Conclusionen macht<sup>[5]</sup>.

Für des H. Clairaut Schrifften *de novo integrandi modo* werde Ew. HochEdelgeb. höchstens verbunden seyn <sup>[6]</sup>. Von Ew. HochEdelgeb. *novo navigandi modo* verspreche ich mir anjetzo sehr viel gutes, und bin versichert daß alle Hinternüsse und Unbequemlichkeiten welche sich je noch eräugnen möchten, durch Hülffe der Theorie leicht werden gehoben werden können, ich werde mir auch angelegen seyn laßen allhier künftigen Sommer darüber *Experimenta* anzustellen. Mit dem zweyten Theil meiner *Scientiae navalis* habe ich seither nicht weiter avanciren können,



weilen mir andere Sachen zu schreiben sind aufgetragen worden, weiß also nicht wenn ich dieses Werck werde völlig zu Stande bringen können<sup>[7]</sup>.

Über die *Resistentiam Corporum ratione figurae anterioris* haben wir hier *Experimenta* angestellt und *ex spatio quod corpus aquae innatans a dato pondere pertractum dato tempore percurrit* geschlossen, daß die *Theoria communis* mit der Wahrheit sehr genau übereinstimme; die *Resistentiam absolutam* aber *in motibus lentissimis* haben wir noch nicht untersucht, diese aber zu bestimmen weiß ich *dato* noch keinen bequemen Weg als durch den *Motum oscillatorium*, welcher aber nicht wohl auf andere als runde Körper applicirt werden kan. Vielleicht können uns hierinn E. HochEdelgeb. einen beßern Vorschlag thun, welchen wir vorher erwarten wollen. Ich werde auch Sorge tragen E. HochEdelgeb. künftiges Frühjahr ein gutes Portrait von Ihro Durchlaucht dem Hertzoge von Curland (E.J. Biron) zu übersenden.

Die Rechnung mit den *Logarithmis imaginariis loco quantitatum a quadratura Circuli pendentium* ist freylich in nicht allzu schweren Fällen mit besonderem Vortheil zu gebrauchen, in schwehren Fällen aber pflegt diese Rechnung so operos und intricat zu werden daß man zu letzt schwehrlich wißen kan, wie man das Resultat verstehen soll. Mich deucht aber daß man alle *Subsidia* welche bey den *Logarithmis* Statt finden, auch bey der *Quadratura Circuli* anbringen könne, dann wann dieses nicht wäre so würde man dadurch freylich nicht mehr gewinnen, als wann man *loco*  $\int P dx$  schreiben wolte  $S. x$ . Ich pflege aber alle Circul Bögen auf einen beständigen Circul zu reduciren, dessen *radius* = 1 ist: und also sage ich daß  $\int \frac{aa dx}{aa + xx}$  gleich seÿ  $a$  A.tang.  $\frac{x}{a}$  aus welcher Expression eben so leicht als durch die *Logarithmos imaginarios* gefunden wird, daß wann man  $\int \frac{aa dx}{aa + xx}$  so differentirt, daß  $x$  *constans* und  $a$  variabel gesetzt wird, heraus kommen müsse  $da$  A.tang.  $\frac{x}{a} - \frac{ax da}{aa + xx}$  als welches das *Differentiale* ist von  $a$  A.tang.  $\frac{x}{a}$ . Absonderlich ist meiner Meinung nach diese Art den *Logarithmis imaginariis* vorzuziehen, wann *quantitates conversae* vorkommen; als  $\sin. A.x$ ,  $\cos. A.x$ ,  $\text{tang. } A.x$  dann wann man hat  $x = A.\sin. y$  so folget *immediate*  $y = \sin. A.x$ . Hernach sind die Differentiationen und Integrationen dieser Quantitaeten sehr leicht, als es ist  $\text{diff. } \sin. A.x = dx \cos. A.x$  und  $d. \cos. A.x = -dx \sin. A.x$ ,  $\text{diff. } \text{tang. } A.x = \frac{dx}{(\cos. A.x)^2}$  und so fort. Der Vortheil hievon aber wird aus nachfolgenden Integrationen besser erhellen, wovon die meisten durch die *Logarithmos imaginarios* schwerlich oder vielleicht gar nicht gefunden werden dörfen<sup>[8]</sup>.

I. In meiner Piece über den *aestum maris* bin ich auf diese *Aequationem differentio differentialem* gefallen,

$$nn dds + s dz^2 = m dz^2 \sin. A.z$$



allwo  $dz$  constans ist. Den Ursprung dieser Aequation habe ich das letzte mahl Dero H. Vatter überschrieben<sup>[9]</sup>, das *integrale* aber ist dieses

$$s = a \sin. A. \frac{z}{n} + b \cos. A. \frac{z}{n} + \frac{m}{nn-1} (n \sin. A. \frac{z}{n} - \sin. A. z).$$

II. *Integrare Formulam differentialem*

$$\int dx \sin. A. \alpha x \cdot \sin. A. \beta x.$$

Dieses *Integrale* ist

$$\frac{\beta \sin. A. \alpha x \cdot \cos. A. \beta x - \alpha \cos. A. \alpha x \sin. A. \beta x}{\alpha^2 - \beta^2}.$$

III. Gleichwie das *Integrale* dieser Formul  $\int \frac{dx}{1+x} \text{ finitum}$  bleibt ob man gleich setzt  $x = \infty$  indem es wird  $= \frac{\pi}{2}$  denotante  $1 : \pi$  rationem diametri ad peripheriam, seu  $\pi$  arcum  $180^\circ$  in circulo cujus radius = 1, qualem perpetuo suppono; also behalt auch dieses *Integrale*  $\int \frac{x^{m-1} dx}{1+x^n}$  einen valorem finitum posito  $x = \infty$  dummodo sit  $m = n$  dann casu  $x = \infty$  erit

$$\int \frac{x^{m-1} dx}{1+x^n} = \frac{\pi}{n \sin. A. \frac{m}{n} \pi}$$

Generaliter aber habe gefunden daß casu  $x = \infty$  seÿ:

$$\int \frac{x^{m-1} dx}{(1+x^n)^{k+1}} = \frac{(n-m)(2n-m)(3n-m) \dots (kn-m)}{n \cdot 2n \cdot 3n \cdot \dots \cdot kn} \cdot \frac{\pi}{n \sin. A. \frac{m}{n} \pi}.$$

IV. Hingegen ist in folgenden *Formulis si ponatur post integrationem*  $x = 1$

$$\int \frac{x^{p+q} + x^{p-q}}{1+x^{2p+2}} dx = \frac{\pi}{2(p+1) \sin. A. \frac{p+q+1}{2(p+1)} \pi}$$

und

$$\int \frac{x^{p+q} - x^{p-q}}{1-x^{2p+2}} dx = \frac{\pi}{2(p+1) \text{tang. A. } \frac{p+q+1}{2(p+1)} \pi}.$$

V. *Pro curva quam lamina elastica inter oscillandum induit*, haben Ew<sup>r</sup> Hoch-Edelgeb. diese Aequation gefunden  $d^4 s = f^4 s dv^4$  posito  $dv$  const[ante]. Hievon ist die Integral Aequation diese

$$s = Ce^{fv} + D \sin. A. (\delta + fv) + Ee^{-fv}.$$

VI. Gleicher Gestalt kan ich auf diese Art eine *Aequationem differentialem cujuscunque ordinis* integriren, quae similis sit praecedenti. Nehmlich von dieser Aequation

$$d^n s = f^n s dv^n$$

ist das *Integrale*

$$\begin{aligned} s = C e^{fv} &+ D e^{fv \cos \frac{2}{n} 180^\circ} \sin. A. (\delta + f v \sin \frac{2}{n} 180^\circ) \\ &+ E e^{fv \cos \frac{4}{n} 180^\circ} \sin. A. (\varepsilon + f v \sin \frac{4}{n} 180^\circ) \\ &+ F e^{fv \cos \frac{6}{n} 180^\circ} \sin. A. (\zeta + f v \sin \frac{6}{n} 180^\circ) \\ &+ G e^{fv \cos \frac{8}{n} 180^\circ} \sin. A. (\eta + f v \sin \frac{8}{n} 180^\circ) \\ &+ \text{etc.} \end{aligned}$$

Von dieser Aequation aber

$$d^n s + f^n s dv^n = 0$$

ist das *Integrale*

$$\begin{aligned} s &= C e^{fv \cos \frac{1}{n} 180^\circ} \sin. A. (\gamma + f v \sin \frac{1}{n} 180^\circ) \\ &+ D e^{fv \cos \frac{3}{n} 180^\circ} \sin. A. (\delta + f v \sin \frac{3}{n} 180^\circ) \\ &+ E e^{fv \cos \frac{5}{n} 180^\circ} \sin. A. (\varepsilon + f v \sin \frac{5}{n} 180^\circ) \\ &+ F e^{fv \cos \frac{7}{n} 180^\circ} \sin. A. (\zeta + f v \sin \frac{7}{n} 180^\circ) \\ &+ \text{etc.} \end{aligned}$$

In beyden Fällen müssen so viel *termini* genommen werden bis so viel neue *constantes* in das *Integrale* kommen als  $n$  unitaeten hat.

VII. Ferner habe auch eine Methode gefunden diese *Aequationem differentialem cujuscunque Ordinis* zu integriren

$$0 = y + \frac{\alpha dy}{dx} + \frac{\beta ddy}{dx^2} + \frac{\gamma d^3 y}{dx^3} + \frac{\delta d^4 y}{dx^4} + \frac{\varepsilon d^5 y}{dx^5} + \text{etc.}$$

in welcher das *differentiale dx constans* gesetzt wird, den *Modum ipsum integrationis* aber habe ich Dero H. Vater zu überschreiben die Ehre gehabt; welchen Ew. HochEdelgb. vielleicht schon werden gesehen haben<sup>[10]</sup>. Diese Exempel hoffe ich hinlänglich zu seyn nicht nur die Praerogativ der *Quantitatum a circulo pendantium* vor den *Logarithmis imaginariis* zu zeigen, sondern es erhellet daraus auch gnugsahm daß solche Quantitaeten eben so leicht als die Algebraischen und Logarithmischen tractiret werden können. Ich hoffe zum wenigsten dadurch ein solches Fundament gelegt zu haben, wodurch inskünfftige die *methodus integrandi* viel weiter poussirt werden kan, insonderheit in *Aequationibus differentialibus altiorum graduum* für welche man bißher noch sehr wenig methoden zu integriren gehabt hat.

Das überschriebene *Theorema Bougerianum* ist mir nicht nur schon längstst bekannt gewesen und von mir viel weiter extendiret worden sondern dasselbe ist schon vor vielen Jahren als das *Problema Trajectoriarum Orthogonalium* ventilirt worden; theils von Dero H<sup>rn</sup> Vetter Nicolao (I) Bernoulli theils von dem sel[igen] H<sup>rn</sup> Herman producirt worden<sup>[11]</sup>, weswegen ich mich sehr verwundere, daß M<sup>r</sup>

Bouguer sich solches zueignen will. Ich habe dasselbe auch in meiner *Mechanica* Tom. II, Prop. 14 sehr starck gebraucht<sup>[12]</sup> und mich darinn auf eine Dissertation von mir, so nunmehr im 7<sup>ten</sup> Tomo *Commentariorum* würcklich gedruckt ist, beruffen<sup>[13]</sup>. Ich habe davon in dieser Dissertation folgende Demonstration gegeben. Wann eine Function von  $x$  und  $y$  zweymahl differentiirt wird, so daß man in der ersten differentiation  $x$  in der zweyten aber  $y$  *constans* setzt; hernach eben dieselbe Function umgekehrt wiederum zweymahl differentiirt, und das erste mahl  $y$  das andere mahl aber  $x$  *constans* setzt, so muß in beyden Fällen einerley heraus kommen. Wann nun  $\int P dx$ , da  $P$  eine Function ist von  $x$  und  $y$  in der Integration aber nur  $x$  als variabel angenommen wiederum differentiirt werden soll, so daß in dieser Differentiation so wohl  $y$  als  $x$  variabel genommen werden sollen, so laßt uns setzen das gesuchte *Differentiale* sey  $P dx + S dy = d \int P dx$ . Wann man derhalben  $P$  differentiirt *posito x constante* und  $S$  *posito y constante* so muß einerley heraus kommen. Nehmlich wann  $dP = Q dy$  so wird seyn  $dS = Q dx$  und folglich  $S = \int Q dx$  *existente*  $Q = \frac{dP}{dy}$ . Diese Regel aber kan öfters sehr viel leichter gemacht werden, da insonderheit diejenigen Fälle zu bemercken sind, wann die beyden *variables*  $x$  und  $y$  in  $P$  *solae dimensionum numerum adimplent*<sup>[14]</sup>. Dann wann  $P$  ist eine *Functio n dimensionum* von  $x$  und  $y$  *conjunctim* und man setzt  $z = \int P dx$ , und wann so wohl  $y$  als  $x$  variabel gesetzt wird  $dz = P dx + S dy$ , so wird seyn  $(n+1)z = Px + Sy$  und folglich

$$S = \frac{(n+1)z}{y} - \frac{Px}{y}: \quad \text{oder} \quad dz = d \int P dx = P dx + \frac{(n+1)z dy}{y} - \frac{Px dy}{y},$$

welche Formul die meisten *Casus* sehr leicht zu resolviren macht<sup>[15]</sup>.

Als es sey gegeben  $z = \int \frac{aa dx}{aa + xx} = a \cdot A.tang. \frac{x}{a}$  und man verlange zu wissen das *differentiale* von  $z$  wann so wohl  $a$  als  $x$  variabel gesetzt wird, so ist  $y = a$ ,  $P = \frac{aa}{aa + xx}$  und also eine *Functio ipsarum a et x nullarum dimensionum* oder  $n = 0$  und folglich  $S = \frac{z}{a} - \frac{ax}{aa + xx}$ , derowegen  $dz = \frac{aa dx}{aa + xx} + da A.tang. \frac{x}{a} - \frac{ax da}{aa + xx}$ . Wann  $n = -1$  oder  $n+1 = 0$  so kan man den *Valorem ipsius S* anzeigen, ohne das *Integrale* von  $\int P dx$  zu wissen nemlich wann  $P$  ist eine *Functio* von  $x$  et  $y$ , *dimensionum numero existente*  $= -1$ , oder wann in  $\frac{1}{P}$  die *variables*  $x$  et  $y$  allenthalben eine Dimension ausmachen, so wird seyn  $d \int P dx = P dx - \frac{Px dy}{y}$ .

Also wenn man von dieser *Formula integrali*  $\int \frac{a dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$  das *Differentiale* verlangt, welches heraus komt wann man so wohl  $a$  als  $x$  variabel setzt, so kan solches ohne das *Integrale* selbst zu wißen angegeben werden, weilen in  $P = \frac{a}{\sqrt{a^4 - x^4}}$  *numerus dimensionum est*  $= -1$ ; dieses gesuchte *Differentiale* wird nemlich seyn  $\frac{a dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} - \frac{x da}{\sqrt{a^4 - x^4}}$ , oder wann man nur das *Differentiale* von  $\int \frac{a dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$  ver-

langt, welches heraus kommt wann  $x$  *constans* und  $a$  allein variabel gesetzt wird so wird dasselbe seyn  $= \frac{-x da}{\sqrt{a^4 - x^4}}$ . Solche Differentiationen bekommt man auf diese Art weit leichter, als wenn man dieselbe mit Hülffe des so genannten *Theorematis Bougueriani* herleiten wollte. Ich habe aber von dieser Materie noch weit mehr geschrieben in einer Dissertation welche im 7. *Tomo Comm[entariorum]*, wovon die *Classis Mathematica* schon gedruckt ist, vorkommt<sup>[16]</sup>.

Von Dero H. Vater haben wir noch keine Antwort auf die letzten Schreiben erhalten<sup>[17]</sup>, an denselben bitte mein gehorsamstes Compliment zu machen, der ich mit aller Hochachtung und Ergebenheit bin

Ew. HochEdelgeb.  
gehorsamster Diener

L. Euler

### Übersetzung

St. Petersburg, den 18. Dezember 1739

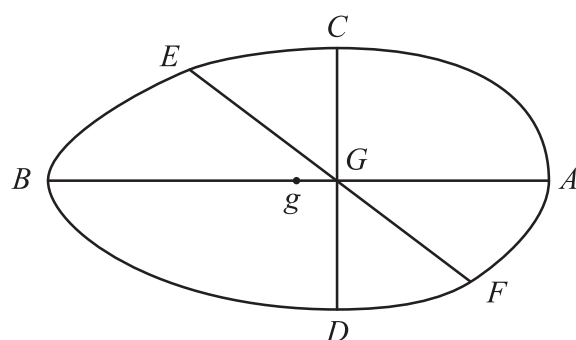
Ihrer guten Anregung folgend, möchte auch ich gleich ohne alle Komplimente beginnen. Mit meiner Preisschrift über die Gezeiten, die mich grosse Mühe gekostet hat, ist es mir sehr fatal ergangen. Ich hatte sie schon am 14. Juni per Post verschickt und lange vergeblich auf die Empfangsbestätigung von Herrn Fontenelle gewartet. Schliesslich habe ich direkt an diesen geschrieben und höflich darum gebeten, dass man – sollte meine Preisschrift verloren gegangen sein – noch eine Kopie meines Mémoire annehmen möge, obwohl der festgesetzte Termin abgelaufen war, denn dieser Verlust sei ein so seltener Zufall und ich hätte daran nicht die geringste Schuld. Dabei habe ich auch angeboten, in dieser Sache authentische Bestätigungen seitens der Akademie wie auch des Postamtes beizubringen. Hierauf antwortete mir Herr Fontenelle, er habe meine besagte Preisschrift nicht erhalten und die eingegangenen befänden sich bereits in den Händen der Gutachter, weshalb meine Preisschrift auf keinen Fall mehr angenommen werden könne<sup>[1]</sup>. Indes freut es mich, dass Ihre Preisschrift sich so wenig von der meinigen unterscheidet, und ich zweifle nicht daran, dass sie mit grösstem Beifall den Preis erhalten wird; denn erstlich glaube ich nicht, dass noch andere auf dieses System gebaute Schriften eingeschickt worden sind, und auch wenn dies geschehen sein sollte, so würden solche Ihre Preisschrift doch bei weitem nicht erreichen. Ferner glaube ich auch nicht, dass die Pariser Akademie einer auf eine andere Theorie gegründeten Schrift den Preis zuerkennen wird, da es teils bereits bewiesen ist, teils von Ihnen sehr deutlich wird dargelegt worden sein, dass keine andere – wie auch immer ausgedachte – Theorie mit den Phänomenen in Einklang stehen kann, was ich auch in meiner Preisschrift ausführlich bewiesen habe<sup>[2]</sup>.

Die nötigen Anweisungen zur Beobachtung von Ebbe und Flut in den nördlichen Regionen habe ich bereits schriftlich fixiert und dem Kammerherrn (von

Korff) übergeben, der auch tatsächlich schon Anstalten getroffen hat, dass diese Beobachtungen künftigen Sommer in Arkhangel'sk angestellt werden, wohin man einige tüchtige Flottenoffiziere geschickt hat. Für Kildin, wo diese Beobachtungen weit beweiskräftiger wären, liess sich jedoch noch keine Gelegenheit finden<sup>[3]</sup>.

Ihre Abhandlung über die Schwingungen der auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körper habe ich mit grossem Vergnügen durchgelesen<sup>[4]</sup> und mich über die Übereinstimmung mit meiner Theorie um so mehr gewundert, als wir dazu ganz verschiedene Prinzipien verwendet haben.

Was Sie jedoch unter irregulären Schwingungen verstehen, habe ich niemals dafür gehalten, sondern sie nur als zusammengesetzt betrachtet aus Vertikalschwingungen – wo der Schwerpunkt bald steigt, bald fällt – und aus horizontalen, welche um eine horizontale Achse geschehen.



Es sei nämlich  $ACBD$  der Wasserschnitt eines Schiffes, und zwar  $A$  der Bug,  $B$  das Heck und  $AB$  ein Durchmesser dieses Wasserschnittes. Setzen wir nun den Schwerpunkt dieses Wasserschnittes  $G$ , so müssen alle – regulären oder irregulären – Schwingungen um die durch  $G$  hindurchgehenden horizontalen Achsen oder diesen parallele, die durch den Schwerpunkt des Schiffes gehen, ablaufen. Zunächst ist nun zu beachten, dass die seitlichen Schwingungen um die Achse  $AB$  stets regulär sein müssen, weil der Schwerpunkt dabei weder steigt noch fällt. Ebenfalls regulär müssen auch die Schwingungen gegen den Bug und das Heck hin sein, die um die Achse  $CD$  geschehen, wenn nur der Schwerpunkt des Schiffes auf der durch  $G$  gehenden Vertikalen liegt. Geht aber die durch den Schwerpunkt gezogene Vertikale nicht durch  $G$ , sondern beispielsweise durch  $g$ , so entstehen diejenigen Schwingungen, welche Sie irregulär nennen. Diese Schwingungen habe ich jedoch als aus einer zweifachen Art von Schwingungen zusammengesetzt betrachtet, nämlich aus vertikalen und horizontalen, von denen jede ihre besonderen Schwingungszeiten hat, welche auf den Gegebenheiten des Schiffes beruhen; deshalb bezweifle ich sehr, dass die Zeit der Schwingungen der einen Art von der anderen beeinflusst und verändert werden kann.

Was ich aber in meiner *Schiffswissenschaft* als irreguläre Schwingungen behandelt habe, sind diejenigen, welche um eine schiefe Achse wie  $EF$  geschehen, denn hier finden sich ausser den vorherigen Irregularitäten noch jene, dass während des Schwingungsvorgangs beständig solche Kräfte auftreten, welche die Lage der Ach-

se, um die die Schwingungen ablaufen, in einem beliebigen Moment verändern, so dass diese Schwingungen nicht einmal um eine stabile Achse wie die vorherigen geschehen. Hat nämlich eine derartige Schwingung – zum Beispiel um die Achse  $EF$  – begonnen, so wird sie sogleich immer wieder eine andere Schwingungsachse haben. Diese Schwingungen konnte ich noch nicht recht der Rechnung unterwerfen, weil ich noch keine geeigneten Prinzipien gefunden habe, vermittels derer ich die Wirkung der Kräfte bestimmen könnte, die nicht nur zur Erzeugung der Schwingungsbewegung streben, sondern auch zur Änderung der Lage der Schwingungsachse, wenn diese nicht als fest angenommen wird. Deshalb habe ich diese Art von Schwingungen kürzer abgehandelt, als ich gewünscht hätte, und sie als aus Schwingungen um die Achsen  $AB$  und  $CD$  gemischt betrachtet – obwohl ich gut weiss, dass diese Zerlegung nicht in aller Strenge zulässig ist; dennoch muss sie mit der Wahrheit ziemlich genau übereinstimmen.

Darüber, was Sie von den Einwänden schreiben, die mir Robins gemacht hat, bin ich mit Ihnen völlig einer Meinung, und Ihr so gütiges Urteil freut mich sehr. Inzwischen scheint mir der Tangentenbegriff der Engländer gegenüber dem unsrigen keinen Vorteil aufzuweisen, denn wie gross auch immer der Unterschied sein mag, so muss doch immer dasselbe herauskommen, wenn man nur beständig bei der einmal angenommenen Idee bleibt und seine Schlüsse nicht bald nach diesem, bald nach jenem Begriff zieht<sup>[5]</sup>.

Für die Schriften von Herrn Clairaut über eine neue Art zu integrieren werde ich Ihnen sehr verbunden sein<sup>[6]</sup>. Von Ihrer neuen Art der Schifffahrt verspreche ich mir jetzt viel Gutes, und ich bin sicher, dass alle Hindernisse und Unbequemlichkeiten, die sich noch einstellen könnten, mit Hilfe der Theorie leicht beseitigt werden können; auch werde ich darum besorgt sein, hier im nächsten Sommer darüber Experimente anstellen zu lassen. Mit dem zweiten Teil meiner *Schiffswissenschaft* bin ich seither nicht weitergekommen, da mir anderes zu schreiben aufgetragen worden ist; ich weiss also nicht, wann ich dieses Werk werde vollenden können<sup>[7]</sup>.

Über den Widerstand der Körper aufgrund der Gestalt ihrer Frontseite haben wir hier Experimente angestellt und aus der Strecke, die ein im Wasser schwimmender, von einem gegebenen Gewicht gezogener Körper in einer gegebenen Zeit zurücklegt, geschlossen, dass die gewöhnliche Theorie mit der Wahrheit sehr genau übereinstimmt. Den absoluten Widerstand bei sehr langsamen Bewegungen haben wir noch nicht untersucht; um diesen zu bestimmen, kenne ich jedoch bis jetzt noch keinen bequemeren Weg als den über die Schwingungsbewegung, die aber nicht gut auf andere als runde Körper angewandt werden kann. Vielleicht können Sie uns in dieser Sache einen besseren Vorschlag machen, den wir vorher erwarten wollen. Ich werde auch darum besorgt sein, Ihnen im nächsten Frühjahr ein gutes Porträt des Herzogs von Kurland (E.J. Biron) zu übersenden.

Die Rechnung mit den imaginären Logarithmen anstelle der von der Kreisquadratur abhängenden Grössen ist allerdings in nicht allzu schwierigen Fällen mit besonderem Vorteil anzuwenden, in schwierigen Fällen pflegt jedoch diese Rechnung so mühsam und verstrickt zu werden, dass man zuletzt schwerlich wissen kann, wie das Resultat zu verstehen ist. Mich dünkt aber, dass man alle bei den

Logarithmen vorkommenden Hilfsmittel auch bei der Kreisquadratur verwenden kann. Wäre das nicht so, dann würde man dadurch freilich nicht mehr gewinnen, als wenn man anstelle von  $\int P dx$  nur  $S.x$  schreiben wollte. Ich pflege aber Kreisbogen stets auf einen Kreis zurückzuführen, dessen Radius = 1 ist; und somit sage ich, dass  $\int \frac{aa dx}{aa + xx}$  gleich sei  $a \text{ A.tang. } \frac{x}{a}$ , aus welchem Ausdruck ebenso leicht wie mit den imaginären Logarithmen gefunden wird, dass, wenn man  $\int \frac{aa dx}{aa + xx}$  so differenziert, dass  $x$  konstant und  $a$  variabel gesetzt wird, herauskommen muss  $da \text{ A.tang. } \frac{x}{a} - \frac{ax da}{aa + xx}$ , was das Differential von  $a \text{ A.tang. } \frac{x}{a}$  ist. Meiner Meinung nach ist diese Art ganz besonders dann den imaginären Logarithmen vorzuziehen, wenn Umkehrfunktionen wie  $\sin. A.x$ ,  $\cos. A.x$ ,  $\text{tang. } A.x$  vorkommen. Denn hat man  $x = A.\sin. y$ , so folgt unmittelbar  $y = \sin. A.x$ . Hernach ergeben sich die Differentiationen und Integrationen dieser Grössen sehr leicht, denn es ist  $d \sin. A.x = dx \cos. A.x$  und  $d \cos. A.x = -dx \sin. A.x$ ,  $d \text{ tang. } A.x = \frac{dx}{(\cos. A.x)^2}$  und so fort. Der Vorteil aber wird aus den nachfolgenden Integrationen besser ersichtlich, von denen die meisten mittels der imaginären Logarithmen schwerlich – oder vielleicht überhaupt nicht – gefunden werden dürften<sup>[8]</sup>.

I. In meiner Preisschrift über die Gezeiten stiess ich auf die Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$nn dds + s dz^2 = m dz^2 \sin. A.z$$

wo  $dz$  konstant ist. Den Ursprung dieser Gleichung habe ich Ihrem Vater in meinem letzten Brief mitgeteilt<sup>[9]</sup>; das Integral aber ist das folgende:

$$s = a \sin. A. \frac{z}{n} + b \cos. A. \frac{z}{n} + \frac{m}{nn - 1} (n \sin. A. \frac{z}{n} - \sin. A.z).$$

II. Man integriere die Differentialformel

$$\int dx \sin. A. \alpha x \cdot \sin. A. \beta x.$$

Dieses Integral ist

$$\frac{\beta \sin. A. \alpha x \cdot \cos. A. \beta x - \alpha \cos. A. \alpha x \cdot \sin. A. \beta x}{\alpha^2 - \beta^2}.$$

III. Gleich wie das Integral dieser Formel  $\int \frac{dx}{1 + xx}$  endlich bleibt, auch wenn man  $x = \infty$  setzt, wodurch es  $= \frac{\pi}{2}$  wird, wo  $1 : \pi$  das Verhältniss des Durchmessers zur Peripherie ist oder  $\pi$  der Bogen von  $180^\circ$  in einem Kreis, dessen Radius = 1 ist, in welcher Weise ich es stets verwende, behält ebenso auch dieses Integral  $\int \frac{x^{m-1} dx}{1 + x^n}$  einen endlichen Wert für  $x = \infty$ , wenn nur  $m = n$  ist; dann wird im Fall  $x = \infty$

$$\int \frac{x^{m-1} dx}{1 + x^n} = \frac{\pi}{n \sin. A. \frac{m}{n} \pi}$$



Allgemein aber habe ich für den Fall  $x = \infty$  gefunden

$$\int \frac{x^{m-1} dx}{(1+x^n)^{k+1}} = \frac{(n-m)(2n-m)(3n-m) \dots (kn-m)}{n \cdot 2n \cdot 3n \cdot \dots \cdot kn} \cdot \frac{\pi}{n \sin. A. \frac{m}{n} \pi}.$$

IV. Hingegen gelten folgende Formeln, wenn man nach der Integration  $x = 1$  setzt:

$$\int \frac{x^{p+q} + x^{p-q}}{1+x^{2p+2}} dx = \frac{\pi}{2(p+1) \sin. A. \frac{p+q+1}{2(p+1)} \pi}$$

und

$$\int \frac{x^{p+q} - x^{p-q}}{1-x^{2p+2}} dx = \frac{\pi}{2(p+1) \tan. A. \frac{p+q+1}{2(p+1)} \pi}.$$

V. Für die Kurve, deren Form ein elastischer Streifen bei seinen Schwingungen annimmt, haben Sie die Gleichung  $d^4 s = f^4 s dv^4$  für konstantes  $dv$  gefunden. Die zugehörige Integralgleichung ist die folgende:

$$s = Ce^{fv} + D \sin. A. (\delta + fv) + Ee^{-fv}.$$

VI. Ebenso kann ich auf diese Art eine Differentialgleichung beliebiger Ordnung, die der vorangehenden ähnlich ist, integrieren. Von der Gleichung

$$d^n s = f^n s dv^n$$

ist nämlich das Integral

$$\begin{aligned} s = Ce^{fv} &+ De^{fv \cos \frac{2}{n} 180^\circ} \sin. A. (\delta + fv \sin \frac{2}{n} 180^\circ) \\ &+ Ee^{fv \cos \frac{4}{n} 180^\circ} \sin. A. (\varepsilon + fv \sin \frac{4}{n} 180^\circ) \\ &+ Fe^{fv \cos \frac{6}{n} 180^\circ} \sin. A. (\zeta + fv \sin \frac{6}{n} 180^\circ) \\ &+ Ge^{fv \cos \frac{8}{n} 180^\circ} \sin. A. (\eta + fv \sin \frac{8}{n} 180^\circ) \\ &+ \text{etc.} \end{aligned}$$

Das Integral der Gleichung

$$d^n s + f^n s dv^n = 0$$

ist aber

$$\begin{aligned} s &= Ce^{fv \cos \frac{1}{n} 180^\circ} \sin. A. (\gamma + fv \sin \frac{1}{n} 180^\circ) \\ &+ De^{fv \cos \frac{3}{n} 180^\circ} \sin. A. (\delta + fv \sin \frac{3}{n} 180^\circ) \\ &+ Ee^{fv \cos \frac{5}{n} 180^\circ} \sin. A. (\varepsilon + fv \sin \frac{5}{n} 180^\circ) \\ &+ Fe^{fv \cos \frac{7}{n} 180^\circ} \sin. A. (\zeta + fv \sin \frac{7}{n} 180^\circ) \\ &+ \text{etc.} \end{aligned}$$

In beiden Fällen müssen so viele Glieder genommen werden, bis ebenso viele neue Konstanten in das Integral kommen, wie  $n$  Einheiten besitzt.

VII. Ferner habe ich auch eine Methode gefunden, die folgende Differentialgleichung beliebiger Ordnung

$$0 = y + \frac{\alpha dy}{dx} + \frac{\beta ddy}{dx^2} + \frac{\gamma d^3y}{dx^3} + \frac{\delta d^4y}{dx^4} + \frac{\varepsilon d^5y}{dx^5} + \text{etc.},$$

in welcher  $dx$  konstant gesetzt wird, zu integrieren. Das Integrationsverfahren selbst habe ich Ihrem Vater in einem Brief mitgeteilt, den Sie vielleicht schon gesehen haben werden<sup>[10]</sup>. Ich hoffe, diese Beispiele werden ausreichen, um nicht nur den Vorrang der vom Kreis abhängenden Grössen gegenüber den imaginären Logarithmen aufzuzeigen, sondern aus ihnen wird auch zur Genüge ersichtlich, dass solche Grössen eben so leicht wie die algebraischen und logarithmischen behandelt werden können. Zumindest hoffe ich, damit eine Grundlage gelegt zu haben, auf der inskünftig die Integrationsmethode viel weiter vorangetrieben werden kann, besonders hinsichtlich der Differentialgleichungen höherer Ordnungen, für welche bis jetzt noch sehr wenige Integrationsmethoden zur Verfügung standen.

Das mir mitgeteilte Theorem von Bouguer war mir nicht nur schon längstens bekannt und ist von mir viel weiter ausgedehnt worden, sondern es wurde schon vor vielen Jahren als das *Problem der Orthogonaltrajektorien* erörtert und teils von Ihrem Vetter Niklaus (I) Bernoulli, teils von dem seligen Herrn Hermann bearbeitet<sup>[11]</sup>, weshalb es mich sehr verwundert, dass Herr Bouguer es sich aneignen will. Ich habe es auch in meiner *Mechanik*, Bd. 2, Prop. 14, verwendet<sup>[12]</sup> und mich dort auf eine Abhandlung von mir berufen, die nun im 7. Band der *Commentarii* im Druck vorliegt<sup>[13]</sup>. In dieser Abhandlung habe ich folgenden Beweis dieses Theorems gegeben: Wenn eine Funktion von  $x$  und  $y$  zweimal differenziert wird, so dass man in der ersten Differentiation  $x$ , in der zweiten aber  $y$  konstant setzt und hernach dieselbe Funktion umgekehrt wiederum zweimal differenziert, indem man das erste Mal  $y$ , das zweite Mal aber  $x$  konstant setzt, so muss in beiden Fällen dasselbe herauskommen. Wenn nun  $\int P dx$ , wo  $P$  eine Funktion von  $x$  und  $y$  ist, in der Integration jedoch nur  $x$  als variabel angenommen wurde, wiederum differenziert werden soll, so dass in dieser Differentiation sowohl  $y$  als auch  $x$  variabel sein sollen, so lässt uns setzen, das gesuchte Differential sei  $P dx + S dy = d \int P dx$ . Differenziert man hier  $P$  bei konstantem  $x$  und  $S$  bei konstantem  $y$ , so muss dasselbe herauskommen. Ist nämlich  $dP = Q dy$ , dann wird  $dS = Q dx$  und somit  $S = \int Q dx$  mit  $Q = \frac{dP}{dy}$ . Diese Regel kann aber öfters sehr erleichtert werden, wo besonders diejenigen Fälle bemerkenswert sind, wo die beiden Variablen  $x$  und  $y$  in  $P$  allein die Dimensionszahl ausmachen<sup>[14]</sup>. Ist nämlich  $P$  eine Funktion, die in  $x$  und  $y$  zusammen  $n$  Dimensionen hat, und setzt man  $z = \int P dx$  und  $y$  wie auch  $x$  variabel, also  $dz = P dx + S dy$ , so wird sein  $(n+1)z = Px + Sy$  und folglich

$$S = \frac{(n+1)z}{y} - \frac{Px}{y} \quad \text{oder} \quad dz = d \int P dx = P dx + \frac{(n+1)z dy}{y} - \frac{Px dy}{y}.$$

Diese Formel gestattet, die meisten Fälle sehr leicht zu lösen<sup>[15]</sup>.

Es sei z. B. gegeben  $z = \int \frac{aa \, dx}{aa + xx} = a \cdot \text{A.tang.} \frac{x}{a}$  und man möchte das Differential von  $z$  wissen, wenn sowohl  $a$  als auch  $x$  variabel gesetzt wird, so ist  $y = a$ ,  $P = \frac{aa}{aa + xx}$ , somit eine Funktion von  $a$  und  $x$  von der Dimension Null, d. h.  $n = 0$  und folglich  $S = \frac{z}{a} - \frac{ax}{aa + xx}$ , weswegen  $dz = \frac{aa \, dx}{aa + xx} + da \text{A.tang.} \frac{x}{a} - \frac{ax \, da}{aa + xx}$ . Ist  $n = -1$  oder  $n + 1 = 0$ , so kann man den Wert von  $S$  angeben, ohne das Integral  $\int P \, dx$  zu kennen: Ist  $P$  nämlich eine Funktion von  $x$  und  $y$  von der Dimension  $-1$  oder sind in  $\frac{1}{P}$  die Variablen  $x$  und  $y$  überall von der Dimension 1, so gilt  $d. \int P \, dx = P \, dx - \frac{Px \, dy}{y}$ . Verlangt man also von der Integralformel  $\int \frac{a \, dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$  das Differential, das sich ergibt, wenn man sowohl  $a$  als auch  $x$  variabel setzt, so kann man dieses angeben, ohne das Integral selbst zu kennen, weil in  $P = \frac{a}{\sqrt{a^4 - x^4}}$  die Dimensionszahl  $-1$  ist. Dieses gesuchte Differential ist nämlich  $\frac{a \, dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} - \frac{x \, da}{\sqrt{a^4 - x^4}}$ ; verlangt man bloss das Differential von  $\int \frac{a \, dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$ , das sich ergibt, wenn  $x$  konstant und  $a$  allein variabel gesetzt werden, so wird dasselbe  $= \frac{-x \, da}{\sqrt{a^4 - x^4}}$  sein. Derartige Differentiationen erhält man auf diese Art viel leichter, als wenn man sie mit Hilfe des sogenannten Bouguerschen Theorems herleiten wollte. Über diesen Gegenstand habe ich noch viel mehr geschrieben in einer Abhandlung, die im 7. Band der *Commentarii* erscheint, von welchem die *Mathematische Klasse* bereits gedruckt ist<sup>[16]</sup>.

Von Ihrem Vater haben wir noch keine Antwort auf die letzten Schreiben erhalten<sup>[17]</sup>. Lassen Sie ihn bitte von mir freundlichst grüssen, der ich mit aller Hochachtung und Ergebenheit bin

} ... {

L. Euler

- R 131 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 42  
 Petersburg, 29. (18.) Dezember 1739  
 Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt, 5 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 27, Bl. 203–207v  
 Am 28. (17.) Dezember in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen und am 2. Januar 1740 (22. Dezember 1739) – mit einem beigelegten Postskriptum – zur Post gebracht (cf. *Protokoly* 1, p. 586–587)

[1] Der einzige uns bekannte Brief aus der Korrespondenz zwischen Euler und Fontenelle ist Eulers Anfrage vom 13. (2.) Oktober 1739 (*Pis'ma*, p. 272f) betreffs des Empfangs seiner Preisschrift über die Gezeiten (E. 57). Fontenelles Antwortbrief vom November 1739 blieb nicht erhalten. Demnach wurde die Preisschrift doch zum Concours zugelassen (cf. Brief Nr. 47). Die Akademischen Register enthalten in diesem Zusammenhang folgende Eintragungen:

«Des Hrn. Präsidenten Excell. gaben des Hrn. Prof. Euler's *Inquisitionem physicam in causam fluxus et refluxus maris* zum Archiv mit dem Befehl, dass von diesem in  $9\frac{1}{2}$  Bogen bestehenden *Msct. Copia* gemacht und nachgehends nach Paris gesandt werden soll.» (*Protokoly* 1, p. 555, 26. (15.) Juni)

«Des Hrn. Prof. Euler's Piece *De fluxu et refluxu maris*, worvon die im Archiv gebliebene Copie  $33\frac{1}{2}$  Bogen ausmacht, wurde gegen *Recepisse* zur Post gebracht.» (*ibid.*, p. 560, 25. (14.) Juli)

«Der Hr. Prof. Euler brachte ein an Hrn. Fontenelle, Secr. perpétuel bey der Königl. Academie der Wissenschaften in Paris, gestelltes Schreiben, wegen seiner Piece *De aestu maris* zum Archiv mit dem Verlangen, dass es fordersamst abgesandt werden möchte, welches denn auch noch am heutigen Tage geschehen ist, nachdem vorher eine richtige Abschrift davon genommen worden.» (*ibid.*, p. 573, 13. (2.) Oktober)

«Weil der Hr. Prof. Euler besorget ist, dass seine seit d. 14 Jul. a. c. nach Paris gesandte Piece *De aestu maris* verloren gegangen seyn möchte, weil er von dem Sec. Fontenelle keine gewöhnliche Nachricht erhalten, dass sie angekommen sey; als wurde befohlen, dass eine anderweitige Abschrift fordersamst angefertigt werden soll; welches denn dem Canzelist Messer und Copist Kalau demandiret worden, dergestalt, dass einer die Hälfte, der andere die 2 Hälfte vornehmen solle.» (*ibid.*, p. 576, 29. (18.) Oktober)

«Auf Verlangen des Hrn. Prof. Euler's wurden von seiner *Disquisitio physica in causam fluxus et refluxus maris*, beyde abgeschriebene *Exemplaria* extradiret, weil er sie durchzusehen und stimmig zu machen brauchet.» (*ibid.*, p. 578, 11. November (31. Oktober))

«Der Hr. Prof. Euler retradirte beyde seit dem 31 Oct. bey ihm gewesenen *Exemplaria* von seiner *Inquisitio physica in causam fluxus et refluxus maris*. Er zeigte dabey an, dass er das Nöthige noch darinnen, fürnehmlich was die *Calculos* betrifft, geändert habe.» (*ibid.*, p. 580, 18. (7.) November)

«Hr. Justiz-Rath Goldbach las auch vor, ein von dem Hrn. Fontenelle, Secretaire bey der Französischen Academie der Wissenschaften, an den Hrn. Prof. Euler wegen seiner verloren gegangenen Piece *De aestu maris* gekommenes Schreiben d. d. . . ., welches dieser Hr. Prof. Euler produciret, auch *absque Praesent.* wieder mit sich genommen hat.» (*ibid.*, p. 581, 27. (16.) November)

«Auf Befehl Ihro Excell. des Hrn. Präsidenten wurde der Canzelley Bericht ertheilet (mündlich), in welchen *Datis* und unter was für einer Adresse des Hrn. Prof. Euler's Piece *De aestu maris* an die Academie der Wissenschaften nach Paris abgesandt sey.» (*ibid.*, p. 582, 28. (17.) November)

«Der Hr. Justiz-Rath Goldbach producirte und las vor ein Project des Schreibens, welches wegen des Hrn. Prof. Euler's verloren gegangener Piece *De aestu maris*, an den Prinzen Cantemir nach Paris gesandt werden soll. Weil Hr. Producent dieses Concept selbst ins Reine bringen will, als nahm er es auch wieder mit sich.» (*ibid.*, p. 582, 30. (19.) November)

«Der von Hrn. Justiz-Rath Goldbach an den Prinzen Cantemir rein abgeschriebene und eingesandte Brief wurde zwar von Ihro Excell. dem Hrn. Präsidenten unterschrieben, aber auch befohlen, dass noch in einem P.S. angezeigt werden soll, welchergestalt das ausgelegte Brief-Porto und andere Kosten sollen gleich wieder gut gethan werden, sobald nur sothane Kosten angezeigt seyn werden. Diesem Befehl wurde gleich nachgelebet.» (*ibid.*, p. 582–583, 1. Dezember (20. November))

«Des Hrn. Präsidenten Excell. geruheten zu befehlen, dass des Hrn. Prof. Euler's nöthige Erinnerungen, welche bey Betrachtung der Ebbe und Fluth des Meeres in Acht zu nehmen, in der Art wie sie Denenselben insinuirt seyn, auch gleich abgeschrieben werden sollen. Solches vollzog der Cancellist Messer.» (*ibid.*, p. 583, 3. Dezember (22. November))

«Von dem Hrn. Post-Director Asch kam ein Attest ein, wegen des am 14 *Julii* an Hrn. Fontenelle nach Paris von der Kayserlichen Academie der Wissenschaften zu Sct. Petersburg abgegangenen Brief-Packets.» (*ibid.*, p. 583, 7. Dezember (26. November))

«An den Russischen Ambassadeur in Paris, Prinzen Cantemir wurde durch Copist Kalau der von dem Tit. Hrn. Präsidenten wegen des Hrn. Prof. Euler's verloren gegangener Piece *De aestu maris* geschriebene Brief zur Post gebracht; unter diesem Couvert war vorgenannten Hrn. *Professoris* neu abgeschriebene Dissert. *De aestu maris* auf 15 Bogen Post-Papier, ingleichen des Hrn. Post-Director Asch's am gestrigen Tage eingesandtes Attest. in *vidimata copia*. Auch endlich das P. S., in welchem die Erstattung der ausgelegten Brief-Porto-Kosten verheissen worden.» (*ibid.*, p. 583, 8. Dezember (27. November))

«Copist Kalau rapportirte die am gestrigen Tage ihm anvertrauten Briefe an Prinz Cantemir, nach Paris, auf dem Post-Hause richtig abgegeben, auch dieserhalben ein gewöhnliches *Recepisse* erhalten zu haben, welches er denn zum Archiv lieferte.» (*ibid.*, p. 583–584, 9. Dezember (28. November))

«Ihro Excell. der Hr. Präsident producirten und geruheten Selbstem vorzulesen ein an Dieselben von dem Prinzen Cantemir, Kayserl. Ambassadeur in Frankreich, wegen des Hrn. Prof. Euler's Piece *de aestu maris* gekommenes Schreiben, nahmen es auch mit Sich.» (*ibid.*, p. 595, 19. (8.) Februar)

Zwei Antwortbriefe von Kantemir an Korff vom 17. (6.) Januar und 24. (13.) Februar 1740 sind in den Registern vom 4. März (22. Februar) erwähnt.

«Von den nachfolgenden Briefen wurden Copien gemacht, nämlich: 1) von des Tit. Hrn. Präsidenten Cammerherrn von Korff an den Hrn. Maurepas Ministre et Secrétaire d'Etat etc. unter dem 22 *hujus* nach Versailles wegen des Hrn. Prof. Euler's Piece *De aestu maris* gerichteten Schreiben; 2) von hochgedachten Hrn. Präsidenten *sub eodem* an den Prinzen Cantemir Ambassadeur Extraordinaire de S. M. L'Impératrice de toutes les Russies auprès du Roi Très Chrétien à Paris in gleichmässigen Angelegenheiten, d. d. 22 Febr. a. c.; 3) gleichfalls von Ihro Excell. an den Hrn. Fontenelle Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences de Paris, auch wegen des Hrn. Prof. Euler's Dissert. *de aestu maris* unter d. 22 *hujus* [...] Nachdem solches vorgedachtermaassen geschehen, wurden die Originalien gegen gewöhnliches *Recepisse* zur Post gebracht und die Copien im Archiv behalten.» (*ibid.*, p. 598–599, 5. März (23. Februar))

- [2] Cf. die Preisschriften zur Gezeitentheorie von Euler (E. 57) und D. Bernoulli (1741, DB. 33).
- [3] Cf. Eulers Instruktion *Nöthige Erinnerungen, welche bey Beobachtungen der Ebbe und Fluth des Meeres in Acht zu nehmen* (Archiv Petersburg, f. 136, op. 1, Nr. 121, Bl. 1–3v).
- [4] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen schwimmender Körper (1750, DB. 32).
- [5] Cf. Brief Nr. 41, Anm. 6.
- [6] Cf. Clairauts Abhandlung über die Integralrechnung (1741).
- [7] Eulers *Schiffswissenschaft* war im Jahre 1738 praktisch beendet, obwohl Euler noch im folgenden Jahr an deren zweitem Band arbeitete. Das Werk wurde jedoch erst 1749 publiziert. – Cf. den Brief Eulers an J. I. Bernoulli vom 31. (20.) Dezember 1738 (O. IV A, 2, p. 264/269) sowie *supra* Brief Nr. 37, Anm. 18.
- [8] Cf. Einleitung III.2.2.4 (p. 27 h.v.).

- [9] Cf. Eulers Brief an Johann I Bernoulli vom 16. (5.) Mai 1739 (O. IV A, 2, p. 294–295/302–303).
- [10] Cf. Eulers Brief an Johann I Bernoulli vom 26. September–3. Oktober (15.–22. September) 1739 (O. IV A, 2, p. 309/314–315).
- [11] Cf. die Abhandlungen über Orthogonaltrajektorien von N. I Bernoulli (1719) und Hermann (1717–1719) sowie Brief Nr. 42, Anm. 13.
- [12] Cf. den zweiten Band von Eulers *Mechanik* (E. 16), Prop. 14: O. II, 2, p. 43–45.
- [13] Cf. Eulers Abhandlung E. 44 im 7. Band der *Petersburger Commentarii* für 1734/35, der jedoch erst 1740 ausgeliefert wurde.
- [14] Zur «Dimensionszahl» einer Variablen cf. O. IV A, 2, p. 47f.
- [15] Zur parametrischen Differentiation von Integralen cf. Einleitung III.2.2.6 (p. 29 h.v.).
- [16] Cf. *supra* Anm. 13.
- [17] Damit sind wahrscheinlich die beiden *supra* Anm. 9 und 10 angeführten Briefe gemeint.

## 44

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 2. Januar 1740

HochEdelgebohrner etc.

Hierbey gebe mir die ehr Ew. HEEdgb. des H. Clairauts memoire über den *calculus integrelem* zu schicken, desen copey nicht eher fertig worden ist<sup>[1]</sup>: ich glaube daß Ihnen die invention gefallen wird, obschon der nutzen nicht sonderlich groß ist. Ubrigens beruffe ich mich auff mein letsteres, so vor ungefehr 5 wochen an Dieselbe abgelassen<sup>[2]</sup>. Ich wünsche E. HEEdgb. von hertzen glück zu diesem newen jahr und bitte Dieselbe mir alzeit Dero werthe freundschaft zu continuiren.

Da Sie mir im verwichenen jahr beÿ übersendung meiner gage gemeldet, ich solte jedesmahl im anfang des jahrs Ihnen schriftl[iche] volmacht schicken, die 200 R. in meinem nammen zu entheben, als füge ich solche bej und bitte Sie mir das gelt, so bald solches eingegangen, nach abzug aller angewandten kösten so gleich per wechsel zu übermachen.

Wegen H. Cap[itaine] May hab ich keinen entschuß erhalten können ohngeacht meines sollicitierens und einiger guten freunden intercedieren: doch werde ich mir diese sach noch ferners laßen angelegen sejn.

Von H. Delisle project höre ich nichts mehr<sup>[3]</sup>. Ich wejß nicht ob ich Ihnen schon gemeldet, daß im Perou die *observatores* erst einen grad *geometrice* und noch nichts *astronomice* gemeßen haben.

Dem H. Clairaut hab ich Ihre *formulas integrandas* geschickt<sup>[4]</sup>; er sagt aber die materi seje ihm wegen den gar zu weitläufftigen *calculus* gantz erlejdet. Er schreibt mir auch es habe H. Bouguer curiose *observationes physicas* auß America an die Acad<sup>e</sup> geschickt: unter anderem daß er würcklich die *attractionem montium in pendulo simplici, quod plus inclinabat quam instrumentorum alicui defectui concedi posset* [beobachtet habe]<sup>[5]</sup>. Dieser H. Bouguer muß nach allen umständen ein kluger kopff sejn und stehet noch vieles von ihm zu erwarten.

Ich möchte wissen waß Ew. HEdgb. in Dero piece *de fluxu maris* für eine proportion *inter actionem Solis et Lunae* angenommen umb die bewusten *phaenomena* am genawesten zu explicieren: ich statuire *proportionem istam mediam ut 2 à 5*: welche von des Newtons zimlich weit entfernt ist<sup>[6]</sup>. Mejnen Sie daß in Rußland die *observationes circa aestum maris* werden gemacht werden; ich glaub einmahl diese *aestus* müßen auff dem Weißen Mehr sehr unterschieden sejn, von denen die bishero sind observiert worden. Doch sind auch gar viel ursachen, daß sie nicht völlig sejn können, wie sie die *theoria pura* anzeigt: deswegen nicht alzu starck auff selbe observationen zu provocieren ist.

Daniel Bernoulli

Basel den 2. jan. 1740.

P. S. Wan bejgelegter schein nicht recht eingerichtet wäre, bitte mich solches zu berichten.

### Übersetzung

>...<

Hiermit beehre ich mich, Ihnen die Abhandlung von Herrn Clairaut über die Integralrechnung zu senden, deren Kopie nicht früher fertig wurde<sup>[1]</sup>. Ich glaube, dass die Erfindung Ihnen gefallen wird, obgleich deren Nutzen nicht besonders gross ist. Im übrigen beziehe ich mich auf mein letztes Schreiben, das ich vor ungefähr fünf Wochen an Sie abgeschickt habe<sup>[2]</sup>. Zu diesem neuen Jahr wünsche ich Ihnen von Herzen Glück, und ich bitte Sie, mir immer Ihre werthe Freundschaft zu erhalten.

Weil Sie mir im vergangenen Jahr anlässlich der Übersendung meiner Pension mitgeteilt haben, ich sollte Ihnen jedesmal bei Jahresbeginn eine schriftliche Vollmacht schicken, die 200 Rubel in meinem Namen abzuheben, so lege ich diese hier bei mit der Bitte, mir das Geld sogleich nach Eingang unter Abzug aller aufgewandten Spesen per Wechsel zu übermitteln.

Hauptmann May betreffend konnte ich keinen Entschluss bewirken, ungeachtet meines Drängens und des Eintretens einiger guten Freunde, doch werde ich mir diese Sache weiterhin angelegen sein lassen.

Über das Projekt von Herrn Delisle höre ich nichts mehr<sup>[3]</sup>. Ich weiss nicht, ob ich Ihnen schon gemeldet habe, dass die Forscher in Peru erst einen Grad geometrisch und noch nichts astronomisch vermessen haben.

Herrn Clairaut habe ich Ihre zu integrierenden Formeln geschickt<sup>[4]</sup>, doch er sagt, diese Materie sei ihm wegen der allzu weitläufigen Rechnungen ganz verleidet. Er schreibt mir auch, Herr Bouguer habe aus Amerika merkwürdige physikalische Beobachtungen an die Akademie geschickt: unter anderem, dass er wirklich die Anziehungskraft der Berge beobachtet hat mit einem einfachen Pendel, das stärker ausschlug, als dass es einem Instrumentenfehler zugeschrieben werden könnte<sup>[5]</sup>.



Dieser Herr Bouguer muss in jeder Hinsicht ein kluger Kopf sein, von welchem noch vieles zu erwarten ist.

Ich möchte wissen, was für ein Anziehungsverhältnis zwischen Sonne und Mond Sie in Ihrer Preisschrift über die Gezeiten angenommen haben, um die bewussten Phänomene möglichst genau zu erklären; ich selbst setze dieses Verhältnis im Mittel mit 2 : 5 an, was von demjenigen Newtons ziemlich weit entfernt ist<sup>[6]</sup>. Meinen Sie, dass die Beobachtungen über die Gezeiten in Russland angestellt werden? Ich glaube vorerst, diese Gezeiten müssen sich auf dem Weissen Meer sehr von den bisher beobachteten unterscheiden. Doch es gibt auch sehr viele Ursachen dafür, dass sie nicht völlig der reinen Theorie entsprechen können, weshalb man sich nicht allzusehr auf diese Beobachtungen berufen sollte.

Daniel Bernoulli

Basel, den 2. Januar 1740.

P. S. Sollte der beigelegte Schein nicht ganz in Ordnung sein, so bitte ich Sie, mir das zu melden.

R 132 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
 Basel, 2. Januar 1740  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 29, Bl. 5–5v  
 Exzerpierte Kopie – *ibid.*, Bl. 2–2v

- [1] Cf. Clairauts Abhandlung über die Integralrechnung (1741).
- [2] Wahrscheinlich meint D. Bernoulli seinen Brief vom 14. November an Euler (Nr. 42), der allerdings nicht fünf, sondern sieben Wochen zuvor abgeschickt worden war.
- [3] Es handelt sich vielleicht um Delisles Projekt der Zusammenstellung einer Generalkarte von Russland (cf. Svenske 1866).
- [4] Diese Formeln Eulers entstammen seinem nicht erhalten gebliebenen Brief vom 25. (14.) Juli 1739 (cf. Brief Nr. 40, Anm. 20).
- [5] Bouguer beobachtete die gravitative Attraktion des Vulkans Chimborazo in Ecuador und sandte seinen diesbezüglichen Bericht nach Paris, der als *Mémoire sur les attractions et sur la manière d'observer si les montagnes en sont capables* in der Akademie im Oktober 1739 vorgelesen wurde (cf. Bouguer 1749, p. 364f).
- [6] Cf. die Pariser Preisschriften zur Gezeitentheorie von D. Bernoulli (1741, DB. 33) und L. Euler (E. 57).

Ich bedaure recht von hertzen das *accidens*, so mit Ew. HEdgb. piece *de aestu maris* sich eräignet. Ich hoffte daß der *consensus* zwischen unseren beiden pieces uns favorabel sejn und vielleicht das *praemium* unter selbige theilen machen könnte. Nunmehr aber hab ich wenig ursach zu hoffen, daß ich allein mit meinem *systemate Newtoniano* werde auffkommen können. Vielleicht steckt noch ein geheimnuß unter dieser sach, welches ich noch wohl erfahren möchte: dan es kan eine große schrift nicht so leicht verlohren gehen<sup>[1]</sup>.

Ubrigens da ich so lang über diese materi *de aestu maris* meditiert habe, so kan ich nicht erwarten biß ich Dero piece zu sehen bekomme. Sie werden ja solche hoffentlich in Petersburg trucken laßen. Es wird die *respublica litteraria* unserem H. Presidenten (von Korff) und der Academie große obligation haben, wan wir solten durch ihren canal accurate observationen *circa aestum maris* in den Nördlichen gegenden bekommen. In meiner piece hab ich annotiert, daß der *effectus absolutus luminarium in maris aestus ciendos* umb so viel größer sejn müße, umb so viel mehr die couches der Erden an der *densitate versus centrum* zunehmen: und daß dieser *effectus in quibusdam hypothesibus infinitus* sejn könnte. Auß dieser ursach nebst vielen anderen physischen ursachen schließe ich, daß die *strata terrestria* würcklich an der *densitate materiae versus centrum* zunehmen und gantz ohne fundament von dem Newton *homogenea* supponiert werden: dan ich glaube gar nicht daß die *altitudo duorum circiter pedum, ad quam Sol aquas in Zenith elevare potest*, sufficient sejen umb die *phaenomena aestus maris* zu explicieren, sonderlich da ich auch gewiesen daß die *proportio media inter vires Solis et Lunae* gar viel gleicher müße sejn als der Newton supponiert. Die große *frictiones* nebst der *celeritate motus diurni Terrae* machen vielleicht daß die *aquae* nicht halber oder vielleicht nicht den zehenden theil so viel eleviert werden, als es wurde geschehen wan die *luminaria in quiete et conjunctione* wären und der *motus diurnus Terrae lentissimus* wäre. Es ist zwahr wahr wan man die sach *theoretice* betrachtet daß die *aestus maris post quamvis Terrae circumvolutionem dimidiam* wachsen müsten *in infinitum*. Gleichwie aber die *motus in mediis resistentibus* gleich *ad statum uniformitatis* tendieren, also geschieht es auch *in aestu maris*.

Wan ich nun alles überlege so zweiffle ich keines wegs, die *densitates materiae terrestres* nehmen zu *versus centrum*. Hierin werde ich confirmiert durch eine gar schöne observation, die H. Bouguer in Perou gemacht haben solle laut etlichen brieffen die ich aus Paris bekommen und welche ihn völlig zu einem bekehrten *Paulo ratione attractionis* solle gemacht haben.

«Mr. Bouguer a observé», schreibt man mir, «que la montagne Chimborazo élevée de 3000 toises au dessus de la mer faisoit pencher vers elle le fil à plomb, desorte que toutes les hauteurs d'étoiles differoient de 15'' selon que l'observation se faisoit au nord ou au sud de la mon-

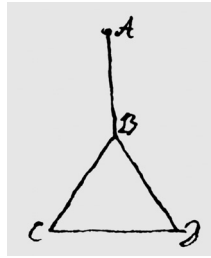
tagne, apres avoir deduit ce qu'il falloit pour la distance des lieux des observations prise sur le meridiem. Quoique cette deviation ne soit pas aussi grande que le calcul des dimensions de la montagne la donne, Mr. Bouguer ne doute pas qu'elle ne soit l'effet de l'attraction et soupconne que la pluspart de ces montagnes, qui ont ete des volcans, sont creuses, etc.».

Was nun H. Bouguer der höle des bergs zuschreibt, dunckt mich mit mehrerem fug können zugeschrieben zu werden, daß die *attractio Terrae tanquam densior versus centrum quam vulgo putatur* größer seje als *in comparatione attractionis montis* supponiert wird. Deme mag nun sejn wie ihm wolle, so hab ich doch diese observation würdig geachtet, solche Ihnen zu communicieren. Ich habe hoffnung daß man in Franckreich das *systema Newtonianum* noch durchgehends annehmen werde und ist diese *observatio Bougueriana ratione* meiner piece sehr à propos gekommen<sup>[2]</sup>.

Ich komme nun zu dem *argumento de oscillationibus corporum humido insidentium*<sup>[3]</sup>. Es nimt mich wunder, daß da Ew. HEdgb. melden unsere solution[en] stimmen mit einander überein, Sie doch mit mir differenter meinung sind *ratione oscillationum compositarum, quas ego jure voco irregulares, sed quas etiam ad statum uniformitatis tendere puto*; es ist auch gewiß, daß wan *ambae oscillationum species* sind *inter se tautochronae* worden, alsdan das *tempus oscillationum* gar nicht *idem* ist *cum tempore oscillationum, quae fierent si alterutrum oscillationum genus impediretur*. Ew. HEdgb. wißen wie viel deferenz ich sonst für Dero meinungen zu haben pflege; wan ich also nicht völlig meiner meinung versicheret wäre, wolte ich nicht mit einer absoluten assurance auff solcher beharren. Man kan leicht demonstrieren, daß wan die *oscillationes rotatoriae circa centrum gravitatis independenter* geschehen von den *oscillationibus verticalibus*, die *quantitas virium vivarum* nicht conserviert wurde. Ich hätte gewünscht Sie hätten mir Ihre difficulteten etwas genaw überschrieben, damit ich darauff antworten könnte. Hab ich dan die *vires accelerantes ratione motus rotatorii* nicht recht determiniert? Wan ich sie aber recht determiniert habe, so sehen Sie ja aus meinen formulen daß selbige dependieren *ab elevatione centri gravitatis supra situm quem habuit in statu quietis*. Ich will Ihnen nur dieses *problema* proponiert haben: *sit corpus mobile circa axem fixum per centrum gravitatis ejus transeuntem; sitque corpus illud ad datam altitudinem submersum: quaeritur tempus oscillationum minimarum corporis. Solutio hoc problemate* können Sie sehen, wie die *oscillationes* sich verhalten, wan das *corpus ita submersum est, ut altitudo centri gravitatis differat quantitate minima  $\beta$  ab altitudine quam idem centrum gravitatis habiturum esset, si corpus sublato axe naturaliter aquae innataret*: alsdan werden Sie sehen daß die *quantitas  $\beta$*  freylich in consideration komt: *ergo vires acceleratrices horizontales pendent ab immersionibus et emersionibus corporis*. Ich sehe wohl daß Ew. HEdgb. supponieren, *volumen corporis submersum semper esse durantibus oscillationibus idem*. Solche supposition findet aber hier nicht statt; dan dadurch wurden die *oscillationes verticales* gezwungen und wären selbige nicht mehr *liberae*. Der *impetus conceptus in oscilla-*

*tionibus verticalibus* macht daß das *volumen corporis submersum* auch variabel ist. Es ist also nicht erlaubt *alterutrum oscillationum genus independenter ab altero* zu betrachten. Es ist dieses *argumentum in mechanicis* wie auch *in physicis* von einer großen wichtigkeit: wan nemlich *in systemate corporum plures fiunt oscillationum species, fient tandem omnes inter se tautochronae et quando eo pervenerunt, tunc amplitudines singularum oscillationum certam habere debent proportionem, qua determinata tempus oscillationum commune demum definiri potest.*

Dieses *argumentum* will ich mit einem *exemplo* illustrieren, welches mir eben jetzt einfalt, und ich selber noch nicht untersucht habe.



Sit *A* punctum fixum ex quo triangulum grave *BCD* suspenditur mediante filo *BA* datae longitudinis. Quaeritur natura oscillationum<sup>[4]</sup>. Alhier geschehen auch zweyerleÿ oscillationen: nemlich *circa punctum A et circa punctum B*, welche nicht können independenter von einander betrachtet werden. Solche werden anfangs sehr irregulair und gar nicht *isochronae* sejn, biß zu letst *motus angulares circa A et B proportionem aliquam constantem* erlangen, qua impetrata demum regulares fiunt oscillationes und beyde so wohl *inter se tautochronae* als *absolute isochronae* fient. Es ist auch gewiß daß die oscillationes gar nicht *eadem lege* geschehen, als wan *totum systema ABCD rigidum* wäre, und daß *durantibus oscillationibus etsi jam uniformibus* der *angulus ABC* oder *ABD variabilis* sejn werden. Ew. HEdgb. sehen auß diesem exempel, waß noch *circa oscillationes corporum fluido immensorum compositas* zu desiderieren ist: Es kan diese circumstanz machen, daß die oscillationen bey weitem nicht solche sind, als wan jede *seorsim* geschähe: deswegen ich solche *simpliciter irregulares* nenne: und es wird diese irregularitet auch durch die experienz confirmiert.

Wan Ew. HEdgb. im sinn haben *experimenta* zu nemmen *de novo meo navigandi modo*, so wird mir solches sehr lieb sejn: ich bitte aber vorhero alles genaw in betrachtung zu ziehen, was ich in meiner *Hydrodynamic* darvon gesagt: sonderlich zu trachten alles so zu moderieren daß *velocitas, quacum aquae expelluntur*, ungefehr *dupla* seje *velocitatis cum qua navis progreditur*. Die *experimenta* so ich in Genf habe machen laßen, zeigen zwar *possibilitatem* aber noch nicht *praerogativam* dieser newen navigation. Ich werde selbe künfftigen frühling anderst einrichten laßen. In allem fahl sind diese *experimenta* sehr curios und werden von dem *publico* gar begierig auffgenommen werden<sup>[5]</sup>.

Die Academischen *opera* haben wir von Leipzig noch nicht erhalten, welches sehr bedaure<sup>[6]</sup>.

Was die experimenten anbelangt *circa resistantiam fluidorum pro corporibus lentissime motis*, so sehe ich auch nur zweyerley *modos*: 1<sup>o</sup> entweder daß man die *corpora tantillum specificè graviora fluido* laße *per datam altitudinem* fallen und das *tempus descensus* accurat mist, wie Newton gethan: diese *corpora* aber müßten *heterogenea* seyn, v. gr. *ex plumbo et ligno facta*, damit der *situs corporum durante descensu*, nicht leicht variere; oder 2<sup>do</sup> *ope oscillationum*; damit man aber könne *omnis figurae corpora* gebrauchen, muß man solche nicht *ex filo* sondern *lamina ferrea* suspendieren *eo modo*, wie H. Maupertuis in seiner Academischen reýß beschreibung sagt, daß sie die *pendula* den *horologiis* appliciert haben<sup>[7]</sup>.

Wegen dem bewusten portrait beliebten Ew. HEdgb. noch zu warten, weilen ich mir gern ein gantz ameublement möchte anschaffen, welches correspondiere: ich will Ihnen alsdan mit einem faden die höhe und breite schicken<sup>[8]</sup>.

Dero Neue *specimina calculi integralis* haben mir überaus wohl gefallen und obschon ich sonsten nicht gern meine zeit an dergleichen *problemata* wende, wan ich nicht solche zu applicieren weiß, so hat mich doch die newigkeit veranlaßet darüber zu meditieren. Weilen ich nun einige sonderbahre observationen darüber gemacht, so hab ich dieselbige besonders zu papier gebracht, damit bey einem *vacuo Commentariorum* solche denselbigen mögen inseriert werden und Ihrer piece adjungiert, im fahl Sie es für gut befinden: ich hab meine geringe *meditata sub forma epistolari* aufgeschrieben, weilen ich solche nicht für würdig gehalten, in einer expressen piece proponiert zu werden: doch überlaße ich alles Dero gutduncken: ich werde es im geringsten nicht übel deüten, wan Sie alles supprimieren<sup>[9]</sup>. Ich möchte unterdeßen wißen ob Dero methode mit der meinigen völlig übereinkomme.

Daß das *theorem Bouguerianum* schon vorhero ist von anderen gefunden und gebraucht worden, ist mir nicht bekant gewesen; weilen ich weder die *Acta Lipsiensia* noch die *Memoires de Paris* in macht habe, auch viel zu wenig gedächtnuß habe, umb mich alles deßen was ich vor diesem gelesen, zu erinnern, so ist sich solches nicht zu verwundern. Sonsten sind Dero *amplificationes hujus theorematis* sehr ingenios<sup>[10]</sup>.

Mein Bruder (Johann II) last dem H. Moula ein compliment machen, und verwundert sich, daß er so lang keinen brieff von demselben erhalte. Es scheint die familien des H. Cap[itaine] May habe selben gantz abandonniert, indeme ich auff alle meine directe und indirecte remonstrationen nicht einmahl antwort erhalten.

Dem H. Prof. (G.W.) Kraft bitte mein dienstl[iches] gegencompliment zu machen: es wird mir derselbe einen gefallen thun seine *desiderata* genawer aufzuschreiben *circa descensum corporum super plano inclinato* und auch diejenigen *experimenta* so er albereit gemacht mir ohnbeschwärt zu communicieren damit ich mir einen accurateren begriff darvon machen könne: insonderheit müste ich wißen, ob die *corpora perfecte cylindrica* oder *prismatica super polygono* sejen: dan es dunckt mich, daß der *descensus cylindrorum* alzeit *compositus* seyn müße *ex motu reptorio et ex motu rotatorio*. Wan ich genawer werde hierüber informiert seyn, so hoffe ich wohl im stand [zu] seyn eine *theoriam* [zu] finden, welche den *experimentis* satisfaciere<sup>[11]</sup>.

Wir haben alhier eine extraordinaire und sonderlich seit langer zeit anhaltende kälte, wie man auß allen landen vernimt. Das *thermometrum Deslisianum* ist mir unglücklicher weiß verbrochen, welches ich sehr bedaure, weil es allen zu praeferieren: doch ist in demselbigen *primus gradus, nempe caloris aquae bullientis* noch etwas *vagus*, wie der Boerhave *post Fahrenheitium* demonstriert hat, indem es bekant ist, daß dieser *gradus* dependiere *ab altitudine barometri*, welches auch mit dem *conceptu* so ich mir *circa ebullitionem fluidorum* formiert habe, übereinkommt<sup>[12]</sup>: ich schätze aber auß anderen *thermometris*, daß unsere gröste kälte d[en] 25. febr. auff dem *thermometro Desiliano* wurde ungefehr dem 180. *gradu* respondiert haben: ich möchte gern wißen, wie gros selbige ist in Petersburg observiert worden: zu meiner zeit ist bey der grösten kälte der *mercurius* etwas wenig unter den 200. grad gefallen<sup>[13]</sup>.

Gegenwärtiges hab ich schon vor 3 wochen wegschicken wollen: bin aber durch die krankheit meines ordinari Copisten, welcher mir begelegte *epistolam* hat abschreiben sollen, aufgehalten worden: und da dieser gestorben, hab ich endlich selber solche copieren müßen. Vor ein paar tagen hab ich einen sehr obligeanten brief von unserem H. Presidenten (von Korff) erhalten<sup>[14]</sup>, welchem deswegen meine gehorsamste dancksagung und respect zu vermelden bitte. Man hat mir überschrieben, daß einige schiffe so von Archangel sind ausgefahren glücklich die meer enge von Weygats passiert, mit den Japponeseren commerciert und wieder zuruck gekommen sejen.

Ich weiß nicht ob Ihnen Ihr H. Vatter einige nouvelles überschrieben wegen dem procès mit dem unverschamten Clausenburger. Es ist mir nicht schwär gewesen diese sach bey der Academie dahin zu incaminieren, daß dieser Clausenburger nicht nur *unanimiter* ist zur restitution der 77 f. condemnirt worden, sondern auch nach einiger HH. *vo*tis hätte wegen seiner unverschamtheit und seinem bey dem H. von Stahl angebrachten, Ihnen und unserem gantzen Stand praejudicierlichen calumniren, sollen gestrafft werden. Es hat aber dieser Clausenburger an unsere Obrigkeit appelliert: und ist die sach noch nicht ausgemacht worden. Unterdeßen ist es nöhtig, daß E. HEdgb. dieses passierte dem H. v. Stahl überschreiben, damit derselbe dadurch sehe, daß man alhier eben so scandaliziert seye, als er selber zu sejn ursach hat, wegen des Clausenburgers grobheit.<sup>[15]</sup>

Mein letsthin überschicktes billet vor meine pension recommendiere ich Ihnen und wan das gelt eingegangen, bitte mir solches so gleich zu übermachen.

Was halten Sie von des Clairauts invention *de calculo integrali*: vielleicht hab ich mich durch die newigkeit zu viel einnehmen laßen. Unterdeßen glaube ich daß dero nutzen *dato* noch sehr gering seje. Ich hab ihm die von Ihnen mir gegebene exempel proponiert: es hat mir aber H. Clairaut geantwortet, er habe diese materi *ob enormem calculi prolixitatem* gantz auß dem sinn geschlagen<sup>[16]</sup>. Vielleicht aber werden Sie solche mehr perfectioniert und *aurum ex Stercore Enni*<sup>[17]</sup> zu ziehen gewust haben etc.

Daniel Bernoulli

Bale ce 12 mars 1740.



### Übersetzung

Das Missgeschick, das mit Ihrer Preisschrift über die Gezeiten passiert ist, bedaure ich sehr herzlich. Ich hatte gehofft, dass die Übereinstimmung unserer beiden Preisschriften für uns günstig sein könnte, so dass vielleicht der Preis unter diesen beiden geteilt worden wäre. Jetzt aber habe ich wenig Grund zur Hoffnung, mit meinem Newtonschen System allein reüssieren zu können. Vielleicht verbirgt sich hinter dieser Sache noch ein Geheimnis, das ich zu gern lüften möchte – denn eine grosse Abhandlung kann nicht so leicht verloren gehen<sup>[1]</sup>.

Im übrigen, da ich mich übrigens so lange mit diesem Gegenstand der Gezeiten befasst habe, kann ich es kaum erwarten, Ihre Preisschrift zu sehen. Sie werden diese ja hoffentlich in Petersburg drucken lassen. Die Gelehrtenrepublik wird unserem Herrn Präsidenten (von Korff) und der Akademie sehr verpflichtet sein, wenn wir auf diesem Weg genaue Beobachtungen über die Gezeiten in den nördlichen Gebieten erhalten sollten. In meiner Preisschrift habe ich angemerkt, dass der absolute Effekt von Sonne und Mond zur Anregung der Gezeiten um so grösser sein müsse, je mehr die Erdschichten gegen das Zentrum hin an Dichte zunehmen, und dass dieser Effekt in gewissen Hypothesen unbegrenzt sein könnte. Daraus – und aus vielen anderen physikalischen Ursachen – schliesse ich, dass die Erdschichten gegen das Zentrum hin an Dichte der Materie wirklich zunehmen, während sie von Newton völlig unbegründet als homogen vorausgesetzt werden. Ich glaube nämlich keineswegs, dass die Höhe von etwa zwei Fuss, auf welche die Sonne das Wasser gegen den Zenit erheben kann, ausreichend wäre, um die Gezeitenphänomene zu erklären, besonders da ich auch bewiesen habe, dass das mittlere Verhältnis zwischen den Kräften der Sonne und des Mondes viel näher an der Gleichheit sein muss, als Newton es voraussetzt. Die grossen Reibungen nebst der Schnelligkeit der täglichen Bewegung der Erde bewirken vielleicht, dass das Wasser nicht halb oder vielleicht nicht um den zehnten Teil so viel ansteigen wird, als es geschehen würde, wenn Sonne und Mond sich in Ruhe befänden und in Konjunktion stünden und die tägliche Erdbewegung äusserst langsam wäre. Betrachtet man die Sache rein theoretisch, so stimmt es zwar, dass die Flut nach einer halben Umdrehung der Erde ins Unendliche wachsen müsste, doch ebenso wie die Bewegungen in widerstehenden Medien den Zustand der Gleichförmigkeit anstreben, so geschieht es auch bei den Gezeiten.

Wenn ich nun alles überlege, so bezweifle ich keineswegs, dass die Dichte der Erdmaterie zum Zentrum hin zunimmt. In dieser Ansicht werde ich bestätigt durch eine sehr schöne Beobachtung, die Herr Bouguer laut etlichen Briefen, die ich aus Paris erhielt, in Peru gemacht hat und die ihn bezüglich der Attraktion völlig zu einem bekehrten Paulus gemacht haben soll.

«Mr. Bouguer a observé», schreibt man mir, «que la montagne Chimborazo élevée de 3000 toises au dessus de la mer faisoit pencher vers elle le fil à plomb, desorte que toutes les hauteurs d'étoiles différoient de 15'' selon que l'observation se faisoit au nord ou au sud de la montagne, apres avoir deduit ce qu'il falloit pour la distance des lieux des



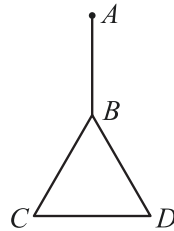
observations prise sur le meridian. Quoique cette deviation ne soit pas aussi grande que le calcul des dimensions de la montagne la donne, Mr. Bouguer ne doute pas qu'elle ne soit l'effet de l'attraction et soupçonne que la plupart de ces montagnes, qui ont été des volcans, sont creuses etc.».

Was nun Herr Bouguer der Aushöhlung des Berges zuschreibt, kann – so dünkt mich – mit mehr Recht dem Umstand zugeschrieben werden, dass die Anziehung der Erde, weil diese zum Zentrum hin dichter ist, als gewöhnlich angenommen wird, grösser ist, als man im Vergleich zur Anziehung des Berges annimmt. Wie dem auch sein mag, so habe ich diese Beobachtung für würdig erachtet, sie Ihnen mitzuteilen. Ich hoffe, dass man in Frankreich das Newtonsche System noch ganz annehmen wird. Jedenfalls ist diese Bouguersche Beobachtung meiner Preisschrift sehr gelegen gekommen<sup>[2]</sup>.

Ich komme nun zum Thema der Schwingungen von auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körpern<sup>[3]</sup>. Da Sie melden, unsere Lösungen stimmten überein, wundert es mich, dass Sie mit mir doch nicht gleicher Meinung sind hinsichtlich der zusammengesetzten Schwingungen, welche ich mit Recht irreguläre nenne, von denen ich aber auch glaube, dass sie den Zustand der Gleichförmigkeit anstreben. Es ist auch sicher, dass die Zeit der Schwingungen, wenn beide Arten der Schwingungen unter sich tautochron geworden sind, gar nicht dieselbe ist wie diejenige der Schwingungen, die sich ergäben, wenn eine der beiden Schwingungsarten unterdrückt würde. Sie wissen, wieviel Ehrerbietung ich sonst für Ihre Ansichten habe; wenn ich also meiner Meinung nicht völlig sicher wäre, würde ich nicht mit derart absoluter Sicherheit auf dieser beharren. Es lässt sich leicht beweisen, dass die Grösse der lebendigen Kräfte nicht erhalten bliebe, wenn die Rotationsschwingungen um den Schwerpunkt sich unabhängig von den Vertikalschwingungen vollziehen würden. Ich hätte gewünscht, Sie hätten mir Ihre Schwierigkeiten etwas genauer geschildert, damit ich darauf antworten könnte. Habe ich denn die Beschleunigungskräfte bezüglich der Rotationsbewegung nicht richtig bestimmt? Wenn ich sie aber richtig bestimmt habe, so sehen Sie ja aus meinen Formeln, dass sie abhängen von der Erhebung des Schwerpunktes über die Lage, die er im Ruhezustand einnimmt. Ich möchte Ihnen nur folgendes Problem vorgelegt haben: Ein Körper bewege sich um eine feste, durch seinen Schwerpunkt gehende Achse, und nun werde dieser Körper bis zu einer gegebenen Höhe eingetaucht. Gesucht ist die Zeit der kleinsten Schwingungen des Körpers. Ist dieses Problem gelöst, so können Sie sehen, wie die Schwingungen sich verhalten, wenn der Körper so eingetaucht wird, dass die Höhe des Schwerpunktes um eine sehr kleine Grösse  $\beta$  von der Höhe abweicht, die derselbe Schwerpunkt hätte, wenn der Körper nach Entfernung der Achse natürlicherweise auf dem Wasser schwimmen würde. Dann werden Sie sehen, dass die Grösse  $\beta$  tatsächlich in Betracht kommt: Also hängen die Horizontalbeschleunigungen ab vom Ein- und Auftauchen des Körpers. Ich sehe wohl, dass Sie voraussetzen, das eingetauchte Volumen des Körpers sei während der Schwingungsdauer stets dasselbe. Doch trifft diese Voraussetzung hier nicht zu, denn dadurch wären die

Vertikalschwingungen erzwungen und nicht mehr frei. Der in den Vertikalschwingungen erhaltene Anstoss bewirkt, dass das eingetauchte Volumen des Körpers auch variabel ist. Also ist es nicht gestattet, die eine Schwingungsart unabhängig von der anderen zu betrachten. Dieses Argument ist in der Mechanik wie auch in der Physik von grosser Wichtigkeit: Wenn nämlich in einem System von Körpern mehrere Arten von Schwingungen auftreten, dann werden schliesslich alle untereinander tautochron, und wenn sie das erreicht haben, dann müssen die Amplituden der einzelnen Schwingungen ein bestimmtes Verhältnis haben, nach dessen Bestimmung die gemeinsame Schwingungszeit erst definiert werden kann.

Dieses Argument möchte ich mit einem Beispiel illustrieren, das mir soeben einfällt und das ich selber noch nicht untersucht habe.



Sei  $A$  ein fester Punkt, von dem aus das schwere Dreieck  $BCD$  mittels eines Fadens  $BA$  von gegebener Länge aufgehängt ist. Gesucht ist die Natur der Schwingungen<sup>[4]</sup>. Hier treten auch zweierlei Schwingungen auf: nämlich die eine um den Punkt  $A$  und die andere um den Punkt  $B$ , welche nicht unabhängig voneinander betrachtet werden können. Sie werden anfänglich sehr irregulär und keineswegs isochron sein, bis letztendlich die Winkelbewegungen um  $A$  und  $B$  ein gewisses konstantes Verhältnis erreichen, durch welches – wenn sie es erlangt haben – die Schwingungen erst regulär werden und beide sowohl unter sich tautochron als auch absolut isochron werden. Es ist auch sicher, dass die Schwingungen gar nicht nach demselben Gesetz ablaufen, wie wenn das ganze System  $ABCD$  starr wäre, und dass die Winkel  $ABC$  oder  $ABD$  während der Dauer der Schwingungen, auch wenn sie schon gleichförmig sind, variabel sein werden. Sie sehen aus diesem Beispiel, was bei den zusammengesetzten Schwingungen der in einer Flüssigkeit eingetauchten Körper noch zu wünschen übrigbleibt. Dieser Umstand kann bewirken, dass die Schwingungen bei weitem nicht so beschaffen sind, wie wenn jede für sich allein geschähe. Deshalb nenne ich sie einfach irreguläre Schwingungen, und diese Irregularität wird auch durch die Erfahrung bestätigt.

Wenn Sie im Sinn haben, Experimente über meine neue Art der Schifffahrt zu machen, wird mir dies sehr angenehm sein. Doch bitte ich Sie, vorher alles, was ich in meiner *Hydrodynamik* darüber gesagt habe, genau in Betracht zu ziehen; besonders sollten Sie danach trachten, alles so einzurichten, dass die Geschwindigkeit, mit der das Wasser ausgestossen wird, etwa das Doppelte derjenigen ist, mit welcher das Schiff sich fortbewegt. Die Experimente, die ich in Genf ausführen liess, erweisen zwar die Möglichkeit dieser neuen Schifffahrt, jedoch noch nicht deren Vorrang. Ich werde sie im kommenden Frühjahr anders einrichten lassen. Je-

denfalls sind diese Experimente höchst bemerkenswert und werden vom Publikum sehr begierig aufgenommen werden<sup>[5]</sup>.

Die Werke der Akademie haben wir aus Leipzig noch nicht erhalten, was ich sehr bedaure<sup>[6]</sup>.

Betreffs der Experimente über den Widerstand des Wassers für langsam bewegte Körper sehe ich auch nur zweierlei Möglichkeiten: 1. Man lässt die Körper, die nur ein wenig schwerer sind als Wasser, entlang einer gegebenen Höhe fallen und misst die Fallzeit genau, wie Newton es getan hat; jedoch müssten diese Körper heterogen sein, beispielsweise aus Blei und Holz verfertigt, damit sich ihre Lage während des Falls nur schwer ändert. Oder 2. mit Hilfe der Schwingungen; damit man aber Körper jeder Gestalt verwenden kann, soll man diese nicht an einem Faden, sondern so an einem Eisenstab aufhängen, wie Herr Maupertuis in seiner akademischen Reisebeschreibung schildert, dass sie die Pendel an den Uhren angebracht haben<sup>[7]</sup>.

Warten Sie bitte mit dem besagten Porträt noch zu, da ich mir eine ganze Einrichtung anschaffen möchte, die zusammenpasst; ich will Ihnen dann als Mass die Höhe und Breite mit einem Faden schicken<sup>[8]</sup>.

Ihre neuen Musterbeispiele zur Integralrechnung haben mir sehr gut gefallen, und obgleich ich sonst meine Zeit nicht gern an dergleichen Probleme gebe, wenn ich diese nicht konkret anwenden kann, so hat mich die Neuigkeit doch veranlasst, darüber nachzudenken. Weil ich nun darüber einige besondere Anmerkungen gemacht habe, so habe ich diese gesondert aufgeschrieben, damit sie bei einem allfälligen leeren Raum in den *Commentarii* eingefügt und Ihrer Abhandlung angehängt werden könnten, falls Sie es für gut befinden. Meine geringfügigen Überlegungen habe ich in Briefform niedergelegt, da ich sie nicht für würdig gehalten habe, als eine eigene Abhandlung vorgelegt zu werden. Doch überlasse ich alles Ihrem Gutdünken, und ich werde es nicht im geringsten übel auslegen, wenn Sie alles unterdrücken<sup>[9]</sup>. Indes möchte ich gerne wissen, ob Ihre Methode mit der meinigen völlig übereinstimmt.

Dass das Bouguersche Theorem schon früher von anderen gefunden und angewendet worden ist, war mir nicht bekannt. Das ist auch nicht zu verwundern, da ich weder über die *Acta Eruditorum* noch über die *Pariser Mémoires* verfüge und auch ein viel zu schwaches Gedächtnis habe, um mich an alles zu erinnern, was ich früher gelesen habe. Ansonsten sind Ihre Erweiterungen dieses Theorems sehr tief Sinnig<sup>[10]</sup>.

Mein Bruder (Johann II) lässt Herrn Moula grüssen und wundert sich, von diesem so lange keinen Brief erhalten zu haben. Es scheint, die Familie des Hauptmanns May habe diesen gänzlich aufgegeben, da ich auf alle meine direkten und indirekten Vorstellungen nicht einmal Antwort erhalten habe.

Bitte erwidern Sie die Grüsse von Herrn Prof. (G.W.) Krafft. Er wird mir einen Gefallen tun, wenn er seine Anfragen betreffs des Hinabgleitens von Körpern auf einer geneigten Ebene aufschreibt und mir über die Experimente, die er bereits gemacht hat, ohne weiteres berichtet, damit ich mir davon einen genaueren Begriff bilden kann. Insbesondere müsste ich wissen, ob die Körper vollkommen zylind-

drisch oder prismatisch über einem Polygon errichtet sind, denn mich dünkt, dass der Abstieg von Zylindern immer aus einer Kriechbewegung und einer Rotationsbewegung zusammengesetzt sein müsse. Wenn ich darüber genauer informiert sein werde, so hoffe ich wohl imstande zu sein, eine Theorie zu finden, welche den Experimenten Genüge leistet<sup>[11]</sup>.

Wir haben hier eine aussergewöhnliche und vor allem auch seit langer Zeit anhaltende Kälte, wie man es aus allen Ländern vernimmt. Unglücklicherweise ist mir das Delislesche Thermometer zerbrochen, was ich sehr bedaure, da es allen anderen vorzuziehen ist. Doch ist bei ihm der höchste Grad, nämlich der Siedepunkt des Wassers, noch ein wenig vage, wie Boerhaave nach Fahrenheit gezeigt hat, da dieser Grad vom Luftdruck abhängt, was auch übereinstimmt mit dem Begriff, den ich mir über den Siedepunkt der Flüssigkeiten gebildet habe<sup>[12]</sup>. Aus anderen Thermometern schätze ich aber, dass unsere grösste Kälte vom 25. Februar nach dem Delisleschen Thermometer ungefähr 180 Grad entsprochen haben dürfte. Ich würde gerne wissen, als wie gross diese in Petersburg gemessen wurde. Zu meiner Zeit fiel das Quecksilber bei der grössten Kälte ein wenig unter 200 Grad<sup>[13]</sup>.

Diesen Brief wollte ich schon vor drei Wochen abschicken, bin aber durch die Krankheit meines gewohnten Kopisten, der mir die beigelegte Abhandlung in Briefform abschreiben sollte, davon abgehalten worden. Weil dieser inzwischen verstorben ist, musste ich sie schliesslich selbst abschreiben. Vor ein paar Tagen erhielt ich einen sehr freundlichen Brief von unserem Herrn Präsidenten (von Korff)<sup>[14]</sup>; bitte übermitteln Sie ihm meinen verbindlichsten Dank und versichern Sie ihn meines Respekts. Man hat mir geschrieben, dass einige von Arkhangel'sk ausgelaufene Schiffe die Meerenge von Vaigač glücklich passiert haben, mit den Japanern Handel getrieben haben und wieder zurückgekommen sind.

Ich weiss nicht, ob Ihnen Ihr Vater einige Neuigkeiten über den Prozess mit dem unverschämten Clausenburger geschrieben hat<sup>[15]</sup>. Es ist mir nicht schwer gefallen, diese Sache bei der Universität dahin zu steuern, dass dieser Clausenburger nicht nur einstimmig zur Rückerstattung der 77 Gulden verurteilt wurde, sondern auch nach den Anträgen einiger Herren wegen seiner Unverschämtheit und seiner bei Herrn von Stahl vorgebrachten Verleumdungen, die Ihnen und unserem ganzen Stand abträglich sind, hätte bestraft werden sollen. Clausenburger hat jedoch an unsere Obrigkeit appelliert, und die Sache ist noch hängig. Indessen ist es nötig, dass Sie an Herrn von Stahl über diese Ereignisse Bericht erstatten, damit er sieht, dass man hier über Clausenburgers Grobheit ebenso empört ist, wie er es selbst zu sein allen Grund hat.

Ich empfehle Ihnen mein letzthin zugeschicktes Billet für meine Pension und bitte Sie, mir das Geld nach Eingang sogleich zu überweisen.

Was halten Sie von Herrn Clairauts Erfindung bezüglich der Integralrechnung? Vielleicht habe ich mich von der Neuigkeit zu sehr bestechen lassen. Indes glaube ich, dass ihr Nutzen zur Zeit noch sehr gering ist. Ich habe ihm die von Ihnen gegebenen Beispiele vorgelegt, doch Herr Clairaut hat mir geantwortet, er habe diesen Gegenstand wegen der enormen Weitläufigkeit der Rechnung ganz aufge-

geben<sup>[16]</sup>. Vielleicht haben Sie das aber weiter vervollkommnet und «*aurum ex stercore Ennii*»<sup>[17]</sup> zu gewinnen gewusst etc.

Daniel Bernoulli

Basel, den 12. März 1740.

R 133 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 43  
 Basel, 12. März 1740  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 29, Bl. 26–27v  
 Exzerpierte Kopie – *ibid.*, Bl. 25–31  
 Am 4. Mai (23. April) der Akademischen Konferenz vorgelegt (cf. *Protokoly* 1, p. 607)

- [1] Es handelt sich um die Pariser Preisschriften zur Gezeitentheorie von L. Euler (E. 57) und D. Bernoulli (1741, DB. 33). – Cf. Brief Nr. 43, Anm. 1.
- [2] D. Bernoulli erwähnt in seiner Preisschrift Bouguer nicht direkt, da dessen Bericht über die Expedition nach Südamerika erst 1749 publiziert wurde.
- [3] Cf. Eulers Brief Nr. 43, p. 356 / 363 h.v.
- [4] Im freien Raum rechts neben der Figur steht die Bemerkung D. Bernoullis: «Dieses *Problema* kan ich *de omni figura BCD* [solvieren]».
- [5] Cf. Brief Nr. 40, Anm. 29. Ebenso wie Cramer plante auch Jallabert, auf dem Genfersee einige Experimente durchzuführen. Der Briefwechsel von D. Bernoulli mit Jallabert aus den Jahren 1738–42 ist teilweise erhalten geblieben. Eine maschinenschriftliche Transkription dieser Briefe befindet sich in der Sammlung von Bernoulli-Manuskripten in der Universitätsbibliothek Basel. – Cf. Brief Nr. 32, Anm. 7.
- [6] Cf. Brief Nr. 41, Anm. 10.
- [7] Cf. Maupertuis' Traktat über die Gestalt der Erde (1738a, I. 3, ch. 5).
- [8] Es handelt sich hier um das von D. Bernoulli bestellte Porträt des Herzogs von Kurland E.J. Biron.
- [9] Die hier erwähnte Abhandlung D. Bernoullis (1751, DB. 35) über Integrationen und Differentialgleichungen wurde als Auszug aus einem Brief von Bernoulli an Euler im 13. Band der *Petersburger Commentarii* gedruckt und erscheint aus diesem Grunde als Brief Nr. 46 im vorliegenden Band (cf. Nr. 46, Anm. 1).
- [10] Cf. den Brief Eulers an N. I Bernoulli vom 10. November 1742 (O. IV A, 2, p. 554 / 568 und p. 578, Anm. 2), Bernoullis Antwortbrief vom 6. April 1743 (*ibid.*, p. 581–583 / 586–588) sowie Fellmann (1996).
- [11] Cf. Brief Nr. 51, Anm. 5.
- [12] Cf. Fahrenheit (1724), Boerhaave (1732).
- [13] Die Temperaturen von 180 und 200 Grad nach Delisle entsprechen  $-20^{\circ}\text{C}$  bzw.  $-33^{\circ}\text{C}$ .
- [14] Diesen Brief beantwortete D. Bernoulli am 26. März 1740 (cf. Anhang VII.3, Nr. 17, p. 967 h.v.).
- [15] Die Einzelheiten dieses Schulden- und Verleumdungsskandals sind uns nicht bekannt; bei ihren Protagonisten handelt es sich möglicherweise um den Fechtmeister der Universität Basel, Andreas Clausenburger, und den estnischen Offizier Carl Friedrich von Staal, der damals in russischen Diensten stand.
- [16] Von der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und Clairaut ist aus der Zeit vor 1759 kein Brief erhalten geblieben.
- [17] «Gold aus dem Mist des Ennius» ist ein Zitat nach Cassiodor, *Institutiones* I, 450.

46

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, ca. März 1740

Excerpta ex Litteris a Daniele Bernoulli ad Leonhardum Euler<sup>[1]</sup>

Egregia plane sunt, Vir Celeberrime, quae mihi de novo fere calculi integralis genere perscribis: placet tuus quantitates a circulo pendentis notandi modus eoque pariter jam pridem usus sum: recte etiam hujusmodi quantitates constanter reducis ad circulum eundem, cujus radium ponis aequalem unitati, non secus ac quantitates logarithmicae reduci solent ad logarithmicam cujus subtangens sit unitate expressa<sup>[2]</sup>: tum vero admiratus sum insignem usum, quem primus observasti hujusmodi quantitatibus inesse, ingentem aequationum differentialium altioris gradus segetem ad quantitates finitas reducendi. Habent autem quantitates ad logarithmicam et circulum pertinentes, quum differentiantur continue, multas insignes proprietates, quibus te usum esse video, tum etiam conjicio, te methodum integrandi hic adhibere indirectam sed ea tamen circumspectione, quam in ejusmodi methodis indirectis alias negligunt, ut tot novas quantitates constantes arbitrarias aequatio integralis contineat, quot methodo integrandi directa ab additione constantium prodire potuissent: Ita scilicet formulae integratae omnem quam possunt obtinent extensionem: Circumspectum hic utique esse oportet in dijudicandis et enumerandis diversis quantitatibus constantibus ad institutum utilibus, quia saepissime inutiles sunt, quae nonnisi post serium examen tales esse judicantur: Ita verbi gratia haec formula<sup>[3]</sup>

$$a \text{ S. A. } (b + x) + c \text{ S. A. } (f + x)$$

duas tantum quantitates arbitrarias continere censenda est, quia mutari potest in hanc formulam

$$m \text{ S. A. } x + n \text{ Cos. A. } x,$$

unde liquet quam facile in isto negotio nubes pro Junone accipi possit<sup>[4]</sup>; operae pretium foret examinare atque inquirere an et quales regulae dari possint in aestimando vero quantitatum constantium ad propositum utilium numero ut certi deinde esse possimus, post integrationes indirectas omnes problematis solutiones possibiles fuisse exhibitas.

Ut vero propius accedam ad calculi specimina, quae mihi proposuisti, observavi quod pleraque fundata sunt in forma quam habet  $d^n \text{ S. A. } (a + bx)$  posita  $dx$  constante: Est scilicet, quiscunque fuerit numerus  $n$ , constantissime

$$d^n \text{ S. A. } (a + bx) = \pm b^n dx^n \text{ S. A. } (a + bx) \quad \text{vel} \quad = \pm b^n dx^n \text{ Cos. A. } (a + bx)$$

prouti  $n$  fuerit numerus vel multiplus quaternarii aut ab eodem vel unitate vel binario vel ternario deficiat. Similem habent proprietatem quantitates exponentiales: Imprimis autem observanda est lex, secundum quam progrediuntur differentialia

quantitatum, quae oriuntur a multiplicatione utriusque generis, nempe differentialia hujusmodi quantitatum  $e^{cx} \times \text{S. A.}(a + bx)$ , ubi  $e$  denotat numerum, cujus logarithmus est unitas. Docet nimirum calculus esse pro quocunque numero  $n$ ,

$$d^n e^{cx} \times \text{S. A.}(a + bx) = M dx^n \times e^{cx} \text{S. A.}(a + bx) + N dx^n \times e^{cx} \text{Cos. A.}(a + bx),$$

ubi  $M$  et  $N$  denotant quantitates constantes diversimode compositas ex litteris  $b$  et  $c$  secundum legem observatu facillimam: Potest itaque litteris  $b$  et  $c$  talis assignari valor (quod quidem fit aequatione ad tot dimensiones assurgente, quot habet numerus  $n$  unitates) ut sit  $N = 0$  et  $M$  aequalis cuicunque numero dato: Et quia aequatio plurium dimensionum plures habet radices diversas, patet simul posse pluribus modis huic conditioni satisfieri. Quid autem faciendum sit, cum radices sunt vel imaginariae vel inter se aequales, ex sequentibus patebit. Haec omnia simpliciter fundantur super eo, quod  $d \text{ S. A. } z$  est  $= dz \text{ Cos. A. } z$  et  $d \text{ Cos. A. } z = -dz \text{ S. A. } z$ .

Dubitare perlectis litteris tuis<sup>[5]</sup>, Vir Clarissime, non licet, quin haec omnia tibi similiter fuerint observata, iisque integrationes formularum, quas perscribis, superinstruxeris. Jam itaque hasce formulas integrandas suscipio, ut videas an recte argumentum hoc fuerim assecutus, et aliquas superaddam commentationes, quas Te non improbaturum esse confido.

I. Exemplum primum quod allegas, hoc est, posita  $dz$  constante,

$$nn dds + s dz^2 = m dz^2 \text{ S. A. } z$$

ad quod te argumento de aestu maris nuper ab Academia Regia Sc[ientiarum] Paris[ina] Eruditis proposito perductum fuisse scribis.

Hic facile est praevidere quod si ponatur  $s = \alpha \text{ S. A. } z$ , omnes aequationis termini hanc debeant acquirere formam  $M dz^2 \text{ S. A. } z$ , ita ut possit valor litterae  $\alpha$  assignari talis, ut omnes termini se destruant sicque aequationi perfecte satisfiat; hunc scilicet in finem facienda est  $\alpha = \frac{-m}{nn-1}$ . Igitur aequationi differentiali propositae satisfacit haec aequatio  $s = \frac{-m}{nn-1} \text{ S. A. } z$ , quae autem nimis adhuc est particularis. Huic ut occurram defectui, pono  $s = \frac{-m}{nn-1} \text{ S. A. } z + q$ , et sic aequatio proposita abit in hanc

$$nn ddq + q dz^2 = 0.$$

Haec ultima quidem aequatio directe potest integrari; quia vero animus est usum ostendere integrationum indirectarum, utor proprietatibus supra expositis, quas hic adhibendas esse ipsa aequationis hujus forma indicat: pono itaque  $q = f \text{ S. A.}(hz + g)$  inquisiturus in valorem litterae  $h$  talem, ut problemati satisfiat: prodit autem post institutum calculum  $h = \frac{1}{n}$ , atque sic est

$$q = f \text{ S. A.} \left( \frac{z}{n} + g \right)$$



quae omnes problematis casus possibiles continere dicenda est, quia tot novis gaudet quantitativis arbitrariis utilibus, nempe  $f$  et  $g$ , quot ab integratione directa oriri potuissent. Invento valore  $q$  eoque substituto in aequatione assumpta

$$s = \frac{m}{nn-1} \text{ S. A. } z + q, \text{ prodit aequatio finalis}$$

$$s = \frac{-m}{nn-1} \text{ S. A. } z + f \text{ S. A. } \left( \frac{z}{n} + g \right).$$

Haec quidem aequatio prima fronte videtur diversa a tua, quam mihi perscripsisti, revera autem inter se egregie conveniunt. Invenisti scilicet

$$s = a \text{ S. A. } \frac{z}{n} + b \text{ Cos. A. } \frac{z}{n} + \frac{m}{nn-1} \left( n \text{ Sin. A. } \frac{z}{n} - \text{ S. A. } z \right).$$

Ut vero identitas aequationum nostrarum patefiat, notabimus esse

$$\text{ S. A. } \left( \frac{z}{n} + g \right) = \text{ Cos. A. } g \times \text{ S. A. } \frac{z}{n} + \text{ S. A. } g \times \text{ Cos. A. } \frac{z}{n}.$$

Potest igitur aequationi meae haec dari forma

$$s = \frac{-m}{nn-1} \text{ S. A. } z + f \text{ Cos. A. } g \times \text{ S. A. } \frac{z}{n} + f \text{ S. A. } g [\times] \text{ Cos. A. } \frac{z}{n}.$$

Tua vero aequatio transpositis terminis haec est,

$$s = \frac{-m}{nn-1} \text{ S. A. } z + \left( \frac{mn}{nn-1} + a \right) \text{ S. A. } \frac{z}{n} + b \text{ Cos. A. } \frac{z}{n}.$$

Igitur conveniet aequatio tua cum mea, si ponas

$$a = f \text{ Cos. A. } g - \frac{mn}{nn-1} \quad \text{et} \quad b = f \text{ S. A. } g$$

atque hae substitutiones, ut vides, aequationem tuam reddunt haud parum concinniores.

Lubet nunc addere problematis tui solutionem directam, ut appareat isto exemplo, tutissimum esse hunc integrandi modum indirectum. Sit igitur rursus integranda aequatio

$$nn \, dds + s \, dz^2 = m \, dz^2 \text{ S. A. } z.$$

Ponatur  $\text{ S. A. } z = r$ , erit  $dz = \frac{dr}{\sqrt{1-r^2}}$  atque (ob  $dz$  aequalem constanti)

$$dr^2 = \frac{1-r^2}{r} \times -ddr. \text{ His substitutis valoribus fit}$$

$$nn \, dds + \frac{s \, dr^2}{1-r^2} = \frac{mr \, dr^2}{1-r^2} \quad \text{vel}^{[6]} \quad nn \, dds = \frac{s-mr}{r} \, ddr.$$

Ponatur  $s = \frac{-mr}{nn-1} + q$ , ut sic aequatio fiat simplicior et obtinebitur successive  $nnr ddq = q ddr$ , vel  $nnr ddq = \frac{-qr dr^2}{1-r^2}$  vel  $\frac{nn ddq}{q} = \frac{-dr^2}{1-r^2}$  vel denique  $\frac{nn ddq}{q} = -dz^2$ . Multiplicetur haec ultima aequatio per  $q dq$  et erit

$$nn dq ddq = -q dq dz^2,$$

quae integrata cum additione constantis dat

$$\frac{1}{2}nn dq^2 = -\frac{1}{2}qq dz^2 + \frac{1}{2}ff dz^2, \quad \text{sive} \quad dz = \frac{n dq}{\sqrt{ff - qq}}.$$

Est autem  $\int \frac{n dq}{\sqrt{ff - qq}} = n \text{ A.S. } \frac{q}{f}$ : Est itaque facta secunda integratione cum addita constante  $ng$   $z + ng = n \text{ A.S. } \frac{q}{f}$  vel  $\text{A.S. } \frac{q}{f} = \frac{z}{n} + g$ . Potest vero signum A.S., si convertatur, in partem alteram transferri; hoc igitur facto prodit  $\frac{q}{f} = \text{S. A. } \left(\frac{z}{n} + g\right)$  vel  $q = f \text{ S. A. } \left(\frac{z}{n} + g\right)$ . Quia autem supra posita fuit  $s = \frac{-mr}{nn-1} + q$  atque  $r = \text{S. A. } z$ , erit

$$s = \frac{-m}{nn-1} \text{ S. A. } z + f \text{ S. A. } \left(\frac{z}{n} + g\right),$$

quae aequatio eadem plane est cum priori indirecte inventa.

Si jam signum termini primi mutetur in aequatione proposita atque detur

$$-nn dds + s dz^2 = m dz^2 \text{ S. A. } z$$

fit secundus aequationis integratae terminus imaginarius, nempe talis

$$f \text{ S. A. } \left(\frac{z}{n\sqrt{-1}} + g\right):$$

dico autem posse in hujusmodi casibus sinibus arcuum circularium imaginariorum semper substitui quantitates exponentiales, quae tunc fiunt reales: satisfaciet nempe hic talis aequatio

$$s = \frac{m}{nn+1} \text{ S. A. } z + a e^{\frac{z}{n}} + b e^{\frac{-z}{n}}.$$

Caeterum potest aequatio proposita infinitis modis generalior reddi atque etiamnum integrari; sed haec taceo ne epistolae limites transgrediar.

II. Progredior ad exemplum alterum, quod praesertim amo, quia pertinet ad argumentum mechanicum jam pridem a me propositum et a nobis ambobus solutum, argumentum intelligo, de figura quam lamina uniformis elastica muro infixam

et vibrata affectat, quae figura prius definienda est quam numerus vibrationum dato tempore respondens, de quo imprimis quaestio erat, determinari possit. Hanc autem figuram posita abscissa  $v$ , applicata  $s$  factoque  $dv$  constante, convenire invenimus cum hac aequatione

$$d^4 s = f^4 s dv^4$$

quae quidem per series concinne tractatur, ita ut numerus vibrationum absolutus pro dato tempore inde rite definiri possit, si artificia quaedam mechanica adhibeantur. Methodus mea, quam nondum cum Academia communicare per otium licuit, talis est, ut facto experimento, quantum extremitas laminae dato pondere a situ naturali distrahatur observataque proportionem inter pondus istud et pondus laminae, accurate numerus vibrationum definiatur: omnem etiam meam theoriam experimentis confirmavi. Equidem tunc temporis etiam integrationem praefatae aequationis methodo directa tentaveram, sed ultra integrationem secundam non perveni: Nunc vero Tibi hanc observationem debemus, quod ista aequatio plane ad quantitates finitas reduci possit: Obscura autem factis nostris annotationibus ista reductio non est; nec enim aliud requiritur quam ut inveniatur quantitas expressa per  $v$  et quatuor novas constantes talis, ut ipsius differentialis quarti ordinis sit ipsi quantitati quaesitae proportionalis, cui problemati quomodo satisfaciendum sit, jam luculenter ex praemissis patet: Dico autem aequationem quaesitam proprie talem fore

$$s = a e^{fv} + b e^{-fv} + c e^{fv\sqrt{-1}} + g e^{-fv\sqrt{-1}}.$$

Quia vero hic duae sunt quantitates exponentiales imaginariae, potest earum loco substitui sinus alicujus arcus realis, qui per methodum supra expositam invenitur<sup>[7]</sup>  $g$  S. A.  $(fv + h)$  ita ut vera aequatio haec sit

$$s = a e^{fv} + b e^{-fv} + g \text{ S. A. } (fv + h).$$

III. Progredior ad exemplum, quod proponis, generalius, nempe aequationem integrandam

$$d^n s = f^n s dv^n$$

quae concinnior paullo redditur ponendo  $fv = q$ : ita enim fit

$$d^n s = s dq^n$$

in qua aequatione  $dq$  etiamnum constans est.

Huic aequationi quidem semper satisfacit haec aequatio  $s = a e^q$ ; quia vero aequatio generalissima postulat ut tot gaudeat novis arbitrariis constantibus quot sunt unitates in  $n$ , de aliis insuper cogitandum est terminis similiter satisfaciendis. Huic alteri postulato satisfaceret ponendo

$$s = a e^q + b e^{Aq} + c e^{Bq} + f e^{Cq} + \text{etc.}$$

si scilicet per 1,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  etc. intelliguntur radices hujus aequationis  $x^n = 1$ : Quoniam autem sola radix prima semper est realis et reliquae omnes sunt imaginariae,

nisi  $n$  sit numerus par, ubi simul satisfacit terminus  $b e^{-q}$ , colligo recurrendum esse ad hujusmodi terminos  $e^{gq}$  S. A.  $(c + bq)$ , quorum quivis poterit intelligi multiplicatus per quantitatem arbitrariam constantem: litterae autem  $b$  et  $g$  determinabuntur, ut mox indicabitur; aequationes autem, quibus determinantur, fiunt altioris gradus atque sic plures obtinent radices; unde liquet si unicus inventus fuerit terminus  $e^{gq}$  S. A.  $(c + bq)$ , reliquos simul innotescere, variando radices quantitatum  $g$  et  $b$ : Problema itaque eo reductum est ut aequationes exhibeantur, quibus hae litterae  $g$  et  $b$  determinari possint. Dico autem si vestigiis supra expositis insistatur tales prodire aequationes

$$\begin{aligned} g^n &= \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} g^{n-2} b b + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} g^{n-4} b^4 \\ &- \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} g^{n-6} b^6 + \text{etc.} = 1 \end{aligned}$$

atque

$$\begin{aligned} n g^{n-1} b &= \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} g^{n-3} b^3 \\ &+ \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} g^{n-5} b^5 - \text{etc.} = 0. \end{aligned}$$

Observavi autem, postquam hasce aequationes cum formula tua aequationis integralis quaesitae contuli, litteram  $b$  exprimere sinum arcus circularis, qui se habeat ad circumferentiam circuli, ut 1 ad  $n$  et litteram  $g$  exprimere ejusdem arcus cosinum. Indicetur itaque circumferentia circuli per  $C$ ,<sup>[8]</sup> erit  $b = \text{S. A. } \frac{C}{n}$  et  $g = \text{Cos. A. } \frac{C}{n}$ . Quia vero sinus et cosinus arcuum  $\frac{C}{n}$ ,  $\frac{2C}{n}$ ,  $\frac{3C}{n}$  etc. eadem exprimuntur aequatione, ideo poterit etiam poni  $b = \text{S. A. } \frac{2C}{n}$ ,  $b = \text{S. A. } \frac{3C}{n}$  etc. atque similiter  $g = \text{Cos. A. } \frac{2C}{n}$ ,  $g = \text{Cos. A. } \frac{3C}{n}$  etc. Ex hisce omnibus sequitur aequationem quaesitam ita se habere<sup>[9]</sup>

$$\begin{aligned} s = \alpha e^q &+ \beta e^{q \text{ Cos. A. } \frac{C}{n}} \left( c + q \text{ S. A. } \frac{C}{n} \right) + \gamma e^{q \text{ Cos. A. } \frac{2C}{n}} \left( f + q \text{ S. A. } \frac{2C}{n} \right) \\ &+ \delta e^{q \text{ Cos. A. } \frac{3C}{n}} \left( h + q \text{ S. A. } \frac{3C}{n} \right) + \text{etc.} \end{aligned}$$

Atque haec praemissa aequatio plane eadem est cum Tua, quam mihi perscripsisti. Quod vero eam secundum omnes circumstantias fuissem assecuturus, vel non perlectis litteris tuis, id nunc nec pro certo affirmare nec abs te exigere possem ut credas. Videbis tamen ex sequenti exemplo, cujus nullam apposuisti solutionem, a via recta me nequaquam aberrasse. Nec enim quicquam eorum, quae cum Patre meo hac de re communicasti, ullo modo mihi in notitiam venit<sup>[10]</sup>.

IV. Exemplum istud ita se habet. Requiritur scilicet aequatio integralis adaequata huic aequationi differentiali cujuscunque ordinis

$$y = \frac{\alpha dy}{dx} + \frac{\beta ddy}{dx^2} + \frac{\gamma d^3y}{dx^3} + \frac{\delta d^4y}{dx^4} + \text{etc.} = 0$$

in qua  $dx$  sit constans.

Solutioni generali hujus problematis praemittam solutionem aliquot casuum particularium:

Sit *primo*  $y + \frac{\alpha dy}{dx} = 0$ . Erit ut notum est  $y = a e^{-\frac{x}{\alpha}}$ .

Sit *secundo*  $y + \frac{\alpha dy}{dx} + \frac{\beta ddy}{dx^2} = 0$ . Dico fore<sup>[11]</sup>

$$y = a e^{-\frac{\alpha x}{2\beta}} \times \text{S. A.} \left( c + \frac{x}{2\beta} \sqrt{4\beta - \alpha\alpha} \right).$$

Si vero  $\alpha\alpha$  major fuerit quam  $4\beta$ , fore tunc

$$y = a e^{\left(-\frac{\alpha}{2\beta} + \sqrt{\alpha\alpha - 4\beta}\right)x} + b e^{\left(-\frac{\alpha}{2\beta} - \sqrt{\alpha\alpha - 4\beta}\right)x}$$

atque, si  $\alpha\alpha = 4\beta$ , tunc mutata paullo aequationis forma, fore

$$y = (a + bx) e^{-\frac{2x}{\alpha}}.$$

Unde jam patet posse hujusmodi aequationes integrales diversas habere formas, idque porro patebit in sequenti casu.

Sit *tertio*

$$y + \frac{\alpha dy}{dx} + \frac{\beta ddy}{dx^2} + \frac{\gamma d^3y}{dx^3} = 0,$$

dico aequationem integralem hujusmodi fore

$$\begin{aligned} y &= a e^{fx} + b e^{gx} + c e^{hx} \\ \text{aut } y &= a e^{fx} + (b + cx) e^{gx} \\ \text{aut } y &= (a + bx + cxx) e^{fx} \\ \text{aut denique } y &= a e^{fx} + b e^{gx} \times \text{sin. A.} (c + hx), \end{aligned}$$

in quibus singulis litterae  $a$ ,  $b$  et  $c$  sunt arbitrariae constantes, dum litterae  $f$ ,  $g$  et  $h$  aequationibus, quas calculus indicat, sunt determinandae: quatenam vero ex praefatis aequationibus sint seligendae, et quonam fundamento haec omnia innitantur, apparebit nunc ex solutione problematis generali.

Sit igitur jam *generaliter*

$$y + \frac{\alpha dy}{dx} + \frac{\beta ddy}{dx^2} + \frac{\gamma d^3y}{dx^3} + \frac{\delta d^4y}{dx^4} + \text{etc.} = 0.$$

Ad solutionem aequationis generalem, construenda est talis aequatio

$$1 + \alpha s + \beta ss + \gamma s^3 + \delta s^4 + \text{etc.} = 0.$$

Sintque hujus aequationis radices  $A, B, C, D$  etc. ita ut sit

$$(s - A) \times (s - B) \times (s - C) \times (s - D) \times \text{etc.} = 0,$$

dico fore

$$y = a e^{Ax} + b e^{Bx} + c e^{Cx} + d e^{Dx} + \text{etc.},$$

ubi litterae  $a, b, c, d$  etc. exprimunt quantitates arbitrarias constantes. Demonstratio autem hujus solutionis ex praemissis abunde patet.

Jam vero contingere potest, ut aliquae aut etiam omnes quantitates  $A, B, C, D$  etc. sint imaginariae, quibus in casibus solutio esset imperfecta. Huic defectui ita remedium affertur:

Sint v. gr.  $C$  et  $D$  duae radices imaginariae (nec enim numero impares esse possunt) dico in aequatione quaesita loco terminorum  $c e^{Cx} + d e^{Dx}$  terminum esse substituendum

$$f e^{\frac{C+D}{2}x} \times \text{S. A.} \left( g + \frac{C-D}{2\sqrt{-1}} x \right)$$

atque hunc semper fore realem, si  $C$  et  $D$  radices quadratas quantitatis alicujus negativae involvant. Si plures sint hujusmodi radices imaginariae, pro singulis binis praefata substitutio facienda est. Nondum tamen mihi satis exploratum est, an in omni casu alterutrum quantitatum genus problemati recte satisfaciat, veluti cum quantitates  $C, D$  etc. radices involvunt imaginarias altioris gradus. Haec et multa alia, quae nunc praetereo, aliquando paullo maturius examinabo: quae enim nunc scribo, tumultuaria sunt.

Potest porro accidere, ut duae aut plures radices expressae per  $A, B, C, D$  etc. sint aequales, quod cum fit, confluent aliqui terminorum in aequatione

$$y = a e^{Ax} + b e^{Bx} + c e^{Cx} + d e^{Dx} + \text{etc.}$$

sicque aliquae arbitrariorum  $a, b, c, d$  etc. inutiles fiunt nec amplius aequatio ista totam suam habet extensionem. Huic nunc defectui occurritur multiplicando quantitatem exponentialem communem per  $a + bx + cxx + \text{etc.}$ , ubi tot termini sunt sumendi quot radices sunt aequales, idque cum singulis quantitibus exponentialibus, quae ita conflatae fuerunt ex pluribus aliis, faciendum est.

Fuerit exempli causa

$$y + 4 \frac{dy}{dx} + 4 \frac{ddy}{dx^2} = 0;$$

erit aequatio integralis generalissima

$$y = (a + bx) e^{-\frac{1}{2}x}.$$

Similiter si proponatur aequatio integranda

$$y + 3 \frac{dy}{dx} + 3 \frac{ddy}{dx^2} + \frac{d^3y}{dx^3} = 0,$$

dico fore

$$y = (a + bx + cxx) e^{-x}.$$

Nec plane omittendus est usus hujus integrandi methodi indirectae, qui in eo consistit, quod saepe aequationes differentiales sive substitutionibus sive praesertim ulteriori aequationis propositae differentiatione ad classes, quas exposuimus, reduci possint. In illustrationem et confirmationem hujus observationis inserviet sequens exemplum. Sit aequatio integranda

$$(A) \quad 8 dx^2 + 2y ddy = dy^2 + 4yy dx^2.$$

Haec aequatio differentiatia (ponimus autem ubique  $dx$  constantem) dat

$$(B) \quad d^3y = 4 dy dx^2,$$

quae jam est ex classe aequationum, quarum integrationem docuimus: est nempe aequatio ejus integralis universalissima talis

$$(C) \quad y = a + b e^{2x} + c e^{-2x}.$$

Haec vero aequatio (C) adaequata quidem est aequationi (B) sed nimiam habet extensionem ratione aequationis propositae (A) quam saltem comprehendit ceu aequationem particulariorem: igitur restringenda est aequatio (C) et ex ea casus inutiles sunt eliminandi. Id vero fit differentiando duabus vicibus aequationem (C) substituendoque valores inde inveniendos  $y$ ,  $dy$  et  $ddy$  in aequatione proposita (A) tumque faciendo ut huic aequationi recte satisfiat, quod hic efficitur sumendo  $c = \frac{aa - 2}{4b}$ . Est igitur vera aequatio quaesita talis

$$y = a + b e^{2x} + \frac{aa - 2}{4b} e^{-2x}.$$

Atque haec circumspectio adhibenda est, quoties aequatio aliqua proposita ulterius differentiatia fuit antequam ad ipsius aequationem integram perventum fuerit.

Difficile ergo non est, ut vides, formas hujusmodi aequationum integralium praevidere, modo quis cognitam prius habuerit legem secundum quam differentialia quantitatuum, quas hic consideravimus, progrediuntur et nullus dubito, quin praeter circulum et logarithmicam, aliae adhuc sint curvae, in quibus variae lineae speciali signo denotatae similibus, quum differentiantur, gaudeant proprietatibus, quae novum integrandi fontem suppeditare possint. Vide jam, Vir Celeberrime, an haec cum tuis conveniant. Ego quidem methodos nostras nihil differre conjicio, nec ea quae nova addidi te minus probaturum esse spero.

### Übersetzung

Auszug aus einem Brief von Daniel Bernoulli an Leonhard Euler<sup>[1]</sup>

Was Sie } ... { mir über eine so gut wie neue Gattung der Integralrechnung schreiben, ist in der Tat hervorragend. Ihre neue Notationsweise für die Kreisfunktionen gefällt mir; ich habe diese gleicherweise schon vor langer Zeit auch



verwendet. Richtig ist es auch, dass Sie derartige Grössen konsequent auf ein und denselben Kreis zurückführen, dessen Radius Sie gleich 1 setzen; nicht anders pflegt man auch die logarithmischen Grössen auf die Logarithmika zurückzuführen, deren Subtangente durch die Einheit ausgedrückt wird<sup>[2]</sup>. Alsdann aber bewunderte ich die ausgezeichnete Anwendung, die Sie als erster an derartigen Grössen beobachtet haben, mittels welcher eine ungeheure Ernte von Differentialgleichungen höherer Ordnung auf endliche Grössen gebracht werden können. Die auf die Logarithmika und den Kreis bezogenen Grössen haben – wenn sie fortlaufend differenziert werden – viele ausgezeichnete Eigenschaften, die Sie, wie ich sehe, benutzt haben. Ferner vermute ich auch, dass Sie hier eine indirekte Integrationsmethode anwenden, aber dennoch mit solcher Umsicht, an der es andere bei derartigen indirekten Methoden fehlen lassen: So enthält die Integralgleichung so viele neue willkürliche Konstanten, wie mit der direkten Integrationsmethode durch Addition von Konstanten hätten herauskommen können. Denn so erhalten die Integralformeln den ganzen ihnen zukommenden Geltungsbereich. Bei der Beurteilung und Aufzählung der verschiedenen Konstanten ist stets darauf zu achten, ob sie zweckdienlich sind, weil sie sehr oft unnütz sind und das erst nach ernsthafter Prüfung entschieden werden kann. So sollte man beispielsweise sagen, dass die Formel<sup>[3]</sup>

$$a \sin. A.(b+x) + c \sin. A.(f+x)$$

nur zwei willkürliche Konstanten enthält, weil sie in den Ausdruck

$$m \sin. A.x + n \cos. A.x$$

verwandelt werden kann, woraus erhellt, wie leicht man bei dieser Aufgabe die Wolke für die Göttin nehmen kann<sup>[4]</sup>. Es wäre der Mühe wert zu untersuchen, ob und was für Regeln für die Abschätzung der Anzahl der Konstanten, die für die vorliegende Aufgabe nützlich sind, aufgestellt werden könnten, damit wir nach den indirekten Integrationen sicher sein können, dass alle möglichen Lösungen des Problems dargestellt worden sind.

Um nun aber näher auf die Rechenbeispiele einzugehen, die Sie mir vorgelegt haben, habe ich beobachtet, dass die meisten auf der Form von  $d^n \sin. A.(a+bx)$  (mit  $dx = \text{const.}$ ) beruhen. Es gilt nämlich für eine beliebige Zahl  $n$  stets

$$d^n \sin. A.(a+bx) = \pm b^n dx^n \sin. A.(a+bx) \quad \text{oder} \quad = \pm b^n dx^n \cos. A.(a+bx),$$

je nachdem  $n$  entweder ein Vielfaches von 4 ist oder davon um 1, 2 oder 3 abweicht. Eine ähnliche Eigenschaft weisen die Exponentialgrössen auf. Hauptsächlich jedoch ist das Gesetz zu beachten, gemäss welchem die Differentiale der Grössen voranschreiten, die aus der Multiplikation beider Arten hervorgehen, nämlich die Differentiale der Grössen  $e^{cx} \sin. A.(a+bx)$ , wo  $e$  die Zahl bezeichnet, deren Logarithmus 1 ist. Die Rechnung lehrt nämlich, dass für eine beliebige Zahl  $n$  gilt

$$d^n e^{cx} \times \sin. A.(a+bx) = M dx^n \times e^{cx} \sin. A.(a+bx) + N dx^n \times e^{cx} \cos. A.(a+bx),$$

wobei  $M$  und  $N$  Konstanten bezeichnen, die auf verschiedene Weise aus den Buchstaben  $b$  und  $c$  gemäss einem sehr leicht einzusehenden Gesetz zusammengesetzt sind. Deshalb kann den Buchstaben  $b$  und  $c$  ein solcher Wert zugeordnet werden – und zwar mittels einer Gleichung, die zu so vielen Dimensionen aufsteigt, wie die Zahl  $n$  Einheiten umfasst –, dass  $N = 0$  und  $M$  gleich einer beliebigen Zahl ist. Und weil eine Gleichung von mehreren Dimensionen mehrere verschiedene Wurzeln aufweist, ist es klar, dass diese Bedingung auf mehrere Arten erfüllt werden kann. Was aber zu tun ist, wenn die Wurzeln entweder imaginär oder unter sich gleich sind, erhellt aus dem Folgenden. Das alles beruht einfach darauf, dass  $d \sin. A. z = dz \cos. A. z$  und  $d \cos. A. z = -dz \sin. A. z$  ist.

Nach der Lektüre Ihres Briefes<sup>[5]</sup> } ... < besteht kein Zweifel daran, dass Sie das alles gleicherweise beobachtet und die Integration der Formeln, die Sie angeben, darauf aufgebaut haben. Allein schon deshalb integriere ich diese Formeln, damit Sie sehen können, ob ich diesen Beweis richtig verstanden habe, und bringe noch einige Bemerkungen an im Vertrauen darauf, dass Sie diese nicht allzusehr missbilligen werden.

I. Das erste von Ihnen angeführte Beispiel ist ( $dz = \text{const.}$ )

$$nn \, dds + s \, dz^2 = m \, dz^2 \sin. A. z,$$

zu welchem Sie schreiben, dass Sie darauf bei der neulich von der Pariser Akademie gestellten Preisfrage über die Gezeiten gestossen sind.

Hier ist leicht vorauszusehen, dass, wenn man  $s = \alpha \sin. A. z$  setzt, alle Terme der Gleichung die Form  $m \, dz^2 \sin. A. z$  annehmen müssen; damit kann der Wert von  $\alpha$  so bestimmt werden, dass alle Terme sich gegenseitig aufheben und die Gleichung vollkommen erfüllt ist; zu diesem Zweck muss nämlich  $\alpha = \frac{-m}{nn-1}$  gemacht werden. Somit befriedigt die Gleichung  $s = \frac{-m}{nn-1} \sin. A. z$  die vorgelegte Differentialgleichung, doch ist sie noch zu speziell. Um diesem Mangel zu begegnen, setze ich  $s = \frac{-m}{nn-1} \sin. A. z + q$ , und so geht die vorliegende Gleichung über in

$$nn \, ddq + q \, dz^2 = 0.$$

Diese letzte Gleichung kann unmittelbar integriert werden. Da es jedoch meine Absicht ist, die Anwendung der indirekten Integrationen zu zeigen, mache ich von den oben dargelegten Eigenschaften Gebrauch, deren Anwendung hier die Form dieser Gleichung selbst angibt. Deshalb setze ich  $q = f \sin. A. (hz + g)$ , indem ich den Wert von  $h$  so bestimmen werde, dass er dem Problem genügt. Nach ausgeführter Rechnung ergibt sich aber  $h = \frac{1}{n}$ , und so wird

$$q = f \sin. A. \left( \frac{z}{n} + g \right).$$

Dies enthält alle möglichen Fälle des Problems, weil so viele neue willkürliche und nützliche Konstanten – nämlich  $f$  und  $g$  – vorhanden sind, wie durch direkte Integration hätten entstehen können. Nachdem der Wert von  $q$  gefunden und in der angenommenen Gleichung  $s = \frac{-m}{nn-1} \sin. A. z + q$  eingesetzt worden ist, ergibt sich die endgültige Gleichung

$$s = \frac{-m}{nn-1} \sin. A. z + f \sin. A. \left( \frac{z}{n} + g \right).$$

Diese Gleichung scheint zwar auf den ersten Blick von der Ihrigen verschieden zu sein, die Sie mir geschrieben haben, dennoch stimmen sie in Wirklichkeit miteinander sehr gut überein. Sie fanden nämlich

$$s = a \sin. A. \frac{z}{n} + b \cos. A. \frac{z}{n} + \frac{m}{nn-1} \left( n \sin. A. \frac{z}{n} - \sin. A. z \right).$$

Damit nun die Identität unserer Gleichungen offensichtlich wird, müssen wir beachten, dass

$$\sin. A. \left( \frac{z}{n} + g \right) = \cos. A. g \times \sin. A. \frac{z}{n} + \sin. A. g \times \cos. A. \frac{z}{n}$$

ist, weshalb man meiner Gleichung folgende Form geben kann:

$$s = \frac{-m}{nn-1} \sin. A. z + f \cos. A. g \times \sin. A. \frac{z}{n} + f \sin. A. g \times \cos. A. \frac{z}{n},$$

während die Ihrige nach Umordnung der Terme zu

$$s = \frac{-m}{nn-1} \sin. A. z + \left( \frac{mn}{nn-1} + a \right) \sin. A. \frac{z}{n} + b \cos. A. \frac{z}{n}$$

wird. Daher wird Ihre Gleichung mit der meinigen übereinstimmen, wenn Sie

$$a = f \cos. A. g - \frac{mn}{nn-1} \quad \text{und} \quad b = f \sin. A. g$$

setzen, und diese Substitutionen machen, wie Sie sehen, Ihre Gleichung viel einfacher.

Lassen Sie mich jetzt die direkte Lösung Ihres Problems anfügen, damit aus diesem Beispiel klar wird, dass die indirekte Integrationsmethode völlig sicher ist. Wiederum sei daher die zu integrierende Gleichung

$$nn \, dds + s \, dz^2 = m \, dz^2 \sin. A. z.$$

Man setze  $\sin. A. z = r$ , und es wird  $dz = \frac{dr}{\sqrt{1-rr}}$  und (wegen  $dz = \text{const.}$ )

$dr^2 = \frac{1-rr}{r} \times (-ddr)$ . Nach Substitution dieser Werte wird

$$nn \, dds + \frac{s \, dr^2}{1-rr} = \frac{mr \, dr^2}{1-rr} \quad \text{oder}^{[6]} \quad nn \, dds = \frac{s-mr}{r} \, ddr.$$

Damit die Gleichung einfacher wird, setzen wir  $s = \frac{-mr}{nn-1} + q$  und erhalten sukzessive  $nnr ddq = q ddr$  oder  $nnr ddq = \frac{-qr dr^2}{1-r^2}$  oder  $\frac{nn ddq}{q} = \frac{-dr^2}{1-r^2}$  und somit schliesslich  $\frac{nn ddq}{q} = -dz^2$ . Diese letzte Gleichung multiplizieren wir mit  $q dq$  und erhalten  $nn dq ddq = -q dq dz^2$ , was integriert und mit Addition einer Konstanten  $\frac{1}{2} nn dq^2 = -\frac{1}{2} qq dz^2 + \frac{1}{2} ff dz^2$  oder  $dz = \frac{n dq}{\sqrt{ff - qq}}$  ergibt. Es ist aber  $\int \frac{n dq}{\sqrt{ff - qq}} = n \text{ A. sin. } \frac{q}{f}$ , und nach der zweiten Integration und Addition der Konstanten  $ng$  wird  $z + ng = n \text{ A. sin. } \frac{q}{f}$  oder  $\text{A. sin. } \frac{q}{f} = \frac{z}{n} + g$ . Die Funktion A. sin. kann aber umgekehrt und auf die andere Seite gebracht werden, und dies erzeugt  $\frac{q}{f} = \text{sin. A. } \left( \frac{z}{n} + g \right)$  oder  $q = f \text{ sin. A. } \left( \frac{z}{n} + g \right)$ . Weil aber oben  $s = \frac{-mr}{nn-1} + q$  und  $r = \text{sin. A. } z$  gesetzt wurden, gilt

$$s = \frac{-m}{nn-1} \text{ sin. A. } z + f \text{ sin. A. } \left( \frac{z}{n} + g \right),$$

und diese Gleichung stimmt völlig mit der früheren überein, die wir mit der indirekten Methode gefunden haben.

Änderte sich nun das Vorzeichen des ersten Terms der vorgelegten Gleichung und wäre diese gegeben als

$$-nn dds + s dz^2 = m dz^2 \text{ sin. A. } z,$$

dann würde der zweite Term der integrierten Gleichung imaginär, nämlich  $f \text{ sin. A. } \left( \frac{z}{n\sqrt{-1}} + g \right)$ . Ich behaupte aber, dass in solchen Fällen für die Sinus der imaginären Kreisbogen immer Exponentialgrössen substituiert werden können, die dann reell werden. Das leistet hier nämlich eine solche Gleichung:

$$s = \frac{m}{nn+1} \text{ sin. A. } z + a e^{\frac{z}{n}} + b e^{\frac{-z}{n}}.$$

Übrigens kann die vorgelegte Gleichung auf unendlich viele Arten verallgemeinert und noch immer integriert werden. Doch darüber schweige ich, um die Grenzen eines Briefes nicht zu überschreiten.

II. Ich gehe zum zweiten Beispiel über, das ich deshalb besonders liebe, weil es sich auf ein mechanisches Problem bezieht, das schon früher von mir gestellt und von uns beiden gelöst wurde. Ich meine das Problem von der Form, die ein gleichförmiger elastischer Streifen annimmt, der mit dem einen Ende an einer Mauer befestigt ist und vibriert. Diese Form muss bestimmt werden, bevor die Anzahl der einer gegebenen Zeit entsprechenden Schwingungen berechnet werden

kann, wonach hauptsächlich gefragt wurde. Wir haben aber gefunden, dass diese Form der Gleichung

$$d^4 s = f^4 s dv^4$$

entspricht, wo  $v$  die Abszisse und  $s$  die Ordinate ist und  $dv$  konstant gesetzt wird. Diese Gleichung behandelt man vorteilhaft mittels der Reihen, so dass die Anzahl der in einer gegebenen Zeit ausgeführten Schwingungen damit richtig bestimmt werden kann, wenn man eine gewisse mechanische Geschicklichkeit anwendet. Meine Methode, die ich aus Zeitgründen der Akademie noch nicht mitgeteilt habe, ist so beschaffen: Zunächst wird experimentell festgestellt, wie weit das Ende des Streifens durch ein gegebenes Gewicht aus seiner natürlichen Lage ausgestreckt wird, und das Verhältnis zwischen jenem Gewicht und dem des Streifens beobachtet; daraufhin kann die Anzahl der Schwingungen genau bestimmt werden. Meine ganze Theorie habe ich experimentell bestätigt. Freilich versuchte ich danach auch die Integration der vorerwähnten Gleichung mit der direkten Methode, doch gelangte ich nicht über die zweite Integration hinaus. Jetzt aber verdanken wir Ihnen die Beobachtung, dass jene Gleichung völlig auf endliche Grössen zurückgeführt werden kann. Diese Zurückführung ist nach unseren Anmerkungen nicht weiter im Dunkeln, denn es wird nichts anderes verlangt, als eine durch  $v$  und vier neue Konstanten ausgedrückte Grösse zu finden derart, dass ihr Differential vierter Ordnung der gesuchten Grösse proportional ist. Auf welche Weise diesem Problem Genüge getan werden kann, wird schon aus den Voraussetzungen gehörig klar. Ich sage aber, die gesuchte Gleichung muss eigentlich so aussehen:

$$s = a e^{fv} + b e^{-fv} + c e^{fv\sqrt{-1}} + g e^{-fv\sqrt{-1}}.$$

Weil hier aber zwei imaginäre Exponentialgrössen auftreten, kann für sie der Sinus eines reellen Kreisbogens substituiert werden, der nach der oben dargestellten Methode als  $g \sin. A.(fv + h)$  gefunden wird<sup>[7]</sup>, und so wird die wahre Gleichung

$$s = a e^{fv} + b e^{-fv} + g \sin. A.(fv + h).$$

III. Ich gehe weiter zu dem allgemeineren Beispiel, das Sie vorlegen, nämlich zur Integration der Gleichung

$$d^n s = f^n s dv^n,$$

die durch die Substitution  $fv = q$  etwas eleganter wird, nämlich zu

$$d^n s = s dq^n,$$

wobei  $dq$  noch immer konstant ist.

Sie wird allerdings immer befriedigt durch die Gleichung  $s = a e^q$ . Weil aber die allgemeinste Gleichung so viele neue willkürliche Konstanten verlangt, wie die Zahl  $n$  angibt, muss man zusätzlich über die anderen Terme, welche die Gleichung gleichermassen befriedigen, nachdenken. Dieser zweiten Forderung wird entsprochen, indem man setzt

$$s = a e^q + b e^{Aq} + c e^{Bq} + f e^{Cq} + \text{etc.},$$

wenn man nämlich unter  $1, A, B, C$  etc. die Wurzeln der Gleichung  $x^n = 1$  versteht. Da aber allein die erste Wurzel reell ist und alle übrigen imaginär sind (ausser wenn  $n$  eine gerade Zahl ist und auch der Term  $b e^{-q}$  befriedigt), folgere ich, dass man auf Terme von der Art  $e^{gq} \sin. A. (c + bq)$  zurückgreifen muss, von welchen jeder mit einer willkürlichen Konstanten multipliziert gedacht werden kann. Wie man die Buchstaben  $b$  und  $g$  bestimmt, werde ich bald zeigen. Die Gleichungen jedoch, mit welchen sie bestimmt werden, sind von höherem Grad und werden deshalb mehrere Wurzeln aufweisen. Wenn daher ein einziger Term  $e^{gq} \sin. A. (c + bq)$  gefunden sein wird, werden die übrigen durch Variieren der Wurzeln für  $g$  und  $b$  gleicherweise auch bekannt. Deshalb ist das Problem darauf zurückgeführt, die Gleichungen aufzustellen, mittels welcher die Grössen  $g$  und  $b$  bestimmt werden können. Nun behaupte ich, dass – wenn man dem oben Ausgeführten folgt – Gleichungen folgender Art entstehen:

$$\begin{aligned} g^n &= \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} g^{n-2} b b + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} g^{n-4} b^4 \\ &- \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} g^{n-6} b^6 + \text{etc.} = 1 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} n g^{n-1} b &= \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} g^{n-3} b^3 \\ &+ \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} g^{n-5} b^5 - \text{etc.} = 0. \end{aligned}$$

Nachdem ich aber diese Gleichungen mit Ihrer Formel für das gesuchte Integral verglichen hatte, bemerkte ich, dass der Buchstabe  $b$  den Sinus eines Kreisbogens ausdrückt, der sich zum Kreisumfang wie 1 zu  $n$  verhält, und der Buchstabe  $g$  den Cosinus desselben Bogens. Bezeichnet man den Kreisumfang mit  $C$ ,<sup>[8]</sup> dann wird  $b = \sin. A. \frac{C}{n}$  und  $g = \cos. A. \frac{C}{n}$ . Weil nun aber die Sinus und die Cosinus der Bogen  $\frac{C}{n}, \frac{2C}{n}, \frac{3C}{n}$  etc. durch ein und dieselbe Gleichung ausgedrückt werden, kann man auch setzen  $b = \sin. A. \frac{2C}{n}$ ,  $b = \sin. A. \frac{3C}{n}$  etc. und ebenso  $g = \cos. A. \frac{2C}{n}$ ,  $g = \cos. A. \frac{3C}{n}$  etc. Aus all diesem folgt für die gesuchte Gleichung<sup>[9]</sup>

$$\begin{aligned} s = \alpha e^q &+ \beta e^{q \cos. A. \frac{C}{n}} \left( c + q \sin. A. \frac{C}{n} \right) + \gamma e^{q \cos. A. \frac{2C}{n}} \left( f + q \sin. A. \frac{2C}{n} \right) \\ &+ \delta e^{q \cos. A. \frac{3C}{n}} \left( h + q \sin. A. \frac{3C}{n} \right) + \text{etc.} \end{aligned}$$

Diese vorangestellte Gleichung ist ebendieselbe wie die Ihrige, die Sie mir geschrieben haben. Dass ich sie aber bis in alle Einzelheiten gelöst hätte, ohne Ihren Brief gelesen zu haben, kann ich jetzt nicht mit Sicherheit behaupten und auch nicht von

Ihnen verlangen, dass Sie es glauben. Dennoch werden Sie aus dem nachfolgenden Beispiel, dem Sie keinerlei Lösung angefügt haben, ersehen, dass ich keineswegs vom rechten Weg abgewichen bin; und auch nichts von dem, was Sie meinem Vater darüber mitgeteilt haben, ist mir auf irgendeine Weise zur Kenntnis gekommen<sup>[10]</sup>.

IV. Dieses Beispiel ist das folgende: Gesucht wird das Integral, das der Differentialgleichung beliebiger Ordnung

$$y = \alpha \frac{dy}{dx} + \beta \frac{ddy}{dx^2} + \gamma \frac{d^3y}{dx^3} + \delta \frac{d^4y}{dx^4} + \text{etc.} = 0$$

bei konstantem  $dx$  entspricht.

Der allgemeinen Lösung dieses Problems schicke ich die Lösung einiger Spezialfälle voraus:

1. Es sei  $y + \alpha \frac{dy}{dx} = 0$ . Bekanntlich ist dann  $y = a e^{-\frac{x}{\alpha}}$ .

2. Es sei  $y + \alpha \frac{dy}{dx} + \beta \frac{ddy}{dx^2} = 0$ . Ich behaupte, es ist dann<sup>[11]</sup>

$$y = a e^{-\frac{\alpha x}{2\beta}} \times \sin. A. \left( c + \frac{x}{2\beta} \sqrt{4\beta - \alpha\alpha} \right).$$

Wenn  $\alpha\alpha$  aber grösser wird als  $4\beta$ , dann wird

$$y = a e^{\left(-\frac{\alpha}{2\beta} + \sqrt{\alpha\alpha - 4\beta}\right)x} + b e^{\left(-\frac{\alpha}{2\beta} - \sqrt{\alpha\alpha - 4\beta}\right)x},$$

und wenn  $\alpha\alpha = 4\beta$  ist, dann verändert sich die Form der Gleichung ein wenig, und wir haben

$$y = (a + bx) e^{-\frac{2x}{\alpha}}.$$

Schon daraus geht hervor, dass derartige Integrale unterschiedliche Formen haben, und das erhellt noch weiter aus dem folgenden Fall:

3. Es sei

$$y + \alpha \frac{dy}{dx} + \beta \frac{ddy}{dx^2} + \gamma \frac{d^3y}{dx^3} = 0,$$

und ich sage, das Integral ist von folgender Form:

$$\begin{aligned} y &= a e^{fx} + b e^{gx} + c e^{hx} \\ \text{oder } y &= a e^{fx} + (b + cx) e^{gx} \\ \text{oder } y &= (a + bx + cxx) e^{fx} \\ \text{oder schliesslich } y &= a e^{fx} + b e^{gx} \times \sin. A. (c + hx), \end{aligned}$$

wobei in jeder einzelnen Gleichung die Buchstaben  $a$ ,  $b$  und  $c$  willkürliche Konstanten sind, während die Buchstaben  $f$ ,  $g$  und  $h$  aus den Gleichungen, die sich durch die Rechnung ergeben, bestimmt werden müssen. Welche der vorangestellten Gleichungen auszuwählen ist, und auf welcher Grundlage dies alles ruht, wird jetzt aus der allgemeinen Lösung des Problems ersichtlich.



Sei nun *allgemein*

$$y + \alpha \frac{dy}{dx} + \beta \frac{d^2y}{dx^2} + \gamma \frac{d^3y}{dx^3} + \delta \frac{d^4y}{dx^4} + \text{etc.} = 0.$$

Zur allgemeinen Lösung der Gleichung muss eine Gleichung folgender Art konstruiert werden:

$$1 + \alpha s + \beta ss + \gamma s^3 + \delta s^4 + \text{etc.} = 0.$$

Seien nun  $A, B, C, D$  etc. die Wurzeln dieser Gleichung, so dass

$$(s - A) \times (s - B) \times (s - C) \times (s - D) \times \text{etc.} = 0,$$

so wird

$$y = a e^{Ax} + b e^{Bx} + c e^{Cx} + d e^{Dx} + \text{etc.},$$

wo  $a, b, c, d$  etc. willkürliche Konstanten ausdrücken. Der Beweis dieser Lösung ist aber nach dem Obigen völlig klar.

Nun kann es aber eintreffen, dass einige – oder auch alle – Grössen  $A, B, C, D$  etc. imaginär sind, in welchen Fällen die Lösung unvollkommen wäre. Diesem Mangel hilft man folgendermassen ab:

Seien z. B.  $C$  und  $D$  zwei imaginäre Wurzeln (ihre Anzahl kann nämlich nicht ungerade sein), so muss in der gesuchten Gleichung anstelle der Terme  $c e^{Cx} + d e^{Dx}$  ein Term

$$f e^{\frac{C+D}{2}x} \times \sin. A. \left( g + \frac{C-D}{2\sqrt{-1}}x \right)$$

substituiert werden, und dieser wird immer reell sein, wenn  $C$  und  $D$  Quadratwurzeln irgendeiner negativen Grösse in sich enthalten. Sind mehrere solche imaginäre Wurzeln vorhanden, so ist für je zwei davon die erwähnte Substitution auszuführen. Doch habe ich noch nicht genügend erforscht, ob in jedem Fall eine der beiden Arten von Grössen das Problem richtig befriedigt, wie wenn die Grössen  $C, D$  etc. imaginäre Wurzeln höheren Grades enthalten. Dies und vieles andere, was ich jetzt übergehe, werde ich irgendwann einmal etwas reiflicher abwägen; denn was ich jetzt schreibe, ist recht unsystematisch.

Es kann ferner geschehen, dass zwei oder mehr der durch  $A, B, C, D$  etc. ausgedrückten Wurzeln gleich sind. Wenn das eintritt, fliessen einige der Terme in der Gleichung

$$y = a e^{Ax} + b e^{Bx} + c e^{Cx} + d e^{Dx} + \text{etc.}$$

zusammen, und so werden einige der willkürlichen Konstanten  $a, b, c, d$  etc. unbrauchbar, und die Gleichung hat nicht mehr ihren ganzen Gültigkeitsbereich. Diesem Mangel kann begegnet werden, indem man die gemeinsame Exponentialgrösse mit  $a + bx + cx^2 + \text{etc.}$  multipliziert, wobei man so viele Terme nehmen muss, wie gleiche Wurzeln vorkommen, und dies muss mit jeder der Exponentialgrössen gemacht werden, die sich so aus mehreren zusammenfallenden Termen entwickelt haben.

So ist beispielsweise von der Gleichung

$$y + 4 \frac{dy}{dx} + 4 \frac{ddy}{dx^2} = 0$$

das allgemeinste Integral

$$y = (a + bx) e^{-\frac{1}{2}x}.$$

Wenn analog die Gleichung

$$y + 3 \frac{dy}{dx} + 3 \frac{ddy}{dx^2} + \frac{d^3y}{dx^3} = 0$$

integriert werden soll, so wird

$$y = (a + bx + cxx) e^{-x}.$$

Ein weiterer Nutzen dieser indirekten Integrationsmethode soll hier nicht einfach übergangen werden: Er besteht darin, dass Differentialgleichungen oft entweder durch Substitutionen oder besonders durch weitere Differentiation einer vorgelegten Gleichung auf die Klassen, die wir dargestellt haben, zurückgeführt werden können. Das folgende Beispiel dient zur Anschauung und Bestätigung dieses Sachverhaltes. Zu integrieren sei die Gleichung

$$(A) \quad 8 dx^2 + 2y ddy = dy^2 + 4yy dx^2.$$

Diese Gleichung differenziert (wir setzen  $dx$  überall konstant) ergibt

$$(B) \quad d^3y = 4 dy dx^2,$$

und diese gehört bereits zur Klasse der Gleichungen, deren Integration wir vorgeführt haben. Ihr allgemeinstes Integral ist nämlich

$$(C) \quad y = a + b e^{2x} + c e^{-2x}.$$

Diese Gleichung (C) entspricht zwar der Gleichung (B), doch hat sie einen allzu grossen Gültigkeitsbereich im Verhältnis zur vorgelegten Gleichung (A), welche sie nur als eine speziellere Gleichung umfasst. Daher muss man die Gleichung (C) einschränken und aus ihr die unbrauchbaren Fälle eliminieren. Das geschieht, indem man die Gleichung (C) zweimal differenziert, die aus der Gleichung zu bestimmenden Werte  $y$ ,  $dy$  und  $ddy$  in der vorgelegten Gleichung (A) substituiert und dann dafür sorgt, dass die Gleichung richtig erfüllt ist. Das wird hier erreicht, indem man  $c = \frac{aa - 2}{4b}$  nimmt. Die wirklich gesuchte Gleichung ist also

$$y = a + b e^{2x} + \frac{aa - 2}{4b} e^{-2x}.$$

Doch muss man hier Umsicht walten lassen, sooft irgendeine vorgelegte Gleichung weiter differenziert worden ist, bevor man zu ihrem Integral wird gelangen können.

Wie Sie sehen, ist es nicht eben schwierig, die Formen solcher Integrale vor auszusehen, wenn man nur von vornherein das Gesetz kennt, gemäss welchem die

Differentiale der Grössen, die wir betrachtet haben, voranschreiten. Ich bezweifle keineswegs, dass es ausser dem Kreis und der Logarithmika noch andere Kurven gibt, in welchen verschiedene Linien mit spezieller Charakteristik und ähnlichen Eigenschaften – wenn man sie differenziert – auftreten, die eine neue Quelle des Integrierens verfügbar machen könnten. Sehen Sie nun nach  $\rangle \dots \langle$ , ob das alles mit dem Ihrigen übereinstimmt. Ich jedenfalls vermute, dass sich unsere Methoden in nichts unterscheiden, und ich hoffe, dass Sie das Neue, das ich beigebracht habe, nicht missbilligen.

R 134 Abhandlung D. Bernoullis in Briefform an L. Euler

Basel, ca. März 1740

Orig., 5 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 84–88

Publ. (mit Abweichungen): Comm. Petrop. 13 (1741–1743), 1751, p. 3–15

- [1] Cf. Eulers Brief vom 29. (18.) Dezember 1739 (Nr. 43). Der vorliegende Brief kann als eine selbständige Abhandlung (1751, DB. 35) betrachtet werden (cf. Brief Nr. 45, Anm. 9), und als solche ist er in den Werken D. Bernoullis publiziert worden (DBW 2, p. 81–93). Um die bekannte Abhandlung nicht noch einmal in der gleichen Form abzdrukken, wurde der – nicht völlig identische – Text hier nach dem in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel aufbewahrten Entwurf wiedergegeben.
- [2] Die Logarithmika bedeutet hier die Kurve  $y = \ln x$  oder  $x = e^y$ . Die Subtangente ist die Projektion des Tangentenabschnitts auf die Ordinate; sie ist bei exponentiellen bzw. logarithmischen Kurven stets konstant, hier = 1.
- [3] In der Übersetzung wurden die von Bernoulli in diesem Brief meistens benutzten Symbole «S.», «Cos.» systematisch durch «sin.», «cos.» ersetzt, die Verwendung von «A.» für «Arcus» (cf. Brief Nr. 41, Anm. 15) jedoch beibehalten.
- [4] Zur Redewendung «die Wolke für die Göttin nehmen» cf. Brief Nr. 37, Anm. 17.
- [5] Cf. Eulers Brief Nr. 43 vom 29. (18.) Dezember 1739.
- [6] Sowohl in der Handschrift wie auch im publizierten Text (1751, DB. 35) fehlt der (von uns ergänzte) Faktor  $r$  im Zähler der nachfolgenden Gleichung.
- [7] Der hier benutzte Koeffizient  $g$  hat nichts mit demjenigen in der obigen Gleichung zu tun.
- [8] Mit  $C$  ist hier der Umfang des Einheitskreises (also  $2\pi$ ) gemeint.
- [9] Die folgende Gleichung enthält im Manuskript irrtümlich ein Sinuszeichen («S. A.») vor der ersten Klammer auf der rechten Seite. Derselbe Fehler findet sich auch in der publizierten Version dieses Briefes von D. Bernoulli (1751, DB. 35), ebenso in der modernen Werkausgabe (DBW 2, p. 89).  
Im Anschluss an diese Gleichung stehen im Manuskript folgende Sätze: «*Caeterum notandum hic est hujusmodi terminos  $me^{nx}$  S. A.  $(a + bx)$  et  $fe^{nx}$  S. A.  $(g - bx)$  minime tanquam diversos esse considerandos. Similiter tractatur aequatio altera, quam proponis nempe  $d^ns = -f^ns dv^n$ .*» («Übrigens ist hier zu bemerken, dass die Terme  $me^{nx} \sin. A. (a + bx)$  und  $fe^{nx} \sin. A. (g - bx)$  keineswegs als verschieden zu betrachten sind. Ähnlich wird die andere von Ihnen vorgelegte Gleichung behandelt, nämlich  $d^ns = -f^ns dv^n$ .) Diese Sätze sind mit dem vorgängigen Text nicht direkt verbunden; Bernoulli benutzt hier auch andere Grössenbezeichnungen.
- [10] Cf. Eulers Briefe an J. I Bernoulli vom 26. September–3. Oktober (15.–22. September) 1739 und vom 30. (19.) Januar 1740 (O. IV A, 2, p. 309–310/314–315, 330–331/339–340).
- [11] Die zweite der nachfolgenden Formeln ist in der Druckfassung der *Petersburger Commentarii* (cf. *supra* Anm. 1) korrumpiert, wurde jedoch in DBW 2, p. 89, stillschweigend richtiggestellt.

47

L. EULER AN D. BERNOULLI  
 Petersburg, 23. (12.) April 1740

*Sine Tit[ulis]*

Die fürnehmste und wichtigste Zeitung welche Ew. HochEdelgeb. zu berichten habe ist, daß es Ihro Kayserl. May:t Unserer Allergnädigsten Monarchin (Anna Ioannovna) gefallen Unsern Herrn Praesidenten des Herrn CammerHerrn von Korff Excellenz zu Dero Minister bey dem Königl. dänischen Hofe Allergnädigst zu ernennen. Wie sehr nun dieser unersetzliche Verlust der gantzen Academie zu Herten gehe werden Ew. HochEdelgeb. leicht erachten, und zugleich mit Uns selbst Theil daran nehmen, dann Denselben ist genugsam bekannt, wie eifrig und nachdrücklich sich dieser Höchstwürdige Herr Praesident die gantze Academische Einrichtung und das Auffnehmen der Wissenschaften beständig hat angelegen seyn laßen. Weswegen wir insgesamt diesen Verlust um so viel mehr zu bedauern Ursach haben, je weniger wir diese Ersetzung desselben hoffen können<sup>[1]</sup>; insonderheit verliere ich bey dieser Veränderung einen solchen Hohen Patronen dessen ungemeine mir erwiesene Gnadenbezeugungen ich nicht genug rühmen kan: dann erst vor kurtzer Zeit hat mir derselbe einen neuen Contract zu ertheilen die Gnade gehabt, welcher mit demjenigen so Ew. HochEdelgeb. kurtz vor Dero Abreise von hie geschlossen haben, auf gleiche Conditionen eingerichtet ist<sup>[2]</sup>. Ew. HochEdelgeb. werden also ins künfftige Dero Briefe nicht mehr an des H. KammerHerrn und Praesidenten Excellenz adressiren, sondern nur überhaupt an die Kayserl. Academie der Wissenschaften, biß ich die Ehre haben werde Denenselben eine neue Adresse zu überschreiben.

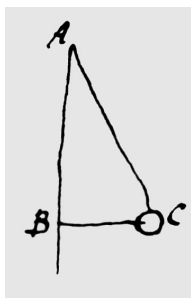
In meinem letzten Schreiben, da ich Ew. HochEdelgeb. Pension vom vorigen Jahr übermachtet, habe ich schon berichtet, daß das Portrait Ihro Durchlaucht des regierenden Hertzogen von Curland (E.J. Biron) schon fertig beÿ mir ist. Wann aber Dieselben solches von einer besondern Grösse verlangen, so kan davon leicht noch eine andere Copie verfertiget werden, ich könnte auch zugleich mit ein sehr wohlgetroffenes Portrait von des H. KammerHerrn Excellenz (von Korff) überschicken. Wann Ew. HochEdelgeb. solches verlangten, weswegen mit der Verschickung so lange aufhalten werde, biß ich von Denselben weitere Ordre werde erhalten haben<sup>[3]</sup>.

Mit meiner nach Paris geschickten Piece ist es nach der Zeit noch sehr wunderlich gegangen, dann da ich von dem H. Fontenelle die Nachricht erhalten hatte, daß meine Piece, welche doch schon den 14<sup>ten</sup> Juny von hie abgegangen vor dem 1<sup>sten</sup> Septemb. in Paris nicht angekommen und daß auch eine Copie davon unmöglich mehr angenommen werden könnte; so hat doch der Herr KammerHerr (von Korff) für gut befunden eine Copie davon an den Princen Cantemir zu adressiren, nebst einer außführlichen Beschreibung des gantzen Verlauffs und den Princen dabey ersuchet, diese Copie, wenn auch dieselbe nicht zur Concurrence admittirt werden solte, dennoch der Academie zu Paris zu übergeben. Diese Adresse hat

auch der Prince Cantemir so gnädig aufgenommen, daß Er so gleich auf der Post zu Paris wegen meiner verlohrnen Piece Nachfrage gethan und solche auch würcklich alda gefunden, welche allererst den 7<sup>ten</sup> Septber in Paris eingekommen, und vom H<sup>m</sup> Fontenelle als ihm solche praesentiret worden, wiederum zurücke gegeben worden ist. Ihro Durchl[aucht] der Prince Cantemir hat hierauff die Piece zu sich genommen und dem Comte de Maurepas mit Erzählung der gantzen Affaire praesentiret, welcher auch so gleich solche Ordres gestellet, daß die Königl. Academie diese meine Piece, ungeacht solche nicht nur allzu spät angekommen, sondern auch durch diese Weitläuffigkeiten mein Nahme bekannt worden ist, völlig angenommen; über welche außerordentliche Begebenheit der Comte de Maurepas selbst einen sehr gratieusen Brief an den Herrn KammerHerrn geschrieben hat. Weilen nun diese Piece gegen zwey *Fundamental-Statuta* der Academie ist angenommen worden, so kan ich allem Ansehen nach wenig Hoffnung haben daß auf solche werde reflectirt werden<sup>[4]</sup>.

Was inzwischen die vom Newton angegebene *Vim Solis* anlanget, welche er auf 2 Schue setzt<sup>[5]</sup>, so habe ich gantz deutlich gewiesen, daß sich Newton in dieser Ausrechnung sehr versehen, und daß der Effect der Sonne noch weit kleiner seyn müße, ja kaum einen Schuh austragen könne.

Dem ungeacht aber hab ich gewiesen daß die kleine Gewalt samt derjenigen welche vom Mond herrühret hinlänglich seyn könne alle *Phaenomena Aestus maris* hervor zu bringen,



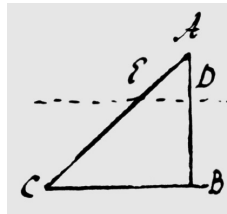
dann wann gleich eine *Vis* nicht grösser ist, als daß dieselbe ein *Pendulum AC in situ AC ad angulum BAC a situ verticali* erhalten kan, so wird doch dieselbe *Vis*, wenn sie Successive agirt weit grössere Excursionen und Oscillationen verursachen und dahero ist mir das schon vorher gemeldte *Problema* von den *Oscillationibus* eines Körpers, wann die *Vires sollicitantes a Tempore* dependiren, entstanden, dessen Solution mir gewiesen, daß der *Motus maris reciprocus* weit grössere Excursionen machen müsse, als der *Effectus virium Solis et Lunae absolutus in statu aequilibrii* hervorbringen könnte. Dieses aber findet nur statt, wann das Meer keinen Grund haben und gar keine Erde vorhanden seyn sollte: da ich nun ferner den *Effectum*, welcher von dem Grund des Meeres und den anliegenden Ländern herrühret, untersucht habe, so habe befunden, daß der *Motus maris horizontalis* um so viel geschwinder seyn müsse, je kleiner die Tiefe des Wassers ist, und daß folglich *propter conceptum impetum* das Wasser noch höher steigen und fallen müsse,

insonderheit gegen solche Ufer, welche der Bewegung des Wassers *directe* entgegen liegen; welches auch die Erfahrung bekräftiget, indem die Ebbe und Fluth durchgehends an den Ufern weit grösser befunden wird als in der Offenbahren See.

Ich glaube Ew. HochEdelgeb. werden schon wissen, daß der Herr De L'Isle von hie nach dem Außfluß des Oby Strohms auf Obdorsky<sup>[6]</sup> verreiset, um daselbst den *Transitum Mercurii per Solem* den 21. April zu observiren; weilen derselbe nun wegen anderer Observationen den Sommer über an den Ufern des *Maris glacialis* sich aufzuhalten gedencket, so hat er versprochen gantz accurate *Observationes* über den *Aestum maris* anzustellen, welche in der That curieus seyn, und unsere Theorie entweder confirmiren oder umstossen werden<sup>[7]</sup>. Ubrigens habe ich in meiner Dissertation *De Aestu maris* auch angenommen, daß die Erde *circa Centrum* dichter seyn müsse als in *superficie*, und dieses habe ich daher dargethan, daß nach den in Lappland angestellten Ausmessungen, die Figur der Erde weit mehr von der Sphaerischen Figur abweicht, als nach des Newtons Theorie folgt. Die Raison welche Ew. HochEdelgeb. darüber aus der Anziehungs-Krafft der Berge anführen, ist sehr curieus und bekräftiget diesen Satz um so viel mehr<sup>[8]</sup>; inzwischen bin ich Ew. HochEdelgeb. für diese mir mitgetheilten wichtigen Neuigkeiten höchstens verbunden.

Ich komme nun auch zu dem *Argumento de oscillationibus corporum aquae insidentium*; Ew. HochEdelgeb. haben darinn die grösste Raison auf Dero Sentiment wegen der *Oscillationum compositarum ex verticalibus* und *Horizontalibus* fest zu beharren: dann ich habe seit der Zeit auch befunden, daß die *Oscillationes Verticales* die *Horizontales* und diese hinwiederumb jene sehr alteriren können, wenn die *recta verticalis per centrum gravitatis navis ducta* nicht *per centrum gravitatis sectionis aquae* durchgeheth; liegen aber diese beyden *centra* in einer *Linea verticali*, so bleibt mein Satz fest, daß die eine Art Oscillationen die andere im geringsten nicht afficire, ich habe auch nur diesen *Casum* in meinem Tractat<sup>[9]</sup> betrachtet, indem ich mein Absehen hauptsächlich auf die Schiffe gerichtet habe, bey welchen à peu près diese Eigenschafft eintritt und wann auch die Differentz nicht alzu groß ist so kan auch nicht die eine Art der Oscillationen von der andern mercklich turbirt werden. Da nun wenn die *Linea jungens centra gravitatis totius navis et sectionis aquae* vertical ist oder sehr wenig davon abweicht, keine Uniformitaet in diesen beyden *generibus oscillationum* Statt finden kan, so habe ich solches obgleich ohne gnugsame Ursach auf grössere Abweichungen geschlossen.

Was mich in dieser Meinung noch mehr confirmiret, war das von Ew. Hochedelgeb. beygefügte *Exemplum* von einem *Triangulo rectangulo ABC*, welches so viel ich verstehen kan, in diesem *Situ* schwimmend vorgestellet wird.







et normalem ad planum  $ADB$  relatum. Jam declinetur haec superficies utcumque tamen infinite parum de situ aequilibrui, ita ut nunc recta  $\underline{ab}$  sectionem aquae constituat, secans praecedentem aquae sectionem in  $V$ , ponaturque  $CV = x$ ; ita ut fiat  $AV = a + x$  et  $BV = b - x$ . Vocetur angulus minimus  $AVa = BVb = w$ , erit area trianguli  $AVa = \frac{1}{2}w(a + x)^2$  et area trianguli  $BVb = \frac{1}{2}w(b - x)^2$ , denotante  $w$  cum ipsum illum angulum minimum tum ejus sinum existente sinu toto = 1.

Cum nunc hoc casu praeternaturali pars aquae submersa sit  $aDb$ , excedens priorem partem submersam  $ADB$  area =  $\frac{1}{2}w(aa + 2ax - bb + 2bx) = 2w(fh + fx)$ , huic excessui proportionalis atque adeo aequalis erit vis superficiem sursum urgens, ex qua motus verticalis, quo centrum gravitatis ascendet definiri poterit. Demisso autem ex  $G$  ad superficiem aquae  $\underline{ab}$  perpendicularo  $Gg$ , denotabit  $Gg - GC$  spatium centro gravitatis descensu conficiendum, quoad ad altitudinem naturalem perveniat; eritque hoc spatium  $Gg - GC = Gc - GC = Cc = wx$  ob  $Gg = GC$  propter angulum  $cGg = AVa = w$  minimum. Cum nunc vis sollicitans sit =  $2wf(h + x)$ , massa movenda =  $M$  et spatium centro gravitatis absolvendum usque ad statum naturalem =  $wx$  prodibit per regulas notas longitudo penduli simplicis isochroni cum oscillationibus verticalibus =  $\frac{Mx}{2f(h + x)}$ , siquidem hae oscillationes libere fieri possent.

Ad hoc autem atque simul ut oscillationes fiant isochronae requiritur, ut quovis restitutionis in statum naturalem momento quantitates  $w$  et  $x$  ita mutantur ut perpetuo  $wx$  et  $2wf(h + x)$  eandem proportionem inter se conservent. Quare si post aliquantum temporis  $w$  abeat in  $W$  et  $x$  in  $X$  necesse est ut sit

$$wx : 2wf(h + x) = WX : 2Wf(h + X) \quad \text{seu} \quad hX = hx;$$

durante ergo motu oscillatorio, ut is sit regularis et tautochronus, oportet ut intersectio  $V$  in eodem maneat puncto, atque ut totus motus in sola anguli  $AVa = w$  mutatione consistat. Hoc ergo si eveniat erit longitudo penduli simplicis isochroni cum oscillationibus verticalibus centri gravitatis =  $\frac{Mx}{2f(h + x)}$ . Hoc definito progredior ad motum oscillatorium, quo tota superficies motu angulari circa centrum gravitatis  $G$  agitabitur, definiendum.

Ad hoc efficiendum primo quaeri debet vis motum hunc angularem produciens quae tota proficiscitur a pressione aquae in partem submersam; vis gravitatis enim superficiei, quia ejus directio per centrum gravitatis transit, ad hunc motum nihil confert. Vis autem a pressione aquae oriunda aequalis est areae aquae submersae  $aDb$ , ejusque directio transit per hujus areae centrum gravitatis; eodem autem redit si haec area  $aDb$  in partes dissecetur, atque cuique parti vis tribuatur ipsius partis areae proportionalis vel aequalis, cujus directio sit verticalis sursum normaliter ad horizontalem  $\underline{ab}$  urgens, et per centrum gravitatis cujusque partis transiens.

Partem jam submersam  $aDb$  ita in partes divido ut ponam

$$aDb = ADB + AVa - BVb.$$

Primae partis  $ADB$  area est =  $M$ , ejusque centrum gravitatis in  $O$  positum; quare ducta ex  $O$  ad  $\underline{ab}$  perpendiculari  $Oo$ , ab hac parte figura sursum urgebitur in

directione  $Oo$   $vi = M$ : hujus ergo vis momentum ad motum rotatorium, quo figura in situm aequilibrii restituatur, generandum erit  $= M \cdot go = M \cdot GO \cdot w = wMg$ . Secundae partis  $AVa$  area est  $= \frac{1}{2}w(a+x)^2$ , ejusque centrum gravitatis positum erit in  $P$ , ita ut ducta verticali  $Pp$  sit  $Vp = \frac{2}{3}(a+x)$ , hinc ergo nascitur vis  $= \frac{1}{2}w(a+x)^2$  in directione  $Pp$  sursum pellens, cujus momentum ad motum rotatorium circa  $G$  generandum erit  $= \frac{1}{2}w(a+x)^2 \cdot pg$ . Est vero ob  $gc$  infinite parvum  $Vg = Vc = VC = x$  et  $pg = \frac{2a-x}{3}$ ; ex quo illud momentum erit  $= \frac{1}{6}w(a+x)^2(2a-x)$ . Tertiae partis  $BVb$  area est  $= \frac{1}{2}w(b-x)^2$ , ejusque centrum gravitatis situm erit in  $Q$ , ut ducta verticali  $Qq$  sit  $Vq = \frac{2}{3}(b-x)$ ; ab hac itaque parte oritur vis  $= \frac{1}{2}w(b-x)^2$ , in directione  $qQ$  sursum urgens; ex hac nascetur momentum praecedentibus renitens ad motum angularem, quod erit  $= \frac{1}{2}w(b-x)^2 \cdot qq = \frac{1}{6}w(b-x)^2(2b+x)$ , quod negative debet accipi; at quia in distributione pars  $BVb$  signum  $-$  habet, ista duplex negatio producet momentum affirmativum  $= \frac{1}{6}w(b-x)^2(2b+x)$ . Quocirca momentum totale ad motum gyratorium circa  $G$  generandum ortum ex area submersa  $aDb$  erit

$$\begin{aligned} &= wMg + \frac{1}{6}w(a+x)^2(2a-x) + \frac{1}{6}w(b-x)^2(2b+x) \\ &= w\left(Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{2}x(aa-bb)\right) = w\left(Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3 + 2fhx\right). \end{aligned}$$

In omni motu oscillatorio angulari autem longitudo penduli simplicis isochroni obtinetur si momentum materiae corporis oscillantis respectu axis oscillationum in angulum conficiendum multiplicatum dividatur per momentum virium motum angularem producentium. Ex hoc principio igitur orietur longitudo penduli simplicis isochroni cum oscillationibus angularibus

$$= \frac{MK^2}{Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3 + 2fhx}.$$

Quamobrem quo ambo oscillationum genera consentiant, neutrumque alterum turbet necesse est, ut ambo pendula simplicia isochrona inter se fiant aequalia: unde habebitur

$$\frac{Mx}{2fh + 2fx} = \frac{MK^2}{Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3 + 2fhx}.$$

Hic autem primo intelligitur, si fuerit  $h = 0$ , seu punctum  $C$  in  $E$  incidat, aequalitatem inter binas istas formulas locum habere non posse, nisi casu sit

$$\frac{M}{2f} = \frac{MK^2}{Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3};$$

hoc ergo casu uniformitas in oscillationibus inesse non poterit, nisi alterutrum genus penitus cesset. Eodem vero hoc casu ambo oscillationum genera conjunctim ita subsistere poterunt, ut alterum ab altero non turbetur. Quodsi autem  $h$  non fuerit  $= 0$ , ad uniformitatem et regularitatem oscillationum absolute aequalitas binarum illarum formularum requiritur, ex qua consequetur ista aequatio

$$2fhK^2 + 2fK^2x = Mgx + \frac{1}{3}a^3x + \frac{1}{3}b^3x + 2fhxx.$$

*Ponatur brevitatis gratia*

$$2fK^2 - Mg - \frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{3}b^3 = 4Nf,$$

*denotante N superficiem quandam cognitam, erit*

$$xx = \frac{2Nx}{h} + KK \quad \text{et} \quad x = \frac{N}{h} \pm \sqrt{\frac{N^2}{h^2} + KK}.$$

*Qui valor si substituatur in formula  $\frac{Mx}{2fh + 2fx}$  dabit longitudinem penduli simplicis isochroni, cum ambo oscillationum genera sese jam ad uniformitatem composuerint*

$$\begin{aligned} &= \frac{MN \pm M\sqrt{N^2 + h^2K^2}}{2fhh + 2fN \pm 2f\sqrt{N^2 + h^2K^2}} = \frac{MK^2}{2f(KK - N \pm \sqrt{N^2 + h^2K^2})} \\ &= \frac{MKK}{fK^2 + \frac{1}{2}Mg + \frac{1}{6}a^3 + \frac{1}{6}b^3 \pm 2f\sqrt{N^2 + h^2K^2}}. \end{aligned}$$

*Haecque formula apprime congruit cum ea, quam Tu Vir Celeb. in Dissertatione hac de re huc missa, invenisti; etiamsi ego alia methodo sim usus, ea scilicet, quam ad reliqua hujus generis problemata resolvenda adhibui.*

Das *Problema* welches mir Ew. HochEdelgeb. von den Oscillationen eines an einem Strick aufgehenden Körpers proponiren, läuft mit unter die *Oscillationes funis gravis non uniformiter crassi*, an dessen Ende nemlich ein *Corpus rigidum* fest gemacht ist, und kan folglich nach eben derselbigen Methode solvirt werden.

Ew. HochEdelgeb. Methode die von mir überschriebenen *Aequationes differentiales altiorum ordinum in quibus altera variabilis ubique unicum dimensionem obtinet*, zu integriren, komt mit meiner Methode genau überein, und zweifle ich nicht, daß Dieselben nicht schon auf den *Modum* alle *Integralia* real heraus zu bringen werden gefallen seyn. Dann eine *Formula* von viel Dimensionen mag beschaffen seyn und so viel *Divisores simplices imaginarios* haben, als man will, so kan dieselbe doch immer in *Divisores compositos duarum dimensionum reales* resolviret werden, welches *Theorema* leicht zu beweisen ist. Daß aber Ew. HochEdelgeb. diese Methode auf solche Aequationen da die eine *Variabilis* allenthalben zwey *Dimensiones* hat ausdehnen wollen, das kan meines Bedünkens nicht geschehen. Dann wann in einer Aequation die eine *Variabilis y* in allen *Terminis* eine Dimension hat, und derselben Aequation diese *Valores particulares y = A, y = B, y = C* etc. satisfaciren, so ist klar, daß derselben auch dieser componirte *Valor y = A + B + C + etc.* satisfaciren müsse. Wann aber in allen *Terminis* der Aequation *y* zwey Dimensionen hat, so kan man nicht schliessen, daß dieser *Valor compositus y = A + B + C + etc.* satisfacire, wann gleich die *Simplices* solches thun, und daher fällt Ew. HochEdelgeb. *Dubium* von selbst weg, wie eine *Aequatio differentialis secundi gradus* durch die Integration 4 neue *Constantes* zugleich nehmen könne. Wann auch Ew. HochEdelgeb. nur ein solches *Integrale* von

einer Aequation, da  $y$  allenthalben 2 *dimensiones* hat probiren und den gefundenen *Valorem* substituiren wollen, so werden Dieselben bald sehen, daß derselbe nicht Satisfacire<sup>[10]</sup>.

Für Ew. HochEdelgeb. Bemühungen wegen des Clausenburgers<sup>[11]</sup> sage ich tausendfältigen Danck und verharre mit aller Hochachtung und sonderbahrem Respect

Ew<sup>r</sup> HochEdelgeb.  
gehorsamster Diener

L. Euler

St. Petersburg den 12. April 1740.

### Übersetzung

Die vornehmste und wichtigste Neuigkeit, die ich Ihnen zu berichten habe, ist, dass es Ihrer Kaiserlichen Majestät, unserer allergnädigsten Monarchin (Anna Ioannovna) gefallen hat, unseren Herrn Präsidenten, seine Exzellenz den Kammerherrn von Korff, allergnädigst zu ihrem Minister beim Königlich Dänischen Hof zu ernennen. Wie sehr nun dieser unersetzliche Verlust der ganzen Akademie zu Herzen geht, können Sie leicht einschätzen und zugleich mit uns selbst daran Anteil nehmen, denn Ihnen ist zur Genüge bekannt, wie eifrig und nachdrücklich sich dieser höchst würdige Präsident die ganze akademische Institution und den Fortschritt der Wissenschaften beständig angelegen sein liess. Deshalb haben wir alle zusammen Grund, diesen Verlust um so stärker zu bedauern, je weniger wir auf seine Ersetzung hoffen können<sup>[1]</sup>. Insbesondere verliere auch ich durch diese Veränderung einen so hohen Schutzherrn, dessen aussergewöhnliche Gnadenbezeugungen ich nicht genug rühmen kann, denn erst vor kurzer Zeit hat er mir einen neuen Kontrakt ausgestellt, welcher die gleichen Bedingungen enthält wie derjenige, den Sie kurz vor Ihrer Abreise von hier abgeschlossen haben<sup>[2]</sup>. Sie werden also Ihre Briefe in Zukunft nicht mehr an den Herrn Kammerherrn und Präsidenten adressieren, sondern ausschliesslich an die Kaiserliche Akademie der Wissenschaften, bis ich mich beehre, Ihnen eine neue Adresse mitzuteilen.

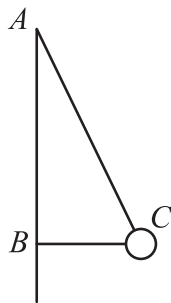
In meinem letzten Schreiben, mit welchem ich Ihnen Ihre Pension vom Vorjahr überwiesen habe, habe ich bereits berichtet, dass das Porträt des regierenden Herzogs von Kurland (E.J. Biron) schon fertig bei mir ist. Wenn Sie dieses jedoch von einer besonderen Grösse wünschen, so kann davon leicht noch eine Kopie angefertigt werden. Auch könnte ich mit gleicher Post ein sehr gut getroffenes Porträt des Kammerherrn (von Korff) schicken, wenn Sie dieses verlangten, und deshalb werde ich mit der Absendung so lange zuwarten, bis ich weitere Anweisungen Ihrerseits erhalten haben werde<sup>[3]</sup>.

Mit meiner nach Paris gesandten Preisschrift ist es in der Folge noch recht seltsam zugegangen: Nachdem ich von Herrn Fontenelle die Mitteilung erhalten hatte, dass meine Preisschrift, welche doch bereits am 14. Juni von hier abgegangen war,

vor dem 1. September nicht in Paris angekommen sei und dass auch eine Kopie unmöglich noch angenommen werden könne, hat der Kammerherr (von Korff) es für gut erachtet, eine Kopie nebst einer ausführlichen Schilderung des ganzen Verlaufs an den Fürsten Kantemir zu schicken, und ihn ersucht, diese Kopie, auch wenn sie nicht zur Teilnahme am Wettbewerb zugelassen werden sollte, dennoch der Pariser Akademie zu übergeben. Diese Zuschrift hat der Fürst Kantemir so gnädig angenommen, dass er sogleich bei der Post zu Paris nach meiner verlorenen Preisschrift nachgeforscht und sie auch wirklich dort gefunden hat. Allerdings war sie erst am 7. September in Paris angekommen, und als sie Herrn Fontenelle vorgelegt wurde, hat er sie wieder zurückgegeben. Darauf nahm sie der Fürst Kantemir an sich und legte sie dem Comte de Maurepas unter Schilderung des ganzen Sachverhaltes vor. Dieser erliess auch sogleich entsprechende Anweisungen, so dass die Königliche Akademie meine Preisschrift völlig angenommen hat, obwohl diese nicht nur viel zu spät angekommen war, sondern auch mein Inkognito infolge dieser Weitläufigkeiten aufgedeckt worden ist. Über diese aussergewöhnliche Begebenheit hat der Comte de Maurepas persönlich einen sehr freundlichen Brief an den Kammerherrn geschrieben. Da nun diese Preisschrift entgegen zwei Grundstatuten der Akademie angenommen worden ist, kann ich mir allem Anschein nach wenig Hoffnungen auf Berücksichtigung machen<sup>[4]</sup>.

Was die von Newton angegebene Kraft der Sonne anbelangt, die er mit 2 Fuss ansetzt<sup>[5]</sup>, so habe ich sehr deutlich bewiesen, dass Newton sich in dieser Rechnung sehr geirrt hat und dass der Effekt der Sonne noch viel kleiner sein muss, ja kaum einen Fuss betragen kann.

Dessen ungeachtet habe ich jedoch bewiesen, dass die kleine Kraft samt der vom Mond stammenden ausreichen kann, alle Phänomene der Gezeiten hervorzu-  
bringen.



Denn wenngleich eine Kraft nur so gross ist, um ein Pendel  $AC$  in der Lage  $AC$  im Winkel  $BAC$  von der vertikalen Lage aus zu halten, so wird doch dieselbe Kraft, wenn sie sukzessive wirkt, weit grössere Ausschläge und Schwingungen verursachen. Daraus entstand bei mir das schon vorher mitgeteilte Problem von den Schwingungen eines Körpers, wenn die Antriebskräfte von der Zeit abhängen, und seine Lösung hat mir gezeigt, dass die gegenläufige Bewegung des Meeres viel grössere Ausschläge machen muss, als der absolute Effekt der Kräfte der Sonne und des Mondes im Zustand des Gleichgewichts sie hervorbringen könnte. Das wäre aber nur der Fall, wenn das Meer keinen Grund hätte und gar keine Erde vor-

handen wäre. Indem ich nun ferner den Effekt untersuchte, der vom Meeresgrund und den anstossenden Landmassen herrührt, so habe ich gefunden, dass die Horizontalbewegung des Meeres um so schneller sein muss, je kleiner die Wassertiefe ist, und dass das Wasser infolge des erhaltenen Antriebs noch höher steigen und fallen muss, besonders gegen solche Ufer, welche der Bewegung des Wassers frontal entgegenliegen. Das wird auch durch die Erfahrung bestätigt, wonach die Gezeiten an den Ufern durchwegs viel grösser befunden werden als in der offenen See.

Sie werden, glaube ich, schon wissen, dass Herr Delisle von hier zur Mündung des Ob nach Obdorsk<sup>[6]</sup> verreist ist, um dort den Durchgang des Merkur durch die Sonne am 21. April zu beobachten. Da er sich nun während des Sommers anderer Beobachtungen wegen an den Ufern des Eismeerer aufzuhalten gedenkt, hat er versprochen, ganz exakte Beobachtungen über die Gezeiten anzustellen, die insofern bedeutsam sind, als sie unsere Theorie entweder bestätigen oder umstossen werden<sup>[7]</sup>. Übrigens habe ich in meinem Mémoire über die Gezeiten auch angenommen, dass die Erde nach dem Zentrum hin dichter sein muss als an der Oberfläche, und dies habe ich damit begründet, dass – nach den in Lappland angestellten Ausmessungen – die Figur der Erde wesentlich mehr von der Kugelform abweicht, als nach der Theorie Newtons folgt. Die Schlussfolgerung, die Sie aus der Anziehungskraft der Berge ziehen, ist sehr beachtlich und bestätigt diesen Satz um so mehr<sup>[8]</sup>. Inzwischen bin ich Ihnen für diese mir mitgeteilten Neuigkeiten höchst verbunden.

Ich komme nun zum Thema der Schwingungen von auf dem Wasser schwimmenden Körpern. Dabei haben Sie allen Grund, auf Ihrer Meinung betreffs der Zusammensetzung der Schwingungen aus vertikalen und horizontalen fest zu beharren, denn ich habe in der Zwischenzeit auch gefunden, dass die vertikalen Schwingungen die horizontalen und diese wiederum jene sehr verändern können, wenn die durch den Schwerpunkt des Schiffes gezogene vertikale Gerade nicht durch den Schwerpunkt des Wasserschnittes geht. Liegen jedoch diese beiden Schwerpunkte auf einer senkrechten Geraden, so bleibt mein Satz gültig, dass die eine Art von Schwingungen die andere nicht im geringsten beeinflusse. In meinem Traktat<sup>[9]</sup> habe ich auch nur gerade diesen Fall betrachtet, da ich mein Augenmerk hauptsächlich auf die Schiffe gerichtet habe, auf welche diese Eigenschaft à peu près zutrifft, und wenn die Differenz nicht allzu gross ist, so kann die eine Art der Schwingungen auch nicht merklich von der anderen gestört werden. Weil nun, wenn die den Schwerpunkt des ganzen Schiffes mit demjenigen des Wasserschnittes verbindende Linie vertikal ist oder sehr wenig davon abweicht, in diesen beiden Arten von Schwingungen keine Gleichförmigkeit herrscht, so habe ich dies, wenn auch ohne genügende Gründe, auf grössere Abweichungen zurückgeführt.

Was mich in dieser Auffassung noch mehr bestärkt hat, war das von Ihnen angefügte Beispiel eines rechtwinkligen Dreiecks  $ABC$ , das man sich – soviel ich verstehen kann – als in dieser Lage schwimmend vorstellen muss. Denn da diese Lage unmöglich eine Gleichgewichtslage sein kann, so können auch keine Schwingungen um diese Lage erfolgen. Daher glaube ich, dass ich entweder in Ermangelung einer Figur den Sinn dieses Beispiels nicht verstanden habe oder Sie sich dabei übereilt haben, denn Sie setzen das Verhältnis des spezifischen Gewichtes des Dreiecks





multiplizierten Teilchen der Fläche sei  $= MKK$ ;  $K$  wird – gemäss Ihrer eigenen Ausdrucksweise – der Abstand der kürzesten Fallzeit sein; ich meinerseits nenne gewöhnlich das Produkt  $MKK$  das Moment der Körpermasse bezüglich der durch den Schwerpunkt  $G$  gehenden, horizontalen und zur Ebene  $ADB$  normalen Achse. Nun werde diese Fläche aus der Gleichgewichtslage geneigt, aber unendlich wenig, so dass nun die Gerade  $ab$  den Wasserschnitt bildet, die den vorherigen Wasserschnitt in  $V$  schneidet. Nun setze man noch  $CV = x$ , so dass  $AV = a + x$  und  $BV = b - x$  wird. Sei der sehr kleine Winkel  $AVa = BVb = w$ , dann wird die Fläche des Dreiecks  $AVa = \frac{1}{2}w(a+x)^2$  und diejenige des Dreiecks  $BVb = \frac{1}{2}w(b-x)^2$ , indem  $w$  sowohl jenen sehr kleinen Winkel selbst bezeichnet als auch dessen Sinus, wenn der Radius 1 ist.

Weil nun in diesem rein theoretischen Fall der im Wasser eingetauchte Teil  $aDb$  den vorher eingetauchten Teil  $ADB$  um die Fläche  $\frac{1}{2}w(aa + 2ax - bb + 2bx) = 2w(fh + fx)$  übertrifft, so wird die Kraft, welche diesem Überschuss proportional und damit gleich ist, die Fläche nach oben drängen, und daraus kann die vertikale Bewegung, durch die der Schwerpunkt aufsteigt, bestimmt werden. Wenn man von  $G$  auf die Wasseroberfläche  $ab$  das Lot  $Gg$  fällt, so bezeichnet  $Gg - GC$  den kleinen Weg, den der Schwerpunkt beim Abstieg zurücklegt, bis er seine natürliche Höhe erreicht. Wegen  $Gg = GC$  wird infolge des kleinen Winkels  $cGg = AVa = w$  dieser kleine Weg  $Gg - GC = Gc - GC = Cc = wx$ . Weil nun die antreibende Kraft  $= 2wf(h + x)$  ist, die zu bewegende Masse  $= M$  und die kleine Wegstrecke, die der Schwerpunkt bis zu seiner natürlichen Lage zurücklegen muss,  $= wx$ , so ergibt sich nach bekannten Regeln die Länge des einfachen Pendels, das mit den vertikalen Schwingungen isochron ist, als  $\frac{Mx}{2f(h+x)}$ , wenn diese Schwingungen frei ausgeführt werden könnten.

Dazu, und zugleich, damit die Schwingungen isochron werden, ist es aber erforderlich, dass die Grössen  $w$  und  $x$  in jedem Zeitpunkt der Wiederherstellung der natürlichen Lage sich so ändern, dass  $wx$  und  $2wf(h+x)$  dauernd im gleichen Verhältnis zueinander stehen. Deshalb ist es nötig, dass, wenn nach einiger Zeit  $w$  in  $W$  und  $x$  in  $X$  übergeht,  $wx : 2wf(h+x) = WX : 2Wf(h+X)$  oder  $hX = hx$  ist. Während der Schwingungsbewegung ist es also, damit diese regulär und tautochron ist, erforderlich, dass der Schnitt  $V$  in demselben Punkt bleibt, so dass die ganze Bewegung einzig in der Veränderung des Winkels  $AVa = w$  besteht. Wenn dies eintritt, so wird folglich die Länge des einfachen isochronen Pendels mit den vertikalen Schwingungen des Schwerpunkts  $= \frac{Mx}{2f(h+x)}$ . Nach dieser Festlegung gehe ich weiter zur Bestimmung der Schwingungsbewegung, durch welche die ganze Fläche in einer Winkelbewegung um den Schwerpunkt  $G$  getrieben wird.

Um dies zu erreichen, muss man zuerst die Kraft suchen, die diese Winkelbewegung erzeugt und die als Ganzes aus dem Wasserdruck gegen den eingetauchten Teil hervorgeht. Das Gewicht der Fläche trägt zu dieser Bewegung nichts bei, da seine Richtung durch den Schwerpunkt geht. Die aus dem Druck des Wassers entstandene Kraft ist aber gleich der ins Wasser eingetauchten Fläche  $aDb$ , und ihre

Richtung geht durch den Schwerpunkt dieser Fläche. Auf dasselbe läuft es hinaus, wenn diese Fläche  $aDb$  in Teile zerschnitten wird, denen je eine der entsprechenden Teilfläche proportionale oder gleiche Kraft zugestanden wird, deren Richtung nach oben gegen die Horizontale  $ab$  wirkt und die durch den Schwerpunkt jedes Teiles geht.

Den eingetauchten Teil  $aDb$  zerlege ich nun derart in Stücke, dass ich  $aDb = ADB + AVa - BVb$  setze. Die Fläche des ersten Stücks  $ADB$  ist  $M$ , und sein Schwerpunkt liegt in  $O$ . Deshalb wird die Figur, nachdem man das Lot  $Oo$  von  $O$  auf  $ab$  gefällt hat, von diesem Stück mit der Kraft  $M$  nach oben gedrängt in Richtung  $Oo$ . Somit wird das Moment dieser Kraft zur Erzeugung der Rotationsbewegung, durch welche die Figur die Gleichgewichtslage wiedererlangt,  $M \cdot go = M \cdot GO \cdot w = wMg$  sein. Die Fläche des zweiten Stücks  $AVa$  ist  $\frac{1}{2}w(a+x)^2$ , und sein Schwerpunkt liegt in  $P$ , so dass, wenn die Senkrechte  $Pp$  gezogen wird,  $Vp = \frac{2}{3}(a+x)$  ist, woraus die in Richtung  $Pp$  nach oben stossende Kraft  $\frac{1}{2}w(a+x)^2$  entsteht, und deren Moment zur Erzeugung der Rotationsbewegung um  $G$  ist  $\frac{1}{2}w(a+x)^2 \cdot pg$ . Es ist jedoch, da  $gc$  unendlich klein ist,  $Vg = Vc = VC = x$  und  $pg = \frac{2a-x}{3}$ , und daraus ergibt sich jenes Moment als  $\frac{1}{6}w(a+x)^2(2a-x)$ . Die Fläche des dritten Stücks  $BVb$  ist  $\frac{1}{2}w(b-x)^2$ , und dessen Schwerpunkt liegt in  $Q$ , so dass, wenn die Senkrechte  $Qq$  gezogen ist,  $Vq = \frac{2}{3}(b-x)$  wird, und die aus diesem Stück entstandene, nach oben in Richtung  $qQ$  wirkende Kraft ist daher  $\frac{1}{2}w(b-x)^2$ . Daraus resultiert ein – zu den vorhergehenden gegenläufiges – Moment bezüglich der Winkelbewegung von der Grösse  $\frac{1}{2}w(b-x)^2 \cdot qq = \frac{1}{6}w(b-x)^2(2b+x)$ , das negativ genommen werden muss. Da aber der Stück  $BVb$  bei der Verteilung ein negatives Vorzeichen hat, ergibt diese doppelte Negation das positive Moment  $\frac{1}{6}w(b-x)^2(2b+x)$ . Deswegen wird das aus der eingetauchten Fläche  $aDb$  entstandene Gesamtmoment zur Erzeugung der Umlaufbewegung um  $G$

$$\begin{aligned} &= wMg + \frac{1}{6}w(a+x)^2(2a-x) + \frac{1}{6}w(b-x)^2(2b+x) \\ &= w\left(Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{2}x(aa-bb)\right) = w\left(Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3 + 2fhx\right). \end{aligned}$$

In jeder Schwingungsbewegung eines Winkels aber erhält man die Länge des einfachen isochronen Pendels, wenn das Moment der Masse des schwingenden Körpers bezüglich der Schwingungsachse mit dem zurückzulegenden Winkel multipliziert und durch das Moment der die Winkelbewegung hervorbringenden Kräfte dividiert wird. Aus diesem Prinzip also geht die Länge des einfachen isochronen Pendels mit harmonischen Schwingungen hervor als

$$\frac{MK^2}{Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3 + 2fhx}.$$

Damit also beide Arten von Schwingungen übereinstimmen und keine die andere beeinflusst, ist es notwendig, dass beide einfachen isochronen Pendel unter sich gleich sind, und daraus erhält man

$$\frac{Mx}{2fh + 2fx} = \frac{MK^2}{Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3 + 2fhx}.$$

Hier aber springt zuerst ins Auge, dass die Gleichheit beider Formeln für  $h = 0$ , oder wenn der Punkt  $C$  in  $E$  fällt, nicht statthaben kann – es sei denn im Fall

$$\frac{M}{2f} = \frac{MK^2}{Mg + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}b^3}.$$

In diesem Fall kann also Gleichförmigkeit in den Schwingungen nur dann bestehen, wenn die eine der Schwingungen gänzlich zur Ruhe kommt. In diesem gleichen Fall können aber beide Arten von Schwingungen so zusammen bestehen, dass die eine von der anderen nicht gestört wird. Wenn jedoch  $h$  nicht Null wird, so ist für die Gleichförmigkeit und Regelmässigkeit der Schwingungen unbedingt die Gleichheit jener beiden Formeln vonnöten, aus welcher sich die Gleichung

$$2fhK^2 + 2fK^2x = Mgx + \frac{1}{3}a^3x + \frac{1}{3}b^3x + 2fhxx$$

ergibt. Setzt man zur Abkürzung

$$2fK^2 - Mg - \frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{3}b^3 = 4Nf,$$

wo  $N$  eine gewisse bekannte Fläche bezeichnet, dann wird

$$xx = \frac{2Nx}{h} + KK \quad \text{und} \quad x = \frac{N}{h} \pm \sqrt{\frac{N^2}{h^2} + KK}.$$

Eingesetzt in die Formel  $\frac{Mx}{2fh + 2fx}$  ergibt dieser Wert die Länge des einfachen isochronen Pendels, wenn beide Schwingungsarten sich bereits zur Gleichförmigkeit zusammengefügt haben, als

$$\begin{aligned} & \frac{MN \pm M\sqrt{N^2 + h^2K^2}}{2fhh + 2fN \pm 2f\sqrt{N^2 + h^2K^2}} = \frac{MK^2}{2f(KK - N \pm \sqrt{N^2 + h^2K^2})} \\ & = \frac{MKK}{fK^2 + \frac{1}{2}Mg^2 + \frac{1}{6}a^3 + \frac{1}{6}b^3 \pm 2f\sqrt{N^2 + h^2K^2}}, \end{aligned}$$

und diese Formel stimmt bestens mit derjenigen überein, die Sie in Ihrer hierher geschickten Abhandlung über diesen Gegenstand gefunden haben – mag ich auch von einer anderen Methode Gebrauch gemacht haben, nämlich von jener, die ich zur Lösung der übrigen Probleme dieser Art angewandt habe.

Das Problem über die Schwingungen eines an einem Strick aufgehängten Körpers, das Sie mir vorlegen, fällt unter die Schwingungen eines schweren Seiles von variabler Dicke, an dessen Ende ein starrer Körper befestigt ist. Folglich kann es nach ebenderselben Methode gelöst werden.

Ihre Methode, die von mir mitgeteilten Differentialgleichungen höherer Ordnung zu integrieren, in welchen eine der Variablen überall eine einzige Dimension hat, stimmt mit meiner Methode genau überein, und ich zweifle nicht daran, dass Sie bereits auf die Art gefallen sein werden, alle Integrale reell zu bewältigen. Denn

eine Formel von mehreren Dimensionen mag beschaffen sein und so viele einfache imaginäre Divisoren haben, wie man nur will: Sie kann doch stets in reelle zusammengesetzte Divisoren von der Dimension 2 zerlegt werden, was leicht zu beweisen ist. Dass Sie jedoch diese Methode auf Gleichungen ausdehnen wollen, in denen die eine Variable überall zwei Dimensionen hat, ist meiner Ansicht nach unmöglich. Wenn nämlich in einer Gleichung die eine Variable  $y$  in allen Termen eine Dimension hat und die speziellen Werte  $y = A$ ,  $y = B$ ,  $y = C$  etc. die Gleichung befriedigen, so ist es klar, dass auch der zusammengesetzte Wert  $y = A + B + C + \text{etc.}$  diese befriedigen muss. Wenn jedoch  $y$  in allen Termen der Gleichung zwei Dimensionen hat, so kann man nicht schliessen, dass dieser zusammengesetzte Wert  $y = A + B + C + \text{etc.}$  die Gleichung befriedigt, obwohl die einfachen Werte dies tun. Deshalb entfällt Ihr Zweifel von selbst, wie eine Differentialgleichung zweiter Ordnung durch die Integration vier neue Konstanten gleichzeitig beanspruchen könne. Wenn Sie auch nur ein solches Integral einer Gleichung, in der  $y$  überall zwei Dimensionen hat, probieren und den gefundenen Wert einsetzen, so werden Sie bald sehen, dass derselbe die Gleichung nicht befriedigt<sup>[10]</sup>.

Für Ihre Bemühungen in Sachen Clausenburger<sup>[11]</sup> sage ich tausendfachen Dank und bin mit aller Hochachtung und besonderem Respekt

} ... {

L. Euler

St. Petersburg, den 12. April 1740.

R 135 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 45  
 Petersburg, 23. (12.) April 1740  
 Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt, 4 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 30, Bl. 40–43v  
 Am 20. (9.) April der Akademischen Konferenz vorgelegt und am 23. (12.) April zur Post gebracht; von Euler am 13. (2.) Juni vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 604, 614)

- [1] Von Korff wurde am 7. April (27. März) 1740 zum Botschafter in Dänemark ernannt. Für die Petersburger Akademie war seine gut fünfjährige Amtszeit als Präsident die günstigste Periode um die Mitte des 18. Jahrhunderts. Sein Nachfolger Karl von Brevern versah das Amt nur während eines Jahres; danach blieb die Akademie bis 1746 ohne Präsidenten.
- [2] Eulers neuer Kontrakt wurde am 25. (14.) März 1740 unterzeichnet. Demgemäss «soll ihm in betracht seiner besondern verdienste, wodurch er sich der kayserl. academie der wissenschaften ihm verbindlich gemacht, jährlich die pension seines *antecessoris*, d. hrn. *professoris* Daniel Bernoulli, mit 1200 rbl., holtz, licht und quartier mit eingerechnet, bey verflüssung eines jeden tertials gezahlet werden» (*Materialy* 4, p. 352).
- [3] Cf. Brief Nr. 45, Anm. 8.
- [4] Ein Dankbrief Eulers an Kantemir vom 29. (18.) März 1740 (Grasshoff 1966, p. 199–200) und ein Konzept seines Dankbriefes an J.A. von Korff (*Eulers Briefwechsel* 3, p. 133) sind erhalten geblieben. Die Register der Petersburger Akademie erwähnen die diesbezüglichen Briefe des Präsidenten von Korff an den französischen Minister und Staatssekretär Graf Maurepas, an den russischen Gesandten in Paris Fürst Kantemir und den Sekretär der Pariser Akademie Fontenelle vom 4. März (22. Februar) 1740 (*Protokoly* 1, p. 598–599). – Cf. Brief Nr. 43, Anm. 1.

- [5] Cf. Newton, *Prinzipien* (Lib. III, Prop. XXXVII).
- [6] Die am Ob liegende Stadt Obdorsk heisst seit 1933 Salechard.
- [7] Delisle verreiste im März 1740 nach Sibirien, um dort astronomische Beobachtungen und solche zu den Gezeiten durchzuführen.
- [8] Cf. Brief Nr. 44, Anm. 5.
- [9] Damit ist Eulers *Schiffswissenschaft* (E. 110–111) gemeint.
- [10] Mit diesen und ähnlichen Problemen hat sich Euler – im Zusammenhang mit der heute nach ihm benannten Differentialgleichung – schon etwa zehn Jahre früher mit J. I. Bernoulli auseinandergesetzt. – Cf. die Briefe Eulers vom 26. September – 3. Oktober (15.–22. September) 1739 und 30. (19.) Januar 1740 sowie den Antwortbrief J. Bernoullis vom 16. April 1740 (O. IV A, 2, p. 305–316, 327–361; cf. auch die dortige Einleitung, p. 47–51).
- [11] Cf. Brief Nr. 45, Anm. 15.

48

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 30. April 1740

Basel den 30. april 1740

Da mir Ew. HEdgb. H. Vatter gesagt, er wolle Ihnen schreiben hab ich gegenwärtiges Zedul[ein] einschließen wollen. Es werden Dieselbe albereit den succès von den Pariser pieces wißen. Der prix ist in 4 theil getheilt worden, darvon der einte ist Ew. HEdgb. zuerkant worden, worzu ich Ihnen gratuliere: ein anderer theil ist dem Mac Laurin ein dritter einem unbekannten Cartesianer (Cavalleri) und einer mir zuerkant worden<sup>[1]</sup>: Man schreibt mir es seje noch nichts vortrefflichers naher Paris für dergleichen *praemia* geschickt worden, als 3 von diesen pieces; den vierten aber hat man nicht rühmen wollen und mag vielleicht sein einzig merite sejn kein anti Cartesianer gewest zu sejn. Von Ihrer piece hat man mir insonderheit gerühmt, wie Sie die *figuram Terrae, quatenus ab actione Lunae mutatur* determiniert und anbej *inertiam aquarum* sehr geschicklich in consideration gezogen: ich für mein theil habe umb mich nicht alzuweit in die pure *geometrica* einzulassen, mich contentiert die *differentiam inter axem et diametrum perpendicularem ab actione Lunae ortam* zu determinieren: was aber die *considerationes physicas* anbelangt, hab ich alle umständ mit der möglichsten exactitude betrachtet.

Die observation, so H. de la Croyere dem H. De L'isle gesagt und welche mir Ew. HEd. überschrieben hab ich der Academie zu Paris, als uns beiden sehr favorabel überschrieben und dabej gemeldet daß von unserem H. Praesidenten (von Korff) ordre gestellt worden accurate observationen in *Zona glaciali* zu machen<sup>[2]</sup>: Bitte Ew. HEdgb. von dem H. Kammerherren (von Korff) zu vernemen, ob diese meine überschickte addition dörffe getruckt werden<sup>[3]</sup>. Zu Paris ist man sehr begierig zu wißen, wer der Author seje von einer brochure, *Examen desinteressé sur la figure de la Terre* etc. Ew. HEdgb. sagen mir doch ob Sie nicht glauben daß H. Delisle solches verfertiget<sup>[4]</sup>.

Haben Sie das *problema de oscillationibus corporum ex filo flexili suspensorum* auch untersucht: in welchem fahl ich gern wißen möchte ob Ihr solution mit meiner

übereinkomt. Ich habe Ihnen solche newlich durch den H. Praesidenten (von Korff) überschrieben<sup>[5]</sup>.

Meinem Vatter habe ich die 25 Rubel übergeben, wie auch dem H. Bischoff den *valor* von 20 R. worfür das *recû* schicke.

Es ist mir lieb, daß Ew. HEdgb. meine schon vor vielen jahren gefaste idée *de vorticibus infinitis ad causam gravitatis explicandam* nicht desapprobieren; ich habe die möglichkeit dieser *hypothesis* illustriert *ab exemplo decussationis liberae infinitorum radiorum solarium in camera obscura*. Was der Abbé Molieres hierüber geschrieben hab ich nicht gesehen<sup>[6]</sup>: da meine dissertation *de causa gravitatis* nirgend ist getruckt worden, könnte vielleicht selbe einmahl bei mangel anderer materi unseren *Commentariis* inseriert werden<sup>[7]</sup>. Der von dem Newton angenommene rapport *inter actiones Lunae et Solis* ist gewiß sehr übel fundiert und nicht füglich die *phaenomena aestus maris* mit einer accuratesse zu explicieren. Ew. HEdgb. werden zu seiner zeit meine reflexionen über diesen punct sehen: ich statue *rationem mediam inter actiones Solis et Lunae* wie 2 zu 5<sup>[8]</sup>.

Der *gradus frigoris Petropol[i] huj[us] anni* ist stupend: ich möchte gern wissen, ob keine *observationes physicae* bei dieser kälte sind gemacht worden.

Dem H. Dr. Duvernoi bitte meine alleraufrichtigste empfehlung zu machen, wie auch dem H. Raht Schumacher, und nehme viel theil an bejder glücks und unglücksfähl. Es ist mir gar lieb gewesen zu vernehmen, daß mich diese Herren nicht völlig vergeßen. [Für das] besorgte portrait bin ich sehr obligiert<sup>[9]</sup>. Die Bücher von Leipsic habe noch nicht empfangen.

Daniel Berno[ulli]

### Übersetzung

Basel, den 30. April 1740

Als mir Ihr Vater sagte, dass er Ihnen schreiben wolle, so wollte ich diesen Zettel beilegen. Sie werden den Ausgang der Pariser Preisschriften bereits kennen. Der Preis wurde geviertelt: Der eine Teil wurde Ihnen zuerkannt, wozu ich Ihnen gratuliere, ein anderer Maclaurin, ein dritter einem unbekannten Cartesianer (Cavalleri) und einer mir<sup>[1]</sup>. Man schreibt mir, für solche Preise sei noch nie etwas Vortrefflicheres nach Paris geschickt worden als drei von diesen Preisschriften; die vierte wollte man jedoch nicht rühmen, da vielleicht ihr einziges Verdienst darin bestanden haben mag, dass sein Autor kein Anti-Cartesianer war. Von Ihrer Preisschrift hat man mir besonders gerühmt, wie Sie die Gestalt der Erde, insofern sie von der Kraftwirkung des Mondes verändert wird, bestimmt und dabei sehr geschickt die Trägheit der Meere in Betracht gezogen haben. Ich meinerseits habe mich, um mich nicht allzuweit auf das rein Geometrische einzulassen, damit zufriedengegeben, die durch die Kraftwirkung des Mondes entstandene Differenz zwischen der Achse und dem senkrechten Durchmesser zu bestimmen. Doch was die physikalischen Betrachtungen anbelangt, habe ich alle Umstände mit möglichster Genauigkeit abgehandelt.

Die für uns beide sehr günstige Beobachtung, die Herr de La Croyère Herrn Delisle mitgeteilt hat und von welcher Sie mir geschrieben haben, habe ich an die Pariser Akademie weitergegeben und gleichzeitig gemeldet, dass unser Herr Präsident (von Korff) angeordnet hat, genaue Beobachtungen in der Kältezone vorzunehmen<sup>[2]</sup>. Ich bitte Sie, vom Kammerherrn (von Korff) in Erfahrung zu bringen, ob diese meine zugesandte Ergänzung gedruckt werden darf<sup>[3]</sup>. In Paris möchte man sehr gerne wissen, wer der Autor einer Broschüre *Examen desinteressé sur la figure de la Terre* etc. ist. Bitte sagen Sie mir doch, ob Sie nicht glauben, Herr Delisle sei der Verfasser<sup>[4]</sup>.

Haben Sie das Problem über die Schwingungen von an einem flexiblen Faden aufgehängten Körpern auch untersucht? Wenn ja, möchte ich gerne wissen, ob Ihre Lösung mit der meinigen übereinstimmt; diese habe ich Ihnen kürzlich durch den Herrn Präsidenten (von Korff) zukommen lassen<sup>[5]</sup>.

Meinem Vater habe ich die 25 Rubel übergeben wie auch Herrn Bischoff den Wert von 20 Rubeln, wofür ich die Quittung schicke.

Es freut mich, dass Sie meine schon vor vielen Jahren gefasste Idee von den unendlich vielen Wirbeln zur Erklärung der Ursache der Schwere nicht missbilligen. Ich habe die Möglichkeit dieser Hypothese am Beispiel der freien Kreuzung von unendlich vielen Sonnenstrahlen in der Dunkelkammer illustriert. Was der Abbé Molières darüber geschrieben hat, habe ich nicht gesehen<sup>[6]</sup>. Da meine Abhandlung über die Ursache der Schwere nirgends gedruckt worden ist, könnte sie vielleicht einmal mangels anderen Materials in unseren *Commentarii* gebracht werden<sup>[7]</sup>. Das von Newton angenommene Verhältnis zwischen den Kraftwirkungen des Mondes und der Sonne ist gewiss schlecht begründet und kann die Gezeitenphänomene nicht hinreichend genau erklären. Zu gegebener Zeit werden Sie meine diesbezüglichen Überlegungen sehen: Ich nehme das mittlere Verhältnis zwischen den Kraftwirkungen der Sonne und des Mondes mit 2 zu 5 an<sup>[8]</sup>.

Der Grad der Kälte dieses Jahres in Petersburg ist ungeheuerlich. Ich möchte gerne wissen, ob bei dieser Kälte keine physikalischen Beobachtungen gemacht worden sind.

Bitte grüssen Sie mir Herrn Dr. Duvernois wie auch den Herrn Rat Schumacher sehr freundlich; an den Glücks- und Unglücksfällen beider nehme ich grossen Anteil. Es hat mich sehr gefreut zu vernehmen, dass diese Herren mich nicht völlig vergessen haben. Für das besorgte Porträt bin ich Ihnen sehr verbunden<sup>[9]</sup>. Die Bücher aus Leipzig habe ich noch nicht erhalten.

Daniel Bernoulli

R 136 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, 30. April 1740

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 36–36v

Am 27. (16.) Mai und 30. (19.) Juni in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 611–612)

Publ.: Fuss 2, p. 458–460; Eneström 1906, p. 144–145



- [1] Die Preisträger des Wettbewerbs der Pariser Akademie über die Gezeiten wurden am 27. April 1740 offiziell bekanntgegeben (cf. *Proc.-verb.* 1740: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55735s.r, fol. 75r>).
- [2] Am 26. März 1740 hatte D. Bernoulli im Zusammenhang mit den Gezeitenbeobachtungen am Eismeer auch an Korff geschrieben (cf. Anhang VII.3, Nr. 17, p. 967 h.v.).
- [3] Uns ist keine Publikation dieser Ergänzung bekannt. – Cf. die Beschreibung aller Archivmaterialien zu den Akademischen Expeditionen des 18. Jahrhunderts bei Gnučeva (1940).
- [4] Tatsächlich war Maupertuis selbst der Autor dieser Broschüre (1738b).
- [5] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen von aufgehängten Körpern (1750, DB. 34), die Euler im November 1740 in der Akademischen Konferenz vorlas.
- [6] Cf. Privat De Molières (1734–1739).
- [7] Eine Abhandlung *Discours sur la cause et la nature de la pesanteur adressé à Mess<sup>rs</sup> de l'Acad. R. des sciences de Paris, pour le prix de 1728* von Daniel Bernoulli ist im Manuskript erhalten geblieben (Bibl. Basel, L Ia 752, Bl. 1r–8v, 9r–29r). Hier ist die Ursache der Schwere wirklich mit der Zusammenwirkung vieler um verschiedene Achsen rotierenden dünner Wirbel verbunden. Ob D. Bernoulli sich in seinem Brief auf diese – bis heute unveröffentlichte – Abhandlung bezieht, ist nicht gesichert.
- [8] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über die Gezeiten (1741, DB. 33, speziell Kap. VI, § 10).
- [9] Es handelt sich um das Porträt des Herzogs von Kurland, E.J. Biron.

## 49

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 25. Juni 1740

Ew. HochEdgb. letzteres schreiben habe ich schon vor einer geraumen zeit empfangen<sup>[1]</sup>, solches aber wegen einer großen menge Academischer geschäften müßen bishero unbeantwortet laßen, da ich für dieses jahr bin als *Decanus, Curator F[isci] Gymnasii, Consistorialis* etc. ernennet worden, welches alles bey dieser jahrs zeit mit vielen geschäften verknüpft ist. Sie sehen darauß, warumb man mir *praeter consuetudinem* die Regenzstelle aufgetragen<sup>[2]</sup>. Doch aber hab ich diese antwort nicht länger aufschieben wollen.

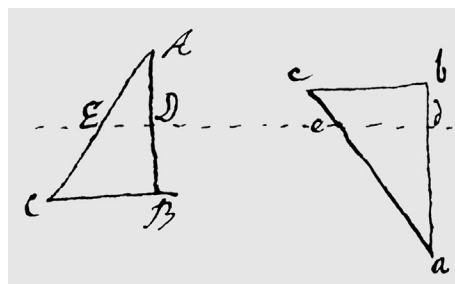
Die beförderung von I[hro] Exc[ellenz] dem H. Kammerherren von Korff soll uns billich frewen ohngeachtet dieselbe so wohl der Academie überhaupt als den *Academicis* ins besondere zu einem großen verlurst geraichet. Er hat uns so viel gutes gethan daß wir billich sein interess dem unserigen vorziehen sollen. Wan ich unseres so werth geschätzten bisherigen Praesidenten und nunmehrigen Envoyés adresse und auffenthalt wüste, hätte ich mir die ehr gegeben demselbigen zu gratulieren. Ubrigens gratuliere ich Ew. HEdgb. zu Dero new getroffenen contract und wünsche daß Dero merites von tag zu tag mehr mögen erkant werden<sup>[3]</sup>.

Das Portrait von I[hro] D[urchlaucht] dem Hertzogen von Curland (E.J. Biron) bitte mir nur allein zu überschicken, weilen ich gern vorhero sehen möchte wie solches ausgefallen: die farben an I[hro] K[ayserlichen] M[ajestaet] (Anna Ioannovna) Portrait haben sich solchermaaßen geändert, daß ich es werde müßen gantz ändern laßen: vielleicht ist solches dem transport über das meer zuzuschreiben<sup>[4]</sup>.

Ew. HEdgb. melden daß sich Newton *in aestimanda vi Solis* sehr verstoßen habe und daß solche viel kleiner müße gesetzt werden: vielleicht komt der unterschied

daher, daß der Newton die *accuratam figuram Terrae ab actione Solis oriundam* nicht inquiriert hat, sondern dieselbe elliptisch supponiert und nur die *relationem utriusque axis* gesucht, welches ich auch gethan, und *plane eundem numerum* wie der Newton gefunden: Meine solution aber ist viel generaler und *ad quamvis densitatum legem accommodata*, komt aber mit dem *casu homogeneitatis Terrae* völlig überein. Ubrigens solle der MacLaurin bewiesen haben, daß *Terra sphaerica ab actione Solis* nohtwendig in eine *ellipsoideam* verändert werde. Nach allen diesen reflexionen bin ich umb so viel begieriger Ihre piece zu sehen. Da Sie auch in Ihrer solution, wie ich höre, die *terminos nullius momenti* negligiert, haben Sie vielleicht einen *terminum tanquam inutilem* rejiciert, *qui non erat rejiciendus*, welches gar leicht geschieht<sup>[5]</sup>. Sonsten hat mir H. Clairaut geschrieben er habe in einer piece, so er nach London geschickt hat umb den *Transactionen* einverleibt zu werden, bewiesen, daß *ab aucta densitate Terrae versus centrum* zwar die *variatio gravitatis sub diversis parallelis, quae vi centrifugae debetur*, vergrößert hingegen die *mutatio figurae Terrae* verkleinert werde<sup>[6]</sup>. Dieses nun kan nicht bestehen mit dem was Ew. HEdgb. melden, Sie haben deswegen die Erden *densiorem versus centrum* gemacht, weil nach den observationen so in Lapland gemacht worden sind, die figur der Erden weit mehr von der sphaerischen abweiche, als nach des Newtons theorie folgt. Nachdeme auch einige *Academici* naher Amiens gereist umb einige observationen zu verificieren, haben sie gefunden daß die Erden nur umb  $\frac{1}{178}$  müße applatiret sejn, welches mit des Newtons *calculo* zimlich nach übereinkomt<sup>[7]</sup>.

Es frewet mich, daß Sie nunmehr auch meiner mejnung sind *ratione oscillationum compositarum corporum humido insidentium*. Die remarque daß wan bejde *centra* in einer *linea verticali* sind, die bejde oscillationen einander nicht afficieren hatte ich auch gemacht. Ich muß Sie alhier auch einer übereilung erinnern, da Sie sagen, daß Sie mein *allatum exemplum de triangulo rectangulo verticali* in Ihrer vorigen mejnung confirmiert, da Sie dan weitläuffig in Ihrem brieffe demonstrieren, daß das *triangulum ACB* nicht könne in *aequilibrio* sejn und *per consequens* keine oscillationen machen:



wan ich den *situm trianguli* auch nicht beschrieben hätte, so hätte Ihnen ja der *situs acb* (*qui utique ad aequilibrium firmum compositus esse potest*) gleich sollen in sinn kommen, welcher Ihnen dan allen scrupul benennen wird; will geschweigen daß ich den *situm acb accuratissime* beschrieben *hisce verbis*: «*triangulum rectan-*

*gulum homogeneum, quod aquae verticaliter insidens, ita ut (NB) angulus rectus extra aquam emineat, habebit crus alterum horizontale, alterum verticale».*

Ebenso gros oder noch weit größer ist meine übereilung gewest, da ich in meiner letstens überschickten *epistola latina* unsere methode habe wollen *ad indeterminatas duarum dimensionum* extendieren: Ich hatte *inter scribendum* die erste condition, der man muß nohtwendig satisfacieren, vergeßen und ware nur noch bedacht wie man den *exponentibus et coefficientibus assumptis* satisfacieren müße: wan Sie also je meine *epistolam* zu den *scriptis Academicis* haben legen laßen, so bitte selbige wieder zuruck zu fordern und darin den gantzen *paragraphum*, «*Potest etiam methodus ista multo magis extendi . . .*» *usque ad verba*, «*Nec plane omittendus est*» exclusive auszustreichen<sup>[8]</sup>.

Dieses solle uns erinnern wie unbillich es seje *in scriptis publicis* die fehler auffzusuchen und solche ohne menagement zu perstringieren, sonderlich wan es möglich ist solche *benignius* zu explicieren: Ich weiß daß es vielen leüten vorkommen ist, als wan Sie alzu frey von dem großen Newton in Ihrer *Mechanic* reden, welches ohne zweiffel des Robins gallen gerühret hat. Sie haben mich auch p. 191, tom. I, refutiert, da ich doch wohl sagen kan, ich seje nur *attentus* gewesen auff *media resistentia tenuissima* und *motus vehementes*: Nebst diesem hab ich auch negligiert die *diminutionem gravitatis specificae* und supponiert man könne setzen  $g = 1$ : so daß ich sagen kan, Sie haben nichts in Ihrer animadversion gesagt, welches ich nicht selber gewust habe zu der zeit da meine *scripta tomo 2 Comment[ariorum] inserta* sind gedruckt worden<sup>[9]</sup>: hingegen hätte ich in einigen andern occasionen *multo majoris momenti* als *primus inventor* citiert werden können. Ein eýffer für Ihre so unstreitig meritierte gloire und große merites hat mich dieses machen erinnern *aquila non captat muscas*<sup>[10]</sup>. Ich habe auch gesehen daß wir *in calculo exempli a globo ferreo ex tormento bellico exploso desumpti* nicht überein kommen, welches Sie haben auch wollen den *lectorem* machen remarquieren: ich glaube aber daß die differenz nur herkomme weilen wir *diversas resistentias absolutas* haben angenommen, welches auch billich hätte sollen erinnert werden<sup>[11]</sup>. Ich möchte gern von Ihnen vernemmen, ob Sie mejnen daß ich *in methodo* gefehlet habe. Bitte sonsten dieses nicht übel auszudeüten: ich weiß nicht wie ich auff diese materi gerahten bin, da ich doch niemahlen nicht im geringsten bin darüber afficiert worden.

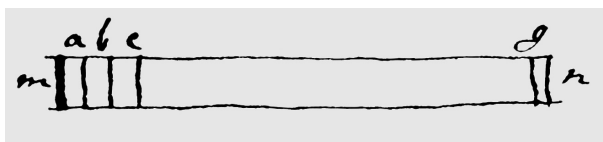
Ich habe Dero *analysin circa oscillationes compositas* durchgegangen und gantz richtig befunden: es frewet mich daß nunmehr unsere methode[n] genaw miteinander übereinkommen, da sie doch auff gantz *diversis principiis* fundiert sind und das *problema* selbstn wohl vielen vorkommen möchte, als wan es unmöglich wäre zu solvieren. Ew. HEdgb. melden von meinem *problemate*, eines an einem strick auffgehenckten *corporis* und deßen oscillationen zu determinieren, daß daßelbe bereits solviert worden unter einer *facie generaliori*: Ich weiß aber nicht, daß solches geschehen oder wo? Ich habe derowegen meine reflexionen über dieses *problema* zu papier gebracht umb meine *theoriam de oscillationibus compositis earumque tautochronismo* mehrers zu confirmieren und illustrieren: diese materi hat einen gar großen nutzen *in Theoria musica*: ich hab aber mit der abschrift nicht fertig

werden können und wird also mein hierüber abgefastes *scriptum* das nächste mahl schicken<sup>[12]</sup>. *A propos* von der *Theoria musica*, meine assignation an H. Schuster ist unterwegs verlohren gangen und hat H. Schuster meine eigenhändige assignation nicht respectieren wollen, bitte also H. *Bibliothecarium* und Raht Schuemaker nebst einem gehorsamen compliment mir eine andere assignation zu schicken.

Des H. Prof. <G.W.> Krafts gemachte *experimenta de corporibus super plano inclinato sive rependo sive rotando descendentibus* möchte ich gern sehen und wird mir lieb seyn wan er mich mit einem schreiben über diese materi beehren wird<sup>[13]</sup>.

Ich hatte noch nicht gewust, daß der H. Delisle verreyt ist: Es ist mir gar lieb daß derselbe observationen machen wird *circa aestum maris in mari glaciali*. Ich sehe aber voraus, daß unsere *theoria* nicht anderst als mit vielen veränderungen wird und muß confirmiert werden, wegen der großen influenz und impression die ein *fluxus* auff den folgenden *fluxum* hat und exercieret<sup>[14]</sup>.

Nachdeme ich *experimenta* gemacht *de sono fistularum* bin ich endlich auff eine meinung gefallen welche von anfang sehr übel fundiert scheint, doch aber nicht zu verwerffen.



Sit fistula *mn* sintque strata aërea *a, b, c* etc., atque circa *m* causa quaedam sonum efficiens continue agens: haec causa agitabit stratum *a*, quod primo comprimetur seque deinde restituendo comprimet stratum *b*, hocque deinde similiter stratum *c* et sic porro usque ad stratum ultimum *g*: nun statuere ich, daß das *primum stratum a*, keine neue impression bekommen könne biß das *stratum g* die seinige empfangen habe, alsdan fangt das *stratum a* wieder an *ut antea*: diese [...] *hypothesis* fundiert sich darauff daß sonsten nohtwendig *in stratis aëreis* eine *agitatio irregularis*, *q[ui]...* / *fugit*<sup>[15]</sup> seyn müße. Hierauß folgt daß der *sonus fistulae consonus* seyn müße [*cum chorda musica* die einmahl vibriert *eo tempore quo sonus communicatur a puncto m usque ad punctum n* und dieses hat sich mit einer surprenanten exactitude confirmiert. Es ist aber zu notieren daß wan *in m* das *orificium* zum theil zugedeckt wird ein *sonus gravior* entstehet als wan das *orificium* gantz offen ist: deswegen hab ich *in inflatione fistulae mn* das *orificium m* nicht gantz an den mund gehalten sondern *in distantia circiter unius pollicis*, alsdan hat eine Pariser schühige pfeiffen einen thon gegeben welcher *sensibiliter* war *d''* doch ein klein weniger höher (ich sage *sensibiliter*, weil man sich nicht umb eine oder 2 octaven betriegen kan wie Sie sagen, sonsten gar viel *absurda* darauß folgen wurde); ich habe darauß geschlossen, daß der *sonus fistulae* conveniere *cum numero vibrationum*  $\frac{8}{7} \times 8 \times 116\frac{1}{2}$  *intra minutum secundum*, oder *cum 1065 vibrationum*, welches praecise *cum velocitate media soni* übereinkomt<sup>[16]</sup>.

Über das ist noch eine wunderbahre uniformitet dieser theori mit der experienz: es wird nemlich die *irregularitas in stratorum aëreorum agitatione* auch evitiert,

*si eo tempore (quo motus tremulus ab orificio m usque ad orificium n communi-*  
ciert wird) das *primum stratum m bis, ter, quater, quinquies* etc. agitiert wird:  
daraus folgt, daß man *cum eadem fistula* wird die *octavam, duodecimam, decimam*  
*quintam, decimam septimam majorem* etc. wird herausbringen können, welches  
ich auch hab thun können mit der fleute traverse, da ich ohne veränderung der  
finger mit bloßer veränderung des blaßens und des ansatzes, zu erst das untere  
*d'*, darnach das *d''*, darnach das *a''*, ferners das *d'''*, und dan das *♯f'''* *distinc-*  
*tissime* herausgebracht. Auß dieser meiner *theoria* folgen gar viel andere schöne  
*corollaria*<sup>[17]</sup>.

Wan nun diese *theoria* wahr ware, so wurde die *theoria Newtoni* in seiner *optica*  
*circa accessus facilis reflexionis radiorum, accessus facilis transmissionis et circa*  
*intervalla hujusmodi accessuum*, welches so obscur vorkomt, dadurch illustriert, da  
man alzeit eine *analogiam inter communicationem soni et luminis* angenommen<sup>[18]</sup>.  
Ich bitte Ew. HEdgb. mir Dero meinung über diese *hypothesin* zu communicieren.

In Ihren vorigen brieffen haben Sie mir versprochen experimenten über meinen  
vorgeschlagenen *modum navigandi* zu machen: ich möchte wißen ob solches gesche-  
hen oder noch gesint sejen solches zu thun. Es sind gar viele circumstanzen darbey  
zu betrachten, auf welche alle wohl zu reflectieren bitte, ehe und bevor ein *judicium*  
gefällt werde<sup>[19]</sup>.

Der H. Maupertuis hat mir angerühmt, daß Unsere Allergnädigste Kayßerin  
(Anna Ioannovna) ihme eine pension habe anerbieten laßen<sup>[20]</sup>. Diesen morgen  
ist Dero H. Vatter bey mir gewest und hat mir gesagt, wie sie gesint sejen Dero  
H. Bruder (Johann Heinrich) in Italien reyßen zu laßen umb sich in der mahler  
kunst zu perfectionieren; es ist uns aber vorkommen als wan er beßer thäte sich  
vorhero in Paris etwas zeits auffzuhalten, da er gar leicht connoissance bekommen  
wird, umb nachgehends in Italien engagement zu finden. In Paris aber können  
Ew. HEdgb. ihme gar gute recommendation verschaffen ja vielleicht erhalten, daß  
ihn der Prince Cantemir auffnehme. Es ist dorten wie Sie wißen eine Academie  
darin er gar viel profitieren könte und wird er als ein Bruder von Ihnen bey jeder-  
man in großer consideration stehen. Wan ich durch meine recommendation etwas  
behülfflich sejn kan, wird ich mich gantz willig darzu finden laßen.

Schließlichen recommendiere mich in Dero beständige freundschaft und versi-  
chere sie meiner vollkommenen hochachtung.

Daniel Bernoulli

Basel den 25. jun. 1740.

### Übersetzung

Ihr letztes Schreiben habe ich schon vor geraumer Zeit erhalten<sup>[1]</sup>, jedoch muss-  
te ich es bis jetzt infolge einer grossen Menge akademischer Geschäfte unbeantwor-  
tet lassen, da ich für dieses Jahr zum Dekan, zum Quästor des Gymnasiums wie  
auch zum Mitglied des Konsistoriums etc. ernannt worden bin, was alles in dieser

Jahreszeit mit vielen Geschäften verbunden ist. Sie ersen daraus, warum man mir ausserplanmässig die Stelle in der Regenz aufgetragen hat<sup>[2]</sup>. Dennoch wollte ich die vorliegende Antwort nicht länger hinausschieben.

Die Beförderung des Kammerherrn von Korff soll uns mit Recht freuen, abgesehen davon, dass sie sowohl der Akademie im allgemeinen als auch den Akademikern im besonderen zu grossem Verlust gereicht. Er hat uns so viel Gutes getan, dass wir mit gutem Recht seine Interessen den unsrigen vorziehen sollen. Wenn ich die Adresse und den Aufenthaltsort unseres so hochgeschätzten bisherigen Herrn Präsidenten und nunmehrigen Gesandten kannte, so hätte ich mich beehrt, ihm zu gratulieren. Übrigens gratuliere ich Ihnen zu Ihrem neuen Vertragsabschluss und wünsche, dass Ihre Verdienste von Tag zu Tag mehr erkannt werden mögen<sup>[3]</sup>.

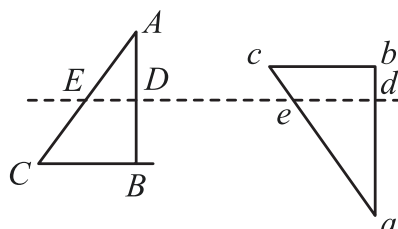
Bitte übersenden Sie mir das Porträt des Herzogs von Kurland (E.J. Biron) separat, da ich gerne vorher sehen möchte, wie es ausgefallen ist. Die Farben des Porträts Ihrer Kaiserlichen Majestät (Anna Ioannovna) haben sich nämlich dermassen verändert, dass ich es gänzlich überholen lassen muss; möglicherweise ist das dem Transport über das Meer zuzuschreiben<sup>[4]</sup>.

Sie melden mir, dass Newton sich in der Einschätzung der Anziehungskraft der Sonne sehr vertan habe und dass sie viel kleiner anzunehmen sei. Vielleicht kommt die Differenz daher, dass Newton nicht die genaue Figur der Erde, wie sie durch die Wirkung der Sonne entsteht, untersucht, sondern sie als elliptisch vorausgesetzt und nur das Verhältnis der beiden Achsen gesucht hat. Dasselbe habe ich auch getan und exakt dieselbe Zahl wie Newton gefunden. Meine Lösung ist jedoch viel allgemeiner und passt für jedes beliebige Gesetz der Dichte, stimmt aber mit dem Fall der Homogenität der Erde völlig überein. Übrigens soll Maclaurin bewiesen haben, dass eine kugelförmige Erde durch die Kraftwirkung der Sonne notwendig in eine ellipsoidische verändert wird. Nach all diesen Überlegungen bin ich um so begieriger, Ihre Preisschrift zu sehen. Indem auch Sie, wie ich höre, in Ihrer Lösung die unwichtigen Terme vernachlässigt haben, haben Sie vielleicht einen Term als nutzlos verworfen, der nicht verworfen werden darf, was sehr leicht geschehen kann<sup>[5]</sup>. Ferner hat mir Herr Clairaut geschrieben, er habe in einer Abhandlung, die er zur Publikation in den *Philosophical Transactions* nach London geschickt hat, bewiesen, dass durch die zunehmende Dichte der Erde zum Zentrum hin zwar die Veränderlichkeit der Schwere zwischen verschiedenen Breitenkreisen infolge der Zentrifugalkraft vergrössert, hingegen die Abweichung der Gestalt der Erde von der Kugelform verkleinert werde<sup>[6]</sup>. Dies steht nun im Widerspruch mit dem, was Sie melden: Sie haben die Dichte der Erde deshalb gegen das Zentrum hin zunehmen lassen, weil nach den in Lappland vorgenommenen Beobachtungen die Erdfigur bedeutend mehr von der sphärischen abweiche, als aus Newtons Theorie folgt. Nachdem auch einige Akademiker nach Amiens gereist sind, um einige Beobachtungen zu verifizieren, haben sie gefunden, dass die Erde nur um  $\frac{1}{178}$  abgeplattet sein muss, was mit der Rechnung von Newton ziemlich gut übereinstimmt<sup>[7]</sup>.

Es freut mich, dass Sie jetzt hinsichtlich der zusammengesetzten Schwingungen von auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körpern meiner Meinung sind. Dass



die beiden Schwingungen, wenn beide Schwerpunkte in einer Vertikalen liegen, einander nicht beeinflussen, hatte ich auch bemerkt. Ich muss Sie auch hier auf eine Übereilung an der Stelle aufmerksam machen, wo Sie sagen, mein angeführtes Beispiel vom vertikalen rechtwinkligen Dreieck habe Sie in Ihrer früheren Meinung bestätigt, und in Ihrem Brief zeigen Sie dann ausführlich, dass das Dreieck  $ACB$  nicht im Gleichgewicht sein und folglich keine Schwingungen ausführen könne.



Auch wenn ich die Lage des Dreiecks nicht beschrieben hätte, so hätte Ihnen ja die Lage  $acb$  (die durchaus in ein stabiles Gleichgewicht gebracht werden kann) sofort in den Sinn kommen sollen, und das hätte Ihnen alle Skrupel genommen, ganz zu schweigen davon, dass ich die Lage  $acb$  sehr genau beschrieben habe, und zwar mit folgenden Worten: «Ein rechtwinkliges, homogenes Dreieck, das senkrecht im Wasser schwimmt, so dass (NB) der rechte Winkel aus dem Wasser hervorragt, hat einen horizontalen und einen vertikalen Schenkel».

Doch ebensogross oder noch viel grösser war die Übereilung meinerseits, als ich in meinem letzten lateinischen Brief unsere Methode auf Variablen von zwei Dimensionen ausdehnen wollte. Ich hatte während des Schreibens die erste Bedingung, die man notwendigerweise erfüllen muss, vergessen und war nur noch darauf bedacht, wie man den angenommenen Exponenten und Koeffizienten gerecht wird. Wenn Sie also meine Abhandlung zu den Akademiepapieren haben legen lassen, dann bitte ich Sie, diese zurückzuverlangen und den ganzen Paragraphen «*Post etiam methodus ista multa magis extendi ...*» bis an die Worte «*Nec plane omittendus est*» hin auszustreichen<sup>[8]</sup>.

Das soll uns daran erinnern, wie ungerecht es ist, in Druckschriften die Fehler herauszupicken und schonungslos darauf hinzuweisen, besonders wenn es möglich ist, dafür eine wohlwollende Erklärung zu finden. Ich weiss, dass es vielen Leuten so vorgekommen ist, als ob Sie in Ihrer *Mechanik* allzu frei von dem grossen Newton sprechen, was zweifellos Robins' Galle in Aufruhr gebracht hat. Auch mich haben Sie auf Seite 191 von Bd. 1 widerlegt, obwohl ich doch sagen kann, ich hätte nur auf sehr schwach widerstehende Medien und auf heftige Bewegungen geachtet. Zudem habe ich auch die Verminderung des spezifischen Gewichts vernachlässigt und vorausgesetzt, man könne  $g = 1$  setzen, so dass ich sagen kann, Sie haben in Ihrer Bemerkung nichts gesagt, was ich nicht selber gewusst habe zu jener Zeit, als meine Arbeiten im zweiten Band der *Commentarii* gedruckt worden sind<sup>[9]</sup>. Hingegen hätte ich bei einigen anderen Gelegenheiten von viel grösserem Gewicht als Erstentdecker zitiert werden können. Der Eifer für Ihren so unstreitig verdienten Ruhm und Ihre grossen Verdienste hat mich dabei daran denken lassen,



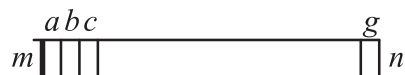
dass «*aquila non captat muscas*»<sup>[10]</sup>. Ich habe auch gesehen, dass wir im Rechenbeispiel über die Kanonenkugeln nicht übereinstimmen, was Sie auch den Leser merken lassen wollten. Ich glaube aber, dass die Differenz nur daher kommt, weil wir unterschiedliche absolute Widerstände angenommen haben, und daran hätte recht und billig auch erinnert werden sollen<sup>[11]</sup>. Ich möchte gerne Ihre Meinung darüber vernehmen, ob mir ein Fehler in der Methode unterlaufen sei. Ansonsten bitte ich Sie, das nicht übel auszulegen; ich weiss nicht, wie ich auf diesen Gegenstand gekommen bin, da ich mich doch nie auch nur im geringsten darüber aufgeregt habe.

Ihre Rechnung über die zusammengesetzten Schwingungen bin ich durchgegangen und habe sie ganz richtig gefunden. Es freut mich, dass unsere Methoden jetzt genau miteinander übereinstimmen, obwohl sie doch auf ganz verschiedene Prinzipien fussen und das Problem selbst wohl vielen als unlösbar vorkommen mag. Von meinem Problem, die Schwingungen eines an einem Faden aufgehängten Körpers zu bestimmen, melden Sie, es sei unter einem allgemeineren Gesichtspunkt bereits gelöst worden. Ich weiss jedoch nicht, dass dies geschehen ist und auch nicht wo. Deshalb habe ich meine Überlegungen zu diesem Problem zu Papier gebracht, um meine Theorie über die zusammengesetzten Schwingungen und deren Tautochronismus zu untermauern und zu illustrieren. Diese Materie hat einen sehr grossen Nutzen für die Musiktheorie. Ich konnte jedoch mit der Abschrift nicht fertig werden und werde also meine schriftliche Fassung das nächste Mal senden<sup>[12]</sup>. *Apropos der Musiktheorie*: Meine Anweisung für Herrn Schuster ist unterwegs verloren gegangen, und meine eigenhändige Anweisung wollte er nicht anerkennen. Ich bitte daher den Herrn Bibliothekar und Rat Schumacher, mir eine zweite Anweisung zu schicken, und lasse ihn freundlich grüssen.

Die von Herrn Prof. (G.W.) Krafft angestellten Experimente über Körper, die auf einer geneigten Ebene hinuntergleiten oder -rollen, möchte ich gerne sehen; es würde mich freuen, wenn er mich mit einem Schreiben über diesen Gegenstand beehren würde<sup>[13]</sup>.

Ich wusste noch nicht, dass Herr Delisle verreist ist. Es freut mich sehr, dass er Beobachtungen über die Gezeiten im Eismeer anstellen wird. Ich sehe jedoch voraus, dass unsere Theorie nicht anders als mit vielen Änderungen bestätigt werden wird und muss, und zwar infolge des starken Einflusses und des Druckes, den eine Flutwelle auf die nachfolgende hat und ausübt<sup>[14]</sup>.

Nachdem ich Experimente über den Ton von Pfeifen angestellt hatte, bin ich schliesslich zu einer Meinung gekommen, die zwar anfänglich sehr schlecht begründet scheint, jedoch nicht zu verwerfen ist.



Es sei  $mn$  eine Pfeife, und  $a$ ,  $b$ ,  $c$  etc. seien Luftschichten. Bei  $m$  befinde sich eine gewisse Ursache, die einen Ton hervorbringt und ständig wirkt. Diese Ursache erregt eine Schicht  $a$ , die zuerst zusammengedrückt wird und dann zurückfedernd

die Schicht *b* zusammendrückt, diese dann ähnlich die Schicht *c* und so weiter bis zur letzten Schicht *g*. Nun setze ich fest, dass die erste Schicht *a* keinen neuen Impuls bekommen kann, bis die Schicht *g* den ihrigen empfangen hat, und dann beginnt die Schicht *a* wieder wie vorher. Diese [meine] Hypothese gründet sich darauf, dass sonst in den Luftschichten notwendig eine unregelmässige Erregung stattfinden müsste, welche [sich der Analyse völlig] entzieht<sup>[15]</sup>. Hieraus folgt, dass der Ton der Pfeife konsonant sein muss demjenigen einer Saite, die einmal vibriert in der Zeit, in welcher der Ton vom Punkt *m* bis zum Punkt *n* übertragen wird, und das hat sich mit überraschender Genauigkeit bestätigt. Es muss jedoch angemerkt werden, dass ein tieferer Ton entsteht, wenn die Mündung in *m* teilweise zugedeckt wird, als wenn sie ganz offen ist. Deshalb habe ich beim Anblasen der Pfeife *mn* die Mündung *m* nicht ganz an den Mund gehalten, sondern im Abstand von ungefähr einem Zoll, und dann hat eine Pfeife von einem Pariser Fuss einen Ton geliefert, welcher *wahrnehmbar* ein *d''* war, jedoch ein klein wenig höher (ich sage wahrnehmbar, weil man sich nicht um eine oder zwei Oktaven täuschen kann, wie Sie sagen, denn sonst würden viele absurde Dinge daraus folgen). Daraus habe ich geschlossen, dass der Ton der Pfeife der Anzahl von  $\frac{8}{7} \times 8 \times 116\frac{1}{2}$  Vibrationen in der Sekunde entspricht oder 1065 Vibrationen, was genau mit der mittleren Schallgeschwindigkeit übereinstimmt<sup>[16]</sup>. Überdies gibt es noch eine wunderbare Übereinstimmung dieser Theorie mit der Erfahrung: Man vermeidet nämlich die Unregelmässigkeit in der Erregung der Luftschichten auch, wenn in derselben Zeit (in welcher die Zitterbewegung von der Mündung *m* bis zur Mündung *n* übertragen wird) die erste Schicht *m* zweimal, dreimal, viermal, fünfmal etc. erregt wird. Daraus folgt, dass man mit derselben Pfeife die Oktave, die Duodezime, die Quindezime, die grosse Septendezime etc. herausbringen kann. Dies konnte ich auch mit der Traversflöte tun, indem ich ohne Veränderung der Fingerlage mit blosser Veränderung des Blasens und des Ansatzes zuerst das untere *d'*, danach das *d''*, dann das *a''*, ferner das *d'''* und schliesslich das *fis'''* sehr genau herausbrachte. Aus dieser meiner Theorie folgen sehr viele andere schöne Zusätze<sup>[17]</sup>.

Wäre nun diese Theorie wahr, so würde dadurch auch die Theorie in Newtons *Opticks* über die Abstände, bei denen Strahlen leicht reflektiert werden, die Abstände, bei denen sie leicht durchgelassen werden, und die Differenzen dieser Abstände, die einem so obskur vorkommt, erhellt, da man schon immer eine Analogie zwischen der Übertragung des Schalles und des Lichts angenommen hat<sup>[18]</sup>. Teilen Sie mir bitte Ihre Meinung über diese Hypothese mit.

In Ihren vorangegangenen Briefen haben Sie mir versprochen, Experimente über die von mir vorgeschlagene Art der Schifffahrt anzustellen. Ich möchte wissen, ob das geschehen ist oder ob Sie noch im Sinn haben, dies zu tun. Dabei sind sehr viele Umstände zu berücksichtigen, die ich Sie alle zu bedenken bitte, bevor eine Beurteilung erfolgen wird<sup>[19]</sup>.

Herr Maupertuis hat es mir zugeschrieben, dass unsere Allergnädigste Kaiserin (Anna Ioannovna) ihm eine Pension hat anbieten lassen<sup>[20]</sup>. Diesen Morgen war Ihr Vater bei mir; er hat mir gesagt, dass Sie gesinnt seien, Ihren Bruder (Johann Heinrich) in Italien umherreisen zu lassen, um sich in der Malerei zu vervollkomm-

nen. Wir denken jedoch, dass er besser daran täte, sich vorher einige Zeit in Paris aufzuhalten, indem er sehr leicht Bekanntschaften machen könnte, um nachher in Italien ein Engagement zu finden. In Paris aber können Sie ihm sehr gute Empfehlungen verschaffen, ja vielleicht erwirken, dass ihn Fürst Kantemir aufnimmt. Wie Sie wissen, gibt es dort eine Akademie, in welcher er sehr viel profitieren könnte, und als Ihr Bruder wird er bei jedermann in hohem Ansehen stehen. Sollte ich durch meine Empfehlung dabei behilflich sein können, so wäre ich sehr gerne dazu bereit.

Abschliessend empfehle ich mich Ihrer beständigen Freundschaft und versichere Sie meiner vollkommenen Hochachtung.

Daniel Bernoulli

Basel, den 25. Juni 1740.

R 137 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 47

Basel, 25. Juni 1740

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 29, Bl. 98–99v

Am 18. (7.) Juli in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 619–620)

- [1] Cf. Eulers Brief vom 23. (12.) April 1740 (Nr. 47).
- [2] Im Frühjahr 1740 wurde D. Bernoulli für das bevorstehende akademische Jahr zum Dekan der Medizinischen Fakultät ernannt. Vom 2. Juni 1740 bis zum 11. Mai 1742 war er als Quästor des Gymnasiums und als Mitglied des Konsistoriums, d. h. der Verwaltungsbehörde der evangelisch-reformierten Kirche, tätig.
- [3] Cf. Brief Nr. 47, Anm. 2.
- [4] Wahrscheinlich handelt es sich hierbei um das Porträt der Kaiserin, das zwei Jahre zuvor nach Basel geschickt worden war. – Cf. Brief Nr. 30, Anm. 6.
- [5] Cf. die Preisschriften über die Gezeiten von Euler (E. 57) und Maclaurin (1741).
- [6] Cf. die Abhandlung von Clairaut über die Figur der Planeten (1738).
- [7] Cf. Maupertuis (1740).
- [8] Die hier angesprochene Passage ist – ebenso wie einige kürzere vorhergehende Stellen – in dem Manuskript der Abhandlung, das in Basel erhalten geblieben und hier als Brief Nr. 46 wiedergegeben worden ist, ausgestrichen (Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 87v; cf. p. 393 / 402 h.v.). Auch in der Fassung, die in den *Petersburger Commentarii* für 1741/43 veröffentlicht wurde (DB. 35), ist sie Bernoullis Auftrag gemäss weggelassen.
- [9] Cf. den ersten Band von Eulers *Mechanik* (E. 15, Prop. 57, Scholion 3: O. II, 1, p. 150–151) und D. Bernoullis Abhandlung über die Bewegung von Körpern in Flüssigkeiten (1729, DB. 14a, Pars IV).
- [10] Mit dem antiken Sprichwort «Ein Adler fängt keine Fliegen» weist Bernoulli Euler auf die Grosszügigkeit hin, mit der er Eulers Nachlässigkeit im Erwähnen seiner Leistungen zu übersehen gewillt ist.
- [11] Cf. *supra* Anm. 9.
- [12] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über zusammengesetzte Schwingungen (1750, DB. 34).
- [13] Cf. Brief Nr. 51, Anm. 5.
- [14] Cf. Brief Nr. 47, Anm. 7.
- [15] Der Manuskriptbogen ist durch das Abreissen eines Siegels am linken und rechten Rand etwas ausgerissen. Die sinngemässe Ergänzung ist in der Übersetzung mit eckigen Klammern [...] eingefügt.

- [16] Tatsächlich stimmt der Wert von  $346 \text{ ms}^{-1}$  für die Schallgeschwindigkeit, der sich aus diesen Daten ergibt, sowohl mit dem oben in Brief Nr. 2, Anm. 5 angegebenen Wert als auch mit dem modernen Wert bei Normaldruck und einer Lufttemperatur von  $25^\circ\text{C}$  gut überein.
- [17] Dem Klang elastischer Streifen widmete D. Bernoulli seine beiden nächsten Abhandlungen (1751, DB. 37, 38), die allerdings mit grosser Verspätung publiziert wurden. Eine spätere Abhandlung betraf die Töne von Pfeifen (1764, DB. 53).
- [18] Cf. Newton, *Opticks* (1704), Book II, Part III, Prop. XVI, und Part IV, Obs. 5.
- [19] Es ist ungewiss, ob in Petersburg Experimente zum Antrieb von Schiffen durch den Rückstoss von Wasserstrahlen durchgeführt worden sind.
- [20] In seinem Brief an Johann II Bernoulli vom 27. Mai 1740 berichtet Maupertuis, er habe die ihm angebotene Pension von jährlich 200 Rubeln höflich abgelehnt, weil er nicht der Anhäufung von Pensionen bezichtigt werden wolle (Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 46).

## 50

L. EULER AN D. BERNOULLI

Petersburg, 26. (15.) September 1740

Hochedelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor

Vor einiger Zeit habe die Ehre gehabt Denselben über Amsterdam zuzuschreiben, und Ihro Durchlaucht (E.J. Biron) Portrait nebst den Academischen Ewr. Hochedelgb. und Dero H. Vater destinirten Büchern zuzusenden, welches Dieselben ohne Zweifel schon richtig werden erhalten haben.

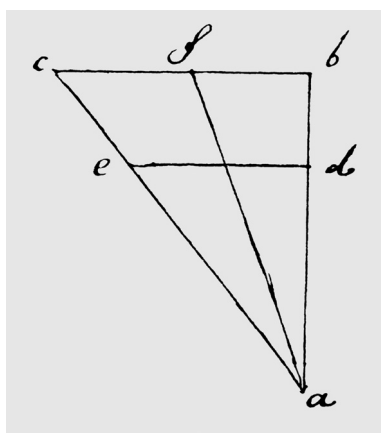
Auf die *Scientifica* habe nicht ehr als jetzo antworten können, wegen einer Unpäßlichkeit an meinem Auge, wodurch ich einige Wochen außer Stand gesetzt worden das geringste vorzunehmen<sup>[1]</sup>.

Weilen ich hoffe, daß Ewr. Hochedelgeb. meine Piece *de Fluxu et Refluxu maris* schon werden gesehen haben<sup>[2]</sup>, so finde nichts anders auf Dero darüber gemachte Remarques für nöthig zu antworten, als daß H. Clairaut in seiner nach London gesandten Piece, welche ich in den *Transactions* gelesen, freylich recht hat, daß *ab aucta Terrae versus centrum densitate* die Figur der Erde weniger von der vollkommenen Rundung abweichen müsse<sup>[3]</sup>; diese Sache aber hat in meiner Piece keinen Einfluß, weilen ich diese Materie nur obenhin berühret habe. Sonsten hat mir der H. Maupertuis neulich geschrieben, daß H. Cassini nunmehr seine Meinung wegen der Figur der Erde völlig abandonnirt und vor der Academie abgeschworen<sup>[4]</sup>.

Aus dem *Mari glaciali* habe ich neulich *observationes circa aestum maris* erhalten, welche aber nicht hinlänglich sind etwas gründliches daraus zu schliessen. Dieselben sind etwan 40 Werst von Archangel in der Weissen See den 6. und 7. Aug. angestellt worden: allwo mein Schwager Kaiser Capitain von der Flotte an einem eingetheilten Pfal observirt, daß den 6<sup>ten</sup> Aug. um 2 Uhr 45' *p[ost] m[eridiem]* 12 Schuh  $\frac{1}{2}$  Zoll gestanden, zu welcher Zeit das Wasser am höchsten gewesen, nachdem ist das Wasser nach und nach gefallen biß 8 Uhr 40', da es am Pfal 9 Sch[uh]  $3\frac{1}{2}$  Zoll anzeigte. Den folgenden Morgen den 7<sup>ten</sup> war wiederum Ebbe um 8 h. 58', da das Waßer am Pfal bey 8 Sch[uh] 10 Zoll stund; um 9 h. 22'

fieng dasselbe an zu steigen biß zur folgenden Fluth, so geschah um 3 h. 48' *p[ost]m[eridiem]*, da die Höhe des Wassers am Pfal war 11 Sch[uh] 6 Zoll. Mehr observationen sind nicht gemacht worden, wie ich gewünscht hätte, daß dergleichen von einer Conjunction biß zur folgenden zum wenigsten angestellet würden; auch war diese Zeit *circa quadraturam Lunae*, aus welcher am wenigsten etwas geschlossen werden kan<sup>[5]</sup>.

Meine Difficultät über die Oscillationen des *Trianguli Rectanguli aquae verticaliter innatantis* beruhete keineswegs darauf, ob der *angulus rectus* außer dem Wasser stehe, oder umgekehrt unter dem Wasser, wie ich angenommen hatte: dann wann in einem Fall ein *situs aequilibrui* vorhanden ist, so ist auch im umgekehrten *situ* ein *Aequilibrium* da; und also ist mein Zweifel durch Ewr. Hochedelgb. Antwort noch nicht aufgehoben.



Dann wann auch gleich das *Triangulum abc ad b rectangulum* so im Wasser steht, daß die *superficies aquae* *de* parallel ist dem *lateri bc*, und folglich das *Latus ab* vertical ist, so ziehe man nur die Linie *af*, welche das *latus bc* in zwey gleiche Theil schneide: Weilen nun das *Triangulum homogeneum* gesetzt wird, so muß sein *centrum gravitatis* in diese Linie *af* fallen. Ferner fällt auch das *Centrum gravitatis partis submersae ade* in diese Linie *af*; und geht folglich diese Linie *af* durch beyde *Centra gravitatis*. Nun aber wird zu einem *situ aequilibrui* erfordert, daß die grade Linie, welche durch beyde *Centra gravitatis* gezogen wird, vertical seÿe; dahero dieser *situs* des *Trianguli*, den Ewr. Hochedelgeb. angeben, nicht einmal ein *situs aequilibrui*, will geschweigen ein *situs firmus*, wie zu den *oscillationibus* nöthig ist, seÿn kan.

Ewr. Hedgb. *Problema* von den *Oscillationibus* eines an einem *Filo gravitatis experte* aufgehängten Körpers habe ich anfänglich nicht mit genugsamer Attention in Erwegung gezogen; anjetzo aber je mehr ich dasselbe betrachte je wichtiger und nützlicher befinde ich dasselbe, indem ohne dasselbe niemals die Oscillationen einer an einem Faden aufgehängten Kugel, welcher *Casus* sonst für so leicht angesehen wird, richtig bestimmt werden können. Ich habe mich lange bedenken müssen, ehe ich meine General Methode einen jeden *motum oscillatorium* zu bestimmen,



omnium harum virium summa erit

$$= \frac{\mathbf{S} M \cdot Mm}{z} = \frac{P \cdot Gg}{z} = \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}.$$

Momentum vero hujus vis  $\frac{M \cdot Mm}{z}$  ratione poli  $Z$  est

$$= \frac{M \cdot Mm \cdot MZ}{z} = \frac{Aa}{AZ \cdot z} \cdot M \cdot MZ^2,$$

summaque omnium momentorum est

$$= \frac{Aa}{AZ \cdot z} \mathbf{S} M \cdot MZ^2.$$

Sit summa omnium productorum, quae oriuntur si singulae corporis particulae  $M$  multiplicentur per quadrata distantiarum suarum ab axe normaliter ad planum oscillationum  $GOg$  ducto  $= P \cdot kk$ , quam summam momentum inertiae corporis respectu axis descripti vocare soleo; erit

$$\mathbf{S} M \cdot MZ^2 = P(kk + GZ^2),$$

ex quo summa omnium illorum momentorum est

$$= \frac{Aa \cdot P(k^2 + GZ^2)}{AZ \cdot z},$$

quae divisa per summam potentiarum  $\frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$  dabit positionem potentiae omnibus aequivalentis  $Qq$  nempe distantiam

$$Zq = \frac{k^2 + GZ^2}{GZ} = GZ + \frac{k^2}{GZ};$$

atque ipsa potentia omnibus his fictis potentiis aequivalens erit  $= \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$ . Per hypothesin igitur haec potentia  $Qq = \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$  eundem pro motu oscillatorio effectum producet, quem actu edit vis gravitatis  $P$  in directione  $GP$  urgens. Quare si huic potentiae  $Qq$  contraria applicata concipiatur  $QR = \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$ , haec cum vi gravitatis  $P$  corpus in aequilibrio tenebit. Ex compositione autem harum potentiarum binarum  $QR = \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$  et  $QP = P$  oriatur una haec  $QV$ , a qua corpus in quiete conservari nequit, nisi directio  $QV$  cum fili directione  $OA$  in directum jaceat. Erit itaque  $OAQV$  linea recta, ac propterea

$$P : \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z} = Oa : Aa = AZ \cdot z : Aa \cdot GZ.$$



At cum sit

$$Qq = Gg = \frac{Aa \cdot GZ}{AZ}$$

erit

$$Aa : Oa = Qq (Gg) : (OZ + Zq)$$

ergo

$$Aa : Oa = \frac{Aa \cdot GZ}{AZ} : \left( OZ + GZ + \frac{k^2}{GZ} \right).$$

Sit nunc uti Tu Vir Celeb. posuisti  $OA = n$ ,  $AG = g$ , atque  $OZ = x$ ,  $Aa = y$ , erit ob omnes angulos infinite parvos  $Oa = n$ ,  $AZ = n - x$ , ideoque hae duae emergent analogiae

$$n : y = (n - x)z : (g + n - x)y \quad \text{seu} \quad z = \frac{n(g + n - x)}{n - x}$$

et

$$y : n = \frac{y(g + n - x)}{n - x} : \left( g + n + \frac{k^2}{g + n - x} \right)$$

seu

$$\frac{n(g + n - x)}{n - x} = g + n + \frac{k^2}{g + n - x}.$$

Sit  $n - x = u$ , erit

$$n + \frac{ng}{u} = n + g + \frac{k^2}{g + u} \quad \text{seu} \quad \frac{g(n - u)}{u} = \frac{k^2}{g + u}$$

ex qua aequatione si valor ipsius  $u$  quaeratur, habebitur longitudo penduli simplicis quaesita

$$z = n + \frac{ng}{u} = n + \frac{2ngg}{ng - gg - kk \pm \sqrt{(gn - gg - kk)^2 + 4ng^3}}.$$

Quodsi autem Tuo modo longitudo penduli isochroni oscillationibus si corpus ex  $A$  esset suspensum, in computum ducatur, eaque vocetur  $l$ , erit  $l = g + \frac{kk}{g}$  seu  $kk + gg = gl$ , quo substituto nascitur

$$z = n + \frac{2ng}{n - l \pm \sqrt{4ng + (n - l)^2}}$$

quae est ipsa expressio a Te Vir Celeb. mecum communicata. Ceterum haec eadem longitudo penduli simplicis isochroni  $z$  ita potest exprimi ut sit

$$z = \frac{n + l \pm \sqrt{(n - l)^2 + 4ng}}{2};$$

de his autem Te notare velim, me ista nunc primum in chartam coniecisse, ex quo facile video, me eadem multo distinctius, ordinatius et brevius exponere potuisse,

quare rogo ut minus ordinatam explicationem mihi condones. Sic linea  $Mm$  deberet esse ad  $MZ$  normalis, quia distantia particulæ  $M$  ab  $AB$  potest esse finita, etiamsi anguli  $AOa$ ,  $AZa$  sint infinite parvi. Ex his autem non potest determinari motus oscillatorius, si filum in ipso centro gravitatis  $G$  alligetur, tum enim sponte fit  $kk = 0$ , quod nisi corpus sit infinite parvum, fieri nequit; quare hic casus seorsim debet investigari; interim mirum est casum alias facillimum in hac solutione non contineri.

Wann dahero der aufgehängte Körper ein *Globus* ist, dessen *Radius*  $AG = g$ , und derselbe in der *superficie* an den Faden  $OA = n$  angebunden wird, so kommt die *Longitudo penduli isochroni*

$$= n + g + \frac{2gg}{5n} - \frac{6g^3}{25nn}.$$

Wann aber keine Flexibilität vorhanden wäre, wie man gemeiniglich anzunehmen pflegt, so findet man die *longitudinem penduli isochroni*

$$= n + g + \frac{2gg}{5(n+g)} = n + g + \frac{2gg}{5n} - \frac{2g^3}{5nn},$$

wann nemlich  $g$  sehr klein in Ansehung des  $n$  angenommen wird. Dahero ist in diesem Fall die wahre *longitudo penduli isochroni* grösser als die welche durch den gemeinen Weg gefunden wird, um  $\frac{4g^3}{25nn}$ , welche Differenz in vielen Fällen, da man die *longitudinem pedis horarii*<sup>[7]</sup> durch die Experienz zu bestimmen sucht nicht negligirt werden kan. Generaliter aber kommt nach dem gemeinen Wege für unser angenommenes *Corpus oscillans* die *Longitudo penduli isochroni*  $= n + g + \frac{gl - gg}{n + g}$ .

Weilen nun  $l$  ad  $g$  eine gegebene Verhältnüß, so vom  $n$  nicht dependirt, so setze ich  $l - g = \alpha g$  und wann  $n$  sehr groß in Ansehung des  $g$  angenommen wird, so bekommt [man] nach dem gemeinen Wege diese *Longitudinem penduli isochroni*  $= f + \frac{\alpha gg}{f}$  posito  $n + g = f$ . Die wahre aber wird durch  $f$ ,  $g$  und  $\alpha$  exprimirt seyn

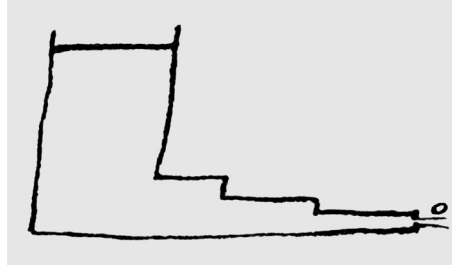
$$= \frac{f + \alpha g + \sqrt{ff - 2\alpha fg + 4\alpha gg + \alpha^2 gg}}{2} = f + \frac{\alpha gg}{f} + \frac{\alpha^2 g^3}{ff} \quad q[uam] \ p[roxime].$$

Dahero ist allzeit die wahre *longitudo penduli simplicis isochroni* grösser als die, welche durch den gewöhnlichen Weg gefunden wird und das um  $\frac{\alpha^2 g^3}{ff}$ , und alhier bedeutet  $\alpha g$ , nach Ewr. Hochedlgb. Benennungs Art die *Distantiam centri virium vivarum corporis ACBD a centro gravitatis G*: es ist aber unnöthig daß ich Ewr. Hochedlgb. die Wichtigkeit dieses *Problematis* weiter darthue.

Anjetzo habe von Dero H. Vater den anderen Theil seiner *Theoriae Hydrodynamicae* bekommen<sup>[8]</sup>, welche mir über die massen wohl gefällt, insonderheit hat Derselbe auch *ex primis Principiis* die *Pressionem aquae in latera Vasis* sehr gründlich determinirt, welche mit Ewr. Hochedlgb. Theorie sehr schön übereinkommt. Ich glaube aber daß Sich Dero H. Vater vielleicht übersehen, wann Er

glaubt daß Ewr. Hochedlgb. in diesem Stücke gefehlet haben. Dann Er refutirt Sie zu verschiedenen malen, nicht zwar Dero *Opus Hydro[dynamicum]* sondern einen Brief von 1730<sup>[9]</sup>.

Er findet nemlich eine andere Formel für die *Vim, qua Vas ab effluente aqua retro urgetur*, wann daran *Tubi horizontales* allso befestigt sind.



Dero H. Vaters Formel für diesen Fall ist mir aber sogleich suspect vorkommen, weilen nach derselben die *retroactio vasis finita*, ja *quavis quantitate data major* seyn kan, wann gleich das *Foramen o infinite parvum* ist; dieser Fehler aber steckt keineswegs in der Theorie Desselben sondern bloß in der Application auf diesen Fall; und deswegen verwundere ich mich, daß Derselbe diese Discrepanz von Ewr. Hochedlgb. nicht nur bemerket, sondern die Seinige Formel für wahr hält, und Dero Formel für falsch, und dazu noch schreibt: *De his judicet Lector*<sup>[10]</sup>. Ich möchte allso wünschen, daß diese Piece nicht in diesen *Terminis* gedruckt werden müßte: und will deswegen versuchen ob meine Vorstellungen, welche ich darüber Dero H. Vater machen will, eine Veränderung auswirken können<sup>[11]</sup>.

Ewr. Hochedlgb. *Theoria de Sono fistularum* kommt mit der meinigen, welche Dieselben in meinem Tractätlein von der Music ausführlich erklärt finden werden<sup>[12]</sup>, beÿ nahem überein, in dem wir nur *in ratione constante* von einander differiren nemlich wie 11 zu 14 *q[uam] pr[oxime]*. Durch die Experientz kan man allso leicht determiniren, welche Theorie mit der Wahrheit übereinkommt, wann man eine *Chordam datae Longitudinis et dati ponderis* durch ein Gewicht so spannt, biß dieselbe mit dem Thon der Pfeiffe consoniret; und dadurch den *Numerum oscillationum minuto secundo editarum* ausrechnet. Nach meiner Theorie müßte eine Cylindrische Pfeiffe, welche 1 Pariser Schu lang in einer Secunde 870 Vibrationen machen, (*tempestate scilicet mediocri*), dann hierinn hat man so wohl auf das *Barometrum* als *Thermometrum* insonderheit zu sehen: und beÿ warmem Sommerwetter, wann das *Barometrum* sehr hoch steht, würde diese Pfeiffe wohl 927 Vibrationen machen. Die Hervorbringung der verschiedenen Thöne, welche auf einer Pfeiffe angegeben werden können, habe ich auch so erklärt, daß durch die Vermehrung des Blasens nach und nach solche Thöne, welche sich verhalten wie 1, 2, 3, 4, 5 etc. herausgebracht werden können<sup>[13]</sup>.

Des Neutons *Theoria circa accessus facilis reflexionis et transmissionis* in seiner *Optica* ist mir jederzeit im höchsten Grad obscur und unverständlich vorgekommen, und möchte ich eine Erläuterung darüber mit der grösten Begierde sehen<sup>[14]</sup>. Inzwischen hat man mir geschrieben, daß der H. Moivre auch an einer *Theoria*

*Musica* arbeite, und deswegen mein *opusculum* darüber zu sehen verlange: ich bin aber nicht weniger begierig desselben Gedanken darüber zu sehen<sup>[15]</sup>.

Für Ewr. Hochedlgb. guten Rath wegen meines Bruders ⟨Johann Heinrich⟩ bin gehorsamst verbunden, und verbleibe mit aller vollkommenen Hochachtung

Ewr. Hochedelgeb.  
gehorsamster Diener

L. Euler

St. Petersburg den 15<sup>ten</sup> Sept. 1740.

Beßligenden Brief an meinen Vater ersuche gehorsamst bestellen zu lassen, und meine abermal genommene Freßheit nicht übel zu nehmen<sup>[16]</sup>.

Was in obsolvirtem *Problemate* den *Casum* anbelangt, wann der Faden im *Centro gravitatis* fest gemacht wird, und folglich  $g = 0$ , so ist derselbe klar in der Solution begriffen, in dem aus der Aequation  $z = n + \frac{ng}{u}$  sogleich folgt  $z = n$ ; dahero ein solcher Körper *motu sibi parallelo* sich bewegen wird: daß ich dieses nicht so gleich gemerket, war die Ursach, weilen ich vermeint als wann sich ein solcher Körper nach den ordentlichen *Regulis de centro Oscillationis* richten müsse; welches aber nicht geschieht, und ist also ein grosser Unterscheid, ob ein Körper so in seinem *Centro Gravitatis* angebunden oder an dem Faden befestiget wird, daß dort eine Beugung Statt findet oder nicht. Dann kan eine Beugung allda geschehen, so ist das *Centrum gravitatis* selbst das *Centrum oscillationis*: ist aber der Faden sammt dem Körper als ein *Corpus rigidum* anzusehen, so hat das ordentliche *Centrum Oscillationis* Platz. Nach meiner Methode kan ich ferner sehr leicht die Oscillationen determiniren, wann mehr Körper so zusammen gesetzt sind, daß beß jeglicher Junctur eine Flexion geschehen kan<sup>[17]</sup>.

### Übersetzung

⟩...⟨

Vor einiger Zeit habe ich mich beehrt, Ihnen über Amsterdam zu schreiben und das Porträt Ihrer Durchlaucht ⟨E.J. Biron⟩ und die für Sie und Ihren Vater bestimmten Akademie-Bände zuzustellen, was Sie alles ohne Zweifel bereits richtig erhalten haben werden.

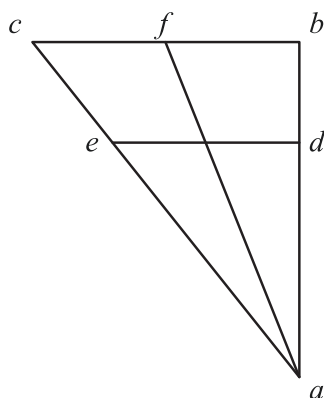
Auf das Wissenschaftliche konnte ich nicht früher als eben jetzt antworten, und zwar wegen einer Unpässlichkeit an meinem Auge, durch welche ich einige Wochen verhindert wurde, auch nur das Geringste zu unternehmen<sup>[1]</sup>.

Da ich hoffe, dass Sie meine Preisschrift über die Gezeiten schon gesehen haben werden<sup>[2]</sup>, halte ich es nicht für nötig, etwas anderes auf Ihre darüber gemachten Bemerkungen zu antworten, als dass Herr Clairaut in seiner nach London geschickten Abhandlung, die ich in den *Philosophical Transactions* gelesen habe, freilich damit recht hat, dass die Gestalt der Erde in Folge der vergrößerten Dichte gegen

das Zentrum hin weniger von der vollkommenen Rundung abweichen muss<sup>[3]</sup>; diese Sache hat jedoch keinen Einfluss auf meine Preisschrift, weil ich diese Materie nur obenhin gestreift habe. Sonst hat mir neulich Herr Maupertuis geschrieben, dass Herr Cassini jetzt seine Meinung bezüglich der Gestalt der Erde völlig aufgegeben und vor der Akademie abgeschworen hat<sup>[4]</sup>.

Vom Eismeer erhielt ich kürzlich Beobachtungen über die Gezeiten, welche jedoch nicht hinlänglich sind, etwas Zuverlässiges daraus zu schliessen. Sie wurden im Weissen Meer etwa 40 Werst von Arkhangel'sk entfernt am 6. und 7. August angestellt, wo mein Schwager Kayser, der Flottenkapitän, an einem eingeteilten Pfahl beobachtet hat, dass das Wasser am 6. August um 2 Uhr 45' nachmittags bei 12 Fuss  $\frac{1}{2}$  Zoll stand, zu welcher Zeit es am höchsten war. Nachher ist das Wasser bis 8 Uhr 40' nach und nach gefallen, als es am Pfahl 9 Fuss  $3\frac{1}{2}$  Zoll anzeigte. Am folgenden Morgen den 7. um 8 Uhr 58' war wiederum Ebbe, als das Wasser am Pfahl bei 8 Fuss 10 Zoll stand. Um 9 Uhr 22' fing es wieder an zu steigen bis zur folgenden Flut, die um 3 Uhr 48' nachmittags eintrat, als die Wasserhöhe am Pfahl 11 Fuss 6 Zoll betrug. Mehr Beobachtungen, wie ich es gewünscht hätte, wurden nicht gemacht, nämlich dass sie wenigstens von einer Konjunktion bis zur folgenden angestellt würden; es war auch die ungefähre Zeit der Quadratur des Mondes, aus welcher am wenigsten geschlossen werden kann<sup>[5]</sup>.

Meine Schwierigkeit bei den Schwingungen des senkrecht im Wasser schwimmenden rechtwinkligen Dreiecks hatte keineswegs mit der Frage zu tun, ob der rechte Winkel ausserhalb oder umgekehrt unter dem Wasser steht, wie ich angenommen hatte, denn wenn in einem Fall ein Gleichgewichtszustand vorhanden ist, so besteht auch in umgekehrter Lage ein Gleichgewicht, und folglich ist mein Zweifel durch Ihre Antwort noch nicht ausgeräumt.



Denn auch wenn das in  $b$  rechtwinklige Dreieck  $abc$  so im Wasser steht, dass die Seite  $bc$  der Wasseroberfläche  $de$  parallel und folglich die Seite  $ab$  vertikal ist, so ziehe man bloss die Gerade  $af$ , welche die Seite  $bc$  halbiert. Da nun das Dreieck als homogen vorausgesetzt wird, so muss sein Schwerpunkt in diese Gerade  $af$  fallen. Ferner fällt auch der Schwerpunkt des eingetauchten Teils  $ade$  in diese Gerade  $af$ , die folglich durch beide Schwerpunkte hindurchgeht. Nun erfordert aber eine



haben, zu bestimmen sind. Die Figur zeige die Lage des Fadens und des Körpers in der grössten Auslenkung von der vertikalen Geraden  $Oq$  während des Schwingens. Der Schwerpunkt des Körpers sei  $G$ , und nach Vollendung der halben Schwingung, wo der Faden  $OA$  vertikal wird, ist es notwendig, dass die Gerade  $AB$  ebenfalls vertikal wird. Verlängert man also die Gerade  $BA$  nach  $Z$ , so wird dieser Körper während des Schwingens sozusagen um den festen Punkt  $Z$  kreisen. Setzt man nun das Gewicht des Körpers  $= P$ , dann wird der Körper von dieser Kraft  $P$  geradewegs nach unten in Richtung  $GP$  getrieben. Setzen wir die Länge des isochronen einfachen Pendels, die wir ja suchen, gleich  $z$ , so erfordert die Natur der gleichförmigen Schwingungsbewegung, dass ein beliebiges Teilchen  $M$  des Körpers mit einer ebenso grossen Kraft gezwungen wird, wie es in der Zeit, in der das Pendel  $z$  absteigt, in seine natürliche Lage gebracht würde. Wenn also ein beliebiges Teilchen  $M$  um den Pol  $Z$  kreist und den Winkel  $MZm = AZa$  durchläuft, so wird die von diesem Teilchen zurückgelegte Strecke  $= Mm$  sein und die erforderliche Kraft, um es in Richtung  $Mm$  zu ziehen, gleich  $\frac{M \cdot Mm}{z}$ , und daher wird die Summe all dieser Kräfte

$$= \frac{\sum M \cdot Mm}{z} = \frac{P \cdot Gg}{z} = \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}.$$

Das Moment der Kraft  $\frac{M \cdot Mm}{z}$  bezüglich des Pols  $Z$  ist aber

$$= \frac{M \cdot Mm \cdot MZ}{z} = \frac{Aa}{AZ \cdot z} \cdot M \cdot MZ^2,$$

und die Summe aller Momente

$$= \frac{Aa}{AZ \cdot z} \sum M \cdot MZ^2.$$

Die Summe aller Produkte, die entstehen, wenn die einzelnen Teilchen  $M$  des Körpers mit den Quadraten ihrer Abstände von der senkrecht auf der Schwingungsebene  $GOg$  stehenden Achse multipliziert werden, sei  $= P \cdot kk$ ; diese Summe nenne ich das Trägheitsmoment des Körpers bezüglich der beschriebenen Achse; es gilt

$$\sum M \cdot MZ^2 = P(kk + GZ^2),$$

woraus sich die Summe aller jener Momente als

$$= \frac{Aa \cdot P(k^2 + GZ^2)}{AZ \cdot z}$$

ergibt, welche nach Division durch die Summe der Kräfte  $\frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$  die Lage der zu ihrer Gesamtheit äquivalenten Kraft  $Qq$  liefert, nämlich die Distanz

$$Zq = \frac{k^2 + GZ^2}{GZ} = GZ + \frac{k^2}{GZ},$$



und die allen diesen fiktiven Kräften äquivalente Kraft selbst wird  $= \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$ .  
 Gemäss der Hypothese erzeugt daher diese Kraft  $Qq = \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$  denselben Pendelausschlag, den die Schwerkraft  $P$  durch ihre Wirkung in der Richtung  $GP$  hervorbringt. Daher hält diese Kraft  $Qq$ , wenn auf sie die ihr entgegengesetzte Kraft  $QR = \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$  angewandt wird, zusammen mit der Schwerkraft  $P$  den Körper im Gleichgewicht. Aus der Zusammensetzung dieser beiden Kräfte  $QR = \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z}$  und  $QP = P$  entsteht aber eine einzige  $QV$ , durch welche der Körper nur in Ruhe gehalten werden kann, wenn die Richtung von  $QV$  in der Richtung des Fadens  $OA$  liegt. Daher ist  $OAQV$  eine Gerade, und somit gilt

$$P : \frac{P \cdot Aa \cdot GZ}{AZ \cdot z} = Oa : Aa = AZ \cdot z : Aa \cdot GZ.$$

Weil aber

$$Qq = Gg = \frac{Aa \cdot GZ}{AZ},$$

wird

$$Aa : Oa = Qq(Gg) : (OZ + Zq),$$

und folglich

$$Aa : Oa = \frac{Aa \cdot GZ}{AZ} : \left( OZ + GZ + \frac{k^2}{GZ} \right).$$

Sei jetzt, wie Sie  $\rangle \dots \langle$  gesetzt haben,  $OA = n$ ,  $AG = g$  und  $OZ = x$ ,  $Aa = y$ , so ergibt sich, da alle Winkel unendlich klein sind,  $Oa = n$ ,  $AZ = n - x$ , und daraus entstehen folgende beiden Proportionen:

$$n : y = (n - x)z : (g + n - x)y \quad \text{oder} \quad z = \frac{n(g + n - x)}{n - x}$$

und

$$y : n = \frac{y(g + n - x)}{n - x} : \left( g + n + \frac{k^2}{g + n - x} \right)$$

oder

$$\frac{n(g + n - x)}{n - x} = g + n + \frac{k^2}{g + n - x}.$$

Setzt man  $n - x = u$ , so wird

$$n + \frac{ng}{u} = n + g + \frac{k^2}{g + u} \quad \text{oder} \quad \frac{g(n - u)}{u} = \frac{k^2}{g + u},$$

und indem man aus dieser Gleichung den Wert für  $u$  bestimmt, erhält man die Länge des gesuchten einfachen Pendels als

$$z = n + \frac{ng}{u} = n + \frac{2ngg}{ng - gg - kk \pm \sqrt{(gn - gg - kk)^2 + 4ng^3}}.$$

Wenn man aber nach Ihrer Art die Länge des Pendels in die Rechnung einführt, das den Schwingungen isochron ist, welche statffänden, wenn der Körper in  $A$  aufgehängt wäre, und bezeichnet man sie mit  $l$ , dann wird  $l = g + \frac{kk}{g}$  oder  $kk + gg = gl$ , und nach der Substitution ergibt sich

$$z = n + \frac{2ng}{n - l \pm \sqrt{4ng + (n - l)^2}},$$

und dies ist der Ausdruck, den Sie  $\rangle \dots \langle$  mir mitgeteilt haben. Übrigens kann dieselbe Länge  $z$  des einfachen isochronen Pendels folgendermassen ausgedrückt werden:

$$z = \frac{n + l \pm \sqrt{(n - l)^2 + 4ng}}{2},$$

doch diesbezüglich bitte ich Sie, wohl zu beachten, dass ich diese Dinge jetzt zum ersten Mal skizziert habe, und daraus erkenne ich leicht, dass ich dies alles viel genauer, geordneter und kürzer hätte darlegen können. Deshalb bitte ich Sie, mir die ungeordnete Darstellung zu verzeihen. So müsste die Gerade  $Mm$  senkrecht auf  $MZ$  stehen, weil der Abstand des Teilchens  $M$  von  $AB$  endlich sein kann, auch wenn die Winkel  $AOa$ ,  $AZa$  unendlich klein sind. Wenn aber der Faden im Schwerpunkt  $G$  selbst befestigt wird, kann die Schwingungsbewegung daraus nicht bestimmt werden, weil dann nämlich von selbst  $kk = 0$  wird, was nur dann möglich ist, wenn der Körper unendlich klein wäre; deshalb muss dieser Fall gesondert untersucht werden. Indessen ist es verwunderlich, dass dieser im übrigen sehr leichte Fall in dieser Lösung nicht enthalten ist.

Wenn daher der aufgehängte Körper eine Kugel mit dem Radius  $AG = g$  ist und diese in einem Punkt ihrer Oberfläche an den Faden  $OA = n$  angebunden wird, so ergibt sich die Länge des isochronen Pendels als

$$= n + g + \frac{2gg}{5n} - \frac{6g^3}{25nn}.$$

Ist aber keine Flexibilität vorhanden, wie gewöhnlich angenommen wird, so findet man die Länge des isochronen Pendels, wenn nämlich  $g$  gegenüber  $n$  sehr klein angenommen wird, als

$$= n + g + \frac{2gg}{5(n + g)} = n + g + \frac{2gg}{5n} - \frac{2g^3}{5nn}.$$

Daher ist in diesem Fall die wahre Länge des isochronen Pendels um  $\frac{4g^3}{25nn}$  grösser als diejenige, welche auf dem gewöhnlichen Weg gefunden wird, und diese Differenz darf in vielen Fällen, in denen man die Länge des Stundenschuhs<sup>[7]</sup> experimentell zu bestimmen sucht, nicht vernachlässigt werden. Allgemein aber ergibt sich auf dem gewöhnlichen Weg für unseren angenommenen schwingenden Körper die Länge des isochronen Pendels als  $n + g + \frac{gl - gg}{n + g}$ . Da nun  $l$  zu  $g$  ein gegebenes Verhältnis

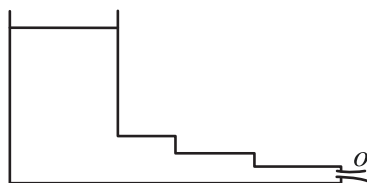
hat, das nicht von  $n$  abhängt, so setze ich  $l - g = \alpha g$ , und wenn  $n$  gegenüber  $g$  sehr gross angenommen wird, so erhält man auf dem gewöhnlichen Weg diese Länge des isochronen Pendels als  $f + \frac{\alpha g g}{f}$  mit  $n + g = f$ . Die wahre Länge jedoch, durch  $f$ ,  $g$  und  $\alpha$  ausgedrückt, wird genähert

$$= \frac{f + \alpha g + \sqrt{ff - 2\alpha fg + 4\alpha gg + \alpha^2 gg}}{2} = f + \frac{\alpha gg}{f} + \frac{\alpha^2 g^3}{ff}.$$

Deshalb ist die wahre Länge des isochronen einfachen Pendels immer grösser als die auf dem gewöhnlichen Weg gefundene, und zwar um  $\frac{\alpha^2 g^3}{ff}$ , und hier bedeutet  $\alpha g$  nach Ihrer Bezeichnungsweise den Abstand des Zentrums der lebendigen Kräfte des Körpers  $ACBD$  vom Schwerpunkt  $G$ . Es ist aber überflüssig, Ihnen die Wichtigkeit dieses Problems ausführlicher darzulegen.

Jetzt habe ich von Ihrem Vater den zweiten Teil seiner hydrodynamischen Theorie erhalten<sup>[8]</sup>, welche mir ausserordentlich gut gefällt. Er hat auch besonders den Druck des Wassers auf die Gefässwände aus den ersten Prinzipien sehr gründlich bestimmt, und sie stimmt mit Ihrer Theorie sehr schön überein. Ich glaube aber, dass sich Ihr Vater vielleicht versehen hat, wenn er meint, Sie hätten sich in dieser Hinsicht geirrt. Denn er widerspricht Ihnen verschiedentlich, zwar nicht hinsichtlich Ihrer *Hydrodynamik*, sondern eines Briefes vom Jahre 1730<sup>[9]</sup>.

Er findet nämlich eine andere Formel für die Kraft, durch welche ein Gefäss vom ausfliessenden Wasser zurückgestossen wird, wenn daran horizontale Rohre dieser Form angebracht sind:



Die Formel Ihres Vaters für diesen Fall kam mir aber sofort verdächtig vor, weil nach ihr der Rückstoss des Gefässes endlich, ja grösser als eine beliebige gegebene Grösse sein kann, obgleich das Loch  $o$  unendlich klein ist. Dieser Fehler steckt aber keineswegs in seiner Theorie, sondern nur in der Anwendung auf diesen Fall, und deshalb wundert es mich, dass er diese Diskrepanz zu Ihnen nicht nur bemerkt, sondern seine Formel für wahr und die Ihrige für falsch hält und dazu noch schreibt: «*De his judicet Lector*»<sup>[10]</sup>. Es wäre also mein Wunsch, dass diese Abhandlung nicht in dieser Form gedruckt werden müsste; ich will deshalb versuchen, ob die Einwände, welche ich Ihrem Vater darüber zukommen lassen will, eine Abänderung erwirken können<sup>[11]</sup>.

Ihre Theorie über den Ton von Pfeifen stimmt mit der meinigen, die Sie in meinem Traktätchen über die Musik ausführlich dargestellt finden werden<sup>[12]</sup>, beinahe überein, insofern wir nur in einem konstanten Verhältnis, nämlich wie ca. 11 zu 14, voneinander abweichen. Durch die Erfahrung lässt sich also leicht bestimmen,

welche Theorie mit der Wahrheit übereinstimmt, indem man eine Saite von gegebener Länge und gegebenem Gewicht mittels eines Gewichtes so spannt, bis sie mit dem Ton der Pfeife konsonant ist, und dadurch die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde ausrechnet. Nach meiner Theorie müsste eine zylindrische Pfeife von der Länge eines Pariser Fusses 870 Schwingungen pro Sekunde ausführen (bei mittlerem Wetter), denn dabei muss man sowohl auf das Barometer wie auch besonders auf das Thermometer achten; bei warmem Sommerwetter, wenn das Barometer sehr hoch steht, dürfte diese Pfeife wohl 927 Schwingungen ausführen. Die Erzeugung der verschiedenen Töne, die auf einer Pfeife angegeben werden können, habe ich auch so erklärt, dass durch die Verstärkung des Blasens nach und nach solche Töne herausgebracht werden können, die sich wie 1, 2, 3, 4, 5 etc. verhalten<sup>[13]</sup>.

Newtons Theorie über die Abstände der leichten Reflexion und Transmission in seiner *Optik* ist mir immer im höchsten Grad obskur und unverständlich vorgekommen, und deren Erläuterung möchte ich mit der grössten Begierde sehen<sup>[14]</sup>. Inzwischen hat man mir geschrieben, De Moivre arbeite auch an einer Musiktheorie, weshalb er mein kleines Werk darüber sehen möchte. Ich bin jedoch nicht weniger begierig, seine eigenen Gedanken darüber zu sehen<sup>[15]</sup>.

Für Ihren guten Rat betreffs meines Bruders (Johann Heinrich) danke ich Ihnen sehr und verbleibe mit vollkommenster Hochachtung

} ... {

L. Euler

St. Petersburg, den 15. September 1740.

Ich bitte Sie höflich, den beiliegenden Brief an meinen Vater bestellen zu lassen und mir meine wiederholt genommene Freiheit nicht übelzunehmen<sup>[16]</sup>.

Was im oben abgehandelten Problem den Fall anbelangt, wenn der Faden im Schwerpunkt befestigt wird, und folglich  $g = 0$  ist, so ist er klar in der Lösung begriffen, da aus der Gleichung  $z = n + \frac{ng}{u}$  sofort  $z = n$  folgt, weshalb ein solcher Körper sich parallel zu sich selbst bewegen wird. Der Grund, dass ich das nicht sogleich bemerkt habe, lag darin, dass ich meinte, ein solcher Körper müsse sich nach den ordentlichen Regeln über das Schwingungszentrum richten. Das ist aber nicht der Fall, und es besteht ein grosser Unterschied, ob ein Körper in seinem Schwerpunkt derart angebunden oder am Faden befestigt wird, dass dort eine Biegung stattfindet oder nicht. Wenn dort nämlich eine Biegung stattfinden kann, so ist der Schwerpunkt selbst das Schwingungszentrum. Ist jedoch der Faden mitsamt dem Körper als ein starrer Körper anzusehen, dann gibt es ein ordentliches Schwingungszentrum. Nach meiner Methode kann ich ferner sehr leicht die Schwingungen bestimmen, wenn mehrere Körper so zusammengesetzt sind, dass bei jeder Verbindungsstelle eine Biegung möglich ist<sup>[17]</sup>.

- R 138 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 49  
 Petersburg, 26. (15.) September 1740  
 Orig., 4 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 147–150v  
 Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt, 6 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 30, Bl. 75–80v  
 Am 1. Oktober (20. September) von Euler der Akademischen Konferenz vorgelegt und am 4. Oktober (23. September) – zusammen mit einem versiegelten Brief an seinen Vater – zur Post gebracht; von Euler vorgelesen am 21. (10.) Oktober (cf. *Protokoly* 1, p. 629–630, 632)  
 Publ.: Eneström 1906, p. 145–153
- [1] In einem sehr besorgten Brief hatte Euler am 1. September (21. August) an Goldbach appelliert, er solle sich dafür einsetzen, dass Euler von seinen Verpflichtungen beim Prüfen von Kartenmaterial befreit werde, weil sonst die Sehfähigkeit seines verbliebenen linken Auges bedroht sei (cf. O. IV A, 4, p. 163 / 670–671).  
 Gemäss den Registern der Petersburger Akademiekonferenzen nahm Euler mindestens vom 2. September (22. August) bis zum 14. (3.) Oktober 1740 nicht an den Sitzungen teil.
- [2] Cf. Eulers Pariser Preisschrift über die Gezeiten (E. 57).
- [3] Cf. Clairauts Abhandlung über die Gestalt der Planeten (1738).
- [4] Cf. Maupertuis' Brief an Euler vom 14. April 1740 (O. IV A, 6, p. 44). Die Protokolle der Pariser Akademie verzeichnen am 27. April 1740 eine Abhandlung von Cassini de Thury, worin er sich deutlich zugunsten der Abplattung der Erde erklärt (cf. *ibid.*, p. 45).
- [5] Den Bericht von Kayser über die Messungen der Gezeiten im Weissen Meer vom 17. (6.) und 18. (7.) August 1740 hat Euler dem Archiv der Petersburger Akademie am 27. (16.) Oktober übergeben (cf. *Protokoly* 1, p. 633).
- [6] Cf. die erst zehn Jahre später publizierten diesbezüglichen Abhandlungen von D. Bernoulli (1750, DB. 34) und Euler (E. 159). Bernoullis Abhandlung wurde der Akademischen Konferenz am 28. (17.) November 1740 durch Euler präsentiert; Eulers eigene Abhandlung wurde nach seiner Abreise aus Petersburg im September (August) 1742 durch G.W. Krafft vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 639–640, 714, 715).
- [7] Die Länge eines «Stundenschuhs» (*pes horarius*) entspricht einem Drittel der Länge des Sekundenpendels.
- [8] Cf. den zweiten Teil von J. I. Bernoullis *Hydraulik* (JB. 186b).
- [9] Die Passage des zweiten Teils der *Hydraulik*, auf die sich das Folgende bezieht, wurde auf Eulers Vorstellungen hin bei der Publikation in den *Petersburger Commentarii* weggelassen; auch in der kürzeren, aber sachlich ebenfalls unrichtigen Fassung, die Johann I. Bernoulli als *Epimetrum* in seine *Opera omnia* aufnahm (Bd. IV, p. 484–488), fehlt der direkte Hinweis auf Daniel Bernoullis Brief an seinen Vater und auf den Widerspruch zwischen ihren Ergebnissen. Die unterdrückten §§ 26–31 von Teil II der *Hydraulik* (*De viribus eruptionis aquae ex canali seu de retroactione aquae erumpentis*) wurden erst 1998 als Anhang zu Johann I. Bernoullis Brief an Euler vom 31. (20.) August 1740 nach dem autographen Manuskript im Petersburger Archiv veröffentlicht (O. IV A, 2, p. 658–667). – Cf. Mikhajlov (1983, 2000, 2002).  
 Der hier erwähnte und in der unterdrückten Passage der *Hydraulik* polemisch kritisierte Brief D. Bernoullis an seinen Vater vom 26. (15.) Juli 1730 ist nicht erhalten geblieben (cf. Brief Nr. 5, Anm. 1).
- [10] «Darüber möge der Leser entscheiden».
- [11] Eulers Intervention war zumindest teilweise erfolgreich: cf. *supra* Anm. 9, *infra* Nr. 51, Text bei Anm. 8–9, und Nr. 54, Anm. 12.
- [12] Dieses «Tractätlein», wie Euler es nennt, ist im Original immerhin ein ansehnlicher Band von 285 Seiten; in der modernen Werkausgabe umfasst es 230 Seiten. – Cf. Eulers *Musiktheorie* (E. 33), Kap. I, §§ 28–44 (O. III, 1, p. 217–222).
- [13] Cf. Brief Nr. 49, Anm. 16. – Zur Entstehung natürlicher Obertonreihen durch Überblasen der Pfeifen cf. Helmholtz (1913, p. 37–39).

[14] Cf. Brief Nr. 49, Anm. 18.

[15] Cf. Brief Nr. 51, Anm. 14.

[16] Eulers Familienbriefe sind grösstenteils nicht erhalten geblieben.

[17] Cf. *supra* Anm. 6.

## 51

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 5. November 1740

Hochedelgebohrner  
Hochgeehrtester H. Professor

Nachdeme ich Dero brieff über Amsterdam erhalten, hab ich mit großem verlangen auff Dero brieff über die *scientifica* gewartet und endlich solchen erhalten<sup>[1]</sup>: den einschlus hab ich noch denselbigen tag selbstn naher Riechen gebracht und die ehre gehabt solchen Dero geehrtesten H. Vatter zu überlöffern, welcher mir des anderen tags in des H. Burgermeisters Falckners Hoff eine gegenvisite gegeben und nach seiner gegen mir tragenden vieler liebe und freundschaft Dero brieff zu lesen gegeben. Ich gratuliere also zu Dero letsterem Söhnlein (Karl) und wünsche daß Sie von demselben eben so viel ehr und frewd erleben mögen als Dero H. Vatter von Ew. HEDgb. schon gehabt. Sonsten kan ich versichern daß ich Dero gel[iebte] Eltern in völliger gesundheit angetroffen und daß insonderheit Ew. HEDgb. H. Vatter vollkommen von seiner unpäslichkeit restituiert ist. Er wird ohne zweiffel solches selber berichten indeme er mir versprochen einen brieff vor Sie per einschlag zu schicken.

Über den letsteren bewusten puncten erfrewen ich mich nicht weniger als Dero H. Vatter und kan die stund nicht erwarten: die nouvelle hatte ich schon von einigen orten her erfahren mit denen umständen, die Sie zwahr nicht überschrieben, die ich aber dem H. Pfarrer (Euler) erzehlt<sup>[2]</sup>. Wan Sie kein geheimnus daraus machen so möchte ich gar gern alle particulariteten von Ihnen selber vernemen. Es ist mir lieb daß Sie mit H. Maupertuis nunmehr in correspondenz stehen<sup>[3]</sup>: ich habe mit demselben von Ew. HEDgb. niemahls als mit admiration geredt und ihme dadurch gleiche sentimens bejgebracht, welches Ew. HEDgb. bej jetzigen umständen ohne zweiffel nicht unangenehm seyn wird: doch sollen Sie dieses nicht auffnehmen als wan H. Maupertuis nicht alzeit eine sonderbahre estime vor Sie gehabt, sondern vielmehr als ein zeichen daß man Sie nach meinem sinn niemahls genugsam nach Dero merites estime.

Von Paris aus hat man mich berichtet, daß das gelt Ihres *praemii* dem Rußischen Ambassadoren in Paris (Kantemir) könne abgegeben werden<sup>[4]</sup>; solches wird ohne zweiffel seithero geschehen seyn und werden Sie das gelt alberejt empfangen haben. Wan es nicht geschehen wäre, so könnte nach bel[ieben] mir eine assignation von Ihrer hand geschickt werden, so wurde ich das gelt in Ihrem nammen eincassieren laßen.

Vor ungefähr 10 wochen habe ich mir die ehr gegeben unserm neuen H. Praesidenten ⟨Brevern⟩ zu gratulieren und darbey einen brieff an H. Prof. ⟨G.W.⟩ Kraft, darin ich ihme die solution seines *problematis* geschickt, einzuschließen<sup>[5]</sup>; ich hoffe dieser brieff werde richtig angekommen sejn.

Nun komme ich auff Dero brieff. Des H. Capit[ain] Kayßers *observationes circa aestum maris in mari glaciali* scheinen unserer theorie gar nicht conform, an welcher ich doch kein zweiffel trage; ich hab gar wohl vorgesehen *ex impetu concepto aquarum*, daß sich die *phaenomena* nicht würden so zeigen wie es die *theoria pura* mit sich bringt und deswegen gar nicht so *positive* geredt sondern nur *hypothetice* und hab auch nicht provociert *ad aestus marinos in Zona glaciali* umb die *theoriam Newtonianam* zu beweisen: doch hab ich gesagt, weil es unmöglich seje den *effectum ab impetu concepto aquarum oriundum* zu meßen, so müße man sich begnügen einige *inaequalitates in genere* anzuzeigen; und dunckt mich daß diese *inaequalitates* noch zimlich confirmirt werden durch des H. Kayßers observationen. Es wäre freylich zu wünschen, daß wir dergleichen observationen, die nach der besten methode sind angestellt worden, eine suite hätten auff das wenigste von einer gantzen lunaison; noch viel beßer aber wäre es, wan man solche instituirte 2 monat lang, und zwar den einten *circa solstitium* den anderen *circa aequinoctium autumnale*: ich hoffe daß solches noch geschehen werde. Ubrigens duncken mich diese observationen gar nicht übereinzustimmen mit des H. de la Croyere seinen und hätte ich mehr *inaequalitates circa hos aestus* erwartet in ansehung die *declinatio Lunae* den 6. aug. (ohne zweiffel *stili vet[eris]*) muß schier *maxima* gewest sejn.

Ew. HEdgb. piece *de aestu maris* glaub ich nicht daß sie schon getruckt seje und erwarte solche auch nicht vor einem halben jahr<sup>[6]</sup>.

Ew. HEdgb. haben gantz recht wegen dem exempel eines *trianguli rectanguli*, deßen ich mich bedient umb die *oscillationes compositas* zu illustrieren; und nimt mich selber wunder, wie ich die sach hab anderst ansehen können; ich kan mich in der wahrheit nicht einmahl besinnen wie ich das *exemplum* concipiert hatte: ich bin also Denselben gar sehr verbunden daß Sie mich hierüber zum 2<sup>ten</sup> mahl haben erinnern wollen, und sehe hierdurch Ihre wahre freundschaft; ich bitte Sie also dieses *exemplum* außzustreichen und die folgende *paragraphos* anderst zu numerottieren und mich express zu berichten ob Sie solches würcklich verrichtet haben<sup>[7]</sup>. Das vertragen daß ich auff Sie setze macht mich sicher, daß ich öffters die attention, die ich in der hauptsach conserviere, in den leichteren nebensachen fahren laße.

Nicht ein geringeres *specimen* Ihrer freundschaft geben Sie mir *occasione* meines Vatters *disquisitionis hydrodynamicae*, alwo er einen brieff so ich ihme a. 1730 geschrieben, refutirt: ich weyß nicht, was ich mag meinem Vatter dazumahl geschrieben haben; ich weyß aber, daß ich die sach *felicissimo successu ex genuinis principiis* in meinem *opusculo hydrodynamico* tractiert habe, und das *pro fistula utcunque inaequali et utcunque incurvata*, auch nicht nur *in hypothesis velocitatis jamjam uniformis, sed pro quovis velocitatis gradu acquisito*. Wan Ew. HEdgb. zu lesen belieben was ich *in cit[ato] opusc[ulo] a pag. 279 usque ad p. 289* melde, so



werden Sie sehen daß ich dieses *argumentum* völlig exhauriert habe<sup>[8]</sup>. Mein Vatter wird wohl zufrieden seyn, daß Sie alles in seiner disquisition, so er über diese materi sagt, auslöschen: da Sie aber sagen, er habe nicht gefehlt in der methode sondern *in applicatione methodi*, so möchte ich wohl von Ew. HEdgb. vernehmen, ob er dan auch *in hypothesi velocitatis uniformis cylindrum duplum* herausbringe, welches die wahre *theoria* nohtwendig mit sich bringt, obschon der Newton selbstn anderst gesagt hat<sup>[9]</sup>.

Ich habe niemahl gezweifelt, Ew. HEdgb. werden mein *problema de oscillationibus corporum ex filo flexili suspensorum* solvieren, so bald Sie solches ernstlich untersuchen wurden. Es frewet mich daß Ihnen nunmehr dieses *problema* von einer großen wichtigkeit zu seyn vorkomt. Ihre methode komt zimlich mit meiner überein und habe solche alzeit gebraucht seit der zeit da ich das *problema de corporibus filo flexili conneris*<sup>[10]</sup> solviert, da ich erinnert habe, daß wan das *systema in gyrum* agiert wird, die *figura fili eadem* seyn müße als solche *in oscillationibus* ist. Ich hab hierüber eine dissertation gemacht, welche ich hiemit der Academie überschicke; solche ist schon vor 3 monaten fertig gewesen: ich bitte Ew. HEdgb. solche mit Dero gewöhnlichen attention zu examinieren<sup>[11]</sup>. Von meinem Vatter hab ich vernommen, daß er dieses *problema* auch solviert habe<sup>[12]</sup>.

Ich erwarte mit großem verlangen Ew. HEdgb. *Theoriam musicam*, als über welche materi eher ich auch zimlich meditiert und viele *experimenta* gemacht: diese *experimenta* confirmieren meine *theoriam de sono fistularum* gar schön: ich werde Ihnen ausführlicher darüber schreiben, wan ich Dero *tractatum* werde empfangen haben. Nur eines will ich dismahlen melden darvon ich schon meldung in meinem vorigen gethan: Eine pfeiffe, so ein Pariser schue lang, wan solche gegen den mund *in distantia unius vel duorum pollicum* gehalten und dargegen geblasen wird, gibt den thon etwas höher als  $d''$  und etwas niederer als  $dis''$ : Nun aber haben Ew. HEdgb. in Dero dissertation *De sono* ein *experimentum*, daraus folgt daß das unterste  $C$  in einer secunden  $116\frac{1}{2}$  *vibrationes* mache<sup>[13]</sup>: ich rechne also daß die schühige pfeiffe in einer secunden 1050 vibrationen respondierte, müste also nach meiner theorie der *sonus intra min. sec. per spatium* 1050 pariser schuhe propagiert werden, welches auch nach allen experimenten würcklich die *velocitas media soni* ist. Nach Ew. HEdgb. *theoria* hätte die pfeiffen müßen einen tiefferen thon geben als  $c'$ . Ich aestimiere aber *velocitatem soni* nicht *secundum theorias* sondern *secundum experimenta*. Ich habe auch *experimenta* gemacht [über] die *sonos* von den *prismatibus chalybeis*, so man zu den kleineren carillons pflegt [zu] gebrauchen, und vermeine diese *theoriam* auch assequiert zu haben: Wan Sie des H. Moivres tractat werden gesehen haben, bitte mir Dero meynung darüber auß<sup>[14]</sup>.

Es wird bej Ihnen in Petersburg H. Dr. Geymüller als *Secretarius* bej dem Englischen Envoyé (Finch) angekommen seyn<sup>[15]</sup>; demselben bitte mein dienst[fertigstes] compliment zu machen und mir zu melden wie er sich befinde. Ein gleiches bitte wegen dem H. Moula, von welchem schon lang nichts mehr vernommen. Da ich nicht die ehr hab von unserm H. Praesidenten (Brevern) gekant zu seyn, bitte mich demselben bestens zu recommendieren und mir zu melden, wie er mein schreiben, so ich mir die freyheit genommen an ihne abgehen zu laßen, aufgenommen<sup>[16]</sup>.

Alhier wird nächster tagen die *Professio theologica* bestellt werden und geben sich nur 2 personen, nemlich die *Professores Rhetoricae* und *Historiarum* dafür an, wird also eine von diesen 2 professionen nächstens vacieren<sup>[17]</sup>. Ew. HEdgb. belieben mir Dero brieff an Ihren H. Vatter gantz frey einzuschließen: wan Sie auch zugleich an meinen Vatter und mich schreiben, bitte entweders bejde an mich zu adressieren oder jeden brieff à part auff die post zu geben<sup>[18]</sup>.

Hiemit verbleibe mit sonderbahrer hochachtung

Ew. HochEdelgebornen

Dienstwilligster D[iener]

Daniel Bernoulli

Basel den 5. 9<sup>br</sup>. 1740.

### Übersetzung

>...<

Nachdem ich Ihren Brief via Amsterdam erhalten hatte, habe ich sehnlichst auf Ihren Brief über die wissenschaftlichen Dinge gewartet und diesen endlich erhalten<sup>[1]</sup>. Die Beilage habe ich selbst noch am selben Tag nach Riehen gebracht und mich beeht, sie Ihrem verehrten Vater zu übergeben. Dieser machte mir am andern Tag einen Gegenbesuch am Amtssitz des Bürgermeisters Falkner und gab mir in seiner grossen Liebenswürdigkeit und Freundschaft mir gegenüber Ihren Brief zu lesen. Ich gratuliere also zu Ihrem jüngsten Söhnlein <Karl> und wünsche, dass Sie von diesem ebensoviel Ehre und Freude erleben mögen, als Ihr Herr Vater schon an Ihnen gehabt hat. Sonst kann ich Ihnen versichern, dass ich Ihre geliebten Eltern in bester Gesundheit angetroffen habe und dass insbesondere Ihr Vater sich von seiner Unpässlichkeit vollkommen erholt hat. Er wird dies zweifellos selbst berichten, denn er hat mir versprochen, für Sie einen Brief als Beilage zu schicken.

Über den letzten gewissen Punkt freue ich mich nicht weniger als Ihr Vater, und ich kann die Stunde kaum erwarten. Die Neuigkeit hatte ich bereits von einigen Orten her erfahren samt den Umständen, über die Sie zwar nicht geschrieben, welche ich jedoch dem Herrn Pfarrer <Euler> geschildert habe<sup>[2]</sup>. Wenn Sie kein Geheimnis daraus machen, so würde ich sehr gern alle Einzelheiten von Ihnen selbst vernehmen. Es freut mich, dass Sie jetzt mit Herrn Maupertuis in Korrespondenz stehen<sup>[3]</sup>; ich habe mit ihm immer nur mit Bewunderung von Ihnen gesprochen und ihn dadurch zur gleichen Gesinnung gebracht, was Ihnen hinsichtlich der jetzigen Umstände zweifellos nicht unangenehm sein wird. Doch dürfen Sie das nicht so verstehen, als habe Herr Maupertuis nicht schon immer eine besondere Hochachtung für Sie gehabt, sondern vielmehr als ein Zeichen dafür, dass man Sie nach meinem Ermessen nie genügend nach Ihren Verdiensten schätzt.

Aus Paris hat man mir berichtet, dass Ihre Preissumme dem Russischen Botschafter in Paris <Kantemir> ausgehändigt werden könne<sup>[4]</sup>. Das wird inzwischen ohne Zweifel geschehen sein, und Sie werden das Geld bereits empfangen haben.

Sollte dies doch nicht geschehen sein, so könnte man mir – wenn es beliebt – eine Assignation von Ihrer Hand schicken, und ich würde die Summe in Ihrem Namen einkassieren lassen.

Vor etwa zehn Wochen habe ich mich beehrt, unserem neuen Herrn Präsidenten (Brevern) zu gratulieren, und bei dieser Gelegenheit einen Brief an Herrn Prof. (G.W.) Krafft beigelegt, worin ich diesem die Lösung seines Problems mitteilte<sup>[5]</sup>. Ich hoffe, dieser Brief ist richtig angekommen.

Nun komme ich zu Ihrem Brief. Die Beobachtungen von Kapitän Kayser über die Gezeiten im Eismeer scheinen gar nicht zu unserer Theorie zu passen, an welcher ich dennoch nicht zweifle. Aufgrund des Impulses, den das Wasser aufnimmt, habe ich sehr wohl vorausgesehen, dass sich die Phänomene nicht so zeigen würden, wie die reine Theorie dies erfordert. Deshalb habe ich gar nicht positiv, sondern nur hypothetisch gesprochen und mich auch nicht auf die Gezeiten in der Eiszone berufen, um die Newtonsche Theorie zu beweisen; ich sagte jedoch, weil es unmöglich sei, den Effekt zu messen, der von dem aufgenommenen Impuls des Wassers herrührt, müsse man sich damit begnügen, im allgemeinen einige Abweichungen aufzuzeigen; mich dünkt, dass diese Abweichungen durch Herrn Kayzers Beobachtungen noch ziemlich bestätigt werden. Allerdings wäre zu wünschen, dass wir von solchen, nach der besten Methode angestellten Beobachtungen eine Folge von mindestens einer ganzen Lunation hätten. Noch viel besser aber wäre es, wenn man sie zwei Monate lang durchführte, und zwar je einen um das Solstitium und um das Herbstäquinoktium herum. Ich hoffe, dies werde noch geschehen. Übrigens scheint mir, dass diese Beobachtungen mit denjenigen von Herrn de La Croyère gar nicht übereinstimmen. Bezüglich dieser Flutbewegungen hätte ich mehr Abweichungen erwartet in Anbetracht dessen, dass die Deklination des Mondes am 6. August (zweifellos alten Stils) beinahe am grössten gewesen sein muss.

Ich glaube nicht, dass Ihr Mémoire über die Gezeiten schon gedruckt ist, und ich erwarte dies auch nicht vor Ablauf eines halben Jahres<sup>[6]</sup>.

Hinsichtlich des Beispiels eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen ich mich zur Illustration der zusammengesetzten Schwingungen bedient habe, haben Sie ganz recht, und ich wundere mich selbst darüber, wie ich die Sache anders sehen konnte. In der Tat kann ich mich nicht einmal entsinnen, wie ich das Beispiel konzipiert hatte. Ich bin Ihnen also sehr dankbar dafür, dass Sie mich ein zweites Mal darauf hinweisen wollten, worin ich Ihre wahre Freundschaft erkenne. Streichen Sie also bitte dieses Beispiel aus, numerieren Sie die nachfolgenden Paragraphen um, und berichten Sie mir dann ausdrücklich, ob Sie das wirklich getan haben<sup>[7]</sup>. Das Vertrauen, das ich in Sie setze, macht mich so sicher, dass ich des öftern die Aufmerksamkeit, die ich in der Hauptsache ja einhalte, in leichteren Nebensachen fahren lasse.

Ein nicht geringeres Zeichen Ihrer Freundschaft geben Sie mir aus Anlass der hydrodynamischen Untersuchung meines Vaters, wo er einem Brief widerspricht, den ich ihm 1730 geschrieben habe. Ich weiss nicht, was ich damals meinem Vater geschrieben haben mag, ich weiss aber, dass ich die Sache höchst erfolgreich aus den wahren Prinzipien in meiner *Hydrodynamik* abgehandelt habe, und das für ein

beliebig ungleichförmiges und gebogenes Rohr; auch nicht nur unter der Voraussetzung einer bereits gleichförmigen, sondern für jeden beliebigen erreichten Grad der Geschwindigkeit. Wenn Sie zu lesen belieben, was ich im zitierten Werk auf den Seiten 279 bis 289 darlege, so werden Sie sehen, dass ich diesen Gegenstand vollständig ausgeschöpft habe<sup>[8]</sup>. Mein Vater wird damit einverstanden sein, dass Sie in seiner Abhandlung alles, was er über diese Materie sagt, auslöschen. Da Sie jedoch sagen, er habe nicht in der Methode, sondern nur in deren Anwendung gefehlt, so würde ich gerne von Ihnen vernehmen, ob er denn auch unter der Annahme einer gleichförmigen Geschwindigkeit den doppelten Zylinder herausbringt, was die wahre Theorie notwendig in sich trägt, obschon Newton selbst etwas anderes gesagt hat<sup>[9]</sup>.

Ich habe niemals daran gezweifelt, dass Sie mein Problem über die Schwingungen der an einem flexiblen Faden aufgehängten Körper lösen würden, sobald Sie es ernsthaft untersuchen würden. Es freut mich, dass Sie diesem Problem jetzt grosse Wichtigkeit beimessen. Ihre Methode stimmt mit der meinigen weitgehend überein. Ich habe diese stets verwendet seit der Zeit, in der ich das Problem der durch einen flexiblen Faden verbundenen<sup>[10]</sup> Körper gelöst habe; dort habe ich angemerkt, dass die Gestalt des Fadens, wenn das System in Umlauf versetzt wird, dieselbe sein muss wie bei den Schwingungen. Darüber habe ich eine Abhandlung geschrieben, die ich hiermit der Akademie schicke. Sie war schon vor drei Monaten fertig, und ich bitte Sie, sie mit Ihrer gewohnten Aufmerksamkeit durchzugehen<sup>[11]</sup>. Von meinem Vater habe ich gehört, er habe dieses Problem auch gelöst<sup>[12]</sup>.

Mit grosser Ungeduld erwarte ich Ihre *Musiktheorie*, über welche Materie ich auch ziemlich viel nachgedacht und viele Experimente angestellt habe. Diese Experimente bestätigen meine Theorie über den Klang der Pfeifen sehr schön; ich werde Ihnen darüber ausführlicher schreiben, wenn ich Ihren Traktat erhalten habe. Für jetzt möchte ich nur einen einzigen Punkt erörtern, worüber ich bereits im letzten Brief geschrieben habe: Eine Pfeife von der Länge eines Pariser Fusses erzeugt, wenn sie im Abstand von einem oder zwei Zoll gegen die Mündung angeblasen wird, einen Ton, der etwas höher ist als  $d''$  und etwas tiefer als  $dis''$ . Nun schildern Sie jedoch in Ihrer Dissertation *Über den Schall* ein Experiment, aus welchem folgt, dass dem tiefsten  $C$   $116\frac{1}{2}$  Schwingungen pro Sekunde entsprechen<sup>[13]</sup>. Ich rechne also aus, dass die Pfeife von der Länge eines Pariser Fusses 1050 Schwingungen pro Sekunde erzeugt, so dass also gemäss meiner Theorie sich der Schall in einer Sekunde 1050 Pariser Fuss ausbreiten müsste, was auch nach allen Experimenten wirklich die mittlere Schallgeschwindigkeit ist. Nach Ihrer Theorie hätte die Pfeife einen tieferen Ton geben müssen als  $c'$ . Ich schätze aber die Schallgeschwindigkeit nicht gemäss den Theorien ein, sondern nach den Experimenten. Auch habe ich Experimente über die Töne von metallenen Prismen angestellt, wie man sie in kleineren Carillons zu verwenden pflegt, und ich glaube, auch diese Theorie begriffen zu haben. Wenn Sie den Traktat von Herrn Moivre gesehen haben werden, so erbitte ich Ihre Meinung darüber<sup>[14]</sup>.

Bei Ihnen in Petersburg wird Dr. Geymüller als Sekretär beim Englischen Gesandten (Finch) angekommen sein<sup>[15]</sup>. Lassen Sie ihn bitte von mir grüssen und

melden Sie mir, wie es ihm geht. Dasselbe bitte ich bezüglich Herrn Moula, von welchem ich schon lange nichts mehr gehört habe. Da ich nicht die Ehre habe, unserem Herrn Präsidenten (Brevern) bekannt zu sein, bitte ich Sie, mich ihm bestens zu empfehlen und mir zu melden, wie er das Schreiben aufgenommen hat, das an ihn zu senden ich mir die Freiheit genommen habe.<sup>[16]</sup>

In den nächsten Tagen wird hier die theologische Professur bestellt werden; um sie bewerben sich nur zwei Personen, nämlich die Professoren der Rhetorik und der Geschichte. Somit wird also einer dieser beiden Lehrstühle demnächst frei<sup>[17]</sup>. Belieben Sie ganz frei, die Briefe an Ihren Vater beizulegen; wenn Sie auch zugleich an meinen Vater und mich schreiben, adressieren Sie bitte entweder beide an mich oder geben Sie jeden Brief separat zur Post<sup>[18]</sup>.

Hiermit verbleibe ich mit besonderer Hochachtung

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 5. November 1740.

- R 139 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom 1. Juli (20. Juni) 1740 und auf den Brief Nr. 50  
 Basel, 5. November 1740  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 37–38v  
 Am 28. (17.) November in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 639–640)  
 Publ.: Fuss 2, p. 461–465; Eneström 1906, p. 153–156

- [1] Der via Amsterdam versandte Brief vom 1. Juli (20. Juni) 1740 ist nicht erhalten geblieben; der zweite hier erwähnte Brief ist derjenige vom 26. (15.) September 1740 (Brief Nr. 50).
- [2] D. Bernoulli meint damit Eulers Verhandlungen über dessen Übersiedlung nach Berlin, über welche Euler die Petersburger Akademie noch nicht offiziell benachrichtigt hatte. Gemäss den Registern der Akademischen Konferenz (*Protokoly* 1, p. 629–630) legte Euler dem Brief an D. Bernoulli einen versiegelten Brief an seinen Vater bei.
- [3] Eulers Korrespondenz mit Maupertuis nahm ihren Anfang mit dessen Brief an Euler vom 20. Mai 1738 und dauerte über zwanzig Jahre fort bis zu Maupertuis' Ableben 1759. – Cf. O. IV A, 6, p. 1–273.
- [4] Euler erhielt für seine Preisschrift über die Gezeiten (E. 57) eine Preissumme in der Höhe von 625 Livres (cf. Brief Nr. 56, Anm. 5).
- [5] Anfang 1740 erlangte D. Bernoulli Kenntnis von G.W. Kraffts Untersuchungen über den Abstieg von Körpern entlang rauher schiefer Ebenen, und am 12. März 1740 erbat Bernoulli von Euler die Resultate von Kraffts diesbezüglichen Experimenten, um eine dazu passende Theorie entwickeln zu können (cf. Brief Nr. 45, Anm. 11). Ein Vierteljahr später wiederholte Bernoulli seine Bitte (cf. Brief Nr. 49, Anm. 13), und im Juli 1740 sandte ihm Krafft seine Resultate in einem – nicht erhalten gebliebenen – Brief. Bernoullis ausführlicher Antwortbrief vom 6. August mit seinen theoretischen Ansätzen zur Problemlösung liegt im Petersburger Archiv. Am 5. Dezember (24. November) 1740 präsentierte Krafft der Petersburger Akademie seine Abhandlung über den Abstieg von Körpern entlang schiefer rauher Flächen (1750a), die er im März 1741 im Laufe dreier Sitzungen mit Vorführung entsprechender Experimente in der Akademischen Konferenz vorlas. Im Schlussabschnitt (§ 26) dieser Abhandlung stellte Krafft den Hauptinhalt des Briefes D. Bernoullis vom 6. August

1740 in lateinischer Übersetzung vor. Ein Brief von Krafft an D. Bernoulli vom 17. (6.) Dezember, der vermutlich weitere Untersuchungen über diesen Gegenstand enthielt, ist leider nicht erhalten geblieben.

In diesem Kontext bereitete D. Bernoulli seine eigene theoretische Abhandlung über die zusammengesetzte Bewegung beim Abstieg von Körpern entlang schiefer rauher Flächen (1751, DB. 36) vor, die er am 15. April 1741 nach Petersburg sandte. G.W. Krafft hat diese Arbeit Bernoullis am 19. (8.) Mai vorgelegt, am 2. Juni (22. Mai) vorgelesen und in der Folge neue Experimente vorbereitet. Am 18. (7.) August präsentierte Krafft der Akademie ein *Additamentum* (1751) zu seiner vorangegangenen Abhandlung, das er am 4. September (24. August) in der Akademischen Konferenz vorlas. In diesem *Additamentum* erwähnt er einige Stellen der Abhandlung Bernoullis, zitiert einen diesbezüglichen, nicht erhalten gebliebenen Brief von Euler und bespricht die Resultate einiger Experimente. Inzwischen setzte D. Bernoulli seine theoretischen Untersuchungen fort, worüber er Euler in seinem Brief vom 20. September 1741 berichtete (cf. Brief Nr. 54, Anm. 16). Dieser reagierte auf die Diskussion über die Bewegung der Körper entlang rauher schiefer Ebenen mit den beiden Abhandlungen (E. 161, E. 160), die der Akademischen Konferenz am 15. (4.) Mai 1742 vorgelegt und im Juni in dieser Reihenfolge vorgelesen wurden.

[6] Die Pariser Preisschriften über die Gezeiten wurden erst 1741 gedruckt.

[7] Gemäss den Registern der Petersburger Akademiekonferenz korrigierte Euler D. Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen schwimmender Körper (1750, DB. 32) am 28. (17.) November 1740, wobei er den ganzen § 20 tilgte (*Protokoly* 1, p. 639–640). Die ausgestrichene Passage ist hier nach Bernoullis Manuskript wiedergegeben (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 15):

«§ 20. Nunc rursus regulas istas exemplo aliquo illustrabo.

*Exemplum.* Sumatur pro plano triangulum rectangulum homogeneous, quod aquae verticaliter insidens, ita ut angulus rectus extra aquam emineat, habebit crus alterum horizontale, alterum verticale. Ponatur crus horizontale =  $a$ , crus verticale

=  $b$ , sintque gravitates specifica aquae et trianguli ut  $m$  ad  $n$ ; erit  $FG = a\sqrt{\frac{n}{m}}$ ;  
 $FN = \frac{2}{3}a\sqrt{\frac{n}{m}}$ ;  $GN = \frac{1}{3}a\sqrt{\frac{n}{m}}$ ;  $HN = \frac{1}{6}a\sqrt{\frac{n}{m}}$ ;  $AB = \frac{2}{3}b\sqrt{\frac{n}{m}} - \frac{2}{3}b$ ;  $M = \frac{nab}{2m}$   
 ac denique  $AR = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{aa+bb}{2}}$ . His igitur valoribus substitutis, habebimus

$$Q = \frac{aa+bb}{6a}\sqrt{\frac{m}{n}} - \frac{6bb}{a}\sqrt{\frac{n}{m}} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{n}{m}},$$

unde postea habetur valor  $\frac{\beta}{\alpha}$  ac denique longitudo quaesita  $L$ : quia vero formulae hae etiamnum sunt prolixae, exemplum adhuc specialius reddemus, ponendo latus horizontale  $a$  triplo majus latere verticali  $b$ : fluidumque novies gravius ponemus plano: ita porro erit  $\frac{m}{n} = 9$ ;  $\frac{a}{b} = 3$ ; fietque jam  $Q = \frac{2}{3}b$ : hincque  $\alpha = \frac{\pm 3 - 2}{\sqrt{5}}\beta$ : unde docemur ambo oscillationum genera fieri uniformia atque tautochrone si vel  $\alpha$  sit =  $-\beta\sqrt{5}$  vel  $\beta = \alpha\sqrt{5}$ . Casus autem alter impossibilis fit ideo quia longitudo penduli isochroni fieret negativa; at prior casus oscillationes dat revera inter se tautochronas semperque uniformes fitque longitudo penduli isochroni  $L = \frac{5}{17}b$ : Caeterum valor negativus ipsius  $\alpha$  ratione quantitatis  $\beta$  indicat, quod hic obtineat casus figurae secundae, ubi ita ut punctum  $R$  recedat a puncto aequilibrum versus latus verticale, dum planum est elevatum et recedat a puncto aequilibrum versus partem oppositam, dum planum est depressum. Si mihi festinanti in re methodum ipsam non afficiente, error calculi exciderit forte, rogo ut corrigatur. Valor autem prior indicat punctum  $R$  ad alteram partem lineae  $AR$  agitari dum punctum  $A$  elevatur, ad normam figurae secundae si in calculo figura prima adhibita fuerit, et est tunc  $L = \frac{5}{29}b$ ; valor autem alter facit  $L = \frac{5}{11}b$ .»



- [8] Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik*, Sect. XIII, §§ 3–14: DBW 5, p. 399f.
- [9] Newton stellte in der ersten Ausgabe seiner *Prinzipien* (Lib. II, Prop. XXXVII) die falsche Behauptung auf, die Rückstosskraft eines Wasserstrahls sei gleich dem Gewicht eines Wasserzylinders über der Öffnungsfläche mit dem Niveau des Wasserspiegels über der Öffnung als Höhe. Diese Ansicht teilten um die Mitte der 1720er Jahre sowohl Johann als auch Daniel Bernoulli (cf. Mikhajlov 1996, p. 233f). Später zeigte Daniel Bernoulli, dass die Rückstosskraft des Wasserstrahls in Wirklichkeit gleich dem Gewicht eines Zylinders von der doppelten Höhe ist (1741, DB. 26b; *Hydrodynamik*, Sect. XIII). Johann Bernoulli blieb hingegen auch in seiner *Hydraulik* bei seiner irrigen Ansicht.
- [10] Im Original: connexorum.
- [11] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen mehrerer an einem Faden befestigter Körper (1750, DB. 34). Das Originalmanuskript dieser Abhandlung Bernoullis befindet sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 16). In den Formulierungen weicht es stellenweise erheblich vom publizierten Text ab.
- [12] Cf. J.I Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen eines flexiblen, mit zwei schweren Körpern belasteten Pendels (JB. 178: JBO 4, p. 313–331).
- [13] Cf. Eulers Basler Jugendarbeit über den Schall (E. 2: O. III, 1). Dort setzt Euler die Frequenz des *C* nicht mit  $116\frac{1}{2}$ , sondern mit 118 Hz an, was zum Kammerton 392 Hz führt (*op. cit.*, Cap. 1, § 13, p. 212).
- [14] Cf. Brief Nr. 50, Anm. 15. Von einer musiktheoretischen Abhandlung De Moivres ist bis heute nichts bekannt (cf. Schneider 1968, p. 185).
- [15] Der Basler Dr. med. J.R. Geymüller stand in den Vierzigerjahren in diplomatischem Dienst und heiratete später eine Nichte des bekannten englischen Diplomaten und Basler Rats Herrn Lucas Schaub. Geymüllers Söhne wurden österreichische Freiherren und gründeten die bekannte Familie von Unternehmern und Architekten in Wien.
- [16] D. Bernoullis Brief an Karl von Brevern ist uns unbekannt.
- [17] Der Lehrstuhl der *loci communes et controversiae* (Dogmatik) wurde am 1. Juli 1740 frei, nachdem dessen Inhaber J. Grynaeus den Lehrstuhl des Neuen Testaments erhalten hatte. Am 28. November 1740 wurde der Lehrstuhl für Dogmatik J.B. Burckhardt, bislang Professor der Rhetorik, zugesprochen. Der zweite Kandidat war J.Ch. Beck, Professor der Geschichte.
- [18] Im Klartext heisst das: Daniel Bernoulli wollte vermeiden, dass Eulers Briefe an ihn über seinen Vater gesandt wurden.

## 52

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 28. Januar / 1. Februar 1741

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor

Wegen dem tödtlichen hinscheid des seeligen H. Schwähers <G. Gsell> bezeuge Ihnen, wie auch der F. Professorin <Katharina Euler-Gsell> und Dero F. Mutter <D.M.H. Gsell> meine hertzliche condolenz und wünsche daß der Liebe Gott ihnen sämtlichen seinen trost wolle mittheilen und mit anderwärtiger beständiger prosperitet segnen.

Zu der herlichen Berliner vocation hingegen gratuliere ich von hertzen; ich erfreue mich zum voraus, daß ich nocheinmahl die ehr haben solle Ew. HEdgb. zu sehen; doch bedauere ich daß Sie nicht Dero samtl[iche] familie mit sich führen



wollen, wie mir Dero H. Vatter meldet<sup>[1]</sup>. Ich werde vielleicht deßen ohngeacht noch die ehr haben Sie zu sehen, dan ich im sinn habe mit der zeit eine reyß naher Berlin zu thun<sup>[2]</sup>. Ihre May. 〈Friedrich II.〉 haben meinen Vatter, meinen Bruder 〈Johann II〉 und mich auch invitieren laßen. Mein Vatter hat sich völlig excusiert; ich hab mich auch noch nicht resolvieren können: Mein bruder aber möchte wohl die vocation annehmen<sup>[3]</sup>: Es ist unterdeßen zu beförchten daß der krieg das gantze project, wo nicht völlig stöhre doch auffhalte<sup>[4]</sup>. Die große veränderung in Rußland hat in gantz Europa eine große auffmerksamkeit erweckt; doch ware des Regenten 〈E.J. Biron〉 fahl leicht vorzusehen, wie ich ihn dan würcklich vorgesagt, so bald man alhier die constitution der Regierung vernohmen<sup>[5]</sup>.

Ich weyß nicht, ob ich für mein particular etwas verlohren; das aber weyß ich wohl, daß kein anderer weder Hertzog noch Regent meine dedication wurde ohne einige antwort auffgenommen haben<sup>[6]</sup>: es hat der hiesige Candidat Birr, der ein schlechter mensch ist, nur eine neue edition eines *Lexici* dem Cardinal Fleury dediciert, welcher ihm eÿgenhändig mit den allerverbündlichsten *terminis* dafür gedanckt<sup>[7]</sup>. Mit allem dem rewet es mich nicht der Academie ordre erfüllt zu haben, und werde mir solches ferners zu thun alzeit ein gesätz sejn laßen.

Ich gebe mir die ehr hierbey wiederumb eine procure zuzuschicken umb meine pension wegen dem vorigen jahr einzuziehen: wan solche eingegangen bitte mir selbige ohnverzüglich zu übermachen, weilen ich gern den leüten zeigen möchte, daß die veränderung der Regierung mir nichts praejudicieren könne, wormit sich vielleicht die misgönner kitzlen.

Es nimt mich wunder, daß da albereit der 9<sup>te</sup> *tomus Comm[entariorum]* beÿ nahem absolviert ist, der 7<sup>te</sup> und 8<sup>te</sup> *tomus* noch nicht versendet worden. In allen brieffen, so ich empfangе, beklagt man sich über die lenteur unsrer *Memoires*<sup>[8]</sup>.

Ew. HEdgb. solten billich Dero profunde meditationen über meine *problemata mechanica* den *Commentariis* inserieren laßen<sup>[9]</sup>: dergleichen *problemata* werden heütigs tags mit gar viel größerer begierd auffgenommen, als die *mathematica abstracta*: Ihnen aber ist es sehr ruhmwürdig in allen stucken Dero penetration zu zeigen.

*De sono fistularum* und *laminarum chalybearum* hab ich viele wichtige observationen gemacht, welche alle mit der experienz übereinkommen: Aber meine viele Academische geschäft und zimlich weitläufftige correspondenz erlauben mir nicht meine *meditata* zu papier zu bringen. Von den *laminis elasticis* ist merkwürdig, daß sie unterschiedliche thön geben, nachdeme man sie aufflegt; daß sie ihre *nodos* haben, auf welche [man sie] aufflegen muß umb einen hellen thon hervorzubringen etc. Sonsten sind diese thön freÿlich *in ratione reciproca duplicata longitudinum in laminis diversae longitudinis et similiter applicatis*: Man kan aber nicht nur die *rationem sonorum*, sondern auch *sonum absolutum ex datis laminae longitudine, pondere et elasticitate* heraus bringen<sup>[10]</sup>.

Dem H. Hoffprediger Wetstein<sup>[11]</sup> und H. Dr. Geymuller bitte mein dienst[ferdiges] compliment zu machen und sonderlich dem letsteren, als welcher mein gar guter freünd gewesen und hoffentlich noch ist zu bedeüten wie sehr es mich frewt, daß er mich nicht vergeßen und daß er sich wohl befinde.

Das *problema de combinandis numeris datam summam efficientibus* ist in *casibus particularibus* gar leicht: einige circumstanzen machen daß man die *regulam generalem* nicht sihet, doch aber kan man die *methodum generalem* anzeigen: den *calculus* von Ihrem exempel *de numero 50 in 7 partes dividendo* hab ich nicht gemacht, solches aber meinem Vetter *Nicolao* (I) Bernoulli gegeben, welcher eben die zahl gefunden die Ew. HEdgb. herausgebracht<sup>[12]</sup>. Das ander *problema, transformare expressionem*

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) \text{ [etc.]}$$

*in seriem*

$$1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^5} + \frac{1}{n^7} - \frac{1}{n^{12}} - \frac{1}{n^{15}} + \text{etc.}$$

kommt auch leicht *per inductionem* heraus, wan man viele *factores* von der *proposita expressione actu* multipliciert<sup>[13]</sup>: der übrigen *serierum, quae numeros primos spectant*, source sehe ich nicht. Solche zeigen neben einem *felicissimo ingenio* auch ein *tranquillum otium* und *pertinacis laboris patientiam*, welche alle 3 stuck mir fehlen.

Dem H. Prof. (G.W.) Kraft bitte mein ergebnstes compliment zu machen und ihm zu sagen daß ich ihm ein andermahl zu antworten mir die ehr geben werde<sup>[14]</sup>.

Ich habe mich etwas zeits auff das *argumentum de orbitis determinandis pro duobus centrīs virium* appliciert, *posita alterutra vi centripeta admodum parva*: die resultat so ich gefunden und auff die *orbitam Lunae* appliciert waren nicht conform mit des *Machins theorematis*, so er *sine demonstratione* gegeben<sup>[15]</sup>: ich hab aber meine gefundene *theoremata* nicht auffgeschrieben, weil es mich nachgehends gedunckt, man könne *ob magnum Lunae motum* dieselbe nicht auff die *theoriam lunarem* applicieren: die *theoremata* die ich der Academie einmahl comuniciert *circa quantitatem mutatae directionis* (durch welche ich nachgehends *impetum aquae verum felicissime* gefunden) haben *in hoc argumento* einen großen *usum*<sup>[16]</sup>: ich finde zum exempel *per aequationem differentialem primi ordinis* die *parabolam* als die *projectoriam*; da sonst eine *aequatio differentialis 2<sup>di</sup> ordinis* heraus komt.

Von Ew. HEdgb. möchte vernehmen ob Sie nicht meinen daß man die *orbitas circa centra virium* könne *methodo isoperimetrica*, wie auch die *figuram Terrae pro theoria Newtoniana*, heraus bringen: *ratione primae quaestionis* ist zu observieren, daß ein *corpus motum* seine *velocitatem* und *directionem* zu behalten trachte, welche 2 *conatus combinati* etwan auff eine methode führen könnten.

Meine *meditationes circa figuras laminae elasticae*, die ich nur *tumultuarie* und schon längst, *in schedam* aufgezeichnet, hab ich noch nicht können *in ordinem* redigieren. Mein erstes *problema* ist über diese materi, *laminae elasticae naturaliter rectae et ad datam curvam incurvatae invenire vim vivam potentialem, seu motum omnem, quem sua restitutione producere valeat*: darnach ist die quaestion,

*invenire curvam ad quam lamina incurvata, minimam habeat vim vivam potentialem*: wan Ew. HEdgb. hierüber einige reflexionen zu machen belieben, bitte mir Dero meinung zu überschreiben, als welche ich in allen stücken sehr hoch schätze.

Gleich nach absendung meines letsteren hab ich das paquet aus Holland erhalten; das eingeschlagene für meinen Vatter hab ich demselben übergeben, wie auch ein exemplar [von Ew. HEdgb.] *Theoria Musica* Dero H. Vatter. Mein Vatter und ich bedancken uns zum allerschönsten theils der Academie für die academischen Bücher theils Ew. HEdgb. für Dero *opus musicum*. Daßelbe hab ich mit vieler begierd und nicht weniger vergnügen durchgelesen. Das *opus* ist gewiß mit vieler subtilitet geschrieben und haben Ew. HEdgb. aus Dero *principiis* allen möglichsten nutzen gezogen: doch sind mir nicht alle *principia* klar genug: weilen aber die *quaestiones* meistentheils auff die metaphysic hinauslaufen und nicht können *mathematice* decidiert werden, so ist es nicht wohl möglich, dieses *examen* in einem *commercio epistolico* zu absolvieren. Ich will also nur einige andere geringe remarques, welche Dero *systema* eigentlich nichts angehen, hinbeifügen. Ich hab aus einigen passagen gemuhtmaßt, daß Sie den *Mersennum* nicht gelesen<sup>[17]</sup>, oder auff das wenigste nicht alzeit aufgeschlagen, der doch gar viel curiose *experimenta* hat. Pag. 3, da sie den *auditum physiologice* explicieren hab ich wieder gedacht an eine conjectur: ob nemlich *ad auditum* nicht requiriert werde, daß die *membrana tympani unisona* seje *cum sono percepto*, welches *officium* die *musculi* mit einer ungemeinen geschwindigkeit machen können, woraus sehr viele *phaenomena* könnten deduciert werden. P. 10 *dicitur sonum gratissimum fore in chordis quantum fieri potest tensis*. Diese quaestion tractiert der *Mersennus pagina octava*<sup>[18]</sup>; und gibt nur *dimidium hujus tensionis gradum pro sono suavissimo*; doch sagt er diese *determinatio* habe *amplissimos limites*, es erhält aber aus seinen reden, daß die *tensio maxima minime gratissima* seje<sup>[19]</sup>, und glaub ich auch daß der *sonus* sich *minime constans* sejn wurde *in chordis maxime tensis, quia elongationes non erunt viribus extendentibus proportionales*, indeme *non longe a ruptura* alles irregular sejn muß. Daß die *vires rumpentes proportionales* sejen *crassitiebus chordarum* wird nicht durch die experienz confirmiert. *In aestimanda vehementia soni* hab ich andere idées: es zeigt auch die experienz, daß in der nähe ein *sonus acutus vehementior* seje, da doch in der weite der *sonus gravis vehementior* ist. P. 12. Ein organist wird eine gantz andere regul *in conficiendis instrumentis* brauchen. P. 20, § 35. Diese *proprietas* beweist wenig *bonitatem theoriae*; ich hab schon auff gar vielerley weiß die *sonos fistularum* examiniert, da diese *proprietas* alzeit herauskomt und noch gar viele andere *proprietates*, welche *theorias* doch alle falsch zu sejn versichert bin und noch alzeit auff der meinung bin die ich in meinem vorigen schreiben kürztlich exponiert, an welcher ich nicht mehr zweiffle. P. 25, § 44. Ich habe *per experimenta* gefunden, daß *fistulae conicae et cylindricae ejusdem longitudinis eundem sonum edunt et fistula conica utroque orificio inflata unisona est*, welche proprietet ich erstlich *a priori* gefunden und nachgehends *experimentis* confirmiert habe. P. 29. Diese *principia metaphysica* satisfacieren mir nicht und halte solche für *contraria experientiae*: es ist aber überflüßig über dergleichen *principia* zu disputieren, weilen niemahls einer den andern persuadiert,

weswegen ich auch meine *conceptus* auch nicht für beßer fundiert halte, als ander leüten *conceptus*.

Sonsten bin ich versichert, daß nach Dero *principiis* nicht möglich ist mit mehrerer accuratesse und subtilitet zu raisonnieren als Sie gethan haben, so daß ich Ihnen zu diesem herlichen werck von hertzen gratuliere. Ich habe mir vorgenommen mit dem hiesigen H. Pfaff (der ein vortrefflicher *Musicus* ist) einen flügel so ich habe auff Dero vorgeschriebene manier stimmen zu laßen: er aber zweiffelt daß solches einen guten effect thun werde, und müße man nicht, sagt er, auff die harmonie allein achtung geben, sonderlich wan es *de differentiis sonorum imperceptibilibus* zu thun ist<sup>[20]</sup>.

Den einschluß hab ich sogleich Dero H. Vatter geschickt, und demselben offeriert die antwort Ew. HEdgb. per einschlus zu schicken; darauff er mir aber geantwortet, er habe nun ejgentlich nichts sonderbahres zu schreiben.

Hiemit verbleibe mit vieler hochachtung

Ew. HEdgb.

Meines H[och]geehrtesten H. Prof.

Dienstwilligster

Daniel Bernoulli

Basel den 28. jan. 1741.

P.S. Nachdeme ich diesen brieff albereit verpitschiert hatte, so habe noch Dero letsteres erhalten<sup>[21]</sup>; [die] commission wegen dem H. von Staal werde ich völlig nach Dero intention auszurichten trachten: bis dato hab ich noch nichts von dem H. Bojol erfahren können, zweiffle aber keines wegs denselben zu entdecken: Ew. HEdgb. hätten mir sollen etwas von seiner hand schicken, damit ich mit desto mehrerer gewisheit das gelt auslüffern könnte; doch werde ich andere praecautiōnen brauchen, damit kein irthumb geschehe. Weilen meine disfahls zu ergehende unkösten nicht werden den rest des gelts ausmachen, als bitte mir von H. v. Staal die ordre auß, was mit demselben thun solle. Weilen vielleicht der H. v. Staal dieses nicht gern durch die Academie lauffen last, als werde ich diesen brieff *immediate* an E. HEdgb. adressieren<sup>[22]</sup>.

Dero H. Vatter hat mir Ew. HEdgb. [brieff] nach seinem vertrauen, so er in mich setzet, gantz zu lesen gegeben. Wan ich betrachte, daß Ew. HEdgb. abreÿß naher Berlin nunmehrö völlig gewiß ist, kan ich mich schier nicht enthalten meine vocation auch anzunehmen: doch hab ich mich noch nicht resolvieren können: ich glaube, daß wir der Academie in Petersburg viel nutzen wurden schaffen können.

Der HH. Graffen v. Munich und Osterman Excell[enzen] beförderung haben wir durch die zeitungen vielfältig erfahren; ich habe mir auch die ehr gegeben denselben, in ansehung ich dero gnädigste benevolenz jederzeit erfahren, meine gehorsamste gratulation abzustatten<sup>[23]</sup>. Aber des H. Henningers sein avancement hatte ich noch nicht gewust<sup>[24]</sup>: die wahre und sonderbahre estime die ich jederzeit vor denselben getragen hat mich diese angenehme zeitung mit so viel frewden machen

vernehmen, als wan sie mich selber angegangen hätte: ich bitte Ew. HEdgb. ihme deswegen meine hertzliche gratulation abzustatten, wie auch seinem H. Schwager dem H. Raht Schuemacher. Lebt des H. Etats Raht Henningers Sohn (Philipp) noch?

Ew. HEdgb. verlurst wird nicht nur ohnmöglich sejn bej der Academie in Petersburg zu ersetzen, sondern es wird so gar schwehr sejn einen *successorem*, der deßen einiger maaßen würdig seje, zu bekommen. Ich für mein theil kenne niemand: der H. (J.S.) Koenig von Bern ist ein zimlich habiler Mann; weilen aber er in seinem Vatterland wohl versorgt ist, so zweiffle ich ob er eine vocation naher Petersburg annehmen wurde; doch will ich unter der hand denselben sondieren laßen, ohne die Academie im geringsten zu engagieren.

Was meiner pension besorgung anbelangt, so bitte mir hierüber Ew. HEdgb. raht auß, wem Sie mejnen daß ich solche commission aufftragen könne: Der H. Moula ist unserem hauß jederzeit zugethan gewesen und wurde solche gern auff sich nehmen. Wan der H. Prof. Gross es thun wolte, wurde ich einen solchen wichtigen dienst mit aller erkentlichkeit erkennen: wan Sie mejnen daß man denselben darüber befragen solle, so bitte solches nebst meiner gehorsamen empfehlung zu verrichten. *Haec adhuc inter nos.*

Ich bitte auch Ew. HEdgb. noch vor Dero abreiß die sach dahin zu dirigieren daß man von seiten der Academie mir einen Correspondenten ernenne so wie solches zu Paris zu geschehen pflegt. Wan sich der H. LeibMedicus di Ribeira meiner erinnern sollte und Ew. HEdgb. gelegenheit haben mit demselben zu sprechen, so ersuche Sie, demselben gleichfahls meine gratulation zu seiner wichtigen und ansehnlichen befürderung abzustatten<sup>[25]</sup>. Ich möchte wünschen daß es in Petersburg *Medici* gebe, die die *principia mathematica*, sonderlich *mechanica* und *hydraulica* verstünden, als über welche materi ich bej meiner jetzigen profession gar viele neue observationen gemacht.

Denen *Academicis* in Perou ist die ordre zugeschickt worden wieder naher hauß zu kommen, ohne daß sie im geringsten in der hauptsach etwas verrichtet haben. In dem handel, den sie mit den wilden gehabt, haben sie ihren schönen quart de cercle verlohren: sie hatten sich vorgenommen einen anderen zu verfertigen. Man kan sich aber leicht einbilden, wie derselbe wurde ausgefallen sejn, da man diese instrument in Franckreich selber nicht mit genugsamer exactitude hat verfertigen können<sup>[26]</sup>.

Mit diesem hab ich noch einmahl die ehr mich schönstens zu empfehlen. Wegen meines Vatters (der Ew. HEdgb. sein compliment zu machen mir auffgetragen) 25 Rub. wird es wohl keine neue procure brauchen: wan es aber beliebig, wird er nach deren empfang eine quittung schicken.

den 1. febr. 1741.

### Übersetzung

⟩...⟨

Zum Hinschied Ihres Schwiegervaters ⟨G. Gsell⟩ kondoliere ich Ihnen wie auch der Frau Professorin ⟨Katharina Euler-Gsell⟩ und deren Mutter ⟨D.M.H. Gsell⟩ ganz herzlich und wünsche, der liebe Gott möge Ihnen allen seinen Trost mitteilen und Sie im Übrigen mit beständigem Glück und Gedeihen segnen.

Zu der herrlichen Berufung nach Berlin hingegen gratuliere ich von Herzen. Ich freue mich im voraus darauf, noch einmal die Ehre zu haben, Sie zu sehen, doch bedaure ich, dass Sie nicht Ihre ganze Familie mitnehmen wollen, wie mir Ihr Vater sagt<sup>[1]</sup>. Dessen ungeachtet werde ich vielleicht noch die Ehre haben, Sie zu sehen, denn ich beabsichtige, gelegentlich eine Reise nach Berlin zu unternehmen<sup>[2]</sup>. Seine Majestät ⟨Friedrich II.⟩ hat meinen Vater, meinen Bruder ⟨Johann II⟩ und mich selbst auch einladen lassen. Mein Vater hat sich völlig entschuldigt, und ich konnte mich noch nicht entscheiden. Mein Bruder hingegen ist geneigt, den Ruf anzunehmen<sup>[3]</sup>. Indes ist zu befürchten, dass der Krieg das ganze Projekt verzögert, wenn nicht gar verhindert<sup>[4]</sup>. Die grosse Veränderung in Russland hat in ganz Europa viel Aufmerksamkeit hervorgerufen, doch war der Sturz des Regenten ⟨E.J. Biron⟩ leicht vorauszusehen, wie ich ihn denn wirklich prophezeit hatte, sobald die Zusammensetzung der Regierung hier bekannt wurde<sup>[5]</sup>.

Ich weiss nicht, ob ich für meinen Teil etwas verloren habe, das jedoch weiss ich wohl, dass kein anderer Herzog oder Regent meine Widmung ohne irgendeine Antwort aufgenommen hätte<sup>[6]</sup>. So hat beispielsweise der hiesige Kandidat Birr, ein ganz einfacher Mann, dem Kardinal Fleury bloss eine neue Ausgabe eines Lexikons gewidmet, welcher ihm eigenhändig mit den allerverbindlichsten Worten dafür gedankt hat<sup>[7]</sup>. Trotz alledem gereut es mich nicht, den Auftrag der Akademie erfüllt zu haben, und es wird mir ein Gesetz sein, dies auch fernerhin zu tun.

Ich erlaube mir, Ihnen hiermit wiederum eine Vollmacht zum Einzug meiner Pension vom Vorjahr zuzustellen. Nach deren Eingang bitte ich Sie, sie mir unverzüglich zu überweisen, weil ich den Leuten gern zeigen möchte, dass mir der Regierungswechsel nichts anhaben kann, worüber sich vielleicht die Missgünstigen freuen würden.

Es wundert mich, dass der 7. und 8. Band der *Commentarii* noch nicht versandt worden sind, wo doch der 9. Band schon nahezu fertig ist. In allen Briefen, die ich empfangen, beklagt man sich über die Langsamkeit des Erscheinens unserer *Commentarii*<sup>[8]</sup>.

Sie sollten Ihre gründlichen Studien über meine mechanischen Probleme wirklich in die *Commentarii* einrücken lassen<sup>[9]</sup>; derartige Probleme werden heutzutage viel begieriger aufgenommen als die rein mathematischen, und Ihnen gereicht es zum Ruhm, in allen Dingen Ihren Scharfsinn zeigen zu können.

Über den Ton von Pfeifen und von Metallplatten habe ich viele wichtige Beobachtungen gemacht, die alle mit der Erfahrung übereinstimmen; meine vielen akademischen Geschäfte und meine ziemlich weitläufige Korrespondenz erlauben mir aber nicht, meine Überlegungen zu Papier zu bringen. Es ist merkwürdig, dass



die elastischen Platten unterschiedliche Töne ergeben, je nachdem wie man sie auflegt, dass sie ihre Knoten haben, auf denen man sie auflegen muss, um einen hellen Ton zu erzeugen etc. Ansonsten sind diese Töne freilich bei Platten verschiedener Länge, die in derselben Weise angebracht sind, im umgekehrten quadratischen Verhältnis der Längen. Man kann aber nicht nur das Verhältnis der Töne, sondern auch den Grundton aus der Länge, dem Gewicht und der Elastizität der Platte finden<sup>[10]</sup>.

Bitte grüssen Sie den Herrn Hofprediger Wettstein<sup>[11]</sup> und Dr. Geymüller freundlich von mir, und sagen Sie ganz besonders dem letzteren, der mein sehr guter Freund war und es hoffentlich noch ist, wie sehr es mich freut, dass er mich nicht vergessen hat und dass es ihm gut geht.

Das Problem über die Kombination von Zahlen, die eine gegebene Summe hervorbringen, ist in Spezialfällen recht leicht. Einige Umstände bewirken, dass man die allgemeine Regel nicht gleich sieht, jedoch lässt sich die allgemeine Methode angeben. Die Ausrechnung Ihres Beispiels, die Zahl 50 in 7 Teile zu zerlegen, habe ich nicht ausgeführt, sie jedoch meinem Vetter Niklaus (I) Bernoulli gegeben, der dieselbe Zahl gefunden hat, die Sie herausgebracht haben<sup>[12]</sup>. Das andere Problem, den Ausdruck

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) \dots$$

in die Reihe

$$1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^5} + \frac{1}{n^7} - \frac{1}{n^{12}} - \frac{1}{n^{15}} + \text{etc.}$$

umzuformen, lässt sich auch leicht mittels Induktion lösen, wenn man viele Faktoren des vorgelegten Ausdrucks ausmultipliziert<sup>[13]</sup>. Die Herkunft der übrigen, die Primzahlen betreffenden Reihen kann ich nicht sehen. Sie erfordern neben einer glücklichen Eingebung auch ruhige Musse und Ausdauer für hartnäckige Arbeit, welche drei Dinge mir alle fehlen.

Lassen Sie bitte Herrn Prof. (G. W.) Krafft von mir freundlich grüssen und richten Sie ihm aus, dass ich ihm gerne ein andermal antworte<sup>[14]</sup>.

Vor einiger Zeit habe ich mich damit beschäftigt, die Umlaufbahnen für zwei Kraftzentren zu bestimmen, wobei eine der Zentripetalkräfte als sehr klein angenommen wird. Die Ergebnisse, die ich gefunden und auf die Mondbahn angewandt habe, waren nicht übereinstimmend mit den Theoremen von Machin, die dieser ohne Beweis angegeben hat<sup>[15]</sup>. Meine gefundenen Theoreme habe ich jedoch nicht aufgeschrieben, weil mich nachher dünkte, man könne diese wegen der Grösse der Mondbewegung nicht auf die Mondtheorie anwenden. Die Theoreme über die Grösse der Richtungsänderung, die ich der Akademie einmal mitgeteilt habe (durch die ich nachher so glücklich den wahren Impuls des Wassers gefunden habe), sind auf diesem Gebiet von grossem Nutzen<sup>[16]</sup>. So finde ich beispielsweise mittels einer Differentialgleichung erster Ordnung die Parabel als Wurflinie, wozu man sonst eine Differentialgleichung zweiter Ordnung benötigt.

Von Ihnen möchte ich vernehmen, ob Sie nicht auch der Meinung sind, dass man die Bahnkurven um Kraftzentren wie auch die Gestalt der Erde nach der New-



tonschen Theorie mittels der isoperimetrischen Methode finden könnte. Bezüglich der ersten Frage ist zu beachten, dass ein bewegter Körper seine Geschwindigkeit und Richtung zu behalten trachtet, welche zwei Bestrebungen kombiniert vielleicht zu einer Methode führen könnten.

Meine Betrachtungen über die Formen des elastischen Streifens, die ich schon vor langer Zeit hastig aufgezeichnet habe, konnte ich noch nicht ordentlich redigieren. Mein erstes Problem über diese Materie ist, die potentielle lebendige Kraft aufzufinden, um einen ursprünglich geraden elastischen Streifen in eine gegebene Kurve zu biegen, bzw. die ganze Bewegung, die er beim Zurückschnellen erreichen kann. Danach kommt die Frage, die Kurve zu finden, zu welcher gebogen der Streifen die kleinste potentielle lebendige Kraft hat. Wenn Sie darüber einige Überlegungen anstellen könnten, so schreiben Sie mir bitte Ihre Meinung, die ich in allen Stücken sehr hoch schätze.

Unmittelbar nach der Versendung meines letzten Briefes erhielt ich das Paket aus Holland. Das für meinen Vater Beigelegte habe ich ihm übergeben, ebenso Ihrem Vater ein Exemplar Ihrer *Musiktheorie*. Mein Vater und ich bedanken uns aufs Allerschönste, zum einen Teil bei der Akademie für die Bände der *Commentarii*, zum anderen Ihnen für Ihr musikalisches Werk. Dieses habe ich mit grosser Begierde und nicht weniger Vergnügen durchgelesen. Das Werk ist gewiss mit grosser Sorgfalt geschrieben, und Sie haben aus Ihren Prinzipien den grösstmöglichen Nutzen gezogen, doch sind mir nicht alle Prinzipien klar genug. Da jedoch die Fragen meistens auf die Metaphysik hinauslaufen und nicht mathematisch entschieden werden können, so ist es nicht gut möglich, eine kritische Sichtung in einem Briefwechsel vorzunehmen. Ich will folglich nur einige kleinere Bemerkungen, die Ihr System eigentlich nicht betreffen, hinzufügen. Aus einigen Passagen vermutete ich, dass Sie den Mersenne nicht gelesen haben<sup>[17]</sup> – oder wenigstens nicht immer zur Hand hatten –, der doch sehr viele bemerkenswerte Experimente aufweist. Auf Seite 3, wo Sie das Gehör physiologisch erklären, dachte ich wieder an eine Konjektur, nämlich ob fürs Hören nicht erforderlich sei, dass das Trommelfell mit dem wahrgenommenen Ton übereinstimme, welchen Dienst die Muskeln mit einer ungeheuren Geschwindigkeit verrichten können, woraus sehr viele Phänomene abgeleitet werden können. Auf Seite 10 wird angegeben, der angenehmste Ton werde bei der grösstmöglichen Spannung der Saite erzeugt. Diese Frage behandelt Mersenne auf Seite 8<sup>[18]</sup> und gibt nur die Hälfte der Spannung für den lieblichsten Ton an, doch sagt er, diese Festlegung bewege sich in sehr weiten Grenzen. Aus seinen Ausführungen erhellt aber, dass die maximale Spannung keineswegs die günstigste sei<sup>[19]</sup>, und ich glaube auch, dass der Ton von maximal gespannten Saiten keineswegs konstant sein würde, weil die Elongationen den Spannungen nicht proportional sind, denn alles muss kurz vor dem Zerreißen irregulär sein. Dass die Zerreisskräfte den Dicken der Saiten proportional seien, wird von der Erfahrung nicht bestätigt. Bezüglich der Einschätzung der Lautstärke eines Tones habe ich andere Ideen: Die Erfahrung zeigt auch, dass ein hoher Ton in der Nähe, ein tiefer hingegen in der Weite stärker ist. Auf Seite 12: Ein Organist wird eine ganz andere Regel für den Instrumentenbau brauchen. Auf Seite 20, § 35: Diese Eigenschaft

beweist wenig über die Güte der Theorie; ich habe die Töne von Pfeifen schon auf sehr vielerlei Arten untersucht, wobei diese Eigenschaft immer herauskommt und noch sehr viele andere dazu; ich bin sicher, dass diese Theorien doch alle falsch sind, und bin noch immer der Meinung, die ich in meinem vorangegangenen Schreiben kurz dargelegt habe und an der ich nicht mehr zweifle. Auf Seite 25, § 44: Mittels Experimenten habe ich gefunden, dass konische und zylindrische Pfeifen derselben Länge denselben Ton erzeugen und dass eine an beiden Mündungen angeblasene konische Pfeife denselben Ton gibt. Diese Eigenschaft fand ich zuerst *a priori*, und nachträglich bestätigte ich sie mittels Experimenten. Auf Seite 29: Diese metaphysischen Prinzipien befriedigen mich nicht, und ich halte sie für der Erfahrung entgegengesetzt. Es ist jedoch müssig, über derartige Prinzipien zu disputieren, weil niemals einer den andern überzeugt, weshalb ich auch meine Grundannahmen nicht für besser fundiert halte als diejenigen anderer Leute.

Sonst bin ich dessen versichert, dass es nach Ihren Prinzipien nicht möglich ist, mit grösserer Genauigkeit und Sorgfalt vorzugehen, als Sie es getan haben, so dass ich Ihnen zu diesem herrlichen Werk von Herzen gratuliere. Ich habe mir vorgenommen, mit dem hiesigen Herrn Pfaff, einem vortrefflichen Musiker, meinen Flügel auf die von Ihnen vorgeschriebene Manier stimmen zu lassen. Er zweifelt jedoch daran, dass dies eine gute Wirkung haben wird, denn man müsse nicht, sagt er, auf die Harmonie allein achten, besonders wenn es sich um unhörbare Differenzen der Töne handelt<sup>[20]</sup>.

Die Beilage habe ich sogleich Ihrem Vater geschickt und ihm angeboten, Ihnen seine Antwort hier als Beilage mitzuschicken. Darauf hat er mir jedoch geantwortet, er habe im Moment eigentlich nichts Besonderes zu schreiben.

Hiermit verbleibe ich mit grosser Hochachtung

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 28. Januar 1741.

P.S. Nachdem ich diesen Brief schon gesiegelt hatte, habe ich noch Ihren letzten erhalten<sup>[21]</sup>. Ich werde versuchen, Ihren Auftrag wegen des Herrn von Staal ganz in Ihrem Sinn auszurichten. Bis jetzt konnte ich noch nichts über Herrn Bojol in Erfahrung bringen, zweifle aber keineswegs daran, diesen finden zu können. Sie hätten mir etwas von seiner Hand schicken sollen, damit ich das Geld mit um so grösserer Gewissheit aushändigen könnte, doch werde ich andere Vorsichtsmassnahmen treffen, um einen Irrtum auszuschliessen. Weil in diesem Fall meine Spesen nicht den ganzen Rest des Geldes ausmachen, so erbitte ich Herrn von Staals Anweisungen, was ich damit tun soll. Da Herr von Staal das vielleicht nicht gern durch die Akademie gehen lässt, werde ich diesen Brief unmittelbar an Sie adressieren<sup>[22]</sup>.

In seinem Vertrauen, das er in mich setzt, hat mir Ihr Vater Ihren ganzen Brief zum Lesen gegeben. In Anbetracht dessen, dass nun Ihre Abreise nach Berlin ganz

sicher feststeht, kann ich mich kaum enthalten, den Ruf an mich auch anzunehmen, doch konnte ich mich noch nicht dazu entscheiden. Ich glaube, wir könnten dort für die Petersburger Akademie viel Nützliches tun.

Die Beförderung der Grafen von Münnich und Ostermann konnten wir aus den Zeitungen vielfach zur Kenntnis nehmen. Im Hinblick auf deren Wohlwollen, das ich immer erfahren habe, habe ich mich auch beeht, diesen beiden Herren aufrichtig zu gratulieren<sup>[23]</sup>. Von der Beförderung Herrn Henningers aber wusste ich noch nichts<sup>[24]</sup>. Da ich für ihn stets eine wahre und besondere Achtung empfunden habe, hat mich diese angenehme Neuigkeit dermassen erfreut, als hätte sie mich selbst betroffen. Ich bitte Sie, ihm meine herzliche Gratulation abzustatten wie auch seinem Schwager, dem Herrn Rat Schumacher. Lebt eigentlich der Sohn (Philipp) des Herrn Staatsrats Henninger noch?

Ihr Verlust wird an der Petersburger Akademie nicht nur unmöglich zu ersetzen sein, sondern es wird sogar schwierig sein, einen einigermaßen dafür würdigen Nachfolger zu finden. Ich selbst kenne niemanden: Herr (J. S.) König aus Bern ist zwar ein ziemlich tüchtiger Mann, doch weil er in seinem Vaterland gut versorgt ist, bezweifle ich, dass er einen Ruf nach Petersburg annehmen würde. Dennoch will ich ihn unter der Hand sondieren lassen, ohne die Akademie im geringsten zu verpflichten.

Was die Besorgung meiner Pension betrifft, so erbitte ich Ihren Rat, wem ich nach Ihrer Meinung die Kommission auftragen könnte. Herr Moula war unserem Haus stets zugetan und würde das gern auf sich nehmen. Wenn Herr Prof. Gross es tun wollte, würde ich einen derart wichtigen Dienst mit aller Erkenntlichkeit quittieren. Wenn Sie meinen, dass man ihn anfragen sollte, so bitte ich Sie, das nebst meiner besten Empfehlung zu verrichten. Dies noch unter uns.

Auch bitte ich Sie, noch vor Ihrer Abreise die Sache dahin zu lenken, dass man mir seitens der Akademie einen Korrespondenten nennen möge, so wie das auch in Paris gehandhabt wird. Sollte sich der Leibarzt Herr di Ribeiro an mich erinnern und Sie Gelegenheit haben, mit ihm zu sprechen, so ersuche ich Sie, ihm ebenfalls meine Gratulation zu seiner wichtigen und ansehnlichen Beförderung abzustatten<sup>[25]</sup>. Ich wünschte, es gäbe in Petersburg Mediziner, welche die mathematischen Prinzipien, besonders die mechanischen und hydraulischen, verstünden, über welche Materie ich bei meiner jetzigen Profession sehr viele neue Beobachtungen gemacht habe.

Den Akademikern in Peru wurde der Befehl zugeschickt, wieder nach Hause zu kommen, ohne dass sie in der Hauptsache auch nur das Geringste erreicht haben. Bei dem Zusammenstoss, den sie mit den Eingeborenen hatten, haben sie ihren schönen Quadranten verloren. Sie hatten sich vorgenommen, einen anderen zu verfertigen, doch man kann sich leicht vorstellen, wie dieser ausgefallen wäre, da man dieses Instrument nicht einmal in Frankreich selbst mit hinreichender Genauigkeit anfertigen konnte<sup>[26]</sup>.

Damit beehre ich mich nochmals, mich schönsten zu empfehlen. Wegen der 25 Rubel meines Vaters (der mich beauftragt hat, Sie freundlich grüssen zu lassen)

wird es wohl keine neue Vollmacht brauchen; wenn es jedoch beliebt, wird er nach deren Empfang eine Quittung schicken.

Den 1. Februar 1741.

- R 140 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers nicht erhalten gebliebenen Brief vom 11. Dezember (30. November) 1740  
 Basel, 28. Januar / 1. Februar 1741  
 Orig., 3 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 39–41v  
 Am 24. (13.) Februar in der Akademischen Konferenz von Euler vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 659)  
 Publ.: Fuss 2, p. 466–472

- [1] Eulers Brief an D. Bernoulli vom 11. Dezember (30. November) 1740, auf dessen Inhalt Bernoulli hier eingeht, und sein Brief vom selben Datum an seinen Vater sind nicht erhalten geblieben. Die Akademischen Register vom 12. (1.) Dezember 1740 enthalten dazu den folgenden Eintrag (*Protokoly* 1, p. 642):
- «Eod. Hr. Prof. Euler producirte und las vor: 1) ein an den Hrn. Poleni in Lateinischer Sprache gerichtetes Schreiben, betreffend *Series pro logarithmis sinuum et cosinum inveniendis* etc. d. d. Calend. Dec. a. MDCCXXX; 2) ein an den Hrn. Prof. Dan. Bernoulli in Deutscher Sprache gestelltes Schreiben, *Problema curiosum e doctrina de combinationibus* etc. d. d. 30 Nov. a. c. Nachdem die Conference geschlossen worden, verlangte er, Hr. Prof. Euler, dass von ersterem, nämlich des Hrn. Poleni's Brief, eine richtige Copie, von letzterem aber nur ein Extract gemacht werden solle mit Weglassung einiger darin befindlichen Privat-Umstände; er hat auch noch ein versiegeltes Schreiben an seinen Hrn. Vater in Richen gestellet, mit dem Verlangen, dass selbiges unter Hrn. Prof. Bernoulli's Couvert zugleich nach Basel abgehen solle.»
- [2] Den Plan, Berlin zu besuchen, hat D. Bernoulli nie realisiert.
- [3] Keiner der Bernoulli nahm letztlich die Einladung nach Berlin an, über die übrigens auch im *Journal helvétique* (November 1740, p. 523) berichtet worden war.
- [4] Hier ist der Erste Schlesische Krieg gemeint.
- [5] Zum Sturz Biron's, der nach dem Tod der Kaiserin Anna Ioannovna am 28. (17.) Oktober 1740 zunächst zum Regenten für den unmündigen Zaren Ivan VI. ernannt worden war, und zu den nachfolgenden politischen Wirren um Münnich und Ostermann bis zur Machtergreifung durch Elizaveta Petrovna Ende 1741 cf. Giterman (1945, p. 160f), Rimscha (1970, p. 329f) sowie *infra* Brief Nr. 55, Anm. 2 und 3.
- [6] Biron, der Herzog von Kurland, dem D. Bernoulli seine *Hydrodynamik* gewidmet hatte, hat auf die Widmung persönlich überhaupt nicht reagiert.
- [7] Cf. die von Birr vorbereitete Neuausgabe des Lexikons von Estienne (1740). Der Dankbrief von Kardinal Fleury an Birr vom 5. Januar 1740 ist erhalten geblieben (Bibl. Basel, G III 2, Nr. 48).
- [8] Der 7. und 8. Band der *Petersburger Commentarii* erschienen 1740 bzw. 1741, der 9. Band jedoch erst 1744.
- [9] D. Bernoulli meint hier wahrscheinlich die Probleme der Schwingungen der an einem Faden befestigten Körper. – Cf. seine Abhandlung (1750, DB. 34). Euler veröffentlichte seine Abhandlung auf diesem Gebiet (E. 159) ein Jahr später.
- [10] Cf. die zwei Abhandlungen D. Bernoullis über die Töne schwingender elastischer Streifen (1751, DB. 37, 38), die in den *Petersburger Commentarii* für die Jahre 1741–1743 publiziert wurden, wie auch seine spätere Abhandlung über die Orgelpfeifen in den *Pariser Mémoires* (1764, DB. 53).

- [11] Der aus Basel stammende Johann Caspar Wettstein, der seit 1736 in den Diensten von Friedrich Ludwig, Prince of Wales, stand, begleitete einen jungen englischen Adligen auf dessen *grand tour* und verbrachte den Winter 1740/41 in Petersburg, wo er auch seine Cousine Ursula Bruckner besuchte. Von England aus führte er 1746–59 einen intensiven Briefwechsel mit Euler, der in Band IV A, 7 ediert wird. – Cf. Staehelin (1958).
- [12] Im August 1740 (R 1903) hatte der Berliner Mathematiker Philippe Naudé (der Jüngere) Euler zwei Probleme über die sogenannte *partitio numerorum* (die additive Zerlegung von natürlichen Zahlen) gestellt. Euler stellte eine Lösung dieser Probleme postwendend in seiner Antwort an Naudé vom 23. (12.) September 1740 dar (*Pis'ma*, p. 193–206) und teilte die Probleme D. Bernoulli mit, der sie seinerseits an seinen Vetter N. I. Bernoulli weitergegeben hat. Die Diskussion darüber wird fortgesetzt in Eulers Brief an N. I. Bernoulli vom 10. November 1742 (O. IV A, 2, p. 551–579). – Cf. Eulers Abhandlung zur *partitio numerorum* (E. 158), welche der Petersburger Akademie am 27. (16.) April 1741 vorgelegt und in den *Petersburger Commentarii* (für 1741–43) 1751 gedruckt wurde, sowie *Introductio*, Band 1 (E. 101, Kap. 16).
- [13] Dieses ebenfalls von Naudé angeregte Problem führte Euler zur – zunächst bloss induktiven – Entwicklung des Produkts

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) \dots$$

in die Reihe

$$1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^5} + \frac{1}{n^7} - \frac{1}{n^{12}} - \frac{1}{n^{15}} + \frac{1}{n^{22}} + \frac{1}{n^{26}} - \frac{1}{n^{35}} - \frac{1}{n^{40}} + \frac{1}{n^{51}} + \dots$$

Alle Koeffizienten der Reihe sind 0 oder  $\pm 1$ , und Euler erkannte in den Exponenten der Nenner  $\frac{1}{2}k(3k \pm 1)$  sogleich die «Pentagonalzahlen». So gelangte er zu der berühmten Gleichung, die wir heute als *Eulersche Identität* kennen:

$$\prod_{s=1}^{\infty} (1 - x^s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k x^{\frac{1}{2}k(3k-1)}$$

Hier stellt die rechte Seite eine spezielle Thetafunktion dar, wie sie später Jacobi in seiner Theorie der elliptischen Funktionen eingeführt hat. Zwar hat Euler die Formel in seiner oben erwähnten Abhandlung (E. 158) wie auch in der *Introductio* (cf. *supra* Anm. 11) dargestellt und publiziert, doch streng bewiesen hat er sie erst einige Jahre später in der Abhandlung E. 244, die 1760 in den *Petersburger Novi Commentarii* (für 1745–1755) gedruckt wurde. – Cf. O. IV A, 2, p. 532, Anm. 10, 11; Weil (1983b, p. 127–129) und Scharlau (1983).

- [14] Ein solcher Antwortbrief ist nicht nachzuweisen.
- [15] Cf. Machin (1729).
- [16] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über gewisse noch nicht beschriebene Gesetze der Mechanik (1741, DB. 26a).
- [17] D. Bernoulli meint Marin Mersennes grundlegendes Werk *Harmonie universelle* von 1636. – Cf. Truesdell (1960, p. 154f).
- [18] Wie Thomas Steiner bemerkt hat, sollte es im Briefftext S. 38 anstelle von S. 8 heissen (im Exemplar der *Harmonie universelle* in der Universitätsbibliothek Basel ist die erste Ziffer der Seitenzahl 38 nur schwach gedruckt).
- [19] Die Frage nach der optimalen Spannung der Saiten eines Musikinstruments hat eine lange Tradition. Mersenne (1636, p. 38, Prop. III) hält die Hälfte der Spannung, die die Saite reisst, für optimal. Bei einem 1711 in Lyon gebauten und um 1740 in Frankreich revidierten Cembalo deuten Saitenreste von beiden Bauzuständen auf eine Entwicklung zu höheren Spannungen im 18. Jahrhundert hin (cf. Rose–Law 1991, p. 10–12). Adlung (1768, Bd. II, p. 105) bemerkt, dass

«mancher Orgelmacher, oder Künstler, den Seyten eine etwas schwächere Proportion giebt, als sie ordentlich vertragen können [...] Wenn aber ein Claveſin also

bezogen wird, daß es ohne Gefahr einen halben Ton in die Höhe gehen kann; so ist man sicher.»

Das entspricht etwa vier Fünfteln der Bruchspannung. Für Darmsaiten gilt dieser Wert ebenfalls als akzeptabel (cf. Abbott–Segerman 1974, p. 61).

- [20] Offenbar hielt D. Bernoulli – im Gegensatz zu Euler – beispielsweise die Intervalldifferenz von einem syntonischen Komma für nicht wahrnehmbar. – Cf. Fellmann (1995, p. 48–54).
- [21] Damit ist der – nicht erhalten gebliebene – Brief Eulers vom Januar 1741 gemeint.
- [22] Die Verhältnisse zwischen dem baltischen Offizier von Staal und Bojol sind uns nicht bekannt.
- [23] Cf. *supra* Anm. 5 und Brief Nr. 55, Anm. 2 und 3.
- [24] J.K. Henninger war 1740 zum Staatsrat ernannt worden.
- [25] Ribeiro Sanchez war am 3. März 1740 zum Hofarzt und danach zum zweiten Leibarzt der Regentin Anna Leopoldovna ernannt worden.
- [26] Cf. Bouguer (1749) und Brief Nr. 12, Anm. 20.

## 53

L. EULER AN D. BERNOULLI

Petersburg, 4. März (21. Februar) 1741

Extract aus einem von dem H<sup>n</sup> Prof. Euler an d[en] H<sup>n</sup> Prof. Dan. Bernoulli nach Basel unter dem 21. Febr. 1741 geschriebenen Briefe.

Ewer HochEdelgeb. belieben zu melden, daß man eine General Methode angeben könne, um zu finden *quot diversis modis datus numerus n possit esse summa m numerorum affirmativorum integrorum*. Weilen ich nun um eine solche *Expressionem generalem* zu finden mir viel mühe gegeben, so bin ich sehr begierig diese gedachte Methode zu sehen<sup>[1]</sup>.

Ich glaube auch daß man die mir gemeldten *Problemata* so wohl *circa figuras corporibus a potentiis inductas*, als *circa projectorias per methodum maximorum et minimorum* solviren könne, indem die Natur immer den leichtesten Weg erwehlet, ich habe aber noch nicht finden können was für eine Expression in jeglichem Falle ein *Maximum* oder *minimum* seyn müße, und bin anjetzo wegen so vielerley Distractionen nicht im Stande dieser Sache weiter nachzudencken.

Wenn der H<sup>r</sup> Pfaff sagt daß man beÿ Stimmung eines Instruments nicht allein auf die Harmonie sehen müße, so möchte ich gerne wißen worauf man denn mehr zu sehen habe. Zum wenigsten muß man doch einer fixen Regel folgen und differirt die meinige von derjenigen welche von den besten *Musicis* durch die Experientz gefunden und approbiret worden, nur in dem einigen Thon *B*; so daß also meine Manier wohl meritirt in Betrachtung gezogen zu werden<sup>[2]</sup>.

Vor die Communication Dero übrigen Anmerckungen bin ich gehorsamst verbunden und weil ich jetzo außer Stande bin an *Scientifica* zu gedencken, so habe die Ehre etc. etc.

Den 20. Febr. eingekommen und den 21. darauf zur Post exped[irt].

### Übersetzung

Auszug aus einem Brief von Professor Euler vom 21. Februar 1741 an Professor Daniel Bernoulli in Basel.

Sie belieben zu melden, dass man eine allgemeine Methode angeben könne, um herauszufinden, auf wieviele verschiedene Arten eine gegebene Zahl  $n$  die Summe von  $m$  positiven ganzen Zahlen sein kann. Da ich mich nun sehr bemüht habe, einen derartigen allgemeinen Ausdruck zu finden, bin ich sehr begierig, diese erwähnte Methode zu sehen<sup>[1]</sup>.

Ich glaube auch, dass man die mir übermittelten Probleme sowohl über die Formen, welche die Körper unter der Einwirkung von Kräften annehmen, als auch über die Wurfbahnen mittels der Methode der Maxima und Minima lösen kann, da die Natur stets den leichtesten Weg wählt. Doch konnte ich noch nicht herausfinden, welcher Ausdruck in jedem der Fälle ein Maximum oder Minimum werden muss, und momentan bin ich wegen so vielerlei Ablenkungen nicht in der Lage, über diese Sache weiter nachzudenken.

Wenn Herr Pfaff sagt, man müsse bei der Stimmung eines Instrumentes nicht allein auf die Harmonie achten, so möchte ich gerne wissen, worauf man denn sonst noch zu sehen habe. Jedenfalls muss man doch eine feste Regel befolgen, und die meinige weicht von derjenigen, welche von den besten Musikern durch die Erfahrung gefunden und angenommen worden ist, nur bei dem einen Ton  $B$  ab, so dass also meine Manier wohl in Betracht gezogen zu werden verdient<sup>[2]</sup>.

Für die Mitteilung Ihrer übrigen Anmerkungen bin ich Ihnen sehr verbunden. Da ich jetzt nicht in der Lage bin, an Wissenschaftliches zu denken, beehre ich mich etc.

Am 20. Februar vorgelegt und am 21. zur Post gegeben.

R 141    Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 52  
Petersburg, 4. März (21. Februar) 1741  
Exzerpierte Kopie, von Euler beglaubigt, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 30, Bl. 107v, 109  
Am 3. März (20. Februar) der Akademischen Konferenz vorgelegt und am folgenden Tag – zusammen mit einem Wechsel – zur Post gebracht (cf. *Protokoly* 1, p. 660)

[1] Cf. Brief Nr. 52, Anm. 12. D. Bernoulli ist später nicht mehr darauf zurückgekommen.

[2] Cf. Brief Nr. 52, Anm. 20.



54

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 20. September 1741

Basel den 20. 7br. 1741

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor!

Ew. HochEdgb. glückliche ankunfft in Berlin habe ich mit sonderbahrer frewd vernommen und gratuliere Ihnen von hertzen deswegen wie auch Dero gantzem ehren-hauß. Es hat mich auch sehr gefrewt, daß Sie vom König (Friedrich II.) so viel zeichen einer sonderbahren distinction und gnad empfangen; ich fürchte aber, daß so lang der krieg währet die Academie unmöglich zum stand kommen könne, welches die gantze gelehrte welt billich berewen wurde, als welche sich von diesem new entstandenen *Protectore* der wißenschafften die glücklichste epoque, darinn sie jemahls gelebt habe, versprache<sup>[1]</sup>.

Für Ew. HEEdgb. besorgung meiner Petersburger pension bin ich sehr verbunden; ich hab Dero wahre freundschaft in so vielen occasionen empfunden, daß ich mir jederzeit eine frewd machen werde Denselben meine aufrichtigste danckbarkeit zu zeigen; bitte also in allen occasionen über mich zu disponieren.

Es wundert mich daß man uns die *Commentarios* so spath auß Petersb[urg] schickt. Des H. Schuemachers proceduren befrembden mich keines wegs: Ich erinnere mich vielmehr unserer öffters gehaltenen tischreden und wie ich mich über des H. Schuemachers und des unschuldigen Danelis<sup>[2]</sup> schwümg erzürnet, wan ich etwan sonst übels humors gewesen bin, wie man deßen genug ursach gehabt hat; jetzund hingegen befinde ich mich in einem solchen ruhigen und glücklichen zustand, daß mich aller welt handel im geringsten nichts afficieren und nicht einmahl weiß was kummer oder verdruß seje, sondern vielmehr aller orten her viel freundschaft und estime weit über meine merites erfahre; des H. Schuemachers project wegen bestellung Ew. HEEdgb. hinterlaßenen stell nehme ich als ein bloßes *artifice* auff, wiewohl ich noch nicht sehe, was er eigentlich darbey intentiert habe; Man wird sich bey jetzigen conjuncturen eben so wenig in Petersburg pressieren, der Academie aufzuhelffen, als man in Berlin thut: Es scheint daß die wißenschafften und der krieg incompatibel mit einander sejen.

Ew. HEEdgb. belieben mir doch nunmehr eine vollständige nachricht von der Petersburger Academie und dero glieder zu geben; der einzige Goldbach hat bey mir alle sentimens einer indignation und wahren verachtung erwecket: H. Schuemacher handelt *systematice* und dementiert sich nicht in seinem character; aber hinter dem Goldbach steckt wahrhaftig nichts als ein heimlicher ungegründeter und unbegreiflicher stoltz nebst so seltzsamen maximes die in keines menschen hertz gekommen sind; ich möchte wohl wissen, was derselbige jetz macht und in was für character er steht<sup>[3]</sup>. H. Prof. (G.W.) Krafft hat mir geschrieben gleich nach Ew. HEEdgb. abreyß auß Petersb[urg] daß der H. Duvernoi auch auff seiner abreyß begriffen seje; Sie belieben mich zu berichten wohin er komme<sup>[4]</sup>. Dieser verlurst

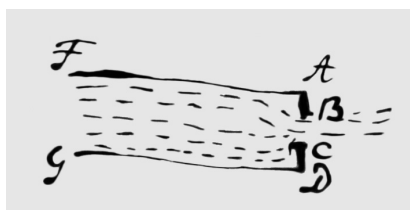
wird nicht schwer zu reparieren seyn; Ich schreibe Ihnen meine hertzens gedanken, als meinem besten und aufrichtigsten freünd; ich begehre aber von Ihnen, daß wan Sie werden meinen brieff beantwortet haben, Sie denselben so gleich verbrennen<sup>[5]</sup>.

Ich weiß nicht, wer sonderlich die Academie in Petersb[urg] erhalten wird: doch aber bitte ich Sie, für derselben ehr ferners zu sorgen: Man wird derselben dienst gewislich tot ou tard erkennen und stelle ich Ihnen mein exempel für; ich hab noch hohe Patronen in Petersburg; wan Sie mejnen, daß ich Ihnen mit einigen remonstrationen an H. Graffen von Osterman (als welche von einem dritten alzeit beßeren effect machen) etwas dienen könne, so bitte ich mich solches zu berichten. Wir müßen eine *causam communem* machen und einander jederzeit unsere nouvelles und anschläg communicieren.

H. Maupertuis ist nun bey einem Duc auff einem landgut nicht weit von Paris<sup>[6]</sup>. Er kan des Königs in Preussen (Friedrich II.) eloge nicht genug machen: Er ware mit meinem Bruder (Johann II) und mir auff I[hro] May. befehl in tractaten, welche aber durch seine avantures sind unterbrochen worden<sup>[7]</sup>: die gegenwärtige conjuncturen und mein vergnügter glücklicher zustand hatten mich in eine irresolution gesetzt, daß ich mich niemahls positive erklärt hab: Mein bruder aber hat niemahls einige difficultet gemacht; bitte mich also zu berichten, in was für *terminis* sich nunmehr deßen sach befinde; wan er solte naher Berlin gehen, will ich trachten ihne dahin zu begleiten: ich glaube daß meine *consilia* und anschläg bey einer newen Academi nicht gantz ohne succès seyn wurden; und möchte ich gar gern einige monat mit Ew. HEdgb. zubringen: ich hoffe aber daß solches in allem fahl alhier in Basel geschehen werde<sup>[8]</sup>. Der H. Clairaut hat mir versprochen alsdan auch hieher zu kommen: bitte mich also deßen zu berichten, so bald Sie Ihre abreiß fixiert haben, damit ich es dem H. Clairaut überschreiben könne<sup>[9]</sup>. Ew. HEdgb. commission gegen den H. Dr. Iselin hab ich sogleich ausgerichtet<sup>[10]</sup>.

Wan Sie mir antworten, bitte bey gegebener occasion sich auff dem bureau de poste zu informieren, warumb man alda die brieff alzeit über Francfort schicke, wan sie gleich über Nurnberg franquiert sind, da sie doch über Nurnberg geschwinder lauffen und weniger kosten: Dero H. Vatter (der mir in diesem moment die ehr angethan eine visite zu geben und deme ich Ew. HEdgb. brieff gantz vorgelesen) befrembdet sich auch darüber.

Von meinem Vatter werden Sie alberejt eine antwort erhalten haben samt einer correction seiner hydrodynamischen meditationen: solche hab ich gelesen, aber falsch befunden<sup>[11]</sup>: es ist wunderlich daß er *praecise* eine methode gebraucht, die ich vor 12 oder 13 jahren gebraucht habe; darvon mich aber viele *experimenta* (theils *directa* theils *indirecta*) so gleich desabusierte: ich hab nachgehends diese materi auß gantz anderen indubitablen *principiis generalissime* in der *Hydrodynamica* von p. 279 biß pag. 288 tractiert; es scheint aber, mein Vatter habe nit darauff reflectiert: Man darff ja nur ausrechnen, *quanta pressio requiratur sub directione aquae effluentis, quae possit singulis momentis motum aquae novum* generieren, welche *pressio* eben die *reactionem in quaestione* ausmacht, so kommen alle meine *theoremata* herauß.



Die ursach aber, warumb meine erstere und meines Vatters jetzige conclusionen nicht recht sind, ist unter anderem daß die *pressio aquae in fundum ABCD ex natura gurgitis* nicht *eadem* ist *cum pressione aquae in latera FA, GD*, welches in der solution supponiert wird. Wan Ew. HEdgb. die sach untersuchen wollen, werden Sie ein gleiches finden und bitte in selbem *casu* solches meinem Vatter zu melden ohne dergleichen zu thun, daß ich hiervon etwas geschrieben habe und zugleich sagen, daß Sie die correction noch nicht auff Petersburg geschickt haben umb seinen willen hierüber noch vorhero zu vernemmen: ich für mein theil laße mich nicht gern in disputen ein, doch aber interessiere mich hierin nicht sonderlich und weilen Ew. HEdgb. diese gantze materi auff ein newes ruminieren müsten, welches ich Ihnen nicht zumuhten will, so überlaße es Dero gutbefinden; wenig leüt werden mercken daß ich alhier von meinem Vatter refutiert werde. Unterdeßen ist diese, meines Vatters, solution eben die welche ich ihme in dem brieff, welchen er in seiner vorigen schrifft citiert hatte, überschrieben hab und welche er refutiert hatte *cum provocatione ad iudicium Lectoris*<sup>[12]</sup>. Ich schreibe Ihnen frey, weil ich mich darauff verlaße, daß Sie diesen brieff verbrennen werden.

Ich hab Ew. HEdgb. *meditata* über die *series* gelesen; selbige sind freylich ingenios und profund; aber ich formiere mir eine gantz andere idee von den *seriebus*: ich glaube nicht daß man alhier den *calculus differentialem* und *integralelem* ohne limitation gebrauchen dörffe, weil es nicht erlaubt ist eine *seriem* als *quantitates continuas aut fluentes* zu betrachten, indeme es lauter *quantitates discretas* sind; was Sie also *de interpolatione terminorum* sagen, ist meiner meynung nach, nicht *proprie* und *stricte* zu verstehen<sup>[13]</sup>.

Wan man das *problema* formierte, *ducere curvam per puncta infinita positione data*, so ist dieses kein *problema determinatum*; dan man kan *infinitas curvas* ziehen und ist es nicht möglich alle diese *curvas una eademque aequatione* (*nequidem differentiali millesimi ordinis*) zu ex[pri]mieren: eine gleiche bewantnus hat es auch mit Ihrem *problemate de interpoland[is] terminis*; ich will mir nur die *seriem*  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$  etc. einbilden: dieser *serie* *terminus generalis* ist nicht nohtwendig  $x$ , sondern auch zum exempel  $x + n$  S. A.  $x$  *posita semicircumferentia*  $= 1$ , oder wan Sie solten alhier excipieren, dieser *terminus generalis* exprimiere keine *seriem simplicem*, so kan man auch *pro termino generali ex. gr.* annehmen  $e^{n \text{ S. A. } x}$ : ein jeder *terminus generalis* aber gibt eine andere *quantitatem pro termino interpolando*: wan man aber hier wolte sagen man müße *terminum generalem simplicissimum* geben, so wurde es schwär sejn *in quantitativibus transcendentibus* zu sagen, wan der *terminus generalis simplicissimus* seje und zu bewejsen daß er es seje – Es dunckt mich daß wan man eine aequation *in seriem* resolvire, dieselbe aequatio

*per series* nicht mehr *propria* seje noch eben die *proprietaes* habe als die *aequationes algebraicae*, in quibus *coefficientens secundi termini est summa radicum*: solches könnte ich mit gar vielen *argumentis* beweisen.

Wan also Ew. HEdgb. ehemahls gefunden, daß  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.} = \frac{1}{6} CC$ , *posita*  $C = \text{circumferentiae circuli cujus diameter} = 1$ , so halte ich dieses *theorem* nur accidental (dan deßen *veritatem* läugne ich nicht und sehe ich wohl warumb dieses *raisonnement in hoc casu particulari* angehe), allein applicieren Sie eben dieses *raisonnement* auff eine *ellipsin*, *cujus axis major* =  $m$ , *axis minor* =  $n$ , *circumferentia* =  $S$ , so werden Sie finden, *quod sit*  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.} = \frac{mmSS}{6n^4}$ , *quod foret absurdum*<sup>[14]</sup>. Diese letstere observation hat auch H. Prof. Cramer aus Genf überschrieben<sup>[15]</sup>.

Wan Ew. HEdgb. meinen letzten brieff an H. Prof. (G.W.) Krafft noch gesehen, möchte ich wohl wißen, ob Sie meine solution über selbige quaestiones approbieren. Ich hab seithero den *motum* consideriert *sphaerae data velocitate initiali tam progressiva quam rotatoria super plano horizontali progredientis*; ein solcher *globus* leidet *duplicem frictionem*, *alteram ratione motus paralleli progressivi alteram ratione motus rotatorii*: von diesem *motu* (welchen ich vermejne recht ausgerechnet zu haben) dependieren viele *phaenomena* auff dem billard, welche *prima fronte* gantz scheinen *contra regulas receptas* zu lauffen. Obgedachte *frictionem* aber *ratione motus rotatorii* hab ich in dem brieff an H. Krafft noch nicht consideriert<sup>[16]</sup>.

Sonsten hab ich seit etwas zeits meine meiste zeit angewendet die *diversos sonos laminae elasticae* und übrige *proprietaes* auszurechnen, welche materi mir zu gar vielen schönen gantz neuen *experimentis* (die mit meiner theori *perfectissime* accordieren) hat anlaaß gegeben, und kan diese theori *ad omnia corpora sonora*, sonderlich *ad campanas*, extendiert werden, wie ich vermuhete. Allein ich hab noch nicht der zeit gehabt etwas von meinen *meditatis* zu papier zu bringen<sup>[17]</sup>: gegenwärtigen brieff schreib ich auch in gröster ejl.

Mich verlangt sehr Sie wieder alhier zu sehen; wan einmahl die auffrichtung der Academi mit mehrerem ernst getrieben wurde, zweiffle ich ob Sie leicht erlaubnuß zu dieser reyß bekommen werden<sup>[18]</sup>: bitte also von gegenwärtigem *otio* zu profitieren. Ich schließe mit nochmahliger bitte meine compliment an Dero gantzes ehrenhauß zu machen und verbleibe mit aller hochachtung

Ewer HEdelgebohrnen  
Dienstwilligster D[iener]

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 20. September 1741

>...<

Ihre glückliche Ankunft in Berlin habe ich mit besonderer Freude vernommen, und dazu gratuliere ich Ihnen wie auch Ihrem ganzen geehrten Haus. Auch hat

mich sehr gefreut, dass Sie vom König (Friedrich II.) so viele Zeichen einer besonderen Wertschätzung und Gnade empfangen haben; jedoch befürchte ich, dass die Akademie, solange der Krieg andauert, unmöglich wird zustande kommen können, was die gesamte gelehrte Welt mit Recht reuen würde, da sie sich von diesem neuen Schutzherrn der Wissenschaften die glücklichste Epoche, in der sie jemals gelebt hat, versprochen hat<sup>[1]</sup>.

Für die Besorgung meiner Petersburger Pension bin ich Ihnen sehr verbunden. Ich habe Ihre wahre Freundschaft bei so vielen Gelegenheiten empfunden, dass ich mir jederzeit eine Freude daraus machen werde, Ihnen meine aufrichtigste Dankbarkeit zu bezeugen. Ich bitte Sie daher, bei allen Gelegenheiten über mich zu verfügen.

Es wundert mich, dass man uns die *Commentarii* aus Petersburg so spät zukommen lässt. Herrn Schumachers Umtriebe sind mir keineswegs fremd. Vielmehr erinnere ich mich unserer des öfteren gehaltenen Tischreden und daran, wie ich mich über die Possen des Herrn Schumacher und der unschuldigen kleinen Diana<sup>[2]</sup> erzürnt habe, wenn ich einmal schlecht gelaunt war, wozu man genügend Grund hatte. Jetzt hingegen befinde ich mich in einem derart ruhigen und glücklichen Zustand, dass mich alle Händel der Welt nicht im geringsten reizen und ich nicht einmal weiss, was Kummer oder Verdruss ist, sondern von überall weit über meine Verdienste viel Freundschaft und Achtung erfahre. Herrn Schumachers Plan hinsichtlich der Besetzung der von Ihnen hinterlassenen Stelle betrachte ich als blosser List, obgleich ich noch nicht sehe, was er eigentlich damit erreichen will. Beim jetzigen Stand der Dinge wird man sich in Petersburg ebensowenig wie in Berlin beeilen, der Akademie auf die Beine zu helfen. Es scheint, dass die Wissenschaften und der Krieg miteinander unvereinbar seien.

Geben Sie mir jetzt doch bitte vollständig Auskunft über die Petersburger Akademie und deren Mitglieder. Nur Goldbach hat bei mir alle Gefühle von Entrüstung und wahrer Verachtung erweckt; Herr Schumacher agiert wenigstens systematisch und verleugnet seinen Charakter nicht, doch hinter Goldbach steckt wahrhaftig nichts als heimlicher, unbegründeter und unbegreiflicher Stolz nebst so seltsamen Maximen, die kein menschliches Herz je erreicht haben. Ich möchte gern wissen, was er jetzt treibt und welche Funktion er ausübt<sup>[3]</sup>. Sogleich nach Ihrer Abreise aus Petersburg hat mir Herr Prof. (G.W.) Krafft geschrieben, dass auch Herr Duvernois im Begriff stehe abzureisen. Bitte berichten Sie mir, wohin er geht<sup>[4]</sup>. Dieser Verlust wird nicht schwer zu verschmerzen sein. Ihnen als meinem besten und aufrichtigsten Freund schreibe ich meine innersten Gedanken, aber ich wünsche von Ihnen, dass Sie meinen Brief, wenn Sie ihn beantwortet haben werden, sofort verbrennen<sup>[5]</sup>.

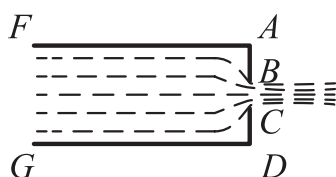
Ich weiss nicht, wer die Akademie in Petersburg nun vor allem erhalten wird, doch bitte ich Sie, weiterhin um deren Ehre besorgt zu sein. Man wird Ihre Dienste sicher früher oder später erkennen, und ich gebe Ihnen mein eigenes Beispiel dafür: Ich habe noch hohe Schutzherrn in Petersburg. Wenn Sie meinen, dass ich Ihnen mit einigen Empfehlungen (die von dritter Seite immer wirksamer sind) beim Grafen von Ostermann ein wenig dienlich sein könnte, so berichten Sie es mir bitte.

Wir müssen gemeinsame Sache machen und einander stets unsere Neuigkeiten und Vorhaben mitteilen.

Herr Maupertuis weilt nun bei einem Herzog auf einem Landgut unweit von Paris<sup>[6]</sup>. Den König in Preussen (Friedrich II.) kann er nicht genug loben. Er stand auf dessen Befehl mit meinem Bruder (Johann II) und mir in Verhandlungen, die jedoch durch seine Abenteuer unterbrochen worden sind<sup>[7]</sup>. Der gegenwärtige Stand der Dinge und meine vergnügte, glückliche Verfassung hatten mich in eine Unentschlossenheit versetzt, so dass ich nie zugesagt habe, während mein Bruder sich nie geziert hat. Also berichten Sie mir bitte, wie es jetzt um seine Sache steht. Sollte er nach Berlin gehen, so will ich ins Auge fassen, ihn dorthin zu begleiten. Ich glaube, dass meine Ratschläge und Aktivitäten bei einer neuen Akademie nicht ganz erfolglos sein würden, und ich möchte sehr gerne einige Monate mit Ihnen verbringen. Ich hoffe aber, dass dies in jedem Fall hier in Basel geschehen wird<sup>[8]</sup>. Herr Clairaut hat mir versprochen, dann auch hierherzukommen. Bitte berichten Sie mir also diesbezüglich, sobald Sie Ihre Abreise fixiert haben, damit ich es Herrn Clairaut schreiben kann<sup>[9]</sup>. Ihren Auftrag für Herrn Dr. Iselin habe ich umgehend erledigt<sup>[10]</sup>.

Wenn Sie mir antworten, so bitte ich Sie, sich gelegentlich im Postamt zu informieren, warum man dort die Briefe immer über Frankfurt schickt, obgleich sie via Nürnberg frankiert sind; über Nürnberg werden sie doch schneller speditiert und kosten weniger, was auch Ihren Vater (der mich in diesem Moment mit seinem Besuch beehrt hat und dem ich Ihren Brief ganz vorgelesen habe) befremdet.

Von meinem Vater werden Sie schon eine Antwort erhalten haben samt einer Korrektur seiner hydrodynamischen Betrachtungen. Diese habe ich gelesen, jedoch als falsch befunden<sup>[11]</sup>; es ist verwunderlich, dass er genau eine Methode anwendet, die ich vor 12 oder 13 Jahren verwendet habe, von welcher mich aber viele (teils direkte, teils indirekte) Experimente sofort abgebracht haben. In der Folge habe ich diesen Gegenstand aus ganz anderen, unbezweifelbaren Prinzipien allgemein in der *Hydrodynamik* auf den Seiten 279–288 behandelt, doch scheint es, mein Vater habe nicht darauf geachtet. Man muss ja bloss ausrechnen, welcher Druck in der Richtung des ausfliessenden Wassers erforderlich ist, um in jedem Moment die neue Bewegung des Wassers zu erzeugen – welcher Druck eben den fraglichen Rückstoss ausmacht –, und damit ergeben sich alle meine Theoreme.



Die Ursache, warum meine früheren und meines Vaters jetzige Schlussfolgerungen nicht richtig sind, ist unter anderem diese, dass der Druck des Wassers auf den Boden  $ABCD$  infolge der Natur der kehlförmigen Strömungsverbindung nicht derselbe ist wie derjenige auf die Seiten  $FA$ ,  $GD$ , was in der Lösung vorausgesetzt



wird. Wenn Sie die Sache untersuchen wollen, werden Sie ein Gleiches finden, und ich bitte Sie in diesem Fall, das meinem Vater zu melden, ohne sich anmerken zu lassen, dass ich darüber etwas geschrieben habe, und ihm zugleich zu sagen, dass Sie die Korrektur noch nicht nach Petersburg geschickt haben, um vorher noch seine Wünsche in dieser Sache zu vernehmen. Ich für mein Teil lasse mich nicht gern auf Dispute ein und habe kein besonderes Interesse daran, doch weil Sie die ganze Materie aufs Neue wiederkäuen müssten, was ich Ihnen nicht zumuten will, so überlasse ich es Ihrem Gutdünken. Nur wenige Leute werden merken, dass mein Vater mir hier widerspricht. Indes ist diese Lösung meines Vaters eben diejenige, welche ich ihm in dem Brief geschrieben habe, den er in seiner vorigen Schrift zitiert und mit der Aufforderung zur Beurteilung durch den Leser widerlegt hatte<sup>[12]</sup>. Ich schreibe Ihnen frei, weil ich mich darauf verlasse, dass Sie diesen Brief verbrennen werden.

Ich habe Ihre Betrachtungen über die Reihen gelesen. Diese sind wirklich erfindungsreich und tiefsinnig, aber ich mache mir eine ganz andere Vorstellung von den Reihen: Ich glaube nicht, dass man hier die Differential- und Integralrechnung ohne Einschränkung anwenden darf, weil es nicht erlaubt ist, eine Reihe als zusammenhängende oder fließende Grössen zu betrachten, da es sich um lauter diskrete Grössen handelt. Was Sie also über die Interpolation der Glieder sagen, ist meiner Meinung nach nicht im eigentlichen Sinne oder streng zu verstehen<sup>[13]</sup>.

Formulierte man das Problem, eine Kurve durch unendlich viele nach ihrer Lage gegebene Punkte zu ziehen, dann ist dies kein bestimmtes Problem, denn man kann unendlich viele Kurven ziehen, und es ist nicht möglich, alle diese Kurven durch ein und dieselbe Gleichung auszudrücken (nicht einmal durch eine Differentialgleichung tausendster Ordnung). Eine gleiche Bewandnis hat es auch mit Ihrem Problem, Glieder zu interpolieren. Ich stelle mir nur die Reihe  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$  etc. vor: Das allgemeine Glied dieser Reihe ist nicht notwendig  $x$ , sondern auch zum Beispiel  $x + n \sin. A. x$ , wobei der halbe Umfang  $= 1$  gesetzt wird, oder wenn Sie hier einwenden sollten, dieses allgemeine Glied drücke keine einfache Reihe aus, so könnte man beispielsweise auch  $e^{n \sin. A. x} x$  als allgemeines Glied annehmen. Jedes allgemeine Glied gibt jedoch eine andere Grösse für das zu interpolierende Glied. Wollte man hier aber sagen, man müsse das einfachste allgemeine Glied angeben, so wäre es bei transzendenten Grössen schwierig zu sagen, wann das allgemeine Glied das einfachste sei, und zu beweisen, dass es das sei. Wenn man eine Gleichung in eine Reihe entwickelt, so dünkt mich, dass diese entwickelte Gleichung nicht mehr die eigentliche sei und nicht mehr die Eigenschaften habe wie die algebraischen Gleichungen, in denen der Koeffizient des zweiten Terms die Summe der Wurzeln ist. Das könnte ich mit sehr vielen Gründen beweisen.

Wenn Sie also ehemals gefunden haben, dass  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.} = \frac{1}{6} CC$ , wobei  $C$  der Umfang des Kreises mit dem Durchmesser 1 ist, so halte ich dieses Theorem nur für zufällig (denn seine Wahrheit leugne ich nicht, und ich sehe sehr wohl, warum diese Schlussfolgerung in diesem Spezialfall erlaubt ist); doch wenden Sie die gleiche Schlussfolgerung auf eine Ellipse an, deren grosse Achse  $= m$ , deren



kleine =  $n$  und deren Umfang =  $S$  ist, so werden Sie finden, dass

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.} = \frac{mmSS}{6n^4},$$

was völlig absurd ist<sup>[14]</sup>. Diesen Einwand hat auch Herr Prof. Cramer aus Genf gemacht<sup>[15]</sup>.

Wenn Sie meinen letzten Brief an Herrn Prof. (G.W.) Krafft noch gesehen haben, möchte ich gerne wissen, ob Sie meine Lösung jener Probleme billigen. Seither habe ich die Bewegung einer Kugel betrachtet, die mit gegebener Anfangsgeschwindigkeit sowohl der geradlinigen wie auch der Rotationsbewegung auf einer horizontalen Ebene rollt. Eine derartige Kugel erleidet eine doppelte Reibung: die eine auf Grund der Parallelbewegung, die andere infolge der Rotationsbewegung. Von dieser Bewegung (die ich richtig ausgerechnet zu haben glaube) hängen viele Erscheinungen beim Billard ab, die auf den ersten Blick ganz gegen die überlieferten Regeln zu laufen scheinen. Die oben erwähnte Reibung bezüglich der Rotationsbewegung habe ich jedoch im Brief an Herrn Krafft noch nicht berücksichtigt<sup>[16]</sup>.

Ansonsten habe ich seit einiger Zeit meine meiste Zeit darauf verwendet, die verschiedenen Töne elastischer Streifen und die übrigen Eigenschaften zu berechnen, welche Materie mir zu sehr vielen schönen und ganz neuen Experimenten (die mit meiner Theorie in vollkommenster Weise übereinstimmen) Anlass gegeben hat. Diese Theorie kann – wie ich vermute – auf alle tönenden Körper, insbesondere auf Glocken, ausgedehnt werden. Leider hatte ich noch keine Zeit, etwas von meinen Studien zu Papier zu bringen<sup>[17]</sup>; auch diesen Brief schreibe ich in grösster Eile.

Mein Verlangen ist gross, Sie wieder hier zu sehen. Wenn die Errichtung der Akademie einmal mit grösserem Ernst betrieben würde, so zweifle ich daran, dass Sie so leicht die Erlaubnis zu dieser Reise bekommen werden<sup>[18]</sup>. Also profitieren Sie bitte von der gegenwärtigen Musse. Ich schliesse mit der wiederholten Bitte, Ihr ganzes verehrtes Haus von mir grüssen zu lassen und verbleibe mit aller Hochachtung

} . . . {

Daniel Bernoulli

R 142 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom August 1741  
Basel, 20. September 1741  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 44–45v  
Publ.: Fuss 2, p. 473–478

- [1] Die Einladung Eulers nach Berlin, die Aufnahme seiner dortigen Arbeit und der Neuaufbau der Berliner Akademie sind in der Einleitung zum Briefwechsel Eulers mit Friedrich II. (O. IV A, 6, p. 280–288) kommentiert worden.
- [2] In der Schweiz üblicher Diminutiv von Diana («das Dianeli»); es handelt sich wohl um ein nicht näher zu identifizierendes kleines Mädchen – oder ein Haustier –, das Euler und Bernoulli während ihrer gemeinsamen Zeit in Petersburg kannten (cf. Brief Nr. 6, Anm. 7).

- 
- [3] Zum Verhältnis von D. Bernoulli und Goldbach beachte man, dass die beiden Gelehrten in der Zeit von 1723 bis 1731 insgesamt 71 (37/34) heute in Moskau liegende Briefe gewechselt haben (cf. Fuss 2, p. 173–406). Zu Christian Goldbachs Leben und Werk cf. Juškevič – Kopelevič (1983/1994) sowie die Einleitung zu O. IV A, 4; die zahlreichen Stellen, wo Goldbachs Beziehungen zu D. Bernoulli angesprochen werden, sind mittels der dortigen Namenregister leicht aufzufinden.
  - [4] Da keine Briefe Eulers an D. Bernoulli aus seiner Berliner Zeit erhalten geblieben sind, bleibt diese Frage unbeantwortet. – J.G. Duvernois, der vor seiner Zeit an der Petersburger Akademie Professor der Medizin in Tübingen gewesen war, kehrte über Berlin nach Württemberg zurück und wirkte bis zu seinem Tod als Arzt in Kirchheim/Teck.
  - [5] Nichtsdestoweniger verwahrte der sehr ordentliche Euler diesen Brief in seinem Archiv.
  - [6] Gemäss seinem Brief an Johann II Bernoulli vom 7. August 1741 (Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 64–64v) plante Maupertuis, sich zusammen mit der Herzogin d’Aiguillon für acht Tage auf ihr Landgut zu begeben – allerdings nicht in der Nähe von Paris, sondern über 300 km entfernt.
  - [7] Maupertuis, der 1740 als designierter Präsident der Akademie nach Berlin gekommen war, war König Friedrich auf dessen Befehl in sein schlesisches Feldlager nachgereist und wurde am 10. April 1741 im Verlauf der Schlacht bei Mollwitz (heute Małujowice, Polen) von den Österreichern gefangen genommen. Er wurde jedoch am Wiener Hof sehr rücksichtsvoll behandelt und konnte schon im Mai nach Berlin und von dort zur Erholung nach Frankreich zurückkehren.
  - [8] D. Bernoulli hat Euler zeitlebens nicht mehr getroffen, weder in Berlin noch in Basel.
  - [9] Es existieren in Basel keine weiteren Briefe zu diesen Plänen, und schliesslich kam es ja weder zu einer Reise Eulers nach Basel noch zu einer von D. Bernoulli nach Berlin.
  - [10] Über die Art dieser Besorgung ist nichts bekannt.
  - [11] J. I Bernoulli scheint seinem Sohn Daniel die heute verlorene Beilage zu seinem Brief an Euler vom 18. Februar 1741 betreffs der Rückstosskraft von ausfliessenden Wasserstrahlen gezeigt zu haben. Deren Inhalt ist uns unbekannt (cf. O. IV A, 2, p. 394–395 / 399–400 und p. 404, Anm. 4).
  - [12] Cf. Brief Nr. 51, Anm. 9. D. Bernoulli beruft sich hier wieder auf die §§ 3–14 der Sektion XIII seiner *Hydrodynamik* (cf. Brief Nr. 51, Anm. 8) und auf die der Rückstosskraft des ausfliessenden Wassers gewidmeten (fehlerhaften) Folgerungen von Johann Bernoulli, die Euler im Brief Nr. 50 erwähnt hatte (cf. p. 438 / 445 h.v.). Die darauf bezüglichen, sachlich unrichtigen §§ 26–31 von Johann Bernoullis *Hydraulik*, welche die Kritik an Daniel Bernoulli enthielten, wurden letztlich auf Eulers Empfehlung in dem Text, der in den *Petersburger Commentarii* publiziert wurde, weggelassen und erst in unserer Zeit im Band O. IV A, 2 als Anhang (p. 658–667) wiedergegeben (cf. Brief Nr. 50, Anm. 9–11).
  - [13] D. Bernoulli spricht hier von drei Abhandlungen Eulers über die Summation von Reihen mit Anwendung der Differentiation und Integration des allgemeinen Terms (E. 46, 47, 55); diese waren im letzten Band der *Petersburger Commentarii* (Bd. 8 für 1736) erschienen, den Bernoulli erhalten hatte.
  - [14] Was D. Bernoulli unter der «gleichen Schlussfolgerung» («eben dieses raisonnement») verstand, kann höchstens vermutet werden, und leider ist auch der erwähnte Brief von Gabriel Cramer, der vielleicht darüber hätte Aufschluss geben können, nicht erhalten geblieben. Setzt man nämlich in Bernoullis Gleichung den Eulerschen Wert für die Summe  $S_2$  ein und löst nach dem Ellipsenumfang auf, so ergibt sich bloss die triviale erste Näherung aus der Reihenentwicklung des elliptischen Integrals, nämlich der Umfang des Hauptkreises der Ellipse. Möglicherweise handelt es sich bei der rätselhaften «Bernoulli-Cramerschen Schlussfolgerung» bloss um eine spekulativ konstruierte Analogie als Versuch einer Verallgemeinerung der speziellen Zetafunktion  $S_{2n}$  auf die Ellipse.
  - [15] Dieser Brief Cramers konnte nicht aufgefunden werden.
  - [16] Cf. Brief Nr. 51, Anm. 5.
  - [17] Cf. Brief Nr. 52, Anm. 10.
  - [18] Cf. *supra* Anm. 9.

55

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 20. Januar 1742

Basel den 20. jan. 1742

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Ewer HochEdelgebohrnen letsteres geehrtestes schreiben hab ich schon vor geraumer zeit empfangen<sup>[1]</sup>; Gleich darauff hab ich an den unglücklichen H. Graffen von Osterman<sup>[2]</sup> geschrieben und nachgehends bin ich für etwas zeit auff das land gereist; bej meiner zuruckkunfft hab ich täglich eine antwort auß Petersburg erwartet und umb Ihnen solche communicieren zu können hab ich diesen brieff auffgeschoben, biß die nouvelle von der großen Rußischen revolution hier erschollen<sup>[3]</sup>. Ich weiß nicht, wie es nun gehen wird in Rußland mit der Academie; ich hab schon vor 4 monaten viele brieff dahin geschrieben, als an H. Del'isle, H. (G.W.) Krafft, H. Weitbrecht, Mr. Moula etc. und auff keinen kein antwort erhalten. Vielleicht sind meine brieff im post *directorio* zu Petersburg supprimiert worden umb nach und nach alle communication zwischen den Petersburgeren und frembden *Academicis* zu intercipieren; dan es leüte gibt denen kein diebs streich alzu schwär vorfalt; wan aber die sachen auff dem vorigen fuß geblieben wären, solten mir solche nicht impuné gespielt worden sejn. Nunmehr aber muß man gedult haben umb zu sehen, wo die sachen hinaus wollen. Ich höre der H. Henninger seje auch unglücklich gewest und arrestiert worden<sup>[4]</sup>. Wan Ew. HEdgb. einige particulariteten in erfahrung gebracht, wie es mit der Acad<sup>e</sup> in Petersburg gehe, bitte mir solche zu communicieren.

Alhier ist eine copey rouliert von dem brieff so H. (Johannes) Stehelin Ihnen auß Petersburg geschrieben, welche H. Stehelin an seinen H. Bruder (Onophrion) hieher geschickt<sup>[5]</sup>. Auß diesem brieff haben wir in Basel mit frewden ersehen, daß H. (Jakob) Stehelin in sonderbahren gnaden bej der newen Keyßerin (Elizaveta Petrovna) stehen müße<sup>[6]</sup>, worüber demselben bej gelegenheit mein hertzliches compliment zu machen bitte. Ich will unterdeßen nicht glauben, daß bej dieser veränderung Ew. HEdgb. im geringsten werden bej deren rechtmäßigen praetensionen zu kurtz kommen, welches eine himmelschrejende sünd wäre von denen ruchlosen leüten, die auß misgunst oder malversation daran schuld wären; Sie müßen aber auch an sollicitationen nichts ermanglen laßen, worzu Dieselbe vermittelst des Rußischen Gesandten, der in Berlin zu residieren pflegt<sup>[7]</sup>, genugsame gelegenheit haben.

Ewer HochEdelgb. bin ich sehr verbunden für die überschriebene nachricht von der Petersburger Academie. Daß H. Goldbach eines der vornehmsten Gliedern darvon seje in ansehung unterschiedenen circumstanzen hab ich wohl gewust; daß aber derselbe so gar ausnehmende merites haben solle, ware mir unbewust, obschon ich gar viel mehr gelegenheit gehabt denselben recht kennen zu lehren als Ew. HEdgb., muß also dieses meiner incapacitet zuschreiben, wan je wahr ist,

daß in Ihren öffentlichen *judiciis* und manier die gelehrten zu citieren gar keine passion mit unterlauffe<sup>[8]</sup>. In diesem fahl ist der gute Newton zu bedauern, als welcher nicht nur *inter Celeberrimos Goldbachios, Bulffingeros* etc. keinen platz findet, sondern so gar mit vieler verachtung tractiert wird. Ich halte mich verbunden als ein wahrer freünd Ihnen dieses zu überschreiben, weilen viele gelehrte sich hierüber scandalisieren und weiß ich, daß wan ihre piece *de aestu maris* nicht so vollkommen schön wäre befunden worden, wie ich sie auch befinde, Sie keinen theil an dem *praemio* wurden bekommen haben, dan des Newtons reputation in Franckreich nunmehr so gros ist als in Engelland selbst, und haben die *Academici* Ihre expressionen ausgedeutet als eine verachtung als wan man ihnen leicht könne einen blauen dunst vor die augen machen (*jetter de la poudre aux yeux*, so haben sie sich exprimiert). Ich weiß zwar wohl wie wenig Ew. HEdgb. ursach haben mit den Engelländern zu frieden zu sejn, welche anstatt Sie als ein wahres *ornamentum saeculi nostri* zu venerieren, vielmehr alles verachten; aber ich bin versicheret, daß wan der große Newton noch lebte, er selbst gantz anderst wurde von Ihnen geredt haben.

Was mich am meisten befrembdet, ist daß Sie pag. 267 *methodum Newtoni elevationem aquarum totalem a Sole oriundam* blatter dings *indirectam et erroneam* heißen, da er doch *in hypothesi sua* gantz recht hat<sup>[9]</sup>: ihre *quantitas* von ungefehr 9 *poll[icibus]* macht  $\frac{2}{5}$  von seiner, welche auch der MacLaurin und ich *egregio consensu*<sup>[10]</sup> gefunden und werden Sie aus meiner solution sehen, welche sich *ad omnes quascunque stratorum Terrae densitates* extendiert, daß der unterschied von Ihrem und unserem resultat nur daher komt, daß Sie auff die *variationem gravitatis, quae in eadem a centro Terrae distantia a sola variata figura Terrae oritur*, nicht attendiert, *vid. p. 86*<sup>[11]</sup>. Da nun dieser einzige umstand das *problema* schwär macht und ohne denselben das *problema* gar leicht ist, so werden Sie selber leicht erachten, was die Engelländer für critiques hierüber machen werden. Sie nennen nachgehends diese *elevationem aquarum* von 23 *poll[icibus]* *a Newtono definitam enormem*<sup>[12]</sup>, nicht ohne absicht, nur weil Sie eine kleinere finden; da doch einem jeden unbegreiflich vorkommen wird, wie *a vi aliquot pedum* so große *effectus* entstehen können ungeachtet der großen friction, welche in einem district von mehr dan 1000 Meilen und gar vieler anderen *impedimentorum* entstehen müße.

Auß dieser consideration mache ich das gröste merite meines traitté darin bestehen, daß ich gewiesen, daß *in hypothesi auctae densitatis Terrae versus centrum*, die *elevatio aquarum sine limite* könne vermehrt werden: Es hat mich auch wunder genommen, daß Sie mit so großen *elogiis* von den *vorticibus* reden, ja praetendieren demonstriert zu haben, daß sich die sach unmöglich anderst verhalten könne, welche *methodum exclusionis* Sie auch in Dero tractat *de igne* gebraucht<sup>[13]</sup>; ich glaube in der *hypothesi vorticum* und derselben *examine* so weit gegangen zu sejn, als ein anderer und kommen mir doch *dato* noch gantz apocryphisch vor, ja daß sie die gesunde vernunft blessieren: insonderheit wan man *vortices* statuirt, da die *vis centrifuga major* ist *in minori distantia a centro*, welches ich *absolute* glaube *contra regulas hydrostaticas*, indeme die nähere materi alzeit müße sich von dem *centro* entfernen.

Ubrigens kan ich nicht genugsam sagen, wie sehr mir ihr tractat profund vorkommt und Dero große penetration bewundere und gratuliere mir mehr nebst Ihnen das *praemium* getheilt als ohne Dero Concurrenz solches allein gewonnen zu haben: Ich applaudiere mir auch daß ich mich in so vielen stücken mit Ihnen rencontriert habe: Solches wird auch einem dritten wunderbahr vorkommen daß 2 personen so wohl in *quaestionibus formandis* als *solvendis* so genaw übereinkommen können. Ich hatte auch die *aestus sub forma oscillationum tum verticalium tum horizontalium* concipiert wie Ew. HEdgb. Cap. VI. Umb die ausrechnung wäre es mir eben nicht bang gewesen, wan ich nur die *hypotheses hydraulicas* zu errahten möglich erachtet hätte; So aber ist es mir als ein *problema valde indeterminatum* vorkommen: Doch aber hätte ich mich des sprichworts erinnern sollen *est aliquid prodire tenus cum non datur ultra*<sup>[14]</sup>. Ew. HEdgb. *hypotheses* sind zwar *valde liberales*, doch aber dienen sie annoch einige *phaenomena* beßer zu eclaircieren.

Wan Ew. HEdgb. meinen tractat zu lesen gewürdiget haben, so werden Sie mir ein gefallen thun mit eben der freyheit, deren ich mich bedient, mir Dero remarques zu communicieren: Ich flattiere mich keines wegs, daß keine fehler darin sejen und von wem kan ich solche eher erfahren als von Ew. HEdgb. welche alle andere so wohl an penetration als ho[ff]en[tlich] auch an freundschaftt übertreffen.

Ew. HEdgb. *ideas de seriebus earumque terminis generalibus* etc. approbiere ich gänzlich, und zweiffle ich keines wegs an dem *usu* sonderlich nicht an der summation *seriei*  $1 + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}$  [+ etc.]. Ich hab das *dubium* so H. Cramer aus Genf gemacht auch solviert *ex radicibus imaginariis*<sup>[15]</sup>; doch aber begreiffe ich noch nicht recht, wie die *series* 1,  $1 \times 2$ ,  $1 \times 2 \times 3$ ,  $1 \times 2 \times 3 \times 4$ , etc. könne betrachtet werden als *termini quantitatis continue fluentis*, dan ich noch nicht recht sehe, wie der *numerus factorum* könne ein *numerus fractus* sejn<sup>[16]</sup>; doch illustriert sich dieses aus der *progressione geometrica*  $a^x$ . Ew. HEdgb. remarques über die *radices imaginarias* sind sehr ingenios; ich zweiffle nicht daran daß sie einen großen nutzen haben, sonderlich *pro integrationibus fractionum rationalium*.

Dero solution *problematis de globo rotando progredientis* komt mit meiner überein, außert daß sie die *hypotheses* zu viel restringieren<sup>[17]</sup>.

Wie wird es wohl künfftighin mit den *Comment[ariis] Acad[emiae] Petrop[oli]tanae* gehen: den 7. und 8. *tomum* hab ich noch nicht gesehen; wan ich wüste wo man selbige kauffen könnte, wolte ich mir solche anschaffen<sup>[18]</sup>.

Hiemit verbl[eibe] nebst gehorsamster empfehlung an die gantze Ehren-familie mit beständiger hochachtung

Ew. HEdgb.

Meines Hochgeehrtesten H. Professors

Dienstwilligster Diener

Daniel Bernoulli

Eben höre ich daß H. Dr. Geymuller solle von der Newen Rußischen Kayßerin (Elizaveta Petrovna) naher Berlin sejn geschickt worden; in was qualitet weiß ich nicht. Wan solches wäre, bitte demselben mein hertzliches compliment zu machen.

## Übersetzung

Basel, den 20. Januar 1742

} ... {

Ihr letztes Schreiben habe ich bereits vor geraumer Zeit empfangen<sup>[1]</sup>. Gleich darauf habe ich an den unglücklichen Grafen von Ostermann<sup>[2]</sup> geschrieben, und nachher verreiste ich für einige Zeit aufs Land. Seit meiner Rückkehr erwartete ich täglich eine Antwort aus Petersburg, und um Ihnen diese mitteilen zu können, habe ich diesen Brief aufgeschoben, bis uns die Neuigkeit von der grossen russischen Revolution hier erreichte<sup>[3]</sup>. Ich weiss nicht, wie es nun in Russland mit der Akademie weitergehen wird. Schon vor vier Monaten habe ich mehrere Briefe dorthin geschrieben, so an die Herren Delisle, (G.W.) Krafft, Weitbrecht, Moula etc., aber auf keinen eine Antwort erhalten. Vielleicht sind meine Briefe von der Postdirektion in Petersburg unterdrückt worden um nach und nach jeden Kontakt zwischen den Petersburgern und den auswärtigen Akademiemitgliedern zu unterbinden, denn es gibt Leute, denen kein Diebesstreich allzu schwerfällt. Wenn die Verhältnisse dieselben geblieben wären wie früher, so wären mir diese nicht ungestraft gespielt worden. Jetzt aber muss man sich gedulden, um zu sehen, worauf die Dinge hinauslaufen. Ich höre, auch Herr Henninger habe Pech gehabt und sei festgenommen worden<sup>[4]</sup>. Wenn Sie einige Einzelheiten in Erfahrung gebracht haben, wie es um die Akademie in Petersburg steht, dann teilen Sie sie mir bitte mit.

Hier hat eine Kopie des Briefes die Runde gemacht, den Herr (Johannes) Stähelin Ihnen aus Petersburg geschrieben hat, die er an seinen Bruder (Onophrion) hierher geschickt hat<sup>[5]</sup>. Aus diesem Brief konnten wir in Basel mit Freude ersehen, dass Herr (Jakob) Stählin bei der neuen Kaiserin (Elizaveta Petrovna) in besonderer Gunst stehen muss<sup>[6]</sup>, worüber ich Sie bitte, ihm gelegentlich mein besonderes Kompliment zu machen. Indes glaube ich nicht, dass Sie infolge dieser Veränderung hinsichtlich Ihrer rechtmässigen Ansprüche im geringsten zu kurz kommen werden, was eine himmelschreiende Sünde wäre seitens der ruchlosen Leute, die aus Missgunst oder Veruntreuung daran schuld wären. Sie sollten es aber auch nicht an entsprechenden Bemühungen mangeln lassen, zu denen Sie mittels des russischen Gesandten, der in Berlin zu residieren pflegt<sup>[7]</sup>, hinreichend Gelegenheit haben.

Ihnen bin ich für die schriftliche Nachricht über die Petersburger Akademie sehr verbunden. Ich wusste wohl, dass Herr Goldbach in Anbetracht verschiedener Umstände eines ihrer vornehmsten Mitglieder sei, dass er aber so aussergewöhnliche Verdienste haben soll, wusste ich nicht, obwohl ich sehr viel mehr Gelegenheit hatte als Sie, ihn richtig kennenzulernen. Ich muss das also meiner eigenen Unfähigkeit zuschreiben, wenn es wirklich stimmt, dass in Ihren öffentlichen Urteilen und der Art, Gelehrte zu erwähnen, keine Voreingenommenheit mitspielt<sup>[8]</sup>. In diesem Fall ist der gute Newton zu bedauern, der unter den Berühmtheiten Goldbach, Bülfinger etc. nicht nur keinen Platz findet, sondern sogar mit grosser Verachtung behandelt wird. Als wahrer Freund fühle ich mich verpflichtet, Ihnen das zu schreiben, weil viele Gelehrte dies als skandalös empfinden. Auch weiss ich,



dass Sie keinen Anteil am Preis bekommen hätten, wenn Ihre Preisschrift über die Gezeiten nicht so vollkommen schön befunden worden wäre, wie ich sie auch finde, denn Newtons Reputation ist jetzt in Frankreich ebenso gross wie in England selbst, und die akademischen Preisrichter haben Ihre Ausdrücke als despektierlich verstanden, als ob man ihnen den Blick mit einem blauen Dunst vernebeln könnte («jetter de la poudre aux yeux», wie sie sich ausgedrückt haben). Zwar weiss ich wohl, wie wenig Grund Sie haben, mit den Engländern zufrieden zu sein, die, anstatt Sie als eine wahre Zierde unseres Jahrhunderts zu verehren, vielmehr alles verachten, doch bin ich sicher, dass der grosse Newton selbst – wenn er noch lebte – ganz anders von Ihnen gesprochen haben würde.

Am meisten befremdet mich, dass Sie auf Seite 267 Newtons Methode hinsichtlich des gesamten durch die Sonne bewirkten Anstiegs der Flut schlechthin indirekt und irrig nennen, obwohl Newton doch gemäss seiner Hypothese ganz recht hat<sup>[9]</sup>. Ihre Grösse von ungefähr 9 Zoll entspricht  $\frac{2}{5}$  der seinigen, die auch Maclaurin und ich mit trefflicher Übereinstimmung gefunden haben<sup>[10]</sup>, und Sie werden aus meiner Lösung, die sich auf alle beliebigen Dichten der Erdschichten erstreckt, sehen, dass der Unterschied zwischen Ihrem und unserem Resultat nur daher kommt, dass Sie auf die Veränderung der Schwere, die in demselben Abstand vom Erdzentrum allein von der veränderten Erdfigur herrührt, nicht geachtet haben (siehe Seite 86)<sup>[11]</sup>. Da nun dieser einzige Umstand das Problem schwierig macht und es ohne diesen sehr leicht ist, können Sie selbst leicht ermessen, welche Kritik die Engländer daran anbringen werden. Nachträglich nennen Sie diesen von Newton bestimmten Anstieg der Flut von 23 Zoll nicht ohne Absicht *enorm*<sup>[12]</sup>, bloss weil Sie einen kleineren finden. Es wird doch jedermann unbegreiflich vorkommen, wie von einer Kraft von einigen Fuss derart grosse Wirkungen erzielt werden können, ganz abgesehen von der grossen Reibung, die in einem Gebiet von über 1000 Meilen und durch sehr viele andere Hindernisse entstehen muss.

Aus dieser Überlegung sehe ich das grösste Verdienst meiner Preisschrift darin, gezeigt zu haben, dass mit der Hypothese der zunehmenden Dichte der Erde gegen das Zentrum hin der Anstieg der Flut unbegrenzt vergrössert werden kann. Verwundert hat mich auch, dass Sie so lobend von den Wirbeln reden, ja beanspruchen, gezeigt zu haben, dass sich die Sache unmöglich anders verhalten könne; diese Ausschlussmethode haben Sie auch in Ihrer Preisschrift über das Feuer verwendet<sup>[13]</sup>. Ich glaube, in der Wirbelhypothese und deren Untersuchung so weit wie irgendein anderer gegangen zu sein, und dennoch kommt sie mir bis heute immer noch ganz apokryph vor – ja, sie verletzt sogar die gesunde Vernunft, besonders wenn man Wirbel annimmt, in denen die Zentrifugalkraft in kleinerem Abstand vom Zentrum grösser ist: Das widerspricht, wie ich glaube, absolut den Gesetzen der Hydrostatik, indem die nähere Materie sich immer vom Zentrum entfernen müsste.

Im Übrigen kann ich nicht genug betonen, wie tiefsinnig mir Ihre Preisschrift vorkommt und wie sehr ich Ihren Scharfsinn bewundere, und ich beglückwünsche mich selbst mehr dazu, den Preis neben Ihnen geteilt als ihn ohne Ihre Konkurrenz allein gewonnen zu haben. Auch applaudiere ich mir, dass ich mich in so



vielen Stücken mit Ihnen getroffen habe. Das wird auch einem Dritten wunderbar vorkommen, dass zwei verschiedene Personen sowohl in der Formulierung der Fragen als auch in deren Lösung derart genau übereinstimmen können. Auch ich hatte, wie Sie im Kapitel 6, die Gezeiten in der Form von Schwingungen, sowohl vertikalen wie auch horizontalen, aufgefasst. Die Durchrechnung hätte ich nicht gerade gefürchtet, wenn ich es nur für möglich gehalten hätte, die hydraulischen Hypothesen zu erraten. Aber so kam es mir als ein höchst unbestimmtes Problem vor. Doch hätte ich an das Sprichwort denken sollen: «*Est aliquid prodire tenus cum non datur ultra*»<sup>[14]</sup>. Ihre Hypothesen sind zwar sehr grosszügig, können aber dennoch dazu dienen, einige Phänomene besser zu erklären.

Wenn Sie sich die Mühe gemacht haben, meine Preisschrift zu lesen, so werden Sie mir einen Gefallen tun, mir Ihre Bemerkungen mit der gleichen Freiheit, welcher ich mich bedient habe, mitzuteilen. Ich schmeichle mir keineswegs, dass sie frei von Fehlern sei, und von wem kann ich diese am ehesten erfahren als von Ihnen, der Sie alle anderen sowohl an Scharfblick als hoffentlich auch an Freundschaft übertreffen?

Ihre Ideen über die Reihen und deren allgemeine Glieder etc. billige ich vollumfänglich, und ich zweifle keineswegs an der Anwendung, besonders nicht an der Summation der Reihe  $1 + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \text{etc.}$  Ich habe den Einwand, den Herr Cramer aus Genf gemacht hat, mittels imaginärer Wurzeln auch gelöst<sup>[15]</sup>, doch begreife ich noch nicht richtig, wie die Reihe  $1, 1 \times 2, 1 \times 2 \times 3, 1 \times 2 \times 3 \times 4, \text{etc.}$  als Glieder einer kontinuierlich fliessenden Grösse betrachtet werden kann, denn ich sehe noch nicht recht, wie die Anzahl der Faktoren eine gebrochene Zahl sein kann<sup>[16]</sup>; doch wird dies aus dem Beispiel der geometrischen Reihe  $a^x$  ersichtlich. Ihre Bemerkungen über die imaginären Wurzeln sind sehr tief sinnig, und ich bezweifle nicht, dass sie einen grossen Nutzen haben, besonders für die Integration von gebrochenen rationalen Funktionen.

Ihre Lösung des Problems über die Bewegung einer rollenden Kugel stimmt mit der meinigen überein, ausser dass Sie die Hypothesen zu sehr einschränken<sup>[17]</sup>.

Wie wird es wohl künftig mit den *Commentarii* der Petersburger Akademie weitergehen? Den 7. und den 8. Band habe ich noch nicht gesehen; wenn ich wüsste, wo man sie kaufen könnte, würde ich sie mir anschaffen<sup>[18]</sup>.

Hiermit verbleibe ich – nebst freundlichen Grüssen an die verehrte Familie – mit ständiger Hochachtung Ihr

>...<

Daniel Bernoulli

Soeben vernehme ich, dass Dr. Geymüller von der neuen russischen Kaiserin (Elizaveta Petrovna) nach Berlin geschickt worden sein soll; ich weiss nicht, in welcher Funktion. Sollte dies stimmen, so lassen Sie ihn bitte herzlich von mir grüssen.

- R 143 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Herbst 1741  
 Basel, 20. Januar 1742  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 48–49v  
 Publ.: Fuss 2, p. 479–483
- [1] Der hier erwähnte Brief Eulers – vermutlich wurde er Ende Oktober oder im November 1741 geschrieben – ist nicht erhalten geblieben.
  - [2] Im Zuge der *zweiten Palastrevolution* vom November 1741 (cf. *infra* Anm. 3) wurde Ostermann verhaftet, von der neuen Kaiserin Elizaveta Petrovna zum Tode durch Rädierung verurteilt, schliesslich jedoch zur Verbannung nach Berezov im westlichen Sibirien «begnadigt», wohin ihn seine Gattin freiwillig begleitete. Er verstarb dort 1747. – Cf. Giterman (1945, p. 167). D. Bernoulli kann übrigens schon im Dezember-Heft 1741 des *Mercure Suisse* von der Verhaftung Ostermanns erfahren haben. Die Ereignisse rund um die Verkündung des Todesurteils für Ostermann, Münnich und die anderen «Staatsverbrecher» samt der nachfolgenden «Begnadigung» wurden im Februar-Heft 1742 dieser Zeitschrift geschildert.
  - [3] Was D. Bernoulli die «grosse russische Revolution» nennt, waren die Ereignisse der *zweiten Palastrevolution*. Nach dem durch ein Steinleiden verursachten Tod der Kaiserin Anna Ioannovna im Oktober 1740 fungierte Anna Leopoldovna als Regentin, eine Nichte der späteren Kaiserin Elizaveta Petrovna, der jüngsten Tochter Peters des Grossen. Während ihrer Regentschaft führte ihr Günstling Münnich, der bereits in der *ersten Palastrevolution* den Sturz Birons orchestriert hatte, die Staatsgeschäfte praktisch allein, bis er von Ostermann verdrängt wurde. Im Zuge der neu aufgekommenen antideutschen Bestrebungen und der Förderung einer strengen Russifizierung des Regierungsapparates gelang es Elizaveta Petrovna Ende November 1741 mit Unterstützung der Garde, die Regentin und deren Anhang zu stürzen. Ostermann, Münnich und viele andere einflussreiche Personen wurden verhaftet (cf. *supra* Anm. 2); Münnich wurde zum Tode durch Vierteilung verurteilt, dann jedoch zu 20 Jahren Verbannung nach Pelym (Sibirien) «begnadigt». 1762 holte ihn Peter III. zurück, und Münnich, der seinen alten Widersacher Biron in Petersburg wieder traf, war auch unter der Kaiserin Katharina II. noch einige Jahre politisch tätig. Er verstarb 1767 im Alter von 84 Jahren. – Cf. Giterman (1945, p. 159–161, 164–168) sowie *supra* Brief Nr. 52, Anm. 5.
  - [4] Nach der Thronbesteigung der Kaiserin Elizaveta Petrovna verlor Henninger seine Position am Hof. Erst zehn Jahre später erhielt er wieder eine hohe Stellung als Vizepräsident des Manufaktur-Kollegiums, und 1754 wurde ihm der Titel eines Wirklichen Staatsrats verliehen.
  - [5] Der hier erwähnte Brief aus Petersburg stammte wahrscheinlich von dem aus Basel stammenden Kaufmann Johannes Stähelin, der enge Beziehungen zur Petersburger Akademie unterhielt. Sein Name taucht mehrfach in deren Dokumenten auf, so z. B. im Zusammenhang mit dem Tod des Botanikers Ammann, dessen Nachlassverwalter Weitbrecht und Johannes Stähelin waren (*Materialy* 5, p. 263, 862–863, 889; 6, p. 11–13). Andererseits stand Stähelin – wie wir aus Eulers Brief an Goldbach vom 13.5.1742 wissen (cf. O. IV A, 4, p. 184 / 695–696) – auch in Verbindung mit Kaiserin Elizaveta Petrovnas Leibarzt Lestocq, der zu deren engstem Machtzirkel gehörte (cf. *infra* Nr. 56, Anm. 3). Johannes Stähelins Bruder Onophrion war damals Pfarrer zu St. Alban in Basel. Leider ist von dem Briefwechsel, den Euler und Johannes Stähelin nachweisbar geführt haben, nichts erhalten. Die Vermutung, die aus den Kommentaren zu *Eulers Briefwechsel* 2 und 3 entstehen kann, der Verfasser des hier von D. Bernoulli erwähnten Briefs sei Jakob von Stählin, trifft höchstwahrscheinlich nicht zu: dieser hatte zwar zehn (Halb-)Brüder (cf. O. Stählin 1959), doch scheint es, dass keiner von ihnen damals in Basel war (einer von ihnen, der Arzt Johannes Stählin, bereiste Westeuropa, aber erst Ende der 1740er Jahre).
  - [6] Damit ist nun möglicherweise Jakob von Stählin gemeint. Dieser erhielt wirklich eine hohe Stellung bei der Kaiserin Elizaveta Petrovna: während dreier Jahre (1742–45) war er Lehrer und Erzieher ihres Neffen, desm späteren Kaisers Peter III.

- [7] Bis Ende 1741 war Freiherr C. von Brackel russischer Botschafter in Berlin; ihm folgte 1742 Graf P.G. Černyšev nach.
- [8] In den Jahren 1723–31 hatten D. Bernoulli und Goldbach 71 (37/34) Briefe miteinander ausgetauscht, die heute alle im Staatsarchiv Russlands für die alten Akten in Moskau aufbewahrt werden. Das später sehr reservierte Verhältnis D. Bernoullis zu Goldbach ist in unserer Zeit treffend wie folgt charakterisiert worden (Juškevič–Kopelevič 1983 / 1994, p. 159 / 149):
- «D. Bernoulli [war] Goldbach nicht besonders gewogen. In zunehmendem Maße reizten ihn Goldbachs Nachlässigkeiten in den Briefen, die Unregelmäßigkeit seiner mathematischen Studien und seine sichtlich nachlassende wissenschaftliche Aktivität. Auch ihre wissenschaftlichen Interessen gingen schließlich völlig auseinander: Bernoulli neigte immer mehr zu Forschungen angewandter Richtung, die Goldbach fern lagen.»
- Das Kapitel 8 der genannten Biographie gibt auch über Goldbachs Verhältnis zu Euler und seine Stellung in Russland Aufschluss. – Eine kritische Neuausgabe der Korrespondenz zwischen Euler und Goldbach ist als Band IV A, 4 der vorliegenden Edition erschienen.
- [9] Cf. Eulers Preisschrift über die Gezeiten (E. 57), § 39.
- [10] Cf. die Preisschriften über die Gezeiten von D. Bernoulli (1741, DB. 33) und Maclaurin (1741).
- [11] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über die Gezeiten (1741, DB. 33, ch. IV, § V: DBW 3, p. 352–355).
- [12] Cf. Eulers Pariser Preisschrift über die Gezeiten (E. 57, § 39).
- [13] Cf. Eulers Pariser Preisschrift über das Feuer (E. 34).
- [14] «Begnüge dich mit Teilstrecken, wenn das Endziel unerreichbar ist». D. Bernoulli zitiert hier frei Horaz (*Epist.* I, 1, 32). Dort heisst es «*est quadam prodire tenus si non datur ultra*».
- [15] Unseres Wissens existiert kein darauf bezügliches Dokument. – Cf. Brief Nr. 54, Anm. 14.
- [16] Die Gammafunktion im Sinne Eulers war damals Neuland. Nicht nur Daniel, der Einblick in den Briefwechsel Eulers mit seinem Vater Johann Bernoulli hatte, sondern auch dieser selbst hat den gedanklichen Übergang vom Diskreten ins Funktionale nicht auf Anhieb geschafft, wie seine vage Antwort an Euler vom 17. Dezember 1729 (O. IV A, 2, p. 131 / 136) auf dessen Brief vom 1. November (21. Oktober) 1729 (O. IV A, 2, p. 123 / 126) im letzten Abschnitt zeigt.
- [17] Cf. Eulers Abhandlungen über die Bewegung rollender Kugeln entlang rauher Flächen (E. 160, 161) und die diesbezügliche Abhandlung von D. Bernoulli (1751, DB. 36). – Cf. Brief Nr. 51, Anm. 5.
- [18] Die zwei erwähnten Bände der *Petersburger Commentarii* waren zu jener Zeit zwar schon gedruckt und wurden am 10. Februar (30. Januar) bzw. 31. (20.) Mai 1741 den Akademiemitgliedern in Petersburg ausgehändigt, doch sandte sie die Akademie den Auswärtigen Mitgliedern erst später.

56

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 7. März 1742

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Für Ew. HEdgb. schleünige und sehr höffliche antwort sage Denselben schuldigsten danck sonderlich aber für die weitläuffige beschreibung aller nouvelles wegen der Petersburger Academie<sup>[1]</sup>; ich erkenne auß allem diesem Dero schätzbahre freundschaft und grosmuth, welcher ich auch zuschreibe daß Sie meine brieff so gütig aufnehmen, da ich doch gar gern bekenne, wie unnütz Ihnen solche sejn müßen.

Seit meinem letsteren hab ich von H. (G.W.) Krafft und H. Moula antwort schreiben erhalten: doch hab ich können abnehmen daß mein brieff an H. Krafft ist viele wochen lang im arrest gelegen. Von H. Delisle erwarte ich so wenig antwort als Sie, dan ich seine negligenz in diesem puncten genugsam kenne; H. Krafft schreibt mir nichts von seiner retour; die übrige nouvelles aber hat er mir meistens überschrieben. Von H. Dr. Gmelin hab ich durch einen anderen canal erfahren, daß er noch diesen winter in Petersb[urg] zuruck erwartet werde<sup>[2]</sup>; des H. Dr. Ammans F. Mutter hat deßen todt nicht anderst als *oblique* erfahren; es nimt mich wunder daß H. Schuemaker ihro diesen betrübten fahl nicht überschrieben: dieselbe ist verlegen ihres Sohns verlaßenschaft einzuziehen; wan Ew. HEdgb. ihro einen guten raht wüsten mitzutheilen, wurde dero gantze familie Ihnen große obligation haben; von dem Rußischen Ambassador in Paris (Kantemir) habe auch erfahren, daß mit der Academie in Petersb[urg] alles gut stehe und noch mehrers von der jetzigen Kayßerin (Elizaveta Petrovna) zu erwarten seje, als unter den vorigen Regierungen: Ich zweiffle also nicht, es werden Ew. HEdgb. nicht nur alle satisfaction, sondern auch alle mögliche und Dero merites proportionierte distinction erhalten; den H. Lestoc kenne zwar gar wohl, hab aber mit demselben gar keine liaison; doch aber hoffe ich daß ich in gewissen occurrenzen durch Ew. HEdgb. recommendation und canal mich wohl an denselben adressieren dörfte; unterdeßen werden mich Ew. HEdgb. obligieren, wan Sie ohne dem an denselben schreiben, mich demselben zu recommendieren: Man schreibt mir, daß derselbe gar großen antheil an der so glücklich abgeloffenen Regierungs veränderung habe. Wan aber Ew. HEdgb. meinen, daß H. Lestoc meine zuschrift nicht ungütig aufnehmen werde, so werde mir die ehr geben ohne anderen anlaß ihme zu schreiben<sup>[3]</sup>.

Wan Ew. HEdgb. ein exemplar von den *Discours sur les marées* wollen, werden Sie wohl müßen eines von Paris verschreiben<sup>[4]</sup>; ich dachte man wurde den *Authoribus* zum wenigsten etliche exemplar zukommen laßen und hab deswegen commission gegeben mir 4 exemplar zu schicken; ich hab aber solche mit 40 L. bezahlen müßen; diese vilainie hätte ich von der Pariser Academie niemahls vermutet; wan ich solches gewust hätte, wurde ich meinen tractat so gleich haben laßen in Genff trucken, worfür man mir nebst vielen exemplaren noch ein schön stuck gelt wurde gegeben haben; die 625 L., so jeder von uns bekommen, sind kaum

ein tag lohn für ein handwercks-Man, indeme noch keine quaestion proponiert worden, die so viele mühsame *calculos* erfordert und so weitläuffig ist, sonderlich *in constructione tabellarum*<sup>[5]</sup>.

Wan Ew. HEdgb. belieben die *vortices*, *in quibus vis centrifuga sit in ratione reciproca duplicata distantiarum*, zu untersuchen, werden Sie gewiß finden, daß dieselbe unmöglich subsistieren können, ohngeachtet des exempels so Sie allegieren und welches ich nicht läigne. Der H. Clairaut, der *in hypothesi attractionis* die *figuram Terrae fluidae* untersucht, hat mir auß occasion deßen was ich *in Sect. XI Hydrodyn[amicae]* sage, eben die objection gemacht, welche ich aber ihm bewiesen, daß sie nicht quadriere<sup>[6]</sup>. Dan in der *attractione* supponiert man eine *variationem gravitatis a solo situ particulae gravitantis pendentem*: wan man diese *variationem* wolte *mechanice* explicieren, wurde schwerlich können eine explication erdenckt werden, welche nicht auch eine contradiction involvierte: ich betrachte also die *causam variationis* als *extra materiam positam* oder so zu sagen als *immaterialem*; in diesem fahl nun gestehe ich, daß wan ein *fluidum homogeneous in cylindro verticali* enthalten wäre, deßen *singulae particulae versus fundum* gravitierten *in ratione distantiarum a fundo*, dieses *fluidum in statu aequilibrüi permanente* seje; dan wan 2 *particulae aequales inaequaliter a fundo distantes* ihren *locum* commutierten, wäre *post et ante commutationem situs* der *status fluidi indiscernibilis*, und hätte man einen *effectum sine causa* und wurde dieser *effectus contra principium conservationis virium vivarum* streiten; Es ist aber gantz ein anders, wan man will an statt *hujus gravitationis a solo situ pendentis* substituieren *vim centrifugam pariter a solo situ pendentem*; dan die *vis centrifuga* hat eine *causam mechanicam* und ist gleich dem *quadrato velocitatis diviso per distantiam a centro*. Wolte man nun eine *intelligentiam immaterialem* statuieren, die da machte daß keine *particula* ihre *distantiam a centro* ändern könne, ohne daß sie ihre *velocitatem* verändere *in ratione reciproca subduplicata distantiarum*, wan auch diese *particula* gantz allein gyrierte und keine andere materi da wäre, so gestehe ich den *statum permanentiae vorticis*: aber diese *hypothesis* involviert ein *absurdum contra principia mechanica*; dan auff diese wejs könnte ich auch supponieren eine *causam occultam*, welche machte daß die *velocitas particulae gyantis constanter rationem directam subduplicatam distantiarum a centro immobili* behielte und in dieser *hypothesi* hätte ein *corpus in gyrum actum* gar keine *vim centrifugam* und könnte man *hypotheses* fingieren, daß die *vires centrifugae* müsten *negativae* werden; wollen Ew. HEdgb. die *gravitationem in ratione reciproca quadrata distantiarum mechanice* explicieren, so muß man nichts *contra principia mechanica* annehmen; Es seje nun ein *vortex materiae homogeneae, in quo velocitates sint in ratione reciproca subduplicata distantiarum* (welchen *vorticem* Sie statuieren) so kan solcher nicht *permanens* sejn; dan *ob majorem vim centrifugam* werden die *particulae centro propiores* mit den *remotioribus* ihre *loca* wechseln; nach dieser abwech[s]lung, wurde die nähere *particula* (welche ihre vorige *velocitatem* zu behalten trachtet) von der *materia*, welche in ihrem kreyß circuliert, acceleriert und diese *materia* retardiert; die *particulae* aber *remotiores factae*, wurden retardiert *et a reactione sua* wurden sie die *materiam aequaliter distantem a centro* accelerieren: und diese veränderung wird

so lang wären, biß die *vis centrifuga in minori distantia a centro* nicht mehr größer ist als *in majori distantia*, und also auff das wenigste biß die *velocitates* wachsen *in ratione directa subduplicata distantiarum*, und bej dieser veränderung, *si nullae essent frictiones*, wurde das *principium conservationis virium vivarum* observiert werden; vielleicht wurde alsdan noch eine fernere veränderung vorgehen, biß ein gewisses *maximum*, welches ich noch nicht sehe, obtiniert wurde und wan man dieses *maximum* wuste, könnte man die *legem vorticis permanentis, in quo nullae sint frictiones, per methodum isoperimetricorum* leicht determinieren. Ich weiß nicht ob ich mich genugsam expliciert habe; dem H. Clairaut hab ich meine meynung weitläuffiger expliciert und denselben persuadiert.

Wan Ew. HEdgb. meinen, daß H. *Bibliothecarius* Schuemaker meinem Vatter und mir die 2 *tomos Commentariorum* werde zukommen laßen, so wil ich solche nicht von Leipsic verschreiben; Seine beschreibung der Bibliothecq samt den kupfferzeichnungen und Plan von Petersburg möchte ich gern auch haben, aber es scheint daß ich dem H. *Bibliothecario* kaum werde die diffidenz benennen können, die er in mich gesetzt zu einer zeit, da ich in gantz anderer relation mit ihm ware. Unterdeßen kan ich wohl sagen, daß nicht nur der Academi sondern auch des H. Schuemachers particular interest erfordere Ew. HEdgb. und mich zu menagieren und uns nicht als leüt die gantz ohne consequenz sind zu tractieren; ich für mein theil wünsche keine ursach zu bekommen mich über ihn zu beschwären: der H. Moula schreibt mir, es habe ihme H. Schuemaker gesagt, so bald ich eine quittance meiner besoldung ihme werde zukommen laßen, er mir dieselbe werde bezahlen laßen; da ich nun diese quittance vor einem monat dem H. Moula geschickt, hoffe ich, daß dieselbe bereits in Petersburg werde außbezahlt sejn: auß diesem mache mir hoffnung daß H. Schuemaker noch einige consideration und freundschaft für mich habe. Es scheint auch, als wan Er in ansehung Ew. HEdgb. die sach beßer überlegt habe und hoffe, daß Sie ohne fernere difficulteten alle satisfaction erlangen werden<sup>[7]</sup>.

Mein Vetter, H. Nicolaus (I) Bernoulli hat Dero brieff noch nicht erhalten<sup>[8]</sup>; wan er solchen wird erhalten haben, werde ich ihn zu einer antwort antreiben; sonsten hat er die mathematic völlig abandonniert, welches gewiß ein großer schaden ist, dan ich wenig leüt kenne, die mit mehrerem succès sich darauff applicieren könnten: die viele Academische geschäft und eine große indolenz sich weiters bekant zu machen mögen wohl die schuld daran sejn und wan ich nicht noch in relation mit der Academie in Petersburg stunde hätte mich dieses schicksaal schon längststen auch betroffen; Meine constitution erlaubt mir nicht mehr mich des tags über etliche stund zu applicieren, sonsten ich gleich kopffwehe bekomme; und diese wenige stunde muß ich meistens mit anderen als mathematischen occupationen zubringen.

In diesem moment komt H. Dr. Hagnauer zu mir in der meynung ich seje der Nicolaus (I) Bernoulli; Morgens gedenckt er wieder zu verrejsen; die kurtze zeit, die er bej mir gewesen, haben wir zugebracht mit nouvelles von Ew. HEdgb. und Dero gantze wertheste familie. Er sagt Ew. HEdgb. applicieren sich alzu starck und dieses klage auch Dero F. Liebste (Katharina); Sie solten sich billich menagieren und nunmehr die fruchte von Dero bisherigen tieffsinnigen *meditationibus* in



mehrerer ruhe genießen: Sonsten Sie ihre gesundheit und blödes gesicht völlig darbej auffopffern werden: H. Hagnawer wäre gar gern auff Riehen gegangen, wan es ihm die zeit erlaubt hätte; so aber hat er Ew. HEdgb. brieff dem H. Gengenbach gebracht; Er hat mich auch versichert, daß Ew. HEdgb. künfftigen frühling herkommen werden; den effect darvon wünsche von hertzen und erwarte selben mit vielem verlangen; Ew. HEdgb. solten aber mit der gantzen familie herkommen; ich wünschte noch einmahl die ehr und das vergnügen zu haben die F. Professorin 〈Katharina〉 und Dero Jungf. Schwester, die Jungf. Paulina 〈Gsell〉, zu sehen<sup>[9]</sup>: Was haben Sie neues von dem H. Schwager Keyßer; hat er keine *observationes de fluxu et refluxu maris* mitgebracht? Den guten Prof. Gross bedaure ich: An den HH. Graffen von Osterman und Münnich hab ich viel verlohren<sup>[10]</sup>: Ew. HEdgb. werden mich obligieren jedesmahl die Petersburger nouvelles zu überschreiben.

Meine *meditata* über den *motum globi super panno aspero* bin ich *dato* würcklich occupiert zu papier zu bringen: Ich habe gemerckt daß *praeter frictionem horizontalem et tangentialem* noch eine andere friction muß consideriert werden, dan ja ein *globus, motu rotatorio quem perfectum vocavi*, *motus* gar bald seinen gantzen *motum* verliert, welches nicht kan *resistentiae aëris* attribuiert werden: diese andere *frictio* ist die schwäreste, und möchten wir wohl hierüber *quoad physicum* nicht mit einander übereinstimmen; was aber die *calculos mathematicos* anbelangt, bin ich versichert, daß wir bejde accordieren wurden, wan wir nur gleiche *hypotheses physicas* machen. Es scheint Ew. HEdgb. haben nunmehr auff diese andere friction auch reflexion gemacht<sup>[11]</sup>.

Die *methodum series inveniendi summabiles per methodum integrationum et differentiationum* hab ich schon gebraucht, ehe ich bin auff Petersburg kommen und ist nicht schwer zu sehen, wie man die *series*  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  und andere dergleichen kan *ad quadraturas spatiorum* reducieren: Ich will aber lieber vorher sehen, was Ew. HEdgb. hierüber an meinen Vetter 〈Niklaus I〉 geschrieben, ehe und bevor Denselben meine ehemahlige *meditata* darüber communiciere, zumahlen ich schon zum voraus weiß daß Ihnen hierüber nichts neues überschreiben kan<sup>[12]</sup>.

Die *oscillationes corporum de filo flexili suspensorum*, haben ja Ew. HEdgb. schon lang absolviert; nimt mich also wunder ob Sie etwas neues über dieses *argumentum* erdenckt.

Ich glaube daß Ewer HEdgb. *problema de motu corporis in tubo circa datum axem mobili* schwär seje; doch habe ich einige *principia mechanica*, vermitteltst welcher ich das *problema* wohl hoffte zu solvieren, wan ich mich genugsam darzu disponiert befände<sup>[13]</sup>; die alzu große *generalitas* nimt der quaestion selbstn viel elegantz; deswegen ich öftters meine methodes, *ut argumentum simplicius et elegantius fiat*, restringiere obgleich ich selbe gar viel extendieren könnte: Ew. HEdgb. können das *argumentum generale* sonderlich *ad cochleam Archimedis* applicieren in einem *corollario*: diese *problemata* hab ich zu erst proponiert und solviert auß occasion *aquarum super tubo in navi devolutarum*; da ich dan beweise daß ein gleiche *reactio in navem* herauskomme als wan das waßer *ex cylindro per foramen* lauffte, *caeteris positis paribus*. Es ist eine gewiße *conservatio quantitatis effectuum ab eadem quantitate potentiarum animatarum obtinendorum*, welche die *natura* ge-



meiniglich observiert: Man muß also behutsam seyn *in aestimando effectu remorum eodemque comparando cum labore impenso*. Den gantzen *mechanismum remigationis* hab ich auch *ex principiis genuinis* deduciert und ingleichen unterschiedliche *maxima* und *minima* gefunden, auß welchen aber wenig avantage erwarte; wan Ew. HEdgb. können mit der helffte *remigum* so viel auswürcken, alß sonst, wäre dieses eines von den grösten *inventis saeculi nostri*: Ich hab 3 oder vier gantz differente *navigandi modos* examiniert, und *in singulis* gefunden, daß die *velocitas navis* seje *in ratione subtriplicata numeri operariorum, quorum labores aestimo ex pressione quam exercent et velocitate qua locum pressionis movent*: unterdeßen komt mir dieses *theorem*a suspect vor und zweiffle schier ob die experienz solches confirmieren wurde; dan es dunckt mich daß 8mahl so viel ruderer *plusquam duplam velocitatem navis* producieren wurden<sup>[14]</sup>. Hiemit verharre mit aufrichtigster hochachtung

E. HEdgb. M[eines] Hochgeehrtesten H. *Professoris*  
gehorsamer

Daniel Bernoulli

Basel den 7. *Mart.* 1742.v

### Übersetzung

>...<

Für Ihre rasche und sehr freundliche Antwort sage ich Ihnen schuldigsten Dank, besonders aber für die ausführliche Beschreibung aller Neuigkeiten betreffs der Petersburger Akademie<sup>[1]</sup>. Aus allem erkenne ich Ihre geschätzte Freundschaft und Grossmut, der ich auch zuschreibe, dass Sie meine Briefe so gütig aufnehmen, denn ich bekenne sehr gern, wie unnütz diese für Sie sein müssen.

Seit meinem letzten Schreiben habe ich von den Herren <G.W.> Krafft und Moula Antwortbriefe bekommen, doch konnte ich daraus entnehmen, dass mein Brief an Herrn Krafft viele Wochen unter Verschluss gehalten wurde. Von Herrn Delisle erwarte ich ebensowenig eine Antwort wie Sie, denn ich kenne seine Nachlässigkeit in diesem Punkt zur Genüge. Herr Krafft schreibt mir nichts von seiner Rückkehr, doch die übrigen Neuigkeiten hat er mir grösstenteils mitgeteilt. Von anderer Seite habe ich erfahren, dass Herr Dr. Gmelin noch in diesem Winter in Petersburg zurück erwartet wird<sup>[2]</sup>. Die Mutter von Herrn Dr. Ammann hat dessen Tod bloss auf Umwegen erfahren; es befremdet mich, dass Herr Schumacher ihr dieses traurige Ereignis nicht schriftlich mitgeteilt hat. Sie befindet sich in Verlegenheit, die Hinterlassenschaft ihres Sohnes einzuziehen. Wenn Sie ihr einen guten Rat geben könnten, würde ihre ganze Familie Ihnen sehr verpflichtet sein. Vom russischen Botschafter in Paris <Kantemir> habe ich auch erfahren, dass mit der Akademie in Petersburg alles gut stehe und noch einiges mehr von der jetzigen Kaiserin <Elizaveta Petrovna> zu erwarten sei als unter den früheren Regierungen. Ich zweifle also nicht daran, dass Sie nicht nur jede Genugtuung, sondern auch jede mögliche und Ihren Verdiensten entsprechende Auszeichnung erfahren werden.

Herrn Lestocq kenne ich zwar sehr gut, stehe jedoch mit ihm in keinerlei Verbindung. Doch hoffe ich, dass ich mich über Sie und mit Ihrer Empfehlung in gewissen Fällen an ihn wenden dürfte. Inzwischen wäre ich Ihnen sehr verbunden, mich ihm – wenn Sie ohnehin an ihn schreiben – zu empfehlen. Man schreibt mir, er habe sehr grossen Anteil an dem so glücklich verlaufenen Regierungswechsel. Wenn Sie jedoch meinen, Herr Lestocq würde meine Zuschrift nicht ungünstig aufnehmen, so werde ich mich beehren, ihm ohne anderen Anlass zu schreiben<sup>[3]</sup>.

Wenn Sie ein Exemplar der Preisschriften über die Gezeiten haben möchten, so werden Sie wohl in Paris eines bestellen müssen<sup>[4]</sup>. Ich dachte, man würde den Autoren wenigstens einige Exemplare zukommen lassen, weshalb ich den Auftrag erteilte, mir vier Exemplare zu schicken, doch musste ich dafür 40 Livres bezahlen. Eine derartige Niederträchtigkeit hätte ich von der Pariser Akademie nie erwartet; wenn ich das gewusst hätte, hätte ich meine Abhandlung gleich in Genf drucken lassen, wofür man mir nebst vielen Exemplaren noch ein schönes Stück Geld gegeben hätte. Die 625 Livres, die jeder von uns bekommen hat, machen kaum einen Taglohn eines Handwerkers aus, wenn man in Rechnung zieht, dass noch keine Preisfrage vorgelegt worden ist, die so viele mühsame Rechnungen erfordert und derart weitläufig ist, besonders mit der Aufstellung der Tabellen<sup>[5]</sup>.

Wenn Sie die Wirbel zu untersuchen belieben, in denen die Zentrifugalkraft umgekehrt proportional den Quadraten der Abstände ist, werden Sie gewiss finden, dass sie unmöglich Bestand haben können – ungeachtet des Beispiels, das Sie anführen und das ich nicht leugne. Herr Clairaut, der die Figur der flüssig gedachten Erde mit der Attraktionshypothese untersuchte, machte mir anlässlich dessen, was ich im Abschnitt XI der *Hydrodynamik* sage, genau diesen Einwand, von welchem ich ihm jedoch bewiesen habe, dass er nicht passt<sup>[6]</sup>. Denn in der Attraktion setzt man eine Veränderung der Schwere voraus, die allein von der Lage des gravitierenden Teilchens abhängt. Wenn man diese Veränderung mechanisch erklären wollte, würde man schwerlich eine Erklärung ausdenken können, die nicht auch einen Widerspruch einschliesse. Ich betrachte also den Grund der Veränderung als ausserhalb der Materie liegend oder sozusagen als immateriell. In diesem Fall nun gebe ich zu, dass, wenn in einem vertikalen Zylinder ein homogenes Fluid enthalten wäre, dessen einzelne Teilchen im Verhältnis der Abstände vom Boden gegen diesen hin gravitierten, dieses Fluid dauernd im Gleichgewichtszustand wäre. Wenn nämlich zwei gleiche Teilchen, die einen ungleichen Abstand vom Boden haben, ihren Platz vertauschten, wäre nach und vor der Vertauschung der Lage der Zustand des Fluids ununterscheidbar, und man hätte eine Wirkung ohne Ursache, welche dem Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte widerspräche. Es ist jedoch etwas ganz anderes, wenn man anstatt dieser nur von der Lage abhängenden Schwerkraft eine Zentrifugalkraft einführt, die gleicherweise allein von der Lage abhängt, denn die Zentrifugalkraft hat eine mechanische Ursache und ist gleich dem Quadrat der Geschwindigkeit, dividiert durch den Abstand vom Zentrum. Wollte man nun ein immaterielles, intelligentes Wesen voraussetzen, das bewirkte, dass kein Teilchen seinen Abstand vom Zentrum ändern könne, ohne dass sich seine Geschwindigkeit umgekehrt proportional zur Quadratwurzel der

Abstände änderte, auch wenn dieses Teilchen ganz allein umliefe und keine andere Materie vorhanden wäre, so würde ich die Existenz eines andauernden Wirbels eingestehen. Aber diese Hypothese impliziert einen Widersinn gegen die mechanischen Prinzipien, denn so könnte ich auch eine verborgene Ursache voraussetzen, die bewirkte, dass die Geschwindigkeit des umlaufenden Teilchens unveränderlich direkt proportional der Quadratwurzel der Abstände vom Zentrum bliebe; nach dieser Hypothese hätte ein in Umlauf befindlicher Körper gar keine Zentrifugalkraft, und man könnte Hypothesen bilden, gemäss welchen die Zentrifugalkräfte negativ werden müssten. Wenn Sie hingegen die Schwerkraft in umgekehrt quadratischem Verhältnis der Abstände mechanisch erklären wollen, dann müssen Sie nichts gegen die mechanischen Prinzipien annehmen. Gäbe es nun einen Wirbel aus homogener Materie, in welchem die Geschwindigkeiten umgekehrt proportional den Quadratwurzeln der Abstände sind (und diesen Wirbel führen Sie an), so kann dieser nicht beständig sein, denn infolge der grösseren Zentrifugalkraft werden die dem Zentrum näheren Teilchen mit den entfernteren ihre Orte vertauschen. Nach diesem Austausch würde das nähere Teilchen (das seine vorherige Geschwindigkeit beizubehalten trachtet) von der Materie, die in seinem Kreis zirkuliert, beschleunigt und diese Materie verzögert. Die nun entfernteren Teilchen jedoch würden verzögert und infolge ihres Rückstosses die gleich weit vom Zentrum entfernte Materie beschleunigen. Diese Veränderung wird so lange andauern, bis die Zentrifugalkraft im kleineren Abstand vom Zentrum nicht mehr grösser ist als diejenige im grösseren – also mindestens, bis die Geschwindigkeiten direkt proportional zur Quadratwurzel der Abstände wachsen, und bei dieser Veränderung würde, wenn keinerlei Reibungen aufträten, das Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte respektiert. Vielleicht würde dann noch eine weitere Veränderung eintreten, bis ein gewisses Maximum, das ich noch nicht sehe, erreicht ist, und wenn man dieses Maximum kannte, könnte man das Gesetz eines andauernden Wirbels, in welchem keine Reibungen auftreten, mit der isoperimetrischen Methode leicht bestimmen. Ich weiss nicht, ob ich mich genügend erklärt habe – Herrn Clairaut habe ich meine Meinung ausführlicher ausgeführt und ihn überzeugt.

Wenn Sie glauben, dass Herr Bibliothekar Schumacher meinem Vater und mir die zwei Bände der *Commentarii* zukommen lassen wird, möchte ich diese nicht in Leipzig bestellen. Seine Beschreibung der Bibliothek samt den Kupfern und dem Plan von Petersburg möchte ich auch gerne haben, aber es scheint, dass ich den Herrn Bibliothekar kaum von dem Misstrauen werde befreien können, das er gegen mich hegte zu einer Zeit, als ich in ganz anderen Beziehungen zu ihm stand. Indessen kann ich wohl sagen, dass es nicht nur im Interesse der Akademie, sondern auch speziell von Herrn Schumacher liegt, mit Ihnen und mir sorgsam umzugehen und uns nicht als ganz einflusslose Leute zu behandeln. Ich für mein Teil wünsche keinen Grund zu bekommen, mich über ihn zu beschweren. Herr Moula schreibt mir, Herr Schumacher habe ihm gesagt, sobald ich ihm eine Quittung meiner Besoldung zukommen lassen würde, werde er mir diese auszahlen lassen. Da ich diese Quittung nun vor einem Monat an Herrn Moula geschickt habe, hoffe ich, dass sie in Petersburg bereits ausbezahlt sein wird, und deshalb mache ich mir

Hoffnung, dass Herr Schumacher noch einige Achtung und Freundschaft für mich empfindet. Auch scheint er im Hinblick auf Sie die Sache besser überlegt zu haben, und ich hoffe, dass Sie ohne weitere Schwierigkeiten alle Genugtuung erlangen werden<sup>[7]</sup>.

Mein Vetter, Niklaus (I) Bernoulli, hat Ihren Brief noch nicht erhalten<sup>[8]</sup>. Wenn er ihn erhalten haben wird, werde ich ihn zur Beantwortung drängen. Ansonsten hat er die Mathematik ganz aufgegeben, was sicher sehr schade ist, denn ich kenne wenig Leute, die sich ihr mit grösserem Erfolg widmen könnten. Die zahlreichen akademischen Geschäfte und eine grosse Unlust dazu, sich weiterhin bekannt zu machen, mögen wohl schuld daran sein, und stünde ich nicht noch immer in Beziehungen mit der Petersburger Akademie, so hätte mich dieses Schicksal wohl auch längstens ereilt. Meine Konstitution erlaubt mir nicht mehr, mich mehr als ein paar Stunden pro Tag anzustrengen, sonst bekomme ich gleich Kopfschmerzen; und diese wenigen Stunden muss ich meistens mit anderen als mathematischen Beschäftigungen zubringen.

In diesem Moment kommt Herr Dr. Hagnauer zu mir in der Meinung, ich sei Niklaus (I) Bernoulli. Morgen gedenkt er wieder abzureisen. Die kurze Zeit, die er bei mir war, haben wir mit den Neuigkeiten von Ihnen und Ihrer ganzen wertvollen Familie verbracht. Er sagt, Sie strengten sich allzusehr an und das beklage auch Ihre Frau Liebste (Katharina). Sie sollten sich wirklich schonen und jetzt die Früchte Ihrer bisherigen tief sinnigen Studien in grösserer Ruhe geniessen, sonst werden Sie dabei noch Ihre Gesundheit und Ihr angeschlagenes Sehvermögen aufopfern. Herr Hagnauer hätte sich sehr gern nach Riehen begeben, wenn es ihm die Zeit erlaubt hätte, doch so hat er Ihren Brief zu Herrn Gengenbach gebracht. Auch hat er mir versichert, dass Sie im künftigen Frühling herkommen werden. Dieses Ereignis wünsche ich von Herzen und erwarte es mit grossem Verlangen. Sie sollten aber mit der ganzen Familie kommen, denn ich wünsche, noch einmal die Ehre und das Vergnügen zu haben, die Frau Professorin (Katharina) und deren Schwester, das Fräulein Paulina (Gsell), zu sehen<sup>[9]</sup>. Was wissen Sie Neues vom Schwager Kayser? Hat er keine Beobachtungsdaten über die Gezeiten mitgebracht? Ich bedaure den guten Herrn Prof. Gross, und an den Grafen von Ostermann und von Münnich habe ich viel verloren<sup>[10]</sup>. Sie werden mich sehr verpflichten, mir stets die Petersburger Neuigkeiten zu schreiben.

Jetzt bin ich wirklich damit beschäftigt, meine Überlegungen über die Bewegung einer Kugel auf einem rauhen Tuch zu Papier zu bringen. Ich habe gemerkt, dass ausser der horizontalen und tangentialen Reibung noch eine andere Reibung in Betracht gezogen werden muss, denn eine Kugel in einer Rotationsbewegung, die ich als vollkommen bezeichnet habe, verliert ja recht bald ihre ganze Bewegung, was nicht dem Luftwiderstand zugeschrieben werden kann. Diese andere Reibung ist die schwierigste, und möglicherweise stimmen wir, was das Physikalische betrifft, nicht miteinander überein. Was hingegen die mathematischen Rechnungen anbelangt, so bin ich sicher, dass wir beide übereinstimmen würden, wenn wir nur die gleichen physikalischen Hypothesen verwendeten. Es scheint mir, dass Sie jetzt auch Überlegungen über diese andere Reibung angestellt haben<sup>[11]</sup>.

Die Methode, mittels der Integrations- und Differentiationsmethode summierbare Reihen zu finden, hatte ich schon verwendet, bevor ich nach Petersburg gekommen bin, und es ist nicht schwer zu sehen, wie man die Reihe  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  und dergleichen andere auf die Quadratur von Flächen zurückführen kann. Bevor ich Ihnen jedoch meine früheren Überlegungen dazu mitteile, möchte ich lieber vorher sehen, was Sie darüber an meinen Vetter (Niklaus I) geschrieben haben, zumal ich schon im voraus weiss, dass ich Ihnen darüber nichts Neues schreiben kann<sup>[12]</sup>.

Die Schwingungen der an einem biegsamen Faden aufgehängten Körper haben Sie ja schon lange hinter sich gebracht. Es interessiert mich also, ob Sie etwas Neues über diesen Gegenstand ausgedacht haben.

Ich glaube, dass Ihr Problem über die Bewegung eines Körpers in einem um eine gegebene Achse beweglichen Rohr schwierig ist, doch besitze ich einige mechanische Prinzipien, vermittels deren ich das Problem zu lösen hoffte, wenn ich dazu hinreichend disponiert wäre<sup>[13]</sup>. Die allzu grosse Allgemeinheit nimmt der Frage selbst viel Eleganz, weshalb ich meine Methoden des öftern einschränke, damit die Beweisführung einfacher und eleganter wird, obgleich ich sie sehr weit ausdehnen könnte. Sie können das allgemeine Problem in einem Korollar besonders auf die Wasserschraube des Archimedes anwenden. Diese Probleme habe ich anlässlich des Ausströmens von Wasser aus einem Schiff durch ein Rohr vorgelegt und gelöst, indem ich bewies, dass die Reaktion bezüglich des Schiffes die gleiche ist, wie wenn das Wasser durch ein Loch aus einem Zylinder flosse – Gleichheit der Nebenumstände vorausgesetzt. Es ist eine gewisse Erhaltung des Betrags der Wirkung, die man aus einer festen Menge lebendiger Kräfte bekommen kann, welche die Natur gewöhnlich einhält. Mit der Einschätzung der Wirkung der Ruder und dem Vergleich derselben mit der aufgewandten Arbeit muss man also vorsichtig sein. Den ganzen Mechanismus des Ruderns habe ich auch aus den wirklichen Prinzipien hergeleitet und sogleich verschiedene Maxima und Minima gefunden, von denen ich jedoch wenig Vorteil erwarte. Wenn Sie mit der Hälfte der Ruderer so viel bewirken könnten wie sonst, wäre das eine der grössten Erfindungen unseres Jahrhunderts. Ich habe drei oder vier ganz verschiedene Arten der Schifffahrt untersucht und jeweils gefunden, dass die Geschwindigkeit des Schiffes proportional ist der dritten Wurzel aus der Anzahl der Ruderer, deren Arbeitskraft ich abschätze aus dem Druck, den sie ausüben, und der Geschwindigkeit, mit der sie den Ort des Druckes bewegen. Inzwischen kommt mir dieses Theorem suspekt vor, und ich bezweifle fast, ob die Erfahrung es bestätigen würde, denn es dünkt mich, dass achtmal soviel Ruderer mehr als die doppelte Geschwindigkeit des Schiffes hervorbringen würden<sup>[14]</sup>.

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 7. März 1742.

- R 144 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Februar 1742  
 Basel, 7. März 1742  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 50–51v  
 Publ.: Fuss 2, p. 484–489

- [1] Der hier erwähnte Brief Eulers vom Februar 1742 ist nicht erhalten geblieben.
- [2] J.G. Gmelin kehrte am 27. (16.) Februar 1743 von seiner Sibirienreise nach Petersburg zurück. Eine Beschreibung der Nordischen Expedition von 1733–43, die auf den Berichten von Gmelin und G.W. Steller basiert, findet sich bei Posselt (1990, hier insb. p. 328).
- [3] Lestocq, Sohn eines französischen Réfugié aus Celle, widmete sich der Chirurgie und kam 1713 nach Russland, wo er in die Dienste Peters I. trat. Er begleitete 1716 die nachmalige Kaiserin Katharina I. auf ihrer Reise nach Holland, wurde jedoch schon 1718 – angeblich unschuldigerweise – nach Kasan verbannt. Nach ihrer Thronbesteigung (1725) rief ihn Katharina I. zurück und ernannte ihn zum Leibarzt ihrer Tochter Elizaveta. Diese Stellung behielt er nach Katharinas Tod (1727) und verhalf – zusammen mit dem französischen Gesandten de La Chétardie und anderen Franzosen – der Grossfürstin Elizaveta Petrovna zum Thron (cf. Rimscha 1970, p. 342). Zur Kaiserin gekrönt, ernannte sie Lestocq zum Wirklichen Geheimrat, Ersten Leibmedicus und zum Direktor der Medizinischen Kanzlei; 1744 erhob ihn Kaiser Karl VII. in den Reichsgrafenstand. Ein einflussreicher Gegner erwuchs ihm allerdings im Kanzler Bestužev, der durchsetzen konnte, dass Lestocq im November 1748 alle Würden entzogen wurden, dieser verhaftet und 1753 ins Gouvernement Arkhangel'sk verbannt wurde. Aus diesem Exil rief ihn erst der *Zwischenkaiser* Peter III. 1763 zurück, wonach die neue Kaiserin Katharina II. ihm zwar kein Staatsamt, aber eine Pension von 7000 Rubeln und Ländereien in Livland verlieh.
- [4] Cf. die Preisschriften über die Gezeiten (Cavalleri 1741, DB. 33, Maclaurin 1741, E. 57), die 1741 in Paris in einem Band publiziert wurden.
- [5] Insgesamt betrug die Preissumme 2500 Livres (cf. Brief Nr. 32, Anm. 4). Zum Vergleich: Ein Basler Mathematikprofessor bezog (normalerweise) ein Jahresgehalt von 160 Basler Gulden (nebst 3600 Liter Korn). – Zu den ungefähren Währungsverhältnissen cf. Fellmann (1992, p. 220–222).
- [6] Der erhalten gebliebene Briefwechsel D. Bernoullis mit Clairaut setzt erst mit dem Jahre 1759 ein. Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik* (Sect. XI) und Clairauts *Théorie de la figure de la Terre* (1743).
- [7] Von der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und Moula kennen wir bloss den Auszug eines Briefes von Bernoulli aus dem Jahr 1740 oder 1741, welcher der Petersburger Akademie am 30. (19.) August 1743 vorgelegt wurde. Hier spricht Bernoulli die Probleme mit der Auszahlung seiner Pension an und gibt eine Liste seiner neun nach Petersburg gesandten, aber bis dahin noch nicht veröffentlichten Abhandlungen. – Im Briefkonzept von Schumacher an Euler vom 5. Juni (25. Mai) 1742 (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 58) heisst es, Daniel Bernoulli hätte das Geld längst erhalten, wenn seine Vollmacht rechtzeitig bei Moula angekommen wäre. «Nun muss er sich gedulden, bis der Himmel ein mehreres beschehrt.»
- [8] Es handelt sich um den Brief Eulers an N. I Bernoulli vom 16. Januar 1742 (O. IV A, 2, p. 483–491).
- [9] Tatsächlich hat Euler Basel nie mehr besucht. Der hier erwähnte Brief Eulers, der durch Hagnauer an Eulers Schwager Gengenbach übergeben wurde, war höchstwahrscheinlich an Eulers Vater adressiert.
- [10] Gross, der nach dem Verlassen seiner Professur an der Petersburger Akademie im Jahr 1732 als Sekretär für die braunschweigische Botschaft und für Ostermann gearbeitet hatte, erschoss sich im Gefolge des Petersburger Umsturzes. Zu Ostermann und Münnich cf. Brief Nr. 55, Anm. 2 und 3.
- [11] Cf. Brief Nr. 55, Anm. 17, und Brief Nr. 51, Anm. 5.
- [12] Cf. den in Anm. 8 *supra* angeführten Brief Eulers an N. I Bernoulli.



- [13] Das Problem der Bewegung von Körpern in beweglichen Rohren wurde von Euler in nicht erhalten gebliebenen Briefen an die beiden Bernoulli – Daniel und Johann I – Ende 1741 gestellt und von Daniel Bernoulli in dessen Briefen aus den Jahren 1742–43 mehrmals aufgegriffen. Euler selbst hat diesem Problem mehrere Untersuchungen gewidmet und darüber einige grössere Abhandlungen skizziert, die jedoch erst 1862 in seinen *Opera postuma* (E. 827–829) partiell veröffentlicht wurden. Von seiner umfangreichsten Abhandlung *De motu corporum in tubis mobilibus* wurden damals bloss acht Blätter vom Anfang des ersten Kapitels gedruckt (E. 827), während das Petersburger Archiv mehrere Fragmente (40 Blätter) aus den vier Kapiteln enthält (*Petersb. Ms.* Nr. 192). Hinsichtlich J. I. Bernoullis Untersuchungen auf diesem Gebiet cf. O. IV A, 2, p. 59f.
- [14] Die Effizienz des Ruderns untersuchte D. Bernoulli gründlich in einer späteren Pariser Preisschrift (1769, DB. 47); eine detaillierte Analyse hat Cerulus in seiner Einleitung zu Band 8 von D. Bernoullis Werken (2004, p. 35–72) vorgenommen.

## 57

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 14. April 1742

Bale ce 14 avril 1742

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Wan Ew. HEdgb. mich mit Dero werthesten correspondenz beehren, so erkenne ich solches als eine sonderbahre würkung Dero generosen freundschaft, deren ich jederzeit trachten werde mich würdig zu machen. Ich wurde auch in meinen antwortschreiben viel fertiger seyn, wan mir solches die menge meiner nebengeschäften wie auch meine zwahr gesunde, jedoch aber von dem meditieren gleich erschöpfte leibs-constitution solches erlaubten; bitte also Ew. HEdgb. nicht mit mir zu rechnen, sonsten ich gar viel zu kurtz kommen wurde, sondern vielmehr mit meiner schwachheit gedult tragen.

H. ⟨Johannes⟩ Stähelin hat mir auß Petersb[urg] einen sehr höfflichen brieff geschrieben; er meldet mir daß er gedencke nächstens in sein Vatterland zuruckzukehren, welches mich sehr frewet, ohngeachtet er mir große dienst in Petersb[urg] hätte leysten können<sup>[1]</sup>.

An den H. Moula hatte ich auch ein *recepisse* geschickt meine pension zu empfangen; es scheint aber nicht daß solche so bald werde auß bezahlt werden<sup>[2]</sup>. Der H. ⟨Johannes⟩ Stähelin schreibt mir zwar, daß H. Schuemaker in allen gelegenheiten bezeüge mein gar guter freünd zu seyn; unterdeßen wäre es bej ihm gestanden mir meine pension sogleich zu bezahlen; diese pension ist das einzige, was ich zu verlieren hab und wan man im geringsten jemand menagieren will, muß man ihm nicht alles nemmen. Ich werde nach allen kräfte trachten zu wißen woran ich seje und darnach meine mesures nemmen, dan ich gar nicht gesint bin unter allerhand praetexten mich laßen an dem narren-sejl herumbführen.

Hierbey nehme mir die freyheit Ew. HEdgb. einen brieff an H. L'Estocq zu adressieren, welchen bitte mit einem brieff zu beglaiten, oder auff das wenigste sonsten



demselben zu überschicken: In diesem brieff melde ich kein wort von meiner angelegenheit; der gantze brieff ist nur eine lettre de civilité; wan aber Ew. HochEdgb. denselben wolten mit einem schreiben begleiten, so wurden Sie mir einen dienst erweisen, wan sie ihme melden wolten, daß mich frewen wurde, zu sehen daß ich vermittelst seiner protection mich ferners einer richtigen bezahlung meiner pension getrösten könnte: solches überlaße Dero gutachten und werde in allem fahl Dero freundschaftt versichert bleiben: Da ich nicht weiß ob sich der H. Lestocq in Petersb[urg] oder Moscau befindet, bitte den ort mit ihrer hand darzu zu schreiben<sup>[3]</sup>.

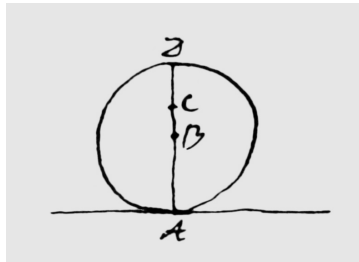
Von einem Praesidenten der Academie schreibt mir H. 〈Johannes〉 Stähelin noch nichts; wan Sie solchen erfahren bitte mir es zu berichten samt seiner adresse<sup>[4]</sup>. Ich wünsche von hertzen, daß die Academie möge genugsam erkennen, wie nöthig es seje Ew. HEdgb. mit einer zulänglichen pension bej derselben zu behalten, sonst ich den ruin von der gantzen Academie besorge. Wegen der überschriebenen nachricht von H. Dr. Amman bin ich Ew. HEdgb. sehr verbunden<sup>[5]</sup>.

Ich gratuliere Ew. HEdgb. zu der ehr, die Würtembergische Printzen in der Mathematicq zu informieren<sup>[6]</sup>; Ew. HEdgb. machen auff alle weiß diesen wißschafften viel ehr und schier gar zu viel umb nicht alle übrige *mathematicos* abzuschrecken. Wan Sie dem H. Schuemacher schreiben bitte denselben nächst meiner empfehlung zu ersuchen meinem Vatter und mir die gedruckten *Commentarios* zukommen zu laßen.

Es dunckt mich unsere idées von der *natura vorticum* sejen noch gar zu weit von einander entfernt umb zu hoffen, daß solche durch brieffschafften können conciliert werden. Ew. HEdgb. belieben zu melden, «es duncke Sie, daß ein *vortex cum data celeritatum ratione quacunq[ue]* bestehen könne». Solte dan ein *vortex*, deßen *strata remotiora veluti* quiescieren, die *strata* aber *centro propiora* eine *velocitatem veluti infinitam* haben, wohl können *in statu permanentiae* sejn? Wan aber solches nicht ist, so müßen doch gewisse *limites* statuirt werden und sehe ich keine andere *limites* als daß die *vis centrifuga stratorum propiorum centro* nicht größer sondern wenigsten[s] gleich sejn müße *viribus centrifugis stratorum a centro remotiorum*. Dieses ist mir ein *principium*, das nicht nöthig hat demonstriert zu werden, doch aber getrawete ich mir solches noch *ad principia evidentiora* reducirien zu können: wan man nun weiters gehen wolte und examinieren, *quisnam ultimus vorticis status permanens* sejn wird, *posito strata fluidi nullam habere frictionem et vim vivam omnis motus in vortice conservari*, so dunckt mich schier das *fluidum* werde nicht eher *in statu permanente* sejn, als biß die *extima superficies vorticem continens* am wenigsten gedruckt werde *a conatu totius vorticis recedendi a centro*. Was ich sonst in meinem letsteren gemeldet über diese materi, ist gewesen umb zu zeigen, die *dissimilitudinem inter casum praesentem et alterum, quo particularum gravitas a solo situ pendet* ohne eine *causam mechanicam variationis gravitatis* dabey zu supponieren, als wan ein Engel oder auff das wenigste etwas *extra materiam positum* solche *variationem gravitatis* verursachte. In den *vorticibus* aber verhaltet sich die sach gantz anders, indeme die *vis centrifuga* zum theil *a velocitatibus* dependiert: wan aber beÿ den *vorticibus* auch eine *causa extra vortices posita* supponiert wurde, welche da machte, daß eine jede *particula constantissime*

*velocitatem* behielte *reciproce proportionalem radicibus distantiarum a centro*, so wurde der *vortex* alzeit subsistieren können, welchen Ew. HEdgb. in *tract[atu] de aestu maris* supponieren<sup>[7]</sup>, und *quivis alius vortex*, so wie Sie sagen: Auff diese weiß wurden die *particulae fluidi* keinen *effectum inertiae* haben und wäre *quivis vortex permanens*, weilen *post et ante variationem* (wan eine geschähe) die *status vorticum indiscernibiles* wären und wäre eine *mutatio sine effectu*, welches ich wieder alle *principia metaphysica* zu lauffen supponiere. Will man aber die *vortices secundum regulas mechanicas* betrachten, so verhaltet sich ja die sach gantz anderst, indeme wan 2 *particulae* ihren *locum* permutieren, eine würckliche veränderung geschiehet, welche eine veränderung in den 2 gantzen *stratis* verursacht; dan das einte *stratum* wird acceleriert und das andere retardiert. Ew. HEdgb. belieben diese materi genawer zu untersuchen, so glaube ich daß wir in unseren sentimens übereinstimmen werden.

Meine *meditata* über den *motum globi super panno aspero devoluti* hab ich nun auch zu papier gebracht; hab aber im sinn noch weiters zu extendieren.



Ich habe gefunden, daß 2 *frictiones diversi valoris* müssen consideriert werden, welchen man *potentias* substituiren könne; die einte in *A*, *quam voco F*, die andere in *C* *quam pono = f*: *punctum autem C est centrum oscillationis globi ex puncto A suspensi*. Darnach erfordert die *lex continuitatis*, daß man *omnes motus possibiles* in 4 *casus* abtheile; 1. wan der *motus rotatorius circa centrum B in anteceden- tia* geschiht und zugleich kleiner ist als der *motus progressivus*, 2. wan der *motus rotatorius in anteceden- tia* größer ist als der *motus progressivus*, 3. wan der *mo- tus rotatorius in consequentia* geschiht und die *velocitas centri B* größer ist als  $\frac{2F + 2f}{5F - 2f} a$ , *ubi per a intelligitur velocitas, qua punctum D circa B in consequentia*

*rotatur*, 4. wan die *velocitas centri B in anteceden- tia* kleiner ist, als  $\frac{2F + 2f}{5F - 2f} [a]$ :

Der unterscheid zwischen dem 3<sup>ten</sup> und 4<sup>ten</sup> *casu* ist, daß in dem 4. der *globus* zuruckkehren wird *post absolutum spatium*  $\frac{P}{F + f} \times C$ , *ubi P denotat pondus globi et C altitudinem debitam velocitati centri B*; in dem 3<sup>ten</sup> *casu* aber wird das *corpus* gar nicht zuruckkehren. Ich möchte nun wissen, ob dieses mit Ew. HEdgb. resultat übereinkomme; ich zweiffle schier daran; indeme bej diesen untersuchungen gar viele *considerationes physicae* erfordert werden<sup>[8]</sup>.

Ich weiß nicht, was ich mit meinen pieces anfangen soll; dan wan man in Petersb[urg] *auctoritate suprema* eine änderung vornehmen wolte, entweder mit der gantzen Academie oder mit mir, so wolte ich mich nicht mehr mit diesen occupationen schleppen.

Mein Vet[ter] Nic[laus] ⟨I⟩ Bernoulli hat mir Dero brieff niemahl gewiesen, ohngeacht ich demselben etliche mahl von der materi geredt<sup>[9]</sup>; es gibt leüt, welche an einem mysteriosen wesen großen gefallen tragen. Ich sehe nun frejlich daß Sie die *differentiationes* und *integrationes serierum* anderst nehmen und zwar auff eine viel nützlichere und ingeniosere weiß als ich, dan ich auch nur gefunden daß

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.} = \int \frac{dx}{x} \ell \frac{1}{1-x}.$$

Ich möchte wissen, ob sich Ew. HEdgb. *methodi* nicht auch erstrecken auff die *series*, in welchen die exponenten nicht *progressione arithmetica* gehen, als zum exempel, *si a est numerus fractus, invenire summam seriei*  $a + a^4 + a^9 + a^{16} + \text{etc.}$  Dergleichen *problemata* wurden ein gantz newes liecht in *mathematicis* geben.

Was Ew. HEdgb. von der *remigatione* melden, komt zum theil mit meinen recherches überein, aber nicht in allen stücken: ich glaube auch einzusehen, was in Ihrer methode den *dissensum* verursache; einmahl weiß ich gewiß, daß nicht alle *theoremata*, so Sie allegieren, können recht sejn, und wünsche also, daß Sie dieselbe *ante promulgationem* noch einmahl genaw *a capite ad calcem* untersuchen und so Sie darauff beharren, mir in kurtzem Dero *calculos* zu überschreiben: Ohne zweiffel kommen Sie mit mir in dem *principio* überein, daß der *labor absolutus operarii pro dato tempore* müke aestimiert werden *ex pressione quam exercet contra remum et velocitate quacum remum agitat in eodem puncto cui pressio applicata est*<sup>[10]</sup>.

Hiemit versichere Ew. HEdgb. nebst gehorsamster empfehlung an Dero werthe ste familie meiner beständigen freundschaft und hochachtung und verbl[eibe]

Ew. HEdgb.

Meines Hochgeehrtesten H. Prof.

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

P. S. Über den Cometen hab ich keine besondere *observationes* gemacht, doch aber denselben etliche mahl gesehen<sup>[11]</sup>.

### Übersetzung

Basel, den 14. April 1742

⟩...⟨

Wenn Sie mich mit Ihrer hochgeschätzten Korrespondenz beehren, so erkenne ich das als eine besondere Wirkung Ihrer grossmütigen Freundschaft, und ich werde mich stets bemühen, mich dieser würdig zu erweisen. Auch würden meine

Antwortbriefe viel rascher erfolgen, wenn es mir die Menge meiner Nebengeschäfte wie auch meine zwar gesunde, jedoch vom Nachdenken bald einmal erschöpfte körperliche Konstitution erlaubten. Ich bitte Sie also, mit mir keine Gegenrechnung aufzustellen, ansonst ich sehr viel zu kurz kommen würde, sondern vielmehr mit meiner Schwäche Geduld zu haben.

Herr 〈Johannes〉 Stähelin hat mir von Petersburg aus einen sehr freundlichen Brief geschrieben. Er meldet mir, er gedenke demnächst in sein Vaterland zurückzukehren, was mich sehr freut, abgesehen davon, dass er mir in Petersburg grosse Dienste hätte leisten können<sup>[1]</sup>.

Herrn Moula hatte ich auch eine Empfangsvollmacht geschickt, um meine Pension entgegenzunehmen, doch scheint diese nicht so bald ausbezahlt zu werden<sup>[2]</sup>. Zwar schreibt mir Herr 〈Johannes〉 Stähelin, Herr Schumacher bezeuge bei jeder Gelegenheit, mein sehr guter Freund zu sein, doch wäre es an ihm, mir meine Pension unverzüglich auszuzahlen. Diese Pension ist das einzige, was ich zu verlieren habe, und wenn man jemandem auch nur im geringsten entgegenkommen will, sollte man ihm nicht alles wegnehmen. Ich werde mit allen Kräften zu erfahren versuchen, woran ich bin, und danach meine Massnahmen treffen, denn ich bin keineswegs gewillt, mich unter allerhand Vorwänden am Narrenseil herumführen zu lassen.

Hiermit nehme ich mir die Freiheit, Ihnen einen Brief an Herrn Lestocq zu übermitteln, den ich Sie mit einem Brief zu begleiten oder wenigstens ihm zu senden bitte. In diesem Brief sage ich kein Wort von meiner Angelegenheit – das ganze ist nur ein Höflichkeitsbrief. Wenn Sie ihn aber mit einem Schreiben begleiten wollten, so würden Sie mir einen Dienst erweisen, wenn Sie ihm melden wollten, ich würde mich freuen zu sehen, dass ich mich dank seiner Protektion künftig mit einer korrekten Bezahlung meiner Pension trösten könnte. Das überlasse ich Ihrem Gutdünken, und ich werde in jedem Fall Ihrer Freundschaft gewiss bleiben. Da ich nicht weiss, ob sich Herr Lestocq in Petersburg oder in Moskau aufhält, bitte ich Sie, den Ort von Hand einzusetzen<sup>[3]</sup>.

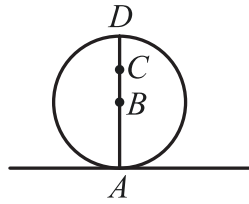
Über einen Präsidenten der Akademie schreibt mir Herr 〈Johannes〉 Stähelin noch nichts. Sollten Sie darüber etwas erfahren, so berichten Sie es mir bitte samt seiner Adresse<sup>[4]</sup>. Ich wünsche von Herzen, die Akademie möge genügend einsehen, wie nötig es sei, Sie mit einer hinreichenden Pension bei sich zu behalten, ansonst ich den Ruin der ganzen Akademie befürchte. Hinsichtlich der Mitteilung über Herrn Dr. Ammann bin ich Ihnen sehr verbunden<sup>[5]</sup>.

Ich gratuliere Ihnen zur Ehre, die Württembergischen Prinzen in der Mathematik zu unterrichten<sup>[6]</sup>. Sie machen den Wissenschaften auf jede Art viel Ehre und beinahe zuviel, um nicht alle übrigen Mathematiker abzuschrecken. Wenn Sie Herrn Schumacher schreiben, bitte ich Sie, ihn von mir grüssen zu lassen und ihn zu ersuchen, meinem Vater und mir die gedruckten *Commentarii* zukommen zu lassen.

Mir scheint, unsere Ideen von der Natur der Wirbel seien noch zu weit voneinander entfernt, um zu hoffen, dass sie auf brieflichem Weg zusammengebracht werden könnten. Sie melden, «es dünke Sie, dass ein Wirbel mit irgendeinem ge-

benen Verhältnis der Geschwindigkeiten bestehen könne». Sollte denn ein Wirbel, dessen entferntere Schichten gleichsam in Ruhe verharren, die dem Zentrum näheren jedoch gleichsam eine unendliche Geschwindigkeit haben, andauernden Bestand haben können? Ist dies aber nicht der Fall, so müssen doch gewisse Grenzen festgesetzt werden, und ich sehe keine anderen, als dass die Zentrifugalkraft der dem Zentrum näheren Schichten nicht grösser, sondern den Zentrifugalkräften der vom Zentrum entfernteren Schichten höchstens gleich sein kann. Das ist für mich ein Prinzip, das keines Beweises bedarf, doch getraute ich mir, dieses auf noch evidentere Prinzipien zurückführen zu können. Wollte man nun weitergehen und untersuchen, welches denn der letzte andauernde Zustand des Wirbels sein wird – gesetzt, die Schichten des Fluids erleiden keinerlei Reibung und die lebendige Kraft der gesamten Bewegung im Wirbel bleibt erhalten –, so will mich fast scheinen, das Fluid werde nicht eher in einem stationären Zustand sein, als wenn die äusserste, den Wirbel zusammenhaltende Oberfläche durch den Impuls des ganzen Wirbels, vom Zentrum zurückzuweichen, am wenigsten gedrückt wird. Was ich sonst noch in meinem letzten Brief über diese Frage gemeldet habe, war bloss, um die Unterschiedlichkeit zwischen dem vorliegenden und dem anderen Fall aufzuzeigen, in welchem die Schwerkraft der Teilchen allein von der Lage abhängt, ohne dabei eine mechanische Ursache der Veränderung vorauszusetzen, wie wenn ein Engel oder mindestens etwas ausserhalb der Materie Liegendes eine derartige Veränderung der Schwerkraft verursachte. In den Wirbeln verhält sich die Sache jedoch ganz anders, indem die Zentrifugalkraft zum Teil von den Geschwindigkeiten abhängt. Würde aber bei den Wirbeln auch eine ausserhalb ihrer selbst liegende Ursache vorausgesetzt, die bewirkte, dass jedes Teilchen stets eine den Wurzeln der Abstände vom Zentrum umgekehrt proportionale Geschwindigkeit behielte, so würde der Wirbel, welchen Sie in der Preisschrift über die Gezeiten voraussetzen<sup>[7]</sup>, immer bestehen können, und ebenso jeder andere Wirbel, wie Sie sagen. Auf diese Weise würden die Teilchen des Fluids keinen Trägheitseffekt aufweisen, und irgendein Wirbel wäre beständig, weil nach und vor der Veränderung (wenn eine solche stattfände) die Zustände der Wirbel ununterscheidbar wären, und dies wäre eine Veränderung ohne Wirkung, was nach meiner Vorstellung allen metaphysischen Prinzipien widerspricht. Will man jedoch die Wirbel gemäss den mechanischen Regeln betrachten, so verhält sich die Sache ja ganz anders: wenn nämlich zwei Teilchen ihren Ort vertauschen, geschieht eine wirkliche Veränderung, welche eine solche in zwei ganzen Schichten verursacht, denn die eine Schicht wird beschleunigt und die andere verzögert. Wenn Sie diesen Gegenstand genauer zu untersuchen belieben, so glaube ich, dass wir in unseren Ansichten übereinstimmen werden.

Meine Überlegungen über die Bewegung einer auf einem rauhen Tuch rollenden Kugel habe ich nun auch zu Papier gebracht, doch habe ich im Sinn, sie noch weiter auszudehnen. Ich habe gefunden, dass zwei Reibungen von verschiedenem Wert in Betracht zu ziehen sind, für die man Kräfte einsetzen kann: die eine in  $A$ , die ich  $F$  nenne, und die andere in  $C$ , die ich  $= f$  setze; der Punkt  $C$  ist dabei das Schwingungszentrum der im Punkt  $A$  aufgehängten Kugel. Danach erfordert das Kontinuitätsgesetz, dass alle möglichen Bewegungen in vier Fälle eingeteilt



werden: 1. wenn die Rotationsbewegung um das Zentrum  $B$  nach vorn erfolgt und kleiner ist als die Vorwärtsbewegung; 2. wenn die Rotationsbewegung nach vorn erfolgt und grösser ist als die Vorwärtsbewegung; 3. wenn die Rotationsbewegung rückwärts geschieht und die Geschwindigkeit des Zentrums  $B$  grösser ist als  $\frac{2F + 2f}{5F - 2f} a$ , wobei  $a$  die Geschwindigkeit ist, mit welcher der Punkt  $D$  um  $B$  rückwärts rotiert; 4. wenn die Geschwindigkeit des Zentrums  $B$  nach vorn kleiner ist als  $\frac{2F + 2f}{5F - 2f} [a]$ . Der Unterschied zwischen dem dritten und dem vierten Fall ist

der, dass im vierten Fall die Kugel nach der Absolvierung des Weges  $\frac{P}{F + f} \times C$  umkehren wird, wobei  $P$  das Gewicht der Kugel bezeichnet und  $C$  die der Geschwindigkeit des Zentrums  $B$  zukommende Höhe, im dritten Fall jedoch wird der Körper überhaupt nicht umkehren. Ich wüsste nun gerne, ob das mit Ihrem Resultat übereinstimmt. Ich bezweifle es fast, denn diese Untersuchungen erfordern sehr viele physikalische Betrachtungsweisen<sup>[8]</sup>.

Ich weiss nicht, was ich mit meinen Abhandlungen anfangen soll. Wenn man nämlich in Petersburg von höchster Stelle aus eine Änderung vornehmen wollte, entweder mit der ganzen Akademie oder mit mir, dann möchte ich mich nicht mehr mit diesen Verpflichtungen belasten.

Mein Vetter Niklaus (I) Bernoulli hat mir Ihren Brief nie gezeigt, obwohl ich mehrmals mit ihm darüber gesprochen habe<sup>[9]</sup>. Es gibt eben Leute, denen ein geheimnisvolles Wesen sehr gefällt. Ich sehe nun freilich, dass Sie die Differentiation und Integration der Reihen anders vornehmen, und zwar auf eine viel nützlichere und raffiniertere Weise als ich, denn ich habe auch nur gefunden, dass

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.} = \int \frac{dx}{x} \ln \frac{1}{1-x}.$$

Ich möchte wissen, ob sich Ihre Methoden nicht auch auf Reihen erstrecken, in denen die Exponenten keine arithmetische Folge bilden, wie zum Beispiel: Wenn  $a$  eine gebrochene Zahl ist, finde man die Summe der Reihe  $a + a^4 + a^9 + a^{16} + \text{etc.}$  Solche Probleme würden ein gänzlich neues Licht in der Mathematik aufleuchten lassen.

Was Sie mir über das Rudern melden, trifft sich zum Teil mit meinen Untersuchungen, aber nicht in allen Stücken; ich glaube auch zu sehen, was in Ihrer Methode den Dissens verursacht. Jedenfalls weiss ich mit Bestimmtheit, dass nicht alle von Ihnen angegebenen Theoreme richtig sein können, und deshalb möchte ich,

dass Sie diese vor einer Publikation nochmals genau von Kopf bis Fuss untersuchen und, wenn Sie darauf beharren, mir sehr bald Ihre Berechnungen mitteilen. Zweifellos stimmen Sie mit mir in dem Prinzip überein, dass die Arbeitskraft des Ruderers in einer gegebenen Zeitspanne geschätzt werden muss aus dem Druck, den er gegen das Ruder ausübt, und der Geschwindigkeit, mit welcher er das Ruder antreibt im selben Punkt, auf welchen der Druck angewandt wird<sup>[10]</sup>.

Hiermit versichere ich Sie meiner ständigen Freundschaft und Hochachtung und verbleibe mit gehorsamster Empfehlung an Ihre werthe Familie

⟩ ... ⟨

Daniel Bernoulli

P. S. Über den Kometen habe ich keine besonderen Beobachtungen angestellt, denselben jedoch einige Male gesehen<sup>[11]</sup>.

R 145 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom März 1742  
Basel, 14. April 1742  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 54–55v  
Publ.: Fuss 2, p. 490–494

- [1] Johannes Stähelin (cf. Brief Nr. 55, Anm. 5) kehrte 1745 nach Basel zurück. Von seiner Korrespondenz mit D. Bernoulli ist nichts erhalten geblieben.
- [2] Cf. Brief Nr. 56, Anm. 7.
- [3] Weder von D. Bernoulli noch von Euler sind Briefe an Lestocq erhalten geblieben.
- [4] Nach dem Ausscheiden von Breverns im April 1741 blieb die Petersburger Akademie ohne Präsidenten, bis 1746 der 18jährige Graf Kirill Razumovskij dieses Amt antrat. Dass in der Zwischenzeit allerlei Gerüchte über eine bevorstehende Nomination – etwa des Fürsten Kantemir – zirkulierten, ist Eulers Briefwechsel mit Goldbach und Schumacher zu entnehmen (cf. O. IV A, 4, p. 184 / 695–696, 218 / 737; *Eulers Briefwechsel* 2, p. 59).
- [5] Ammann war am 15. (4.) Dezember 1741 in Petersburg verstorben (cf. *supra* Nr. 56, Text nach Anm. 2).
- [6] Damit ist der 14jährige Karl Eugen, Herzog von Württemberg, gemeint, der in dieser Zeit am preussischen Hof erzogen wurde. Ob Euler auch dessen jüngere Brüder Ludwig Eugen und Friedrich Eugen unterrichtet hat, ist fraglich. Cf. Eulers Brief an Goldbach vom 6. März (23. Februar) 1742 (O. IV A, 4, p. 183 / 693–694).
- [7] Cf. Eulers Preisschrift über die Gezeiten (E. 57).
- [8] Ein Jahr zuvor hatte D. Bernoulli den Einfluss der Reibung bei der Bewegung sphäroidischer Körper auf einer ebenen Fläche in seinem Brief an G.W. Krafft vom 15. (4.) April 1741 behandelt, dessen wissenschaftlichen Teil Krafft in der Akademischen Konferenz am 19. (8.) Mai vorlegte und am 2. Juni (22. Mai) vorlas. Dieses Exzerpt wurde dann als eine selbständige Abhandlung Bernoullis in den *Petersburger Commentarii* publiziert (1751, DB. 36). Viel später widmete D. Bernoulli der wechselseitigen Reibung von Körpern zwei Abhandlungen (1769, DB. 57; 1770, DB. 60), die er der Petersburger Akademie in den Jahren 1768 und 1769 ablieferte.
- [9] Cf. den in Brief Nr. 56, Anm. 8 angeführten Brief Eulers an N. I Bernoulli.
- [10] Cf. Eulers Abhandlung über die Kraft der Ruder (E. 116) und Brief Nr. 56, Anm. 14.
- [11] Der Komet vom Frühjahr 1742 wurde auf der Grundlage der Newtonschen Theorie beschrieben von Le Monnier (1743), Euler (E. 58) und anderen. – Cf. Brief Nr. 60, Anm. 17.



58

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 28. Juli 1742

Basel den 28. jul. 1742

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor!

Endlich sind meine zweijährige außerordentliche *labores Academici* zu end geloffen und befinde mich dadurch in stand gesetzt mit mehrerem *otio* Dero werthe-ste correspondenz zu cultivieren<sup>[1]</sup>. Allervorderst sage ich Denselben schuldigsten danck, daß Sie nicht nur mein schreiben an den H. Geheimen Raht L'estocq haben abfertigen, sondern auch daßelbe mit einem *recommendations* schreiben haben unterstützen und begleiten wollen<sup>[2]</sup>. Nun stehet noch zu erwarten was solches fruchten werde. Dem H. Moula hab ich mein volmacht geschickt und dieser schreibt mir daß die eintzige ursach, warumb ich meine pension noch nicht empfangen, der geltmangel seje und berichtet mich darneben die Academie selbstn habe das letzte tertial vom vorigen jahr noch nicht empfangen. Ich wünsche daß ich die außbezahlung meiner pension möge dem H. Schuemacher zu verdancken haben, sonstn ich unterschiedene andere kräfttge mittel vor mir sehe darzu zu gelangen.

Ew. HEgb. remonstration an den H. Schuemacher wegen den 7. und 8<sup>ten</sup> *tomis Comment[ariorum]* hat so viel gefruchtet, daß ich gleich darauff eine assignation auff den H. Schuester in Leipsic für dieselben empfangen habe; Es nimt mich aber wunder, daß nicht auch ein exemplar für mein Vatter ist geschickt worden; ich will hoffen daß solches auß bloßer vergeßenheit geschehen ist und kan noch redressiert werden.

Ich zweiffle nicht daran daß man nicht Ew. HEdgb. eine pension von der Petersburger Academie stifften werde; solche wird ja ihr interess nicht völlig hindansetzen, sonderlich da die Academie auff zimlich schwachen füßen stehet; der H. Schuemacher solte billich mit uns concertieren, wie derselben wieder auffzuhelffen wäre: der H. Goldbach solle nunmehr auch völlig von der Academie weg und dem Hertzog von Holstein (Karl Peter Ulrich) zugegeben worden sejn<sup>[3]</sup>. Dieses ist wieder ein newer verlurst; *nam laudanda est virtus in hoste*<sup>[4]</sup>; demselben will ich seine merites *in litteris* nicht benemmen, sonderlich da Ew. HEdgb. so viel estime für ihn bezeügen; *in moribus* aber kan ich wenig auff ihn halten, indeme er ohn einigen anlaaß auff eine weiß gegen mir grob gewesen, die keinen honneten leüten wohl anstehen kan: ich will aber hoffen daß die freundschaft, so zwischen Ihnen ist, der unserigen kein abbruch thun werde.

Die F. Dr. Ammännin adressiert sich alzeit an mich wegen ihres Sohns hinterlaßenschaft; ich rahte ihre aber alzeit sich in der güte mit H. Schuemacher abzufinden: wan mir der H. Schuemacher einen plan von einem billichen accommode-ment schicken wolte und er für gut befunde sich meiner mediation zu bedienen, wolte ich mich gern darzu brauchen laßen; mich dunckt aber, man solle das liquide mit dem illiquiden nicht confundieren und bin ich versichert, daß wegen dem

letsteren leicht ein mittel könnte erfunden werden<sup>[5]</sup>. Da des H. Dr. Ammans stelle an den H. Dr. Siegesbeck ist vergeben worden, könnte man dem H. Dr. Huber des H. Dr. Duvernois stelle vertrauen; dieser H. Dr. Huber ist gewiß ein guter *Anatomicus* und einer solchen succession gar wohl würdig<sup>[6]</sup>; wan man aber den H. Haller selbst denbauchieren könnte, wäre solches eine sonderbahre acquisition; ich betrach[t]e den H. Haller *in anatomicis, botanicis* und einer mechanischen wahren physiologi als einen Newton *in mathematicis*. Allein er ist schon gar zu wohl in Göttingen placiert.

Man hat mich berichtet daß Ew. HEdgb. einige project gemacht wegen dem H. <J.S.> König in Bern und dem hiesigen H. Wentz; dieser letstere schicket sich meiner meynung nach gantz gut für eine universitet, der erstere aber für eine Academie: keiner von bejden bezeüget unterdeßen großen lust ihr Vatterland zu verlaßen. Wan die sach solte weiters kommen, werden Ew. HEdgb. wohl thun mich umbständlich vorhero deßen zu berichten<sup>[7]</sup>.

Wan der H. Hoff-kammerrahth Juncker bej der öffentlichen Assemblée ein *Carmen* abgesungen, so wird solches ohne zweiffel geschehen sejn nicht als ein haupt-actus, sondern nur in einer music die etwa darbey ist gemacht worden, sonst ja auß der Academie eine völlige Comoedie gemacht wurde<sup>[8]</sup>.

H. <Johannes> Stähelin hatte mich berichtet daß er *in procinctu* zu verrejßen seje; unterdeßen höre ich daß er sich noch alzeit in Petersburg befinde<sup>[9]</sup>; wan Ew. HEdgb. hierüber etwas in erfahrung gebracht bitte mich solches zu berichten. Der H. Hedlinger wird nun sich in Berlin befinden; bitte demselben in solchem fahl mein compliment zu machen.

Es befindet sich seit etwas zeits alhier ein Mr. du Guast <Guasco> auß Piemont, so Capitain in Rußischen diensten gewest; er solle viel gelt im spielen gewonnen haben; ich möchte wohl wißen ob Ew. HEdgb. denselben kennen und einige particulariteten von ihme wißen. Er stecket alzeit bej dem hiesigen Ungarischen Ambassadors <de Prié><sup>[10]</sup>. Sonsten gratuliere ich Denselben zu dem zwischen I[hro] K[öniglichen] M[a]jestaet von Preussen <Friedrich II.> und der Königin von Hunn-garn <Maria Theresia> gemachten frieden<sup>[11]</sup>. Alle Ohnpartheische leüt benedejen hierüber den König; Ew. HEdgb. aber insonderheit hätte nichts tröstlicheres wiederfahren können, indeme Sie dadurch endlich in stand gesetzt worden Dero liecht leüchten zu machen.

Dero H. Vatter hat mir gemeldet, wie viel ehr Ew. HEdgb. von Dero Durchlauchtigen discipel erhalten und wie stupende progressen dieser printz *in mathematicis* mache<sup>[12]</sup>. Diese wüßenschaften könnten hiedurch mit der zeit ein sonderliches ansehen gewinnen; auch dieses lustre hätte man Ew. HEdgb. zu verdancken. Es ist nur zu wünschen, daß der Printz nicht von alzuvielen abstracten idées abgeschröckt werde, deswegen nach äußerster möglichkeit auff allerhand sachen zu applicieren wären; mich dunckt daß man die mathematic gar füglich auch auff die *politica* applicieren könnte. Hierüber hab ich vor diesem vieles mit dem H. Maupertuis raisonnirt, welcher meine idées auch goutierte. Wan man *in politicis* eben so viel observationen in einem Königreich machen wolte als man *experimenta physica* gemacht, so könnte man eine gantz neue wißenschafft darauß formieren.

Die Kamschatker Herren sollen wieder zuruck kommen ohne in Kamschatka gewest zu sejn: doch aber sollen sie viele schöne observationen über Siberien gemacht haben biß an die Lena<sup>[13]</sup>.

Man solte sich bey der Academi in Petersburg sonderlich befeißē sich durch die *philosophiam experimentalem* hervor zu thun, worzu ich wohl einige nutzliche anschläg geben könnte und wird diese materi heütiges tags am meisten goutiert: die pure *theoretica mathematica* könnten Ew. HEdgb. und, wan mir erlaubt ist solches zu sagen, mir überlaßen werden.

Man versichert mich des H. Schuemachers völligen freundschaftt, doch förchte ich noch alzeit einige defiance seiner sejts, wodurch er mir gewiß groß unrecht thäte und vielleicht auch sich selbst. Da ich nun mit frewden sehe, daß Ew. HEdgb. und des H. Raht Schuemachers gemeines vertrauen völlig wieder hergestellt, als bitte darzu zu verhelffen, daß er mich gleichfahls darmit beehre. Ich könnte unterschiedene proben meiner aufrichtigkeit darlegen; ich will aber lieber glauben daß solches nicht nötig seje<sup>[14]</sup>.

Was haben Ew. HEdgb. neues von Dero H. Schwager Kayßer; ich erinnere mich alzeit mit vielem vergnügen von Dero F. Liebste (Katharina) gantzen familie und bitte derselben mein hertzliches compliment abzulegen. H. Prof. (G.W.) Kraft soll nicht mehr gestimmt sejn naher Hauß zu gehen. Es nimt mich wunder ob der H. Bulffinger noch eine correspondenz mit der Academie pflège<sup>[15]</sup>.

Haben Sie noch kein exemplar von den pieces *Sur le flux et reflux* bekommen oder hab ich Sie durch meine freymühtigkeit belejdiget daß Sie mir Dero critiques über meine piece nicht communicieren wollen<sup>[16]</sup>. Auff das wenigste belieben Sie mir Dero mejnung zu sagen über die 2 andere pieces. Den H. Clairaut hab ich befragt wegen Dero brieff, so Sie durch die Prinzen Dolgoruki an denselben abgelassen<sup>[17]</sup>; ich hab seithero unterschiedene brieff von ihm bekommen darinnen aber dieser punct alzeit unbeantwortet geblieben; ich sehe daß wan der H. Clairaut antwortet, er das schreiben seines Correspondenten niemahls ansieht und alzeit die meisten puncten überspringet, worüber ich ihme schon einige mahl reproches gemacht<sup>[18]</sup>.

Ew. HEdgb. wißen, daß in Augsburg ein gewißer kupfferstecher (Haid) eine collection in kupfferen samt einer lebensbeschreibung von den gelehrten, so sich distinguiret, last außgehen; Er hat meinen Vatter gestochen, welches kupfferstuck gar wohl gerahten; Ich weiß nicht wie er darauff gefallen auch mein portrait zu begehren; unterdeßen hab ich solches auff sein begehren verfertigen laßen und werde es ihme nächstens schicken<sup>[19]</sup>; wan Ew. HEdgb. mir wolten das Ihrige schicken, kan ich solches gantz commodement auff Augsboung spedieren; Sonsten wurde dieses werck sejn als ein leib ohne haupt; vielleicht aber haben Sie solches schon durch einen anderen canal gethan<sup>[20]</sup>; wan Sie diese kupffer nicht bekommen, werde ich Ihnen mit gelegenheit ein exemplar schicken.

Mein Vetter H. Prof. Nic[laus] (I) Bernoulli, sagte mir newlich daß er Dero *methodum summandi series*  $\frac{1}{1^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \text{etc.}$  nicht für richtig befinde anderst



wan nur *BC* eine *linea recta* ist, die *curva BD* alzeit ein *arcus parabolicus* seje. Wan man nun setzet das *planum CEB* seje horizontal, oder das *corpus B* habe nur eine *inertiam* und keine *gravitatem* und die *linea BC* seje eine *curva*, so bekommt man eine neue *ideam percussiois*, wan auch schon die *corpora perfecte dura* wären und *nullam compressionem* litten; alle diese *problemata* hab ich auff unterschiedene weß solviert; meine *methodus indirecta* aber, vermittelst welcher ich den *verum impetum venae aquae in planum contra opinionem a temporibus Mariotti generaliter receptam*<sup>[24]</sup>, gezeigt, ist die aller compendioseste: habe auch den nutzen meiner neuen *principiorum* in vielen anderen *problematis* empfunden. Verbl[eibe] mit möglichster hochachtung,

Ew. HEdgb.

Gehorsamer Diener

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 28. Juli 1742

>...<

Endlich ist nach zwei Jahren meine ausserordentliche akademische Mühsal abgelaufen, und dadurch befinde ich mich in der Lage, Ihre sehr geschätzte Korrespondenz mit mehr Musse zu pflegen<sup>[1]</sup>. Zuallererst danke ich Ihnen sehr dafür, dass Sie nicht nur mein Schreiben an Geheimrat Lestocq abgefertigt, sondern dieses auch mit einem Empfehlungsschreiben unterstützt und begleitet haben<sup>[2]</sup>. Nun bleibt noch abzuwarten, was es fruchten wird. Herrn Moula habe ich meine Vollmacht geschickt, und er schreibt mir, dass der einzige Grund, weshalb ich meine Pension noch nicht empfangen habe, Geldmangel sei; beiläufig berichtet er mir, die Akademie habe das letzte Drittel vom Vorjahr noch nicht bekommen. Ich möchte die Auszahlung meiner Pension am liebsten Herrn Schumacher zu verdanken haben, aber sonst sehe ich verschiedene andere wirksame Mittel vor mir, um dazu zu gelangen.

Ihre Ermahnung an Herrn Schumacher betrifft des 7. und 8. Bandes der *Commentarii* hat so viel bewirkt, dass ich gleich darauf dafür eine Assignation auf Herrn Schuster in Leipzig erhalten habe, doch verwundert es mich, dass nicht auch ein Exemplar für meinen Vater geschickt worden ist. Ich will hoffen, dass dies aus blosser Vergesslichkeit passiert ist und noch berichtigt werden kann.

Ich zweifle nicht daran, dass man Ihnen eine Pension von der Petersburger Akademie zusprechen wird. Die Akademie wird ja ihr eigenes Interesse nicht völlig missachten, gerade da sie auf ziemlich schwachen Füßen steht. Herr Schumacher sollte doch mit uns zusammenarbeiten, um ihr wieder auf die Beine zu helfen. Herr Goldbach soll nun ja auch ganz von der Akademie weggegangen und dem Herzog von Holstein <Karl Peter Ulrich> beigegeben worden sein<sup>[3]</sup>. Das ist wieder ein neuer Verlust, «*nam laudanda est virtus in hoste*»<sup>[4]</sup>. Die Verdienste in den

Wissenschaften will ich ihm nicht absprechen, besonders da Sie ihm so viel Achtung bezeugen, moralisch kann ich jedoch nicht viel von ihm halten, indem er sich ohne irgendwelchen Anlass mir gegenüber auf eine Art und Weise grob verhalten hat, die ehrbaren Leuten nicht gut ansteht. Doch will ich hoffen, dass die Freundschaft zwischen Ihnen beiden der unsrigen keinen Abbruch tun wird.

Frau Dr. Ammann wendet sich ständig an mich wegen der Hinterlassenschaft ihres Sohnes. Ich rate ihr aber immer, sich mit Herrn Schumacher in Güte zu einigen. Wenn mir Herr Schumacher einen Vorschlag zu einem annehmbaren Vergleich schicken möchte und es für gut befände, sich meiner Vermittlung zu bedienen, würde ich mich gerne dazu verwenden lassen. Ich finde aber, man soll das flüssige Vermögen nicht mit dem illiquiden vermengen, und ich bin sicher, dass hinsichtlich des letzteren leicht eine Lösung gefunden werden könnte<sup>[5]</sup>. Da Herrn Dr. Ammanns Stelle an Herrn Dr. Siegesbeck vergeben worden ist, könnte man Herrn Dr. Huber diejenige von Herrn Dr. Duvernois anvertrauen. Dieser Dr. Huber ist sicher ein guter Anatom und einer solchen Nachfolge sehr wohl würdig<sup>[6]</sup>; wenn man jedoch Herrn Haller selbst abwerben könnte, wäre das eine ganz besondere Akquisition; ich betrachte Herrn Haller in der Anatomie, der Botanik und in der wahren iatromathematischen Physiologie wie einen Newton in der Mathematik. Jedoch ist er in Göttingen schon allzu gut plazierte.

Man hat mir berichtet, Sie hätten einige Pläne betreffs Herrn (J.S.) König in Bern und des hiesigen Herrn Wentz geschmiedet. Letzterer schickt sich meiner Meinung nach ganz gut für eine Universität, der erstere jedoch für eine Akademie. Indes bezeugt keiner von beiden grosse Lust, sein Vaterland zu verlassen. Sollte die Sache sich weiter entwickeln, so täten Sie gut daran, mir vorher ausführlich darüber zu berichten<sup>[7]</sup>.

Wenn Hof-Kammerrat Juncker in der öffentlichen Versammlung ein Lied abgesungen hat, so wird das zweifellos nicht als Haupttakt geschehen sein, sondern nur etwa in einer Art Begleitmusik; sonst würde ja aus der Akademie eine völlige Komödie gemacht<sup>[8]</sup>.

Herr (Johannes) Stähelin hatte mir berichtet, dass er im Begriff sei abzureisen; inzwischen höre ich, dass er sich noch immer in Petersburg befinde<sup>[9]</sup>. Wenn Sie hierüber etwas in Erfahrung gebracht haben, bitte ich Sie, es mir zu berichten. Herr Hedlinger wird sich nun in Berlin aufhalten. In diesem Fall bitte ich Sie, ihn von mir grüssen zu lassen.

Seit einiger Zeit befindet sich hier ein Mr. du Guast (Guasco) aus Piemont, der Hauptmann in russischen Diensten war; er soll viel Geld im Spiel gewonnen haben. Ich wüsste gerne, ob Sie ihn kennen und etwas Genaueres über ihn wissen. Er steckt immer beim hiesigen ungarischen Gesandten (de Prié)<sup>[10]</sup>. Im Übrigen gratuliere ich Ihnen zum Frieden, der zwischen Seiner Königlichen Majestät von Preussen (Friedrich II.) und der Königin von Ungarn (Maria Theresia) geschlossen worden ist<sup>[11]</sup>. Für diesen preisen alle unparteiischen Leute den König, besonders aber Ihnen hätte nichts Tröstlicheres widerfahren können, da Sie dadurch endlich in die Lage gekommen sind, Ihr Licht leuchten zu lassen.



Ihr Vater hat mir berichtet, wieviel Ehre Ihnen Ihr durchlauchtiger Schüler bereitet und welche erstaunlichen Fortschritte dieser Prinz in der Mathematik macht<sup>[12]</sup>. Dadurch könnten die Wissenschaften mit der Zeit ein besonderes Ansehen gewinnen, und auch diesen Glanz hätte man Ihnen zu verdanken. Es ist bloss zu wünschen, dass der Prinz nicht von allzu vielen abstrakten Ideen abgeschreckt wird, weswegen nach bester Möglichkeit die Anwendung auf allerlei Gegenstände zu pflegen wäre. Mich dünkt, man könnte die Mathematik sehr gut auch auf politische Belange anwenden. Darüber habe ich schon früher viel mit Herrn Maupertuis diskutiert, dem meine Ideen auch gefielen. Wollte man in einem Königreich ebenso viele Beobachtungen in politischen Dingen anstellen, wie man physikalische Experimente gemacht hat, so liesse sich daraus eine ganz neue Wissenschaft formieren.

Die Kamtschatker Herren sollen wieder zurückkommen, ohne in Kamtschatka gewesen zu sein; dennoch sollen sie viele schöne Beobachtungen über Sibirien bis hin zur Lena gemacht haben<sup>[13]</sup>.

In der Akademie zu Petersburg sollte man sich bemühen, sich besonders der Experimentalphysik zu widmen, wozu ich sicher einige nützliche Anregungen geben könnte; dieses Wissensgebiet wird heutzutage am meisten geschätzt. Die reine Mathematik könnte Ihnen und – wenn mir gestattet ist, das zu sagen – mir überlassen werden.

Man versichert mich der völligen Freundschaft von Herrn Schumacher, doch befürchte ich noch immer einigen Argwohn seinerseits, wodurch er mir – und vielleicht auch sich selbst – grosses Unrecht täte. Da ich nun mit Freuden sehe, dass das gewohnte Vertrauen zwischen Ihnen und Herrn Rat Schumacher wieder ganz hergestellt ist, bitte ich Sie, dazu behilflich zu sein, dass er mich gleichfalls damit beehren möge. Ich könnte verschiedene Proben meiner Aufrichtigkeit darlegen, doch möchte ich lieber glauben, das sei nicht nötig<sup>[14]</sup>.

Was wissen Sie Neues von Ihrem Schwager Kayser? Ich erinnere mich stets mit grossem Vergnügen an die ganze Familie Ihrer Frau Liebsten (Katharina) und bitte Sie, diese herzlich von mir grüssen zu lassen. Herr Prof. (G.W.) Krafft soll nicht mehr zur Heimkehr entschlossen zu sein. Es würde mich interessieren, ob Herr Bülfinger mit der Akademie noch eine Korrespondenz unterhält<sup>[15]</sup>.

Haben Sie noch kein Exemplar der Preisschriften über die Gezeiten bekommen, oder habe ich Sie durch meine Freimütigkeit beleidigt, dass Sie mir Ihre Kritik über meine Preisschrift nicht mitteilen wollen?<sup>[16]</sup> Sagen Sie mir wenigstens Ihre Meinung über die beiden anderen Preisschriften. Herrn Clairaut habe ich nach Ihrem Brief gefragt, welchen Sie ihm über die Fürsten Dolgorukij zukommen liessen<sup>[17]</sup>; seitdem habe ich von ihm verschiedene Briefe erhalten, in welchen jedoch dieser Punkt stets unbeantwortet blieb. Ich sehe, dass Herr Clairaut bei seinen Antworten das Schreiben seines Briefpartners nie ansieht und immer die meisten Punkte überspringt, was ich ihm schon mehrmals vorgeworfen habe<sup>[18]</sup>.

Sie wissen, dass in Augsburg ein gewisser Kupferstecher (Haid) eine Sammlung von Kupfern samt einer Biographie von Gelehrten, die sich ausgezeichnet haben, herausgibt. Er hat meinen Vater gestochen, und der Stich ist sehr gut geraten. Ich weiss nicht, wie er darauf gekommen ist, auch mein Porträt haben zu wollen;

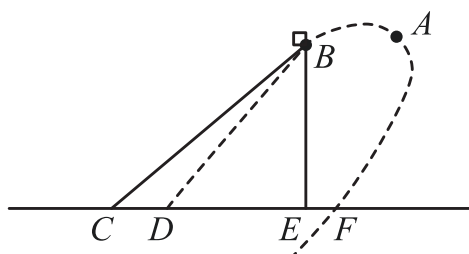


inzwischen habe ich auf sein Begehren ein solches anfertigen lassen, das ich ihm nächstens schicken werde<sup>[19]</sup>. Wenn Sie mir das Ihrige schicken möchten, so könnte ich dieses ganz bequem nach Augsburg spedieren lassen, denn sonst wäre dieses Werk wie ein Körper ohne Kopf. Vielleicht haben Sie aber das schon auf anderem Weg getan<sup>[20]</sup>. Wenn Sie diese Kupferstiche nicht bekommen, werde ich Ihnen bei Gelegenheit ein Exemplar zukommen lassen.

Mein Vetter, Prof. Niklaus (I) Bernoulli, sagte mir kürzlich, dass er Ihre Methode zur Summation der Reihe  $\frac{1}{1^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \text{etc.}$  nicht für richtig halte, ausser im Fall  $n = 2$ . Bei dieser Gelegenheit habe ich ihn sehr gedrängt, Ihnen seine Einwände mitzuteilen, was er mir auch versprochen hat<sup>[21]</sup>.

Es stimmt allerdings, dass die Trägheit des Körpers des Ruderers die Rechnung verändert, doch dessen ungeachtet zweifle ich daran, ob die von Ihnen gefundenen Maximalwerte eine beachtliche Wirkung erlangen würden. Die Erfahrung lehrt die Arbeiter von allein, in welchem Punkt sie ihre Bewegungskraft einzusetzen haben. Auf diesem Gebiet wären vorweg viele Experimente nötig, woran ich schon lange gedacht habe. Die letzte Perfektion vieler Maschinen hängt von der Frage ab, um welchen Winkel eine Ebene geneigt sein muss, damit ein auf ihr schreitender und mit einem gegebenen Gewicht belasteter Mensch mit minimaler Ermüdung auf eine gegebene senkrechte Höhe gelangt, was ich auch in meiner *Hydrodynamik* vermerkt habe<sup>[22]</sup>. Wüsste man alle Dinge, die mittels Beobachtungen und Experimenten bestimmt werden können, so traute ich mir zu, bei allen Maschinen die letztmögliche Perfektion anzugeben.

Da ich einige Zeit auf dem Lande zugebracht habe, dachte ich auch über Ihr mechanisches Problem vom Abstieg eines Körpers in einem um eine gegebene Achse beweglichen Rohr nach und fand eine Methode, es zu lösen. Allerdings hatte ich keine Minute Zeit zur Ausführung, was ich aber jetzt tun werde. Dennoch wollte ich diesen Brief nicht länger aufschieben. Schon lange vorher habe ich zu diesem Thema einige neue und wichtige Probleme gelöst, wie z. B. vom Abstieg eines Körpers auf einer schweren und horizontal beweglichen ebenen Platte, wobei der Körper längs einer gegebenen Kurve absteigt. Dieses Problem ist zwar nicht besonders schwierig, jedoch wird es nach meiner Methode viel schwieriger, wenn die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers nicht Null ist. Dieses Problem ist besonders nützlich, um die Stossgesetze auf eine gänzlich neue Art zu betrachten<sup>[23]</sup>.



Zum Beispiel wird, wenn  $CF$  eine horizontale Gerade und  $BEC$  eine schwere, vertikal orientierte ebene Platte ist und in  $B$  ein Körper auf der beweglichen

Geraden  $BC$  absteigt, jedoch so, dass er in  $B$  eine Anfangsgeschwindigkeit in Richtung der Geraden  $BC$  hat, der Körper  $B$  keine Gerade, sondern eine Kurve  $BD$  beschreiben. Die entsprechende Rechnung habe ich vollständig durchgeführt für den Fall, dass der Winkel  $BCD$  ein halber rechter und das Gewicht des Körpers gleich demjenigen der ebenen Platte ist, und habe gefunden, dass die Kurve  $BD$  ein Bogenstück einer Parabel  $DBAF$  ist. Ich glaube aber, dass die Kurve  $BD$  immer ein Parabelbogen ist, wenn nur  $BC$  eine Gerade ist. Setzt man nun voraus, die ebene Platte  $CEB$  sei horizontal oder der Körper  $B$  habe nur Trägheit und keine Schwere, und die Linie  $BC$  sei eine Kurve, so erhält man eine neue Idee des Stosses, auch wenn die Körper vollkommen hart wären und keinerlei Kompression erlitten. All diese Probleme habe ich auf verschiedene Arten gelöst; meine indirekte Methode aber, mit welcher ich den wahren Kraftstoss des Wasserstrahls auf die Ebene entgegen der seit den Zeiten von Mariotte allgemein angenommenen Meinung nachgewiesen habe<sup>[24]</sup>, ist bei weitem die bequemste. Den Nutzen meiner neuen Prinzipien habe ich auch bei vielen anderen Problemen erfahren.

}...{

Daniel Bernoulli

R 146 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Juni 1742  
Basel, 28. Juli 1742  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 56–57v  
Publ.: Fuss 2, p. 495–498

- [1] D. Bernoulli hatte im Studienjahr 1740/41 erstmals als Dekan der Medizinischen Fakultät amtiert; später bekleidete er dieses Amt zwischen 1745 und 1761 noch weitere sechs Male.
- [2] Weder von D. Bernoulli noch von Euler sind Briefe an Lestocq erhalten geblieben.
- [3] Am 29. (18.) März 1742 wurde Goldbach mit dem Rang eines Staatsrats in das Kollegium für Auswärtige Angelegenheiten berufen und am 26. (15.) Juli 1744 zum Wirklichen Staatsrat ernannt. Seine Ernennung zum Geheimrat erfolgte erst am 1. Dezember (20. November) 1760. – Cf. Juškevič–Kopelevič (1983/1994).
- [4] «Denn auch die Tapferkeit des Feindes muss man loben» (Sprichwort nach Cicero, *Philippica* IV).
- [5] Zu Ammanns Hinterlassenschaft cf. *Materialy* 5 (p. 263, 862–863, 889) und 6 (p. 11–13).
- [6] In seinem Brief an Schumacher vom 28. (17.) April 1742 empfahl Euler Huber als guten Botaniker und Anatomen anstelle des verstorbenen Professors Ammann (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 57).
- [7] In seinem Brief an Schumacher vom 28. (17.) April 1742 nannte Euler den Berner Bernoulli-Schüler Johann Samuel König und den Basler Ludwig Wentz als beste Kandidaten für seine frei gewordene Stelle an der Petersburger Akademie (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 57). In einem der nächsten Briefe an Schumacher betonte Euler, dass die allfälligen Anstellungsverhandlungen ohne Erwähnung seiner Person geführt werden sollten, da seine Beteiligung ihm von Friedrich II. verübelt werden könnte (*ibid.*, p. 64–65). Übrigens lehnte Wentz die – durch Niklaus I Bernoulli vermittelte – diesbezügliche Anfrage Eulers brieflich bereits am 1. April 1742 (R 2715) ab.
- [8] Die Rede ist hier von der öffentlichen Versammlung der Petersburger Akademie vom 10. Mai (29. April) 1742. An diesem Anlass hielt G.W. Krafft eine Rede über das damals Aufsehen erregende *optisch-akustische Cembalo* von Castel; Weitbrecht replizierte. Danach wurde eine Ode Junckers auf die Krönung der Kaiserin Elizaveta Petrovna rezitiert (cf. Pekarskij 1870, p. 464, 472, 488).

- 
- [9] Cf. Brief Nr. 57, Anm. 1.
  - [10] Es handelt sich um den piemontesischen Offizier G.F. Guasco, der 1741–43 in russischen Diensten am Krieg gegen die Schweden teilgenommen hatte und später als General in der österreichischen Armee Karriere machte. In Basel weilte er bei einem Verwandten mütterlicherseits, dem Marquis de Prié, der 1734–46 als Kaiserlich österreichisch-ungarischer Botschafter in der Schweiz residierte.
  - [11] Es handelt sich um den Frieden zu Breslau als Abschluss des Ersten Schlesischen Krieges, dem allerdings bald der Zweite folgen sollte. Friedrich II. unterzeichnete am 11. Juni 1742 einen zwölf Artikel umfassenden Vorvertrag, der am 28. Juni 1742 ratifiziert wurde. Für Details cf. Groehler (1989, p. 22–41).
  - [12] Cf. Brief Nr. 57, Anm. 6.
  - [13] Die Professoren Gmelin, Müller, Delisle de La Croyère und andere hatten Petersburg am 19. (8.) August 1733 als Teilnehmer der Sibirien-Expedition der Akademie der Wissenschaften verlassen; Anfang 1743 kehrten die beiden Erstgenannten zurück. – Cf. *Chronik* 1, p. 132; Gmelin (1751–1752).
  - [14] D. Bernoullis Argwohn gegenüber Schumacher scheint nicht unberechtigt gewesen zu sein, wenn man etwa den letzten Absatz von Eulers Brief an Goldbach vom 1. August (21. Juli) 1741 in Betracht zieht (O. IV A, 4, p. 168 / 674–675). Dort wird deutlich, dass sich Schumacher beim Verkauf von Eulers Haus in Petersburg nicht an die Absprachen hielt und Euler arg übervorteilte. Wenn Euler Schumacher diese Schädigung um 100 Rubel – immerhin ein Viertel des Verkaufspreises und damit eine recht beträchtliche Summe – nicht weiter nachtragen wollte und sich sehr versöhnlich zeigte (cf. seinen Brief an Schumacher vom 13. (2.) Oktober 1741: *Eulers Briefwechsel* 2, p. 54), so muss man bedenken, dass es von Schumacher als Kanzleichef abhing, ob Euler das Halbjahressalär vom Januar bis Juni 1741, das ihm die Akademie schuldete, je ausbezahlt erhalten würde. Übrigens veränderten sich die Beziehungen der Akademiemitglieder zu Schumacher mit den Jahren mehrfach. – Cf. Werrett (2010).
  - [15] G.W. Krafft verliess letztlich Mitte 1744 die Akademie, doch auch danach pflegte man den Kontakt mit ihm; sein Sohn W.L. Krafft kehrte 1767 nach Petersburg zurück. Was Bülfinger anbelangt, nahm die Akademie 1747 die Auszahlung von dessen Pension wieder auf.
  - [16] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über die Gezeiten (1741, DB. 33).
  - [17] Damit meint D. Bernoulli Eulers Brief an Clairaut vom 19. Juni 1742, der nur als Exzerpt erhalten geblieben ist (O. IV A, 5, p. 131–133).
  - [18] Von der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und Clairaut sind nur die späteren Briefe aus den Jahren 1759–64 erhalten geblieben.
  - [19] Es handelt sich hier um eine Sammlung von Porträts und Kurzbiographien zeitgenössischer Gelehrter, die Johann Jakob Brucker gemeinsam mit Haid in einer deutsch-lateinischen Parallelausgabe (1741–55) besorgt hat. Die Artikel über Johann I und Daniel Bernoulli finden sich im 2. bzw. 3. Heft (1742 / 1744) des ersten Bandes dieser Sammlung.
  - [20] Ein Porträt Eulers ist in der oben in Anm. 19 erwähnten Sammlung nicht enthalten.
  - [21] Cf. den in Brief Nr. 56, Anm. 8, erwähnten Brief Eulers an N. I Bernoulli (O. IV A, 2, p. 483–491).
  - [22] Cf. *Hydrodynamik*, Sect. IX, § 4 (DBW 5, p. 276f).
  - [23] Diese Aspekte der Stossgesetze hat Bernoulli in seinen veröffentlichten Werken nicht behandelt.
  - [24] Cf. Brief Nr. 51, Anm. 9.

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 20. Oktober 1742

HochEdelgebohrner

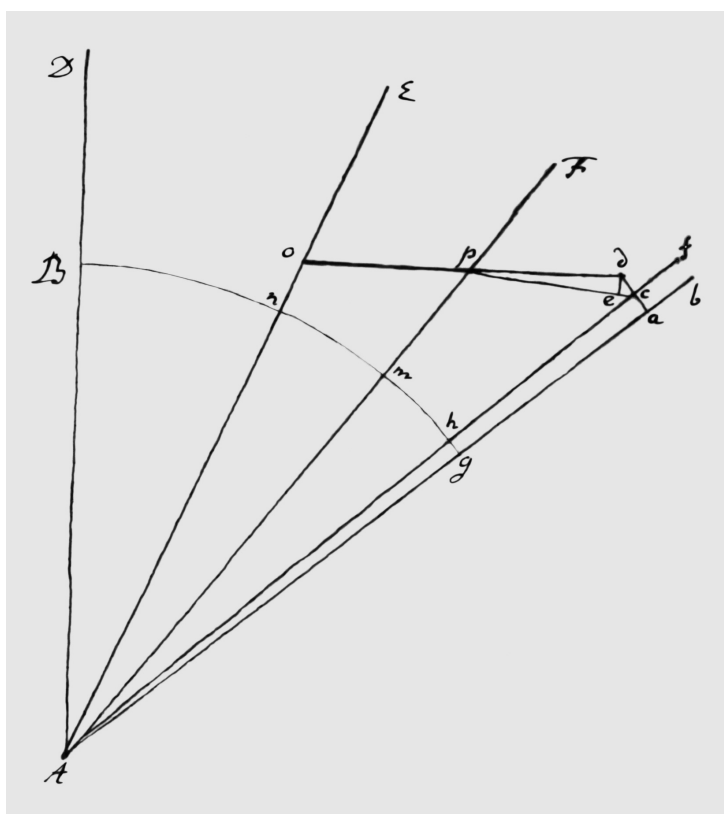
Insonders Hochgeehrter Herr Professor!

Dero brieff vom 1.7br. hab ich wohl erhalten und den einschlag an H. Prof. Nic[laus] ⟨I⟩ Bernoulli so gleich bestellt<sup>[1]</sup>. Ich gratuliere Ew. HEdbg. zu dem erhaltenen titul eines *Professoris Honor[arii]* in Petersburg<sup>[2]</sup>; wir wollen hoffen, daß die dabej verhafftete pension auch eingehen werde; die zeiten ändern sich so wohl vom bösen zum guten als vom guten zum bösen. Für die übrigen nouvelles so wohl von Berlin als von Petersburg bin ich Ew. HEdbg. gleichfahls höchstens verpflichtet und bitte also zu continuiren, insonderheit mit denjenigen nouvelles von Petersburg, die mich etwan interessieren könnten.

Den *descensum corporis super curva horizontaliter mobili* hab ich auch *generalissime* solviert; der *calculus* wird gar sehr abbreviirt aus der betrachtung daß die *velocitas horizontalis centri gravitatis communis constanter eadem* bleibt, welches man leicht demonstriren kan<sup>[3]</sup>; wan man dieses *problema* also solviert, daß die *actio gravitatis nulla* seje, so kan man viele schöne *corollaria* darauß ziehen, *circa reactiones fluidorum, vim venae aquae in planum impingentis* etc., und insonderheit bekommt man auch einen neuen begriff von den *regulis motus a collisione corporum*, wan diese auch *perfecte dura* wären.

Mein Vatter hat mir Dero letsteren brieff communiciert<sup>[4]</sup>; es nimt mich wunder daß Sie in Dero mejnung *circa reactionem venae aquae* von mir dissentieren. Sie müssen gewislich solche nicht genugsam untersucht haben, dan was ich *circa hoc argumentum* gesagt kan in keinen zweiffel gezogen werden und werden Sie gewislich alles finden wie ich, wan Sie die materi eben so genaw untersucht haben<sup>[5]</sup>.

Ew. HEdbg. *problema generalissimum circa motum globi in tubo* hab ich auch solviert; da ich aber gantz andere *principia* gebrauchte, muß ich auch gantz andere *denominationes* annehmen, und kan deswegen nicht sagen ob unsere *solutiones* mit einander übereinkommen<sup>[6]</sup>. Es wäre aber viel zu weitläufftig für einen brieff, Ihnen meine methode zu überschreiben; ich will also nur einen *casum particularem* hieher setzen; nemlich *moveatur tubus AD continens globum F*<sup>[7]</sup> *super plano horizontali circa polum A sitque determinanda curva quam describet globus una cum velocitatibus globi et tubi*; ich setze aber eine *rationem finitam inter massas tubi et globi*; sonst das *problema* gar zu leicht wird: *Sit ab initio tubus in AD, globus in B; centro A ducatur circulus Bnmg; deinde ponatur tubus in situ AE; globus in o et post tempusculum infinite parvum et constans dt perveniat tubus in situm AF, globus in p, ducaturque elementum op curvae quam globus describit: fingatur in hoc statu globum a tubo dissolvi; describet globus eodem tempusculo dt rectam pd ipsi op aequalem et in directum positam cum eadem op; tubus vero perveniet in situm Ab, ita ut sit arcus nm = arculo mg: centro A ducatur arcus da: Quod si jam sit  $AB = a$ ,  $Bn = x$ ,  $nm = dx$ ,  $Ao = y$ , invenitur ex geometricis  $da = \frac{2dx dy}{a}$ :*



Nunc vero concipienda est potentia, quae globum versus tubum premat et altera aequalis quae tubo in  $a$  applicata eundem premat versus globum; hoc modo globus et tubus convenient in  $c$ ; erit itaque positio globi post secundum tempusculum  $dt$  in  $c$  et positio tubi in  $Acf$ ; atque si fuerit massa globi  $= m$ ; massa tubi  $= M$ ; distantia centri gravitatis tubi a puncto  $A = d$ ; distantia centri oscillationis tubi a puncto  $A$  tanquam puncto suspensionis  $= D$ , erit ex mechanicis

$$ac : dc = m : \frac{dD}{yy} M;$$

ergo

$$ac = \frac{myy}{myy + MdD} \times \frac{2 dx dy}{a} \quad \text{atque} \quad dc = \frac{MdD}{myy + MdD} \times \frac{2 dx dy}{a};$$

erit igitur (ducta de perpendiculari ad  $pc$ )

$$ec = \frac{MdD}{myy + MdD} \times \frac{2 dx dy}{a} \times \frac{y dx}{a ds} = dds,$$

si nempe elementum op dicatur  $ds$ : erit quoque

$$hg = \frac{my}{myy + MdD} \times 2 dx dy = - ddx :$$

*Ex his aequationibus omnia rite determinantur: sit ab initio velocitas puncti B = c; velocitas in n = V, erit  $dt = \frac{dx}{V}$  et  $V ddx = dV dx$ , sive  $ddx = \frac{dV dx}{V}$ ; substituatur iste valor in posteriori aequatione et habebitur*

$$\frac{2my dy}{myy + MdD} = \frac{-dV}{V}$$

*sive*

$$\log \frac{myy + MdD}{maa + MdD} = \log \frac{c}{V}$$

*seu*

$$V = \frac{maa + MdD}{myy + MdD} c.$$

*Deinde quia*

$$dx = V dt = \frac{maa + MdD}{myy + MdD} c dt,$$

*substituo hunc valorem in priori aequatione atque sic obtineo*

$$\frac{MdD}{myy + MdD} \times \frac{2y dy}{aa ds} \times \left( \frac{maa + MdD}{myy + MdD} \right)^2 \times cc dt^2 = dds,$$

*sive*

$$\frac{2y dy}{(myy + MdD)^3} = \frac{aa ds dds}{MdD (maa + MdD)^2 cc dt^2},$$

*quae integrata dat*

$$\frac{-1}{2m (myy + MdD)^2} = \frac{aa ds^2}{2MdD (maa + MdD)^2 cc dt^2} + C;$$

*dicatur velocitas absoluta corporis in o = u eritque  $dt = \frac{ds}{u}$ , sicque fiet*

$$C - \frac{1}{2m (myy + MdD)^2} = \frac{aa uu}{2MdD (maa + MdD)^2 cc} :$$

*ponatur pro puncto B, u = c, ita ut ibi nullam habeat velocitatem in directione AD, fiet tunc*

$$C = \frac{1}{2mMdD (maa + MdD)}$$

*et*

$$u = \frac{maac + MdDc}{a} \sqrt{\frac{MdD}{mMdD(maa + MdD)} - \frac{MdD}{m(myy + MdD)^2}}$$

*sive*

$$u = c \sqrt{\frac{maa + MdD}{maa} - \frac{MdD}{maa} \times \left( \frac{maa + MdD}{myy + MdD} \right)^2}.$$

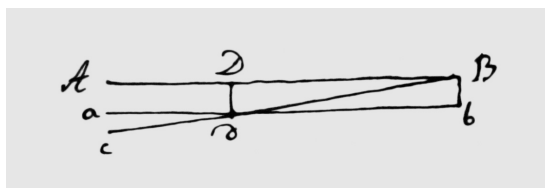
*Denique si fiat  $V : u :: dx : ds$  habebitur aequatio ad curvam. Pressio quoque, quam globus ubique contra tubum exercet, est*

$$= \frac{4VV}{a} \times \frac{dy}{dx} \times \frac{MdD}{myy + MdD} \times m,$$

*cujus reductionem praetereo pariter atque corollaria, quae ex solutione ista deduci possunt.*

Hierauß ersehen nun Ew. HEdgb. meine methode und werden leicht abnehmen daß sie kan *ad problema generalissimum* appliciert werden; dan es ist leicht zu exprimieren, wo das *punctum d* sejn wird und der *tubus Ab sive rectus sive curvus*, wan das *corpus* und der *tubus a viribus qualibuscunque* sollicitiert wird. Ich habe noch eine andere methode, welche etwas compendioser ist, aber nicht so *directa*, welche deswegen übergehe, indeme Ew. HEdgb. in Dero schreiben an meinen Vater melden, daß Sie die *solutiones indirectas* nicht approbieren und zwar *occasione* meines *theorematis*, daß ein *corpus a potentia sollicitatum circa centrum oscillationis, quod determinavi*, gyriere, da ich doch als der erste *inventor, ni fallor*, dieses nützlichen *theorematis* in meiner *dissertatione De percussione excentrica* (welche Ew. HEdgb. gesehen) *expresse* gesagt<sup>[8]</sup>, ich habe unterschiedene *demonstrationes directas*, denen ich aber diese *indirectam* vorziehe, weilen sie zugleich eine schöne *proprietatem* anzeige.

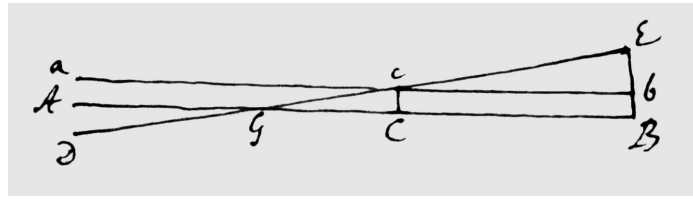
Weilen es aber scheint, ich habe nöhtig mich hierüber zu justificieren, so will ich 2 *demonstrationes directas* hierbey fügen.



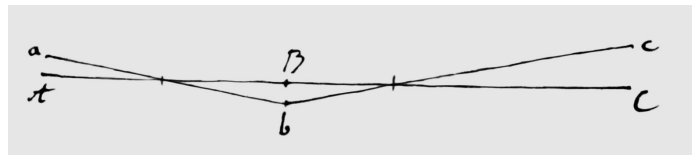
*Erstlich.* Ich consideriere *lineam rectam AB utcunque gravem* (*huc enim facile reducuntur corpora quaecunque*) *in situ horizontali et mobilem circa punctum B fixum*. Diesen *motum pro primo temporis puncto* kan man considerieren, als wan das *punctum fixum B* weg wäre, so wird *AB in situm ab parallelum* fallen; nachgehends muß man eine *potentiam puncto b applicatam* considerieren, welche daßelbe *in punctum B* restituire; so wird *ab* den *situm cB* annehmen und wird das *punctum intersectionis d* eines theils das *centrum oscillationis* sejn, *quia Dd = Bb*, anders theils das *punctum conversionis*. Diese kurtze synthetische demonstration, welche ohne einigen *calculus* absolviert wird, ist gewiß so rigoros als eine kan erdenckt werden.

*Zweitens.* Sit rursus *linea recta AB utcunque inaequaliter gravis, quae a potentia in B perpendiculariter ad AB sollicitetur, quaeritur situs proximus DGE et punctum intersectionis G: sit lineae centrum gravitatis in C; tunc motum quaesitum considero compositum ex progressivo parallelo, quo ACB pervenit in acb et rotatorio<sup>[9]</sup> circa centrum gravitatis quo linea acb pervenit in situm DcE; centro*





*c* ducatur arcus *EbB*: sit  $CB = cb = a$ ; massa lineae  $AB = m$ ; aggregatum productorum ex quavis particula per quadratum distantiae suae a centro gravitatis  $= aaM$  et erit ex mechanicis  $Bb : bE :: \frac{1}{m} : \frac{1}{M} :: M : m$ , sive  $GC : CB :: M : m$ ; ergo  $GC = \frac{M}{m} \times CB$ : Ergo *G* est centrum oscillationis pro puncto suspensionis *B*.



Ich kan auch leicht den *situm proximum vectis utcunque luxati* determinieren; als wan  $ABC$  ein *vectis luxatus in B* wäre, und das *punctum C* perpendiculariter versus *c* sollicitiert wurde, so wird der *situs proximus* sejn in  $abc$ , welcher nicht schwer zu determinieren, deßen determination aber in vielen *problematicis mechanicis* kan gebraucht werden, und ist *hoc respectu* die merite eines *problematis* mehr in deßelben erfindung als solution gelegen, deswegen billich ist den *auctorem problematis* zu nennen.

Was Ew. HEdgb. de *motu composito ex rotatorio circa centrum gravitatis et ex progressivo, eorumque variationibus* melden, hab ich in meiner *dissertatione De percussione excentrica* längstens angedeutet<sup>[10]</sup> und kan der *motus globi in tubo circulari* leicht darauß determiniert werden, welches mein Vatter gleich observiert hat und angemerket daß der *motus idem* sejn werde als eines *baculi gravitatis expertis, cujus longitudo sit aequalis radio circuli et cujus altera extremitas sit onerata pondere tubi circularis, altera pondere globi*; diesen *motum* hab ich auch in meiner allegierten *dissertation* determiniert, so wie Ew. HEdgb. denselben anzeigen<sup>[11]</sup>.

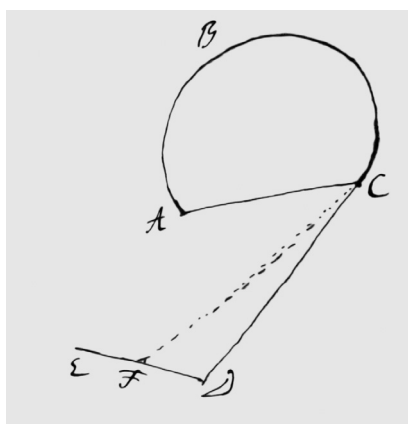
Dieses hab ich an Ew. HEdgb. schreiben wollen aus anlaaß Derselben briefes an meinen Vatter, welchen er mir hat communicieren wollen<sup>[12]</sup>; Sie wißen wie sehr ich aestimiere und admiriere alle Dero profunde meditationen, und können sich leicht einbilden, daß ich auch die in diesem brieff enthaltene inventionen von einer sonderbahren penetration und merite schätze. Ich möchte wißen ob in dem 8<sup>ten</sup> tomo *Comment[ariorum] Petrop[olitanorum]* meine *dissert[atio] De percussione excentrica* noch nicht inseriert ist<sup>[13]</sup>.

Man truckt die *collectionem operum* von meinem Vatter und habe nun erst erfahren, daß er die *problemata Dynamica*, die ich zu erst erfunden und solviert (als zum ex[empel] de *descensu globi super triangulo mobili, de pendulo luxato, de centro rotationis spontaneo* etc.) auch inseriert hat, ohne meiner meldung zu

thun; ja er inseriert die *demonstrationem centri spontanei rotationis ex principio minimae inertiae petitam tanquam suam* ohne gleichfahls meiner zu gedencken<sup>[14]</sup>; wan es nun wäre, daß ich nöhtig hätte die *suspicionem plagii contra Parentem commissi* von mir zu declinieren, so müste ich mich darüber justificieren; wan aber Ew. HEdgb. meinen daß mir mein *silentium* bej der Academie in Petersburg nichts schade, so wird mich solches nicht saur ankommen: H. Bulffinger hat mir vor diesem vorgeworffen, ich habe alles von meinem Vatter und nichts aus mir selber, da ich doch gewislich kein wort von ihm entlehnt<sup>[15]</sup>; Ew. HEdgb. sagen mir *amice* Dero mejnung und verbrennen diesen brieff<sup>[16]</sup>.

Da sonst die Petersburger Acad. auff so schlüpfferigen füßen stehet, wie Sie melden, als belieben Sie mich zu berichten, ob sie Dero pieces noch dahin schicken, oder biß auff weiteres eclaircissement reservieren. Ich habe vor einigen monaten eine weitläuffige und operose piece dahin geschickt, *de sono laminarum liberarum*, darin ich gar viel merckwürdige *phaenomena physica* expliciert und ausgerechnet habe<sup>[17]</sup>; hierzu war aber eine neue *theoria physica* erfordert, ehe und bevor ich die *mathesin* applicieren konte: diese piece hab ich an Prince Cantemir adressiert, welcher bej H. Clairaut dergleichen sachen tractiert und mich hat bitten laßen, meine pieces an ihn zu adressieren. Er hat mir auch in einem überaus höfflichen brieff alle seine dienst offeriert wegen meiner pension und das von sich selbst; Er hat sich so gar angeboten (*entre nous*) an die Ministres oder an die Kayßerin (Elizaveta Petrovna) selbst die nöhtige remonstrationen kommen zu laßen; ich habe ihn aber nur gebetten mich dem H. Schumacher zu recommendieren, welches er auch gethan hat: weiß aber noch nicht mit welchem succès<sup>[18]</sup>.

Ich möchte wißen ob Ew. HEdgb. die *curvaturam laminae elasticae* nicht könnten *sub hac facie* solvieren, daß eine *lamina datae longitudinis in duobus punctis positione datis* fixiert seje, also daß die *tangentes in istis punctis* auch *positione datae* sejen:



*est nempe longitudo ABC data; puncta A et C positione data et extremitates laminae in A et C ita sunt muro infixae, ut anguli A et C sint dati.* Dieses ist die *idea generalissima elasticarum*; hab aber *sub hac facie* noch keine solution gefunden als *per methodum isoperimetricorum*, da ich annehme, daß die *vis viva*

*potentialis laminae elasticae insita* müße *minima* sejn, wie ich Ew. HEdgb. schon einmahl gemeldet; auff diese weiß becomm ich eine *aequationem differentialem* 4<sup>ti</sup> *ordinis*, welche ich nicht hab genugsam reducirien können umb zu zeigen, daß die *aequatio ordinaria elasticae* general seje; ich erinnere mich zwar, daß vor diesem Ew. HEdgb. so wohl als ich gezweifelt haben, ob die *aequatio ordinaria elasticae* general seje, mit dem argument, der circul seje nicht darin begriffen, da doch eine *lamina elastica* manifeste könne *ad curvaturam circularem* inflectiert werden; Es ist auch in der that klar, daß wan die *puncta A* und *C* zusammen kommen und die *extremitates laminae* eine *communem tangentem* haben *parallelam muro*, *cui infi[n]guntur*, daß alsdan die *curvatura elasticae* ein vollkommener circul sejn werde; deßen ohngeachtet hab ich seithero observiert, daß die *idea* meines Oncles H. Jacobi Bernoulli<sup>[19]</sup> *omnes elasticas* in sich begreiffe *hoc modo*; Man bilde sich einen *vectem rigidum CD* ein *laminae ABC affixum*, *cujus extremitas D a potentia DE trahatur*, so wird man alzeit die *longitudinem vectis CD*, die *magnitudinem potentiae DE* und den *angulum CDE* determinieren können *hac lege*, daß die *potentia DE* die *laminam ABC in sua curvatura* erhalte, wan die *extremitas C* nicht mehr coërciert zu sejn supponiert wird; darauß erhellet, daß die *curva ABC* kan continuirt werden biß in *F*, alwo der *radius osculi infinitus* sejn wird, und alsdan *in puncto F* die *potentia sub directione FE* müße appliciert werden. Wan man nun *sub hac idea* die *longitudinem vectis CD infinitam* supponiert, so sihet man daß die *curva ABC* ein *arcus circularis* sejn müße, welches ich hab explicieren wollen. Ew. HEdgb. reflectieren ein wenig darauff, ob man nicht könne *sine interventu vectis* die *curvaturam ABC immediate ex principiis mechanicis* deducieren. Sonsten exprimiere ich die *vim vivam potentialem laminae elasticae naturaliter rectae et incurvatae* durch  $\int \frac{ds}{RR}$ , *sumendo elementum ds pro constante et indicando radium osculi per R*; da niemand die *methodum isoperimetricorum* so weit perfectioniert als Sie, werden Sie dieses *problema, quo requiritur ut*  $\int \frac{ds}{RR}$  *faciat minimum*, gar leicht solvieren<sup>[20]</sup>.

Von dem H. Lestocq hab ich keine antwort erhalten, erwarte auch keine mehr. Mein Vatter hat noch keine assignation *pro VII et VIII tom. Comm[entariorum]* empfangen; Es nimt mich wunder, daß der H. Schuemacher unß die kleine *opuscula* die bej der Acad. außkommen nicht auch last zukommen; Es dunckt mich sehr hart daß man dem H. Delisle seine gage zuruck haltet, weil er sich nicht in allem nach der Academischen Cantzleÿ befehl conformieren will<sup>[21]</sup>. Wan H. Schuemacher eine aufrichtige freundschaft mit mir halten will, wird mir solches sehr angenehm sejn. Ich nehme mir die freÿheit an Ew. HEdgb. bejgelegtes brieffl[ein] zu adressieren mit bitt solches das erste mahl, da Sie ohnedem nach Petersburg schreiben, solches mitzuschicken und deßen bestellung Dero Freund (Schumacher) bestens zu recommendieren, auch ihne bitten, im fahl der Raupp solte gestorben sejn, den brieffl zu öffnen und wegen dem H. von Ramsays (deßen in dem brieffl gemeldet wird) einige information einzuholen, und mich deßen berichten zu laßen<sup>[22]</sup>.

Schließlichen bitte an die gantze geehrteste Famille, absonderlich an die F. Liebste  $\langle$ Katharina $\rangle$ , mein ergebenstes compliment zu machen, der ich jederzeit mit möglichster hochachtung verharre

Ewer HochEdelgebohrnen,

Meines Hochgeehrtesten H. Professors und werthesten Freunds

Dienstwilligster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 20. 8<sup>br</sup>. 1742.

### Übersetzung

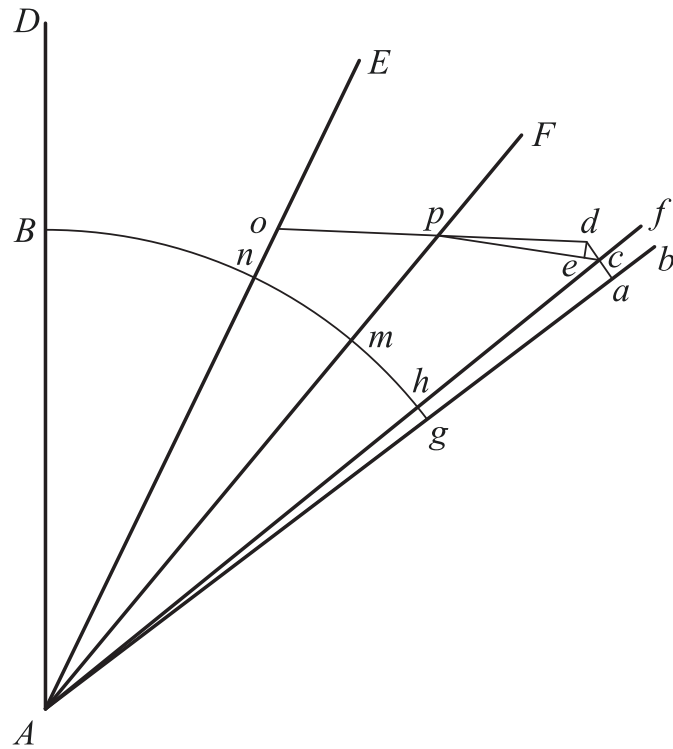
$\rangle \dots \langle$

Ihren Brief vom 1. September habe ich richtig erhalten und die Beilage für Herrn Prof. Niklaus  $\langle$ I $\rangle$  Bernoulli diesem sogleich zugestellt<sup>[1]</sup>. Ich gratuliere Ihnen zum empfangenen Titel eines Professors ehrenhalber in Petersburg; hoffen wir, dass die damit verbundene Pension auch eingehen wird<sup>[2]</sup>. Die Zeiten ändern sich sowohl vom Bösen zum Guten als auch vom Guten zum Bösen. Für die übrigen Neuigkeiten – sowohl aus Berlin als auch aus Petersburg – bin ich Ihnen gleichfalls sehr dankbar, und ich bitte Sie, damit fortzufahren, besonders mit solchen Neuigkeiten aus Petersburg, die für mich etwa von Interesse sein könnten.

Das Problem um den Abstieg eines Körpers auf einer horizontal beweglichen Kurve habe ich auch sehr allgemein gelöst. Die Rechnung wird sehr abgekürzt mittels der Betrachtung, dass die Horizontalgeschwindigkeit des gemeinsamen Schwerpunktes stets dieselbe bleibt, was leicht zu beweisen ist<sup>[3]</sup>. Löst man das Problem für den Fall, dass die Wirkung der Schwere Null ist, so lassen sich daraus viele schöne Korollarien über den Rückstoss der Flüssigkeiten, über die Kraft eines Wasserstrahls, der auf eine Ebene auftrifft, usw. ableiten, und besonders gelangt man auch zu einem neuen Begriff von den Stossgesetzen der Körper, auch wenn diese vollkommen elastisch wären.

Mein Vater hat mir Ihren letzten Brief gezeigt<sup>[4]</sup>; es verwundert mich, dass Ihre Meinung über den Rückstoss des Wasserstrahls von der meinigen abweicht. Sicher haben Sie das nicht genügend untersucht, denn was ich zu diesem Thema gesagt habe, kann nicht in Zweifel gezogen werden, und Sie werden gewiss alles finden wie ich, wenn Sie diese Materie ebenso genau untersucht haben<sup>[5]</sup>.

Ihr sehr allgemeines Problem über die Bewegung einer Kugel in einem Rohr habe ich auch gelöst. Da ich aber ganz andere Prinzipien verwende, muss ich auch ganz andere Bezeichnungen annehmen, weshalb ich nicht sagen kann, ob unsere Lösungen miteinander übereinstimmen<sup>[6]</sup>. Für einen Brief wäre es aber viel zu weitläufig, Ihnen meine Methode schriftlich darzulegen, weshalb ich hier nur einen Spezialfall anführen möchte:



Ein Rohr  $AD$ , das eine Kugel  $F$  enthält<sup>[7]</sup>, bewege sich auf einer horizontalen Ebene um den Pol  $A$ . Man bestimme nun die Kurve, welche die Kugel beschreiben wird, zusammen mit ihrer Geschwindigkeit und derjenigen des Rohres. Ich setze jedoch ein endliches Verhältniß der Massen des Rohres und der Kugel voraus, weil sonst das Problem gar zu leicht wird. Zu Beginn sei das Rohr in  $AD$  und die Kugel in  $B$ ; mit  $A$  als Zentrum werde der Kreis  $Bnm$  gezogen; dann betrachte man das Rohr in der Lage  $AE$  und die Kugel in  $o$ , und nach einer unendlich kleinen und konstanten Zeit  $dt$  gelangt das Rohr in die Lage  $AF$  und die Kugel nach  $p$ , und nun ziehe man das Element  $op$  der Kurve, welche die Kugel beschreibt. Nun stelle man sich vor, dass sich die Kugel in dieser Lage vom Rohr löst. Sie beschreibt in derselben kleinen Zeit  $dt$  die Strecke  $pd$ , die gleich  $op$  ist und mit dieser in derselben Richtung liegt, das Rohr aber gelangt in die Lage  $Ab$ , so dass der kleine Bogen  $nm$  gleich dem kleinen Bogen  $mg$  ist. Um  $A$  als Zentrum schlage man das kleine Bogenstück  $da$ , und wegen  $AB = a$ ,  $Bn = x$ ,  $nm = dx$  und  $Ao = y$  findet man geometrisch  $da = \frac{2 dx dy}{a}$ . Nun muss man sich eine Kraft vorstellen, welche die Kugel gegen das Rohr drückt, und eine andere ihr gleiche, die am Rohr in  $a$  angreift und dieses gegen die Kugel presst. Auf diese Weise treffen sich Kugel und Rohr in  $c$ ; daher ist die Lage der Kugel nach Ablauf der zweiten kleinen Zeit  $dt$  in  $c$  und diejenige des Rohres in  $Acf$ . Sei nun  $m$  die Masse der Kugel,  $M$  diejenige des Rohres,  $d$  der Abstand des Rohrschwerpunktes vom Punkt  $A$ ,  $D$  der Abstand

des Schwingungszentrums des Rohres vom Punkt  $A$  als dem Aufhängepunkt, dann gilt gemäss den Prinzipien der Mechanik

$$ac : dc = m : \frac{dD}{yy} M,$$

also

$$ac = \frac{myy}{myy + MdD} \times \frac{2 dx dy}{a} \quad \text{und} \quad dc = \frac{MdD}{myy + MdD} \times \frac{2 dx dy}{a},$$

und daher wird, wenn  $de$  senkrecht auf  $pc$  gezogen wird,

$$ec = \frac{MdD}{myy + MdD} \times \frac{2 dx dy}{a} \times \frac{y dx}{a ds} = dds,$$

wenn man das Element  $op$  mit  $ds$  bezeichnet; ferner wird auch

$$hg = \frac{my}{myy + MdD} \times 2 dx dy = - ddx.$$

Aus diesen Gleichungen wird alles in herkömmlicher Weise bestimmt: die Anfangsgeschwindigkeit des Punktes  $B$  sei  $= c$ , die Geschwindigkeit in  $n = V$ , dann wird  $dt = \frac{dx}{V}$  und  $V ddx = dV dx$  oder  $ddx = \frac{dV dx}{V}$ . Setzt man diesen Wert in der obigen Gleichung ein, so erhält man

$$\frac{2my dy}{myy + MdD} = \frac{-dV}{V}$$

oder

$$\ln \frac{myy + MdD}{maa + MdD} = \ln \frac{c}{V},$$

somit

$$V = \frac{maa + MdD}{myy + MdD} \times c.$$

Weil nun

$$dx = V dt = \frac{maa + MdD}{myy + MdD} \times c dt,$$

ersetze ich diesen Wert in der früheren Gleichung und erhalte so

$$\frac{MdD}{myy + MdD} \times \frac{2y dy}{aa ds} \times \left( \frac{maa + MdD}{myy + MdD} \right)^2 \times cc dt^2 = dds$$

oder

$$\frac{2y dy}{(myy + MdD)^3} = \frac{aa ds dds}{MdD(maa + MdD)^2 cc dt^2}$$

und nach der Integration

$$\frac{-1}{2m(myy + MdD)^2} = \frac{aa ds^2}{2MdD(maa + MdD)^2 cc dt^2} + C.$$

Bezeichnet man die absolute Geschwindigkeit des Körpers in  $o$  mit  $u$ , so wird  $dt = \frac{ds}{u}$  und somit

$$C - \frac{1}{2m(my + MdD)^2} = \frac{aa u u}{2MdD(maa + MdD)^2 cc}.$$

Wird für den Punkt  $B$   $u = c$  gesetzt, so dass er dort in Richtung  $AD$  keine Geschwindigkeit hat, dann ergibt sich

$$C = \frac{1}{2mMdD(maa + MdD)}$$

und

$$u = \frac{maac + MdDc}{a} \cdot \sqrt{\frac{MdD}{mMdD(maa + MdD)} - \frac{MdD}{m(my + MdD)^2}}$$

oder

$$u = c \cdot \sqrt{\frac{maa + MdD}{maa} - \frac{MdD}{maa} \left( \frac{maa + MdD}{my + MdD} \right)^2}.$$

Mit  $V : u = dx : ds$  erhalten wir schliesslich die Gleichung für die Kurve. Und auch der Druck, den die Kugel überall auf das Rohr ausübt, ergibt sich als

$$\frac{4VV}{a} \times \frac{dy}{dx} \times \frac{MdD}{my + MdD} \times m.$$

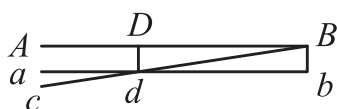
Ich übergehe die Herleitung wie auch die Korollarien, die aus dieser Lösung abgeleitet werden können.

Daraus ersehen Sie nun meine Methode, und Sie werden leicht erkennen, dass sie auf die allgemeinsten Probleme angewandt werden kann. Es ist nämlich leicht anzugeben, wo der Punkt  $d$  und das Rohr  $Ab$  – sei es gerade oder auch krumm – sich befinden, wenn der Körper und das Rohr von irgendwelchen Kräften beeinflusst werden. Ich besitze noch eine andere, etwas bequemere Methode, die jedoch nicht so direkt ist. Deswegen übergehe ich sie, da Sie in Ihrem Brief an meinen Vater schreiben, dass Sie die indirekten Lösungen nicht billigen, und zwar anlässlich meines Theorems, dass ein von einer Kraft angetriebener Körper um ein Schwingungszentrum kreise, das ich bestimmt habe. Immerhin habe ich doch als – wenn ich mich nicht irre – erster Entdecker dieses nützlichen Theorems in meiner Abhandlung über den exzentrischen Stoss (die Sie gesehen haben) ausdrücklich gesagt<sup>[8]</sup>, ich hätte verschiedene direkte Beweise, denen ich aber diesen indirekten vorziehe, weil er eine schöne Eigenschaft aufzeigt.

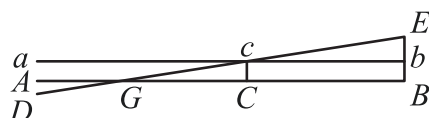
Da es aber scheint, dass ich es nötig habe, mich deswegen zu rechtfertigen, will ich hier zwei direkte Beweise anfügen.

*Erstens.* Ich betrachte eine beliebige mit Masse belegte gerade Strecke  $AB$  (darauf lassen sich nämlich beliebige Körper leicht zurückführen), in horizontaler Lage



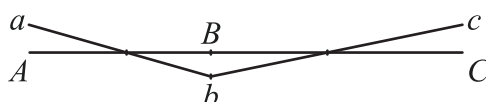


um den festen Punkt  $B$  beweglich. Man kann diese Bewegung für den ersten Zeitpunkt so auffassen, als ob der feste Punkt  $B$  nicht da wäre, wodurch  $AB$  in die parallele Lage  $ab$  fiel. Nachher muss man eine auf den Punkt  $b$  angewandte Kraft betrachten, die ihn wieder in den Punkt  $B$  zurückführt. Somit wird  $ab$  die Lage  $cB$  annehmen, und der Schnittpunkt  $d$  wird – weil  $Dd = Bb$  ist – einerseits das Schwingungszentrum, andererseits der Umkehrpunkt sein. Dieser kurze synthetische Beweis, der ohne jegliche Rechnung erfolgt, ist sicherlich so streng, wie man nur denken kann.



*Zweitens.* Sei  $AB$  wieder eine beliebig ungleich mit Masse belegte gerade Strecke, auf die eine senkrecht zu  $AB$  wirkende Kraft in  $B$  angewandt wird; gesucht ist die nächste Lage  $DGE$  sowie der Schnittpunkt  $G$ :  $C$  sei der Schwerpunkt der Strecke; dann betrachte ich die gesuchte Bewegung als zusammengesetzt aus einer geradlinigen, parallelen Bewegung, durch die  $ACB$  nach  $acb$  gelangt, und einer Rotationsbewegung<sup>[9]</sup> um den Schwerpunkt, durch welche die Strecke  $acb$  in die Lage  $DcE$  kommt; vom Zentrum  $c$  aus schlage man den kleinen Bogen  $EbB$ , und es sei  $CB = cb = a$ ;  $m$  die Masse der Strecke  $AB$ ; die Summe der Produkte aus jedem beliebigen Teilchen mit dem Quadrat seines Abstandes vom Schwerpunkt  $= aaM$ : Dann gilt gemäss der Mechanik  $Bb : bE = \frac{1}{m} : \frac{1}{M} = M : m$  oder

$GC : CB = M : m$ , somit  $GC = \frac{M}{m} \times CB$ . Folglich ist  $G$  das Schwingungszentrum für den Aufhängepunkt  $B$ .



Ich kann auch leicht die nächste Lage eines beliebig geknickten Hebels bestimmen: Wäre etwa  $ABC$  ein in  $B$  geknickter Hebel und der Punkt  $C$  würde senkrecht gegen  $c$  gedrängt, so wird die nächste Lage in  $abc$  sein, die nicht schwer zu bestimmen ist, deren Bestimmung jedoch in vielen mechanischen Problemen gebraucht werden kann. In dieser Hinsicht liegt das Verdienst mehr in der Erfindung eines Problems als in dessen Lösung, und deshalb ist es nur recht und billig, den Urheber eines Problems zu nennen.

Was Sie über die aus einer Rotation um den Schwerpunkt und einer geradlinigen zusammengesetzte Bewegung sowie deren Veränderungen melden, habe ich in meiner Abhandlung *Über den exzentrischen Stoss* schon längst angedeutet<sup>[10]</sup>,

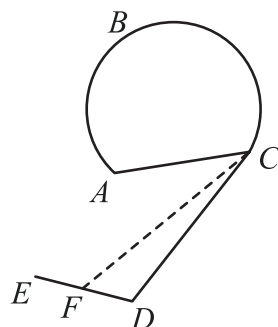
und die Bewegung einer Kugel in einem kreisförmigen Rohr kann daraus leicht bestimmt werden. Das hat mein Vater sogleich gesehen und angemerkt, dass es dieselbe Bewegung sein wird wie diejenige eines schwerelosen Stabes, dessen Länge gleich dem Kreisradius ist und dessen eines Ende mit dem Gewicht des kreisförmigen Rohres, das andere mit dem Gewicht der Kugel belastet ist. Diese Bewegung habe ich auch in meiner erwähnten Abhandlung ebenso bestimmt, wie Sie diese beschreiben<sup>[11]</sup>.

Das wollte ich Ihnen schreiben anlässlich Ihres Briefes an meinen Vater, den er mir gezeigt hat<sup>[12]</sup>. Sie wissen, wie sehr ich alle Ihre gründlichen Untersuchungen schätze und bewundere, und Sie können sich leicht vorstellen, dass ich auch die in diesem Brief enthaltenen verdienstvollen Entdeckungen von besonderer Tiefgründigkeit schätze. Ich wüsste gerne, ob meine Abhandlung über den exzentrischen Stoss noch nicht in den 8. Band der *Petersburger Commentarii* aufgenommen wurde<sup>[13]</sup>.

Man druckt die Sammlung der Werke meines Vaters, und ich habe erst jetzt erfahren, dass er die Probleme der Dynamik, die ich zuerst erfunden und gelöst habe (wie zum Beispiel über den Abstieg einer Kugel auf einem beweglichen Dreieck, über das geknickte Pendel, über das spontane Rotationszentrum usw.), auch darin aufgenommen hat, ohne mich zu erwähnen – ja, er bringt auch den gesuchten Beweis für das spontane Rotationszentrum aus dem Prinzip der kleinsten Trägheit als den seinigen, ebenfalls ohne meiner zu gedenken<sup>[14]</sup>. Wenn ich es nun nötig hätte, den Verdacht eines an meinem Vater begangenen Plagiats abzuweisen, dann müsste ich mich diesbezüglich rechtfertigen. Wenn Sie jedoch meinen, dass mir mein Schweigen in der Petersburger Akademie nicht schaden wird, so wird es mir nicht allzu schwer fallen. Herr Bülfinger hat mir früher einmal vorgeworfen, ich hätte alles von meinem Vater und nichts aus mir selbst, obwohl ich doch sicher kein Wort von ihm entlehnt habe<sup>[15]</sup>. Sagen Sie mir in aller Freundschaft Ihre Meinung und verbrennen Sie diesen Brief<sup>[16]</sup>.

Da nun die Petersburger Akademie auf derart wackligen Füßen steht, wie Sie melden, so berichten Sie mir bitte, ob Sie Ihre Abhandlungen noch dorthin schicken oder sie bis zur weiteren Klärung zurückstellen. Vor einigen Monaten habe ich eine breit angelegte und aufwendige Abhandlung dorthin geschickt über den Ton freischwingender Zungen, worin ich viele merkwürdige physikalische Phänomene dargestellt und ausgerechnet habe<sup>[17]</sup>. Dazu war jedoch eine neue physikalische Theorie erforderlich, bevor ich die Mathematik darauf anwenden konnte. Diese Abhandlung schickte ich an den Fürsten Kantemir, der sich schon für Herrn Clairaut um solche Dinge kümmert und mich hat bitten lassen, meine Abhandlungen an ihn zu schicken. Er hat mir auch in einem überaus höflichen Brief alle seine Dienste betreffs meiner Pension angeboten, und das ganz von sich aus. Er hat sich sogar dazu angeboten (*entre nous*), die nötigen Vorstellungen an die Minister oder an die Kaiserin (Elizaveta Petrovna) selbst gelangen zu lassen. Ich habe ihn aber nur gebeten, mich Herrn Schumacher zu empfehlen, was er auch getan hat – allerdings weiss ich noch nicht, mit welchem Erfolg<sup>[18]</sup>.

Ich wüsste gerne, ob Sie die Krümmung eines elastischen Streifens nicht auch unter dem Gesichtspunkt lösen bestimmen könnten, dass ein Streifen von gegebener Länge in zwei Punkten, deren Lage gegeben ist, befestigt ist, und zwar so, dass die Tangenten in diesen Punkten ebenfalls gegeben sind:



Die Länge  $ABC$  ist also vorgeschrieben, die Punkte  $A$  und  $C$  sind durch ihre Lage gegeben, und die Enden des Streifens in  $A$  und  $C$  sind an einer Mauer so festgemacht, dass die Winkel bei  $A$  und  $C$  gegeben sind. Das ist die allgemeinste Idee der elastischen Streifen. Unter diesem Gesichtspunkt habe ich aber noch keine andere Lösung gefunden als mittels der isoperimetrischen Methode – mit der Annahme, die dem elastischen Streifen innewohnende potentielle lebendige Kraft müsse minimal sein, wie ich Ihnen bereits einmal gemeldet habe. Auf diese Weise erhalte ich eine Differentialgleichung vierter Ordnung, welche ich nicht hinreichend reduzieren konnte, um zu zeigen, dass die gewöhnliche Gleichung der Elastika allgemein sei. Ich erinnere mich, dass sowohl Sie als auch ich früher bezweifelt haben, dass die gewöhnliche Gleichung der Elastika allgemein ist, und zwar mit dem Argument, der Kreis sei darin nicht inbegriffen, obwohl doch ein elastischer Streifen offensichtlich kreisförmig gekrümmt werden kann. Es ist auch in der Tat klar, dass die gebogene Elastika ein vollkommener Kreis sein wird, wenn die Punkte  $A$  und  $C$  zusammenfallen und die Enden des Streifens eine gemeinsame, der Mauer parallele Tangente haben. Dessen ungeachtet habe ich seither bemerkt, dass die Idee meines Onkels Jakob Bernoulli<sup>[19]</sup> alle Elastiken umfasst, und zwar auf folgende Weise: Man stelle sich vor, an einem elastischen Streifen  $ABC$  sei ein starrer Hebel  $CD$  befestigt, dessen Endpunkt  $D$  von einer Kraft  $DE$  gespannt wird. Man wird dann immer die Länge des Hebels  $CD$ , die Grösse der Kraft  $DE$  und den Winkel  $CDE$  bestimmen können nach dem Gesetz, dass die Kraft  $DE$  den Streifen  $ABC$  in seiner Krümmung erhalten soll, wenn das Ende  $C$  nicht mehr als eingespannt vorausgesetzt wird. Daraus wird deutlich, dass die Kurve  $ABC$  bis nach  $F$  fortgesetzt werden kann, wo der Krümmungsradius unendlich sein wird, und dann muss die Kraft im Punkt  $F$  in Richtung  $FE$  wirken. Stellt man sich nun gemäss dieser Idee die Länge des Hebels  $CD$  als unendlich vor, so sieht man, dass die Kurve  $ABC$  ein Kreisbogen sein muss, und das wollte ich darlegen. Denken Sie ein wenig darüber nach, ob man die Kurve  $ABC$  nicht ohne Einführung eines Hebels unmittelbar aus den Prinzipien der Mechanik herleiten könne. Für gewöhnlich drücke ich die potentielle lebendige Kraft des gebogenen, von Natur aus geraden elastischen

Streifens durch  $\int \frac{ds}{RR}$  aus, indem ich das Element  $ds$  als konstant annehme und den Krümmungsradius mit  $R$  bezeichne. Da niemand die isoperimetrische Methode so sehr vervollkommen hat wie Sie, werden Sie dieses Problem, in welchem verlangt wird, dass  $\int \frac{ds}{RR}$  ein Minimum wird, sehr leicht lösen<sup>[20]</sup>.

Von Herrn Lestocq habe ich keine Antwort erhalten und erwarte auch keine mehr. Mein Vater hat noch keine Assignation für den 7. und 8. Band der *Commentarii* erhalten. Es wundert mich, dass uns Herr Schumacher die kleineren Werke, die bei der Akademie herauskommen, nicht auch zukommen lässt. Es dünkt mich sehr hart, dass man Herrn Delisle seinen Lohn vorenthält, weil er sich nicht in allem nach den Befehlen der Akademischen Kanzlei richten will<sup>[21]</sup>. Wenn Herr Schumacher mit mir eine aufrichtige Freundschaft pflegen will, wird mir das sehr angenehm sein. Ich nehme mir die Freiheit, das beigelegte Brieflein an Sie zu adressieren mit der Bitte, dieses beim nächsten Mal, wenn Sie ohnehin nach Petersburg schreiben, mitzuschicken und dessen Bestellung Ihrem Freund (Schumacher) bestens zu empfehlen. Bitten Sie ihn auch, falls Herr Raupp gestorben sein sollte, den Brief zu öffnen, über Herrn von Ramsay (von welchem im Brief die Rede ist) einige Informationen einzuziehen und mir darüber berichten zu lassen<sup>[22]</sup>.

Abschliessend bitte ich Sie, Ihre ganze verehrte Familie – besonders Ihre Frau Liebste (Katharina) – von mir herzlich grüssen zu lassen, der ich stets in grösstmöglicher Hochachtung verbleibe

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 20. Oktober 1742.

R 147 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom 1. September 1742

Basel, 20. Oktober 1742

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 64–65v

Publ.: Fuss 2, p. 499–507

- [1] Eulers Brief an D. Bernoulli vom 1. September 1742 ist nicht erhalten geblieben. Der hier erwähnte Brief Eulers an N. I Bernoulli gleichen Datums findet sich in O. IV A, 2, p. 510f.
- [2] Die Entscheidung der Akademie-Kanzlei über die Ernennung Eulers zum Ehrenmitglied mit Pension wurde am 15. (4.) Mai 1742 getroffen (cf. *Materialy* 5, p. 127–128).
- [3] Die Aufgabe über das Hinabgleiten eines kleinen schweren Körpers entlang der Oberfläche eines horizontal reibungslos beweglichen massiven Körpers hatte Johann I Bernoulli seinem Sohn Daniel ertsmals im Jahre 1730 gestellt und sie im einfachsten Fall auch selbst gelöst (JB. 147). In einem etwas verallgemeinerten Fall untersuchte sie damals auch Euler (cf. Eulers Brief an J. I Bernoulli vom 22. (11.) Juli 1730: O. IV A, 2, p. 137f, sowie JB. 180).
- [4] Keiner der Briefe, die Euler aus Berlin an Johann I und an Daniel Bernoulli schrieb, ist erhalten geblieben. Hier handelt es sich um den nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers von Anfang Juni 1742.
- [5] Es scheint tatsächlich merkwürdig, dass sich Euler offenbar gegen D. Bernoullis (korrekte) Lösung des Problems des Rückstosses eines Wasserstrahls ausgesprochen hat; die fehlerhafte

Lösung desselben Problems durch J.I Bernoulli hat er im Jahre 1742 zu Recht kritisiert (cf. O. IV A, 2, p. 66).

- [6] Cf. Brief Nr. 56, Anm. 13.
  - [7] Die Kugel  $F$  ist in der Figur nicht eingezeichnet.
  - [8] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über den exzentrischen Stoss (1744, DB. 27), die Euler der Petersburger Akademie im Jahre 1737 vorgelegt hatte; sie erschien erst 1744 im 9. Band der *Petersburger Commentarii* im Druck. – Cf. Briefe Nr. 17, Anm. 17, und Nr. 26, Anm. 2.
  - [9] Im Original: rotatorium.
  - [10] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über den exzentrischen Stoss (1744, DB. 27, § 2).
  - [11] D. Bernoullis Gedankengang ist in dieser Abhandlung etwas verworren. D. Speiser (1987) hat ihn in seiner Einleitung zum Band DBW 3 (1987, p. 40–61) in modernen Termini erklärt.
  - [12] Cf. *supra* Anm. 4.
  - [13] Cf. *supra* Anm. 8.
  - [14] J. I Bernoullis *Opera omnia* erschienen erst Anfang 1743 im Druck. Im Oktober 1742 hatte sie Daniel also noch nicht sehen können; er erhielt zu jener Zeit – möglicherweise von seinem Bruder Johann II – nur oberflächliche Informationen über deren Inhalt. Der 4. Band der *Opera* enthält Johann I Bernoullis bis dahin unpublizierte Abhandlungen. Unter diesen befindet sich seine grösste der Mechanik gewidmete Abhandlung *Propositiones variae mechanico-dynamicae* (JB. 177), die eine Sammlung ganz unterschiedlicher mechanischer Probleme enthält, unter welchen sich auch einige schon früher von seinem Sohn Daniel gelöst finden. Daniels grösste Empörung wurde jedoch später durch die ebenfalls im 4. Band der *Opera* veröffentlichte – und bewusst falsch (vor)datierte – *Hydraulik* von J. I Bernoulli verursacht, womit dieser sozusagen alle Verdienste seines Sohnes hinsichtlich der Strömungslehre zu usurpieren versuchte (cf. Brief Nr. 63 und Mikhajlov 2002, p. 29–35).
  - [15] D. Bernoulli bezieht sich auf einen Konflikt, den er im Jahre 1729 in der Petersburger Akademie mit Bülfinger auszutragen hatte (cf. *Materialy* 1, p. 501–587, Mikhajlov 1983, p. 234f, und Howald 1996: DBW 1, p. 381–441).
  - [16] Diesen Wunsch hat Euler allerdings nicht erfüllt.
  - [17] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Schwingungen und den Ton elastischer Streifen (1751, DB. 37), die erst fast ein Jahrzehnt später im 13. Band der *Petersburger Commentarii* gedruckt wurde. Das Originalmanuskript dieser Abhandlung Bernoullis befindet sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 17). Es enthält einige wesentliche stilistische Abweichungen vom publizierten Text.
- G.W. Krafft schrieb in diesem Zusammenhang am 12. (1.) Januar 1742 an Euler (R 1271):

«Der H. Dan[iel] Bernoulli hat verwichenen September eine Dissertation eingeschickt *De Vibrationibus et Sono laminarum Elasticarum*; darinn sagt er gleich anfangs: *«Equidem anni sunt complures, quod id negotii in me suscepi, optatissimoque successu absolvi, inventorumque summam Cel. Eulero duobus indicavi verbis; verum non licuit tunc singula in ordinem redigere atque cum Academia communicare»* etc. Sein principium ist, *«pro lamina horizontaliter infixa, aequae crassa, oscillationes infinite parvas edente»* etc., daß er sagt: *«pro figura laminae determinanda notabimus, laminam inter oscillandum in omni situ similem curvaturam affectare, quia distantiae singulorum punctorum ab axe eam, quam semel inter se habent rationem, perpetuo servant, quod iam diu de oscillationibus uniformibus demonstratum fuit; unde consequens est, curvaturam laminae in quovis situ innotescere, cum est in situ unico determinata.»* Nach diesem considerirt er den *Situm extremum*, und bringt eben die aequation herauß, welche Ew. HochEdelgeb. haben in *Tomo Commentariorum* VII, pag. 116, auch eben die *proportionem pendulorum simplicium isochronorum*, die *[loco] c[itat]o*, p. 118 vorkommt. Allein ich gestehe, daß ich dieses principium, das er annimmt, noch nicht deutlich einsehe, hingegen den *methodum* wie Ew. HochEdelgeb. dieses *Problema* tractiren, begreiffe sehr wohl, biß auff die *Integrationem per series* der aequation  $Af ddu = dx^2 \int dx \int u dx$ , pag. 117 *Commentariorum*».

- [18] Am 11. November (31. Oktober) 1742 wandte sich Fürst Kantemir wegen D. Bernoullis Pension brieflich an Schumacher (*Materialy* 5, p. 406). Kantemir war mit D. Bernoulli persönlich bekannt: Er hatte sich einst von ihm in Petersburg in Mathematik unterweisen lassen. Von D. Bernoullis Korrespondenz mit Kantemir ist nur die Kopie eines einzigen Briefs vom Herbst 1743 erhalten geblieben, die er seinem Brief an Euler vom 4. September 1743 (Brief Nr. 63) beigelegt hat (cf. p. 571 / 578 h.v.).
- [19] Cf. Jakob Bernoullis Abhandlung über die Krümmung elastischer Streifen (JaB. 58) und die entsprechende Darstellung von Truesdell (1960, p. 88–96), ferner Fellmann (1989).
- [20] Cf. Eulers *Variationsrechnung* und die entsprechende Darstellung von Truesdell (1960, p. 199–219).
- [21] Delisle hatte schon vom Ende der 1730er Jahre an verschiedentlich ernste Schwierigkeiten im Umgang mit dem mächtigen Chef der Akademischen Kanzlei Schumacher (cf. Brief Nr. 7, Anm. 2). Von dieser Seite aus wurden gegen Delisle Beschuldigungen erhoben, er könnte noch unveröffentlichte geographische Karten aus Russland privat nach Paris geschickt haben; Anfang 1742 wandte sich Delisle wieder einmal offiziell gegen Schumacher, was eine Untersuchung im Senat zur Folge hatte. Delisles eigene Beziehungen zu seinen Kollegen in der Petersburger Akademie waren jedoch auch nicht immer ungetrübt (cf. etwa mehrere Briefe Eulers an Schumacher aus den Jahren 1742–50: *Eulers Briefwechsel* 2). Ein Jahr nach seiner Abreise aus Petersburg (1747) wurde Delisle sogar aus der Liste der Ehrenmitglieder der Akademie gestrichen, und den Akademiemitgliedern wurde strikt untersagt, weiterhin mit Delisle zu korrespondieren (cf. Brief Nr. 89, Anm. 3).
- [22] Den hier erwähnten Brief hat Euler seinem eigenen an Schumacher vom 3. November (23. Oktober) 1742 beigelegt (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 61). Raupp – nach Brief Nr. 61 arbeitete er in Petersburg als Koch – und Ramsay sind uns unbekannt.

60

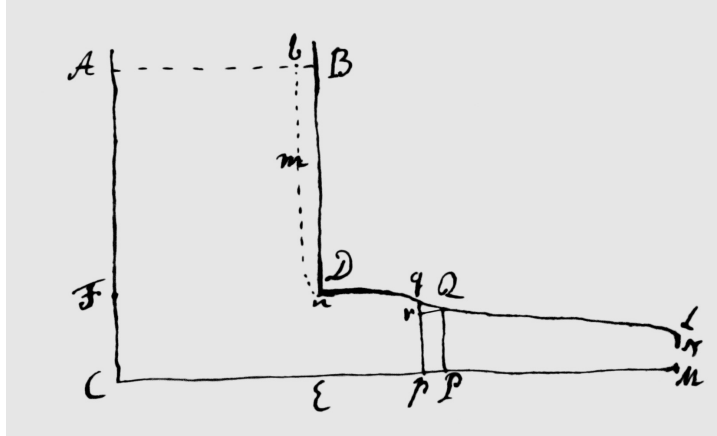
D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 12. Dezember 1742

Basel den 12. Xbr. 1742

HochEdelgebohrner Herr  
Insonders Hochgeehrter Herr Professor!

Man kan freÿlich die rechte *theoriam reactionis aquarum ex vase per canallem quemcunque effluentium* deducieren auß den *pressionibus* und dieses ist auch würcklich vor ungefehr 14 jahren meine methode gewest, da ich dan die nemliche *theoremata* die mein Vatter naher Petersburg geschickt, *pro canali composito ex pluribus canalibus cylindricis* herausgebracht hab; diese *theoremata* waren zwar falsch nur weil ich einen kleinen umbstand negligiert hatte; man kan sie aber gar leicht mit der wahren theorie concilieren. Man muß nemlich bei einem jeden absatz einen *gurgitem* supponieren, und auch machen daß das *orificium gurgitis internum*, *quod scilicet aquas immediate ex vase recipit, infinitum* seje *ratione orificii effluxus*<sup>[1]</sup>.

Ich will Ew. HEdgb. figur und beigefügte *denominationes* auch brauchen. «*Effluat*», Sagen Sie, «*aqua ex vase per foramen MN, cujus amplitudo = f, celeritate debita altitudini v, quae altitudo, dum aqua in MN erumpens per spatium = ds progreditur, incrementum capiat = dv; Ex theoria ergo ratio inter dv et ds potest*



definiri. Ad pressionem jam in  $Q$  definiendam, sit amplitudo tubi in hoc loco  $= y$ , et posita  $MP = x$ , dico aquam per foraminulum in  $Q$  factum ascensuram esse ad altitudinem

$$q = \frac{f dv}{ds} \int \frac{dx}{y} + v - \frac{ffv}{yy} . \gg$$

Biß hieher sind Ew. HEdgb. wort. Nun aber gibt obberührte *theoria*, im fahl *amplitudo vasis infinita*

$$\frac{f dv}{ds} \int \frac{dx}{y} = a - v;$$

ist also

$$q = a - \frac{ffv}{yy},$$

quae indicat pressionem perpendiculariter in  $Qq$  agentem, si scilicet multiplicetur per  $Qq$ ; deinde  $a - \frac{ffv}{yy}$  multiplicata per  $qr$  seu  $dy$  dabit pressionem quam elementum  $Qq$  sustinet in directione  $CM$ , cujus integrale  $\int a dy - \frac{ffv dy}{yy}$  dabit pressionem

similem integri canalıs, quae erit  $ay + \frac{ffv}{y} - fa - fv$ , in welcher integration  $v$  muß

*constans* supponiert werden: obturato autem foramine ist eadem pressio  $= ay$  und wan die erstere  $ay + \frac{ffv}{y} - fa - fv$  abgezogen wird von der letsteren  $ay$ , so hat

man die *quantitatem reactionis*  $= fa + fv - \frac{ffv}{y}$ , alwo man durch  $y$  verstehet die *ultimam*  $QP$ , und muß diese *infinita* supponiert werden, und wan  $DE$  noch nicht *infinities* größer ist als  $NM$ , so muß *mente* ein *gurges*  $bmn$  supponiert werden, qui habeat *legem continuitatis cum canali*  $DQLN$ : auff diese weiß wird die *reactio*  $= f(a + v)$ , wie ich solches auch p. 282 *Hydrodynamicae* demonstriert hab<sup>[2]</sup>: Ist also *primo effluxus momento reactio*  $= \text{simplici cylindro deindeque crescit usque ad duplum cylindrum}$ , worauß zugleich die *lex continuitatis* erhellet, wie ich solches auch schon in der *Hydrodynamic* angezeigt<sup>[3]</sup>.



Ew. HEdgb. thun mir gros unrecht, wan Sie meinen ich habe Dero *dissensum* über diese materi übel empfunden: Ich muß Ihnen bej dieser occasion gestehen, daß ich die  $2\frac{1}{2}$  erste *paginas* meines letsten brieffs geschrieben umb solche meinem Vatter zu zeigen; und habe ich vermeint durch meine assurances meinen Vatter etwan zu disponieren, daß er seine letstere naher Petersburg geschickte hydrodynamischen *meditata* entweder ändere oder supprimiere<sup>[4]</sup>; wie mehr ich meines Vatters superioritet erkenne, wie mehr sehe ich auch daß es mir bej dem *Publico* ein großes tort ist, von meinem Vatter refutiert zu werden, wan ich schon recht habe. Noch mehr tort hätte mir bej dem *Publico* machen können (obschon mich Ew. HEdgb. darüber auslachen) wan man gesehen hätte, daß Vatter und Sohn nicht nur gleiche *problemata*, *uterque veluti ex sua penu*, sondern NB eine gantz gleiche solution geben. Wurde nicht das *publicum* gedacht haben, nicht nur daß ich alles von meinem Vatter habe, sondern noch so gar mich als einen *plagiarium* auffführe. Wan *ex meis inventis* einige ehr zu hoffen wäre, könnte ich solche leicht sacrificieren, aber der schandfleck eines *infidi plagiarii* wäre mir unerträglich; Ich habe auch dieses alles meinem Bruder (Johann II), *Scriptorum Paternorum Editori*<sup>[5]</sup>, remonstriert, welcher auff meines Vatters befehl diesen *lapsum memoriae* gleich redressiert hat<sup>[6]</sup>. Es gibt sonsten *problemata* da man mit recht davon sagen könnte, ein narr kan mehr fragen, als ein witziger antworten; Es gibt aber auch andere *problemata*, welche ein newes liecht in einer wißenschafft erwecken können, sonderlich wan man zugleich die solution von seinem neuen *problemate* gibt; es ist ja sehr leicht das *problema* in ein *theoremata* zu verwandeln; warumb solte dan der erste *Auctor et Solutor* nicht auch alsdan meritieren citiert zu werden? Ich praetendiere aber nicht in dem *casu* zu sejn; ich erkenne gern gegen allen leüten meine unwürdigkeit, sonderlich gegen Ew. HEdgb. ich habe also nicht meritirt, daß Sie mir hierüber mein vermeintes unrecht wollen zu verstehen geben. Ew. HEdgb. können mich citieren oder nicht; ich werde Sie alzeit als einen freünd betrachten und bitte Sie also sich hierin keinen gewalt anzuthun, sonderlich da niemand beßer weiß als Sie wie wenig ich es meritire. Ich hoffe daß obbemeldeter umstand, warumb ich einige puncten in meinen letstere brieff hab einfließen laßen, Ew. HEdgb. versichern wird, daß mir niemahls in sinn gekommen, Denselben ein misvergnügen weder zu erwecken, noch meines orts zu verstehen zu geben.

Das *problema de motu vectis luxati* ist ja so leicht, daß weder an deßelben erfindung noch aufflösung viel ruhm zu erholen. Sonsten werden meines Vatters samtliche *Opera* zu Lausanne in 4 *tomis* in 4<sup>to</sup> getruckt; es wird eine überauß schöne edition sejn und wird solche in 4 oder 5 monaten gantz fertig sejn, indeme alberejt 3 *tomis* völlig getruckt sind<sup>[7]</sup>.

Es frewet mich daß meine solution *de globo et tubo mobili* mit der Ihrigen übereinstimt; Ich habe auch über dergleichen *problemata* einige *compendia*, sonderlich *ratione vis acceleratricis globi in tubo*, vermittelst welcher ich kan die *differentialia* 2<sup>di</sup> *gradus* evitieren und die gantze solution kürtzer machen; die zeit erlaubt mir aber nicht solche nunmehr zu explicieren. Daß ich Ew. HEdgb. nicht ehr über dieses *problema* geantwortet, soll ich mich billich excusieren; meine geschäftt erlauben mir nicht die *mathematica* anderst als ein *parergon* zu tractieren; nebst deme ist

mein geringes *ingenium mathematicum* so blöd, daß solches gleich erschöpft und ich *invitus* von allen meditationen abstehen muß.

Ich weiß nicht was Ew. HEdgb. durch *prima principia Dynamica* verstehen; Es ist natürlich, daß einem jeden seine *principia* am klarsten vorkommen; meine erste demonstration supponiert nichts als *definitionem centri oscillationis* und wie kan man *identitatem centri oscillationis* und *puncti rotationis* demonstrieren ohne auff das wenigste die *definitionem centri oscillationis* zu supponieren. *Admissa autem hac definitione* wolte ich einem schuemacher die proposition *in quaestione* demonstrieren in einer minuten; wie kan man dan *magis prima principia* brauchen?

Ew. HEdgb. *solutio problematis de vecte luxato* komt mit meiner überein, wie auch *solutio problematis laminae elasticae liberae ab impulsu motu vibratorio agitatae*: die *ratio sonorum*, welche Sie finden, *ut 1 000 000 ad 1 590 813* komt auch mit meiner überein, äußert daß ich nicht so weit appropinquiert; in meiner dissertation setze ich *hanc rationem ut 1000 ad 1587*<sup>[8]</sup>; ich zweiffle aber wie weit Sie in ihren *numeris* versichert sind, weil die *approximationes* zimlich laborios sind; Sonsten bin ich in dieser materi gar viel weiters gegangen, und ist dieser *casus allatus* nur *unus ex infinitis aliis*: Ich hab viele darvon durch *experimenta acustica* recht befunden; den *allegatum casum* aber nicht sonderlich mit der theori conform befunden, welches ich *laminae crassitie, a qua in theoria animum abstrahimus*, attribuire. Wan Ew. HEdgb. hierüber belieben *experimenta* zu machen, so bitte mir dieselben zu communicieren.

Es frewet mich daß Ew. HEdgb. mein *principium inveniendae elasticae per methodum isoperimetricorum* so wohl gefallen: ich habe zwar das *problema* gleichfahls solviert, aber niemahls die *aequation* so weit reduciert, daß ich hätte sehen können daß die *aequatio* mit der *aequatione generali elasticae* (welche ich auch gefunden hatte) übereinkomme. Man kan die *principia maximorum et minimorum* nicht genugsam ausforschen; die *trajectoriae circa centrum virium vel circa plura centra virium* müssen gleichfahls *per methodum isoperimetricorum* können solviert werden, obschon man das *maximum vel minimum, quod natura affectat*, nicht einsiehet.

Es haben also Ew. HEdgb. einen großen nutzen dadurch geschaffet, daß Sie die *methodum isoperimetricorum* so weit perfectioniert haben; meiner mejnung nach ist dieses *argumentum inter omnia pure analytica utilissimum*, und ist dieses ein wahres exempel daß *vel sola propositio problematis*, wan man auch die solution nicht hätte, *saepe maxima laude digna* seje; ich wiederhole aber daß ich gar nicht praetendiere weder etwas proponiert noch erfunden zu haben, daß einiger attention werth seje und wan ich alles allein gefunden hätte, so wurde ich mir es nicht einmahl vindicieren, wan ein anderer nur *bona fide* glaubte, er hätte es vor mir gefunden; die gröste reputation zu hinterlaßen ist nicht mehr als viel millionen gelt zu hinterlaßen; derer besitzung kan mich auch nichts mehr nutzen, weilen ich in der welt nichts mehr suche: Wir müssen bejderseits diese idée von einander haben, sonsten gar leicht allerhand mal-entendus entstehen können, wie durch meinen letzten brief<sup>[9]</sup>.

Ich habe keine sonderbahre methode die *quantitates constantes ex sufficientibus datis pro elastica* zu determinieren: den proponierten *angulum* kan ich auch nicht

anderst als *operose per varias aequationes partim infinitas* finden; durch eine nicht gar zu accurate appropinquation bin ich endlich auff diese aequation gefallen

$$m + 1 = \frac{6}{3mm + 2} \left( m + \frac{m^3}{2} + \frac{3m^5}{8} + \text{etc.} \right)$$

*posito sinu toto = 1 et sinu dimidii anguli quaesiti = m*; ich hatte aber vorhero in einer anderen *aequatione infinita* nur die 2 ersten *terminos* consideriert, da ich auff das wenigste hätte 3 *terminos* considerieren sollen umb bey einem *gradu* versichert zu sejn. So viel ich hab *ex experimentis obiter factis* schließen können, ist der *angulus in quaestione* ohngefahr 70 gr. da mein obige aequation wohl 100 gr. geben wurde<sup>[10]</sup>.

Die nouvelle von H. *Bibliothecario* Schumacher hat mich sehr surpreniert<sup>[11]</sup>; ich bitte Ew. HEdgb. mir nachricht zu geben wie die sachen weiters gehen; es wurde sehr ersprieslich sejn für die Academie, ja vielleicht das einzige mittel sie vor ihrem untergang zu praeservieren, wan wir solten den Prince Cantemir zum Praesidenten bekommen und wurden wir beide *in specie* sehr wohl uns darbey befinden; weilen mir Ew. HEdgb. nach Dero wahren freundschaft und wohlmeinenheit rahten dem H. Moula zu schreiben, als füge ich dieses zedulein bey umb ihme mein sach zu recommendieren<sup>[12]</sup>; Ew. HEdgb. belieben ihme andeüten zu laßen, wie er etwan die antwort könne durch Sie spedieren, damit solche ihn nichts koste; Ich werde Ihnen die kösten mit danck wieder erstatten. Ich bin Ihnen verbunden, daß Sie den überschickten brief an H. Raup haben naher Petersburg schicken wollen; bitte mit gelegenheit sich zu informieren, ob dieser brief an seine adresse angelangt seje<sup>[13]</sup>.

Was macht doch H. (Johannes) Stähelin in Petersburg und was haltet ihn ab von seiner zuruckkunfft. Ich gratuliere Ew. HEdgb. von hertzen zu dem gekauften hauß in Berlin<sup>[14]</sup>; da ich noch meinte Sie werden auff Basel kommen, hab ich den H. Clairaut invitiert auch hieher zu kommen und er hatte es mir versprochen; Nun möchte ich gern mit ihme Ew. HEdgb. eine visite in Berlin geben, wan es nur meine umständ erlaubten<sup>[15]</sup>. H. Wolf schreibt meinem Vatter daß wenig ansehen übrig seje zu einem baldigen etablissement der Academie in Berlin: *fructus belli*<sup>[16]</sup>.

Alhier, noch von anderen orten her, hab ich nichts von einem newen cometen gehört<sup>[17]</sup>. Ich bin begierig den 7<sup>ten</sup> *tomum Miscell[aneorum] Berol[inensium]* zu sehen<sup>[18]</sup>; ich weiß nicht ob man meinem Vatter als *Membro Academiae* wird diesen *tomum* schicken; Sonsten wird ich auff eine andere weiß trachten ihne zu bekommen. Des H. Schuemacher arrest wird ihn verhindern meinem Vatter ein exemplar von den 7 und 8<sup>ten</sup> *tomis Comment[ariorum] Petrop[olitanorum]* zu schicken und werde ich also wohl vergebens differiert haben mein exemplar kommen zu laßen.

Ich höre daß in diesen *tomis* noch mehr sachen von Ew. HEdgb. sejen *de termino generali et de termino summatorio serierum*<sup>[19]</sup>. Was Sie von der *proprietae elasticae* [sagen], *quod sit*

$$\int \frac{xx \, dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} \times \int \frac{aa \, dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} = \frac{\pi aa}{4}$$

*in casu x = a*, scheinet auch auß Ihrer *theoria serierum* deduciert zu sejn als ein *corollarium* und *veluti a posteriori*; hab also der demonstration dieses *theorematis*

nicht nachgedacht: ich will aber selbige mit großem danck von E. HEdgb. vernemen; ich laße mich gern unterrichten, von niemand aber lieber als von Ihnen.

Schlieslichen empfehle mich in Dero beständige wertheste freundschaft und versichere Sie meiner immerwährenden aufrichtigsten hochachtung, mit welcher verharre

Ewer HEdgbohrnen  
Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

P. S. Ihr H. Oncle, H. Oberst-Helffer Bruckner (J.H. I Brucker), last Ew. HEdgb. sein compliment machen.

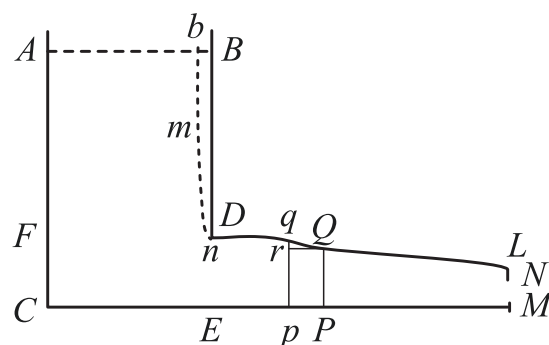
### Übersetzung

Basel, den 12. Dezember 1742

>...<

Die richtige Theorie des Rückstosses von aus einem Gefäss durch ein beliebiges Abflussrohr ausströmendem Wasser kann man freilich aus den Drücken herleiten, und das war vor etwa 14 Jahren auch tatsächlich meine Methode, als ich dieselben Theoreme, die mein Vater nach Petersburg geschickt hat, für ein aus mehreren zylindrischen Rohren zusammengesetztes Abflussrohr gefunden habe. Diese Theoreme waren zwar falsch, jedoch nur, weil ich einen kleinen Umstand vernachlässigt hatte, doch lassen sie sich sehr leicht mit der wahren Theorie in Übereinstimmung bringen. Man muss nämlich bei jedem Ansatz eine Kehle voraussetzen und dafür sorgen, dass die innere Mündung der Kehle, die das Wasser unmittelbar aus dem Gefäss empfängt, im Verhältniß zur Ausflussmündung unendlich gross ist<sup>[1]</sup>.

Ich verwende nun Ihre Figur und die beigelegten Bezeichnungen.



«Das Wasser», sagen Sie, «möge aus dem Gefäss durch die Öffnung MN mit der Weite  $f$  fließen, und zwar mit einer der Höhe  $v$  entsprechenden Geschwindigkeit; während das Wasser in MN um die kleine Strecke  $ds$  vorankommt, nehme diese Höhe um  $dv$  zu. Aus der Theorie lässt sich also das Verhältniß zwischen  $dv$  und

$ds$  finden. Um nun den Druck in  $Q$  zu bestimmen, sei die Weite des Rohres an dieser Stelle  $y$ . Setzt man  $MP = x$ , so sage ich, dass das Wasser durch die in  $Q$  angebrachte Öffnung bis zur Höhe

$$q = \frac{f dv}{ds} \int \frac{dx}{y} + v - \frac{ffv}{yy}$$

ansteigen wird». Bis hierher sind das Ihre eigenen Worte. Für den Fall, dass die Weite des Gefässes unendlich gross ist, ergibt aber die oben erwähnte Theorie

$$\frac{f dv}{ds} \int \frac{dx}{y} = a - v,$$

also ist

$$q = a - \frac{ffv}{yy},$$

und dies zeigt – wenn man mit  $Qq$  multipliziert – den senkrecht auf  $Qq$  wirkenden Druck an. Daher liefert  $a - \frac{ffv}{yy}$ , multipliziert mit  $qr$  oder  $dy$ , den Druck, welchen das Element  $Qq$  in Richtung  $CM$  erfährt, und dessen Integral  $\int a dy - \frac{ffv dy}{yy}$  ergibt analog den Druck des ganzen Abflussrohres als  $ay + \frac{ffv}{y} - fa - fv$ , wobei in der Integration  $v$  als konstant zu nehmen ist. Nach Verstopfung der Öffnung aber ist dieser Druck  $= ay$ , und wenn der erstere Druck  $ay + \frac{ffv}{y} - fa - fv$  vom letzteren  $ay$  abgezogen wird, so hat man die Grösse des Rückstosses  $= fa + fv - \frac{ffv}{y}$ , wobei man unter  $y$  das letzte  $QP$  versteht, und dies muss als unendlich vorausgesetzt werden; wenn  $DE$  noch nicht unendlich mal grösser ist als  $NM$ , dann muss man sich gedanklich eine Kehle  $bmn$  vorstellen, die dem Abflussrohr  $DQLN$  kontinuierlich angesetzt ist. Auf diese Weise wird der Rückstoss  $= f(a + v)$ , wie ich dies auch in der *Hydrodynamik*, p. 282, bewiesen habe<sup>[2]</sup>. Im ersten Moment des Ausfliessens ist also der Rückstoss gleich dem einfachen Zylinder und nimmt darauf bis zum doppelten Zylinder zu, und daraus erhellt zugleich das Kontinuitätsgesetz, wie ich das auch bereits in der *Hydrodynamik* aufgezeigt habe<sup>[3]</sup>.

Sie tun mir grosses Unrecht an, wenn Sie glauben, ich hätte Ihnen Ihre abweichende Meinung über diesen Gegenstand übelgenommen. Bei dieser Gelegenheit muss ich Ihnen gestehen, dass ich die ersten  $2\frac{1}{2}$  Seiten meines letzten Briefes geschrieben habe, um sie meinem Vater zu zeigen – in der Meinung, ihn durch meine Versicherungen vielleicht zu veranlassen, seine zuletzt nach Petersburg geschickten hydrodynamischen Überlegungen entweder zu ändern oder zu unterdrücken<sup>[4]</sup>. Je mehr ich meines Vaters Überlegenheit erkenne, um so mehr sehe ich auch, dass es mir beim Publikum zu grossem Schaden gereicht, von meinem Vater widerlegt zu werden, wenn ich doch recht habe. Noch grösseren Schaden hätte mir beim Publikum verursachen können (obschon Sie mich deswegen auslachen werden), wenn

man gesehen hätte, dass Vater und Sohn nicht nur die gleichen Probleme behandeln, jeder von ihnen angeblich ganz unabhängig, sondern – wohlgemerkt – auch noch eine völlig gleiche Lösung geben. Hätte das Publikum nicht gedacht, ich hätte nicht nur alles von meinem Vater, sondern führte mich sogar noch als Plagiator auf? Wenn aus meinen Entdeckungen einige Ehre zu erhoffen wäre, könnte ich diese leicht aufopfern, doch der Schandfleck eines treulosen Plagiators wäre mir unerträglich. Das alles habe ich auch meinem Bruder  $\langle$ Johann II $\rangle$ , dem Herausgeber der Werke meines Vaters<sup>[5]</sup>, dargelegt, der auf dessen Anweisung hin diesen Gedächtnisfehler sogleich berichtigt hat<sup>[6]</sup>. Es gibt ja sonst Probleme, von denen man mit Recht sagen könnte, ein Narr kann mehr fragen, als ein Weiser antworten. Doch gibt es auch andere Probleme, die ein neues Licht auf eine Wissenschaft werfen können, besonders wenn man von seinem neuen Problem zugleich die Lösung gibt. Es ist ja sehr leicht, ein Problem in ein Theorem zu verwandeln: Warum sollte denn der erste Urheber und Löser es dann nicht auch verdienen, zitiert zu werden? Ich beanspruche jedoch nicht, dass dieses auf mich zutrifft, und ich bekenne gerne gegenüber allen Leuten meine Unwürdigkeit, besonders Ihnen gegenüber. Ich habe also nicht verdient, dass Sie mir in diesem Punkt mein vermeintliches Unrecht zu verstehen geben wollen. Sie können mich zitieren oder nicht: Ich werde Sie immer als Freund betrachten und bitte Sie also, sich keinen Zwang anzutun – besonders weil niemand besser weiss als Sie, wie wenig ich es verdiene. Ich hoffe, dass der oben dargelegte Grund, aus dem ich in meinen letzten Brief einige Punkte habe einfließen lassen, Sie versichern wird, dass mir niemals in den Sinn gekommen ist, Ihnen ein Missvergnügen zu erwecken oder meinerseits zu verstehen zu geben.

Das Problem von der Bewegung des geknickten Hebels ist ja derart leicht, dass weder mit seiner Erfindung noch mit seiner Lösung viel Ruhm zu holen ist. Übrigens werden die *Sämtlichen Werke* meines Vaters in vier Quartbänden in Lausanne gedruckt. Es wird eine überaus schöne Ausgabe werden, und sie wird in vier bis fünf Monaten vollendet sein, da bereits drei Bände fertig gedruckt sind<sup>[7]</sup>.

Es freut mich, dass meine Lösung des Problems von der Kugel und dem beweglichen Rohr mit der Ihrigen übereinstimmt. Ich besitze auch für solche Probleme einige Vereinfachungen, besonders bezüglich der Beschleunigung der Kugel im Rohr, mit welchen ich die Differentialien zweiter Ordnung vermeiden und die ganze Lösung abkürzen kann, doch erlaubt mir die Zeit jetzt nicht, das darzulegen. Ich möchte mich gebührend entschuldigen, dass ich Ihnen zu diesem Problem nicht früher geantwortet habe: Meine Geschäfte erlauben mir nicht, die Mathematik anders als bloss ein Beiwerk zu behandeln. Ausserdem ist meine mathematische Eingebung so schwach, dass sie schnell erschöpft ist und ich mich gegen meinen Willen aller mathematischen Studien enthalten muss.

Ich weiss nicht, was Sie unter den ersten dynamischen Prinzipien verstehen; es ist ganz natürlich, dass jedem seine eigenen Prinzipien am klarsten vorkommen. Mein erster Beweis setzt nichts voraus als die Definition des Schwingungszentrums, und wie kann man dessen Identität mit dem Rotationspunkt beweisen, ohne mindestens die Definition des Schwingungszentrums vorauszusetzen? Unter Zulassung



dieser Definition aber wollte ich einem Schuhmacher den fraglichen Lehrsatz in einer Minute beweisen; wie könnte man da noch elementarere Prinzipien verwenden?

Ihre Lösung des Problems vom geknickten Hebel stimmt mit der meinigen überein, ebenso die Lösung des Problems des freien elastischen Streifens, der zu einer vibrierenden Bewegung angeregt wird: Das Verhältniß der Töne, das Sie wie 1 000 000 zu 1 590 813 finden, stimmt auch mit dem meinigen überein, abgesehen davon, dass meine Näherung nicht so weit geht; in meiner Abhandlung setze ich dieses Verhältniß wie 1000 zu 1587<sup>[8]</sup>. Ich bin jedoch im Zweifel darüber, inwieweit Sie Ihrer Zahlen sicher sind, da die Näherungen ziemlich arbeitsaufwendig sind. Sonst bin ich in dieser Materie sehr viel weiter gegangen, und der angeführte Fall ist nur einer von unzähligen anderen, von welchen ich viele durch akustische Experimente für richtig befunden habe. Den angeführten Fall jedoch habe ich nicht besonders konform mit der Theorie gefunden, was ich der Dicke des Streifens zuschreibe, von der wir in der Theorie abstrahieren. Wenn es Ihnen beliebt, darüber Experimente anzustellen, so teilen Sie mir diese bitte mit.

Es freut mich, dass Ihnen mein Prinzip, die Elastika mittels der isoperimetrischen Methode aufzufinden, so gut gefallen hat. Ich habe das Problem zwar gleichfalls gelöst, aber die Gleichung nie so weit reduziert, um sehen zu können, dass sie mit der allgemeinen Gleichung der Elastika (die ich auch gefunden hatte) übereinstimmt. Man kann die Prinzipien der Maxima und Minima nie genug erforschen; das Problem der Trajektorien um ein Kraftzentrum oder um mehrere Kraftzentren muss gleichfalls mittels der isoperimetrischen Methode gelöst werden können, obwohl man das Maximum oder Minimum, welches die Natur anstrebt, nicht einsieht.

Sie haben also dadurch, dass Sie die isoperimetrische Methode so weit vervollkommen haben, grossen Nutzen geschaffen. Meiner Meinung nach ist dieses Beweismittel das weitaus nützlichste unter allen rein mathematischen, und das ist ein wahres Beispiel dafür, dass allein schon die Stellung eines Problems oftmals des höchsten Lobes würdig wäre, auch wenn man die Lösung nicht besässe. Ich wiederhole aber, dass ich keineswegs beanspruche, etwas aufgestellt oder erfunden zu haben, was einiger Beachtung wert wäre, und wenn ich alles allein gefunden hätte, so würde ich es nicht einmal für mich beanspruchen, wenn ein anderer nur guten Glaubens wäre, er habe es vor mir gefunden. Das grösste Ansehen zu hinterlassen ist nicht mehr, als viele Millionen an Geld zu hinterlassen, deren Besitz mir auch nichts mehr nützen kann, weil ich in der Welt nichts mehr suche. Wir müssen beide diese Einstellung zueinander haben, sonst können – wie durch meinen letzten Brief<sup>[9]</sup> – sehr leicht Missverständnisse entstehen.

Ich verfüge über keine besondere Methode zur Bestimmung der konstanten Grössen aus hinreichenden Angaben für die Elastika. Den gesuchten Winkel kann ich auch nicht anders als mühsam mittels verschiedener, teils unendlicher Gleichungen finden. Durch eine nicht allzu genaue Näherung bin ich schliesslich auf die Gleichung

$$m + 1 = \frac{6}{3mm + 2} \left( m + \frac{m^3}{2} + \frac{3m^5}{8} + \text{etc.} \right)$$



gefallen, wobei im Kreis mit dem Radius 1 der Sinus des halben gesuchten Winkels  $= m$  sei. Vorher hatte ich jedoch in einer anderen unendlichen Gleichung nur die beiden ersten Terme betrachtet, wo ich mindestens drei Terme hätte berücksichtigen müssen, um der Genauigkeit von einem Grad sicher zu sein. Soviel ich aus nur flüchtig angestellten Experimenten schliessen konnte, beträgt der fragliche Winkel ungefähr 70 Grad, während meine obige Gleichung gut 100 Grad ergeben würde<sup>[10]</sup>.

Die Neuigkeit über den Herrn Bibliothekar Schumacher hat mich sehr überrascht<sup>[11]</sup>. Ich bitte Sie, mich zu benachrichtigen, wie die Dinge weitergehen. Für die Akademie wäre es sehr erspriesslich – ja vielleicht das einzige Mittel, sie vor dem Untergang zu bewahren –, wenn wir den Fürsten Kantemir zum Präsidenten bekämen, was besonders uns beiden sehr entgegenkäme. Da Sie mir gemäss Ihrer wahren Freundschaft und Ihrem Wohlwollen raten, an Herrn Moula zu schreiben, so lege ich diesen kleinen Zettel bei, um ihm meine Sache zu empfehlen<sup>[12]</sup>. Lassen Sie ihm bitte einen Wink geben, wie er allenfalls die Antwort über Sie spedieren lassen kann, damit sie ihn nichts kostet; ich werde Ihnen die Spesen mit Dank zurückerstatten. Ich bin Ihnen sehr verbunden, dass Sie den Ihnen zugesandten Brief an Herrn Raupp nach Petersburg geschickt haben; bitte informieren Sie sich bei Gelegenheit, ob dieser Brief seine Adresse erreicht hat<sup>[13]</sup>.

Was macht eigentlich Herr (Johannes) Stähelin in Petersburg, und was hält ihn von der Rückkehr ab? Ich gratuliere Ihnen von Herzen zum in Berlin gekauften Haus<sup>[14]</sup>. Als ich noch meinte, Sie würden nach Basel kommen, habe ich Herrn Clairaut auch hierher eingeladen, und er hat mir zugesagt. Nun möchte ich gerne mit ihm einen Besuch bei Ihnen in Berlin machen, wenn es nur meine Umstände erlaubten<sup>[15]</sup>. Herr Wolff schreibt meinem Vater, dass wenig Aussichten auf eine baldige Errichtung der Akademie in Berlin bestünden: eine Frucht des Krieges<sup>[16]</sup>.

Weder hier noch von andernorts habe ich etwas von einem neuen Kometen gehört<sup>[17]</sup>. Ich bin sehr begierig, den 7. Band der *Berliner Miscellanea* zu sehen<sup>[18]</sup>; ich weiss nicht, ob man meinem Vater als Akademiemitglied diesen Band schicken wird. Sonst werde ich ihn auf andere Weise zu bekommen versuchen. Herrn Schumachers Verhaftung wird ihn daran hindern, meinem Vater die Bände 7 und 8 der *Petersburger Commentarii* zu schicken, und so werde ich wohl vergeblich aufgeschoben haben, meine Exemplare kommen zu lassen.

Ich höre, in diesen Bänden stehe noch mehr von Ihnen über das allgemeine Glied und die Summenformel der Reihen<sup>[19]</sup>. Was Sie von der Eigenschaft der Elastika sagen, dass im Fall  $x = a$

$$\int \frac{xx \, dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} \times \int \frac{aa \, dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} = \frac{\pi aa}{4}$$

ist, scheint auch aus Ihrer Reihentheorie als ein Korollar und gleichsam *a posteriori* abgeleitet zu sein; also habe ich über den Beweis dieses Theorems nicht nachgedacht, doch möchte ich diesen mit grossem Dank von Ihnen vernehmen. Ich lasse mich gerne unterrichten, aber von niemandem lieber als von Ihnen.

Abschliessend empfehle ich mich Ihrer wertesten Freundschaft, versichere Sie meiner ständigen aufrichtigsten Hochachtung und verbleibe

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

P. S. Ihr Onkel, Oberst-Helfer ⟨J.H. I⟩ Brucker, lässt Sie grüssen.

R 148 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom November 1742

Basel, 12. Dezember 1742

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 73–74v

Publ.: Fuss 2, p. 508–514

- [1] Einige Theoreme zur Anwendung des Gesetzes von der Erhaltung der lebendigen Kräfte wurden als Exzerpte von Briefen J. I Bernoullis an D. Bernoulli in den *Petersburger Commentarii* für das Jahr 1727 publiziert (JB. 137). In seiner damaligen Abhandlung gab D. Bernoulli (1729, DB. 14a) eine falsche Bewertung der Stosskraft des aus einem Gefäss ausfliessenden Wassers, die er erst im Jahre 1735 korrigierte (1741, DB. 26b).
- [2] Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik*: DBW 5, p. 402.
- [3] Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik*, Sect. XIII, § 9.
- [4] Ob Daniel Bernoulli hier einen an Euler tatsächlich geschriebenen oder bloss skizzierten Brief erwähnt, ist nicht klar.
- [5] J. I Bernoullis *Opera omnia*, deren Titelblätter das Erscheinungsjahr 1742 tragen, wurden *de facto* erst im Frühling 1743 fertig gedruckt.
- [6] Ob J. I Bernoulli im vierten Band seiner *Opera omnia*, der seine *Hydraulik* enthält, tatsächlich eine Änderung zugunsten D. Bernoullis vorgenommen hat, ist nicht klar; der publizierte Text legt einen Plagiatsvorwurf gegen Daniel zumindest nahe.
- [7] Cf. *supra* Anm. 5.
- [8] Eine detaillierte Besprechung von D. Bernoullis und Eulers Abhandlungen über die Schwingungen elastischer Streifen, mit Hinweisen zu deren Briefwechsel, findet man bei Truesdell (1960, §§ 27 und 29).
- [9] Cf. Brief Nr. 59.
- [10] Die exakte Nachrechnung liefert  $105^\circ$  statt  $100^\circ$ .
- [11] Am 11. Oktober (30. September) 1742 übermittelte die Kaiserin Elizaveta Petrovna dem Grafen Nikolaj Golovin mehrere Klagen von Mitarbeitern der Akademie gegen Kanzleirat Schumacher. Am 18. (7.) Oktober wurde entschieden, Schumacher zu verhaften, sein Vermögen zu beschlagnahmen und alle akademischen Dienststellen zu versiegeln. Eine Untersuchungskommission unter Golovins Leitung sollte die Anklagen sorgfältig prüfen. Die Verhältnisse in der Akademie waren jedoch derart verworren, dass eine wirkliche Klärung nicht gelang. Am 4. Januar 1743 (24. Dezember 1742) erklärte die Kommission Schumacher für unschuldig; er wurde aus der Haft entlassen, und sein Degen wurde ihm zurückgegeben. – Cf. *Materialy* 5, p. 376–380, 445–448, 466–471 etc. sowie die publizierten Akten der Untersuchung gegen Schumacher (Bibliographie Teil B, 1860).
- [12] Cf. Brief Nr. 56, Anm. 7.
- [13] Cf. Brief Nr. 59, Anm. 22 und Nr. 61, Anm. 10.
- [14] Das Grundstück mit einem Wohnhaus in der Berliner Friedrichstadt, das Euler im Herbst 1742 erworben hatte und von 1743 bis 1766 bewohnte, befand sich an der Stelle der heutigen Liegenschaft Behrenstrasse 21, in der Nähe der Akademiegebäude Unter den Linden (cf. Valentin 1906). Das Haus wurde 1911 abgebrochen und durch ein Bankgebäude ersetzt; heute befindet sich darin die Vertretung des Freistaats Bayern. Seit dem Euler-Jubiläumsjahr 1907 ist an der Fassade eine Gedenktafel angebracht.

- [15] D. Bernoulli hat Berlin schliesslich nie besucht.
- [16] Am 11. November 1742 schrieb Christian Wolff an J.I Bernoulli: «Doleo animum Regis initio statim regiminis a Musis ad Martem fuisse conversum et in turbulento hoc Europae statu Musas sibi non multum promittere posse.» («Ich bedaure, dass die Gesinnung des Königs gleich am Anfang seiner Regierung sich von den Musen ab- und dem Mars zugewendet hat und dass sich die Musen in diesem turbulenten Zustand Europas nicht viel versprechen können.») – Cf. Bibl. Basel, L Ia 671, Nr. 57\*. Die Korrespondenz zwischen den beiden Gelehrten ist im Rahmen der *Basler Edition der Bernoulli-Briefwechsel* digitalisiert und online unter der Adresse [www.ub.unibas.ch/bernoulli](http://www.ub.unibas.ch/bernoulli) abrufbar.
- [17] Obwohl nach Erscheinen des grossen Kometen vom Februar 1742 angeblich noch ein zweiter (oder sogar ein dritter) Komet gesichtet worden sein soll, beziehen sich diese ungesicherten Beobachtungen auf die erste Hälfte des Jahres 1742. Der nächste Komet wurde erst im Februar 1743 entdeckt (cf. Kronk 1999, vol. 1, p. 405–407). Euler, der Ende 1742 sein am 6. September der Berliner Akademie präsentiertes Manuskript der 1743 erschienenen Arbeit E. 58 zum Druck vorbereitete (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 60), war vermutlich erpicht darauf, seine neue Methode zur Bestimmung von Kometenbahnen nicht nur auf zusätzliche Beobachtungen des Kometen vom Februar, sondern sogleich auch auf neu entdeckte Kometen anzuwenden (cf. *Eulers Briefwechsel* 3, p. 59–79; Bigourdan 1917, p. 265–277; O. IV A, 5, p. 138–143). Gerüchte über eine vermeintliche Neuentdeckung dürften ihn veranlasst haben, bei D. Bernoulli in Basel wegen einer allfälligen aktuellen Kometenerscheinung anzufragen.
- [18] Band 7 der *Berliner Miscellanea* erschien im Jahre 1743; er enthielt sechs Abhandlungen Eulers (E. 58–62, L. Euler 1743), welche die Hälfte des ganzen Bandes ausmachen.
- [19] Von den 21 Abhandlungen Eulers, die in den Bänden 7 und 8 der *Petersburger Commentarii* veröffentlicht wurden, sind fünf der Reihentheorie gewidmet, nämlich E. 41, 43, 46, 47, 55.

## 61

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 9. Februar 1743

HochEdelgebohrner Herr

Hochgeehrtester Herr Professor!

Ich kan Ew. HEdgb. nicht genug beschreiben, wie erfrewlich mir gewesen mit so nachdrucklichen expressionen von Dero aller-werthesten freundschaftt versichert zu werden; Sie belieben gleichfahls meiner vollkommensten Hochachtung und auffrichtigsten freundschaftt völlig persuadiert zu sejn. Seit meiner zuruckkunfft auß Petersburg hab ich gegen allen Leüten meine veneration für Dero sonderbahre merites bezeüget; mein naturel ist gewislich von aller jalousie weit entfernt und erkenne ich mich viel zu gering einige jalousie gegen Sie mir in sinn kommen zu laßen, obschon ich übrigens erkenne einige talenten von Gott empfangen zu haben, welche erkantnüß doch keiner ruhmredigkeit zuzuschreiben bitte. Wir wollen es aber bej dieser bejder seits geschehenen declaration ein für alle mahl bewenden laßen und in das künfftige von allen lobreden abstehe: die Ihrige beschämen mich und die meinige sind doch alzeit zu schwach. Die freundschaftts bezeügungen hingegen sind mir so werth, daß Sie solche nicht genug werden wiederholen können.

Es frewet mich daß Ew. HEdgb. über meine *theoriam hydrodynamicam* völlig persuadiert sind und frewet mich umb so viel mehr, als ich festiglich glaube daß

Sie der einzige sind, die par connoissance de cause hiervon überzeugt sind; bitte also *data occasione* Dero approbation öffentlich zu bezeugen, nicht daß ich hierin viel merite suche, sondern bloß daß meine *theoremata* adoptiert werden und die wahrheiten in allen stücken je mehr und mehr erkent werden, worin aller ehrlichen leüten absicht meistens bestehen solte<sup>[1]</sup>. Das *argumentum de vecte luxato* mag freylich unter Dero händen von großer wichtigkeit worden sejn; da ich aber solches keines wegs perfectioniert und es bey dem ersten einfahl habe bewenden laßen, so hab ich billich nicht viel darauß machen sollen; ich will aber solches *dato otio* ferners cultivieren, da ich von Ew. HEdgb. vernehme, daß es zu vielen newen decouvertes anlaaß geben kan und Ihnen alsdan meine observationen communicieren.

Es ist freylich sehr operos die *radicem hujus aequationis infinitae*

$$1 = \frac{1 \cdot 3}{2^2} m + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 4^2} mm + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} m^3 + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 9}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} m^4 + \text{etc.}$$

zu finden. Ich glaube, daß die *series*, so ich gefunden hatte, aber nicht aufgeschrieben, bequemer gewesen seje: ich habe aber darauff gedacht, wie man obige aequation könne accurater und compendioser considerieren. *Sit verbi gratia septimus seriei terminus* oder  $0,05061m^7 = C$ , so werden die folgenden *quam proxime* sejn<sup>[2]</sup>

$$\frac{6}{7} Cm + \frac{6}{8} Cmm + \frac{6}{9} Cm^3 + \text{etc.},$$

und kan diese substitution *sine ullo sensibili errore* platz finden: diese *series* ist

$$\begin{aligned} &= 6 \times 0,05061 m \times \left( \frac{m^7}{7} + \frac{m^8}{8} + \frac{m^9}{9} + \text{etc.} \right) \\ &= 6m \times 0,05061 \times \int \frac{m^6 dm}{1-m} \\ &= 6m \times 0,05061 \times \left( -\frac{1}{6} m^6 - \frac{1}{5} m^5 - \frac{1}{4} m^4 - \frac{1}{3} m^3 - \frac{1}{2} mm - m + \log \frac{1}{1-m} \right) \\ &= 0,30366 m \log \frac{1}{1-m} - 0,30366 mm - 0,15183 m^3 - 0,10122 m^4 \\ &\quad - 0,07591 m^5 - 0,06073 m^6 - 0,05061 m^7. \end{aligned}$$

Wan man nun in Ew. HEdgb. *aequatione infinita* die sieben erste *terminos* behaltet und für die folgenden den gefundenen *valorem* substituiert, so findet man in decimal zahlen

$$\begin{aligned} 1 &= 0,30366 m \log \frac{1}{1-m} + 0,75000 m - 0,06928 mm - 0,01414 m^3 \\ &\quad - 0,00511 m^4 - 0,00191 m^5 - 0,00061 m^6. \end{aligned}$$

Weilen nun in dieser aequation die fünf letstere *termini* sehr klein sind, so kan man in denselben den *valor litterae m* für bekant nemmen und setzen  $m = 0,80$ , so wird die *summa* der fünff letstere *terminorum* werden  $= -0,05445$ . Nach dieser substitution findet man diese aequation

$$1,05445 = 0,75000 m + 0,30366 m \log \frac{1}{1-m},$$

welche meiner estime nach den *verum valorem quantitatis m* bej  $\frac{1}{1000}$  geben muß. Wil man die *tabulas logarithmorum Vlacquii* gebrauchen<sup>[3]</sup>, so hat man

$$1,05445 = 0,75000 m + 0,69930 m \log \frac{1}{1-m}.$$

Ich setze nun wieder  $m = 0,80$  und finde  $1,05445 = 0,99196$ ; hier ist das *mendacium*  $+0,06249$ ; darnach setze ich  $m = 0,82$  und bekomme  $1,05445 = 1,04205$ , alwo das *mendacium* ist  $+0,01240$ : Auß diesen zwej *mendaciis* kan man *per regulam falsi* sicher schließen  $m = 0,825$ ; hieraus folgt  $2m - 1 = 0,650$ : hieraus findet man den *angulum quaesitum* von  $81^\circ 6'$ , und kan dieser *angulus* nach meiner estime nicht mehr als etliche wenige minutes fehlen. Ich wolte aber nach diesem ersten versuch ohne große mühe den *angulum* biß auff die secunden richtig finden<sup>[4]</sup>.

Ich solte auß Dero expressionen, die Sie gebrauchen, wegen der *ratione sonorum laminarum elasticarum* schier schließen, daß ich diese *rationem per multas et devias ambages* gefunden habe. Ich kan diese *rationem* nicht anderst als folgender maaßen determinieren: *Erunt nempe soni laminae muro infixae et laminae liberae ut*  $\frac{1}{ff}$  *ad*  $\frac{1}{\varphi\varphi}$ , *postquam satisfactum fuerit hisce aequationibus*

$$\frac{1}{2f} = \text{Arc. Sin.} \frac{1 + e^{1:f}}{\sqrt{2 + 2e^{2:f}}} \quad \text{und} \quad \frac{\text{Cosin. Arc.} \frac{1}{2\varphi}}{e^{1:2\varphi} + e^{-1:2\varphi}} = \frac{-\text{Sin. Arc.} \frac{1}{2\varphi}}{e^{1:2\varphi} - e^{-1:2\varphi}}$$

alwo  $e$  bedeuëtet den *numerus cujus logarithmus est unitas* und die *Arcus et sinus ad radium 1* müßen referiert werden; oder anstatt obiger zwej aequationen kan man die zwej folgenden *per series expressas* gebrauchen, nemlich

$$\begin{aligned} & \left( 1 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 f^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 f^8} + \text{etc.} \right) \\ & : \left( 1 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 f^4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 f^8} + \text{etc.} \right) \\ & = \left( \frac{1}{2 \cdot 3 f^4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 f^8} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 f^{12}} + \text{etc.} \right) \\ & : \left( 1 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 f^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 f^8} + \text{etc.} \right) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
 & \left( 2 + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 2^4 \varphi^4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2^8 \varphi^8} + \text{etc.} \right) \\
 & : \left( \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 2^2 \varphi \varphi} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 2^6 \varphi^6} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 2^{10} \varphi^{10}} + \text{etc.} \right) \\
 & = \left( \frac{1}{3 \cdot 2^2 \varphi \varphi} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2^6 \varphi^6} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 2^{10} \varphi^{10}} + \text{etc.} \right) \\
 & : \left( 4 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2^4 \varphi^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 2^6 \varphi^6} + \text{etc.} \right).
 \end{aligned}$$

Da man nun zu diesen *radicibus* nicht anderst als *operosissime* appropinquieren kan, und hingegen Ew. HEdgb. eine gar genaue proportion determinieren, fürchte ich, daß meine methode vielen umschweiffen unterworfen seje; doch solle ich an deren richtigkeit nicht zweiffen: bitte also Ew. HEdgb. mit ein paar worten mir Dero methode anzudeüten. Sonsten kan man freÿlich sehr viele curiose *experimenta* machen über diese materi; ich müste aber einen alzugroßen extract machen von meiner dissertation<sup>[5]</sup>, umb solche zu beschreiben;



zum exempel ich habe die *quantitatem LC* erstlich ausgerechnet; darnach die *laminam LD* *extremis digitis in puncto C* ergriffen und selbige percutiert; so ist der *sonus clarus, distinctus et diu durans* gewesen. Wan ich aber die *laminam* an einem anderen orte hielte, so war der thon gantz verdumpffen und *indistinctus*, als wie an einer gespaltenen glocken: wan Ew. HEdgb. verlangen, so werde ich in dem nächsten schreiben hierüber fernere *eclaircissemens* geben; ich glaube aber, Sie werden auch ohne mich schon alles erforschen.

Was Dero *theoremata* anbelangt, *quod sit*

$$\begin{aligned}
 & \int x^{m-1} dx (a^n - x^n)^{\frac{k-n}{n}} \\
 & = \frac{a^{k+m-n}}{m} \times \frac{n}{k} \times \frac{2n(k+m)}{(k+n)(m+n)} \times \frac{3n \times (k+m+n)}{(k+2n)(m+2n)} \times \text{etc.},
 \end{aligned}$$

so sehe ich deßen demonstration nicht gleich ein und will solche lieber von Ew. HEdgb. mir andeüten laßen, weilen mir der kopff nicht auffgeräumt diese materi, die ich seit langer zeit nicht tractiert, wieder vor die hand zu nehmen<sup>[6]</sup>.

Sie belieben mir auch ohnbeschwärt zu melden *ex quo principio* der Wallisius seinen *casum in hoc theoremate contentum* hergeleitet, als welches ich auch wieder vergeßen. Mein schwaches gedächtnuß macht daß ich alzeit eine jede materi wieder von vornen anfangen muß und doch kan ich nicht von mir erhalten, daß ich meine meditationen aufschriebe. Ich sehe zum voraus, daß wan ich auß der relation, in deren ich biß dato mit Petersburg gestanden, kommen solte, mein gantzer mathematischer plunder in koht fallen werde; *video meliora proboque deteriora sequor*<sup>[7]</sup>.

Doch wird mir der lust von Ew. HEdgb. zu profitieren niemahls vergehen; bitte also mir ferners Dero gelehrte inventionen zu communicieren.

Es hat mich gefrewt zu vernemmen daß der H. Raht Schumacher auß seinem arrest befrejt worden und mit solchen ehren sich auß diesem labirinth gewicklet hat<sup>[8]</sup>. Ich bitte Ew. HEdgb. ihme deswegen mein hertzliches compliment zu machen; den todt des Fürsten Czerkaski bedaure ich umb so viel mehr, als mir solcher *in specie* praejudicierlich gewesen: der Printz Cantemir hatte mir gerahten diesem Herren zu schreiben und ihme meinen brieff zu schicken, welchen er kräftigst soutenieren wolle: ich hatte auch solches würklich gethan und *incidenter* von H. Schumacher auff eine wejß geredt, daß ihme solches in seinen verwirten umbständen vielleicht hätte einigen nutzen verschaffen können, so fern ist es daß ich ihme hätte schaden wollen<sup>[9]</sup>; ich erkenne auch in der that, daß die Academische sachen nur schlimmer gehen wurden, wan er darvon entfernt wäre. Ew. HEdgb. belieben bej ihme auszuwürcken daß man meinem Vatter auch eine assignation auff den 7<sup>ten</sup> und 8<sup>ten</sup> *tomum Comment[ariorum]* schicken und *ratione* meiner pension, daß man mir auff das wenigste ein jahrgang zahle, wan man nicht füglich alle beyde jahr abrichten kan. Sie belieben ferners dem H. Schu[ma]cher zu dancken, daß er meinen brieff an den Koch Raupp bestellt habe und ihme zu recommandieren, daß man eine antwort erhalte<sup>[10]</sup>. Insonderheit aber bin ich Ew. HEdgb. verbunden, daß Sie meinen einschluß so richtig bestellt haben. Wan der H. Raht Vockerodt in Berlin sich aufhaltet, bitte demselben mein dienst[fertiges] compliment zu machen. Es ist wahr daß der Editor (Bousquet) meines Vatters *Opera* dem König (Friedrich II.) dedicieren wird und im sinn hat selbige I[hro] K[öniglichen] M[a]jestaet selbsten zu praesentieren: Er wird auch die ehr haben Ew. HEdgb. ein exemplar in meines Vatters nammen zu praesentieren<sup>[11]</sup>. Ich wolte wohl hertzlich gern, daß ich mit ihme könnte die Berliner reiß thun und noch einmahl in meinem leben Ew. HEdgb. samt Dero geehrtesten familie sehen; Ich bin aber in Basel viel zu starck angebunden und muß auch meines seckels rechnung tragen umb eine so kostbahre reiß zu unternehmen<sup>[12]</sup>: Wan die Academie in Berlin wäre auffgerichtet worden, hätte ich auff eine oder die andere weiß mehr apparenz darzu gesehen.

Der H. Maupertuis hat mir in des Königs (Friedrich II.) nammen nach allen vorhergegangenen tractaten noch einmahl gemeldet vor etwas zeits, que le Roi contoit sur moi; ich hatte mich aber niemahls völlig determinieren können. Nunmehr aber ist wenig apparenz mehr daß das Academische project so bald werde außgeführt werden. Ich hatte mich unterdeßen bloß dahin declariert, daß ich wohl für eine kurtze zeit der Academie meine dienst offerieren wolte; daß ich mir auch getrawete im anfang und bej derselben ersteren einrichtung würckliche dienste leisten zu können und zwar weit größere als wan dieselbe alberejt völlig etabliert seje; die permission getrawete ich mir auch von meiner Obrigkeit für eine zeit zu erhalten und bezeigte in diesem fahl nichts anders zu begehren als defrayirt zu werden, da man mir bej einem durablen engagement ein *salarium* von 2000 thl. förmlich offeriert hatte, welches ich mich in ansehung Ew. HEdgb. geschämt hätte anzunehmen, als meine wenige merites weit übertreffend, wan überall die *salaria* den merites proportioniert sejn sollen. Es wurde auch vielleicht mein exempel an-



dere gelehrte einiger maßen encouragiert haben ihr Vatterland zu verlaßen; der H. Maupertuis schien aber nicht diese meine desinteressierte[n] propositionen zu approbieren und seithero hab ich das gantze *negotium* auffgegeben.

Auff Ew. HEdgb. commission bin ich zu H. (Johann Ludwig) Brandmuller gegangen und habe demselben das nöhtige remonstrirt, der dan darauff declariert hat, daß er Ew. HEdgb. nicht anderst als en Commissionaire in seinen büchern debitiert habe und wohl wiße daß Sie deswegen nicht sein Debitor seien; ich habe von ihm begehrt, er solle mir solches schriftlich zustellen; er hat mir auch solches versprochen; hat mir aber anstatt deßen gegenwärtiges beschloßenes brieffl[ein] geschickt; ich habe für gut befunden solches zu öffnen und habe darauß gesehen daß dieser brief nicht seinem versprechen nach eingerichtet seje; ich wurde ihm den brief wieder zuruck-geschickt haben, wan nicht einige andere puncten darin enthalten wären. Wan nun Ew. HEdgb. belieben, so will ich diesen H. Brandmüller schon mittel finden völlig zur raison zu bringen; ich muß aber in diesem fahl eine weitläufferige *historiam facti* haben. Wan Sie auch wollen, daß ich die von Ew. HEdgb. dem H. Brandmuller überschickte bücher retirieren solle, so will ich solches trachten zu erlangen, im fahl diese bücher auff Ihr eigenen conto stehen; wan sie aber dem Academischen buchladen in Petersburg gehören, so wird wohl beßer sejn sich der gantzen sach zu entschlagen und nur den H. Brandmuller dahin anzutreiben daß er schriftlich declariere, daß er keine anforderung an Sie mache<sup>[13]</sup>.

Die commission an Dero geehrtesten H. Oncle (J.H. I Brucker) hab ich auch ausgerichtet, der Dieselbe wiederumb freündlichst salutieren läßt.

Hiemit habe die ehr Ew. HEdgb. meiner wahren hochachtung zu versichern und verbleibe

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 9. febr. 1743.

Ew. HEdgb. solten durch den H. Bousquet, der meines Vatters *Opera* truckt, Dero herlichen tractat *de Isoperimetricis* trucken laßen; Man könnte auch Dero *Dissertationes de seriebus* darin colligieren umb ein rechtes *volumen* zu machen: ich werde deswegen mit H. Bousquet mit der zeit reden, [...]<sup>[14]</sup>

### Übersetzung

}...{

Ich kann Ihnen nicht genug beschreiben, wie sehr es mich gefreut hat, so nachdrücklich Ihrer wertesten Freundschaft versichert zu werden. Seien Sie gleichfalls von meiner vollkommenen Hochachtung und aufrichtigsten Freundschaft überzeugt. Seit meiner Rückkehr aus Petersburg habe ich gegenüber jedermann meine Verehrung für Ihre besonderen Verdienste bezeugt. Mein Naturell ist sicher frei von jeglichem Neid, und ich schätze mich selbst viel zu gering ein, um mir derartige Gefühle gegen Sie einfallen zu lassen. Ich erkenne im Übrigen schon, einige Talente von Gott empfangen zu haben, doch bitte ich Sie, diese Erkenntnis nicht der Ruhmredigkeit zuzuschreiben. Bei dieser gegenseitig erfolgten Erklärung wollen wir es aber ein für allemal bewenden lassen und uns inskünftig aller Lobreden enthalten: Die Ihrigen beschämen mich, und die meinigen sind doch immer zu schwach. Ihre Freundschaftsbezeugungen sind mir hingegen derart lieb, dass Sie diese nicht genug werden wiederholen können.

Es freut mich, dass Sie von meiner hydrodynamischen Theorie völlig überzeugt sind, und das um so mehr, als ich fest glaube, dass Sie der einzige sind, der in Kenntnis der Sache davon überzeugt ist. Ich bitte Sie also, Ihr Einverständnis bei sich bietender Gelegenheit öffentlich zu bezeugen, nicht weil ich hierin viel Anerkennung suche, sondern bloss, damit meine Theoreme angenommen und ihre Wahrheiten in allen Stücken mehr und mehr erkannt werden, was ja die Absicht aller ehrlichen Leute vor allem sein sollte<sup>[1]</sup>. Das Thema des geknickten Hebels mag unter Ihren Händen freilich zu grosser Wichtigkeit gekommen sein; allein, da ich es keineswegs ausgearbeitet habe und es beim ersten Einfall bewenden liess, so wollte ich vernünftigerweise nicht viel daraus machen. Dennoch möchte ich es – sollte sich Zeit dazu finden – weiterhin pflegen, da ich von Ihnen vernehme, dass es zu vielen neuen Entdeckungen führen kann, und Ihnen dann meine Bemerkungen mitteilen.

Es ist allerdings sehr mühsam, die Wurzel der unendlichen Gleichung

$$1 = \frac{1 \cdot 3}{2^2} m + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 4^2} mm + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} m^3 + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 9}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} m^4 + \text{etc.}$$

zu finden. Ich glaube, dass die Reihe, welche ich gefunden, jedoch nicht aufgeschrieben hatte, bequemer gewesen ist. Ich habe mir aber überlegt, wie man die obige Gleichung genauer und einfacher betrachten könnte. Sei beispielsweise der siebte Term der Reihe oder  $0.05061m^7 = C$ , so sind die folgenden angenähert<sup>[2]</sup>

$$\frac{6}{7} Cm + \frac{6}{8} Cmm + \frac{6}{9} Cm^3 + \text{etc.},$$

und diese Substitution kann ohne merklichen Fehler vorgenommen werden: Diese Reihe ist

$$\begin{aligned}
&= 6 \times 0.05061 m \times \left( \frac{m^7}{7} + \frac{m^8}{8} + \frac{m^9}{9} + \text{etc.} \right) = 6m \times 0.05061 \times \int \frac{m^6 dm}{1-m} \\
&= 6m \times 0.05061 \times \left( -\frac{1}{6} m^6 - \frac{1}{5} m^5 - \frac{1}{4} m^4 - \frac{1}{3} m^3 - \frac{1}{2} mm - m + \ln \frac{1}{1-m} \right) \\
&= 0.30366 m \ln \frac{1}{1-m} - 0.30366 mm - 0.15183 m^3 - 0.10122 m^4 \\
&\quad - 0.07591 m^5 - 0.06073 m^6 - 0.05061 m^7.
\end{aligned}$$

Behält man nun in Ihrer unendlichen Gleichung die ersten sieben Terme und substituiert für die folgenden den gefundenen Wert, so findet man in Dezimalzahlen

$$\begin{aligned}
1 &= 0.30366 m \ln \frac{1}{1-m} + 0.75000 m - 0.06928 mm - 0.01414 m^3 \\
&\quad - 0.00511 m^4 - 0.00191 m^5 - 0.00061 m^6.
\end{aligned}$$

Weil nun die fünf letzten Terme dieser Gleichung sehr klein sind, kann man in diesen den Wert des Buchstabens  $m$  als bekannt annehmen und  $m = 0.80$  setzen. Somit wird die Summe der letzten fünf Terme  $= -0.05445$ . Nach dieser Substitution findet man die Gleichung

$$1.05445 = 0.75000 m + 0.30366 m \ln \frac{1}{1-m},$$

die meiner Einschätzung nach den wahren Wert der Grösse  $m$  bis auf  $\frac{1}{1000}$  liefern muss. Will man die Logarithmentafeln von Vlacq verwenden<sup>[3]</sup>, so bekommt man

$$1.05445 = 0.75000 m + 0.69930 m \log \frac{1}{1-m}.$$

Ich setze nun wieder  $m = 0.80$  und finde  $1.05445 = 0.99196$ . Hier ist die fehlerhafte Abweichung  $+0.06249$ ; hernach setze ich  $m = 0.82$  und bekomme  $1.05445 = 1.04205$ , wo die Abweichung  $+0.01240$  beträgt. Aus diesen beiden Abweichungen kann man mittels der *Regula falsi* sicher auf  $m = 0.825$  schliessen, woraus  $2m-1 = 0.650$  folgt, und daraus findet man den gesuchten Winkel von  $81^\circ 6'$ , der nach meiner Einschätzung nicht mehr als nur um wenige Minuten abweichen kann. Nach diesem ersten Versuch wollte ich aber den Winkel ohne grossen Aufwand bis auf die Sekunden genau finden<sup>[4]</sup>.

Aus Ihrer Ausdrucksweise hinsichtlich des Verhältnisses der Töne der elastischen Streifen sollte ich beinahe schliessen, ich hätte dieses Verhältnis über viele undurchsichtige Umwege gefunden. Dieses Verhältnis kann ich nur folgendermassen bestimmen: Die Töne eines an einer Mauer befestigten und eines freischwingenden Streifens verhalten sich doch wohl wie  $\frac{1}{ff}$  zu  $\frac{1}{\varphi\varphi}$ , nachdem die folgenden Gleichungen befriedigt sein werden:

$$\frac{1}{2f} = \arcsin \frac{1 + e^{1:f}}{\sqrt{2 + 2e^{2:f}}} \quad \text{und} \quad \frac{\cos \frac{1}{2\varphi}}{e^{1:2\varphi} + e^{-1:2\varphi}} = \frac{-\sin \frac{1}{2\varphi}}{e^{1:2\varphi} - e^{-1:2\varphi}},$$

wo  $e$  die Zahl bedeutet, deren Logarithmus 1 ist, und die Arcus und Sinus auf den Radius 1 zu beziehen sind. Anstatt dieser Gleichungen kann man auch die beiden folgenden, durch Reihen ausgedrückten Gleichungen verwenden:

$$\begin{aligned} & \left( 1 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 f^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 f^8} + \text{etc.} \right) \\ & : \left( 1 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 f^4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 f^8} + \text{etc.} \right) \\ = & \left( \frac{1}{2 \cdot 3 f^4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 f^8} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 f^{12}} + \text{etc.} \right) \\ & : \left( 1 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 f^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 f^8} + \text{etc.} \right) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} & \left( 2 + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 2^4 \varphi^4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2^8 \varphi^8} + \text{etc.} \right) \\ & : \left( \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 2^2 \varphi \varphi} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 2^6 \varphi^6} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 2^{10} \varphi^{10}} + \text{etc.} \right) \\ = & \left( \frac{1}{3 \cdot 2^2 \varphi \varphi} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2^6 \varphi^6} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 2^{10} \varphi^{10}} + \text{etc.} \right) \\ & : \left( 4 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2^4 \varphi^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 2^6 \varphi^6} + \text{etc.} \right). \end{aligned}$$

Da man nun diese Wurzeln nur höchst mühsam annähern kann und Sie hingegen eine sehr genaue Proportion bestimmen, so fürchte ich, dass meine Methode vielen Umwegen unterworfen ist. Dennoch zweifle ich nicht an ihrer Richtigkeit, und ich bitte Sie also, mir Ihre Methode mit ein paar Worten anzudeuten. Freilich kann man über diesen Gegenstand sehr viele merkwürdige Experimente anstellen. Um diese zu beschreiben, müsste ich jedoch einen allzu grossen Auszug aus meiner Abhandlung<sup>[5]</sup> verfertigen.



Zum Beispiel habe ich zuerst die Grösse  $LC$  berechnet, danach den Streifen  $LD$  mit den Fingerspitzen im Punkt  $C$  ergriffen und ihn angeschlagen. Auf diese Weise war der Ton rein, deutlich und lange anhaltend. Wenn ich aber den Streifen an einem anderen Punkt anfasste, war der Ton ganz dumpf und undeutlich wie bei einer gesprungenen Glocke. Wenn Sie es wünschen, werde ich darüber in meinem nächsten Schreiben weitere Erklärungen geben, doch glaube ich, Sie werden auch ohne mich schon alles durchschauen.

Was Ihr Theorem anbelangt, dass

$$\begin{aligned} & \int x^{m-1} dx (a^n - x^n)^{\frac{k-n}{n}} \\ = & \frac{a^{k+m-n}}{m} \times \frac{n}{k} \times \frac{2n(k+m)}{(k+n)(m+n)} \times \frac{3n \times (k+m+n)}{(k+2n)(m+2n)} \times \text{etc.} \end{aligned}$$

gilt, so sehe ich dessen Beweis nicht sofort ein und möchte mir diesen lieber von Ihnen andeuten lassen, da meine Gedanken zu wenig geordnet sind, um diesen Gegenstand, mit welchem ich mich seit langer Zeit nicht beschäftigt habe, wieder an die Hand zu nehmen<sup>[6]</sup>.

Melden Sie mir bitte auch gelegentlich, aus welchem Prinzip Wallis seinen in diesem Theorem enthaltenen Fall abgeleitet hat, was ich auch wieder vergessen habe. Mein schwaches Gedächtnis bewirkt, dass ich jeden Gegenstand immer wieder von vorn aufrollen muss, und dennoch bringe ich es nicht fertig, meine Überlegungen aufzuschreiben. Ich sehe voraus, dass mein ganzer mathematischer Plunder in den Dreck fallen wird, wenn ich die Beziehungen, die ich bis heute mit Petersburg gepflegt habe, verlieren sollte: «*Video meliora proboque deteriora sequor*»<sup>[7]</sup>. Doch wird mir die Lust, von Ihnen zu profitieren, niemals vergehen; also bitte ich Sie, mir Ihre gelehrten Entdeckungen weiterhin mitzuteilen.

Mit Freude habe ich vernommen, dass Herr Rat Schumacher aus seinem Arrest entlassen worden ist und sich mit solchen Ehren diesem Labyrinth entwunden hat<sup>[8]</sup>; ich bitte Sie, ihm deswegen mein herzlichstes Kompliment zu machen. Den Tod des Fürsten Čerkasskij bedaure ich um so mehr, als er mir auch persönlich von Nachteil gewesen ist: Fürst Kantemir hatte mir geraten, diesem Herrn zu schreiben und ihm einen Brief zu schicken, welchen er nachdrücklich unterstützen wolle. Dies hatte ich auch tatsächlich getan und darin von Herrn Schumacher auf eine Weise geredet, dass es diesem in seiner verworrenen Lage vielleicht hätte nützlich sein können; es kann keine Rede davon sein, dass ich ihm hätte schaden wollen<sup>[9]</sup>. Ich sehe auch wirklich, dass es bei der Akademie nur noch schlechter ginge, wenn er dort entlassen worden wäre. Bitte erwirken Sie bei ihm, dass man auch meinem Vater eine Assignation für den 7. und 8. Band der *Commentarii* schicken möge, und in Sachen meiner Pension, dass man mir wenigstens ein Jahresgehalt bezahle, wenn man schon nicht beide Jahre begleichen kann. Ferner bitte ich Sie, Herrn Schumacher dafür zu danken, dass er meinen Brief an den Koch Raupp bestellt hat, und ihm ans Herz zu legen, dass man darauf Antwort bekommt<sup>[10]</sup>. Besonders jedoch bin ich Ihnen verbunden, dass Sie meine Briefbeilage so korrekt erledigt haben. Wenn Rat Vockerodt sich in Berlin aufhält, bitte ich Sie, ihn von mir freundlich grüssen zu lassen. Es trifft zu, dass der Verleger (Bousquet) die *Werke* meines Vaters dem König (Friedrich II.) widmen wird und beabsichtigt, sie Seiner Königlichen Majestät persönlich zu übergeben. Er wird sich auch beehren, Ihnen im Namen meines Vaters ein Exemplar zu präsentieren<sup>[11]</sup>. Herzlich gern möchte ich mit ihm zusammen die Reise nach Berlin unternehmen und Sie samt Ihrer verehrten Familie noch einmal in meinem Leben sehen, doch bin ich in Basel viel zu stark gebunden und muss auch meine Finanzen berücksichtigen, um eine so kostspielige Reise zu unternehmen<sup>[12]</sup>. Wenn die Akademie in Berlin schon errichtet worden wäre, hätte ich auf die eine oder andere Art mehr Möglichkeit dazu gesehen.

Herr Maupertuis hat mir im Namen des Königs (Friedrich II.) nach allen vorangegangenen Verhandlungen vor einiger Zeit nochmals gemeldet que le Roi contoît sur moi, doch hatte ich mich niemals ganz entschliessen können. Jetzt aber sieht es wenig danach aus, dass das akademische Projekt in Bälde realisiert werden wird.

Ich hatte mich seinerzeit nur dahin erklärt, ich sei bereit, der Akademie für kürzere Zeit meine Dienste anzubieten, und traute mir auch zu, dieser zu Beginn bei ihrer Einrichtung wirkliche Dienste leisten zu können – weit grössere, als wenn sie schon vollständig etabliert sei. Ich war auch zuversichtlich, von meiner Obrigkeit für eine gewisse Zeitspanne die Genehmigung dazu bekommen zu können, und bezeugte, in diesem Fall nichts anderes zu verlangen, als für meine Spesen entschädigt zu werden, während man mir bei einem dauernden Engagement ein Salär von 2000 Talern förmlich angeboten hatte, das anzunehmen ich mich im Hinblick auf Sie geschämt hätte; dieses überträfe meine wenigen Verdienste bei weitem, wenn allgemein die Saläre den Verdiensten proportional sein sollten. Mein Beispiel hätte vielleicht auch andere Gelehrte ermutigt, ihr Vaterland zu verlassen. Herr Maupertuis schien aber diese meine uneigennützigten Vorschläge nicht zu billigen, und so habe ich seitdem das ganze Geschäft aufgegeben.

Ihrem Auftrag gemäss ging ich zu Herrn ⟨Johann Ludwig⟩ Brandmüller und trug ihm das Nötige vor, worauf er erklärte, er habe Sie bloss als Kommissionär in seinen Geschäftsbüchern belastet und wisse wohl, dass Sie deswegen nicht sein Debitor seien. Ich verlangte von ihm, er solle mir das schriftlich geben, was er auch versprochen hat. Doch statt dessen schickte er mir das beiliegende, verschlossene Brieflein, das zu öffnen ich für gut befunden und daraus ersehen habe, dass dieser Brief nicht gemäss seinem Versprechen abgefasst ist. Ich hätte ihm den Brief wieder zurückgeschickt, wenn er nicht noch einige andere Punkte enthielte. Wenn es Ihnen beliebt, so will ich schon Mittel finden, diesen Herrn Brandmüller völlig zur Vernunft zu bringen, doch in diesem Fall muss ich einen ausführlicheren Bericht über das Vorgefallene haben. Wenn Sie auch möchten, dass ich die von Ihnen an Herrn Brandmüller gesandten Bücher zurückziehen soll, so will ich das zu erreichen versuchen, falls diese Bücher auf Ihr eigenes Konto gehen; wenn sie hingegen dem Akademischen Buchladen in Petersburg gehören, so wäre es wohl besser, sich der ganzen Sache zu entledigen und nur Herrn Brandmüller dazu zu bringen, schriftlich zu erklären, dass er keine Forderung an Sie erhebt<sup>[13]</sup>.

Den Auftrag an Ihren geehrten Onkel ⟨J.H.I Brucker⟩, der Sie seinerseits freundlichst grüssen lässt, habe ich ausgeführt.

Hiermit beehre ich mich, Sie meiner aufrichtigen Hochachtung zu versichern, und verbleibe

⟩ ... ⟨

Daniel Bernoulli

Basel, den 9. Februar 1743.

Sie sollten Ihren herrlichen Traktat über die isoperimetrischen Probleme auch durch Herrn Bousquet drucken lassen, der die *Werke* meines Vaters druckt. Man könnte dabei auch Ihre Abhandlungen über die Reihen aufnehmen, um daraus einen richtigen Band zu machen. Ich werde gelegentlich mit Herrn Bousquet darüber sprechen [...]<sup>[14]</sup>

- R 149 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Januar 1743  
 Basel, 9. Februar 1743  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136. op. 2, Nr. 7, Bl. 75–76v  
 Publ.: Fuss 2, p. 515–521

- [1] Euler scheint auf D. Bernoullis Beitrag zur theoretischen Hydraulik nur einmal öffentlich Bezug genommen zu haben, nämlich in der Vorrede zu seiner *Artillerie* (E. 77). – Cf. Einleitung III. 1, p. 19 h.v.  
 [2] Die von D. Bernoulli angegebene Approximationsformel

$$\frac{6}{7} Cm + \frac{6}{8} Cm^2 + \frac{6}{9} Cm^3 + \text{etc.}$$

ist falsch. Eine angemessene Approximation wäre

$$\frac{6}{7} Cm + \frac{7}{8} Cm^2 + \frac{8}{9} Cm^3 + \text{etc.}$$

D. Bernoulli legte seinen weiteren Entwicklungen, die mit zahlreichen numerischen Fehlern durchsetzt sind, im Text die erstere Formel zugrunde. Euler hat dies zweifellos bemerkt und auf dem Original von Bernoullis Brief mit einer Korrektur des Wertes von  $C$  quittiert, indem er den Bernoullischen Wert  $0.05061m^7$  mit  $0.050629m^7$  überschrieben hat (wobei der Schluss der Korrektur den ursprünglichen Exponenten von  $m^7$  überlagert). – Einmal mehr ist das Fehlen von Eulers Antwortbrief zu bedauern.

- [3] D. h. – mit Bezug auf Vlacq (1633) – Tafeln von Logarithmen zur Basis 10.  
 [4] Eine genauere Berechnung ergibt den Wert  $81^\circ 1' 44''$  für den gesuchten Winkel.  
 [5] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die vielfältigen Töne, welche von elastischen Streifen auf verschiedene Arten erzeugt werden können (1751, DB. 38). Diese Abhandlung wurde von G.W. Krafft im Februar in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 6f).  
 [6] Da aus Eulers Berliner Zeit keine seiner Briefe an D. Bernoulli erhalten geblieben sind, wissen wir nicht, ob und wie Euler die Bitte Bernoullis um Andeutung des Beweisganges bezüglich dieser Betafunktion erfüllt hat.  
 [7] «Ich sehe und billige das Bessere, folge aber dem Schlechteren»: D. Bernoulli zitiert hier wörtlich Ovid, *Metamorphosen* 7, 24f (aus der Klage der Medea).  
 [8] Cf. Brief Nr. 60, Anm. 11.  
 [9] Von D. Bernoulli ist kein Brief an Čerkasskij bekannt. Hingegen existiert ein Brief von Kantemir an die Petersburger Akademie vom 12. Dezember 1742, in welchem er auch über D. Bernoullis Pension spricht (cf. *Materialy* 5, p. 493). Später vermerkte Niklaus Fuss (*Materialy* 6, p. 42):  
 «Seine [D. Bernoullis] pension, die er als ein auswärtiges mitglied erhält, wurde ihm von dem jahr 1742 biss 1767 vorenthalten, seitdem hat er sie beständig genossen; die rückständigen jahre aber sind ihm niemals ausgezahlt worden.»  
 [10] Über den Koch Raupp (cf. supra Nr. 59, Anm. 22) konnte nichts in Erfahrung gebracht werden.  
 [11] Im Rahmen dieser Mission besuchte Bousquet Berlin im Mai 1743.  
 [12] D. Bernoulli hat Berlin nie besucht und auch Euler nie mehr persönlich getroffen (cf. Briefe Nr. 52, Anm. 2, und Nr. 60, Anm. 15).  
 [13] In diesem und den nächsten zwei Briefen ist wohl Johann Ludwig Brandmüller gemeint. Der hier erwähnte Brief Brandmüllers an Euler ist nicht erhalten geblieben. Betreffs der finanziellen Kontroversen zwischen Euler und dem Basler Buchhändler Brandmüller cf. Brief Nr. 63, Anm. 31.  
 [14] An dieser Stelle der letzten Zeile ist das Blatt ausgefranst. – Eulers *Variationsrechnung* (E. 65) erschien 1744 tatsächlich bei Bousquet.



62

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 23. April 1743

Basel den 23. april 1743

HochEdelgebohrner Herr

Hochgeehrtester Herr Professor!

Ew. HEdgb. geneigteste und verbindlichste expressionen über meine vocation nacher Berlin haben in mir die vollkommenste frewd und erkantlichkeit erwecket, als welche mir Dero wahre ja eýffrige freundschaft in ihrer gantzen vollkommenheit zu erkennen gibt. Dieses möchte mich am meisten engagieren, wan I[hro] K[önigliche] M[ajestaet] (Friedrich II.) mit der zeit eine Academie in Berlin auffzurichten an-noch solten gesinnet sejn, eine vocation nicht nur anzunehmen, sondern so gar, wan es sejn müste, zu sollicitieren. Allein nun währe es zu spät an den König zu schreiben; ich hätte solches gleich thun müßen und wurde es auch gethan haben, wan ich mir hätte einbilden können, daß es einer so geringen unbekannten particular-person könnte erlaubt sejn einem so großen Monarchen *immediate* zuzuschreiben; dergleichen qualiteten sollen billich in unseren hertzen diesen König so hoch über andere König erheben, als diese von Gott sind unter den menschen erhoben worden. Ich finde auch nicht daß ich bei gegenwärtigen verfaßungen einige dienst leisten könnte; die wenige *talenta*, die mir Gott verliehen, könnte ich nicht beßer anwenden als in den ersten jahren einer new-auffgerichteten Academie und könnte auch dem König nicht gerahten werden so große pensionen lebenslang auff einige *Academicos* anzuwenden; Es ist auch meiner mejnung nach beßer bei einer Academie des sciences nur etliche wenige genies superieurs [zu haben], die den wahren *nexum* der wißenschaften einsehen und das reelle von dem clinquant zu unterscheidn wißen, auch darneben unterrichtet sind, was in jeder wißenschafft alberejt nutzliches erfunden worden und was noch ferners darin gesucht werde, als ein größere menge derselben, wan je eine große menge zu finden wäre; In einer Academi muß einiger maßen eine subordination sejn als wie in dem militar-stand; Ein erleuchteter geist sihet ein alles was da zu neuen nutzlichen erfindungen führen könne; hierzu brauchet er leüt die unter seiner direction arbeiten und von denen mehr habilité alß wißenschafft erfordert wird; wan ich also gleich mich unter diese kleine zahl der wahren gelehrten rechnen könnte, von welcher einbildung ich doch weit entfernt bin, so wäre ich doch zimlich überflüßig, indeme Ew. HEdgb. alberejt gegenwärtig sind, und ich vernommen daß so bald der König seine gedanken wieder auff die Academi werffen wird, unterschiedene berühmteste Männer berejt sind sich dahin zu engagieren.

Es nimt mich wunder daß Ew. HEdgb. mehr auff mich als auff meinen Bruder (Johann II) reflectieren; der H. Maupertuis, der uns beide gar wohl kennet und allen eýffer für den dienst I[hro] K[öniglichen] M[ajestaet] bezeugt hat, ist hierin einer anderer mejnung; wan er nur nicht so indolent wäre, wurde er die übrige Bernoulli bald übertreffen; Sonsten macht mir die idée des Vatterlands nicht die

geringste impression; wir machen uns vielmehr ein gewißen unsere alte Elteren zu verlaßen: darzu kommen die uniformitet eines tranquilen lebens und die mediocritet meines gegenwärtigen zustands, welche ich allem eclat vorzuziehen anfangen; *felices nostra si bona novimus*<sup>[1]</sup>. Hingegen empfinde ich eine importune liebe zu den wißenschafften, welche eine abschew vor unserem Basel in mir erwecket. Ich weiß nicht, wie ich mich in alle diese überflüßige reflexionen hab entrainen lassen, welche doch ohne einige absicht geschehen sind. Ew. HEdgb. belieben mir solche nicht übel auszudeüten.

Ich sehe aus allem daß die sachen in Petersburg so bald nicht in richtigkeit kommen werden: Obschon ich meine gedanken wenig mehr dahin richte, werden mich doch Ew. HEdgb. sehr obligieren, wan Sie mir jedesmahl die dortige Academische nouvelles zu berichten belieben; wan je die Academi sich wieder empor schwingen solte, so bin ich versicheret, daß der Prinz Cantemir derselben Oberhaupt werden wird; dieser Herr nimt sich meiner noch alzeit an und hat mir gerahten an den H. von Brevern zu schreiben mit anerbieten mein schreiben mit einem brieff zu begleiten, welches ich auch gethan, aber noch keine antwort erhalten<sup>[2]</sup>: doch aber hat mich dieses abgehalten dem Admiral Graff Gollowin zu schreiben, welches ich doch wohl mit der zeit thun dörrfte und bin deswegen Ew. HEdgb. für diesen raht verbunden.

Die commission an H. (Johann Ludwig) Brandmuller hab ich wiederumb ausgerichtet; Er hat Ew. HEdgb. geantwortet und die antwort hab ich Dero H. Vatter übergeben; hierbey sende nun den conto corrent, so er beigefüget; ich weiß nun nicht ob Ew. HEdgb. mit seiner declaration werden zufrieden sejn; eine conditional decharge beweist schon den unfug seiner praetension, und dunckt mich des H. Brandmüllers ersuchen so gar unbillich nicht; doch wan Ew. HEdgb. nicht zufrieden sind, so schreiben Sie mir nur, daß Sie sich der sache ferners im geringsten nicht annehmen wollen, ehe und bevor H. Brandmüller ohn einige restriction Sie von aller praetension loß-gesprochen, und geben mir darbey commission ihne deswegen noch einmahl göttlich und im fahl der weigerung gerichtlich zu dem letsteren anzuhalten, so bin ich berejt in Ihrem nammen ein procès mit ihm anzufangen. Obigen conto current hab ich einem hiesigen buchhändler, der mit H. Brandmuller sehr verfeindet ist, gewiesen, welcher denselben sehr billich gefunden; solches könnte der Academie in Petersburg gemeldet werden<sup>[3]</sup>.

H. Bousquet wird nächstens hiedurch passieren umb die Berliner-reyß anzutreten; vielleicht werde ich ihme diesen brieff an Ew. HEdgb. mitgeben. Wegen Ew. HEdgb. herrlichem tractat *de isoperimetricis* werde ich vorläufftig mit demselben reden; Sie belieben nur denselben fertig zu halten: Sie könnten das *problema de elastica hac methodo invenienda* und andere dergleichen noch beifügen; ich sehe leicht daß man die *curvaturam catenae et laminae elasticae oscillantis* auch dahin reducieren kan; auff den *modum* aber bin ich noch nicht bedacht gewesen: die meisten *curvas mechanicas* wird man auch dahin reducieren können: die observation von den *trajectoriis*, daß  $\int v ds$  ein *maximum* oder *minimum* sejn müße, dunckt mich sehr schön und von großer wichtigkeit; ich sehe aber die demonstration dieses *principii* nicht ein; Ew. HEdgb. belieben mir zu melden ob sich solches auch *ad*

*trajectorias circa plura centra virium* erstrecke. Vielleicht ist es nur eine *observatio a posteriori*, indeme Sie angemerkt haben, daß die *trajectoriae* diese *proprietaem* haben, ohne solche *a priori* recht demonstrieren zu können<sup>[4]</sup>.

Ich sehe daß Ew. HEdgb. die *formulas pro sonis laminarum elasticarum* zu finden in eine gar bequeme form gebracht umb die *approximationes* zu instituieren, darauff ich nicht reflectiert hatte, obschon solche zimlich *obviae* waren; ich bin Ihnen also deswegen sehr verbunden, wie auch für die überschriebene demonstrationen von den anderen *theorematis analyticis*. Ew. HEdgb. manier den *valorem m* zu finden *pro aequatione*

$$1 = \frac{1 \cdot 3}{2^2}m + \frac{1^2 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 4^2}mm + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2}m^3 + \text{etc.}$$

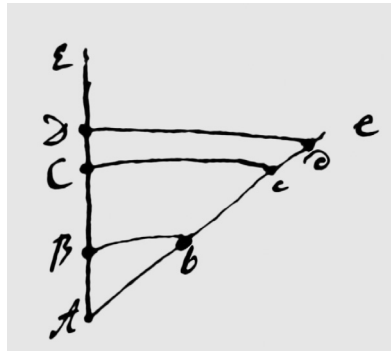
ist zwar accurater als meine, aber auch operoser und supponiert daß Sie schon den *valorem m* in den zwo ersten decimal-zahlen accurat wißen; da ich meine erstere *positiones* in gar viel weitere schrancken gesetzt habe, sonsten ich vielleicht auch den gesuchten *valorem* wurde *propius* gefunden haben; dan der *error in methodo summandi omnes terminos a decimo usque ad infinitesimum* ist schier von keiner consequentz. Ich weiß nicht wie weit mein resultat von dem Ihrigen different ist; wan die differenz groß ist, so muhtmaße ich daß ich *in calculo extemporaneo* müße gefehlt haben.

Vor etlichen tagen bin ich in ausrechnung eines *problematis* gefallen auff eine *seriem divisam per seriem*, welche ich in eine *seriem simplicem methodo ordinaria* verwandelt und habe darbey die *legem coefficientum in nova serie* gefunden; *sit nempe*

$$\frac{1 + ax + bxx + cx^3 + \text{etc.}}{1 + \alpha x + \beta xx + \gamma x^3 + \text{etc.}} = 1 + mx + nxx + px^3 [+ \text{etc.}],$$

*quaeritur lex coefficientum m, n, p etc.*, welche den *calculus* sehr abbrevieren kan<sup>[5]</sup>.

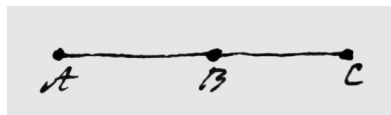
Ew. HEdgb. *principium conservationis momentorum motus rotatorii* abbreviert freylich die *problemata de motu corporis in tubo*; ich hatte aber solches auch schon observiert und ist ein *corollarium* von der *methodo directa*, die ich Ihnen einmahl für einen gewissen *casum* überschrieben hatte; auß diesem *principio generali* hab ich *ratione corporis super triangulo horizontaliter mobili* deduciert, daß die *velocitas horizontalis centri gravitatis* müße *constanter eadem* sejn, welche *proprietaem* ich auch glaube Ihnen einmahl überschrieben zu haben. Man kan zu diesen *principiis* noch ein drittes befügen, welches den *calculus* ferners abbrevieren kan und vermittelt welchem das *problema* solviert werden kan, wan 2 *corpora mobilia in tubo* wären<sup>[6]</sup>: Dieses dritte *principium* aber erfordert eine große circumscription, wan es soll *ad tubos curvos* appliciert werden und ist nutzlicher *in applicatione* als elegant *in enunciatione*, weswegen ich solches nicht befüge. Es beruhet aber darauff, daß *ex dato motu rotatorio tubi* die *incrementa velocitatum centrifugarum corporum in tubo mobilium* können *immediate* exprimiert werden; hierauf kan ich zum exempel dieses *problema* solvieren:



*Sit tubus AE horizontaliter mobilis circa A et quotcunque ponderibus B, C, D in tubo recto liberrime mobilibus oneratus; invenire curvas Bb, Cc, Dd a corporibus descriptas una cum velocitatibus corporum et tubi, cum tubus data velocitate initiali moveri incipit.*

Was ich sonst oben gemeldet, daß ich Ew. HEdgb. nutzliches *principium* auch observiert habe, so muß ich doch gestehen, daß es *sub alia facie* ist, und vielleicht nicht *in omni extensione*, weilen ich die *problemata generalissima* niemahls untersucht habe; Man kan in dieser materi auch mit nutzen attendieren *ad centra virium*, von welchen ich in *Comm[entariis] Petrop[olitanis]* gehandelt, und gezeigt daß die *distantia centri virium a centro motus* gleich seje der *mediae proportionali inter distantiam centri gravitatis et centri oscillationis ab eodem centro motus*<sup>[7]</sup>.

Newlich ist mir ein ander *problema mechanicum* eingefallen, welches ich gleichfahls für nützlich halte umb nach und nach die *leges naturae universales in mechanicis* zu entdecken; Gleich wie nemlich 2 *corpora filo ligata* sich also bewegen, daß das *centrum gravitatis uniformiter in linea recta* fortfahren aldiweil die *corpora uniformiter circa centrum gravitatis commune* rotieren, so ist nun die frag *qua lege* dreÿ *corpora filo ligata* sich fort bewegen; ich will nur diesen *casum simplicissimum* setzen:



*Sint AB et BC fila in directum posita et aequalia, quibus tria corpora pariter aequalia connectuntur; moveri simul incipiant corpora perpendiculariter ad filum velocitatibus qualibuscunque sive affirmativis sive negativis; quaeritur motus continuatio; dieses problema mag wohl nicht von den leichtesten sejn; ich glaub aber daß wan man alle *leges universales motuum* wüste, solches zimlich leicht werden wurde und zugleich anlaaß geben dergleichen *problemata generaliora* zu solvieren<sup>[8]</sup>.*

Vor ein paar tagen hab ich einen brieff von Paris erhalten, darinn man mir gratuliert dieses jahr das *praemium* gantz erhalten zu haben, auß der bloßen ursach weil man mejnet mich erkant zu haben; ich habe in der that eine piece eingeschickt, mit der devise *gloria sequi debet, non appeti*<sup>[9]</sup>; weiß aber noch nicht, ob solche die

nehmliche ist, darvon man mir schreibet, indeme in dem brieff der devise nicht ist gedacht worden<sup>[10]</sup>; man schreibt mir zugleich, qu'on a fort admiré une autre piece, à laquelle on avoit ajouté *l'accessit* et qu'on n'avoit preferé la mienne (vraie ou pretendue) que parce qu'on y avoit trouvé plus de facilité pour la pratique<sup>[11]</sup>. Ich muß also gewärtig sejn, was mein schicksahl ferners mit sich bringen wird. Vielleicht haben Ew. HEdgb. auch darüber gearbeitet, und da ich öfters das glück habe mich mit Ihnen zu rencontrieren, hat man Ihre piece vor meine angesehen. Wan dieses nicht ist, so habe ich gute hoffnung, daß diejenige piece, deren man das *praemium* adjudiciert hat, in der that mejne seje.

Der H. Bousquet wird die ehr haben Ew. HEdgb. diesen brieff einzuhändigen; Ich will denselben Ew. HEdgb. bestermaaßen recommendiert haben; Ich hab mit ihme wegen dem obbenamsten tractat gesprochen; Er wird solchen mit allen freunden trucken; Ew. HEdgb. könnten auch Dero samtl[iche] werck bej ihme trucken laßen; solches wurde à tous egards das schönste mathematische *opus* auff der welt werden<sup>[12]</sup>.

Ich habe dem H. Bousquet meine assignation auff den H. Schuester für den *tom. VII et VIII Comm[entariorum] Petrop[olitanorum]* [übergeben]. Wan Ew. HEdgb. mit demselben in correspondenz [stehen] so bel[ieben] Sie ihme zu melden, daß er diese 2 *tomos* abfolgen laße; dan er hat mir schon einmahl auff eine unverschamte wejß chicanes gemacht. Vielleicht hat dieser Schuester seithero ordre bekommen auch meinem Vatter ein exemplar zukommen zu laßen.

Ich verbl[eibe] mit aller ersinlichen hochachtung nebst dienst[fertiger] empfehlung an die geehrteste familie

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster D[iener]

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 23. April 1743

}...{

Ihre so wohlwollende und äusserst verbindliche Ausdrucksweise bezüglich meiner Berufung nach Berlin erweckte in mir die vollkommenste Freude und Erkenntlichkeit, die mich Ihre wahre, ja eifrige Freundschaft in ihrer ganzen Vollkommenheit erkennen lässt. Dieser Umstand könnte mich – wenn Seine Königliche Majestät (Friedrich II.) noch im Sinn haben sollte, mit der Zeit eine Akademie in Berlin zu errichten – am ehesten verpflichten, einen Ruf nicht nur anzunehmen, sondern nötigenfalls sogar darum zu ersuchen. Allerdings wäre es jetzt zu spät, an den König zu schreiben; ich hätte dies sogleich tun müssen, und hätte es auch getan, wenn ich mir hätte einbilden können, dass es einer so geringen, unbekannten Privatperson erlaubt sein könnte, einen so grossen Monarchen direkt anzuschreiben. Solche

Qualitäten sollen diesen König in unseren Herzen zu Recht so hoch über andere Könige erheben, als diese unter den Menschen von Gott erhoben worden sind. Auch finde ich nicht, dass ich bei den gegenwärtig herrschenden Zuständen einige Dienste leisten könnte. Die wenigen Talente, die mir Gott verliehen hat, könnte ich nicht besser anwenden als in den ersten Jahren einer neu errichteten Akademie, und dem König könnte man auch nicht anraten, einigen Akademikern lebenslänglich so grosse Pensionen zuzusprechen. Meiner Meinung nach ist es auch besser, in einer Akademie der Wissenschaften nur einige wenige ganz hervorragende Köpfe zu haben, die den richtigen Zusammenhang der Wissenschaften durchschauen, das Reelle vom glänzenden Tand zu unterscheiden wissen und zusätzlich darüber unterrichtet sind, was in jeder Wissenschaft schon Nützliches erfunden worden ist und was darin noch weiterhin zu suchen ist, als eine grössere Menge von Gelehrten, wenn überhaupt eine solche aufzutreiben wäre. In einer Akademie muss – ähnlich wie im Militär – einigermaßen eine Rangordnung herrschen. Ein heller Kopf sieht alles, was zu neuen nützlichen Erfindungen führen könnte, doch dazu braucht er Leute, die unter seiner Leitung arbeiten und von welchen mehr Geschicklichkeit als Wissenschaft erfordert wird. Wenn ich mich also sogar unter diese kleine Anzahl der wahren Gelehrten rechnen könnte – von dieser Einbildung bin ich aber weit entfernt –, so wäre ich doch ziemlich überflüssig, da Sie ja bereits präsent sind und ich zudem vernommen habe, dass verschiedene sehr berühmte Männer zu einem Engagement bereit sind, sobald der König seine Gedanken wieder auf die Akademie lenken wird.

Übrigens wundert es mich, dass Sie mehr auf mich als auf meinen Bruder (Johann II) reflektieren. Herr Maupertuis, der uns beide sehr gut kennt und allen Eifer für den Dienst Seiner Königlichen Majestät bezeugt hat, ist hier anderer Meinung: Wenn mein Bruder nur nicht so bequem wäre, würde er die übrigen Bernoulli bald übertreffen. Der Gedanke an das Vaterland beeindruckt mich nicht im geringsten, vielmehr machen wir uns ein Gewissen daraus, unsere alten Eltern im Stich zu lassen. Dazu kommen die Einförmigkeit eines ruhigen Lebens und die Ausgeglichenheit meines gegenwärtigen Zustandes, Dinge, die ich allem Glanz vorzuziehen beginne: *Felices nostra si bona novimus*<sup>[1]</sup>. Hingegen empfinde ich eine störende Liebe zu den Wissenschaften, die mir einen Abscheu vor unserem Basel verursacht. Ich weiss nicht, wie ich mich zu all diesen überflüssigen Reflexionen hinreissen lassen konnte, was doch ganz unabsichtlich geschehen ist. Nehmen Sie mir das bitte nicht übel.

Aus allem sehe ich, dass die Dinge in Petersburg nicht so bald ins rechte Gleis kommen werden. Obwohl ich nicht mehr viel in dieser Richtung denke, werden Sie mich sehr verpflichten, wenn Sie mir in jedem Brief die dortigen akademischen Neuigkeiten zu schildern belieben. Wenn sich die Akademie jemals wieder empor-schwingen sollte, bin ich mir dessen sicher, dass Fürst Kantemir deren Oberhaupt werden wird. Dieser Herr kümmert sich noch immer um mich und hat mir geraten, an Herrn von Brevern zu schreiben; er hat mir angeboten, mein Schreiben mit einem Brief zu begleiten, was ich auch getan, jedoch noch keine Antwort erhalten habe<sup>[2]</sup>. Das hat mich aber davon abgehalten, an Admiral Graf Golovin zu schrei-



ben, was ich doch wohl gelegentlich tun sollte, und für diesen Rat bin ich Ihnen verbunden.

Den Auftrag an Herrn (Johann Ludwig) Brandmüller habe ich wiederum ausgerichtet. Er hat Ihnen geantwortet, und diese Antwort habe ich Ihrem Vater übergeben. Hiermit sende ich Ihnen nun das von ihm beigefügte Kontokorrent, doch weiss ich nicht, ob Sie mit seiner Deklaration zufrieden sein werden. Eine bedingte Décharge beweist schon die Unrechtmässigkeit seines Anspruchs, dennoch scheint mir Herrn Brandmüllers Ersuchen nicht gar so unbillig. Doch wenn Sie nicht zufrieden sind, so schreiben Sie mir nur, dass Sie sich künftig der Sache nicht im geringsten annehmen wollen, bevor Herr Brandmüller Sie ohne Einschränkung von allen Ansprüchen befreit hat; wenn Sie mir den Auftrag geben, ihn deswegen noch einmal gütlich, und im Fall seiner Weigerung gerichtlich dazu anzuhalten, so bin ich bereit, in Ihrem Namen gegen ihn zu prozessieren. Das oben erwähnte Kontokorrent habe ich einem hiesigen, mit Herrn Brandmüller arg verfeindeten Buchhändler gezeigt, und dieser fand es sehr angemessen. Das könnte man der Akademie in Petersburg melden<sup>[3]</sup>.

Herr Bousquet soll demnächst durch Basel kommen, um die Reise nach Berlin anzutreten; vielleicht werde ich ihm diesen Brief an Sie mitgeben. Wegen Ihres herrlichen Traktats über die isoperimetrischen Probleme werde ich vorgängig mit ihm reden; halten Sie ihn bitte nur fertig bereit. Sie könnten das Problem, mit dieser Methode die Elastika zu bestimmen, und ähnliche andere noch hinzufügen. Ich kann leicht sehen, dass man die Krümmung der Kettenlinie und des schwingenden elastischen Streifens auch darauf zurückführen kann, doch habe ich über die Art und Weise noch nicht nachgedacht. Auch die meisten mechanischen Kurven werden sich darauf zurückführen lassen. Die Beobachtung über die Trajektorien, dass  $\int v ds$  ein Maximum oder ein Minimum sein muss, scheint mir sehr schön und von grosser Wichtigkeit, jedoch sehe ich den Beweis dieses Prinzips nicht. Bitte melden Sie mir, ob dieses sich auch auf Trajektorien um mehrere Kraftzentren erstreckt. Vielleicht ist es bloss eine Beobachtung *a posteriori*, und Sie haben bemerkt, dass die Trajektorien diese Eigenschaft haben, ohne dass Sie diese *a priori* beweisen können<sup>[4]</sup>.

Ich sehe, dass Sie die Formeln für die Töne der elastischen Streifen in eine sehr bequeme Form gebracht haben, um die Approximationen einzusetzen; das habe ich nicht in Betracht gezogen, obwohl es so ziemlich auf der Hand lag. Ich bin Ihnen also dafür sehr dankbar, wie auch für die mitgeteilten Beweise der anderen analytischen Theoreme. Ihre Art, in der Gleichung

$$1 = \frac{1 \cdot 3}{2^2} m + \frac{1^2 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 4^2} mm + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} m^3 + \text{etc.}$$

den Wert von  $m$  zu finden, ist zwar genauer als die meinige, jedoch auch mühsamer, und sie setzt voraus, dass Sie den Wert von  $m$  schon auf zwei Dezimalen genau kennen. Die Schranken für meine ersten Ansätze hatte ich viel weiter gesetzt, sonst hätte ich den gesuchten Wert vielleicht auch genauer gefunden, denn der Fehler in der Methode, alle Glieder vom zehnten an bis ins Unendliche zu summieren, ist



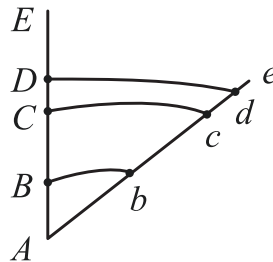
nahezu folgenlos. Ich weiss nicht, wie weit mein Resultat von dem Ihrigen abweicht; wenn die Differenz gross sein sollte, dann müsste ich vermutlich einen Fehler in der improvisierten Rechnung begangen haben.

Vor etlichen Tagen bin ich bei der Ausrechnung eines Problems auf eine durch einen andern Quotienten von Reihen gestossen, den ich mittels der gewöhnlichen Methode in eine einfache Reihe verwandelt und dabei das Bildungsgesetz der Koeffizienten in der neuen Reihe gefunden habe. Ist also

$$\frac{1 + ax + bxx + cx^3 + \text{etc.}}{1 + \alpha x + \beta xx + \gamma x^3 + \text{etc.}} = 1 + mx + nxx + px^3 + \text{etc.},$$

dann wird das Gesetz der Koeffizienten  $m, n, p$  etc. gesucht, das die Rechnung erheblich abkürzen kann<sup>[5]</sup>.

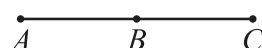
Ihr Prinzip der Erhaltung der Momente bei der Rotationsbewegung verkürzt allerdings die Probleme der Bewegung eines Körpers in einem Rohr. Das hatte ich aber auch schon bemerkt: es ist ein Korollar der direkten Methode, die ich Ihnen für einen gewissen Fall einmal geschrieben habe. Aus diesem allgemeinen Prinzip habe ich für einen Körper auf einem horizontal beweglichen Dreieck abgeleitet, dass die Horizontalgeschwindigkeit des Schwerpunktes stets dieselbe sein muss, und diese Eigenschaft habe ich Ihnen – so glaube ich – auch schon einmal mitgeteilt. Diesen Prinzipien kann man noch ein drittes anfügen, das die Rechnung noch weiter abkürzt und mittels welchem das Problem gelöst werden kann, wenn sich zwei Körper im Rohr bewegen<sup>[6]</sup>. Dieses dritte Prinzip erfordert jedoch eine umständliche Beschreibung, wenn es auf gebogene Rohre angewendet werden soll; es ist eher nutzbringend in der Anwendung als elegant in der Formulierung, weshalb ich diese nicht anführe. Es beruht darauf, dass die Zuwächse der Zentrifugalgeschwindigkeiten der im Rohr beweglichen Körper unmittelbar durch die gegebene Rotationsbewegung des Rohres ausgedrückt werden können. Damit kann ich zum Beispiel folgendes Problem lösen:



Ein Rohr  $AE$  sei horizontal um  $A$  beweglich und mit beliebig vielen, im geraden Rohr völlig frei beweglichen Gewichten  $B, C, D$  belastet. Man finde die von den Körpern beschriebenen Kurven  $Bb, Cc, Dd$  zusammen mit den Geschwindigkeiten der Körper und des Rohres, wenn sich dieses mit gegebener Anfangsgeschwindigkeit zu bewegen beginnt.

Was ich oben sonst noch gesagt habe, nämlich dass ich Ihr nützliches Prinzip auch bemerkt habe, so muss ich doch eingestehen, dass das unter einem andern Gesichtspunkt und vielleicht auch nicht in seiner vollen Ausdehnung geschehen ist, da ich nie die allgemeinsten Probleme untersucht habe. In dieser Materie kann man auch mit Nutzen die Kraftzentren in Rechnung ziehen, die ich in den *Commentarii* abgehandelt und gezeigt habe, dass der Abstand des Kraftzentrums vom Bewegungszentrum gleich ist der mittleren Proportionalen zwischen dem Abstand des Schwerpunktes und des Schwingungszentrums von demselben Bewegungszentrum<sup>[7]</sup>.

Neulich ist mir ein anderes mechanisches Problem eingefallen, das ich ebenfalls für nützlich erachte, um nach und nach die universellen Naturgesetze für die Mechanik zu entdecken. Ebenso wie zwei durch einen Faden miteinander verbundene Körper sich so bewegen, dass der Schwerpunkt gleichförmig auf einer Geraden läuft, während die Körper gleichförmig um den gemeinsamen Schwerpunkt rotieren, stellt sich nämlich die Frage, nach welchem Gesetz sich drei durch einen Faden verbundene Körper fortbewegen. Ich will nur diesen allereinfachsten Fall betrachten:



Es seien  $AB$  und  $BC$  in gerader Linie angeordnete und gleich lange Fäden, durch die drei ebenfalls gleiche Körper verbunden sind. Die Körper sollen nun gleichzeitig beginnen, sich mit beliebigen positiven oder negativen Geschwindigkeiten senkrecht zum Faden zu bewegen. Gesucht wird der weitere Bewegungsablauf. Dieses Problem mag zwar nicht zu den leichtesten gehören, doch glaube ich, dass es, wenn man alle universellen Bewegungsgesetze kannte, ziemlich leicht werden und Anlass bieten würde, allgemeinere derartige Probleme zu lösen<sup>[8]</sup>.

Vor ein paar Tagen erhielt ich einen Brief aus Paris, worin man mir dazu gratuliert, dieses Jahr den ganzen Preis erhalten zu haben – aus dem alleinigen Grund, weil man mich erkannt zu haben meinte. Tatsächlich hatte ich eine Preisschrift eingesandt unter der Devise «*gloria sequi debet, non appeti*»<sup>[9]</sup>, jedoch weiss ich noch nicht, ob es dieselbe ist, von der man mir schreibt, da im Brief die Devise nicht erwähnt ist<sup>[10]</sup>. Zugleich schreibt man mir, qu'on a fort admiré une autre pièce, à laquelle on avait ajouté *l'accessit* et qu'on n'avait préféré la mienne (vraie ou prétendue) que parce qu'on y avait trouvé plus de facilité pour la pratique<sup>[11]</sup>. Ich muss also abwarten, was mir das Schicksal weiter bescheren wird. Vielleicht haben Sie auch darüber gearbeitet, und da ich des öftern das Glück habe, mit Ihnen übereinzukommen, hat man Ihre Preisschrift für die meinige angesehen. Wenn das nicht der Fall ist, so bin ich guter Hoffnung, dass die Preisschrift, der man den Preis zugesprochen hat, in der Tat die meine ist.

Herr Bousquet wird die Ehre haben, Ihnen diesen Brief auszuhändigen. Diesen Herrn möchte ich Ihnen allerbestens empfohlen haben. Ich habe mit ihm wegen des obgenannten Traktats gesprochen, und er wird diesen mit grosser Freude drucken.

Sie könnten auch Ihre sämtlichen Werke bei ihm drucken lassen; dies würde in jeder Hinsicht das schönste mathematische Werk auf der ganzen Welt<sup>[12]</sup>.

Ich habe Herrn Bousquet meine Assignation auf Herrn Schuster für den 7. und 8. Band der *Petersburger Commentarii* übergeben. Wenn Sie mit letzterem in Korrespondenz stehen, so melden Sie ihm bitte, er möge diese zwei Bände aushändigen lassen, denn er hat mich schon einmal auf unverschämte Weise schikaniert. Vielleicht hat dieser Schuster seither Anweisungen bekommen, auch meinem Vater ein Exemplar zukommen zu lassen.

Ich verbleibe mit aller erdenklichen Hochachtung nebst bester Empfehlung an die verehrte Familie

}...{

Daniel Bernoulli

- R 150 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom März 1743  
 Basel, 23. April 1743  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 81–82v  
 Publ.: Fuss 2, p. 522–528

- [1] «Wir sind glücklich, wenn wir unsere Vorteile kennen».
- [2] Es sind keine Briefe zwischen D. Bernoulli und K. von Brevern erhalten geblieben.
- [3] Uns sind keine Einzelheiten dieser Verhandlungen bekannt.
- [4] Euler widmete dem Prinzip der kleinsten Wirkung den Anhang II zu seiner *Variationsrechnung*. – Cf. Pulte (1989).
- [5] Diese Bemerkung D. Bernoullis schliesst an seine Arbeiten über rekurrente Reihen (1732, DB. 16; 1738, DB. 20) an, mit welchen er sich rund zehn Jahre früher befasst hatte: die letztere war allerdings erst 1738 im 5. Band der *Petersburger Commentarii* erschienen (cf. DBW 2, p. 49–80). Was D. Bernoulli «die gewöhnliche Methode» nennt, besteht darin, dass man die angegebene Gleichung nennerfrei macht, ausmultipliziert und ordnet, so dass der Koeffizientenvergleich ermöglicht wird.  
 Da L. Eulers Briefe an D. Bernoulli bis zum Jahre 1767 (Nr. 106) nicht erhalten geblieben sind, kann nichts über seine Reaktion ausgesagt werden. Fest steht allerdings, dass diese Koeffizientenbestimmung für Euler kaum eine Neuigkeit gewesen sein kann, denn in seiner *Introductio* (E. 101), deren Manuskript gemäss Eneström spätestens 1745 abgeschlossen war, widmete Euler den rekurrenten Reihen zwei starke Kapitel (13, §§ 211–233; 17, §§ 332–355), die sich – unter anderem – genau mit dem hier von D. Bernoulli erwähnten Problem befassen und dieses auch lösen. – Cf. auch Brief Nr. 63.
- [6] Cf. die Abhandlung von D. Bernoulli (1746, DB. 40), wo er das ihm von Euler gestellte Problem der Bewegung von Körpern in beweglichen Rohren untersucht und dem allgemeinen Prinzip der Erhaltung des Drehimpulses sehr nahe kommt.
- [7] Cf. D. Bernoullis frühe Abhandlung über die gegenseitige Lage des Kraftzentrums, des Schwingungszentrums und des Schwerpunktes (1729, DB. 13).
- [8] In seinen publizierten Abhandlungen behandelte D. Bernoulli dieses Problem nicht. Euler kam auf die Frage der Bewegung von drei mit einem Faden verbundenen Körpern viel später zurück (E. 544).
- [9] «Der Ruhm muss folgen, nicht angestrebt werden» (Plinius, *Epistulae* 1, 8, 14).
- [10] D. Bernoullis Preisschrift über die Inklination der Magnetnadel (1748, DB. 39) mit dieser Devise errang tatsächlich den Pariser Preis, was jedoch erst in der öffentlichen Akademiesitzung vom 24. April 1743 offiziell verkündet wurde.

- [11] Neben der Preisschrift von D. Bernoulli bezeichnete die Pariser Akademie eine weitere Abhandlung als diejenige, welche dem Preis «am nächsten gekommen sei». Wie sich herausstellte, handelt es sich dabei um Eulers Preisschrift (E. 108), deren Verfasser gemäss dem Reglement der Akademie in der öffentlichen Sitzung vom 24. April 1743 noch nicht genannt wurde (cf. *Proc.-verb.* 1743: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55738t>, p. 205). – Die französische Übersetzung der Preisschrift ist nicht völlig inhaltsgleich mit dem lateinischen Original E. 108.
- [12] Eulers *Variationsrechnung* (E. 65) erschien tatsächlich im folgenden Jahre bei Bousquet. – Zur Vorbereitung einer Ausgabe seiner *Sämtlichen Werke* fand Euler nie Zeit.

## 63

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 4. September 1743

Basel den 4<sup>ten</sup> 7br. 1743<sup>[1]</sup>

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Endlich ist mir vergönnet wieder an Ew. HEdgb. zu schreiben; die ursach meines langen stillschweigens ist erstlich gewesen eine zimlich lange indisposition, nachgehends eine abwesenheit, indeme ich für gut befunden die lufft zu verändern und auch das saur-waßer in Sultzbach zu gebrauchen. Dero brieff an H. Bousquet hab ich bej meiner zuruckkunfft gleich an H. Bousquet geschickt und die *addidamenta isoperimetrica* werde ich mit nächster schwären post schicken; dem H. Bousquet hab ich auch versprochen eine *praefatiunculam* zu Dero herlichem werck zu verfertigen so bald mir solches meine geschäfte erlauben werden<sup>[2]</sup>; die überschickte eingeschloßene brieff hab ich so gleich bestellen laßen.

Wegen restitution der Academie in Petersburg hab ich schon längsten alle Hoffnung verlohren; auch wegen unseren pensionen keine beßere opinion gehabt. Was ich deswegen tentiert habe, ist mit keiner anderen absicht geschehen, als umb nichts zu versaumen. Doch könten diejenige, die jetzt den Meister spielen und nichts von trew und glauben wißen wollen, mit der zeit auch zur verantwortung gezogen werden; Mir *in specie* ist man die pension schuldig, wan auch kein academisch staüblein mehr übrig wäre, dan ich habe solche a. 1730 mir in meinem neuen contract absolute ausgedungen und ist mir solche ohne reservation accordiert worden, als eine pension viagere; wie viel, zum exempel, werden regimenter cassiert, da man doch den officiereren lebens lang eine pension gibt ohne einige dienst von ihnen zu ziehen; ich will noch so bald ich der zeit habe, einen zwar höfflichen brieff an Printz Cantemir schreiben, doch aber die inconvenientzen dieses unfugs remonstrieren, und unter uns bejden eine gemeine sach machen; dan ich glaube in der that nicht, wie Ew. HEdgb. auch melden, daß die übrige *Professores honorarii* in einem gleichen *casu* mit uns sind<sup>[3]</sup>. Wan ich, wie ich hoffe, eine antwort vom Printz Cantemir erhalte, so werde ich Ihnen solche communicieren<sup>[4]</sup>.

Des H. Dr. Gmelins unglückliches schicksaal bedaure ich von hertzen; ich hab ihn jederzeit recht geliebet; in des H. Delisles conduite hab ich, die wahrheit zu bekennen, jederzeit viel irregularitet befunden, und weiß nicht recht, ob er bedauerns würdig ist<sup>[5]</sup>.

Ich bitte Ew. HEdgb. mir mit einer aufrichtigen freundschaft und confidence Dero meynung zu sagen über meines Vatters *Opera*, sonderlich den letzten *tomum*. Ich für mein theil hab im höchsten grad ursach mich darüber zu beschwären; die *Nova problemata mechanica* sind meistens von mir und hat mein Vatter meine solutionen so gar gesehen ehe er sie *suo modo* solviert hat, und wird doch meiner mit keinem wort gedacht, welches mir umb so viel verdrieslicher falt, als meine solutionen noch nicht publiciert; meine erstere solution *circa centrum spontaneum rotationis, petitam a natura minimae inertiae*, hat er lang contestiert auch meprisiert und endlich hat er sie als die seinige publiciert; da ich aber durch ein sonderliches hazard ein blat von seinem mspt, darin diese seine praetendierte solution stund, bekommen und mich durch meinen bruder (Johann II) darüber beschwärt, hat er mich als einen *inventorem secundum* auch gelten lassen<sup>[6]</sup>; eine gleiche bewantnus hat es ohngefähr mit den übrigen *problematis novis mechanicis*. Meiner gantzen *Hydrodynamic*, von welcher ich doch in wahrheit meinem Vatter kein *iota* zu verdancken habe, werde ich auff einmahl völlig beraubt und verliere also in einer stund die fruchten von einer 10-jährigen arbeit; alle *propositiones* sind auß meiner *Hydrodynamic* genommen und nennet doch mein Vatter seine schriftten, «*Hydraulicam nunc primum detectam* a. 1732», da meine *Hydrodynamica* erst a. 1738 gedruckt worden; unterdeßen hat doch mein Vatter alles von mir, ausgenommen, daß er eine andere *methodum generalem* erdacht das *incrementum velocitatis* zu determinieren, welche invention in etlichen wenigen *paginis* bestehet; was mein Vatter sich nicht völlig zuschreibt, verachtet er und endlich pour comble de malheur inseriert er noch Ew. HEdgb. brieff, darinn Sie gleichfahls meine inventionen in einer materi (darvon ich völlig der erste ja einzige *auctor* bin und praetendiere völlig exhaustiert zu haben) verringeren<sup>[7]</sup>; Ew. HEdgb. sagen ich habe die *pressionem fluidorum per canalem fluentium* nicht anderst determiniert als *pro statu permanente*, da ich doch gleich p. 259 *circa finem* zeige daß die *pressio generaliter* seje<sup>[8]</sup>  $\frac{a - vv}{2c}$ ; und was hat hingegen mein Vatter in dieser wichtigen neuen materi gethan? Die *inventio argumenti* ist von mir; die idée, daß man solle den *canalem, in loco ubi pressio quaeritur*, als *abruptum* betrachten ist von mir; daß man solle die *accelerationem ultimae particulae in primo abruptionis momento* suchen, ist von mir und endlich daß auß selbiger *acceleratione sive partim sive in totum impedita* die *compressio guttulae* gefunden werde, auch daß diese *compressio guttulae* die *pressionem aquae in canalem* determiniere, dieses alles ist von mir; und hat mein Vatter absolut nichts anders gethan, als daß er die *velocitatem suo modo et repetito ratiocinio* determiniert, welches *ubique* sein einzig *inventum* ist<sup>[9]</sup>; das *argumentum de reactione fluidorum* verstehet mein Vatter *dato* noch nicht, und refutiert mich doch p. 488 in *corollario*<sup>[10]</sup>.

Dieses alles ist noch das wenigste worüber ich mich beschwären kan; Anfangs wolte es mir schier unerträglich fallen; endlich aber hab ich alles mit einer resignation auffgenommen; hab aber auch einen degout und verachtung für meine bisherige *studia* geschöpfft daß ich lieber wolte das schuhemacher handwerck als die mathematic erlernt haben: ich hab auch seithero mich nicht mehr resolvieren können etwas mathematisches auszuarbeiten; meine gantze vergnügung ist noch dan und wan auff der taffel einige project zu machen *in futuram oblivionem*.

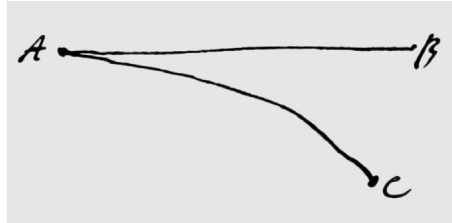
Ich könnte mit gutem gewißen die vocation naher Berlin, wan mir gleich der König (Friedrich II.) die ehr anthun solte, solche zu überschicken, nicht annehmen, und bitte also nicht weiter an mich desfahls zu gedencken; doch bin ich Ew. HEdgb. bestermaßen verbunden für Dero gute *officia*; Dero wertheste freundschaft macht mir ein recht innerliches und wahres vergnügen und ich aestimiere solche an ihr selbstn viel mehr alß durch den nutzen, der mir darauß erwachsen könnte. Diesen brieff bitte zu verbrennen, wan Sie je meine übrige brieff auffzubehalten würdigen<sup>[11]</sup>.

Es frewt mich daß Ew. HEdgb. mein *problema de motu plurium corporum in tubo recto versatili NB quacunque inertia praedito*<sup>[12]</sup> auch solviert haben; das *problema* hab ich völlig wieder vergeßen; ich hab ein sonderbahres *principium* zu deßen solution gebraucht; wan ich mich recht erinnere, so behalten die *corpora in casu*, daß solche anfangs *a quiete ratione motus in tubo recto* anfangen, *distantias a centro motus in constante proportionem*, welches eine schöne proprietet ist.

Auß Dero brieff ersehe ich, daß ich in meiner conjectur mich nicht betrogen, wan ich gesagt habe, daß Dero observation *circa orbitas planetarum, in quibus  $\int v ds$  vel  $\int vv dt$*  ein *minimum* ist, vielleicht nur *a posteriori* seje gemacht worden; dan nach meinen *principiis* kan ich solches *a priori* nicht einsehen: der H. Clairaut schreibt daß solches auch schon von einem Engelländer seje remarquiert worden; es scheint, daß dieses nicht so wohl ein *principium* als eine *proprietas* seje, gleichwie es eine *proprietas* ist *elasticae*, daß sie das *maximum solidum* generiert; doch hab ich nicht untersucht, ob die *idea maximi solidi* die *elastica in omni extensione* begreiffe; Sie können mich dieser mühe entheben, dan ich weiß, daß Sie alle dergleichen untersuchungen alberejt gemacht haben.

Von meinem *principio a priori*, daß die *elastica* das  $\int \frac{ds}{rr}$  ein *minimum* formiere, hab ich mit vieler erkantlichkeit ersehen, aber zugleich mit beschämung, daß Sie in Ihrem *supplemento* so *honorificam mentionem* thun<sup>[13]</sup>. Dieses *principium* gehet auch an *in laminis inaequaliter elasticis*, wan man macht  $\int \frac{E ds}{rr}$  ein *minimum*. Die *laminae naturaliter non rectae* erfordern zwar einen anderen *calculus*, aber keine andere *methodum*: wan aber die *laminae proprio pondere* zugleich incurviert werden, so ist es schwär das *maximum* oder *minimum quod natura affectet* zu determinieren; ich muhtmaße daß man alhier muß *ad maxima maximorum* recurrieren, wan zweyerlei considerationen zusammen kommen:

*Quaeratur brevitatis gratia curva AC, quam lamina naturaliter recta AB et uniformis proprio solo pondere incurvata accipiet: fragt sich ob nicht curva AC talis seyn könnte, daß inter omnes ejusdem longitudinis eosdemque terminos positas curvas eandemque  $\int \frac{ds}{rr}$  habentes, das centrum gravitatis infimum locum obtineat.*



Wir haben beide diese *curvam directe* determiniert; fragt sich also ob man *ex hoc principio eandem curvam* finden wurde; der *calculus* aber wird ohne zweifel weitläufig seyn und bin ich von diesem *principio* nicht convinciert, so daß Ew. HEdgb. sich schwärlich die mühe werden geben wollen meine *conjectur* zu untersuchen; wan solche aber richtig wäre, wurde es wie ich glaube leicht seyn schier aller *curvarum maxima et minima a priori* anzuzeigen.

Ich hab freilich wohl observiert, daß wan man setzt

$$\frac{1 + ax + bxx + cx^3 + \text{etc.}}{1 + \alpha x + \beta xx + \gamma x^3 + \text{etc.}} = 1 + mx + nxx + px^3 + \text{etc.},$$

die *coefficientes*  $m, n, p$  etc. können durch ihre vorhergehende determiniert werden; wan man aber solche *pure* determinieren will *per*  $\alpha, \beta, \gamma$  *et per*  $a, b, c$  so hab ich einige *leges* observiert, welche wohl zu statten kommen und in meinen *dissertationibus de seriebus recurrentibus tam finitis quam infinitis, id est, quae infinitos habent indices*, exponiert werden<sup>[14]</sup>; allein die gantze materi meritirt nicht daß man sich darüber auffhalte.

In dem *problemate de inveniend motu trium corporum filo connexorum ex dato motu initiali* hab ich freylich *variationem motus singulis momentis* gesucht; aber das *problema* nicht solviert, ausgenommen in gewissen leichten *casibus*: als wan zum ex[empel] *tria corpora A, B, C aequalia et distantiae AB, BC* auch *aequales* wären,



und die *velocitates initiales corporum extremorum in eandem plagam* auch *aequales* wären, oder auch wan die *differentiae velocitatum corporum A, B, C aequales* sind etc., *generaliter* aber hab ich es nicht solviert, ich vermuhte aber daß man noch einige *principia generalia* erdencken könnte, welche das *problema* leicht machen wurden.



Ich bin Ew. HEdgb. verbunden für Dero gratulation zu dem erhaltenen *praemio*<sup>[15]</sup>; ich glaube in der that recht in die natur der quaestion entriert zu seyn und allen difficulteten, so viel möglich abgeholfen zu haben, welches in dergleichen quaestionen mehr ein hazard ist als *vis ingenii*, sonsten ich nicht leicht bei Ew. HEdgb. concurrenz wurde reüssiert haben; Ich gratuliere Ihnen zum voraus zu dem gedoppelten *praemio* des künfftigen jahrs<sup>[16]</sup>; dan Ihr eigenes *judicium* ist bei mir zum voraus die kräftigste prob, daß Dero theori fundiert und gültig seyn müße; ich für mein theil hab mir niemahlen satisfacieren können welches mir genug ist, wan ich auch gleich meinen *Judicibus* hätte imponieren können, umb mich abzuhalten dieses mahl zu concurren.

Mein Bruder (Johann II) last sich Ew. HEdgb. schönstens empfehlen und bedancken für Dero wohlgemeinte gratulation<sup>[17]</sup>.

Da ich bis hieher geschrieben, hab ich mit einigen guten freunden die resolution genommen wiederumb eine excursion zu machen, längst dem Rhein herunter umb die gantze Österreichische armée und die vielerley soldaten, welche solche formieren, zu besehen; dieses hat gegenwärtigen brieff wieder 8 tag auffgeschoben; die Croaten, Panduren und Husaren sind sehr freündl[iche] leüt; mit den Husaren haben wir latein reden können; mit denen Croaten hab ich etwas Rußisch geredt, welches sie meistens verstanden; Es scheint die armée wolle absolut über den Rhein; bishero haben sie es aber noch nicht wagen dörfen, und haben unserm *territorio* geschont; doch sind wir noch nicht auß aller forcht; wan es die armée tentieren wurde, solte es unserm Basel übel gehen; dan wir wurden uns mit allen kräften opponieren und die gantze Eydnosschafft wurde uns zu hülff kommen, aber zu spät für uns und wurde vorhero unser armes Vatterland erschrecklich mitgenommen werden<sup>[18]</sup>.

Vor etlichen tagen ist der Große (Johannes) Burcard *Magni Euleri Praeceptor in mathematicis* gestorben<sup>[19]</sup>.

Ich habe vor etlichen monaten in den zeitungten gelesen, daß der König (Friedrich II.) in Preussen das project formiert habe einen fluß, deßen nammen ich vergeßen, biß in das Baltische meer navigabel zu machen. Ew. HEdgb. wurden hierbey gute *consilia* geben können, wan Sie vorhero wolten mit lesung einiger bücher sich au fait hierüber setzen, und dadurch den *usum matheseos* desto mehr erheben<sup>[20]</sup>.

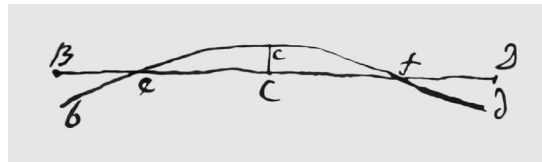
In dem *tom. VII Comment[ariorum]* hab ich unterschiedene dissertationen *de orbitis planetarum* von Ihnen gesehen<sup>[21]</sup>; da Sie nun hierüber viele alte *observationes astronomicas* ausgerechnet und dieselbige mit dem heütigen *statu orbitarum* compariert, möchte ich gern wißen, ob Sie nicht etwa gefunden daß die *excentricitates* nach und nach ein wenig abnehmen, wie auch die *obliquitates orbitarum ratione plani cujusdam intermedii*. Meine conjectur, warumb die planeten *orbitas fere circulares et cometae fere parabolicas* machen und warumb die erstere *fere in eodem plano*, die letstere aber *sub omni inclinatione* sich befinden, dunckt mich noch alzeit *inter omnes hypotheses maxime probabilis*<sup>[22]</sup>.

Ich bedaure daß ich Dero *addidamenta ad isoperimetrica* nicht habe durchlesen können, ehe ich solche dem H. Bousquet überschickt; doch hab ich solche *fugitivo*

*oculo* übersehen<sup>[23]</sup>; ich glaube daß Sie *in argumento de sonis laminarum elasticarum liberarum* die *intersectiones curvarum cum axe numero impares* verwerffen<sup>[24]</sup>, da doch selbige freylich angehen und ich unterschiedene *proprietates* darüber ausgerechnet und gar viele schöne *experimenta circa situm nodorum et magnitudinem soni* darüber angestellt, welche mit der *theoria* schön übereinkommen. Die erstere *curvatura possibilis* ist diese



und formiert einen *sonum* von 17,625, alldieweil *eadem lamina hoc modo*



*incurvata* den *sonum* von 6,345 formiert. In der erstenen figur finde ich *Cf vel Ce* = 369, *fD vel eB* = 131, in der anderen aber *Cf vel Ce* = 280, *fD vel eB* = 220<sup>[25]</sup>. Meine piece hierüber ist schon längst in Petersburg und könten Ew. HEdgb. leicht eine copei erhalten<sup>[26]</sup>. Ich bin angestanden ob ich nicht in dem *supplemento* die wenige wort, welche Sie hierüber sagen, austreichen solte: wan Sie es aber für gut befinden, will ich in der praefation etwas darvon sagen oder einen extract auß Ihrem nächsten brieff inserieren; wan Sie auch sonsten verlangen, daß ich solte mit einmischen, bitte mir solches zu melden<sup>[27]</sup>.

Wan in Petersburg nichts mehr auszurichten ist, so will ich meine noch ungedruckte pieces naher Berlin schicken umb solche Ihren *actis* zu inserieren und wan hierzu nöhtig ist, daß man ein *membrum Academiae* seje, werden mir Ew. HEdgb. ohne zweiffel wohl darzu verhelffen können<sup>[28]</sup>. Vielleicht wäre es nicht unmöglich mir eine kleine pension zu verschaffen; wan man mir nur 100 thl. verspreche, wolte ich die frewd haben, denen untrewen Moscowitern selbst auffzukünden; Sie belieben mir Dero gedanken hierüber *amice* zu eröffnen, ehe und bevor wir etwas tentieren. Ich glaube, daß dem König (Friedrich II.) eine gute opinion von mir seje bejgebracht worden und wan Sie die sach proponierten als von sich selbst und gleichsam auß eýffer für die Academie, es nicht so schwär sejn wurde zu reüssieren, als Sie sich einbilden könten. Dieses seje unter uns geredt und bitte ohne fehler diesen brieff zu verbrennen, sonderlich wegen dem articul von meinem Vatter<sup>[29]</sup>. Ich hab mich nicht enthalten können mich gegen Ew. HEdgb. als meinem besten freünd zu beschwären in ansehung, die gelegenheit sich wohl ereignen könte daß Sie mich *ab injusta plagii suspicione* vindicierten, ohne meinem Vatter tort zu thun, und auch zu machen, daß die wahrheit *ratione* der controvers-puncten zwischen

meinem Vatter und mir kein abbruch leide: Mir selbstem will es nicht anstehen mich zu defendieren<sup>[30]</sup>.

Mit dem Ludwig Brandmüller bin ich in einen starcken wort-wexel verfallen, da derselbe die insolenz gehabt zu sagen, sie wollen sich in keine liquidation einlaßen wegen dem gelt mangel, als wan sie nicht im stand wären die schuldige extanzen der gelteren, die sie würcklich empfangen, zu erstatten. Es dunckt mich das beste wäre ihme nichts mehr zu antworten weder *directe* noch *indirecte*; der Brandmüller wird schon zum kreütz kriechen; doch solten Sie machen, daß Sie zu einer liquidation kommen, dan ich habe gesehen, daß Sie nicht alle circumspection mit diesen juden gebraucht; der Brandmüller hat mir brieff gewiesen, darinn Sie bücher für Ihren conto haben bestellt; so ist es in der that billich, daß Sie ihme melden, welche bücher Sie auff Ihrem conto behalten und welche Sie dem Academischen buchladen in Petersb[urg] übergeben; Sie dörffen aber nicht in sorgen sejn, wegen einem process: ich werde schon alzeit vigilieren, daß Ihnen keine verdrieslichkeit erwachse; wegen des anderen H. Brandmüllers erben hab ich noch keine antwort erhalten, indeme die *curatores dato* nicht in Basel sind: ich werde mir aber auch diese sach laßen angelegen sejn: ich bitte Sie nur sich in stand zu setzen wegen denen [au]ff Ihrem eigenen conto exprès bestelten büchern red und antwort zu geben; für alles übrige [ist e]s nicht nöhtig ein wort zu sagen; sonstem möchte ich gern wißen, ob Sie des Brandmüllers [brief]f auffbehalten, wie auch copeyen von Ihren brieffen an Brandmüller und ob Sie über [diese]s eine formliche rechnung geführt haben<sup>[31]</sup>.

Zu end dieses brieffes werde die copy [des brieffes] befügen [den] ich an Printz Cantemir für uns beyde alberejt geschrieben<sup>[32]</sup>.

Hiemit verbl[eibe] mit unendlicher hochachtung nebst dienst[fertigster] salutation an die F. Professorin (Katharina) und sämtl[iche] wertheste familien

Ew. HEdgb.

Meines Hochgeehrtesten H. *Professoris*

Gehorsamer Diener,

Daniel Bernoulli

Copie de ma lettre à Mr. le Prince Cantemir.

Monseigneur!

Aprez que V[otre] E[xcellence] m'a fait la grace de s'interesser pour moi au sujet de ma pension de Petersb[ourg] je croirois manquer à mon devoir, si je ne me donnois pas l'honneur de l'informer de l'etat present de cette affaire. J'avois prié Mr. Moula de solliciter et de recevoir le payement de ma pension et il s'est adressé là dessus à un certain Mr. Nartof, actuellement chargé des affaires de l'Academie et du maniement de ses finances. Ce Mr. Nartof a trouvé à propos, Monseigneur, de repondre qu'il falloit examiner ce que j'avois fait pour meriter ma pension; j'ai donc exposé à Mr. Moula tous mes travaux, mes attentions et meme mes fraix

pour faire faire plusieurs experiences: Mr. Nartof a repliqué, qu'il ne suffisoit pas de savoir ce que j'avois fait mais qu'il falloit encore savoir si mes travaux etoient de quelque prix. Un tel examen auroit été à mon avis plus convenable, lorsqu'il s'agissoit de m'accorder ma pension et cela d'autant plus, qu'on me l'a accordée par un contrat mutuel et formel, trois ans avant mon depart, l'ayant stipulée de ma part comme l'article le plus essentiel de mon second engagement et sous le simple titre de pension viagere telle que de tout tems les Souverains ont souvent accordée en reconnoissance des services passés, de sorte que quand on aboliroit entièrement l'Academie, ma pension devoit m'être également continuée. Je vois bien aprez cela, Monseigneur, qu'il n'y a plus gueres à esperer pour moi; mais je ne crois pourtant pas devoir abandonner entierement cette affaire, sans vous avoir supplié auparavant de m'honorer de vos avis et de vos ordres là dessus. Si V[otre] E[xcellence] trouve que je ne dois plus rien tenter, je m'y conformerai avec toute la soumission possible et quittant toute esperance pour l'avenir; je n'envisagerai plus que les bienfaits que j'ai recus par le passé: mais si Elle trouve, qu'il faille temporiser ou bien s'adresser là où l'on sente mieux les inconveniens de telles procedures, je Lui reitere mes tres humbles prieres de m'honorer de ses instructions et de ses ordres. Je me plains, Monseigneur, envers V[otre] E[xcellence], ce que je ne ferois seurement pas envers tout autre, tant j'ai de confiance en ses bontés et de Zele pour l'honneur d'une Nation couverte de gloire et à la quelle je suis infiniment redevable. Ce meme Zele m'engage, Monseigneur, à vous faire encore de tres humbles remontrances au sujet de Mr. Euler, le premier mathematicien de l'Europe et duquel tous les siecles sauront les biens qu'on lui fait et qu'on ne lui fait pas: ce grand Savant se trouve à peu près dans mon cas: on lui a accordé la meme pension qu'à moi et cependant Mr. Nartof vient de lui declarer nettement qu'on ne la lui payera pas<sup>[33]</sup>. Je ne scaurois concevoir qu'une semblable declaration se soit faite au scû de S. M. I. (Elizaveta Petrovna) et bien moins par ses ordres; j'ai crû meme de mon devoir d'en informer V[otre] E[xcellence] qui saura penetrer tous les misteres et tous les ressorts cachés que Mr. Nartof fait jouer: quoi qu'il en soit, je connois assez Mr. Euler pour soumettre à V[otre] E[xcellence] tant ses interets que les miens et pour les recommander tres humblement à sa genereuse protection.

Je suis avec un tres profond respect etc.

### Übersetzung

Basel, den 4. September 1743<sup>[1]</sup>

>...<

Endlich ist es mir vergönnt, wieder an Sie zu schreiben. Der Grund meines langen Schweigens war erstens eine ziemlich lange Unpässlichkeit, dann eine Ortsabwesenheit, da ich eine Luftveränderung und das Sauerwasser in Sulzbach brauchte. Ihren Brief an Herrn Bousquet habe ich gleich nach meiner Rückkehr an Herrn Bousquet geschickt, und die isoperimetrischen Zusätze werde ich mit der nächsten Paketpost absenden. Herrn Bousquet habe ich auch versprochen, ein kleines

Vorwort zu Ihrem herrlichen Werk zu verfassen, sobald es mir meine Geschäfte erlauben werden<sup>[2]</sup>. Die übersandten Beilagen habe ich sogleich zustellen lassen.

Hinsichtlich der Wiederherstellung der Petersburger Akademie habe ich längst alle Hoffnung aufgegeben und auch, was unsere Pensionen angeht, keine bessere Meinung gehegt. Was ich diesbezüglich unternommen habe, geschah nur in der Absicht, nichts unversucht zu lassen. Doch könnten diejenigen, die jetzt den Meister spielen und nichts von Treu und Glauben wissen wollen, mit der Zeit auch einmal zur Verantwortung gezogen werden. Mir im besonderen schuldet man die Pension, auch wenn von der Akademie kein Stäublein mehr vorhanden wäre, denn ich habe mir diese im Jahre 1730 in meinem neuen Vertrag absolut ausbedungen, und sie ist mir vorbehaltlos als eine Pension auf Lebenszeit zugesprochen worden. Wie oft werden beispielsweise Regimenter aufgehoben, deren Offizieren man doch lebenslängliche Pensionen ausbezahlt, ohne von ihnen irgendwelche Dienstleistungen zu beziehen. Sobald ich Zeit dazu habe, will ich einen zwar höflichen Brief an den Fürsten Kantemir schreiben, jedoch die Ungehörigkeit dieses Unfugs anprangern und unseren gemeinsamen Fall darlegen, denn ich glaube wirklich nicht – wie auch Sie berichten –, dass die andern auswärtigen Professoren sich im gleichen Fall wie wir befinden<sup>[3]</sup>. Wenn ich, wie ich hoffe, vom Fürsten Kantemir eine Antwort erhalte, so werde ich Ihnen diese mitteilen<sup>[4]</sup>.

Das unglückliche Schicksal von Dr. Gmelin bedaure ich von Herzen; ich habe ihn jederzeit sehr gern gemocht. Im Verhalten von Herrn Delisle habe ich, um die Wahrheit zu bekennen, stets viele Unregelmässigkeiten gefunden, und ich weiss nicht so recht, ob er zu bedauern ist<sup>[5]</sup>.

Ich bitte Sie, mir in aufrichtiger Freundschaft und im Vertrauen Ihre Meinung über die *Werke* meines Vaters mitzuteilen, besonders über den letzten Band. Ich für meinen Teil habe im höchsten Grade Grund dazu, mich darüber zu beschweren: die *Neuen mechanischen Probleme* sind grösstenteils von mir, und mein Vater hat meine Lösungen sogar gesehen, bevor er sie auf seine Art gelöst hat, und dennoch werde ich mit keinem Wort erwähnt, was mich um so mehr verdriesst, als meine Lösungen noch nicht publiziert sind. Meine erste, die Bestimmung des momentanen Rotationszentrums mit Hilfe des Minimums der Trägheit, hat er lange bestritten und bespöttelt und sie schliesslich als die seinige publiziert. Als ich aber durch einen sonderbaren Zufall zu einem Blatt seines Manuskriptes kam, auf welchem diese von ihm beanspruchte Lösung stand, und mich durch meinen Bruder (Johann II) darüber beschwerte, liess er mich als einen zweiten Entdecker auch gelten<sup>[6]</sup>. Ungefähr dieselbe Bewandnis hat es mit den übrigen *Neuen mechanischen Problemen*. Meiner ganzen *Hydrodynamik*, in welcher ich doch wahrheitsgemäss meinem Vater kein Iota zu verdanken habe, werde ich auf einen Schlag völlig beraubt und verliere so in einer Stunde die Früchte einer zehnjährigen Arbeit: Alle Propositionen sind meiner *Hydrodynamik* entnommen, und dennoch nennt mein Vater seine Schriften «*Hydraulik*, jetzt *erstmals entdeckt*, aus dem Jahre 1732», während meine *Hydrodynamik* erst 1738 gedruckt worden ist. Indes hat mein Vater doch alles von mir, ausgenommen, dass er eine andere allgemeine Methode erdacht hat, den Geschwindigkeitszuwachs zu bestimmen – und diese Entdeckung

besteht nur aus ein paar wenigen Seiten. Was mein Vater sich nicht gänzlich zuschreibt, verachtet er, und als Gipfel des Unglücks rückt er noch Ihren Brief ein, worin Sie ebenfalls meine Entdeckungen schmälern in einer Materie, von welcher ich völlig der erste, ja einzige Urheber bin und die ich völlig ausgeschöpft zu haben beanspruche<sup>[7]</sup>. Sie sagen, ich hätte den Druck der durch ein Rohr strömenden Flüssigkeiten nicht anders als für einen permanenten Zustand bestimmt, obwohl ich doch gleich auf Seite 259 am Ende zeige, dass der Druck allgemein  $\frac{a - vv}{2c}$  ist<sup>[8]</sup>. Was hat dagegen mein Vater in dieser wichtigen neuen Materie geleistet? Die Entdeckung des Beweises ist von mir; die Idee, das Abflussrohr an der Stelle, wo der Druck gesucht ist, als abgebrochen zu betrachten, ist von mir; dass die Beschleunigung eines letzten Teilchens im ersten Moment des Abbruchs zu suchen ist, ist von mir wie auch schliesslich, dass aus jener teilweise oder gänzlich verhinderten Beschleunigung der Druck des Tropfens gefunden wird und dass dieser auch den Druck des Wassers im Abflussrohr bestimmt – das alles ist von mir. Mein Vater hat absolut nichts anderes getan, als dass er die Geschwindigkeit auf seine Art und Weise bestimmt und die Rechnung wiederholt hat, was ganz und gar seine einzige Entdeckung ist<sup>[9]</sup>. Die Überlegung zum Rückstoss der Flüssigkeiten versteht mein Vater bis heute nicht, und doch widerspricht er mir in dem Korollar auf Seite 488<sup>[10]</sup>.

All dies ist noch das Wenigste, worüber ich mich beschweren kann. Anfänglich war es mir fast unerträglich, aber schliesslich habe ich alles mit Resignation getragen. Doch erfasste mich auch ein Ekel und eine Verachtung für meine bisherigen Studien, so dass ich lieber das Schuhmacherhandwerk als die Mathematik erlernt haben möchte. Seither habe ich mich auch nicht mehr entschliessen können, etwas Mathematisches auszuarbeiten. Mein ganzes Vergnügen beschränkt sich darauf, noch dann und wann auf der Tafel einige Entwürfe zu machen, um sie künftig wieder zu vergessen.

Mit gutem Gewissen könnte ich den Ruf nach Berlin nicht annehmen, auch wenn mich der König (Friedrich II.) mit einer Einladung beehren wollte, und ich bitte Sie also, dabei nicht weiter an mich zu denken. Dennoch bin ich Ihnen für Ihre guten Dienste höchst verbunden. Ihre so wertvolle Freundschaft gereicht mir zu tiefempfundener und aufrichtiger Vergnügen, und ich schätze diese an sich selbst viel mehr als durch den Nutzen, der mir daraus erwachsen könnte. Bitte verbrennen Sie diesen Brief, falls Sie je meine anderen aufzubewahren für würdig befinden<sup>[11]</sup>.

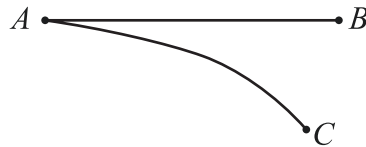
Es freut mich, dass Sie mein Problem über die Bewegung mehrerer Körper in einem beweglichen geraden Rohr – noch dazu einem mit beliebiger Trägheit<sup>[12]</sup> – auch gelöst haben; das Problem hatte ich wieder völlig vergessen. Zu seiner Lösung benutzte ich ein besonderes Prinzip: Wenn ich mich recht erinnere, so behalten die Körper im Fall, dass sie im geraden Rohr anfänglich von der Ruhelage aus beginnen, ihre Abstände vom Bewegungszentrum in einem konstanten Verhältnis, und dies ist eine schöne Eigenschaft.

Aus Ihrem Brief ersehe ich, dass ich mich in meiner Vermutung nicht getäuscht habe, als ich sagte, Ihre Beobachtung über die Planetenbahnen, in welchen  $\int v ds$

oder  $\int vv dt$  ein Minimum ist, sei vielleicht nur *a posteriori* gemacht worden, denn nach meinen Prinzipien kann ich dies *a priori* nicht einsehen. Herr Clairaut schreibt, das sei auch schon von einem Engländer bemerkt worden. Es scheint, dies sei nicht so sehr ein Prinzip als eine Eigenschaft, ebenso wie es eine Eigenschaft der Elastika ist, das maximale Volumen zu erzeugen. Indes habe ich nicht untersucht, ob die Idee des maximalen Volumens die Elastika im ganzen Ausmass begreift. Sie können mich dieser Mühe entheben, denn ich weiss, dass Sie alle derartigen Untersuchungen schon vorgenommen haben.

Bezüglich meines apriorischen Prinzips, dass die Elastika  $\int \frac{ds}{rr}$  zu einem Minimum macht, habe ich mit grosser Erkenntlichkeit – doch auch gleichzeitig mit Beschämung – gesehen, dass Sie das in Ihrem Anhang so ehrenvoll erwähnen<sup>[13]</sup>. Dieses Prinzip gilt auch für ungleich elastische Streifen, wenn man  $\int \frac{E ds}{rr}$  zu einem Minimum macht. Die ursprünglich nicht geraden Streifen erfordern zwar eine andere mathematische Behandlung, jedoch keine andere Methode. Werden aber die Streifen gleichzeitig durch ihr Eigengewicht gekrümmt, so ist es schwierig, das von der Natur bewirkte Maximum oder Minimum zu bestimmen. Ich vermute, man müsse hier auf die Maxima der Maxima zurückgreifen, wo zweierlei Betrachtungen zusammenkommen:

Man suche – der Kürze halber – die Kurve  $AC$ , in welche ein ursprünglich gerader und gleichförmiger Streifen  $AB$  nur durch sein Eigengewicht gekrümmt wird. Es fragt sich, ob die Kurve  $AC$  nicht jene sein könnte, deren Schwerpunkt unter allen vorgegebenen Kurven derselben Länge und mit denselben Endpunkten, die denselben Wert von  $\int \frac{ds}{rr}$  haben, die tiefste Lage einnimmt.



Wir beide haben diese Kurve direkt bestimmt; fragt sich also, ob man mit diesem Prinzip dieselbe Kurve finden würde. Die Ausrechnung wird aber zweifellos recht weitläufig sein, und ich bin von diesem Prinzip nicht voll überzeugt, so dass Sie sich wohl kaum der Mühe unterziehen wollen, meine Vermutung zu untersuchen. Sollte diese jedoch richtig sein, so wäre es – wie ich glaube – leicht, die Maxima und Minima nahezu aller elastischen Kurven *a priori* anzugeben.

Ich habe zwar schon bemerkt, dass in

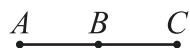
$$\frac{1 + ax + bxx + cx^3 + \text{etc.}}{1 + \alpha x + \beta xx + \gamma x^3 + \text{etc.}} = 1 + mx + nxx + px^3 + \text{etc.}$$

die Koeffizienten  $m, n, p$  etc. durch die jeweils vorangehenden bestimmt werden können. Will man sie aber rein durch  $\alpha, \beta, \gamma$  und  $a, b, c$  ausdrücken, so habe ich einige Gesetze beobachtet, die von grossem Nutzen sind und in meinen Abhandlungen über rekurrente Reihen, sowohl endliche wie unendliche – d. h. solche mit



unendlich vielen Indizes –, dargestellt wurden<sup>[14]</sup>. Allein die ganze Sache verdient nicht, sich dabei aufzuhalten.

In dem Problem, die Bewegung dreier durch einen Faden verbundener Körper aus der gegebenen Anfangsbewegung zu finden, habe ich zwar die Variation der Bewegung in den einzelnen Momenten gesucht, jedoch das Problem nicht gelöst, ausgenommen in gewissen leichten Fällen, z. B. wenn die drei Körper  $A$ ,  $B$ ,  $C$  wie auch die Abstände  $AB$ ,  $BC$  gleich wären



und ebenso die Anfangsgeschwindigkeiten der äusseren Körper nach derselben Seite hin oder auch wenn die Differenzen der Geschwindigkeiten der Körper  $A$ ,  $B$ ,  $C$  gleich sind etc. Doch allgemein habe ich es nicht gelöst, vermute aber, dass man noch einige allgemeine Prinzipien ausdenken könnte, welche das Problem leicht machen würden.

Ich danke Ihnen für Ihre Gratulation zu dem erhaltenen Preis<sup>[15]</sup>. Ich glaube wirklich, richtig in das Wesen der Preisfrage eingedrungen zu sein und alle Schwierigkeiten so gut wie möglich überwunden zu haben, was bei derartigen Fragen eher ein Glücksspiel ist als Kraft der Eingebung; sonst hätte ich bei Ihrer Konkurrenz nicht leicht Erfolg gehabt. Ihnen gratuliere ich im voraus zum verdoppelten Preis des nächsten Jahres<sup>[16]</sup>, denn Ihr eigenes Urteil ist für mich die wirksamste Probe dafür, dass Ihre Theorie wohl begründet und gültig sein muss. Ich für mein Teil konnte mich selbst niemals zufriedenstellen, und das war mir Grund genug, wenn ich auch meinen Begutachtern hätte imponieren können, mich diesmal der Beteiligung zu enthalten.

Mein Bruder (Johann II) lässt Sie freundlichst grüssen und bedankt sich für Ihre wohlwollende Gratulation<sup>[17]</sup>.

Als ich bis hier geschrieben hatte, habe ich mit einigen guten Freunden den Entschluss gefasst, wiederum einen Ausflug zu machen, und zwar den Rhein entlang abwärts, um die ganze österreichische Armee und die vielerlei Soldaten, aus denen sie besteht, zu besichtigen. Das hat den jetzigen Brief wieder acht Tage hinausgeschoben. Die Kroaten, Panduren und Husaren sind sehr freundliche Leute. Mit den Husaren konnten wir Latein reden, und mit den Kroaten habe ich etwas Russisch gesprochen, das sie grösstenteils verstanden. Es scheint, die Armee wolle unbedingt über den Rhein, doch bis jetzt durften sie es noch nicht wagen und haben unser Territorium verschont. Dennoch sind wir noch nicht aller Furcht enthoben: Wenn es die Armee versuchen würde, würde es unserem Basel übel ergehen, denn wir würden mit allen Kräften Widerstand leisten, und die ganze Eidgenossenschaft würde uns zu Hilfe kommen – aber für uns zu spät, und unser armes Vaterland würde schrecklich mitgenommen werden<sup>[18]</sup>.

Vor einigen Tagen ist der Grosse (Johannes) Burckhardt, der Mathematiklehrer des Grossen Euler, gestorben<sup>[19]</sup>.

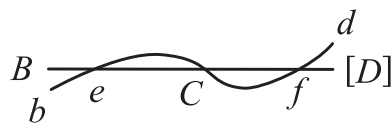
Vor einigen Monaten habe ich in den Zeitungen gelesen, der König (Friedrich II.) in Preussen habe den Plan gefasst, einen Fluss, dessen Namen ich vergessen

habe, bis zur Ostsee schiffbar zu machen. Sie könnten dabei gute Ratschläge geben, wenn Sie sich vorher mit der Lektüre einiger Bücher ins Bild setzen wollten, und dadurch den Nutzen der Mathematik um so mehr erhöhen<sup>[20]</sup>.

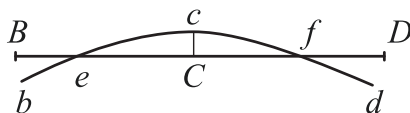
Im 7. Band der *Commentarii* habe ich verschiedene Abhandlungen von Ihnen über die Planetenbahnen gesehen<sup>[21]</sup>. Weil Sie nun dabei viele alte astronomische Beobachtungsdaten durchgerechnet und mit dem heutigen Stand der Bahnen verglichen haben, möchte ich gerne wissen, ob Sie dabei nicht vielleicht gefunden haben, dass die Exzentrizitäten wie auch die Schiefe der Bahnen bezüglich einer gewissen mittleren Ebene nach und nach ein wenig abnehmen. Meine Vermutung darüber, warum die Planeten in nahezu kreisförmigen und die Kometen in beinahe parabolischen Bahnen laufen und die ersteren sich ungefähr in derselben Ebene, die letzteren jedoch in Bahnen mit allen möglichen Neigungen befinden, scheint mir noch immer bei weitem die wahrscheinlichste unter allen Hypothesen zu sein<sup>[22]</sup>.

Ich bedaure, dass ich Ihre Anhänge zu den isoperimetrischen Problemen nicht durchlesen konnte, bevor ich sie Herrn Bousquet geschickt habe, jedoch habe ich sie flüchtig durchgesehen<sup>[23]</sup>. Ich glaube, dass Sie hinsichtlich der Töne der freischwingenden elastischen Streifen die ungeradzahligen Schnittstellen der Kurven mit der Achse verwerfen<sup>[24]</sup>, obwohl diese doch zulässig sind und ich diesbezüglich verschiedene Eigenschaften berechnet und sehr viele schöne Experimente über die Lage der Knoten und die Tonstärke angestellt habe, die mit der Theorie schön übereinstimmen.

Die erste mögliche Krümmung ist diese



und führt zu einem Ton von 17.625, während derselbe Streifen, auf diese Weise



gekrümmt, den Ton von 6.345 bildet. In der ersten Figur finde ich  $Cf$  oder  $Ce = 369$ ,  $fD$  oder  $eB = 131$ , in der anderen aber  $Cf$  oder  $Ce = 280$ ,  $fD$  oder  $eB = 220$ <sup>[25]</sup>. Meine Abhandlung darüber ist schon längst in Petersburg, und Sie könnten sich leicht eine Kopie beschaffen<sup>[26]</sup>. Ich habe mir überlegt, ob ich die wenigen Worte, die Sie im Anhang darüber sagen, nicht ausstreichen sollte: Wenn Sie es jedoch für gut befinden, will ich im Vorwort etwas dazu sagen oder einen Auszug aus Ihrem nächsten Brief einschieben. Wenn Sie überdies wünschen, dass ich etwas zusätzlich einschieben sollte, so teilen Sie es mir bitte mit<sup>[27]</sup>.

Wenn in Petersburg nichts mehr auszurichten ist, so möchte ich meine noch ungedruckten Abhandlungen nach Berlin schicken, um diese in Ihren Verhandlungen zu bringen. Wenn dazu erforderlich ist, Mitglied der Berliner Akademie zu

sein, so werden Sie mir zweifellos leicht dazu verhelfen können<sup>[28]</sup>. Vielleicht wäre es nicht unmöglich, mir eine kleine Pension zu verschaffen: verspräche man mir nur 100 Taler, so würde es mich freuen, den untreuen Moskowitern meinerseits zu kündigen. Eröffnen Sie mir bitte Ihre diesbezüglichen Gedanken ganz freundschaftlich, bevor wir etwas unternehmen. Ich glaube, dem König (Friedrich II.) ist eine gute Meinung von mir vermittelt worden, und wenn Sie die Sache als von sich selbst aus gleichsam aus Eifer für die Akademie vorschlägen, so würde es nicht so schwer sein, zum Erfolg zu kommen, wie Sie vielleicht meinen. Dies sei ganz unter uns gesagt, und ich bitte Sie, diesen Brief unfehlbar zu verbrennen, besonders wegen des meinen Vater betreffenden Abschnitts<sup>[29]</sup>. Ich habe mich nicht enthalten können, mich Ihnen als meinem besten Freund gegenüber zu beschweren im Hinblick darauf, dass Sie ja vielleicht auf eine Gelegenheit stossen könnten, mich vor dem unberechtigten Plagiatsverdacht in Schutz zu nehmen, ohne meinen Vater zu kränken, und zugleich dafür zu sorgen, dass in den Punkten, die zwischen meinem Vater und mir strittig sind, die Wahrheit keinen Schaden nehme. – Mir selbst will es nicht recht passen, mich zu verteidigen<sup>[30]</sup>.

Mit Ludwig Brandmüller hatte ich einen heftigen Wortwechsel, da er die Frechheit hatte zu sagen, Sie wollten sich aus Geldmangel in keine Liquidation einlassen – als ob Sie nicht im Stande wären, die geschuldeten finanziellen Ausstände, die Sie wirklich empfangen haben, zu erstatten. Mich dünkt, am besten wäre es, ihm nicht mehr – weder direkt noch indirekt – zu antworten. Brandmüller wird schon zu Kreuze kriechen, doch sollten Sie sich bemühen, zu einer Liquidation zu kommen, denn ich habe gesehen, dass Sie mit diesen Juden nicht alle Umsicht angewandt haben. Brandmüller hat mir Briefe gezeigt, in denen Sie auf Ihr Konto Bücher bestellt haben, und so ist es wirklich recht und billig, dass Sie ihm melden, welche Bücher Sie auf Ihrem Konto behalten und welche Sie der Akademischen Buchhandlung in Petersburg übergeben haben. Sie müssen sich aber keine Sorgen wegen eines Prozesses machen, denn ich werde schon dauernd aufpassen, dass Ihnen kein Verdruss daraus erwachsen wird. Wegen der Erben des anderen Herrn Brandmüller habe ich noch keine Antwort erhalten, da sich die Verwalter zur Zeit nicht in Basel aufhalten. Ich werde mich aber auch um diese Sache kümmern, nur bitte ich Sie, sich so vorzubereiten, dass Sie über die ausdrücklich auf Ihr eigenes Konto bestellten Bücher Rechenschaft ablegen können. Zu allem übrigen ist kein Wort zu verlieren. Ansonsten möchte ich gerne wissen, ob Sie die Briefe Brandmüllers wie auch Kopien Ihrer Briefe an ihn aufbewahren und ob Sie über diese Sache formell Rechnung geführt haben<sup>[31]</sup>.

Am Ende dieses Briefes füge ich die Kopie des Briefes bei, den ich für uns beide an den Fürsten Kantemir schon geschrieben habe<sup>[32]</sup>.

Hiermit verbleibe ich mit grösster Hochachtung nebst freundlichen Grüssen an die Frau Professorin (Katharina) und die werten Familienangehörigen

}...{

Daniel Bernoulli

- R 151 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Sommer 1743  
 Basel, 4. September 1743  
 Orig., 3 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 88–89v  
 Publ.: Fuss 2, p. 529–537

- [1] Gemäss dem Inhalt des Briefes (cf. p. 569 / 576 h.v.) wurde dessen Abfassung etwa in der Mitte für acht Tage unterbrochen, weshalb unklar bleibt, ob das Datum des 4. September sich auf den Beginn oder den Abschluss des Briefes bezieht.
- [2] Eulers *Variationsrechnung* wurde 1744 ohne ein solches Vorwort D. Bernoullis gedruckt.
- [3] Im Juni 1743 hatte Nartov – der neue Leiter der Akademischen Kanzlei – Euler mitgeteilt, gemäss einem von Kaiserin Elizaveta Petrovna erlassenen Befehl vom Januar dürften den Ehrenmitgliedern der Akademie keine Pensionen und keine doppelten Gehälter mehr ausbezahlt werden (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 63). Ein derartiger Ukas konnte nicht ermittelt werden.
- [4] Der Antwortbrief Kantemirs ist uns unbekannt.
- [5] J.G. Gmelin hatte erst im Sommer 1742 die lange erbetene Erlaubnis erhalten, von seiner Expedition durch Sibirien nach Petersburg zurückzukehren und nicht noch nach Kamtschatka reisen zu müssen. Im Februar 1743 war er schliesslich nach fast zehn Jahren wieder in Petersburg. Sein Verhältnis zur Akademischen Kanzlei war jedoch danach sehr gespannt, so dass er im folgenden Jahr um seinen Abschied ersuchte. – Zu Delisle cf. Brief Nr. 59, Anm. 21.
- [6] Cf. J. I Bernoullis Abhandlung über verschiedene Aufgaben der Dynamik (JB. 177), wo er – nach der Untersuchung des spontanen Rotationszentrums – in einem Scholium schreibt (JBO 4, p. 271):

«En ergo insigne exemplum Naturae operantis per modum simplicissimum; ut quasi ex instinctu sapientiae agere videatur. Quem quidem modum, licet indirectum, a Filio quoque meo Daniele, observatum fuisse intellexi, postquam dudum haec scripseram.» («Hier liegt also ein ausgezeichnetes Beispiel dafür vor, dass die Natur nach der einfachsten Art vorgeht, so dass sie quasi aus einer weisheitsvollen Eingebung zu handeln scheint. Ich habe gesehen, dass diese Art und Weise – freilich indirekt – auch von meinem Sohn Daniel bemerkt worden ist, nachdem ich diese Dinge schon lange geschrieben hatte.»)

- [7] Im vierten Band seiner *Opera omnia* rückte J. I Bernoulli quasi als Vorrede zu seiner *Hydraulik* einen Auszug aus Eulers Brief an ihn vom 29. (18.) Oktober 1740 ein (O. IV A, 2, p. 386 / 389), in welchem Euler seinen alten Lehrer in den höchsten Tönen rühmt:

«Durch diese höchst nützliche wie profunde Entdeckung wird Ihr ) . . . ( Name den Nachkommen für immer heilig sein. Sie haben die dunkelste und verworrenste Frage über den Druck, den die Gefässwände vom durchfliessenden Wasser erleiden, derart klar bis auf den Kern entwirrt, sodass in dieser so schwierigen Sache nichts weiter zu wünschen übrig bleibt. Niemand hat nämlich diesen Gegenstand berührt mit Ausnahme Ihres ) . . . ( Sohnes (Daniel), der jedoch den Druck nur für den Fall, dass sich die ganze Bewegung schon auf einen permanenten Zustand eingestellt hat, auf einem ziemlich indirekten Weg bestimmte.»

Selbstverständlich hatte Euler diesen Brief nicht zur Veröffentlichung vorgesehen, und die von Johann Bernoulli praktizierte Indiskretion, die Passage als Seitenhieb gegen seinen Sohn Daniel zu publizieren, ist unschön. Sie trübte vorübergehend die Freundschaft Daniel Bernoullis mit Euler. Ob dieser auch brieflich darauf reagiert hat, wissen wir nicht, da kein Brief Eulers an Daniel Bernoulli aus der Berliner Zeit erhalten geblieben ist. Hingegen findet sich eine Art von öffentlicher Genugtuung für Daniel Bernoulli in der Vorrede zu seiner *Artillerie* von 1745 (E. 77), wo Euler den folgenden Abschnitt über die *Hydrodynamik* und die *Hydraulik* einrückte (O. II, 14, p. 6):

«Die berühmten Herren Bernoulli sind die ersten gewesen, welche diese so dunkle Materie auf eine gründliche Art abgehandelt haben. Der Herr Professor Daniel Bernoulli hat darüber zu erst sein unvergleichliches Werk unter dem Titul der *Hydrodynamic* herausgegeben, worinne er durch die subtilsten Rechnungen so wohl die Kräfte, als die Bewegungen der flüßigen Körper, so gründlich bestimmt, daß allenthalben die schönste Uebereinstimmung mit der Erfahrung hervorleuchtet. Er hat sich hierzu meistentheils des Grundsatzes der Erhaltung der lebendigen Kräfte bedient; allein sein Herr Vater (Johann Bernoulli) hat hernach Mittel gefunden, alle diese Bestimmungen aus den ersten Gründen der Bewegung herzuleiten, wie so wohl aus seinen Werken, welche kürzlich zusammen gedruckt heraus gekommen, als aus dem 9ten *Tomo* der *Comment[ariorum]* der Petersburger Academie erhellet».

- [8] Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik* (DBW 5, p. 377).
- [9] D. Bernoulli hat zwar recht, wenn er sagt, dass alle Ideen zur Aufstellung einer hydraulischen Theorie des Wasserdruckes allein von ihm stammen, doch unterschätzt er – von seinem Vater unverdient beleidigt – gewisse Elemente von dessen bahnbrechendem Zugang zu den Problemen der Hydraulik auf Grund der allgemeinen Gesetze der Dynamik. Übrigens bemerkte der scharfsinnige Euler fast als einziger sofort diese Perle in der *Hydraulik* seines Lehrers. – Cf. die Einleitungen zum Briefwechsel Eulers mit J. I. Bernoulli (O. IV A, 2, p. 64–67) und zu D. Bernoullis *Hydrodynamik* (DBW 5, p. 29–35) sowie Mikhajlov (2000).
- [10] Das – der Wahrheit widersprechende – Korollar lautet (cf. JBO 4, p. 488):  

«Liquet in vasis constanter plenis vim istam retropressionis esse invariabilem, a primo effluxus momento ad aequabilem usque velocitatem [...] Errant igitur qui illam statuunt variabilem, minorem nempe in effluxu tardiori, majorem in velociori, maximum in aequabili.» («Es ist klar, dass diese Rückstosskraft bei stets vollen Gefässen unveränderlich ist, vom ersten Moment des Ausfliessens an bis zur gleichförmigen Geschwindigkeit [...] Daher sind diejenigen im Irrtum, welche die Rückstosskraft als variabel annehmen, nämlich als kleiner bei langsamerem, grösser bei schnellerem, am grössten bei gleichförmigem Ausfluss.»)
- [11] Wie ersichtlich, hat Euler diese Bitte nicht erfüllt. Leider ist sein Antwortbrief an D. Bernoulli nicht erhalten geblieben.
- [12] «NB quacunq[ue] inertia praedito» ist am Seitenrand eingefügt.
- [13] Im einleitenden Artikel des *Additamentum de curvis elasticis* seiner *Variationsrechnung* bezeichnet Euler D. Bernoulli als «hochberühmten und in dieser sublimen Art der Naturerkenntnis höchst scharfsinnigen Mann» («Vir Celeberrimus atque in hoc sublimi naturam scrutandi generi perspicacissimus») und betont, dass dieser ihn auf das hier dargelegte grundlegende Variationsprinzip hingewiesen habe.
- [14] Cf. Brief Nr. 62, Anm. 5.
- [15] Damit ist D. Bernoullis Preisschrift über die Inklinat[i]on der Kompassnadel gemeint (1748, DB. 39). – Cf. Brief Nr. 62, Anm. 10.
- [16] Die Preisfrage der Pariser Akademie für 1744 war die Wiederholung derjenigen vom Jahr 1742 und lautete: *L'explication de l'attraction de l'aiman avec le fer, la direction de l'aiguille aimantée vers le Nord, sa déclinaison et son inclinaison*.
- [17] Johann II Bernoulli war am 17. Mai 1743 zum Professor der Eloquenz an der Universität Basel gewählt worden.
- [18] D. Bernoullis Bemerkung ist zu verstehen im Kontext des Österreichischen Erbfolgekriegs, in welchem sich Maria Theresia mit der Hilfe Englands, Russlands und Hollands gegenüber Frankreich, Spanien, Neapel, Sachsen und Schweden als rechtmässige Erbin behauptete. Hätten die Österreicher damals den Rhein überschritten, so wäre die Umgebung von Basel tatsächlich zum Kriegsschauplatz geworden; es ist fraglich, ob die Eidgenossen ihren baslerischen Bundesgenossen in einigermaßen nützlicher Frist hätten zu Hilfe kommen können.
- [19] Der Bernoulli-Schüler Johannes Burckhardt, ein Theologiestudent, der später Pfarrer auf der Basler Landschaft wurde, hatte den jungen Euler im Auftrag seines Vaters in Mathematik unterrichtet. Auf Burckhardts Lektionen bezieht sich mutmasslich auch Eulers Angabe

in seiner kurzen Autobiographie, er habe während seiner Gymnasialjahre zusätzlich «Privat Unterricht» genossen (Pekarskij 1865; Fellmann 1995, p. 11). – Cf. auch J.J. Bruckner (1743).

- [20] Es handelt sich dabei um die Neueinrichtung des 70 km langen und 1.3 m tiefen Finow-Kanals, der die Havel über 17 Schleusen mit der Oder verbindet und für die Verbindung Berlins zur Ostsee von grösster Wichtigkeit war. Der zu Anfang des 17. Jahrhunderts angelegte Kanal wurde im Dreissigjährigen Krieg fast völlig verschüttet. Ab 1743 wurde er im Auftrag Friedrichs II. wiederhergestellt und im Frühjahr 1749 durch Euler neu nivelliert. – Cf. O. IV A, 6, p. 311–316 (hier sind ein Auftragsschreiben von Friedrich II. an Euler sowie dessen ausführlicher Tätigkeitsbericht wiedergegeben).
- [21] Cf. Eulers Untersuchungen über die Planetenbahnen (E. 37–39).
- [22] Cf. Briefe Nr. 22, 23. – Die von D. Bernoulli mit seiner «wahrscheinlichsten unter allen Hypothesen» postulierte und vermeintlich gefundene Abnahme der Exzentrizitäten und Bahnneigungen sowie die scheinbare Korrelation zwischen diesen Bahnelementen sind aus heutiger Sicht nicht haltbar. Was Bernoulli nicht wissen konnte, ist die Tatsache, dass sich langperiodische Variationen der Bahnelemente in Zeitskalen abspielen, die seine Vorstellung und die Möglichkeit der Verifikation mittels älterer Beobachtungsdaten weit übersteigen – die ältesten von Euler in E. 38 ausgewerteten Beobachtungen stammen aus den Jahren 1689/90 und waren somit etwa 50 Jahre alt. Die vermutete Korrelation ist in diesem Sinne nur scheinbar, weil sie vor allem durch die *momentanen* Bahndaten von Merkur und Venus zustande kommt. Eine Integration über 10 Mio. Jahre zeigt, dass die Bahnelemente der Planeten erheblichen langperiodischen Änderungen (mit sehr unterschiedlichen Perioden von 10 000 bis 2 Mio. Jahren) unterworfen sind. So schwankt in diesem Zeitintervall die Exzentrizität und Bahnneigung (bezüglich der Ekliptik J 2000.0) von Merkur zwischen 0.12 und 0.24 bzw. zwischen 4° und 11°, diejenige von Venus zwischen 0 und 0.07 bzw. zwischen 0° und 4.5° (cf. Murray–Dermott 1999, p. 305). Es kommt daher sehr wohl – wenn auch nicht in historisch durch Beobachtungen belegten Zeiträumen – zu Situationen, in welchen die behauptete Korrelation zwischen diesen beiden Bahnelementen nicht zutrifft.
- [23] Die *Variationsrechnung* Eulers enthält zwei Anhänge: ein längeres *Additamentum I de curvis elasticis*, und ein kurzes *Additamentum II de motu projectorum in medio non resistente, per methodum maximorum ac minimorum determinando*. Im zweiten Anhang behandelt Euler die «*intimas Naturae leges atque causas finales*» («die innersten Naturgesetze und die Zweckursachen»), ohne Maupertuis zu erwähnen, was diesen offenbar irritiert hat, denn später fragte er Johann II Bernoulli, wann genau der Herausgeber Bousquet Eulers zwei Anhänge erhalten habe (cf. den Brief von Maupertuis an J. II Bernoulli vom 12. Juni 1747: Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 101–101v).
- [24] Im *Additamentum I* von Eulers *Variationsrechnung*, § 83, wird tatsächlich irrig argumentiert, die «ungeraden» Schwingungsmodi seien unzulässig. Cf. *infra* Anm. 27.
- [25] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Töne freischwingender elastischer Streifen bzw. Zungen (1751, DB. 38, §§ 17–18). Im gedruckten Text steht für den ersten hier genannten Schwingungsmodus die Frequenz 17.627; Bernoullis Manuskript, das sich in der Universitätsbibliothek Basel befindet (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 18), hat ebenso wie unser Brief 17.625.
- [26] Die besagte Abhandlung D. Bernoullis (1751, DB. 38) erschien im 13. Band der *Petersburger Commentarii* für die Jahre 1741–43, der jedoch erst 1751 gedruckt wurde. Die in der vorhergehenden Anmerkung erwähnte abweichende Frequenz steht auf Seite 184 jenes Bandes.
- [27] Da keine Briefe Eulers an D. Bernoulli aus seiner Berliner Zeit erhalten sind, ist nicht bekannt, ob er brieflich auf Bernoullis berechtigte Kritik einging. Dessen Vorschlag, den Irrtum, den er im Manuskript des *Additamentum I* zur *Variationsrechnung* bemerkt hatte (cf. *supra* Anm. 24), noch vor dem Druck zu bereinigen oder in seinem geplanten Vorwort (cf. *supra* Anm. 2) etwas dazu zu sagen, wurde jedenfalls nicht verwirklicht. Statt dessen veröffentlichte Euler 1746 in den *Nova Acta Eruditorum* vom Februar 1746 – im Anschluss an eine Rezension der *Variationsrechnung* – eine separate Notiz (E. 84), in der



- er seinen Irrtum mit ausdrücklichem Bezug auf Daniel Bernoullis Hinweis und die immer noch ausstehende Publikation von dessen Abhandlung (cf. *supra* Anm. 26) berichtigte. – Cf. Brief Nr. 81, Anm. 6.
- [28] Bereits im ersten Band der *Berliner Mémoires* für 1745 wurde eine Abhandlung D. Bernoullis veröffentlicht (1746, DB. 40). D. Bernoulli und sein jüngerer Bruder Johann II wurden – gemeinsam mit 18 weiteren Gelehrten – am 30. Juni 1746 zu Auswärtigen Mitgliedern der Berliner Akademie gewählt (cf. *Registres*, p. 100–101).
- [29] Cf. *supra* Anm. 11.
- [30] Cf. Brief Nr. 61, Anm. 1, und *supra* Anm. 7.
- [31] Einzelheiten zu den finanziellen Auseinandersetzungen zwischen Euler und dem Basler Buchhändler L. Brandmüller finden sich unter anderem in dem Briefwechsel, den Euler im Juni/Juli 1743 – in russischer Sprache – mit dem neuen Direktor der Akademischen Kanzlei Nartov führte (*Eulers Briefwechsel* 2, p. 61–64). Brandmüller sandte mehrere Bücher aus seiner Buchhandlung an Euler zwecks Verkauf in Petersburg. Einige Bücher verkaufte Euler selbst und schickte das Geld nach Basel, doch den grösseren Teil überliess er der Akademischen Buchhandlung in Petersburg. Wie weit Brandmüllers finanzielle Ansprüche berechtigt waren, ist infolge Fehlens der Rechenschaftsberichte der Akademischen Buchhandlung unklar. Deren Verhältnis zu Brandmüller wird auch im nachfolgenden Briefwechsel Eulers mit Schumacher in den Jahren 1742–46 und 1752–53 gestreift (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 56, 67f, 72–74, 78f, 85–87, 284, 320f), ebenfalls in Eulers Brief an Golovin vom 2. Februar 1743 (cf. *Eulers Briefwechsel* 3, p. 50).
- [32] Die Kopie des erwähnten französischen Briefes an Kantemir ist im Anschluss an den originalen Briefftext beigelegt, wird aber in der Übersetzung nicht wiederholt.
- [33] Cf. *supra* Anm. 3.

## 64

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 25. Dezember 1743

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor!

Daß sich die sachen in Petersburg noch nicht geändert haben, nimt mich nicht wunder; ich hoffe auch nicht daß sich solche so bald zu unserem *favor* ändern werden; der Printz Cantemir hat mir nicht auff meinen brieff geantwortet, welches ich auch voraus gesehen, da er nicht anderst als die gerechtigkeit unserer sach hat erkennen müßen und doch wenig zu unserem *favor* hat antworten können; Inzwischen hat mir H. Moula meine quittung für das jahr 1741 nicht wieder zuruck geschickt. Daß der H. Bruder ⟨Kirill⟩ von dem H. Oberjägermeister H. ⟨Aleksej⟩ von Rasumofski die gnad vor mich gehabt für mich zu intercedieren, davor bin ich diesem Herren so wohl als Ew. HEdgebohrnen als dem ersten Urheber zum aller höchsten verpflichtet und will mich noch ferner Dero guten *officiis* anbefohlen haben<sup>[1]</sup>.

Dero commission an H. ⟨Johann Ludwig⟩ Brandmüller hab ich gegen seinen associé ausgerichtet. Er setzte etwas aus an dem articul von Voltaire 8 exemplar, davor [S]ie nicht mehr als 6 f. setzen; ich hab mich aber in keinen detail deswegen einlaßen mögen; der H. Brandmüller hat mir etliche tag hernach einen brieff an



Ew. HEdgb. geschickt; da Sie mir aber melden, Sie wollen von dieser sache weiters nichts hören, hab ich demselben den brief wieder zuruck geschickt. Wan derselbe den brief durch die post geschickt hat, wolte ich rahten nicht mehr darauff zu antworten<sup>[2]</sup>.

Es ist mir lieb, daß die neue Königl. Academie so gute progressen macht und ich soll Ew. HEdgb. billich allen möglichsten danck wißen wegen der ehr, die sie mir angethan, mich in Dero schreiben an den König (Friedrich II.) auff eine so honorable und favorable weis zu nennen<sup>[3]</sup>. Auff Dero ermahnen schicke ich hierbei eine piece für diese Academi; Ehe Sie aber solche praesentieren bitte solche zu durchlesen und zu examinieren, ob sie diese ehr meritire. Ich tractiere darin das *problema de motu horizontali tubi recti quocunque corporibus onerati*<sup>[4]</sup>. Obschon ich dieses *problema* schon längst solviert hatte, so hat es mich doch auff ein neues viel mühe gekostet, weil ich wenig darvon in meinen *schedis* aufgezeichnet hatte; ich weiß nicht ob Ew. HEdgb. diese materi weiters poussiert haben als ich; aber ich glaube daß dasjenige was ich praestiert nicht auff eine simplere art könne tractiert werden; ich habe in dem *exordio* eine schweitzel<sup>[5]</sup> (wie man hier sagt) daran gemacht umb diese materien desto mehr valieren und goutieren zu machen; wan Sie aber solche überflüßig finden, kan sie gantz ausgelassen werden; Eine gleiche bewantnus hat es sich mit der *nota annexa* § 8 welche ich vermeint füglich machen zu können in ansehung meines Vatters *Operum*; ich will es gleichfahls Dero *judicio* überlassen ob man diese *notam* lassen oder supprimieren solle<sup>[6]</sup>. Sonsten hab ich diese schrift auff frantzösisch aufgesetzt, weilen Sie mir einmahl gemeldet, daß Dero *Memoires* in dieser sprach werden getruckt werden; worüber auch für das künftige eine erinnerung von Ew. HEdgb. erwarte. Wan Sie es für gut befinden, könnten Sie vor gegenwärtiger piece auch meine *solutionem hujus ejusdem problematis pro unico corpore alia methodo erutam* lassen vorhergehen, so wie ich ihnen solche ehemahls überschrieben habe, wan sie je meinen brief auffbehalten haben<sup>[7]</sup>; ich erinnere mich auch daß ich in dem nemlichen brief 2 *demonstrationes theorematis mei de loco centri rotationis spontaneae* beigefügt habe; diese *demonstrationes* könnten zugleich excerptiert und in die *Memoires* inseriert werden *sub titulo Extrait d'une lettre* etc. Es wäre schon gemachte arbeit und Ew. HEdgb. wißen, daß die arbeit meinem temperament zimlich zu wieder ist.

Sonsten wolte ich ohnmaasgeblich wegen der neuen Academie erinnert haben, daß wan sie des Associés Etrangers annehmen, derselben *numerus* ja auff eine unwiederstrebliche weis fixiert werde, sonsten diese stellen anstatt einer ehr gewislich in eine große verachtung kommen werden, deßen wir an allen Academies exempel haben, außert der Parisischen, bei welcher diese stellen mit gröster bemühung gesucht werden; auch solte man gleich anfangs hierüber alle mögliche reglemens machen, damit die berühmteste leüt jederzeit angenommen werden und nichts durch brigues und *favor* geschehe; wan die Pariser continuiren, wie sie seit vielen jahren gehandelt, wird kein rechter gelehrter sich bei ihnen umb eine solche stelle bemühen. Ich sehe wohl, daß wan man diesem raht folgen solte, ich mir selber die thür zusperre; ich werde aber alzeit die ehr und die wohlfahrt der wißenschafften meinem interest vorziehen.

Man macht mir aus Paris überaus viel rühmens von einem ganz jungen vortrefflichen *mathematico* absonderlich in *mechanicis*; ich glaube daß er D'Alamber heiße; ich zweifle nicht daran, er wurde naher Berlin sich vocieren laßen, dan ich glaube nicht daß er alberejt placiert seje. Wan Ew. HEdgb. es für gut befinden, könnten Sie es tentieren, oder durch den H. Clairaut mehrere nachrichten vorhero darüber einholen<sup>[8]</sup>.

Seit deme ich Ew. HEdgb. brieff an H. Bousquet geschickt, hab ich nicht die geringste nachricht von ihm erhalten; wejß auch nicht, ob er alberejt an Dero tractat angefangen hat; ich hatte ihm offeriert eine *praefatiunculam* zu machen oder solche durch H. Cramer machen zu laßen gerahten; er hat aber nichts geantwortet<sup>[9]</sup>.

Weilen ich sehe, daß Sie nicht *obiter* sondern *post maturam meditationem* die *oscillationes laminae liberae, pro numero nodorum impari*, excludiert, so will ich von dieser materi nichts sagen, wan ich auch je eine praefation schicken solte. Unterdeßen kan ich Ew. HEdgb. für gewiß versichern, daß diese zwejte *classis oscillationum omni jure et quovis respectu* der ersteren müße annumeriert werden; Für dieses mahl hab ich nicht der zeit mich darüber zu explicieren; wan Sie es aber für gut befinden, will ich ein andermahl einige remarques über diese materi Ihnen schicken, damit Sie solche der Academie in Berlin communicieren umb mit einem stein zwej würffe zu thun; widrigen fahls wird es keine große umschwaiff brauchen umb uns zu accordieren und werden einige wenige reflexionen genug darzu sejn.<sup>[10]</sup>

Es ist mir lieb zu vernemmen daß Ew. HEdgb. eine piece *de pulsu arteriarum* vorhaben<sup>[11]</sup>; ich hab dieses *argumentum* schon lang untersucht und viele neue *veritates* darinn entdeckt; unterdeßen bleiben doch die meiste *quaestiones indeterminatae*; unterdeßen sind viele darvon nur deswegen *indeterminatae*, weilen man nicht genugsam die *debitas mensuras* untersucht, die man doch *per experimenta et observationes* leicht haben könnte, sonderlich *circa diametros canalium, angulos quos inter se faciunt rami conspicui, crassities parietum, fibrarum extensibilitatem et virtutem contractilem, resistentias diversi generis quas fluida patiuntur dum per canales fluunt*, etc. Meine idées wären, wie ich mir flattiere, nutzlich, aber in Basel ist man gleichsam vergraben und findet man keine *subsidia*; doch ist alberejt vieles tractiert worden in der *Haemastatic* vom Halles, welche Ew. HEdgb. ohne zweiffel werden gelesen haben, sonst ich Denselben wolte gerahten haben, diese *Haemastatic* zu durchgehen ehe und bevor Sie Dero piece trucken laßen<sup>[12]</sup>.

Wan Dero Academi einmahl recht eingerichtet ist und einen *Anatomicum* und *Physicum experimentalem* haben [wird], so wolte ich eine verzeichnus schicken, *omnium experimentorum et observationum instituendarum*, vermittelst welcher ich mir getrawete die wichtigste puncten der physiologi weit beßer zu tractieren, als bishero geschehen: Ich habe vor 4 oder 5 jahren einem Leib *Medico* von Paris (Silva) auff sein begehren über dergleichen materien einige *reflexiones* communiciert, welche ihme wohl gefallen und dafür er mir ein herliches praesent von silber geschirr verehrt hat<sup>[13]</sup>.

Ich bin Ew. HEdgb. sehr verbunden, daß Sie auff meinen leichten soupçon hin die complaisance gehabt die *aequationem pro curva elastica a proprio laminae pondere per methodum isoperimetricam secundum hypothesin a me indicatam* zu

untersuchen; die *harmoniam* oder *contradictionem utriusque aequationis* hab ich nicht untersucht, weil Sie selbstn sagen daß solches ein schweres *problema* seyn wurde: wan Sie aber seithero etwas hierüber solten entdeckt haben, bitte mir solches zu communicieren, in allem fahl aber zu melden, auff welche seite Sie mehr portiert sind: Ich zweiffle ob man jemahl *a priori* werde zeigen können, daß die *elastica* müße *maximum solidum* generieren: ich betrachte solches als eine proprietet, die der *calculus* ausweiset, und die kein mensch *ex principiis novis* jemahl wurde haben können vorhersehen eben so wenig als die *identitatem isochronae et brachystochronae*; dergleichen *proprietates* sind *ratione nostri* gleichsam accidental und auff diesen fuß betrachte ich auch die *observatam proprietatem orbitarum*, in quibus  $\int u ds$  ein *minimum* macht, worinn ich umb so viel mehr confirmiert werde als ich errachten, daß Sie diese *proprietatem* nur *a posteriori* observiert haben und niemahls wurden gefunden haben, wan Sie nicht die *orbitas aliunde* determiniert hätten. Wer wurde die connexion zeigen können *inter omnes proprietates ellipsis*, die man *in sectionibus conicis* demonstriert, und den *orbitis planetarum qua orbitis*? Wan ich in meiner piece, qui a partagé le prix de 1734<sup>[14]</sup>, gesagt daß die *orbitae* je länger je mehr *circulares* werden und anbej expliciert warumb die *orbitae cometarum omnes fere parabolicae* hingegen die *orbitae planetarum fere circulares* sejen, so hab ich solches nicht *a mediis resistentibus* deduciert, sondern *ex mediis quasi deferentibus*, indeme ich diese *media* nicht *in quiete* betrachte, sondern *tanquam celerrime mota circa Solem* und gefallen mir meine *explicationes* noch allezeit sehr wohl ohne daß ich mejne daß die ejgenliebe hierbey eine influenz habe<sup>[15]</sup>.

Wan Ew. HEDgb. in Dero astronomischen untersuchungen das *centrum gravitatis commune* (vielmehr *centrum inertiae*) *inter Terram et Lunam* betrachten, so wäre meiner mejnung nach nicht die *positio hujus centri ad mentem Newtoni* anzunehmen: er deduciert solche *ex aliquibus phaenomenis aestus maris*, aber diese *phaenomena* sind gar übel choisiert: solche führen ihn auch auff die *hypothesin* daß die *actio Lunae media in mare* 4 mahl größer seje als die *actio Solis*<sup>[16]</sup>; ich hingegen statuire daß sie nur  $2\frac{1}{2}$  mahl größer seje und diese proportion wird confirmiert durch unendlich viel *phaenomena*, welche ich seit hero erfahren und *ad calculum* revociert<sup>[17]</sup>: es ist also meiner mejnung nach die *massa Lunae* kleiner als *secundum mentem Newtoni in ratione*  $2\frac{1}{2}$  *ad* 4 und folgt daraus daß die *distantia centri Lunae et centri gravitatis systematis ad distantiam centri Terrae ad idem centrum gravitatis* seje wie 1 *ad* 63 und nicht wie 1 *ad* 39<sup>[18]</sup>.

Haben Ew. HEDgb. meinen tractat *de aestu maris* noch nicht gesehen<sup>[19]</sup>; ich habe klar gewiesen daß man nicht könne füglich *ex magnitudinibus aestuum post quadraturas et post conjunctiones observatis* die *proportionem inter vires lunares et solares* herlejen, wie Newton gethan, indem die *magnitudines aestuum* auff einander influiren, da hingegen die *durationes aestuum* schier keine influenz auff einander haben, welches ich *ex oscillationibus penduli* illustriert habe; habe also die proportion *inter vim lunarem et solarem ex hora aestuum* und nicht *ex eorum magnitudinibus* deduciert und wird meine gefundene proportion, wie gemeldt, *ex omnibus observationibus* gar schön confirmiert<sup>[20]</sup>. Ubrigens wäre die frag ob das

*centrum gravitatis Lunae et Terrae*, könne supponiert werden als wan es *eandem curvam* describiere, als es describieren wurde, *si Terra et Luna in hoc puncto essent conjunctae*; vielleicht macht dieses *centrum* einige *undulationes menstruas*<sup>[21]</sup>.

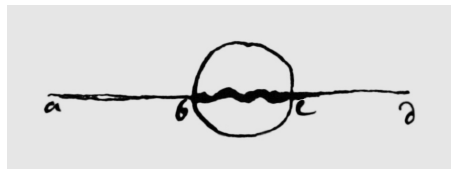
Auß anlaas deßen was Sie sagen umb die *resistentiam aetheris* à peu près zu finden, und deßen source mir gantz wohl bekant ist, will ich erinnern, daß die *velocitas luminis*, die *densitas aetheris* und deßen *elasticitas in diversis distantiiis a Sole* sehr differieren können, so als wie die *velocitas soni*, *densitas et elasticitas aëris in diversis altitudinibus a superficie Terrae* mächtig differieren: also ist die *velocitas luminis* noch sehr unbekant: Nebst deme setzen Sie die *elasticitatem aetheris* nur 100 mahl größer als die *elasticitatem aëris*, da sie vielleicht bej millionen mahl größer ist, welches auch Newton statuiert, woraus die *densitas aetheris* viel größer wurde und *consequenter* eine weit größere *resistentiam* exercieren.

Ich weiß auch nicht ob man die *resistentiam aetheris* nicht auff eine gantz andere art betrachten müße als die *resistentiam aëris, aquae* etc., welche die *poros corporum* nicht penetrieren können; wan also ein *corpus* bestehet aus vielen *particulis a, b, c* etc.



und der aether die *interstitia liberrime permeat*, hingegen die *poros particularum a, b, c* etc. nicht penetrieren kan, so wurde die *summa resistentiarum aetheris in particulas a, b, c* etc. die *resistentiam totalem in corpus* ausmachen und nach dieser *hypothesi* komt eine gantz andere *mensura resistentiarum* heraus. Ich kan aber auch *ex veris principiis mechanicis* beweijßen wie es möglich seje daß der aether gar keine resistenz exerciere, welches auch probablement die ursach ist, daß diese resistenz *nullis experimentis* noch hat können decouvriert werden.

Meine idee hierüber ist diese: wan ein *fluidum contra superficiem* impingiert, so bestehet die *actio fluidi* theils darin, daß die *particulae fluidi* ihre *velocitatem* verlieren, theils das ihre *directio motus* geändert werde; hieraus hab ich die *veram actionem venae fluidae* demonstriert, wie sich vielleicht Ew. HEdgb. erinnern<sup>[22]</sup>: wan aber die *particulae fluidi* weder *directionem* noch *velocitatem* ändern, so können sie keinen effect gethan haben: Nun kan es sejn, wan der aether durch die *corpora* fliest, und deßelben *particulae* in ihrer *via recta* zwar ein wenig geschlängelt werden, als wie in *bc*,



doch aber *ante ingressum et post egressum eandem directionem ab und cd* und auch *eandem velocitatem* behalten, als wie wan *bmc* ein *canalis* wäre *inflexus in m*,



da aber die *directiones in b et c* parallel wären, und continuirlich waßer *per canalem* lauffte, so wurde der canal weder für sich noch hinder sich getrieben werden. *Similiter* kan man sagen daß die *particulae corporis* die *particulas aetheris transfluentis* bald auff eine bald auff die andere seiten detorquieren ohne dero *velocitates* zu ändern, der *effectus* aber *omnium detorsionum* sich destruiren: ich expliciere mich nur *grosso modo*, doch möchte diese idee mehr in *recessu* haben als es anfangs scheint<sup>[23]</sup>.

Daß die *vires percussiois* und *pressionis homogeneae* sejen, hab ich schon vor 18 jahren und seithero vielmahls erinnert, und alzeit gesagt daß die *percussio* nichts anders seje als *ingens pressio admodum breviter durans* und dependiert die *pressio ab intensitate elasticitatis* oder *vi requisita ad immutandam figuram corporis* und diese wahrheit folgt ja auch auß Ew. HEdgb. ingeniosen manier die *regulas motuum a percussione* zu finden, die in den *Petersburger Memoires* stehet<sup>[24]</sup>.

Von des Robins tractat hatte ich nichts gewust<sup>[25]</sup>; Ich rühme an ihm, daß er die *experimenta* gemacht; ob aber seine *conclusiones physicae et mechanicae* richtig sind, weiß ich noch nicht: In meiner *Hydrodynamic* hab ich zimlich viel von dieser materi gehandelt, und glaub ich, daß ich in allen stucken *secundum hypotheses* recht raisonniert hab. Ich hab gewiesen, daß die *elasticitas pulveris pyrii accensi* wenigstens 10 000 mahl größer seje als *aër naturalis*; ich glaube aber daß sie wohl 100 000 mahl größer sejn könne und es scheint nicht daß diese große *elasticitas ab aucto calore* kommen könne<sup>[26]</sup>: ich möchte gern diesen tractat haben, wan er nicht auff Englisch getruckt ist.

Ich erwarte noch den von Ew. HEdgb. mir versprochenen letsten *tomum Actorum Berolinensium*<sup>[27]</sup>: Sejen Sie so gut und fügen diesen tractat bej; ich werde den werth entweder in Berlin zahlen lassen oder alhier bezahlen. Des Robins *idea de aucta resistentia aëris* gefalt mir gar wohl<sup>[28]</sup>.

Ew. HEdgb. *systema de lumine et coloribus* hab ich nicht genugsam begriffen umb darvon judicieren zu können; es dunckt mich ingenios und hieran kan kein zweiffel sejn, aber die *hypotheses* duncken mich von einer natur, daß sie schwärlich durch *experimenta aliunde petita* können confirmiert werden; wan man aber sich begnüget die *cognita phaenomena* zu explicieren, so sehe ich daß solches auff viele manieren geschehen könne: ich werde vielleicht grundlicher darvon raisonnieren können, wan ich das glück haben werde Dero piece zu sehen<sup>[29]</sup>.

Die materi *de Epicycloidibus sphaericis* hab ich gar nicht praesent und nicht der zeit solche zu untersuchen: Dero *remarques* zeigen, wie praesent, fertig und scharffsinnig Sie in allen theilen sind.

Ich evitiere mit meinem Vatter mich in *disquisitiones scientificas* einzulassen, sonst ich ihme Ew. HEdgb. anmerkung communicieren wolte: ohne zweiffel werden Sie ihme ein gefallen thun, wan Sie es selber verrichten<sup>[30]</sup>.

Hiemit verbl[eibe] mit beständiger hochachtung und auffrichtigster freundschaft nebst anwünschung eines glückl[ichen] newen jahrs

Ewer HochEdelgebohrnen  
dienstwilligster verehrer, freünd und diener

DBernoulli

den 25. 10br. 1743.

Beßligendes brieffl[ein] à Dresde bitte mit erster post zu bestellen<sup>[31]</sup>.

### Übersetzung

⟩...⟨

Dass sich die Dinge in Petersburg noch nicht geändert haben, wundert mich nicht, und ich habe auch keine Hoffnung, dass sie sich so rasch zu unseren Gunsten ändern werden. Wie ich vorausgesehen habe, hat mir Fürst Kantemir auf meinen Brief nicht geantwortet, weil er die Berechtigung unserer Sache erkennen musste und dennoch wenig für uns Günstiges antworten konnte. Auch Herr Moula hat mir unterdessen meine Quittung für das Jahr 1741 noch nicht retourniert. Dafür, dass der Bruder ⟨Kirill⟩ des Oberjägermeisters ⟨Aleksej⟩ von Razumovskij die Freundlichkeit hatte, für mich einzutreten, bin ich diesem Herrn wie auch Ihnen als erstem Initiator äusserst verpflichtet, und ich möchte mich auch weiterhin Ihren guten Diensten anbefohlen wissen<sup>[1]</sup>.

Ihren Auftrag an Herrn ⟨Johann Ludwig⟩ Brandmüller habe ich seinem Teilhaber ausgerichtet. Er hatte etwas am Posten der 8 Exemplare von Voltaire zu bemängeln, für welche Sie nicht mehr als 6 Gulden einsetzen, doch wollte ich mich deswegen auf keine Details einlassen. Einige Tage später schickte mir Herr Brandmüller einen Brief für Sie. Da Sie mir aber sagten, Sie wollten von dieser Sache nichts mehr hören, habe ich ihm diesen Brief wieder retourniert. Sollte er ihn per Post geschickt haben, so möchte ich dazu raten, nicht mehr darauf zu antworten<sup>[2]</sup>.

Es freut mich, dass die neue Königliche Akademie so gute Fortschritte macht, und ich möchte Ihnen ganz besonders danken für die Ehre, die Sie mir erwiesen haben, indem Sie mich in Ihrem Schreiben an den König ⟨Friedrich II.⟩ auf so ehrenvolle und günstige Art und Weise erwähnen<sup>[3]</sup>. Auf Ihre Ermunterung hin schicke ich Ihnen für diese Akademie eine Abhandlung. Bevor Sie diese jedoch vorlegen, bitte ich Sie, sie durchzulesen und zu prüfen, ob sie diese Ehre verdient. Darin behandle ich das Problem über die Horizontalbewegung eines von beliebig vielen Körpern belasteten geraden Rohres<sup>[4]</sup>. Obschon ich dieses Problem schon längst gelöst hatte, hat es mich dennoch wieder viel Mühe gekostet, da ich darüber nur wenig in meinen Notizblättern aufgezeichnet hatte. Ich weiss nicht, ob



Sie diesen Gegenstand weiter vorangetrieben haben als ich, doch glaube ich, dass das von mir Geleistete nicht auf einfachere Art behandelt werden könne. Ich habe im Einleitungstext eine Schweitze<sup>[5]</sup> (wie man hier sagt) beigefügt, um diese Materie um so ansprechender und schmackhafter zu machen. Sollten Sie sie aber als überflüssig befinden, so könnte man sie ganz auslassen. Ebenso verhält es sich mit der Anmerkung zu § 8, die ich hinsichtlich der *Werke* meines Vaters mit Recht anbringen zu können vermeinte. Ich möchte es gleichfalls Ihrem Urteil anheimstellen, ob man diese Anmerkung stehenlassen oder unterdrücken soll<sup>[6]</sup>. Im übrigen habe ich diese Schrift französisch aufgesetzt, weil Sie mir einmal gesagt haben, dass Ihre *Mémoires* in dieser Sprache gedruckt werden, worüber ich von Ihnen einen Hinweis auch für Künftiges erwarte. Sollten Sie es für gut befinden, so könnten Sie dieser Abhandlung auch noch meine nach einer anderen Methode ermittelte Lösung dieses selben Problems für einen einzigen Körper voranstellen, und zwar so, wie ich Ihnen diese ehemals aufgeschrieben habe, wenn Sie meinen Brief überhaupt aufbewahrt haben<sup>[7]</sup>. Ich erinnere mich auch, in dem besagten Brief zwei Beweise meines Theorems über die Lage des spontanen Rotationszentrums beigefügt zu haben. Diese Beweise könnten gleichzeitig ausgezogen und in die *Mémoires* eingerückt werden unter dem Titel *Extrait d'une lettre etc.* Es wäre bereits erledigte Arbeit, und Sie wissen, dass der Arbeitsaufwand meinem Temperament ziemlich zuwiderläuft.

Im übrigen wollte ich hinsichtlich der neuen Akademie unmassgeblich in Erinnerung gerufen haben, dass, wenn sie Auswärtige Mitglieder aufnehmen, deren Anzahl unbedingt in unverrückbarer Weise festgelegt werden sollte; sonst werden diese Stellen, anstatt zu einer Ehre zu gereichen, gewiss in grosse Verachtung kommen, wofür wir Beispiele an allen Akademien haben – ausser derjenigen in Paris, bei welcher die Stellen mit grösster Bemühung erstrebt werden. Auch sollte man darüber gleich am Anfang alle möglichen Regelungen treffen, damit stets die berühmtesten Leute aufgenommen werden und nichts durch Intrigen und Begünstigung geschieht. Wenn die Pariser so fortfahren, wie sie es seit vielen Jahren praktiziert haben, wird sich bei ihnen kein richtiger Gelehrter um eine solche Stelle bemühen. Ich sehe wohl, dass ich mir – wenn man diesen Rat befolgte – die Türe selbst zusperre, doch werde ich immer die Ehre und das Wohl der Wissenschaften meinem persönlichen Interesse vorziehen.

Aus Paris rühmt man mir ausserordentlich einen ganz jungen, besonders in der Mechanik vortrefflichen Mathematiker; ich glaube, sein Name ist d'Alembert. Ich zweifle nicht daran, dass er einen Ruf nach Berlin annehmen würde, denn ich glaube nicht, dass er bereits etabliert ist. Wenn Sie es für gut befinden, könnten Sie es versuchen oder durch Herrn Clairaut vorher einige Auskünfte über ihn einholen<sup>[8]</sup>.

Seitdem ich Ihren Brief an Herrn Bousquet geschickt habe, habe ich von ihm nicht die geringste Nachricht erhalten. Auch weiss ich nicht, ob er schon mit Ihrem Traktat angefangen hat; ich hatte ihm angeboten, ein kleines Vorwort zu schreiben, oder ihm geraten, ein solches durch Herrn Cramer verfassen zu lassen, jedoch hat er mir nicht geantwortet<sup>[9]</sup>.



Weil ich sehe, dass Sie die Schwingungen einer freischwingenden Zunge für eine ungerade Anzahl von Knoten nicht nur so obenhin, sondern nach reiflicher Überlegung ausgeschlossen haben, will ich darüber nichts sagen, auch wenn ich ein Vorwort schicken sollte. Indes kann ich Ihnen als ganz gewiss versichern, dass diese zweite Klasse von Schwingungen mit allem Recht und in jeder Hinsicht zur ersteren hinzugerechnet werden muss. Im Moment habe ich keine Zeit, mich darauf näher einzulassen, wenn Sie es jedoch für gut befinden, will ich Ihnen ein andermal einige Bemerkungen über diese Materie schicken, damit Sie sie der Berliner Akademie mitteilen, um so zwei Fliegen mit einer Klappe zu schlagen. Andernfalls werden wir uns ohne grosse Umschweife aufeinander abstimmen, und dazu werden einige wenige Überlegungen ausreichen<sup>[10]</sup>.

Sehr gern vernehme ich, dass Sie eine Arbeit über den Pulsschlag vorhaben<sup>[11]</sup>. Dieses Thema habe ich schon seit langer Zeit untersucht und dabei viele neue Wahrheiten entdeckt. Indes bleiben doch die meisten Fragen offen, aber viele davon nur deswegen, weil man die nötigen Messgrößen, die man doch mittels Experimenten und Beobachtungen leicht erhalten könnte, nicht genügend untersucht hat. Dies betrifft besonders die Durchmesser der Blutgefäße, die Winkel zwischen den Verästelungen, die Dicke der Wände, die Ausdehnungs- und Kontraktionsfähigkeit der Fasern, die verschiedenen Arten von Widerstand, den die Blutflüssigkeit erleidet, während sie durch die Adern strömt etc. Meine Ideen wären – wie ich mir schmeichle – nützlich, doch in Basel ist man gleichsam vergraben und findet keinerlei Unterstützung. Hingegen ist vieles schon behandelt in der *Haemastatik* von Hales, die Sie zweifellos gelesen haben werden; andernfalls möchte ich Ihnen raten, diese durchzugehen, bevor Sie Ihre Abhandlung drucken lassen<sup>[12]</sup>.

Wenn Ihre Akademie einmal gut eingerichtet ist und einen Anatomen und einen Experimentalphysiker hat, so würde ich gerne ein Verzeichnis aller vorzunehmenden Experimente und Beobachtungen schicken, mittels welcher ich mir zutrauen würde, die wichtigsten Punkte der Physiologie weit besser zu behandeln, als es bisher geschehen ist. Vor vier oder fünf Jahren habe ich einem Leibarzt aus Paris (Silva) auf seinen Wunsch einige Überlegungen über solche Dinge mitgeteilt, die ihm sehr gut gefallen haben und wofür er mir als Präsent ein herrliches Silbergeschirr verehrt hat<sup>[13]</sup>.

Ich bin Ihnen sehr verbunden dafür, dass Sie auf meine vage Vermutung hin die Freundlichkeit hatten, die Gleichung für die durch das Eigengewicht eines Streifens [gebogene] elastische Kurve mittels der von mir angegebenen isoperimetrischen Methode zu untersuchen. Die Übereinstimmung oder Widersprüchlichkeit der beiden Gleichungen habe ich nicht untersucht, weil Sie selbst sagen, dies wäre ein schwieriges Problem. Sollten Sie jedoch seither etwas darüber entdeckt haben, so bitte ich Sie, es mir mitzuteilen, in jedem Fall aber zu melden, auf welche Seite Sie mehr neigen. Ich zweifle daran, ob man jemals *a priori* wird zeigen können, dass die Elastika einen maximalen (Rotations-)Körper erzeugen muss: Ich betrachte dies als eine Eigenschaft, welche die Rechnung aufzeigt, welche aber kein Mensch jemals aus neuen Prinzipien hätte vorhersehen können, ebensowenig wie die Identität der Isochrone und der Brachystochrone. Derartige Eigenschaften sind für unseren Ver-

stand sozusagen zufällig, und von diesem Standpunkt aus betrachte ich auch die beobachtete Eigenschaft der Umlaufbahnen, in welchen  $\int u ds$  ein Minimum wird. Darin wurde ich um so mehr bestärkt, als ich erraten habe, dass Sie diese Eigenschaft nur *a posteriori* beobachtet haben und niemals gefunden haben würden, wenn Sie die Umlaufbahnen nicht schon anderweitig bestimmt hätten. Wer könnte schon den Zusammenhang zwischen allen Eigenschaften der Ellipse, die man in den Kegelschnitten beweist, und den Planetenbahnen als Bahnen zeigen? Als ich in meiner Schrift, die einen Teil des Preises für 1734 erhalten hat<sup>[14]</sup>, gesagt habe, dass die Umlaufbahnen je länger, desto kreisförmiger werden, und dazu erklärt habe, weshalb alle Kometenbahnen nahezu parabolisch, die Planetenbahnen hingegen fast kreisförmig sind, habe ich dies nicht aus widerstehenden Medien hergeleitet, sondern aus Medien, welche die Planeten sozusagen mitführen, indem ich diese Medien nicht als im Ruhezustand, sondern als sehr schnell um die Sonne bewegt betrachte. Diese meine Erklärungen gefallen mir noch immer sehr gut, und ich glaube nicht, dass die Eigenliebe dabei eine Rolle spielt.<sup>[15]</sup>

Wenn Sie in Ihren astronomischen Untersuchungen das gemeinsame Schwerzentrum (vielmehr das Trägheitszentrum) zwischen der Erde und dem Mond betrachten, so sollte man meiner Meinung nach die Lage dieses Zentrums nicht im Sinne Newtons annehmen, denn er deduziert diese aus irgendwelchen Phänomenen der Gezeiten, doch diese Phänomene sind sehr schlecht ausgewählt: Sie führen ihn auch zur Annahme, dass die mittlere Wirkung des Mondes auf das Meer viermal so gross sei wie diejenige der Sonne<sup>[16]</sup>. Ich hingegen setze sie als nur  $2\frac{1}{2}$ mal so gross, und dieses Verhältnis wird durch unendlich viele Phänomene bestätigt, die ich seither in Erfahrung gebracht und der Rechnung unterworfen habe<sup>[17]</sup>. Meiner Meinung nach ist also die Masse des Mondes im Verhältnis  $2\frac{1}{2} : 4$  kleiner als nach Newton, und daraus folgt, dass der Abstand des Mondzentrums vom Schwerpunkt des Systems zu demjenigen des Erdzentrums von demselben Schwerpunkt sich verhält wie  $1 : 63$  und nicht wie  $1 : 39$ <sup>[18]</sup>.

Haben Sie meinen Traktat über die Gezeiten noch nicht gesehen<sup>[19]</sup>? Ich habe klar gezeigt, dass man das Verhältnis zwischen den Kräften des Mondes und denjenigen der Sonne nicht richtig aus den nach den Quadraturen und nach den Konjunktionen beobachteten Fluthöhen herleiten kann, wie es Newton getan hat, weil die Fluthöhen sich beeinflussen, wohingegen die zeitlichen Dauern der Fluten fast keinen Einfluss aufeinander haben, was ich mittels Pendelschwingungen verdeutlicht habe. Deshalb habe ich das Verhältnis zwischen der Kraft des Mondes und derjenigen der Sonne aus dem Zeitpunkt der Fluten und nicht aus ihren Höhen abgeleitet, und das von mir gefundene Verhältnis wird – wie bereits gesagt – durch alle Beobachtungen sehr schön bestätigt<sup>[20]</sup>. Übrigens ist es fraglich, ob man sich den Schwerpunkt des Systems Erde–Mond so vorstellen kann, als ob er dieselbe Kurve beschriebe, die er beschreiben würde, wenn Erde und Mond in diesem Punkt vereinigt wären; vielleicht vollzieht dieser Schwerpunkt einige monatliche Wellenbewegungen<sup>[21]</sup>.

Anlässlich dessen, was Sie sagen, um den Widerstand des Äthers einigermaßen genau zu bestimmen – die Quelle davon ist mir sehr wohl bekannt –, möchte ich

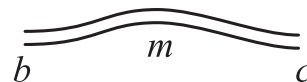
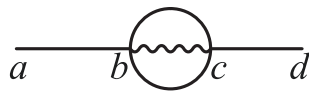
daran erinnern, dass die Lichtgeschwindigkeit, die Dichte des Äthers wie auch dessen Elastizität in verschiedenen Abständen von der Sonne sehr unterschiedlich sein können, ebenso wie sich die Schallgeschwindigkeit, die Dichte und die Elastizität der Luft in verschiedenen Höhen von der Erdoberfläche stark unterscheiden. Also ist die Lichtgeschwindigkeit noch sehr unbekannt. Zudem setzen Sie die Elastizität des Äthers nur hundertmal grösser als diejenige der Luft, obwohl sie vielleicht etwa millionenfach grösser ist, was auch Newton setzt: dadurch würde die Dichte des Äthers viel grösser und folglich würde dieser einen weit grösseren Widerstand ausüben<sup>[22]</sup>.

Auch weiss ich nicht, ob man den Ätherwiderstand nicht auf eine ganz andere Art und Weise betrachten müsste als den Widerstand der Luft, des Wassers etc., welche die Poren der Körper nicht durchdringen können. Wenn also ein Körper aus vielen Teilchen  $a, b, c$  etc. besteht

$$\begin{array}{c} c \circ \circ \circ \\ b \circ \circ \circ \circ \circ \\ a \circ \circ \circ \circ \circ \end{array}$$

und der Äther die Zwischenräume frei passieren, aber die Poren der Teilchen  $a, b, c$  etc. nicht durchdringen kann, so würde die Summe der Ätherwiderstände gegen die Teilchen  $a, b, c$  etc. den Gesamtwiderstand gegen den Körper ausmachen, und nach dieser Hypothese ergibt sich ein gänzlich anderes Mass der Widerstände. Ich kann aber auch aus den wahren Prinzipien der Mechanik beweisen, wie es möglich ist, dass der Äther gar keinen Widerstand ausübt, was wahrscheinlich auch der Grund dafür ist, dass dieser Widerstand noch durch kein Experiment hat entdeckt werden können.

Meine diesbezügliche Idee ist die folgende: Stösst eine Flüssigkeit gegen eine Oberfläche, so besteht die Kraftwirkung der Flüssigkeit einerseits darin, dass ihre Teilchen ihre Geschwindigkeit verlieren, andererseits dass ihre Bewegungsrichtung verändert wird. Daraus demonstrierte ich die wahre Kraftwirkung eines Flüssigkeitsstrahls, wie Sie sich vielleicht erinnern<sup>[23]</sup>. Wenn jedoch die Teilchen der Flüssigkeit weder die Richtung noch die Geschwindigkeit ändern, dann können sie keine Wirkung erbracht haben. Nun kann es sein, wenn der Äther durch die Körper fliesst und seine Teilchen auf ihrem geraden Weg zwar ein wenig geschlängelt werden wie innerhalb  $bc$ ,



jedoch vor dem Eintritt und nach dem Austritt dieselbe Richtung  $ab$  bzw.  $cd$  und auch dieselbe Geschwindigkeit behalten, als ob  $bmc$  ein in  $m$  gebogenes Rohr wäre, wo aber die Richtungen in  $b$  und  $c$  parallel wären und beständig Wasser durch das Rohr liefe: so würde das Rohr weder vorwärts noch rückwärts getrieben werden. Ganz ähnlich kann man sagen, dass die Teilchen des Körpers diejenigen des durchfliessenden Äthers bald auf die eine, bald auf die andere Seite ablenken,

ohne deren Geschwindigkeiten zu verändern, dass sich jedoch die Wirkung all dieser Ablenkungen aufhebt. Ich drücke mich hier nur ganz summarisch aus, doch mag hinter dieser Idee mehr stecken, als es anfänglich scheint.

Dass die Kräfte des Stosses und des Drucks gleichartig seien, habe ich schon vor 18 Jahren – und seitdem viele Male – betont und immer gesagt, der Stoss sei nichts anderes als ein sehr grosser Druck von sehr kurzer Dauer, und dieser Druck hängt ab von der Stärke der Elastizität oder von der Kraft, die erforderlich ist, um die Gestalt eines Körpers zu verändern; diese Wahrheit folgt ja auch aus Ihrer tiefgründigen Manier, die Gesetze der Stossbewegungen zu finden, die in den *Petersburger Commentarii* steht<sup>[24]</sup>.

Von Robins' Traktat wusste ich nichts<sup>[25]</sup>. Ich rühme an ihm, dass er die Experimente angestellt hat, doch weiss ich noch nicht, ob seine physikalischen und mechanischen Schlussfolgerungen richtig sind. In meiner *Hydrodynamik* habe ich ziemlich viel von diesem Gegenstand abgehandelt, und ich glaube, in allen Stücken gemäss den Hypothesen richtig überlegt zu haben. Ich habe bewiesen, dass die Elastizität von gezündetem Schiesspulver mindestens 10 000mal grösser ist als der normale Luftdruck, doch glaube ich, dass sie gut auch 100 000mal grösser sein kann, und es hat nicht den Anschein, dass diese grosse Elastizität nur von der vergrösserten Hitze herrühren kann<sup>[26]</sup>. Diesen Traktat möchte ich gerne haben, wenn er nicht in Englisch gedruckt ist.

Ich erwarte noch den letzten Band der *Berliner Miscellanea*, den Sie mir versprochen haben<sup>[27]</sup>. Seien Sie so gut und fügen Sie diesen Traktat bei; ich werde den Gegenwert entweder in Berlin vergüten lassen oder ihn hier bezahlen. Robins' Idee vom vergrösserten Luftwiderstand gefällt mir sehr gut<sup>[28]</sup>.

Ihr System vom Licht und den Farben habe ich nicht hinreichend begriffen, um es beurteilen zu können. Es dünkt mich einfallsreich – daran kann es keinen Zweifel geben –, aber die Hypothesen scheinen mir von einer solchen Natur zu sein, dass sie schwerlich durch unabhängige Experimente bestätigt werden können. Begnügt man sich aber damit, die bekannten Phänomene zu erklären, so sehe ich, dass dies auf vielerlei Arten geschehen kann. Vielleicht werde ich mich darüber gründlicher auslassen können, wenn ich das Glück haben werde, Ihre Abhandlung zu sehen<sup>[29]</sup>.

Das Gebiet der sphärischen Epizykloiden ist mir gar nicht gegenwärtig, und mir fehlt die Zeit, diese zu untersuchen; Ihre Bemerkungen hierzu zeigen, wie präsent, versiert und scharfsinnig Sie in allen Bereichen sind.

Ich vermeide es, mich mit meinem Vater in wissenschaftliche Erörterungen einzulassen, sonst würde ich ihm Ihre Bemerkung mitteilen. Ohne Zweifel erweisen Sie ihm einen Gefallen, wenn Sie es selber tun<sup>[30]</sup>.

Hiermit verbleibe ich mit beständiger Hochachtung und aufrichtigster Freundschaft und wünsche Ihnen ein glückliches Neues Jahr.

}...{

D. Bernoulli

Basel, den 25. Dezember 1743.

Bitte bestellen Sie den beiliegenden kurzen Brief nach Dresden mit der ersten Post<sup>[31]</sup>.

R 152 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom November 1743  
 Basel, 25. Dezember 1743  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 83–84v  
 Publ.: Fuss 2, p. 539–547

- [1] Im seinem Brief an Euler vom 7. April (27. März) 1744 kündigte Schumacher den Ehrenmitgliedern der Akademie die baldige Übersendung ihrer Pensionen an: Kaiserin Elizaveta Petrovna habe auf «des H. Oberjägermeisters Rasomovskoi Vorstellung öffentlich deklariert», dass die «ausländischen Glieder» ihre Pension erhalten sollten (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 64). – Kirill Razumovskij, der künftige Präsident der Petersburger Akademie, und sein Tutor Teplov logierten vom September 1743 bis Juli 1744 in Berlin in Eulers Haus.
- [2] Cf. Brief Nr. 63, Anm. 31.
- [3] In seinem Brief an Friedrich II. vom 19. Oktober 1743 bekundet Euler seine hohe Wertschätzung für D. Bernoulli (cf. O. IV A, 6, p. 305).
- [4] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Bewegung eines horizontal drehbaren, von beliebig vielen Körpern belasteten geraden Rohres (1746, DB. 40), die im ersten Band der *Mémoires* der Berliner Akademie für 1745 veröffentlicht wurde. Die Druckvorlage ist wohl verloren; ein handschriftlicher Entwurf dieser Abhandlung in lateinischer Sprache mit dem Titel *Problema Mechanicum. Determinare motum tubi recti et horizontaliter mobilis circa punctum fixum atque corporibus quocumque onerati* befindet sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 753, Bl. 131r–136v).
- [5] Der Dialekt-Ausdruck «Schweitze» ist etwa gleichbedeutend mit dem französischen Wort *sauce*.
- [6] In § 8 der oben erwähnten Abhandlung (1746, DB. 40) benutzt D. Bernoulli ein allgemeines Lemma über das Moment des Impulses. Ausserdem findet sich im publizierten Text die folgende Passage (DBW 3, p. 183):

«Ce lemme a été démontré dans plusieurs endroits: pour moi je l'ai démontré dans une dissertation *de motu corporum a percussione excentrica etc.*, § 4 et 5 que j'ai envoyée à l'Academie de Petersbourg, il y a plusieurs années, dans un tems où personne n'avoit encore pensé sur cette matiere, à ce que je sache; ce que je dis non pas certainement pour m'en faire un merite, mais pour n'être point traité de plagiaire de ceux qui trouveront les mêmes propositions dans d'autres ouvrages imprimés du depuis; et cette justification regarde aussi toutes les nouvelles propositions de mon *Hydrodynamique* et de mes differens memoires de Mecanique; je ne pretends cependant pas que ceux qui ont resolu mes Problemes ou démontré mes Theoremes après moi, me doivent la moindre chose à cet egard, et j'estime infiniment la sagacité de leurs solutions et de leurs demonstrations.»

Mit der «nach Petersburg gesandten Dissertation» meint D. Bernoulli seine Abhandlung über den exzentrischen Stoss (1744, DB. 27), die 1737 eingereicht wurde, jedoch erst 1744 in Band 7 der *Petersburger Commentarii* zum Druck gelangte.

Johann I Bernoulli wird weder im publizierten Text der Abhandlung noch in dem etwas kürzeren lateinischen Entwurf (cf. *supra* Anm. 4) namentlich erwähnt.

- [7] Die hier erwähnte Lösung steht im Brief D. Bernoullis vom 20. Oktober 1742 (Nr. 59). Euler hat sie der Abhandlung nicht beigelegt.
- [8] Im erhaltenen Briefwechsel Eulers mit Clairaut ist von Erkundigungen über d'Alembert nicht die Rede; er wird dort erst 1749 erstmals erwähnt. Der Briefwechsel zwischen Euler und d'Alembert setzt kurz nach dessen Berufung zum Auswärtigen Mitglied der Berliner Akademie im Sommer 1746 ein.

- [9] Eulers *Variationsrechnung* erschien 1744 ohne ein solches Vorwort.
- [10] Cf. Brief Nr. 63, Anm. 24 und 27.
- [11] In seinem Brief an Goldbach vom 28. August 1742 schrieb Euler, er habe im vergangenen März eine Abhandlung über die Bewegung von Fluiden in elastischen Rohren für den ersten Concours der Akademie von Dijon eingeschickt (O. IV A, 4, p. 203 / 719 und p. 725, Anm. 4). Diese Abhandlung scheint auf dem Weg nach Dijon verloren gegangen zu sein (cf. O. IV A, 5, p. 143). In Eulers handschriftlichem Nachlass fand man bloss eine wesentlich spätere dem Pulsschlag gewidmete Abhandlung (E. 855), die 1775 der Petersburger Akademie vorgelegt wurde und erst seit 1979 in den *Opera omnia* (O. II, 16) vollständig im Druck vorliegt.
- [12] Cf. den Traktat von Hales über das Blut und die Blutgefässe (1733).
- [13] Von der Korrespondenz D. Bernoullis mit Silva aus den Jahren 1739–40 sind zehn (bisher unveröffentlichte) Briefe erhalten geblieben, darunter auch der Entwurf eines längeren Briefs von Bernoulli über die Blutzirkulation (Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 154–158r).
- [14] Cf. D. Bernoullis Pariser Preisschrift über die Neigung der Planetenbahnen (1735, DB. 24).
- [15] Cf. Brief Nr. 22–23 und Nr. 63, Anm. 22.
- [16] Cf. Newtons *Prinzipien* (1687, Lib. III, Prop. XXXVII, Probl. XVIII, Coroll. III).
- [17] Cf. D. Bernoulli (1741, DB. 33: DBW 3, p. 381); *Petersb. Ms.* Nr. 281; E. 139.
- [18] Cf. Newtons *Prinzipien* (1687, Lib. III, Prop. XXXVII, Probl. XVIII, Coroll. IV); Kollerstrom (1985); E. 139. Der heute gültige Wert beträgt ungefähr  $1 : 80$  (bei einer mittleren Entfernung des Mondes vom Erdzentrum von  $3.844 \cdot 10^5$  km und einer mittleren Entfernung des Erdzentrums vom Baryzentrum des Systems Erde–Mond von  $4.671 \cdot 10^3$  km). – Cf. Seidelmann (1992, p. 701).
- [19] Cf. D. Bernoullis Pariser Preisschrift über die Gezeiten (1748, DB. 41).
- [20] Cf. Cartwright (1999, p. 46–49).
- [21] Der Schwerpunkt des Systems Erde–Mond beschreibt – bei Vernachlässigung der planetaren Störkräfte – eine Keplerellipse um das Baryzentrum des Sonnensystems. Bezieht man die Bahn des Schwerpunkts von Erde und Mond aber auf das Zentrum der Erde, so beschreibt dieser in der Tat eine «Wellenbewegung» mit monatlicher Periode.
- [22] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über den Druck eines Wasserstrahls (1741, DB. 26b; cf. DBW 5, p. 434–444), die er mit seinem Brief Nr. 17 vom Oktober 1735 zur Veröffentlichung in den *Petersburger Commentarii* an Euler gesandt hatte.
- [23] Die hier angeführten Überlegungen liegen recht nahe bei der physikalischen Erklärung des sogenannten d'Alembertschen Paradoxons. Euler fand diese Überlegungen offenbar interessant (cf. Bernoullis nächsten Brief Nr. 65, p. 598 / 601 h.v.) und entwickelte die entsprechende Idee hinsichtlich der Erklärung der Natur des hydrodynamischen Widerstandes weiter in den Kommentaren zu seiner Übersetzung der *Neuen Grundsätze der Artillerie* von Robins (cf. E. 77, Anm. 3 zum 1. Satz des 2. Kapitels).
- [24] Cf. Eulers Abhandlung über die Bewegungsübertragung beim Stoss (E. 22), die in den *Petersburger Commentarii* 1738 veröffentlicht wurde.
- [25] Cf. den englischen Traktat von Robins über die Grundsätze der Artillerie (1742). Offenbar hatte Euler Bernoulli in seinem vorangegangenen Brief auf dieses Werk aufmerksam gemacht; er arbeitete damals an seiner kommentierten Übersetzung ins Deutsche (E. 77).
- [26] Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik*, Sect. X (Beilage *De vi aëris condensati et aurae pulveris pyrii accensi*: DBW 5, p. 355–358). Unter Elastizität verstand man damals den Luftdruck.
- [27] Damit ist Band 7 der *Berliner Miscellanea* gemeint. Cf. Brief Nr. 60, Anm. 18.
- [28] Robins weist in seinem Traktat über die Grundsätze der Artillerie (1742) auf die Vergrößerung des Luftwiderstandes bei hohen Geschwindigkeiten hin (cf. Ch. 2, Prop. 1, 3; E. 77, p. 238f, 301).
- [29] Eulers Traktat über das Licht und die Farben (E. 88) erschien erst 1746 im ersten Band seiner *Opuscula varii argumenti*.
- [30] Um was für eine Bemerkung es ging, ist uns nicht bekannt; aus Eulers Berliner Zeit sind keine Briefe an Johann I Bernoulli erhalten geblieben.
- [31] Welcher Brief damit gemeint ist, ist uns nicht bekannt.





LEONHARDI EULERI OPERA OMNIA

# LEONHARDI EULERI OPERA OMNIA

sub auspiciis  
ACADEMIAE SCIENTIARUM NATURALIUM  
HELVETICAE

Edenda curaverunt

Vanja Hug, Andreas Kleinert, Martin Mattmüller, Gleb K. Mikhaïlov,  
Fritz Nagel, Norbert Schappacher, Thomas Steiner

Series quarta A  
COMMERCIUM EPISTOLICUM  
Volumen tertium – Pars secunda

Venditioni exponunt

BIRKHÄUSER BASILEAE  
MMXVI

# LEONHARDI EULERI COMMERCIIUM EPISTOLICUM

CUM DANIELE, JOHANNE II, JOHANNE III BERNOULLI

COMMERCIIUM JOHANNIS ALBERTI EULERI  
CUM DANIELE BERNOULLI

COMMERCIIUM DANIELIS BERNOULLI  
CUM OFFICIALIBUS ACADEMIAE SCIENTIARUM  
PETROPOLITANAE (EPISTOLAE SELECTAE)  
ET CUM NICOLAO FUSS

PARS II

Ediderunt

Emil A. Fellmann † et Gleb K. Mikhajlov

auxilio

Andreas Kleinert, Martin Mattmüller, Uta Monecke, Andreas Verdun

Venditioni exponunt

**BIRKHÄUSER BASILEAE**  
**MMXVI**

# LEONHARD EULER BRIEFWECHSEL

MIT DANIEL, JOHANN II UND JOHANN III BERNOULLI

BRIEFWECHSEL JOHANN ALBRECHT EULERS  
MIT DANIEL BERNOULLI

BRIEFWECHSEL DANIEL BERNOULLIS  
MIT AMTSTRÄGERN DER PETERSBURGER AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN (AUSWAHL)  
UND MIT NIKLAUS FUSS

TEIL II

Herausgegeben von  
Emil A. Fellmann † und Gleb K. Mikhajlov

unter Mitwirkung von  
Andreas Kleinert, Martin Mattmüller, Uta Monecke, Andreas Verdun

BIRKHÄUSER BASEL  
2016



*Herausgeber*

Emil A. Fellmann  
17.9.1927–18.5.2012

Gleb K. Mikhajlov  
Moskau

ISBN 978-3-319-32398-5

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über

<http://dnb.d-nb.de>

abrufbar.

© Springer International Publishing Switzerland 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich und implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung und der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

# Inhaltsverzeichnis

VORWORT DER HERAUSGEBER	IX
I. EDITIONSTECHNISCHE EINLEITUNG	1
1. Struktur des Bandes, Anordnung und Beschreibung der Briefe ..	1
2. Zur Wiedergabe der Originaltexte .....	2
3. Zu den Übersetzungen .....	4
4. Mathematische Formeln und Figuren .....	4
5. Zum Apparat .....	5
6. Zu den Registern .....	7
II. ALLGEMEINE EINLEITUNG	9
1. Zur Biographie von Daniel Bernoulli .....	9
2. Zur Publikationsgeschichte des Briefwechsels zwischen Leonhard Euler und Daniel Bernoulli – Wege zur vorliegenden Edition.....	15
III. EINLEITUNG ZUM BRIEFWECHSEL LEONHARD EULERS MIT DANIEL BERNOULLI	17
1. Daniel Bernoullis Verhältnis zu Leonhard Euler .....	17
2. Sachliche Einleitung zum Briefwechsel .....	20
2.1. Allgemeine Charakteristik des Briefwechsels.....	20
2.2. Mathematik .....	22
2.3. Rationale Mechanik.....	35
2.4. Strömungslehre .....	42
2.5. Astronomie.....	45
2.6. Geophysik.....	61
2.7. Physik .....	62
2.8. Schiffswesen .....	67
IV. DER BRIEFWECHSEL LEONHARD EULERS MIT DANIEL, JOHANN II UND JOHANN III BERNOULLI	69
1. Verzeichnis der Briefe .....	71
2. Texte und Übersetzungen der Briefe mit Kommentaren	
Briefe 1–64 (1726–1743) .....	79
Briefe 65–112 (1744–1772).....	597



---

V.	EINLEITUNG ZUM BRIEFWECHSEL JOHANN ALBRECHT EULERS MIT DANIEL BERNOULLI	819
	1. Zur Biographie von Johann Albrecht Euler . . . . .	819
	2. Allgemeine Charakteristik des Briefwechsels . . . . .	823
VI.	DER BRIEFWECHSEL JOHANN ALBRECHT EULERS MIT DANIEL BERNOULLI	827
	1. Verzeichnis der Briefe . . . . .	829
	2. Texte der Briefe mit Kommentaren . . . . .	831
VII.	ANHANG: DER BRIEFWECHSEL DANIEL BERNOULLIS MIT AMTSTRÄGERN DER PETERSBURGER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND MIT NIKLAUS FUSS	939
	1. Verzeichnis der Briefe . . . . .	939
	2. Einleitung zum Briefwechsel mit Amtsträgern der Petersburger Akademie der Wissenschaften und mit Niklaus Fuss . . . . .	947
	3. Der Briefwechsel Daniel Bernoullis und Leonhard Eulers mit Amtsträgern der Petersburger Akademie der Wissenschaften (Auswahl) und mit Niklaus Fuss . . . . .	951
VIII.	REGISTER	1029
	1. Bibliographie . . . . .	1031
	2. Personenregister . . . . .	1085
	3. Systematisches Sachregister . . . . .	1143
	4. Abkürzungsverzeichnis . . . . .	1149

65

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Strassburg, 4. Februar 1744

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor

Daß sich die sachen in Petersburg so gut für uns anlaßen, frewet mich umb so viel mehr, als ich schon alle hoffnung deshalb verlohren hatte<sup>[1]</sup>; Ew. HEdgb. haben zwar die hoffnung niemahls verlieren können, weilen Sie in Berlin gar viel mehr à portée sind die sach zu poussieren und zugleich in einer viel genaweren relation mit Petersburg stehen als ich; Mir aber ist keine andere ressource übergeblieben, als Dero freundschaft, welcher ich auch alles werde zu verdancken haben wan je die sach zu einem erwünschten end kommen solte. Der Printz Cantemir hat mir die nehmliche nouvelles und versicherungen durch den H. Maupertuis geben laßen<sup>[2]</sup>.

Wan der H. Nariskin als Praesident der Academie ernennet worden, möchte ich wißen welcher H. Nariskin es seje; ich habe etliche mahl die ehr gehabt mit einem Printzen Nariskin zu speisen, welcher wie ich glaube auff der Insul Basiliostrow gewohnt hat und mich wohl hat leijden mögen<sup>[3]</sup>. Wan es der nehmliche wäre, wolte ich mir die ehr geben ihm zu schreiben, wan ich nur deßen ejgentliche adresse wüste. Ich füge hier ein brieffl[ein] bej an den H. Schuemacher, welchen auff Petersburg zu senden bitte, wan sich die nouvelle seiner völligen entschlagung confirmiert hat<sup>[4]</sup>. Ich sehe in der that, daß man dem H. Schuemacher in vielen stucken unrecht gethan und daß allenfahls die Academi ohne denselben nicht bestehen könne.

Es befrembdet mich keines wegs daß es mit der Academi in Berlin so langsam hergehet: Ein grosmähtiger Monarch kan sich wohl *ex utroque Caesarem* erweisen, aber doch nicht zu einer zeit; es scheint, daß der krieg incompatible mit den wißenschafften seje.

Ich bin Ew. HEdgb. verbunden, daß Sie meiner piece ein so favorabel accueil von der dortigen Academie procuriert haben<sup>[5]</sup>. Sonsten dunckt mich meine methode völlig *ex puris principiis Dynamicis* deduciert ohne daß ich ungewöhnliche *principia* angenommen habe: dan die *conservationem momenti motus rotatorii* hab ich aus den gewöhnlichen *principiis* deduciert und demonstriert, ehe und bevor ich solche *conservationem* annehme<sup>[6]</sup>. Die *conservationem virium vivarum* brauche ich auch nicht, sondern ist bej mir ein *corollarium*: daß ich aber die *velocitates centrifugas initiales nullas* setze, hab ich deswegen gethan, weil die *solutio* gar simpel wird wegen einer accidentellen integration; ich hatte frejlich auch eine *solutionem generalem*, welche aber den *motum systematis* wenig erlaüttert, weilen die *aequationes* alzu embrouilliert sind, da hingegen in meiner überschickten solution alles gar *distincte* und verständlich determiniert wird und doch *ex simplici principio*  $du = p dt$  deduciert wird. Dero profunde speculationen über die bewusten mechanische quaestionen kan ich nicht genugsam admirieren; ich bin aber jetzund viel zu distrahiert umb dieselbige mit erforderter attention recht prosequieren zu können.

Das *problema de motu trium corporum filo connexorum* ist solchermassen embrouilliert, daß man nach der solution keinen deutlicheren begriff von dem *motu* hat als vorher, ausgenommen der aequation *inter t et s*; und solte man die wahrheit zu bekennen dergleichen solutionen nicht admittieren; dieses aber sage ich zu Dero höchst-meritiertem lob, indeme daraus zu sehen, daß sich die natur nirgends genugsam vor Ihnen verbergen kan und daß Sie die aller intricate quaestionen wüßen *ad mathesin puram* zu reducieren; mehrers kan von keinem *mathematico* erfordert werden; ich glaube aber daß noch *principia mechanica* in der natur verborgen, deren entdeckung dieses *problema* gantz leicht machen wurden; da ich einmahl diesem *problemati* nachdachte, war ich schon zimlich weit darin avanciert vermittelst einiger newen *principiorum* und konte ich bereits viele particular *casus* solvieren welche *ex sollicitationibus momentaneis* schwerlich wurden haben auff eine verständliche weisse solviert werden können: eine lust-reyß aber hat meine meditationen unterbrochen und seithero hab ich nicht mehr daran gedacht.

Es ist gewiß daß eine *lamina elastica pro numero nodorum impari* dero *oscillationes* continuirt ohne daß selbige *in nodis* figiert werde; da ich aber dieses in Strasburg schreibe und meine cahiers nicht bey mir habe, kan ich diese materi nicht deducieren.

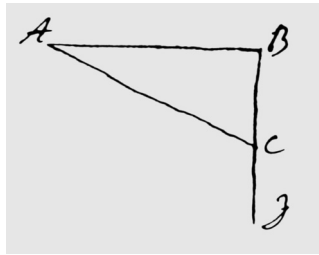
Der H. Bousquet hat mir newlich geschrieben, daß er durch viele andere werke abgehalten worden seje Dero tractat zu drucken, daß er aber nunmehr solches anfangen und mit allem ernst fortfahren werde, so daß er biß naher Ostern darmit fertig zu werden gedencke<sup>[7]</sup>.

Es ist mir lieb, daß Ihnen meine gedancken *circa resistantiam aetheris* so wohl gefallen; ich wurde nicht daran gedacht haben, wan Sie mir nicht anlaaß darzu geben hätten, wie ich dan das meiste Dero gelehrten correspondenz zu verdanken habe. Ubri gens glaube ich daß der *aether* so wohl *gravis versus Solem*, als der luft *versus Terram* seje und kan Ihnen nicht bergen, daß ich über diesen puncten ein völliger Newtonianer bin und verwundere ich mich daß Sie den *principiis Cartesianis* so lang adhaerieren: es möchte wohl einige passion vielleicht mit unterlaufen; hat Gott können eine *animam*, deren natur uns unbegreiflich ist, erschaffen, so hat er auch können eine *attractionem universalem materiae* imprimieren, wan gleich solche *attractio supra captum* ist, da hingegen die *principia Cartesiana* alzeit *contra captum* etwas involvieren.

Wan Ew. HEdgb. einige sonderbahre remarques über den *Hallesium* gemacht oder über die *circulationem sanguinis* einige *theoremata* entdeckt bitte ohnbeschwärt mir solche zu communicieren.

Den Cometen hat man in unseren landen auch gesehen und wird *dato* noch von dem *Professore Matheseos* (Herttenstein) alhier mit dem *telescopio* observiert<sup>[8]</sup>.

Mein Vatter last sich Ew. HEdgb. bestermaaßen empfehlen; er hat mir newlich commission gegeben Ew. HEdgb. in seinem nammen folgendes *problema* zu proponieren, *pro medio resistente in duplicata ratione velocitatum*.



*AB est linea horizontalis, BD verticalis, A punctum positione datum; invenire angulum BAC, ut hypotenusa AC minimo tempore percurratur*<sup>[9]</sup>.

Der H. Clairaut hat mir seit langer zeit nicht mehr geschrieben; ich möchte wohl wissen ob er gegen Ew. HEdgb. eben so nachlässig sich erzeiget<sup>[10]</sup>. Von H. Maupertuis höre ich daß für dieses jahr eine große anzahl pieces angelangt seje; ich glaube daß er und der H. Clairaut für dieses mahl *commissarii* sind<sup>[11]</sup>. Der Mr. de Reaumur solle einzig die schuld sejn daß man *circa aestum maris* auch einem declarierten Cartesianer den prix adjudiciert habe; sonst er nicht hat unterschreiben wollen und habe man gleichsam au sort eine Cartesianische piece müßen heraus-ziehen<sup>[12]</sup>.

Daß ich die *vires Lunae et Solis in mare* setze in ratione  $2\frac{1}{2}$  ad 1 hab ich meistens gezogen *ex inaequalitatibus aest[uum] ratione temporum* und nicht *ratione magnitudinum* wie der Newton gethan; ein *pendulum* das *successive diversas gravitationes* leidet, wird seine *excursiones* nicht *ad leges gravitationum* gleich accommodieren, weilen die *praecedens excursio* eine gar zu große influenz auff die folgende *excursionem* macht, hingegen wird die *duratio oscillationis* sich gleich nach der *gravitatione* richten und dieses ist die ursach, warumb ich in dieser *disquisitione* mehr auff die *inaequalitates ratione durationis* als *ratione magnitudinis* acht gegeben und wird meine gefundene proportion von  $2\frac{1}{2}$  ad 1 durch alle *phaenomena* confirmiert<sup>[13]</sup>.

Für dieses mahl hab ich nicht der zeit ein mehrers beizufügen; verbl[eibe] mit schuldigster ergebnheit und möglichster hochachtung

Ew. HEdgb.

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Strasburg den 4<sup>ten</sup> febr. 1744.

P.S. Mein bruder Jacob, welcher in Strasburg etabliert, last sich Ew. HEdgb. schönsten empfehlen.

### Übersetzung

$\rangle \dots \langle$

Dass sich die Dinge in Petersburg für uns so gut entwickeln, freut mich um so mehr, als ich in dieser Hinsicht schon alle Hoffnung aufgegeben hatte<sup>[1]</sup>. Sie konnten die Hoffnung zwar nie verlieren, weil Sie in Berlin viel eher in der Lage sind, die Sache voranzutreiben, und gleichzeitig in viel engeren Beziehungen mit Petersburg stehen als ich. Mir hingegen ist keine andere Hilfsquelle verblieben als Ihre Freundschaft, der ich auch alles zu verdanken haben werde, wenn die Sache jemals zu einem erwünschten Ende kommen sollte. Fürst Kantemir liess mir die gleichen Neuigkeiten und Zusicherungen durch Herrn Maupertuis zukommen<sup>[2]</sup>.

Falls Herr Naryškin zum Präsidenten der Akademie ernannt worden ist, so wüsste ich gerne, welcher Naryškin es sei. Ich habe einige Male die Ehre gehabt, mit einem Fürsten Naryškin zu speisen, der – wie ich glaube – auf der Vasilievskij-Insel wohnte und mir sehr gewogen war<sup>[3]</sup>. Wenn es derselbe wäre, so wollte ich mich beehren, ihm zu schreiben, wenn mir nur seine eigentliche Adresse bekannt wäre. Ich lege hier einen kurzen Brief an Herrn Schumacher bei mit der Bitte, ihn nach Petersburg zu senden, wenn die Nachricht von seiner völligen Entlastung bestätigt worden ist<sup>[4]</sup>. Ich sehe in der Tat, dass man Herrn Schumacher in vielen Belangen Unrecht getan hat und dass die Akademie auf alle Fälle ohne ihn nicht weiterbestehen könnte.

Es befremdet mich keineswegs, dass es mit der Akademie in Berlin derart langsam vorangeht: Ein grossmütiger Monarch kann sich zwar doppelseitig als ein Caesar erweisen, aber doch nicht gleichzeitig – der Krieg scheint mit den Wissenschaften unvereinbar zu sein.

Ich bin Ihnen sehr dankbar dafür, dass Sie meiner Abhandlung eine so günstige Aufnahme seitens der dortigen Akademie verschafft haben<sup>[5]</sup>. Ich glaube im übrigen, meine Methode völlig aus rein dynamischen Prinzipien, ohne Annahme aussergewöhnlicher Prinzipien abgeleitet zu haben, denn ich deduzierte und wies die Erhaltung des Moments der Rotationsbewegung aus den gewöhnlichen Prinzipien nach, bevor ich diese Momenterhaltung annahm<sup>[6]</sup>. Das Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte benutze ich auch nicht; es ist bei mir ein Korollar. Die zentrifugalen Anfangsgeschwindigkeiten setze ich nur deshalb gleich Null, weil die Lösung so wegen eines speziellen Integrals sehr einfach wird. Freilich hatte ich auch eine allgemeine Lösung, die jedoch die Bewegung des Systems nur wenig erklärt, da die Gleichungen sehr verzwickelt sind, wogegen in meiner übersandten Lösung alles sehr deutlich und verständlich bestimmt und dennoch aus dem einfachen Prinzip  $du = p dt$  hergeleitet wird. Ihre tiefsinnigen Betrachtungen über die besagten mechanischen Fragen kann ich nicht genug bewundern, doch bin ich momentan viel zu sehr abgelenkt, um mich ihnen mit der erforderlichen Aufmerksamkeit richtig widmen zu können.

Das Problem der Bewegung dreier durch einen Faden verbundener Körper ist dermassen verwickelt, dass man nach seiner Lösung keinen deutlicheren Begriff von der Bewegung hat als vorher – mit Ausnahme der Gleichung zwischen  $t$  und  $s$ ; und man sollte – um die Wahrheit zu bekennen – solche Lösungen nicht zulassen. Das sage ich jedoch zu Ihrem hochverdienten Lob, da man daraus ersehen kann, dass sich die Natur vor Ihnen nirgends genug verstecken kann und dass Sie die verwickeltsten Fragen auf die reine Mathematik zu reduzieren verstehen: mehr kann man von keinem Mathematiker verlangen. Ich glaube aber, dass in der Natur noch mechanische Prinzipien verborgen sind, deren Entdeckung dieses Problem ganz leicht machen würde. Als ich einmal über dieses Problem nachdachte, war ich darin mittels einiger neuer Prinzipien schon ziemlich weit vorangekommen und konnte schon viele Spezialfälle lösen, welche aus den momentanen Erregungen kaum auf verständliche Art und Weise hätten gelöst werden können. Eine Vergnügungsreise hat jedoch meine Betrachtungen unterbrochen, und seither habe ich nicht mehr daran gedacht.

Es ist sicher, dass eine elastische Zunge ihre Schwingungen mit ungerader Anzahl der Knoten fortführt, ohne dass sie in den Knoten fixiert wird. Weil ich diesen Brief aber in Strassburg schreibe und meine Skizzenhefte nicht bei mir habe, kann ich diesen Gegenstand nicht weiter ausführen.

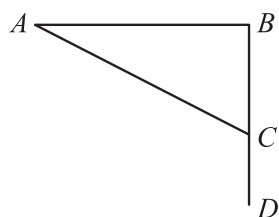
Herr Bousquet hat mir kürzlich geschrieben, er sei durch viele andere Werke abgehalten worden, Ihren Traktat zu drucken; er werde aber jetzt damit anfangen und ernsthaft fortfahren, so dass er bis nach Ostern damit fertig zu werden gedenke<sup>[7]</sup>.

Es freut mich, dass Ihnen meine Gedanken über den Ätherwiderstand so gut gefallen. Ich hätte nicht darüber nachgedacht, wenn Sie mir nicht Anlass dazu gegeben hätten – wie ich überhaupt das Meiste der wissenschaftlichen Korrespondenz mit Ihnen zu verdanken habe. Übrigens glaube ich, der Äther sei schwer gegen die Sonne, gerade so wie die Luft gegen die Erde, und ich kann Ihnen nicht verhehlen, dass ich in diesem Punkt ein völliger Newtonianer bin und mich darüber wundere, dass Sie so lange den cartesianischen Prinzipien anhängen. Dabei könnte vielleicht einige Leidenschaft im Spiel sein: Wenn Gott eine Seele, deren Natur uns unbegreiflich ist, hat erschaffen können, so hat er doch auch der Materie eine universelle Attraktion einprägen können, auch wenn eine solche Attraktion jenseits der Auffassungskraft liegt, wohingegen die cartesianischen Prinzipien immer etwas gegen die Auffassungskraft mit einbeziehen.

Wenn Sie einige besondere Bemerkungen über Hales gemacht oder einige Theoreme über die Blutzirkulation entdeckt haben, bitte ich Sie, mir diese bei Gelegenheit mitzuteilen.

Den Kometen hat man in unseren Gegenden auch gesehen; er wird hier zur Zeit noch vom Mathematikprofessor (Herttenstein) mit dem Teleskop beobachtet<sup>[8]</sup>.

Mein Vater lässt sich Ihnen bestens empfehlen. Er hat mich kürzlich beauftragt, Ihnen in seinem Namen folgendes Problem für ein in quadratischem Verhältnis der Geschwindigkeiten widerstehendes Medium vorzulegen:



$AB$  ist eine horizontale Linie,  $BD$  eine vertikale,  $A$  ein durch seine Lage gegebener Punkt. Zu finden ist der Winkel  $BAC$ , so dass die Hypotenuse  $AC$  in der kleinsten Zeit durchlaufen wird<sup>[9]</sup>.

Herr Clairaut hat mir schon lange nicht mehr geschrieben; ich wüsste gern, ob er sich Ihnen gegenüber ebenso nachlässig verhält<sup>[10]</sup>. Von Herrn Maupertuis vernehme ich, dass für dieses Jahr eine grosse Anzahl von Preisschriften eingegangen sei. Ich glaube, dass er und Herr Clairaut für diesmal Schiedsrichter sind<sup>[11]</sup>. Herr de Réaumur soll allein dafür verantwortlich sein, dass man bezüglich der Gezeiten auch noch einem erklärten Cartesianer einen Preis zugesprochen hat, weil er sonst er nicht unterschreiben wollte – und so habe man gleichsam durch Losentscheid noch eine cartesianische Preisschrift herausziehen müssen<sup>[12]</sup>.

Dass ich die Anziehungskräfte des Mondes und der Sonne auf das Meer im Verhältnis  $2\frac{1}{2} : 1$  ansetze, entnahm ich vorwiegend den Ungleichheiten der Gezeiten bezüglich der Zeiten und nicht der Fluthöhen, wie Newton es getan hat. Ein Pendel, das sukzessive unterschiedliche Schwere erfährt, wird seine Ausschläge nicht sofort den Gesetzen der Schwere anpassen, weil der vorangehende Ausschlag den nachfolgenden allzusehr beeinflusst, hingegen richtet sich die Dauer einer Schwingung sofort nach der Schwere, und das ist der Grund, warum ich in dieser Untersuchung mehr auf die Ungleichheiten bezüglich der Dauer als der Fluthöhe geachtet habe, und schliesslich wird das von mir gefundene Verhältnis von  $2\frac{1}{2} : 1$  durch alle Phänomene bestätigt<sup>[13]</sup>.

Für diesmal fehlt mir die Zeit, noch mehr beizufügen.

Ich verbleibe mit aller Ergebenheit und grösstmöglicher Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Strassburg, den 4. Februar 1744.

P.S. Mein Bruder Jakob, der sich in Strassburg niedergelassen hat, lässt sich Ihnen höchstens empfehlen.

R 153 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Januar 1744  
Strassburg, 4. Februar 1744  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 93–94v  
Publ.: Fuss 2, p. 548–552



- [1] Im Oktober 1743 gelang es der Akademie, ein Gesuch zu ihrer schwierigen Lage – v. a. im finanziellen Bereich – durch den Grafen Aleksej Razumovskij direkt der Kaiserin Elizaveta Petrovna einzureichen. Zu Anfang des folgenden Jahres versprach der General-Prokurator des Senats, Fürst Trubeckoj, der Kaiserin weitere Gesuche der Akademie zu überreichen und deren vordringlichste Probleme zu lösen.
- [2] Die Briefe von Maupertuis an D. Bernoulli aus dieser Zeit sind nicht erhalten geblieben. In seinem Brief an J. II Bernoulli vom 22. Januar 1744 (Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 82r–82v) schrieb Maupertuis:
- «J’avois déjà parlé à M. le Prince Cantemir, et il m’avoit paru que ce n’étoit ny faute d’intérêt de sa part ny faute de recommandation si l’affaire de M. votre frere avoit tant trainé: mais que c’étoit l’effet d’un espece de desordre où étoit l’Academie. Il m’en reparla de luy mesme l’autre jour et me dit que le Prince Nareskin alloit etre President et qu’il ne doutoit point qu’alors les affaires de l’Acad<sup>ie</sup> ne fussent plus en ordre, et sa recommandation plus efficace. Mais j’ay trouvé un homme sur qui je compte beaucoup et qui est intime amy de M. de la Chetardie et qui je crois fera l’affaire de M. votre frere que j’ai plus à cœur que si c’étoit la mienne.»
- Cf. *infra* Anm. 3.
- [3] In seinem nicht erhalten gebliebenen Brief an D. Bernoulli hatte Euler höchstwahrscheinlich den Hofmarschall S.K. Naryškin als Nachfolger von Breverns im Amt des Akademie-Präsidenten genannt; Euler war im Dezember 1743 durch Heinsius und G.W. Krafft aus Petersburg in diesem Sinne informiert worden (cf. *Eulers Briefwechsel* 3, p. 87, 146). Allerdings wurde letztlich erst im Mai 1746 ein neuer Präsident ernannt: Es war der erst 18jährige Bruder des Favoriten der Kaiserin Elizaveta Petrovna, Graf Kirill Razumovskij, der das Präsidentenamt – rein formell – bis 1798 innehaben sollte. Jedoch verbreitete sich 1750 in Berlin wiederum das Gerücht von der möglichen Berufung des Hofmarschalls Naryškin auf den Präsidentenstuhl (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 219). Die Naryškins gehörten dem hohen russischen Adel an (die Mutter Peters des Grossen war eine geborene Naryškina), waren jedoch keine Fürsten.
- [4] Cf. Brief Nr. 60, Anm. 11.
- [5] Damit meint D. Bernoulli seine Abhandlung über die Bewegung mehrerer Körper in einem horizontal beweglichen Rohr (1746, DB. 40).
- [6] Die in der vorangehenden Anmerkung erwähnte Abhandlung Bernoullis hält man zuweilen für den entscheidenden Schritt zur Einführung der Idee der Erhaltung des Drehimpulses, jedoch hat Bernoulli das entsprechende Erhaltungsprinzip nicht bewiesen (cf. Truesdell 1968, p. 239f). Eine moderne Analyse von Bernoullis Abhandlung gibt D. Speiser in seiner Einleitung zu Band 3 der *Werke* von D. Bernoulli (1987, p. 83–94).
- [7] Es handelt sich hier um die Drucklegung von Eulers *Variationsrechnung*.
- [8] Es handelt sich um den berühmten, heute meist nach Chéseaux benannten Kometen, der bereits seit dem 29. November 1743 von verschiedenen Beobachtern gesichtet und am 12. Dezember auch von Loys de Chéseaux in Lausanne entdeckt worden war. Der 0.5 mag helle Komet zerfiel nach seinem Periheldurchgang am 1. März 1744 in mehrere Fragmente, von denen jedes einen eigenen Schweif bildete. Am 22. April 1744 wurde er zum letzten Mal beobachtet (cf. Kronk 1999, vol. 1, p. 408–412; Yeomans 1991, p. 160–163; Schaaf 1997, p. 233–235). Euler hatte u. a. auch durch Heinsius in Petersburg – in einem Brief vom 15. (4.) Februar 1744 – Nachricht vom Erscheinen des Kometen erhalten (cf. *Eulers Briefwechsel* 3, p. 87).
- [9] Eine Lösung dieser Aufgabe gab Euler in seinem (nicht erhalten gebliebenen) Brief an Johann I Bernoulli vom 28. März 1744. Dieser kommentierte sie in einem kurzen Antwortzettel von Anfang April 1744 (O. IV A, 2, p. 443f).
- [10] Clairaut scheint in jener Zeit auch Eulers Briefe nur mit einiger Verzögerung oder gar nicht beantwortet zu haben.
- [11] Cf. Brief Nr. 63, Anm. 16.

- [12] Im Jahre 1740 wurde der Preis der Pariser Akademie für die Erklärung der Gezeiten zu gleichen Teilen an den Cartesianer Cavalleri, Daniel Bernoulli, Maclaurin und Euler verliehen. Das Protokoll vom 27. April führt die Preisschriften nach der Reihenfolge ihrer Registraturnummern in Paris an, um keinen der Autoren zu benachteiligen (*Proc.-verb.* 1740: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55735s.r, fol. 75r>), doch das Sitzungsprotokoll nennt die Namen der ersten beiden Preisträger nicht. Maupertuis beschrieb die Situation bei der Preisverteilung in einem Brief an Johann II Bernoulli vom 2. November 1743 (Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 78v–79r) mit den folgenden Worten:

«Avés vous veu come on a farcy de solécismes les Titres de celles de M. votre frere et M. Euler sur le Flux et Reflux? C’etoit pourtant un des commissaires pour l’adjudication du prix (M. Pitot) qui en avoit pris soin: il est vray qu’il ne scait point de latin. Il arriva (à ce que m’a conté Clairaut qui etoit commissaire aussy) une assez plaisante histoire. 4 des comissaires voulaient partager le prix entre les 3 pieces de votre frère, d’Euler et de Maclaurin. M. de Reaumur, le 5<sup>e</sup> comissaire dit qu’il ne signeroit point le jugement si l’on n’y mettoit du moins une piece cartesienne: et l’on prit comme au hazard celle du jesuite. Mal[gré] cela le Cartesianisme est foutu mesme dans l’Academie.»

- [13] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über die Gezeiten (1741, DB. 33, Ch. VI, § 10).

## 66

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, April 1744

Pour Mons<sup>r</sup> le Prof. Euler

Es ist mir sehr lieb, daß der H. Professor endlich mit mir übereinkommt wegen der *classe secunda oscillationum in laminis liberis* und umb so viel lieber als wohl schwärlich jemand anderer diese materi untersuchen wird, und wird also nun niemand mehr zweiffeln können an der richtigkeit unserer solutionen, da wir in allen stücken übereinkommen<sup>[1]</sup>. Der H. Professor thäte vielleicht wohl ein *ad-didamentum* dem H. Bousquet zu schicken, weilen ich jetziger zeit nicht kan die praefation machen und den H. Bousquet gebetten solche durch den H. Cramer machen zu laßen; wan sich aber die impression noch etwas verziehen solte, so könnte ich die praefation wohl selber machen<sup>[2]</sup>. Wan ich wüste daß die *Memoires* von Petersb[urg] nicht mehr solten getruckt werden, so wolte ich meine dahin gesante pieces anderwärts trucken laßen.

Es hat in Lausanne ein junger *mathematicus*, Mr. de Cheseaux, auch die *orbitam* des cometen ausgerechnet; Es nimt mich wunder, ob seine theori mit des H. Professors werde übereinkommen, und ob man die *velocitates* nicht exact genug observieren könne, umb die *axes ellipseos* samt dem *tempore periodico* daraus zu determinieren<sup>[3]</sup>.

Wir werden nächster tagen den succès von der pariser quaestion hören; ich wünsche daß ich dem H. Professor zu dem *praemio duplicato* gratulieren könne<sup>[4]</sup>. Vor das überschickte buch, nemlich den letsteren *tomum Miscell[aneorum] Berol[inensium]*<sup>[5]</sup> sage gehorsamen danck und bitte mir den preiß zu melden, damit ich solchen deßen H. Vatter wieder restituieren könne. Ich werde dem H. Professor

ein ander mahl förmlich antworten, so bald mir es meine gegenwärtige geschäft erlauben werden und empfehle mich demselben.

D. Bernoulli

### Übersetzung

Pour Mons<sup>r</sup> le Prof. Euler

Es freut mich sehr, dass der Herr Professor hinsichtlich der zweiten Klasse der Schwingungen der freien Zungen endlich mit mir übereinstimmt, und um so mehr, als wohl kaum jemand anderer diesen Gegenstand untersuchen wird. Nun wird also niemand mehr an der Richtigkeit unserer Lösungen zweifeln können, da wir in allen Stücken übereinstimmen<sup>[1]</sup>. Der Herr Professor täte vielleicht gut daran, Herrn Bousquet einen Zusatz zu schicken, da ich im Moment das Vorwort nicht schreiben kann und Herrn Bousquet gebeten habe, dieses durch Herrn Cramer verfertigen zu lassen. Sollte sich jedoch der Druck noch etwas hinausziehen, so könnte ich dieses Vorwort selber schreiben<sup>[2]</sup>. Wenn ich wüsste, dass die *Petersburger Commentarii* nicht mehr erscheinen sollten, dann würde ich meine dorthin gesandten Abhandlungen anderweitig drucken lassen.

In Lausanne hat ein junger Mathematiker, M. de Chéseaux, die Bahn des Kometen auch berechnet. Ich bin gespannt, ob seine Theorie mit derjenigen des Herrn Professor übereinstimmen wird und ob man nicht die Geschwindigkeiten genau genug beobachten kann, um daraus die Ellipsenachsen und die Umlaufperiode zu bestimmen<sup>[3]</sup>.

In den nächsten Tagen werden wir den Ausgang der Pariser Preisfrage vernehmen; ich wünschte, dem Herrn Professor zum verdoppelten Preis gratulieren zu können<sup>[4]</sup>. Für das übersandte Buch, nämlich den letzten Band der *Berliner Miscellanea*<sup>[5]</sup>, danke ich sehr und bitte, mir den Verkaufspreis zu nennen, damit ich denselben seinem Vater zurückerstatten kann. Sobald meine gegenwärtigen Geschäfte es mir erlauben werden, werde ich dem Herrn Professor ein andermal in aller Form antworten und empfehle mich demselben.

D. Bernoulli

R 154 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, April 1744

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 95–95v

Der Brief wurde wahrscheinlich als Beilage zu einem Schreiben von J. II Bernoulli nach Berlin gesandt

Publ.: Fuss 2, p. 553–554

[1] Das Problem der Schwingungen freier Zungen wurde in den vorangehenden Briefen Bernoullis nur oberflächlich tangiert. Leider sind die entsprechenden Antwortbriefe Eulers nicht erhalten geblieben. Cf. Brief Nr. 63, Anm. 24–27.

[2] Der 1744 erschienenen *Variationsrechnung* ist kein Vorwort von der Hand D. Bernoullis oder G. Cramers beigegeben.

- [3] Euler teilte Heinsius die ersten Resultate seiner Bahnbestimmung sowie die Beobachtungen von Cassini in Briefen vom 21. März und 26. Mai 1744 mit (cf. *Eulers Briefwechsel* 3, p. 88–92). Loys de Chéseaux publizierte seine Bahnelemente in seinem *Traité de la comete* (1744, p. 82); Eulers Ergebnisse erschienen ebenfalls 1744 in seinem Traktat E. 66 im Druck (cf. O. II, 28, insb. p. 208).

Der Ansatz der Theorie von Chéseaux (cf. das Theorem im *Traité*, p. 62–63) ist beschrieben bei Wolf (1890–1893, Bd. 2, 2. Halbband, p. 361–362). Der Vergleich der Bahnelemente von Chéseaux und Euler zeigt, dass sie trotz unterschiedlicher Theorien (cf. Brief Nr. 68) erstaunlich gut übereinstimmen. Da Eulers numerische Rechnungen fehlerhaft sind, werden hier in der letzten Spalte noch die korrigierten Werte angegeben:

<i>Bahnelement</i>	<i>Chéseaux</i>	<i>Euler</i>	<i>Euler (korr.)</i>
Periheldurchgangszeit am 1. März 1744 (in mittlerer Pariser Zeit)	11 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup>	0 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup>	8 <sup>h</sup> 51 <sup>m</sup>
Periheldistanz zur Sonne (in AE)	0.21972	0.22424	0.22626
Perihellänge zum aufsteigenden Knoten	151°16′15″	149°39′	151°26′
ekliptikale Länge des aufsteigenden Knotens	46°22′51″	47°41′	45°35′ [?]
Bahnneigung zur Ekliptik	49°03′50″	50°11′	45°35′

D. Bernoullis Idee, aus den beobachteten Geschwindigkeiten die Bahn zu bestimmen, ist nicht sehr hilfreich. Die Geschwindigkeit (Energie) bestimmt zwar den Bahntyp (Ellipse, Parabel, Hyperbel), doch besteht das Problem darin, die wahren Geschwindigkeiten aus den beobachteten (scheinbaren) zu berechnen. Dazu müssten Lage und Form der Bahn im Raum bzw. die entsprechenden Bahnparameter jedoch bereits bekannt sein.

- [4] Cf. Brief Nr. 63, Anm. 16.  
 [5] Damit ist Band 7 der *Berliner Miscellanea* gemeint. – Cf. Brief Nr. 60, Anm. 18.

## 67

JOHANN II BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 8. April 1744

HochEdelgebohrner

Insonders Hochgeehrtester Herr Professor

Ew. HEdegeb. wollen mir nicht ungütig außdeüten, daß ich die freÿheit nehme Denenselben innliegenden brieff für H. Moula zu adressieren; Es ist mir eine commission an Ihne auffgetragen worden, welche eine schläunige antwort erfordert; da ich nun seith sehr langer zeit kein Schreiben von Ihme erhalten, als weiß ich nicht ob er sich dermahlen annoch in St. Petersburg oder aber inn Berlin auffhaltet<sup>[1]</sup>. Bitte also Ew. HochEdgeb. meinen brieff entweder mit erster Post naher Rußland zu spedieren, oder aber wo sich H. Moula inn Berlin befände, ihm solchen einhändigen zu laßen.

Inzwischen ergreiffe mit vieler begierd diese gelegenheit Dieselben derjenigen großen Hochachtung zu versichern mit welcher ich die Ehre habe zu verharren

Ew. HochEdelgeb.

Ergebenster Diener

Joh. Bernoulli Jüngerer

Basel den 8<sup>ten</sup> aprill 1744.

### Übersetzung

> ... <

Legen Sie es mir bitte nicht übel aus, dass ich mir die Freiheit nehme, Ihnen den beiliegenden Brief für Herrn Moula zuzustellen. Mir ist ein Auftrag an ihn erteilt worden, der eine rasche Antwort erfordert. Da ich seit längerer Zeit kein Schreiben von ihm erhalten habe, weiss ich nicht, ob er sich zur Zeit noch in St. Petersburg oder in Berlin aufhält<sup>[1]</sup>. Ich bitte Sie deshalb, meinen Brief entweder mit der ersten Post nach Russland zu schicken oder aber, falls sich Herr Moula in Berlin befinden sollte, ihm diesen aushändigen zu lassen.

Inzwischen ergreife ich mit grosser Freude diese Gelegenheit, Sie meiner Hochachtung zu versichern.

> ... <

Joh. Bernoulli der Jüngere

Basel, den 8. April 1744.

R 229 Brief J. II Bernoullis an L. Euler  
Basel, 8. April 1744  
Orig., 1 Bl. – Bibl. Tartu, Morg. ep. ph. II, Nr. 29

- [1] Moula hatte die Petersburger Akademie bereits im Sommer 1743 um seinen Abschied gebeten, doch erreichte er seine Entlassung erst am 16. (5.) Juli 1744 (*Materialy* 4, p. 88–89, 111–112). Hernach begleitete er einen der Grafen Golovkin (möglicherweise den jungen Aleksandr) auf dessen Reisen durch Europa. Ende 1748 kehrte Moula für einige Monate nach Russland zurück.

68

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 13. Juni 1744

HochEdelgebohrner,  
Hochgeehrter Herr Professor!

Da man mir vor etwas zeits wieder alle gewohnheit den *Rectoratum Academicum* aufgebürdet<sup>[1]</sup>, so bin ich mit so vielen geschäftten überhäuffet, daß ich nicht eher hab können auff Ew. HEdgb. werthestes schreiben vom 28. *mart.* antworten<sup>[2]</sup>.

Newlich hab ich durch einen bekehrten Juden ein klein recommendations brieff-[ein] an Sie geschrieben und mich wan ich mich recht erinnere bedanckt für den überschickten *tomum Actor[um] Berolinens[ium]* welche dancksagung alhier nochmahlen wiederhole<sup>[3]</sup>. Ew. HEdgb. darin enthaltene pieces hab mit vielem vergnügen gesehen und einiger maaßen durchgelesen. Auß Dero *specimine de cometa* a. 1742 kan ich leicht abnehmen, wie sehr Sie müßen mit den ausrechnungen des letsteren cometen sejn beschäfftiget gewesen<sup>[4]</sup>. Den *usum positionum falsarum*

*ad veras proxime inveniendas* hab ich auch in unterschiedenen occasionen remarquiert, unter andern in dem *problemate de angulo elasticae*, wie ich mich erinnere Ew. HEdgb. überschrieben zu haben<sup>[5]</sup>; ich hab zwar sehr viele manieren erdacht zu den approximationen, da bald eine bald eine andere mit mehrerem succès gebraucht werden kan: man solte aber annoch darauff bedacht seyn zu approximationen, wan man viele *incognitas* und viele aequationen hat *sine praevia eliminatione incognitarum*, welche *methodus* meistens impracticabel ist. In Ew. HEdgb. dritten piece<sup>[6]</sup> solte man schier glauben als wan Sie nicht remarquiert hätten, daß ein *series recurrens* nicht generaler werde durch die *multiplicationem terminorum per terminos progressionis geometricae*: diese multiplication produciert wieder eine *seriem recurrentem ejusdem ordinis* und verändert nur die *terminos primos arbitrarios* samt den *indicibus*.

Es nimt mich wunder, ob I[hro] K[önigliche] M[a]jestaet] (Friedrich II.) die Academi gar nicht vermehren wollen: Der H. (J.S.) König von Bern wurde sich nunmehr à tout prix vocieren laßen, da er aus seinem Vatterland bannisiert worden wegen einigen ihm imputierten mutineries und Ew. HEdgb. wurden gleichsam ein werck der barmhertzigkeit thun, wan Sie ihm ein emploi entweders bey der Academie oder sonst wo verschaffeten und wurden zugleich des Königs (Friedrich II.) interest in acht nehmen, da einmahl diese acquisition jetz mit geringeren conditionen zu machen wäre als sonst der H. König wohl praetendiren könte<sup>[7]</sup>.

Von der Academie in Petersburg hab ich nichts mehr gehört; wan ich wüste daß alles ein end hat, so wolte meine pieces an einem anderen ort trucken laßen. Ich hatte etliche mahl geschrieben, man solle mir mein quittung von a. 1742 wieder zuruck schicken, aber auch solches nicht einmahl erhalten können. Ew. HEdgb. werden mich obligieren, wan Sie mir in Deren brieffen die nachrichten von Petersburg mitzutheilen fortfahren werden, und melden, was Sie für fernere mesures zu nehmen gedencken.

Ich habe mit erstaunen auß den zeitungem ersehen, daß das *praemium* dieses jahr wieder ist ausgesetzt worden<sup>[8]</sup>; wan Ew. HEdgb. piece nicht in Paris solte getruckt werden, werden Sie ja nicht solche supprimieren wollen sondern anderswo trucken laßen<sup>[9]</sup>. Ich habe vor das künfftige jahr eine weitläuffige piece verfertiget, doch aber keine sonderliche hoffnung zu reuissieren, dan ich glaube nicht daß man ohne den *horizontem visibilem* zu gebrauchen jemahls wird können zur see mit einer gewissen accuratesse *altitudines* nehmen können; meine idées hierüber möchten vielleicht wohl die besten seyn, aber noch nicht hinlänglich und möchte das *praemium* vielleicht auch ausgesetzt bleiben, welches doch nicht seyn solle nach dem *instituto*, es seje dan daß man gar nichts approachantes gewiesen habe<sup>[10]</sup>.

Inzwischen glaube ich in der that, daß die *vera theoria magnetis* alzeit *inter desiderata* bleiben werde. Es scheint einmahl, Gott habe *in creatione mundi* einige *principia* gebraucht und etabliert, welche *supra caput nostrum posita* seyn: und unter diese rechne ich auch die *gravitationem mutuam universalem* oder *attractionem*, welche wir eben so wenig begreifen werden als die *actionem mutuam animae in corpus*. Unterdeßen will ich lieber etwas *supra caput* als *contra caput* statuiren. Mein gröstes fundament warumb ich eine *attractionem eo, quo*

*sensu accipitur a Newtono*, statuire ist meines wißens noch von niemand erinnert worden und bestehet darin: Ich bilde mir *in vacuo infinito* einen *mundum* ein; wan nun in diesem *mundo* nichts als *materia et motus* wäre, so ist es klar und ich will es leicht demonstrieren, daß *quicunque motus in materia fingatur, sive circularis, sive rectilineus, sive perturbatus talis, ut particulae in se invicem impingant et resilient, sive quicunque alius*, daß die welt nicht könnte *intra terminos suos* bleiben, sondern daß sie sich nach und nach *in infinitum* ausdähnen wurde, als wie ein *aër non compressus*; wolte man sagen es sejen viel welt, so wurden solche nohtwendig sich von einander entfernen und eine jede sich ausdähnen und völlig dissipieren; wan man sagt die *materia* seje *in infinitum extensa*, so gewint man dadurch nichts anders als daß man sich selber embrouilliert und gleichsam betaübt, da doch *in se* das *inconueniens* alzeit bleibt. Ew. HEdgb. belieben dieses *inconueniens* recht zu betrachten, so werden Sie gewiß finden, daß solches real seje und bitte mir nur ungefehr anzudeüten, wie ein *motus in universa materia* könne statuiert werden, ohne daß sich die welt von sich selbst dissipiere. Ich für mein theil sihe hier kein *expediens pro systemate Cartesiano*, als ein *cortex durus, qui materiam intra limites contineat* oder daß man sage die welt expandiere sich in der that nach und nach, solche expansion und dissipation seje aber *per multa secula* insensible: ich glaube nicht daß Sie zu entwederem von diesem *expediens* inclinieren: so bleibt nichts anders über, als eine *attractio materiae universalis, quae ab alia causa quam motu producat*. Warumb will man behaupten, daß Gott nur *per materiam et motum* agiere? Wir haben zwar keine idée von den übrigen sachen; können aber deswegen doch existieren; vielleicht dependiert die *attractio* nicht *immediate a voluntate Dei*, sondern wird *per alias leges universales* produciert; wir werden aber diese *leges* niemahls appfondieren, *quia non respiciunt materiam*; Meiner mejnung nach bestehet also die welt durch das *aequilibrium inter conatum universae materiae se expandendi, qui necessario a motu oritur et inter vim attractionis, cujus causa non est solus motus*. Wan alle *motus in systemate mundi* noch so geschwind wurden, müste Gott eine *vim attractionis quadruplam* creiren, umb die welt *in statu quo* zu erhalten, sonstn wurde sich die welt ausdähnen, biß sie 4 mahl so gros wäre. Sonsten wäre auch zu betrachten daß die *quantitas absoluta inertiae arbitraria Deo Creatori* seje, als wie die *velocitas absoluta Solis et reliquorum syderum ac totius materiae*: so könnte man sagen, *quod mundo, in quo partes moventur, circumposita sit materia cujus inertia sit infinita, quae rursus partes motas in limitibus suis continere posset*, als wie eine *crusta dura*. Ubrigens überschreibe dieses nicht in der hoffnung einigen eingang bej Ihnen zu finden; ich weiß gar wohl daß dergleichen idées *solí Auctori quodammodo satisfacere possint*, und allen übrigen ridicul vorkommen, sondern ich überschreibe sie Ihnen nur weil Sie es von mir begehrt haben und begehre nichts anders als daß es Ihnen keine böse opinion von mir *in totum* erwecke.

Ich habe nicht können Ew. HEdgb. *solution de motu 3 corporum filo connexorum super plano horizontali* mit den *casibus particularibus* comparieren, weil mir einige passages etwas obscur vorgekommen; weil Sie mich aber versichern, daß in



allen *casibus* der *motus* könne *specifice* determiniert werden, so admiriere ich Dero solution im höchsten grad.



Ew. HEdgb. belieben diesen *casum* auszurechnen, alwo *filum*  $AB = \text{filo } BC$  et *corpus*  $A = C$  und die *velocitas corporis*  $A = c$ , *veloc[itas] corporis*  $B = v$  et *velocitas corporis*  $C$  entweder auch  $= c$  oder  $= 2v - c$ .

Ew. HEdgb. belieben mir zu melden, wie nach der Comet zu dem *Mercurio* kommen seje. Diese 2 körper müsten sehr nahe zu einander gekommen sejn, umb sich *sensibiliter* in dero lauff zu derangieren. Haben Sie nicht erfahren, daß noch andere *mathematici* die *theoriam* des letsteren Cometen ausgerechnet und ob solche mit Dero *theoria* übereinkomme<sup>[11]</sup>.

Wegen den *sonis laminarum elasticarum* hab ich ein zedulein eingeschlagen in einem brieff den mein bruder (Johann II) an Ew. HEdgb. geschrieben<sup>[12]</sup>. Sie belieben mir zu melden, ob Sie nicht eine addition deswegen an H. Bousquet geschickt haben oder schicken werden. In Genff hat man *Principia Newtoni* getruckt in 3 *tomis*, mit überaus viel guten *notis*, worin Ew. HEdgb. sehr oft citiert werden: Man hat auch Dero piece *de aestu maris*, samt des H. Mac Laurins und meiner, *de verbo ad verbum* gantz inseriert<sup>[13]</sup>.

Schlieslichen bitte Ew. HEdgb. mir Dero werth-geschätzte freundschaft zu continuiren und meine trockene und kahle brieff nicht in übel zu nemmen; der kopff ist mir nicht auffgeräumt und meine geschafft erlauben mir auch nicht an *Mathematica* viel zu gedencken; bitte aber gehorsamst deßen ohngeacht mit Dero gelehrten brieffen mich zu unterrichten. Verbl[eibe] mit möglichster hochachtung,

Ewer HochEdelgeb.  
Gehorsamster D[iener]

Daniel Bernoulli

Basel den 13. jun. 1744.

### Übersetzung

>...<

Da man mir vor einiger Zeit gegen alle Gepflogenheit das Rektorat der Universität aufgebürdet hat<sup>[1]</sup>, bin ich mit derart vielen Geschäften überhäuft, dass ich auf Ihr werthes Schreiben vom 28. März nicht früher antworten konnte<sup>[2]</sup>.

Kürzlich schickte ich Ihnen durch einen bekehrten Juden ein Empfehlungsbrieflein, und darin habe ich mich – wenn ich mich recht erinnere – für den übersandten Band der *Berliner Miscellanea* bedankt, was ich hiermit wiederhole<sup>[3]</sup>. Ihre darin

enthaltenen Abhandlungen habe ich mit grossem Vergnügen gesehen und einigermassen durchgelesen. Ihrem Versuch über den Kometen des Jahres 1742 konnte ich leicht entnehmen, wie sehr Sie mit den Berechnungen des letzten Kometen beschäftigt gewesen sein müssen<sup>[4]</sup>. Den Gebrauch von falschen Zahlenangaben zur annähernden Bestimmung der richtigen habe ich bei verschiedenen Gelegenheiten auch bemerkt, unter anderem bei dem Problem über den Winkel der Elastika, worüber ich Ihnen – wie ich mich erinnere – geschrieben habe<sup>[5]</sup>. Zwar habe ich sehr viele Arten ausgedacht, um zu Approximationen zu gelangen, da bald die eine, bald eine andere mit grösserem Erfolg angewandt werden kann; doch sollte man weiterhin über Approximationen nachdenken, wenn viele Unbekannte und viele Gleichungen vorliegen – ohne vorausgehende Elimination von Unbekannten, die dann meist nicht praktikabel ist. In Ihrer dritten Arbeit<sup>[6]</sup> könnte man fast glauben, Sie hätten nicht bemerkt, dass eine rekurrente Reihe durch die Multiplikation der Glieder mit den Gliedern einer geometrischen Reihe nicht allgemeiner wird: Diese Multiplikation erzeugt wieder eine rekurrente Reihe von derselben Ordnung und verändert nur die ersten willkürlichen Glieder samt den Indizes.

Ich frage mich, ob Seine Königliche Majestät (Friedrich II.) die Akademie überhaupt nicht vergrössern will. Herr (J.S.) König aus Bern würde sich jetzt um jeden Preis berufen lassen, da er wegen einiger ihm angelasteter politischer Umtriebe aus seinem Vaterland verbannt worden ist. Sie würden gewissermassen ein Werk der Barmherzigkeit vollbringen, wenn Sie ihm eine Stelle entweder in der Akademie oder anderswo verschafften, und gleichzeitig die Interessen des Königs (Friedrich II.) wahrnehmen, indem diese Akquisition im jetzigen Zeitpunkt unter günstigeren Bedingungen zu machen wäre, als sie Herr König sonst beanspruchen könnte<sup>[7]</sup>.

Von der Akademie in Petersburg habe ich nichts mehr gehört. Wenn ich wüsste, dass alles zu Ende ist, würde ich meine Abhandlungen an einem anderen Ort drucken lassen. Ich hatte mehrmals geschrieben, man solle mir meine Quittung vom Jahre 1742 wieder zurückschicken, doch nicht einmal das konnte ich erreichen. Sie würden mich verpflichten, wenn Sie fortfahren, mir in Ihren Briefen die Nachrichten aus Petersburg mitzuteilen und mir zu melden, welche weiteren Massnahmen Sie zu treffen gedenken.

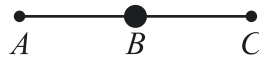
Mit Erstaunen habe ich den Zeitungen entnommen, dass der Akademiepreis für dieses Jahr wieder verschoben worden ist<sup>[8]</sup>. Sollte Ihre Preisschrift in Paris nicht gedruckt werden, so werden Sie diese ja nicht unterdrücken wollen, sondern anderswo in Druck geben<sup>[9]</sup>. Für das nächste Jahr habe ich eine ausführliche Preisschrift verfasst, doch habe ich keine besondere Hoffnung, damit Erfolg zu haben, denn ich glaube nicht, dass man zur See jemals die Höhen mit einer gewissen Genauigkeit bestimmen kann, ohne den sichtbaren Horizont zu verwenden. Meine Ideen darüber mögen vielleicht die besten sein, sind aber doch noch nicht hinlänglich, und möglicherweise wird der Preis auch wieder aufgeschoben werden, was nach den Statuten eigentlich nicht der Fall sein sollte – es sei denn, es wäre gar nichts Brauchbares eingereicht worden<sup>[10]</sup>.

Inzwischen glaube ich tatsächlich, dass die wahre Theorie des Magneten immer ein frommer Wunsch bleiben wird. Es scheint nun einmal, Gott habe bei

der Erschaffung der Welt einige Prinzipien verwendet und eingebaut, die jenseits unseres Fassungsvermögens liegen, und zu diesen zähle ich auch die universelle wechselseitige Gravitation oder Attraktion, die wir ebensowenig begreifen werden wie die Wechselwirkung zwischen Seele und Körper. Indes will ich lieber etwas behaupten, was unser Fassungsvermögen übersteigt, als etwas, was ihm zuwiderläuft. Mein wichtigster Grund, warum ich eine Attraktion in dem Sinne annehme, wie Newton sie versteht, ist meines Wissens noch von niemandem angeführt worden und besteht in folgendem: Ich stelle mir im unbegrenzten leeren Raum eine Welt vor. Existierte nun in dieser Welt nichts als Materie und Bewegung, so ist es klar – und ich könnte es leicht zeigen –, dass jegliche Bewegung der Materie, die man konzipiert – sei sie nun kreisend, geradlinig, so ungeordnet, dass sich die Teilchen gegenseitig stossen und zurückprallen, oder von einer beliebigen anderen Art –, sich so auswirkte, dass die Welt nicht innerhalb ihrer Grenzen bleiben könnte, sondern sich nach und nach ins Unendliche ausdehnen würde wie nicht komprimierte Luft. Stellte man sich auf den Standpunkt, es existierten viele Welten, so würden sich diese notwendigerweise voneinander entfernen, und jede einzelne würde sich ausdehnen und sich ganz zerstreuen. Sagt man, die Materie sei ins Unendliche ausgedehnt, so gewinnt man dadurch nichts anderes, als dass man sich selbst betrügt oder verwirrt, da doch die Ungereimtheit an sich immer bestehen bleibt. Wenn Sie diese Ungereimtheit richtig betrachten, werden Sie sicher finden, dass diese wirklich besteht, und ich bitte Sie, mir nur ungefähr anzudeuten, wie eine Bewegung in der gesamten Materie behauptet werden könnte, ohne dass sich die Welt von sich aus zerstreuen würde. Ich für mein Teil sehe keinen anderen Ausweg für das cartesianische System als eine harte Schale, welche die Materie in ihrer Begrenzung zusammenhält, oder die Behauptung, die Welt dehne sich in der Tat nach und nach aus, diese Expansion und Dissipation sei jedoch über viele Jahrhunderte unmerklich. Ich glaube nicht, dass Sie zu einem dieser Argumente neigen, und so bleibt nichts anderes übrig als eine universelle Anziehung der Materie, die von einer anderen Ursache als von der Bewegung herrührt. Warum will man behaupten, Gott handle nur durch Materie und Bewegung? Zwar haben wir von den übrigen Dingen keine Idee; sie können aber deshalb dennoch existieren. Vielleicht hängt die Anziehung nicht unmittelbar vom Willen Gottes ab, sondern wird durch andere allgemeine Gesetze hervorgebracht. Doch diese Gesetze werden wir niemals ergründen können, weil sie sich nicht auf die Materie beziehen. Nach meiner Meinung besteht also die Welt durch das Gleichgewicht zwischen dem Bestreben der gesamten Materie, sich auszudehnen, das der Bewegung notwendigerweise entspringt, und der Anziehungskraft, deren Ursache nicht die Bewegung allein ist. Wenn alle Bewegungen im Weltsystem doppelt so schnell abliefen, müsste Gott eine vierfache Anziehungskraft schaffen, um die Welt im gegenwärtigen Zustand zu erhalten, sonst würde sich die Welt bis zur vierfachen Grösse ausdehnen. Auch wäre zu bedenken, dass die absolute Grösse der Trägheit für Gott den Schöpfer willkürlich ist, wie auch die absolute Geschwindigkeit der Sonne, der übrigen Gestirne und der gesamten Materie. So könnte man sagen, dass rund um eine Welt herum, in welcher die Teile sich bewegen, eine Materie liege, deren Träg-

heit unendlich ist und die wiederum die bewegten Teile innerhalb ihrer Grenzen zusammenhalten kann wie eine harte Kruste. Übrigens schreibe ich dies nicht etwa in der Hoffnung, Sie zu überzeugen, denn ich weiss sehr wohl, dass derartige Ideen einzig den Autor einigermaßen befriedigen und allen übrigen lächerlich vorkommen, sondern ich schreibe sie Ihnen nur, weil Sie es von mir verlangt haben, und begehre nichts anderes, als dass Sie dadurch keine schlechte Meinung von mir insgesamt bekommen.

Ihre Lösung des Problems von der Bewegung dreier durch einen Faden verbundener Körper auf einer horizontalen Ebene konnte ich mit den Spezialfällen nicht vergleichen, da mir einige Passagen etwas dunkel vorkamen. Weil Sie mir jedoch versichern, dass die Bewegung in allen Fällen genau bestimmt werden kann, so bewundere ich Ihre Lösung im höchsten Grade.



Berechnen Sie bitte den Fall, wo die Fäden  $AB$  und  $BC$  gleich sind, ebenso die Körper  $A$  und  $C$ ; die Geschwindigkeit des Körpers  $A$  sei  $c$ , diejenige des Körpers  $B$  sei  $v$  und diejenige des Körpers  $C$  entweder auch  $c$  oder  $2v - c$ .

Bitte melden Sie mir, wie nahe der Komet dem Merkur gekommen ist. Diese beiden Körper müssten einander sehr nahe gekommen sein, um sich merklich in ihren Bahnen zu stören. Haben Sie nicht erfahren, ob noch andere Mathematiker die Bahn des letzten Kometen berechnet haben und ob diese mit der Ihrigen übereinstimmt<sup>[11]</sup>?

Was die Töne der schwingenden elastischen Zungen betrifft, habe ich einem Brief, den mein Bruder (Johann II) an Sie geschrieben hat, ein Zettelchen beigelegt<sup>[12]</sup>. Melden Sie mir bitte, ob Sie diesbezüglich nicht einen Zusatz an Herrn Bousquet geschickt haben oder das noch tun werden. In Genf hat man Newtons *Prinzipien* in drei Bänden gedruckt mit zahlreichen guten Anmerkungen, in welchen Sie sehr oft zitiert werden. Auch hat man Ihre Preisschrift über die Gezeiten samt derjenigen von Herrn Maclaurin und der meinigen Wort für Wort vollständig abgedruckt<sup>[13]</sup>.

Abschliessend bitte ich Sie, mir weiterhin Ihre hochgeschätzte Freundschaft zu erweisen und mir meine trockenen und kahlen Briefe nicht zu verübeln. Ich habe den Kopf nicht frei, und meine Amtsgeschäfte erlauben mir auch nicht, viel an Mathematisches zu denken. Dessen ungeachtet bitte ich Sie sehr, mich mit Ihren gelehrten Briefen auf dem Laufenden zu halten.

Ich verbleibe mit der grössten Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 13. Juni 1744.

- R 155 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom 28. März 1744  
 Basel, 13. Juni 1744  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 96–97v  
 Publ.: Fuss 2, p. 555–560

- [1] D. Bernoulli war zweimal Rektor der Universität Basel: 1744/45 und 1756/57.
- [2] Der Brief Eulers an D. Bernoulli vom 28. März 1744 ist nicht erhalten geblieben.
- [3] Cf. Brief Nr. 66, Anm. 5, und Brief Nr. 60, Anm. 18.
- [4] Cf. Eulers Abhandlung über die Berechnung einer Kometenbahn (E. 58), in welcher er in der Tat eine neue Methode der Bahnbestimmung entwickeln musste, da die Berechnung mit den bekannten Methoden auf Grund der ungewöhnlichen Lage der Kometenbahn offenbar Schwierigkeiten bot. Eulers neue Methode besteht aus der Bestimmung der heute nach ihm benannten *Eulerschen Gleichung* für parabolische Bahnen mit anschliessender *Bahnverbesserung*. Seine Formel bringt die Summe der Radienvektoren, die von ihnen aufgespannte Sehne und den zugehörigen Zeitabschnitt miteinander in Beziehung. Lambert entdeckte ihre Wichtigkeit für die Bahnbestimmung und konnte zeigen, dass sie bloss einen Spezialfall der viel allgemeineren *Lambertschen Gleichung* darstellt, die auf alle Kegelschnitte bzw. Bahnformen angewandt werden kann (cf. Wolf 1890–1893, Bd. 2, 2. Halbband, p. 344, 363–368; Bauschinger 1928, p. 193–199, 395–397; Klinkerfues–Buchholz (1912, p. 53–54). Leider hat Euler die Bedeutung seiner Entdeckung nicht erkannt und bestimmte in seinem Traktat von 1744 (E. 66) die Kometenbahn mittels einer anderen, vermeintlich bequemerer Methode noch einmal (cf. O. II, 28, p. XXVI–XXIX, 242–251). Die von ihm bestimmten Bahnelemente für den Kometen von 1742 unterscheiden sich deutlich von denjenigen anderer Autoren (cf. Olbers–Encke 1847, p. 166–167).
- [5] Cf. Brief Nr. 60, Anm. 10.
- [6] Cf. Eulers Abhandlung über Integralrechnung (E. 60).
- [7] Johann Samuel König war 1744 als Mitunterzeichner eines politisch liberalen Memorials für zehn Jahre aus der Schweiz verbannt worden, das sein Bruder Daniel und sein Freund Samuel Henzi initiiert hatten (Henzi wurde 1749 in Bern sogar hingerichtet). Unter diesen Umständen ist D. Bernoullis Vorschlag verständlich und durchaus kollegial gemeint. Durch die Vermittlung Albrecht von Hallers erhielt König dann aber eine Professur für Philosophie und Mathematik an der Universität zu Franeker (Niederlande), von wo er 1748 als Hofrat und Bibliothekar nach Den Haag wechselte. Noch in Franeker konzipierte König die in mancher Beziehung so folgenschwere Abhandlung über das Prinzip der kleinsten Aktion, deren Publikation 1751 den Anstoss zum vielleicht hässlichsten Gelehrtenstreit in der Geschichte der Wissenschaft geben sollte; als weitere Hauptakteure wurden Maupertuis, Euler, Voltaire und Friedrich II. in einen Skandal verwickelt, der die ganze europäische Gelehrtenrepublik erschütterte. – Zu Leben und Werk von J.S. König cf. Wolf 2 (p. 147–182); Graf (1889, p. 23–62).
- [8] Im Jahre 1744 gelangte erneut kein Preis der Pariser Akademie zur Verteilung, und die 1742 gestellte und auf 1744 verschobene Preisfrage über den Magneten und die Magnetnadeln wurde für zwei weitere Jahre prolongiert.
- [9] Erst zwei Jahre später erhielten Euler, Dutour und Daniel Bernoulli – zusammen mit seinem Bruder Johann II – je ein Drittel des dreifachen Preises für ihre Preisschriften über den Magneten. Eulers Abhandlung E. 109 erschien zusammen mit den beiden anderen Preisschriften 1748 in Paris.
- [10] Die Preisfrage der Pariser Akademie für 1745 lautete: *La meilleure manière de trouver l'heure en Mer par observation, soit dans le jour, soit dans les crépuscules, et surtout dans la nuit, quand on ne voit pas l'horizon*. Im Jahre 1745 wurde der Preis nicht vergeben und dieselbe Preisfrage für 1747 nochmals gestellt; für deren Beantwortung teilten sich dann D. Bernoulli (1750, DB. 42a) und Euler (E. 150) den doppelten Preis.

- [11] Euler gibt in seiner – vermutlich Ende März oder Anfang April 1744 verfassten – populären Schrift E. 68 eine minimale Distanz von 5000 Erdradien an, wobei er bemerkt, dass dadurch die Merkurbahn vermutlich stark gestört worden sei oder der Komet den Planeten sogar mit sich gerissen haben könnte. Da die Bestimmung der Kometenbahn jedoch sehr unsicher sei, müsse Merkur künftig genau beobachtet werden. Euler konnte damals noch nicht wissen, dass die Massen von Kometen gegenüber den Planetenmassen – selbst im Falle des Merkur – verschwindend klein sind und diese daher die Planetenbahnen während naher Begegnungen oder sogar Kollisionen kaum stören können (cf. D. Bernoullis zutreffende diesbezügliche Bemerkung am Ende seines nächsten Briefes Nr. 69).  
Auf Grund der Beobachtungen von Cassini führte Euler im Anhang seines Traktats (E. 66) eine weitere Bahnbestimmung des Kometen von 1744 durch und erhielt folgende Bahnelemente (cf. O. II, 28, p. XXIX, p. 236):

Periheldurchgangszeit (mittlere Pariser Zeit):	1. März 1744, 8 <sup>h</sup> 2 <sup>m</sup>	(recte 8 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup> );
Periheldistanz zur Sonne:	0.22222 AE	(0.22223 AE);
Perihellänge zum aufsteigenden Knoten:	151°25′52″	(151°26′25″);
ekliptikale Länge des aufsteigenden Knotens:	45°46′06″	(45°48′28″);
Bahnneigung zur Ekliptik:	47°10′53″	(47°07′40″).

Diese Bahnelemente teilte Euler am 4. Juli 1744 Maupertuis mit (cf. O. IV A, 6, p. 53–54). Neben Euler und Loys de Chéseaux haben 1744 auch Wright, Betts, Cassini, Maraldi, Hiorter und Maire die Kometenbahn bestimmt. Etwas später kamen noch die Berechnungen von La Caille (1746) und Klinkenberg (1753) hinzu (cf. Kronk 1999, vol. 1, p. 411). Alle Resultate finden sich bei Olbers–Encke (1847, p. 166–167) zusammengestellt. Eulers Bahnelemente unterscheiden sich – im Gegensatz zu denjenigen des Kometen von 1742 – nicht besonders von den Berechnungen anderer Wissenschaftler.

- [12] Daniel Bernoulli bezieht sich wohl auf J. II Bernoullis Brief Nr. 67 und seine eigene Beilage dazu (Nr. 66), in der bereits von der Korrektur eines Irrtum in Eulers *Variationsrechnung* zur Frage der schwingenden Zungen (cf. Brief Nr. 63, Anm. 24–27) die Rede war.
- [13] Cf. die Genfer Ausgabe von Newtons *Prinzipien* von Le Seur und Jacquier (1742), in deren drittem Band die erwähnten Preisschriften über die Gezeiten wiedergegeben sind.

## 69

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 29. August 1744

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Eine kleine lust-reiß und die viele Rectorats-geschäft, welche dadurch sind aufgehäufft worden, haben mich verhindert Ew. HEdgb. eher zu antworten auff Dero wertheste schreiben vom 4. jul. und vom 21. jul.<sup>[1]</sup>

Der H. Schuemacher hat mir in dem von Ew. HEdgb. mir übersanten brieff auch communiciert eine copey von 2 brieffen, so er von dem Fürsten Trubetzkoi erhalten, das einte wegen der accordierten dimission einiger Herren, das andere wegen unseren pensionen<sup>[2]</sup>. Der H. Schumacher hat mir auch gerahten obbemel-detem Fürsten einen dancksagungs brieff zu schreiben, welches ich auch gethan und hab ich meinen brieff vor 14 tagen an den H. Schumacher adressiert<sup>[3]</sup>; wan Ew. HEdgb. ohne dem naher Petersburg schreiben, bitte sich zu informieren, ob



mein brieff an H. Schumacher richtig eingeloffen. Ich habe auch den H. Schumacher gebetten, meine ruckständige pensionen dem H. (Johannes) Stähelin gegen einem schein zu überliffen und wolle ich nachgehends meine eigene quittungen schicken. Ew. HEdgb. thäten mir ein gefallen, den H. Stähelin solches zu berichten und ihne zu bitten mir alsdan das gelt mit der ersten post *per* ein wexel naher Amsterdam zu übermachen<sup>[4]</sup>; ich möchte wissen ob Ew. HEdgb. alberejt etwas empfangen und wie man Ihnen das gelt übermacht; vielleicht wurde ich mein conto beßer befinden wan man mein pension Ew. HEdgb. übermachen wurde und ich alsdan von hier aus auff Sie tracierte. Es hat mir H. (J.S.) Koenig aus Utrecht geschrieben als wan nur wir zwej die pensionen bekommen würden; ich weiß aber nicht aus was vor einem fundament er dieses geschrieben. Seinen brieff hab ich erst kurtzlich empfangen, in welchem er mich rahts fragt, wo er sich hin lencken solle, indeme man ihme ouverture gemacht naher Berlin, naher Petersb[urg] und in Holland; ich habe in antwort ihme viel motiven gemeldet, welche ihn naher Petersbourg zu gehen determinieren möchten, doch aber nicht eben formlich gerahten. Wan er sich dan resolvieren solte naher Petersburg zu gehen, so könnte man ihme einen *catalogum* schicken von den physischen instrumenten, die alberejt dort befindlich und die übrige instrumenten, die er bej den HH. (Jan und Peter van) Muschenbroek und bej des s' Gravesande erben sehen wurde, der Petersburger Academie anschaffen.

Heütigs tags kan sich eine Academie durch nichts berühmter machen als durch die *physicam experimentalem*; dieses könnten Ew. HEdgb. dem H. Schumacher remonstrieren; ich habe den H. Schumacher auch gebetten in dem X. *tomo Comm[entariorum] Petrop[olitanorum]* (dan er meldet mir daß der IX. *tomus* albereyt fertig seje) alle meine ungetruckte pieces trucken zu laßen, sonst selbige nohtwendig alle grace verlieren müsten<sup>[5]</sup>; ich wolle deswegen für die künfftige *tomos* nicht zuruck bleiben. Ew. HEdgb. belieben ihme auch zu melden, daß man mir einen ordentlichen correspondenten assigniere und mich bej allen sich ereygnenden occasionen employire, indem ich gern meine pension einiger maaßen verdienen möchte.

In Paris sollen sich unterschiedene junge gute *mathematici* und *physici* befinden; wan man in Petersb[urg] neue acquisitionen machen will, so könnte man dort etwas tentieren. Vielleicht wurde der H. Wentz auch gehen; er ist zwar eben kein gar excellentes *subjectum*; er ist aber ein bäschler und könnte zur *physica experimentalis* an des H. (G.W.) Kraften stell gebraucht werden und wolte ich ihme schon die *desiderata physica* bejbringen<sup>[6]</sup>. Wan die Petersburger Academi wieder soll in credit und ansehen kommen, so müßen wir beide das beste bej den frembden thun; ich bin aber selber *dato* noch nicht vollkommen versichert daß es alles gut und richtig seje. Wan Ew. HEdgb. meinen daß ich dem H. Graffen (Aleksej) Rasumofski auch ein dancksagungs brieff schreiben solle, so wollen Sie mir deßen adresse communicieren.

Wegen den approximationen *ad radices pro aequationibus pluribus incognitis inter se permixtis* hab ich durch 2 unterschiedene *methodos* (so gantz different schienen) folgendes *theorem* gefunden: *sint duae, verbi gratia, incognitae x et y, quae determinari debeant hisce duabus aequationibus qualibuscunque  $\Xi = 0$  et*



$Y = 0$ , alwo  $\Xi$  et  $Y$  quantitates utcunque compositae sint ex cognitis et incognitis  $x$  et  $y$  permixtis. Sit proxime  $x = \alpha$  et  $y = \beta$ : umb nun die radices viel propius zu finden, differentiire ich die aequationen tractando incognitas ut variables, nachgehends substituire ich in aequationibus differentiatis  $\alpha$  et  $\beta$  für  $x$  und  $y$ ; so wird man finden

$$d\Xi = m dx + n dy \quad \text{und} \quad dY = p dx + q dy;$$

his ita praeparatis, dico fore quam proxime

$$x = \alpha + \frac{nY - q\Xi}{mq - np} \quad \text{et} \quad y = \beta + \frac{p\Xi - mY}{mq - np},$$

intelligendo per  $\Xi$  et  $Y$  quantitates quae prodeunt ponendo  $x = \alpha$  et  $y = \beta$ ; will man diese operation repetieren, so findet man die valores  $x$  et  $y$  noch weit accurater, und ist zu observieren, daß es nicht sonderlich nöthig seje die quantitates  $m$ ,  $n$ ,  $p$  et  $q$  auff ein neues zu determinieren; solche quantitates sind arbitrariae, wan man nur will solche constanter easdem nemmen, quoties operatio repetitur. Wan sie aber eo quo dixi modo determiniert werden, appropinquiet man viel geschwinder als sonst: sit exempli gr.  $xx - yy - 11 = 0$  et  $2yy - xy - 20 = 0$  alwo die verae radices sind  $x = 6$  et  $y = 5$ ; ponatur autem  $x = 5,9$  et  $y = 4,9$  so bekommt man  $m = 11,8$ ;  $n = -9,8$ ;  $p = -4,9$  et  $q = 13,7$ ; deinde  $\Xi = -0,19$  et  $Y = -0,89$  und wird also  $x = 5,9 + \frac{11325}{113640} = 5,9997$  und  $y = 4,9 + \frac{11433}{113640} = 5,0006$ ; Wan man nachgehends diese operation noch einmahl wolte machen, wurde man die radices überaus nahe finden, wan man schon die valores adhibitos pro  $m$ ,  $n$ ,  $p$  et  $q$  umb die mühe zu sparen nicht ändern wolte. Wan die aequationes viel radices reales haben, kan man alle proxime finden, wan man sie nur ungefehr weis, und eben solche formulas kan ich geben wan 3, 4 oder mehr incognitae mit einander vermischt sind. Vielleicht hätten Ew. HEdgb. dergleichen theoremata nutzlich anwenden können bej Ihrem calculo cometarum; ich zweiffle aber nicht, Sie werden similes methodos darzu gebraucht haben<sup>[7]</sup>.

Es frewet mich sehr, daß Ew. HEdgb. mein neues argumentum pro attractione Newtoniana für wichtig befinden; ich hab es zwar in mir selber auch für wichtig gehalten; doch aber hätte ich vor Dero approbation mich gescheüet es einem menschen zu sagen, nunmehr aber wolte ich kein bedencken tragen meine meynung allen leüten zu sagen und wolte ich mich gern laßen im fahl der noht von der gantzen welt auslachen, wan ich nur Dero einzige approbation habe. Es dunckt mich man solte viel sachen herleiten immediate a constante voluntate Dei, quam sine sufficiente ratione mutare nequit. Wan sich der mensch nicht so sehr familiarisiert hätte mit der inertia, wurde ihm solche eben so frembd vorkommen als die attractio: Ew. HEdgb. werden gestehen, daß die quantitas absoluta inertiae solo arbitrio Dei seje determiniert worden und daß sine contradictione Gott hätte machen können, daß eadem quantitas materiae, eodem tempore et eadem pressione, einen größeren oder kleineren motum bekommen hätte: es ist also die inertia nichts quod inseparabiliter[!] ipsi materiae inhaereat; bleibt also die inertia constanter eadem, so muß solches sola voluntate constante Dei geschehen; ich sehe

nicht warumb man *constantem voluntatem Dei*, als eine *perpetuam creationem* und diese als ein *absurdum* ansehen solle; ich sehe vielmehr die *mutationem voluntatis* als eine *novam creationem* an. Wan nun die *inertia a voluntate Dei* zu deducieren ist, warumb nicht auch die *attractio mutua corporum* und warumb wolte man alles *a materia et motu* deducieren und gleichsam Gottes hülffe aufsagen?

Vielleicht ist *in rerum natura* keine *inertia*, keine *attractio* und überhaupt keine *pressio*, sondern etwas, was wir uns angewöhnt haben zu considerieren als *pressionem divisam per inertiam*, indem  $\frac{0}{0}$  etwas seyn kan und dieses glaub ich daß existiere *in materia universa mutuo respectu*. Deßen ungeacht aber könnten wir bey unseren chimaerischen idéen *pressionis et inertiae* bleiben *sine errore*, weilen wir niemahls eine ohne die andere considerieren, sondern nur derselben *mutuam relationem*, und wan wir die *inertiam materiae* auff die gewöhnliche weß betrachten, so könnten vielleicht viel *phaenomena generalia* darauß deduciert werden, wan man sagte, Gott habe eben nicht *omni materiae eandem inertiam* imprimiert.

Es ist zwahr wahr daß ich ehedeßen von der *attractione Newtoniana* gantz andere idéen gehabt; ich hätte mir aber niemahls in sin kommen laßen, daß meine damahlige gründ Sie hätten können auff einen anderen weg leiten; ich bin vielmehr parat, sonderlich bey diesem meinem reýfferen alter, in allem was Sie werden recht untersucht haben mich Ihrer meýnung zu conformieren; auff das wenigste kan ich Sie aufrichtig versichern, daß ich niemahls etwas für gewiß halten werde, ich habe dan Ew. HEdgb. übereinstimmung darbey; deswegen es mir auch so lieb gewesen, von Denselben zu vernemmen, daß Sie die *duplicem classem vibrationum in laminis elasticis liberis* accordierten; ich suchte vorher alzeit einen *paralogismum* in meinem *ratiocinio* und konte doch keinen finden. Ich nehme gleichfahls als eine alzugroße höfflichkeit auff, wan Ew. HEdgb. sagen, Sie wolten 10 auff 1 setzen, daß ich das nächste Pariser *praemium* bekommen werde<sup>[8]</sup>, es wäre dan sach, daß Sie hiemit anzeigen wolten, als wan eine partheilichkeit mit unterlauffe; es kan seyn daß einige von den Richtern wohl für mich portiert sind, doch aber kan ich sagen, daß ich alle ersinliche praecautionen nehme umb mich zu verbergen; dem seje aber wie ihm wolle, wan Sie mir an statt  $\frac{10}{11}$  nur wollen  $\frac{1}{3}$  geben, so will ich Ihnen mein hoffnung cediert haben, obschon ich eine große und nach meinen kräfte elaborierte dissertation darüber verfertiget habe.

Von H. Bousquet hab ich vor etwas zeits gehört, daß er eine reýß naher Paris gethan; ich werde aber schon vigilieren, daß Dero *manuscripta* wohl versorgt werden.

Ich hätte niemahls gezweiflet, daß es *curvas* gebe die ein point de rebroussement haben, und deren *rami versus utramque partem concavi* seyn und daß *in cuspide* der *radius osculi finitus* seje. Es scheint zwar, daß die *lex continuitatis* hier unterbrochen und ein *saltus* geschähe: ich kan aber dieses *paradoxum* gar wohl explicieren. Die *simplicitas curvae*, welche einen solchen *cuspidem* hat, ist sehr merckwürdig<sup>[9]</sup>.

Ich sehe nunmehr erst recht ein die tieffsinnigkeit und wichtigkeit von Dero *solution de motu trium corporum filo connexorum*; ich hab aber eine *solutionem directam* niemahls gesucht und keinen eintzigen augenblick daran gewendet; wohl

aber hab ich vermeint, man könnte etwan *tres motus simplices* finden, *ex quibus motus absolutus componatur, ad modum duorum corporum filo connexorum* und wan ich solche 3 *motus indirecte* gefunden hätte, war meine intention erst eine solche *solutionem directam* mit allem ernst zu suchen, umb zu sehen ob beide solutionen einander confirmieren wurden; aber, wie gemeldet, eine *solutionem indirectam*, welche *in mechanicis* ein new liecht wurde gegeben haben, hab ich nicht finden können und eine *directam* nicht gesucht. Ich vermeinte *ab inductione ab aliquibus exemplis*, der *motus absolutus* könnte bestehen *ex motu uniformi in directum, ex motu uniformi circulari et ex motu quodam titubatorio oder oscillatorio*; ich sehe aber daß diese 2 letztere *motus* nicht *independentes uno*[!] *ab altero* sejen<sup>[10]</sup>.

Des H. Heinsii tractat von dem cometen möchte ich gern sehen<sup>[11]</sup>; der H. Schumacher wird ihn hoffentlich mir auch schicken mit dem IX. tom. *Comment[ariorum]*. Die *observationes de cauda multiplici cometæ et de cauda incurvata* sind von allen gemacht worden: vielmehr aber soll die *cauda sub duabus directionibus* einen winckel gemacht haben und nicht *incurvata* gewest sejn. Der H. Chesaux hat mir auch unterschiedene observationen communiciert; wan ich sie Ihnen einmahl mit gelegenheit schicken kan, will ich solches thun<sup>[12]</sup>.

Mein Vatter hat mir bejliegende schrift als eine antwort auff Ew. HEdgb. letzteres schreiben übergeben<sup>[13]</sup>. Ich hab mich nicht enthalten können *inter legendum*, da ich sein *problema ex tempore* solviert, die *notatiunculam* bejzufügen<sup>[14]</sup>; wan ihme Ew. HEdgb. je antworten, belieben Sie nur den brieff ihme *immediate* zu adressieren, weil ich gern aller gelegenheit vorkomme von *mathematicis* zu reden. Den brieff an Dero H. Vatter hab ich so bald mir möglich gewest von Mülhausen, alwo ich mich dazumahl befand, bestellt; Sie bel[ieben] mir nur Ihre brieff ohne bedencken zu adressieren: ich gratuliere Denselben und Dero F. Liebste (Katharina), zu dem jüngst gebohrnen Töchterlein (Charlotte) und wünsche daß solches zu seiner Gel[iebten] Elteren trost, ehr und freud erwachsen möge. Noch lieber ware es mir gewesen, wan ich Ihnen hätte können zu einem söhnlein gratulieren, welches samt seinen brüdern mit der zeit hätte können in seines H. Vatters fuß-stapffen treten.

Ich fürchte in Berlin werden die wißenschafften sich schwerlich empor schwingen; wan Sie nicht meinen daß meine letstens überschickte piece könne getruckt werden, bitte solche auff Petersburg zu schicken<sup>[15]</sup>. Wan aber die *Miscell[anea] Berol[inensia]* solten continuirt werden und man meine piece gern darein inseriert, bin ich deßen gantz wohl zu frieden und hab materi genug umb pieces von diesem calibre zu verfertigen, wan ich nur nicht so ungern schriebe. Ich weiß nicht ob Sie observiert daß in dem einten von mir überschriebenen *casu de motu 3 corporum æqualium* die *corpora extrema* eine *ellipsin* beschreiben, *cujus centrum uniformiter movetur in linea recta*, wiewohl solches gar leicht zu sehen.

Es hat newlich ein H. Walz von Dresden, der sich Conseiller des Commissions, comme aussi mathematicien et Geographe de S[a] M[a]jesté Polon[aise] (Stanislav August) nennet, meinem Vatter geschrieben und begehrt von demselben meines Vatters (Niklaus I) *methodum directam* die *summam seriei*  $\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  zu finden und thut hinzu, «comme dans la conjoncture presente le IX tom. des *Comment[aires] de Petersb[ourg]* auquel on m'a dit qu'on insereroit cette methode

directe, tardera sans doute fort à paroître ou qu'il ne paroitra peutetre jamais, je serois charmé de voir cette methode, ayant toujours eu quelque doute contre l'autre, qui va par la resolution d'une equation infinie». Wan Ew. HEdgb. mit diesem H. Walz in correspondenz wären, könnten Sie ihme die verlangte methode überschreiben und ihme meines Vatters compliment machen, dan mein Vatter nicht mehr im stand ist neue correspondenz anzufangen<sup>[16]</sup>.

Dem H. (Johann Ludwig) Brandmüller hab ich nicht gut befunden etwas zu sagen von der hoffnung, daß seine sach bald möchte in eine richtigkeit kommen; er möchte nur anlaaß daraus nemmen neue tentativen zu machen und Ew. HEdgb. beschwärllich zu fallen; wan die sach einmahl sich mehr erheiteret hat, wird es zeit genug sejn, den H. Brandmuller zu wahrnen<sup>[17]</sup>.

Wan der Comet nicht näher kommen ist zu dem *Mercurio* als Ew. HEdgb. sagen, so kan er keine sensible veränderung in demselben verursacht haben; wan er auch 100 mahl näher kommen wäre, wurde man meiner mejnung nach *astronomice* keine veränderung in *Mercurio* gefunden haben. Ich hatte nicht gewust, daß man *circa Venerem* einen satelliten entdeckt hatte; ich möchte wohl hierüber einige *particularia* vernehmen<sup>[18]</sup>.

Die meisten HH. *Academici* sollen aus Perou wieder zuruck sejn; ich hab aber noch nichts von derselben verrichtungen erfahren<sup>[19]</sup>. H. Moula hat mir vor etwas zeit geschrieben, daß ein gewißer brief, den ich ihm geschrieben, den er hat müßen in original der Commission übergeben und welcher nachgehends I[hro] K[ayserlichen] M[ajestaet] (Elizaveta Petrovna) selbsten ist übergeben worden, gar vieles zu der glücklichen veränderung der Academi beigetragen habe.

Ich empfehle mich Ew. HEdgb. und verbl[eibe] etc.

Daniel Bernoulli

Basel den 29. aug. 1744.

Eben empfangen ich durch H. M[agiste]r Ochs 2 exemplar von dem *Programmate* wegen dem Berliner *praemio*<sup>[20]</sup>; vielleicht haben Ew. HEdgb. mir solches adressieren laßen; ich bedaure aber daß mir die *causa electricitatis* so gar unbekant seje, und ich kan mich unmöglich resolvieren etwas zu schreiben, was mir selber keines wegs satisfaciert<sup>[21]</sup>.

### Übersetzung

>...<

Eine kleine Vergnügungsreise und die vielen Rektoratsgeschäfte, die sich dadurch angehäuft haben, haben mich daran gehindert, Ihnen eher auf Ihre werten Schreiben vom 4. und 21. Juli zu antworten<sup>[1]</sup>.

Herr Schumacher hat mir in dem Brief, den Sie mir übersandt haben, auch Kopien von zwei Briefen beigelegt, die er vom Fürsten Trubeckoj erhalten hatte – der eine betrifft die angenommene Demission einiger Herren, der andere unsere

Pensionen<sup>[2]</sup>. Herr Schumacher hat mir auch geraten, dem besagten Fürsten einen Dankesbrief zu schreiben. Das habe ich auch getan und meinen Brief vor 14 Tagen an Herrn Schumacher gesandt<sup>[3]</sup>. Wenn Sie ohnehin nach Petersburg schreiben, so bitte ich Sie, sich darüber zu informieren, ob mein Brief an Herrn Schumacher richtig eingetroffen ist. Ich habe Herrn Schumacher auch gebeten, meine ausstehenden Pensionen gegen eine Bestätigung Herrn 〈Johannes〉 Stähelin zu übergeben, wonach ich meine eigenen Quittungen schicken werde. Sie würden mir einen Gefallen erweisen, wenn Sie das Herrn Stähelin berichten und ihn bitten, mir danach das Geld mit der ersten Post per Wechsel nach Amsterdam zu überweisen<sup>[4]</sup>. Ich wüsste gerne, ob Sie schon etwas erhalten haben und wie man Ihnen das Geld überwiesen hat. Vielleicht würde ich besser auf meine Rechnung kommen, wenn man meine Pension an Sie überwiese und ich dann von hier aus auf Sie einen Wechsel zöge. Aus Utrecht hat mir Herr 〈J.S.〉 König geschrieben, dass nur wir beide die Pensionen erhalten würden; ich weiss aber nicht, auf welcher Basis er das geschrieben hat. Seinen Brief, in welchem er mich um Rat fragt, wohin er sich wenden solle, da ihm Möglichkeiten in Berlin, in Petersburg und in Holland selbst eröffnet worden seien, habe ich erst kürzlich erhalten. In meiner Antwort habe ich ihm viele Beweggründe genannt, die ihn bestimmen könnten, nach Petersburg zu gehen, ohne ihm jedoch förmlich zu diesem Schritt zu raten. Sollte er sich dann doch entschliessen, nach Petersburg zu gehen, so könnte man ihm einen Katalog der physikalischen Instrumente schicken, die sich bereits dort befinden, und die übrigen Instrumente, die er bei den Herren 〈Jan und Peter van〉 Musschenbroek und 's Gravesandes Erben sehen würde, für die Petersburger Akademie anschaffen.

Heutzutage kann sich eine Akademie durch nichts berühmter machen als durch die Experimentalphysik; das könnten Sie Herrn Schumacher nahelegen. Ich habe ihn auch gebeten, im 10. Band der *Petersburger Commentarii* (denn er meldet mir, der 9. Band sei bereits fertiggestellt) alle meine ungedruckten Abhandlungen drucken zu lassen, da diese sonst notwendigerweise jeden Reiz verlieren müssten<sup>[5]</sup>; ich würde deswegen im Hinblick auf die künftigen Bände dennoch nicht in Rückstand geraten. Bitte melden Sie ihm auch, man solle mir einen regulären Korrespondenzpartner bezeichnen und bei jeder sich bietenden Gelegenheit über mich verfügen, da ich meine Pension gerne einigermaßen verdienen möchte.

In Paris sollen sich verschiedene gute junge Mathematiker und Physiker finden. Wollte man in Petersburg neue Akquisitionen machen, so könnte man dort etwas versuchen. Vielleicht würde auch Herr Wentz hingehen; er ist zwar nicht eben ein hervorragender Mann, aber doch ein Bastler, den man an Stelle von Herrn 〈G.W.〉 Krafft in der Experimentalphysik brauchen könnte – ich würde ihm die erforderlichen physikalischen Kenntnisse schon beibringen<sup>[6]</sup>. Wenn die Petersburger Akademie wieder zu Glaubwürdigkeit und Ansehen kommen soll, so müssen wir beide bei den Auswärtigen das Beste tun; bis zur Stunde bin ich mir aber nicht ganz sicher, dass alles gut und richtig sei. Wenn Sie meinen, ich sollte dem Grafen 〈Aleksej〉 Razumovskij auch ein Dankschreiben zukommen lassen, so teilen Sie mir seine Adresse mit.

Zur Approximation der Wurzeln von Gleichungen mit mehreren unter sich vermischten Unbekannten habe ich mittels zweier unterschiedlicher Methoden (die völlig verschieden schienen) folgendes Theorem gefunden: Es seien beispielsweise  $x$  und  $y$  zwei Unbekannte, die durch die zwei – wie auch immer beschaffenen – Gleichungen  $\Xi = 0$  und  $Y = 0$  bestimmt werden sollen, wo  $\Xi$  und  $Y$  aus bekannten Grössen und den Unbekannten  $x$  und  $y$  beliebig zusammengesetzte Grössen sind. Sei angenähert  $x = \alpha$  und  $y = \beta$ ; um nun die Wurzeln viel genauer zu finden, differenziere ich die Gleichungen, indem ich die Unbekannten als Variable behandle, und nachher substituiere ich in den differenzierten Gleichungen  $\alpha$  und  $\beta$  für  $x$  und  $y$ . So findet man

$$d\Xi = m dx + n dy \quad \text{und} \quad dY = p dx + q dy.$$

Nach diesen Vorbereitungen gilt angenähert

$$x = \alpha + \frac{nY - q\Xi}{mq - np} \quad \text{und} \quad y = \beta + \frac{p\Xi - mY}{mq - np},$$

wobei man unter  $\Xi$  und  $Y$  die Grössen versteht, welche für  $x = \alpha$  und  $y = \beta$  herauskommen. Will man diese Operation wiederholen, so findet man die Werte  $x$  und  $y$  noch viel genauer; dabei ist zu beachten, dass es nicht besonders nötig ist, die Grössen  $m$ ,  $n$ ,  $p$  und  $q$  von neuem zu bestimmen, denn solche Grössen sind willkürlich, wenn man sie nur konstant als dieselben nehmen will, sooft auch die Operation wiederholt wird. Bestimmt man sie jedoch auf die eben beschriebene Art, so approximiert man viel schneller als sonst. Es sei zum Beispiel  $xx - yy - 11 = 0$  und  $2yy - xy - 20 = 0$ , wo  $x = 6$  und  $y = 5$  die wahren Wurzeln sind. Setzt man aber  $x = 5.9$  und  $y = 4.9$ , so erhält man  $m = 11.8$ ,  $n = -9.8$ ,  $p = -4.9$  und  $q = 13.7$ . Daher wird  $\Xi = -0.19$  und  $Y = -0.89$  und somit  $x = 5.9 + \frac{11325}{113640} = 5.9997$  und  $y = 4.9 + \frac{11433}{113640} = 5.0006$ . Wollte man in der Folge diese Operation nochmals ausführen, so fände man die Wurzeln noch sehr viel genauer, auch wenn man die schon verwendeten Werte für  $m$ ,  $n$ ,  $p$  und  $q$ , um sich die Mühe zu ersparen, nicht ändern wollte. Haben die Gleichungen viele reelle Wurzeln, so kann man diese alle angenähert finden, wenn man sie nur ungefähr kennt, und derartige Formeln kann ich auch geben, wenn drei, vier oder mehr Unbekannte miteinander vermischt auftreten. Vielleicht hätten Sie derartige Theoreme bei Ihrer Kometenberechnung nutzbringend anwenden können, doch zweifle ich nicht daran, dass Sie dazu ähnliche Methoden verwendet haben<sup>[7]</sup>.

Es freut mich sehr, dass Sie mein neues Argument für die Newtonsche Attraktion für wichtig halten. Zwar habe ich es bei mir selbst auch für wichtig gehalten, vor Ihrer Zustimmung hätte ich mich aber doch gescheut, es einem andern Menschen mitzuteilen; nun aber hätte ich keine Bedenken, allen Leuten meine Ansicht zu sagen, und wollte mich notfalls gern von der ganzen Welt auslachen lassen, wenn ich bloss allein Ihre Billigung habe. Mich dünkt, man sollte viele Dinge unmittelbar aus dem unveränderlichen Willen Gottes ableiten, welchen er nicht ohne zureichenden Grund ändern kann. Hätte sich der Mensch nicht so sehr an die Trägheit gewöhnt, so würde ihm diese ebenso fremd vorkommen wie die Attraktion.



Sie werden zugestehen, dass die absolute Grösse der Trägheit allein vom Willen Gottes bestimmt ist und dass Gott ohne Widerspruch hätte bewirken können, dass dasselbe Quantum Materie in derselben Zeit von derselben Kraft eine grössere oder kleinere Bewegung erhalten hätte. Die Trägheit ist also nicht etwas, was untrennbar der Materie selbst innewohnt. Bleibt also die Trägheit stets dieselbe, so muss dies allein aus dem unveränderlichen Willen Gottes geschehen. Ich sehe nicht ein, warum man diesen unveränderlichen Willen Gottes als eine andauernde Schöpfung und damit als etwas Absurdes ansehen sollte; vielmehr betrachte ich die Veränderung des Willens als eine neue Schöpfung. Wenn nun die Trägheit aus dem Willen Gottes herzuleiten ist, warum dann nicht auch die gegenseitige Attraktion der Körper, und weshalb wollte man alles aus der Materie und der Bewegung herleiten und gleichsam die Hilfe Gottes aufgeben?

Vielleicht gibt es in der physikalischen Welt überhaupt keine Trägheit, keine Attraktion und keine Kraft, sondern etwas, was wir uns als den Quotienten aus Kraft und Trägheit zu betrachten angewöhnt haben, da ja  $\frac{0}{0}$  durchaus etwas sein kann, und das existiert, wie ich glaube, in der gesamten Materie durch ihre gegenseitige Beziehung. Dessen ungeachtet könnten wir jedoch ohne Irrtum bei unseren Hirngespinnsten Kraft und Trägheit bleiben, weil wir ja nie das eine ohne das andere in Betracht ziehen, sondern nur ihre gegenseitige Relation. Wenn wir die Trägheit der Materie auf die gewöhnliche Art betrachten, so könnten vielleicht viele allgemeine Phänomene daraus hergeleitet werden, dass man sagen würde, Gott habe eben nicht aller Materie dieselbe Trägheit eingepflanzt.

Es stimmt zwar, dass ich früher eine ganz andere Auffassung von der Newtonschen Attraktion hatte, doch wäre es mir nie in den Sinn gekommen, dass meine damaligen Gründe Sie auf einen anderen Weg hätten leiten können. Vielmehr bin ich durchaus bereit – besonders in diesem meinem reiferen Alter –, mich in allem, was Sie gründlich untersucht haben werden, Ihrer Meinung anzuschliessen. Zumindest kann ich Ihnen aufrichtig versichern, dass ich ohne Übereinstimmung mit Ihnen niemals etwas für gewiss halten werde. Deshalb hat es mich auch so gefreut, von Ihnen zu vernehmen, dass Sie der zweifachen Art der Schwingungen von freischwingenden elastischen Streifen zustimmen. Vorher suchte ich immer einen Fehlschluss in meiner Überlegung, ohne jedoch einen finden zu können. Ich fasse es ebenso als eine allzu grosse Höflichkeit auf, wenn Sie sagen, Sie wollten 10 : 1 darauf setzen, dass ich den nächsten Pariser Preis erhalten werde<sup>[8]</sup>, es sei denn, Sie wollen damit andeuten, es gehe dabei nicht ganz unparteiisch zu. Es mag sein, dass einige der Preisrichter mir wohlgesinnt sind, ich kann aber doch sagen, dass ich alle denkbaren Vorsichtsmassnahmen treffe, um anonym zu bleiben. Doch sei dem, wie es wolle: Wenn Sie mir anstatt  $\frac{10}{11}$  auch nur  $\frac{1}{3}$  geben wollen, so will ich Ihnen meine Hoffnung zediert haben, obschon ich eine grosse und meinen Kräften gemäss ausgearbeitete Preisschrift darüber angefertigt habe.

Von Herrn Bousquet habe ich vor einiger Zeit gehört, er habe eine Reise nach Paris unternommen; ich werde aber schon aufpassen, dass man sich gut um Ihre Manuskripte kümmert.



Ich hätte nie bezweifelt, dass es Kurven mit einem Rückkehrpunkt gibt, deren Äste gegen beide Seiten hin konkav sind und deren Krümmungsradius in der Spitze endlich ist. Es scheint zwar, dass hier das Kontinuitätsgesetz verletzt sei und ein Sprung eintrete; dieses Paradox kann ich jedoch recht gut erklären. Die Einfachheit der Kurve, die eine derartige Spitze hat, ist sehr merkwürdig<sup>[9]</sup>.

Erst jetzt erkenne ich richtig die Tiefsinnigkeit und Wichtigkeit Ihrer Bestimmung der Bewegung dreier durch einen Faden verbundener Körper. Ich hatte nie eine direkte Lösung gesucht und auch keinen einzigen Augenblick dafür aufgewendet; ich meinte aber, man könnte vielleicht drei einfache Bewegungen finden, aus denen sich die absolute Bewegung zusammensetzt, ganz wie bei zwei durch einen Faden verbundenen Körpern; und erst wenn ich indirekt drei derartige Bewegungen gefunden haben würde, beabsichtigte ich, ernstlich nach einer direkten Lösung zu suchen, um zu sehen, ob beide Lösungen einander bestätigen würden. Jedoch konnte ich – wie gesagt – eine indirekte Lösung, die ein neues Licht auf die Mechanik geworfen hätte, nicht finden, und eine direkte habe ich nicht gesucht. Verleitet durch einige Beispiele, meinte ich, die absolute Bewegung könnte sich zusammensetzen aus einer gleichförmigen geradlinigen Bewegung, einer gleichförmigen Kreisbewegung und aus einer gewissen schwankenden oder schwingenden Bewegung; ich sehe aber, dass die beiden letzteren Bewegungen nicht unabhängig voneinander sind<sup>[10]</sup>.

Die Kometenabhandlung von Herrn Heinsius würde ich gerne sehen<sup>[11]</sup>; hoffentlich wird Herr Schumacher sie mir mit dem 9. Band der *Commentarii* auch schicken. Die Beobachtungen über den mehrfachen und gekrümmten Kometenschweif wurden von allen gemacht, jedoch soll dieser in zwei Richtungen einen Winkel gebildet haben und nicht gekrümmt gewesen sein. Herr Chéseaux hat mir auch verschiedene Beobachtungen mitgeteilt; wenn ich sie Ihnen gelegentlich einmal schicken kann, will ich das tun<sup>[12]</sup>.

Mein Vater hat mir die beiliegende Schrift als Antwort auf Ihr letztes Schreiben übergeben<sup>[13]</sup>. Während der Lektüre konnte ich mich nicht enthalten, die kleine Notiz beizufügen, da ich sein Problem augenblicklich gelöst habe<sup>[14]</sup>. Wenn Sie ihm überhaupt antworten, so adressieren Sie bitte den Brief direkt an ihn, weil ich lieber jede Gelegenheit vermeide, mit ihm über Mathematik zu sprechen. Den Brief an Ihren Vater habe ich, so bald es möglich war, von Mülhausen aus zugestellt, wo ich mich damals aufhielt. Adressieren Sie Ihre Briefe nur ohne Bedenken an mich. Ihnen und Ihrer Frau Liebsten (Katharina) gratuliere ich zu dem jüngst geborenen Töchterlein (Charlotte) und wünsche, dass dieses zum Trost, zur Ehre und Freude seiner Eltern aufwachsen möge. Noch lieber wäre es mir gewesen, wenn ich Ihnen zu einem Söhnlein hätte gratulieren können, das samt seinen Brüdern mit der Zeit in seines Vaters Fussstapfen hätte treten können.

Ich befürchte, dass sich die Wissenschaften in Berlin schwerlich emporschwingen werden. Falls Sie meinen, dass meine zuletzt übersandte Abhandlung nicht gedruckt werden kann, dann bitte ich Sie, sie nach Petersburg zu schicken<sup>[15]</sup>. Wenn jedoch die *Berliner Miscellanea* fortgesetzt werden und man meine Abhandlung gerne dort einfügt, bin ich damit durchaus zufrieden und habe genug Material,

um Abhandlungen dieses Umfangs zu verfertigen – wenn ich nur nicht so ungern schreiben würde! Ich weiss nicht, ob Sie beachtet haben, dass in dem einen von mir übersandten Fall der Bewegung dreier gleicher Körper die äusseren eine Ellipse beschreiben, deren Zentrum sich gleichförmig auf einer Geraden bewegt, obwohl das sehr leicht zu sehen ist.

Kürzlich hat ein gewisser Herr Waltz aus Dresden, der sich Conseiller des Commissions, comme aussi mathématicien et géographe de sa Majesté Polonaise (Stanislaw August) nennt, an meinen Vater geschrieben und erbittet von diesem die direkte Methode meines Veters (Niklaus I), um die Summe der Reihe  $\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  zu finden; er fügt an, «comme dans la conjoncture présente le IX<sup>e</sup> tome des *Commentaires de Pétersbourg* auquel on m'a dit qu'on insérerait cette méthode directe, tardera sans doute fort à paraître ou qu'il ne paraîtra peut-être jamais, je serais charmé de voir cette méthode, ayant toujours eu quelque doute contre l'autre, qui va par la résolution d'une équation infinie». Wenn Sie mit diesem Herrn Waltz in Korrespondenz stünden, könnten Sie ihm die verlangte Methode schreiben und ihn von meinem Vater freundlich grüssen lassen, denn dieser ist nicht mehr im Stande, eine neue Korrespondenz zu beginnen<sup>[16]</sup>.

Ich habe es nicht für gut befunden, Herrn (Johann Ludwig) Brandmüller etwas von der Hoffnung zu sagen, dass seine Angelegenheit bald in Ordnung kommen könnte: er würde das bloss zum Anlass nehmen, neue Versuche zu unternehmen und Ihnen beschwerlich zu fallen. Wenn die Dinge sich einmal weiter geklärt haben werden, wird es früh genug sein, Herrn Brandmüller zu warnen<sup>[17]</sup>.

Wenn der Komet dem Merkur nicht näher gekommen ist, als Sie sagen, so kann er auf diesen keine wahrnehmbare Veränderung bewirkt haben; auch wenn er 100mal näher gekommen wäre, so hätte man meiner Meinung nach astronomisch keine Veränderung an Merkur festgestellt. Ich wusste nicht, dass man bei der Venus einen Satelliten entdeckt hat; darüber möchte ich gern einige Einzelheiten erfahren<sup>[18]</sup>.

Die meisten Akademiker sollen aus Peru wieder zurück sein, ich habe aber von ihren Aktivitäten noch nichts erfahren<sup>[19]</sup>. Herr Moula hat mir vor einiger Zeit geschrieben, dass ein gewisser Brief, den ich ihm geschrieben hatte, den er im Original der Kommission übergeben musste und der dann Ihrer Kaiserlichen Majestät (Elizaveta Petrovna) selbst überreicht wurde, sehr viel zu der glücklichen Veränderung in der Akademie beigetragen habe.

Ich empfehle mich Ihnen und verbleibe usw.

Daniel Bernoulli

Basel, den 29. August 1744.

Soeben empfangen ich durch Magister Ochs zwei Exemplare des Programms für den Berliner Preis<sup>[20]</sup>; vielleicht haben Sie mir das zukommen lassen. Ich bedaure jedoch, dass mir die Ursache der Elektrizität so völlig unbekannt ist, und ich kann mich unmöglich dazu entschliessen, über etwas zu schreiben, was mich selbst keineswegs befriedigt<sup>[21]</sup>.

- R 156 Antwort D. Bernoullis auf die nicht erhalten gebliebenen Briefe L. Eulers vom 4. und 21. Juli 1744  
 Basel, 29. August 1744  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 98–99v  
 Publ.: Fuss 2, p. 561–567

- [1] Eulers Briefe an D. Bernoulli vom 4. und 21. Juli 1744 sind nicht erhalten geblieben.
- [2] Weder der Brief von Schumacher noch die beiden erwähnten des Fürsten Trubeckoj sind erhalten geblieben.
- [3] Der Brief D. Bernoullis an Schumacher vom 15. August 1744 ist erhalten geblieben (cf. Anhang VII.3, Nr. 18, p. 969 h.v.).
- [4] Mit einer ähnlichen Bitte betreffs seiner Pension hatte sich früher auch Euler an Johannes Stähelin gewandt, wie wir aus seinem Brief an Volčkov vom 12. Februar 1743 wissen (*Eulers Briefwechsel* 3, p. 253). Von der Korrespondenz D. Bernoullis und Eulers mit Johannes Stähelin ist uns kein einziger Brief bekannt.
- [5] Gemäss dem akademischen Reglement wurden alle Abhandlungen in demjenigen Band der *Petersburger Commentarii* veröffentlicht, der dem Jahr der Einreichung entsprach. So erschienen zwei Abhandlungen D. Bernoullis 1747 in Band 10 (für 1738), eine 1750 in Band 11 (für 1739), eine weitere ebenfalls 1750 in Band 12 (für 1740) und nochmals vier 1751 in Band 13 (für 1741–43).
- [6] In seinem Brief an Euler vom 7. April (27. März) 1744 hatte Schumacher um Vorschläge für die Neubesetzung der Stellen von G.W. Krafft und von Heinsius gebeten (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 64). Wahrscheinlich hatte Euler daraufhin einen diesbezüglichen Ratschlag auch von D. Bernoulli erbeten.
- [7] Bernoullis Vermutung, Euler habe eine Variante dieses Approximationsverfahrens verwendet, trifft zweifellos zu.
- [8] Cf. Brief Nr. 68, Anm. 10.
- [9] D. Bernoullis Aussage ist nicht nur glaubwürdig, sondern erscheint uns selbstverständlich: zweifellos hatte er schon in seiner Studentenzeit de l'Hôpitals *Analyse* (1696) kennengelernt, insbesondere auch die Passagen über die Rückkehrpunkte einer Kurve (*points de rebroussement*) – ein Thema, das im Briefwechsel von J. I Bernoulli mit L'Hôpital mehrere Seiten einnimmt (cf. JBB 1). Nach Spiess (1955, p. 155) besteht eine der ganz wenigen originalen Leistungen L'Hôpitals darin, das bekannte Kriterium für einen Doppelpunkt einer Kurve  $f(x, y) = 0$  deutlich formuliert zu haben, das man heute als  $\partial f / \partial x = \partial f / \partial y = 0$  schreibt – wenn auch unter Beschränkung auf den Rückkehrpunkt; doch hat er auch den Nachweis für die Existenz von Spitzen erbracht, in welchen der Krümmungsradius endlich ist (nicht nur 0 oder  $\infty$  wie bei damals bekannten *gewöhnlichen Spitzen*). J. Bernoulli erkannte deren Eigenart und bezeichnete sie als Spitzen «von zweiter Art» («de la seconde espèce»). Die Entdeckung der *Schnabelspitze* wurde auch von Euler in Unkenntnis des erst 1955 veröffentlichten Briefwechsels zwischen L'Hôpital und J. Bernoulli ausschliesslich L'Hôpital zugeschrieben (E. 169). Sie gehört jedoch etwa zur Hälfte J. Bernoulli, auch wenn die erste Darstellung einer durch Abwicklung einer Kurve mit Wendepunkt erzeugten *Schnabelspitze* in einem Brief L'Hôpitals an J. Bernoulli vom Mai 1694 zu finden ist. – Cf. L'Hôpital (1694, Art. 109, p. 102 und Fig. 91, p. 110); JBB 1 (p. 215, Fig. 1).  
 Das Fehlen der Briefe Eulers an D. Bernoulli aus der Berliner Zeit verunmöglicht uns eine Einsicht in den konkreten Zusammenhang zwischen der vorliegenden kurzen Briefstelle und Eulers Abhandlung E. 169, die hauptsächlich durch Gua de Malves' Buch (1740) veranlasst worden zu sein scheint.
- [10] Cf. auch Brief Nr. 62, Anm. 8.
- [11] Cf. die Abhandlung von Heinsius über den Anfang 1744 sichtbaren Kometen (1744).
- [12] Es sind keine Briefe zwischen Loys de Chéseaux und D. Bernoulli erhalten geblieben.
- [13] Cf. J. I Bernoullis Antwortschreiben (O. IV A, 2, p. 443–449) auf den nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers vom 28. März 1744, das also wahrscheinlich im August 1744 geschrieben wurde; in O. IV A, 2 ist es fehlerhaft mit April (Ende März) 1744 datiert.

- [14] J. I Bernoullis Problem betrifft den Fall eines Körpers entlang einer schiefen Ebene in einem proportional zum Quadrat der Geschwindigkeiten widerstehenden Medium. Auf dem Brief Johann Bernoullis an Euler brachte Daniel dazu die folgende Notiz an: «Imo solutio est facillima et aequatio resultans fit longe simplicissima» («Die Lösung ist im Gegenteil ganz leicht und die resultierende Gleichung wird höchst einfach»).
- [15] Damit meint D. Bernoulli seine Abhandlung über die Bewegung mehrerer Körper in einem beweglichen Rohr (1746, DB. 40). – Cf. Brief Nr. 64, Anm. 4 und 6.
- [16] Waltz besuchte Euler in Berlin im Herbst 1744. Aus den Jahren 1739–47 sind 25 Briefe von Waltz an Euler erhalten geblieben (R 2670–2694), jedoch keiner von Euler an Waltz.
- [17] Cf. Brief Nr. 63, Anm. 31.
- [18] Wie R. Wolf (1890–1893, Bd. 2, 2. Halbband, p. 448) vermerkt, soll bereits der ältere Cassini geglaubt haben, am 25. Januar 1672 sowie am 28. August 1686 einen Venustrabanten beobachtet zu haben (cf. G.D. Cassini 1685, p. 183). Euler hatte wohl von der vermeintlichen Entdeckung eines Venustrabanten durch Short erfahren und das in einem seiner nicht erhalten gebliebenen Briefe an Bernoulli erwähnt (cf. Short 1741; Maupertuis 1744).
- [19] Cf. Brief Nr. 12, Anm. 20.
- [20] Für das Jahr 1745 stellte die Berliner Akademie ihre erste Preisfrage: *Sur l'électricité*.
- [21] Das Postskriptum steht auf der ersten Manuskriptseite neben der Anrede.

## 70

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, Anfang 1745

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Ew. HEdgb. beweisen mir alzeit so viel liebe und freundschaft, daß ich nicht genug dafür dancken kan. Von unseren pensionen hab ich *dato* noch wenig hoffnung; wan ich aber einmahl etwas bekommen solte, werde ich mir die ehr geben dem H. Graffen (Aleksej) Rasumofski meine dankbarkeit darüber zu bezeügen, und bin ich Ihnen vor diese adresse sehr verbunden; ich kan mich nicht mehr resolvieren so oft und viel zu dancken und niemahls nichts zu empfangen. Der H. (G.W.) Kraft hat mir auß Tübingen geschrieben, daß man ihne auch mit einer pension von 100 Rubel gratificiert<sup>[1]</sup>; Es ist freylich eine gute politic auff diese weiß *emissarios* in die welt außzusenden, die das lob des Rußischen Reichs außbreiten; allein die leüt wollen es nicht mehr glauben; der H. (J.S.) Koenig von Bern hat mir unterschiedene extract von schreiben geschickt, da man auß Rusland das aller Barbarestelands macht, und kan gewislich dieser ruff dem Reich einen unwiederbringlichen schaden verursachen; ich hab ihm alles umständlich wiederlegt; ich zweiffle aber ihm persuadiert zu haben<sup>[2]</sup>.

Den IX<sup>ten</sup> *tomum Comm[entariorum] Petrop[olitanorum]* hab ich noch nicht empfangen; es nimt mich wunder daß man meines Vatters *Hydrodynamica* hat darein inserieren mögen, indeme ja dieselbe schon anderwärts getruckt worden<sup>[3]</sup>.

Wan unsere pensionen wieder verhoffen solten bej diesem neuen jahr ausbezahlt werden, und H. (Johannes) Stehelin bereits verreyt wäre, bitte meine pension durch den nehmlichen canal einzuziehen, deßen Sie sich bedienen werden.

Sie werden den H. Maupertuis nun wieder in Berlin sehen; solcher ist auch einige zeit in Basel gewest<sup>[4]</sup>; es scheint er wolle nun völlig ein Hoff-Man werden; er hat mir discours-weiß erzehlt, Sie haben ihm Dero *Systema cometarum* durch die post geschickt<sup>[5]</sup> und hab ihn der porto, wan ich mich recht erinnere, 160 Livres gekostet; ich sehe aber auß Ew. HEdgb. brieff daß er selber schuld daran gewesen. Ich werde diese dissertation *de cometis* mit vielen frewden und erkantlichkeit empfangen; Sie werden mich sehr obligieren, wan Sie Dero freundschaftt und liberalitet weiters treiben und ein exemplar von Dero translation des H. Robins tractat mit Dero *notis* darzuthun wollen<sup>[6]</sup>; mein gout führt mich sonderlich auff die *physico-mechanica*. Man hat mich auch berichtet als wan Sie hätten Dero dissertation *de magnete* trucken laßen, welche ich gleichfahls sehr gern sehen möchte<sup>[7]</sup>; ich gestehe daß ich viel über diese materi meditiert habe, aber mir niemahls hab satisfacieren können.

Es nimt mich wunder ob Sie in Berlin bej Ihrer Societet einige pieces von einiger wichtigkeit *de electricitate* bekommen haben; wan Sie ferners solten *quaestiones* ausschreiben und solche von einer anderen natur sejn, als diese, werde ich ein andermahl auch mein glück tentieren<sup>[8]</sup>.

Man hat mir viel ehr angethan meine überschickte piece für die erste in Dero *Acta* zu inserieren; ich weiß nicht ob solche auff latein oder frantzösisch getruckt worden; in dem ersteren fahl, wäre es mir leyd jemand die mühe verursacht zu haben solche zu translatieren<sup>[9]</sup>.

Ich weiß nicht ob ich Ew. HEdgb. schon gemeldet daß mir der H. Bousquet wegen Dero *Introduction ad calculum infinitesimalem* geschrieben, es habe ihm der H. Cramer von Genff einen gleichen tractat zum truck offeriert und hat mein mejnung verlangt ob man nicht könnte auß bejden tractaten ein *opus* machen; ich hab ihm geantwortet ich glaube nicht, daß Sie diese proposition genehm halten wurden und er solle sich gar kein bedencken machen bejde tractat à part zu trucken; es werde ihm am debit nicht fehlen. Ich weiß nicht worzu der H. Bousquet sich nun resolvirt hat<sup>[10]</sup>.

Ich hatte auch gefunden in meines Vatters *problemate*, daß *pro medio resistente in ratione velocitatum* der *angulus quaesitus* alzeit *semirectus* seje; er hat mir es aber nicht glauben wollen; Dero brieff hab ich demselben überlüffert<sup>[11]</sup>. Ich glaube nicht von meiner naher Paris für dieses jahr überschickten piece gesagt zu haben, daß sie der vorgegebenen frage ein vollkommenes genügen leiste; ich hätte wieder meine mejnung geredt; ich glaub vielmehr daß *ratione quaestionis de cognoscenda directione horizontali aut verticali, cum superficies maris non apparet*, meine methode noch sehr unvollkommen ist; doch bin ich einiger maaßen persuadiert, daß niemand eine beßere methode geben wird<sup>[12]</sup>.

Ich halte die bishero gegebene *explicationes physicas caudae cometarum* für sehr ungewiß; sonderlich aber dunckt mich sehr schwär zu explicieren wie die *longitudo caudae* den *diametrum cometae* viel 1000 mahl übertreffen könne. Ich sehe auch nicht wie solches *a refractione radiorum* könne expliciert werden; in dieser *hypothesi* wurde auch schwär sejn zu explicieren, warumb die *cauda* alzeit *directionem a Sole fere recta aversam* habe. Es ist mir eingefallen ob nicht die *cauda* von einer würcklichen *inflammatione corticis externi in corpore cometae*

herkomme, so daß die *cauda lumine proprio* scheine; ich gestehe aber gern daß diese meynung auch nicht sonderlich wahrscheinlich ist. Es ist merckwürdig, daß der *axis major* noch so gros gewesen als der *axis minor*: es nimt mich wunder, was der *axis major* für eine position gehabt; solte er *versus centrum Solis* dirigiert gewesen seyn, könnte man muthmaßen, daß die *inaequalitas gravitationis partium versus Solem* daran schuld gewesen, als wie man bey dem *aestu maris* zeigt; allein die *gravitatio partium versus centrum cometæ* müste sehr klein supponiert werden. Ich weiß nicht ob man ein *motum circa axem in cometa* observiert hat; in diesem fahl könnte man auch conjicieren, daß die *inaequalitas axium a velocissimo motu diurno* hergekommen, und wäre darbey zu glauben, daß leicht eine *relatio inter motum diurnum et excentricitatem orbitæ* seyn könnte<sup>[13]</sup>.

Es frewet mich, daß Ew. HEdgb. von meiner newen manier *simul* zu den *valoribus* vieler *incognitarum per totidem aequationes mixtas determinatarum* zu appropinquieren, einiges vergnügen bezeügen. Ich habe seithero auch observiert, daß diese methode oft mit nutzen kan angewendet werden; der grund darvon ist freylich nicht schwär einzusehen; doch bin ich nicht *methodo directa* dahin geführt worden. In dem 2<sup>ten</sup> tom. *Comm[entariorum] Petrop[olitanorum]* hab ich eine methode *appropinquandi ad radicem aequationis qualiscunque*<sup>[14]</sup>; ich hab nemlich der aequation diese form gegeben  $x = F(x)$ , und gesetzt einen *valorem arbitrium pro x in F(x)* und was alsdan herauskomt nimt man wieder an *pro x* und so weiter; da nun einer *aequationi datae infinitis modis* die form  $x = F(x)$  kan gegeben werden, so war die frag, welche die beste ist, da dan gleich erhellet daß diejenige die beste seyn wird, *quæ facit*  $dF(x) = 0$ , und hab ich nachgehends diese *methodum ad plures incognitas* extendiert; Es ist also merckwürdig daß diese manier auff vielerley weiß kan herausgebracht werden, welches ein *indicium* ist daß sie vor anderen methoden meritiert consideriert zu werden, sonderlich da sie sich extendiert auff alle aequationen, da man kan  $F(x)$  *ex data x* ausrechnen, und also trefflich ist für die aequationen, da *quantitates logarithmicales, arcus circulares, sinus* etc. sich befinden, weil man hierzu die *tabulas* gebrauchen kan. Man kan auch *formulas* geben, welche noch accurater sind, als diejenige welche ich Ihnen überschrieben, worvon ich als ein exempel geben will, wan nur eine *incognita* ist: *sit*  $\Xi$  *qualiscunque functio incognitæ x sitque*  $\Xi = 0$ ; *sit radix aequationis propemodum*  $= \alpha$ ; *differentietur aequatio proposita postque differentiationem ponatur*  $x = \alpha$ ; *fiat sic*  $d\Xi = m dx$ ; *dein differentietur aequatio secunda vice posita dx constante, ponaturque rursus*  $x = \alpha$ , *fiatque sic*  $dd\Xi = n dx^2$ , *erit valde prope*

$$x = \alpha - \frac{2m\Xi}{2mm - n\Xi};$$

*in hac autem formula intelligitur per*  $\Xi$  *illa quantitas quæ prodit pro*  $\Xi$  *cum ponitur*  $x = \alpha$ . Diese methode hat auch diese praerogative, daß man zu allen *radicibus* appropinquieren kan, nachdeme ich selbige einmahl *propemodum aliunde* deduciert und erkennt habe<sup>[15]</sup>.

Newlich hab ich ein *theoremata* observiert, welches zwar leicht zu demonstrieren ist, doch aber einiger maaßen curios scheinen kan. *Sit x qualiscunque numerus ra-*



*tionalis intelligaturque per  $F(x)$  functio qualiscunque rationalis ipsius  $x$ , ita ut sit*

$$F(x) = a + bx + cxx + dx^3 + \text{etc.}$$

*Sit  $n$  numerus integer qualiscunque affirmativus, modo sit major quam exponens maximae dignitatis ipsius  $x$  in functione proposita; his positis wird man alzeit finden<sup>[16]</sup>*

$$\begin{aligned} F(x) = nF(x-1) & - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} F(x-2) + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} F(x-3) \\ & - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} F(x-4) + \text{etc.} \end{aligned}$$

Wan von Petersburg etwas interessantes einlieffe, bitte mich solches gleich zu berichten. Ich glaub daß bej gegenwärtigen conjuncturen, der H. Maupertuis wenig trost am Berlinischen hoff wird gefunden haben. Es nimt mich wunder, ob er sich mit Ihnen viel in mathematische raisonnemens eingelaßen hat. Mit mir hat er etliche mahl von seiner methode *de minimis crepusculis* disputiert und vermeinte er eine *radicem realem* gefunden zu haben, die in der gewöhnlichen formul nicht enthalten wäre, welches ich ihme contestiert; doch hab ich ihn niemahls recht verstehen können<sup>[17]</sup>.

Hiemit empfehle ich mich Denselben und Dero geehrtesten familien und verbleibe mit aller wahren hochachtung und aufrichtigkeit

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster D[iener]

Daniel Bernoulli

P. S. Wegen inhalt bejligendes zeduleins bitte Sie mit gelegenheit sich von Petersburg aus zu informieren. Das present meritierte gewis wohl eine antwort; vielleicht ist es nicht presentiert worden<sup>[18]</sup>.

### Übersetzung

>...<

Sie beweisen mir stets so viel Liebe und Freundschaft, dass ich mich nicht genug dafür bedanken kann. Hinsichtlich unserer Pensionen habe ich zur Stunde noch wenig Hoffnung. Sollte ich aber doch einmal etwas bekommen, so würde ich mich beehren, dem Grafen <Aleksej> Razumovskij dafür meine Dankbarkeit zu bezeugen, und Ihnen bin ich für diese Adresse sehr verbunden. Ich kann mich nicht weiter dazu entschliessen, so oft und so viel zu danken, ohne jemals etwas zu erhalten. Herr <G.W.> Krafft hat mir aus Tübingen geschrieben, man sei auch ihm mit einer Pension von 100 Rubeln entgegengekommen<sup>[1]</sup>. Es ist allerdings eine kluge Politik, auf diese Weise Sendboten in die Welt zu schicken, die das Lob des Russischen Reiches verbreiten – allein die Leute wollen es nicht mehr glauben. Herr



⟨J.S.⟩ König von Bern liess mir verschiedene Auszüge von Briefen zukommen, in welchen man Russland zum barbarischsten Land macht, und dieser Ruf kann dem Reich unwiederbringlichen Schaden verursachen. Ich habe ihm alles ausführlich widerlegt, doch zweifle ich daran, ihn überzeugt zu haben<sup>[2]</sup>.

Den 9. Band der *Petersburger Commentarii* habe ich noch nicht erhalten. Es wundert mich, dass man darin die *Hydraulik* meines Vaters abgedruckt hat, da diese ja schon andernorts publiziert worden ist<sup>[3]</sup>.

Falls unsere Pensionen wider Erwarten an diesem Jahresanfang ausbezahlt werden sollten und Herr ⟨Johannes⟩ Stähelin bereits abgereist wäre, so bitte ich Sie, meine Pension auf demselben Weg einzuziehen, dessen Sie sich bedienen werden.

Sie werden Herrn Maupertuis nun in Berlin wiedersehen; er war auch einige Zeit in Basel<sup>[4]</sup>, und es macht den Anschein, er wolle nun gänzlich ein Höfling werden. Er erzählte mir beiläufig, Sie hätten ihm Ihr *Kometensystem* per Post geschickt<sup>[5]</sup>, und das Porto habe ihn – wenn ich mich recht erinnere – 160 Livres gekostet. Aus Ihrem Brief ersehe ich jedoch, dass er selbst schuld daran war. Diese Abhandlung über die Kometen werde ich mit viel Freude und Erkenntlichkeit in Empfang nehmen. Sie würden mich sehr verpflichten, wenn Sie Ihre Freundschaft und Grosszügigkeit noch weiter treiben und ein Exemplar Ihrer Übersetzung von Herrn Robins' Traktat mit Ihren Anmerkungen dazu legen wollten<sup>[6]</sup>. Mein Geschmack führt mich besonders zu physischen und mechanischen Fragen. Man hat mir auch berichtet, Sie hätten Ihre Preisschrift über den Magneten drucken lassen, die ich gleichfalls sehr gerne sehen möchte<sup>[7]</sup>. Ich bekenne, dass ich zwar viel über diesen Gegenstand nachgedacht habe, mir selbst jedoch damit nie genügen konnte.

Ich bin gespannt, ob Sie in Ihrer Berliner Sozietät einige Preisschriften von Wichtigkeit über die Elektrizität erhalten haben. Sollten Sie weiterhin Preisfragen ausschreiben und wären sie anderer Natur als diese, so würde ich ein andermal auch mein Glück versuchen<sup>[8]</sup>.

Man hat mir viel Ehre erwiesen, meine eingesandte Abhandlung an erster Stelle in Ihren Verhandlungen zu bringen. Ich weiss nicht, ob diese lateinisch oder französisch gedruckt werden; im ersteren Fall wäre es mir leid, jemandem die Mühe der Übersetzung verursacht zu haben<sup>[9]</sup>.

Ich weiss nicht, ob ich Ihnen schon gemeldet habe, dass mir Herr Bousquet wegen Ihrer *Einleitung in die Analysis des Unendlichen* geschrieben hat, Herr Cramer in Genf habe ihm eine ähnliche Abhandlung zum Druck angeboten; er erbat meine Meinung darüber, ob man nicht aus beiden Abhandlungen ein einziges Werk machen könnte. Ich antwortete ihm, ich glaubte nicht, dass Ihnen dieser Vorschlag genehm sein würde, und er solle keinerlei Bedenken tragen, beide Traktate separat zu drucken; am Absatz werde es schon nicht fehlen. Ich weiss nicht, wozu Herr Bousquet sich nun entschlossen hat<sup>[10]</sup>.

Im Problem meines Vaters hatte ich auch gefunden, dass für ein im Verhältnis der Geschwindigkeiten widerstehendes Medium der gesuchte Winkel immer ein halber rechter ist, doch er wollte es mir nicht glauben. Ihren Brief habe ich ihm ausgehändigt<sup>[11]</sup>. Ich glaube nicht, von meiner für dieses Jahr nach Paris geschickten Preisschrift gesagt zu haben, sie leiste der vorgegebenen Frage ein vollkommenes

Genüge, denn ich hätte gegen meine Meinung gesprochen. Vielmehr glaube ich, dass bezüglich der Frage, die horizontale oder vertikale Richtung zu bestimmen, wenn der Meeresspiegel unsichtbar ist, meine Methode noch sehr unvollkommen ist. Jedoch bin ich einigermaßen davon überzeugt, dass niemand eine bessere Methode angeben wird<sup>[12]</sup>.

Die bis jetzt gegebenen physikalischen Erklärungen des Schweifs der Kometen halte ich für sehr ungewiss, doch besonders schwer zu erklären dünkt mich, wie die Länge des Schweifs den Durchmesser des Kometen um viele 1000 Male übertreffen kann. Auch sehe ich nicht, wie das durch die Strahlenbrechung erklärt werden könnte; in dieser Hypothese wäre auch schwer zu erklären, warum der Schweif immer eine der Sonne fast geradlinig entgegengesetzte Richtung einnimmt. Ich hatte den Einfall, ob der Schweif nicht von einem wirklichen Aufflammen der äusseren Schicht im Kometenkörper herrühre, so dass der Schweif durch eigenes Licht leuchtet. Ich räume aber gern ein, dass diese Meinung auch nicht besonders wahrscheinlich ist. Es ist merkwürdig, dass die grosse Achse doppelt so gross war wie die kleine, und ich wüsste gern, welche Lage die grosse Achse hatte. Sollte sie gegen das Zentrum der Sonne gerichtet gewesen sein, so könnte man vermuten, dass die Ungleichheit der Gravitation der Teile zur Sonne hin die Ursache war, wie man es bei den Gezeiten nachweist, allein die Gravitation der Teile zum Zentrum des Kometen hin müsste als sehr klein angenommen werden. Ich weiss nicht, ob man beim Kometen eine Bewegung um seine Achse beobachtet hat. In diesem Fall könnte man auch vermuten, dass die Ungleichheit der Achsen von einer äusserst schnellen täglichen Bewegung stammte, und dabei wäre zu bedenken, dass ohne weiteres eine Beziehung zwischen der täglichen Bewegung und der Exzentrizität der Bahn bestehen könnte<sup>[13]</sup>.

Es freut mich, dass Sie einiges Vergnügen bezeugen über meine neue Art, die Werte vieler Unbekannter, die durch ebenso viele gemischte Gleichungen bestimmt sind, gleichzeitig anzunähern. Seitdem habe ich auch bemerkt, dass diese Methode oft mit Nutzen angewendet werden kann. Der Grund dafür ist freilich nicht schwer einzusehen; doch bin ich nicht mit einer direkten Methode dazu gelangt. Im 2. Band der *Petersburger Commentarii* habe ich eine Methode angegeben, die Wurzel einer beliebigen Gleichung anzunähern<sup>[14]</sup>. Ich gab der Gleichung nämlich die Form  $x = F(x)$  und setzte für  $x$  einen willkürlichen Wert in  $F(x)$  ein, und was dann herauskommt, nimmt man wieder für  $x$  an und so weiter. Da nun einer gegebenen Gleichung auf unendlich viele Arten die Form  $x = F(x)$  gegeben werden kann, so war die Frage bloss, welche die beste ist, und es wird sofort klar, dass diejenige die beste sein wird, welche  $dF(x) = 0$  macht; nachträglich habe ich diese Methode auf mehrere Unbekannte ausgedehnt. Es ist also bemerkenswert, dass diese Art auf mancherlei Weise herausgebracht werden kann, und das ist ein Indiz dafür, dass sie vor anderen Methoden betrachtet zu werden verdient, besonders weil sie sich auf alle Gleichungen ausdehnen lässt, wo man  $F(x)$  aus einem gegebenen  $x$  ausrechnen kann, und somit vorteilhaft ist für die Gleichungen, in welchen logarithmische Grössen, Kreisbogen, Sinus etc. vorkommen, da man dazu die Tafeln verwenden kann. Man kann auch Formeln angeben, die noch genauer sind als

diejenigen, die ich Ihnen geschrieben habe. Davon möchte ich ein Beispiel geben, wenn nur eine Unbekannte vorliegt:  $\Xi$  sei eine beliebige Funktion der Unbekannten  $x$ , und es sei  $\Xi = 0$ ; ferner sei die Wurzel der Gleichung ungefähr  $= \alpha$ ; man differenziere die vorliegende Gleichung und setze nach der Differentiation  $x = \alpha$ ; so wird  $d\Xi = m dx$ ; nachher differenziere man die Gleichung ein zweites Mal, indem man  $dx$  konstant setzt und wiederum  $x = \alpha$ , so ergibt sich  $dd\Xi = n dx^2$ , und es wird in sehr guter Näherung

$$x = \alpha - \frac{2m\Xi}{2mm - n\Xi}.$$

In dieser Formel versteht man unter  $\Xi$  jene Grösse, die sich ergibt, wenn man  $x = \alpha$  setzt. Diese Methode bietet auch den Vorzug, dass man alle Wurzeln annähern kann, nachdem ich diese einmal auf anderem Wege ungefähr deduziert und erkannt habe<sup>[15]</sup>.

Kürzlich habe ich ein Theorem bemerkt, das zwar leicht zu beweisen ist, jedoch einigermassen merkwürdig scheinen kann. Sei  $x$  eine beliebige rationale Zahl und versteht man unter  $F(x)$  eine beliebige rationale Funktion von  $x$ , so dass gilt

$$F(x) = a + bx + cxx + dx^3 + \text{etc.}$$

Sei nun  $n$  eine beliebige positive ganze Zahl, nur grösser als der Exponent der höchsten Potenz von  $x$  in der vorgegebenen Funktion, so findet man unter diesen Voraussetzungen immer<sup>[16]</sup>

$$\begin{aligned} F(x) = nF(x-1) &- \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} F(x-2) + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} F(x-3) \\ &- \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} F(x-4) + \text{etc.} \end{aligned}$$

Wenn aus Petersburg etwas Interessantes einträte, so berichten Sie es mir bitte sofort. Ich glaube, dass Herr Maupertuis bei den gegenwärtigen Umständen wenig Trost am Berliner Hof gefunden haben wird. Ich frage mich, ob er sich mit Ihnen viel in mathematische Diskussionen eingelassen hat. Mit mir hat er einige Male über seine Methode der kürzesten Dämmerung diskutiert, und er meinte, eine reelle Wurzel gefunden zu haben, die in der gewöhnlichen Formel nicht enthalten sei; ich habe das bestritten, doch habe ich ihn nie richtig verstehen können<sup>[17]</sup>.

Hiermit grüsse ich Sie und Ihre verehrte Familie freundlich und verbleibe in aller Hochachtung und Aufrichtigkeit

$\rangle \dots \langle$

Daniel Bernoulli

P.S. Was den Inhalt des beiliegenden Zettels betrifft, bitte ich Sie, sich bei Gelegenheit von Petersburg aus zu informieren. Das Präsent verdiente sicher eine Antwort; vielleicht ist es nicht ausgehändigt worden<sup>[18]</sup>.

- R 157 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers von Ende 1744  
 Basel, Anfang 1745  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 91–92v  
 Publ.: Fuss 2, p. 568–572

- [1] Der hier erwähnte Brief von Krafft an D. Bernoulli ist nicht erhalten geblieben.
- [2] Von der Korrespondenz D. Bernoullis mit J.S. König sind keine Briefe erhalten geblieben.
- [3] Johann Bernoulli hatte seine *Hydraulik* zuerst an Euler geschickt, um sie in den *Petersburger Commentarii* veröffentlichen zu lassen, doch publizierte man diese Zeitschrift mit grosser Verspätung. Als Bernoulli eine Ausgabe seiner *Sämtlichen Werke* vorbereitete, rückte er die *Hydraulik* deshalb unter anderen *ANEKΔOTA* in den vierten und letzten letzten Band ein. Schliesslich wurde die *Hydraulik* in J. Bernoullis *Werken* schon Anfang 1743 gedruckt und in den *Petersburger Commentarii* – in zwei Teilen – erst 1744 und 1747. – Cf. O.IV A, 2, p. 64–67.
- [4] Maupertuis weilte vom 12. September bis zum 4. Oktober 1744 in Basel.
- [5] Cf. Eulers Traktat über die Bewegungen der Planeten und Kometen (E. 66).
- [6] Cf. Eulers Übersetzung des Traktats von Robins (E. 77).
- [7] Eulers Abhandlung über den Magneten (E. 109) wurde erst 1748 als Pariser Preisschrift veröffentlicht.
- [8] Cf. Brief 74, Anm. 13.
- [9] D. Bernoulli hatte seine Abhandlung über die Bewegung mehrerer Körper in einem beweglichen Rohr (1746, DB. 40) bereits in französischer Sprache eingereicht (cf. Brief Nr. 64, Anm. 4 und 6). Sie wurde am 9. Januar 1744 von Naudé in der Akademie vorgelesen (cf. Knobloch 1984, p. 347) und erschien – zusammen mit zwei Abhandlungen von Euler – in der Mathematischen Klasse des ersten Bandes der *Berliner Mémoires* für 1745; dabei wurde Bernoullis Abhandlung im übrigen nicht als erste, sondern als zweite der drei Arbeiten plazierte. Nach dem Entscheid der Akademie vom 5. November 1744 hatte jede Klasse der Akademie die je drei besten Abhandlungen für den ersten Band der *Mémoires* ausgewählt.
- [10] Eulers *Introductio* wurde 1748 von Bousquet separat gedruckt. Das Buch von Cramer, auf das Bernoulli Bezug nimmt, ist vermutlich dessen *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, die erst 1750 im Genfer Verlag von Cramers Cousins erschien.
- [11] Keiner der Briefe, die Euler aus Berlin an J.I Bernoulli schrieb, ist erhalten geblieben.
- [12] Cf. Brief Nr. 68, Anm. 10.
- [13] D. Bernoullis Bemerkungen bezüglich der Achsendimensionen des Kometenkerns und dessen eventuelle Rotation basieren auf höchst zweifelhaften Beobachtungen, da das Auflösungsvermögen der damals besten Teleskope zu gering war, um den winzigen Kometenkern als solchen zu erkennen. Noch heute ist die Beobachtung eines Kometenkerns von der Erde aus selbst mit den besten Instrumenten äusserst schwierig, da die ausgedehnte Koma den winzigen Kern meist vollständig verhüllt und es zudem die Lichtverhältnisse kaum erlauben, Kern, innere und äussere Koma klar voneinander trennen zu können. Daher ist anzunehmen, dass die Bestimmung der Achsen des Kometen von 1744 von den momentanen Kontrastverhältnissen der sich schnell ändernden Struktur der Koma stark beeinflusst bzw. verfälscht wurde und daher *irgendwelche* Achsenverhältnisse der (inneren) Koma gemessen wurden. Cf. Heinsius (1744, p. 31–34 und Tafel I) – eine Schrift, die Euler zustimmend erwähnt (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 70–71, sowie *Eulers Briefwechsel* 3, p. 94). Auf Grund der Struktur der inneren Koma kann allerdings in günstigen Fällen auch mit kleineren Instrumenten eine Rotationsperiode bestimmt werden (z. B. bei ausgeprägten Jets). Abgesehen von den sehr unsicheren Beobachtungsdaten sind D. Bernoullis Vermutungen zum Teil zutreffend. Auch der Mondkörper zeigt mit seiner grossen Halbachse stets zum Erdzentrum, und die Abplattung der Himmelskörper ist tatsächlich eine Folge ihrer Rotation – Bernoulli konnte noch nicht wissen, wie winzig klein Kometenkerne in Wirklichkeit sind und dass deren Form nicht durch ihr entsprechend kleines Schwerfeld bestimmt wird. D. Bernoullis Bemerkung, dass «ohne weiteres eine Beziehung zwischen der täglichen Bewegung und der Exzentrizität der Bahn bestehen könnte», wobei unter «täglicher Bewe-

gung» die Rotationsbewegung des Kometen zu verstehen ist, gäbe höchstens im Kontext der Wirbeltheorie einen Sinn. In Anbetracht des Abfassungsjahres des Briefes wäre diese Interpretation aber gerade bei D. Bernoulli doch höchst erstaunlich.

- [14] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Bewegung von Körpern in Flüssigkeiten (1729, DB. 14a, Pars IV, §§ 6 und 8).
- [15] Übrigens hat das Iterationsverfahren der sukzessiven Approximation eine recht lange Geschichte. Es kann mindestens bis ins 14. Jahrhundert zurückverfolgt werden (cf. Hankel 1874, p. 290f; Juškevič 1964, p. 320–324; Tropfke 1980, p. 510) und geht wahrscheinlich sogar bis ins frühe 12. Jahrhundert zurück. Mit J. Gregory, Newton und anderen fand die Methode schliesslich Eingang in die Analysis zur näherungsweisen Auflösung von Gleichungen höheren Grades.
- [16] Cf. Einleitung III.2.2.3 (Reihentheorie).
- [17] Leider sind keine Briefe von und an D. Bernoulli erhalten, die Maupertuis' Methode zur Bestimmung des Tages der kürzesten Dämmerung betreffen. Maupertuis hatte diese Methode in seiner *Astronomie nautique* (1743, p. 38–42) dargelegt.  
Das Problem besteht darin, für einen gegebenen Ort auf der Erde den Tag der kürzesten (oder längsten) Dämmerung zu bestimmen. Die Dauer der bürgerlichen (bzw. nautischen bzw. astronomischen) Dämmerung ist gegeben durch den Zeitpunkt des Sonnenuntergangs (oder -aufgangs) und jenen, in dem die Sonne  $6^\circ$  (bzw.  $12^\circ$  bzw.  $18^\circ$ ) unter dem Osthorizont steht. Es geht also darum, für eine gegebene geographische Breite den Kleinkreisbogen des scheinbaren Sonnenlaufes zwischen diesen Zeitpunkten zu minimieren (oder zu maximieren), was von der Deklination der Sonne abhängt. Hat man diese für die kürzeste (oder längste) Dämmerung gefunden, lassen sich daraus die beiden entsprechenden Tage des Jahres bestimmen. Dieses scheinbar einfache Problem bereitete grosse Schwierigkeiten, und erst Johann und Jakob Bernoulli fanden 1693 eine einfache Formel zur direkten Berechnung der Sonnendeklination, welche der kürzesten Dämmerung entspricht (cf. J. Bernoulli 1693, JB. 10, p. 29 = JBO 1, p. 64). Die nur verbal formulierte und von D. Bernoulli als «die gewöhnliche Formel» bezeichnete Gleichung lautet in heutiger Notation

$$\sin \delta_{\min} = \tan \frac{\alpha}{2} \sin \varphi,$$

wobei  $\delta_{\min}$  die Sonnendeklination für die beiden Tage der kürzesten Dämmerung,  $\alpha$  die Sonnen-Elevation (sogenannte Depression) für die astronomische Dämmerung (Sonne  $18^\circ$  unter Horizont) und  $\varphi$  die geographische Breite des Beobachtungsortes bezeichnen. Euler leitete diese Formel (vielleicht auf Grund dieses Briefes) mit elementarer sphärischer Trigonometrie her, präsentierte sie jedoch erst 1775 in seiner Abhandlung E. 483. Maupertuis' Methode führt auf eine Gleichung vierten Grades (cf. Brief Nr. 71), von der jedoch nur genau eine Lösung astronomisch (i. e. bei  $\alpha = 18^\circ$ ) möglich ist (cf. Fuss 1784, p. 233–237; Wolf 1869–72, Bd. 2, p. 177–178; 1890–1893, Bd. 1, 2. Halbband, p. 476–477), wobei sich die in der Literatur angegebenen Formeln im Vorzeichen unterscheiden können, je nachdem der Depressionswinkel  $\alpha$  positiv oder negativ genommen wird. D. Bernoulli hat demnach Maupertuis' Behauptung, eine weitere Lösung gefunden zu haben, zu Recht bestritten. – Euler hatte sich schon früher mit dem Problem der kürzesten Dämmerung beschäftigt, wie aus seinem dritten *Notizbuch* (*Petersb. Ms.* Nr. 399, Bl. 45v–46v, 49v), hervorgeht.

- [18] Es ist uns nicht klar, wovon hier die Rede ist.

71

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 20. März 1745

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor!

Ewer HochEdgb. fragen mich an wen ich meine volmacht überschickt meine pensionen von Petersburg einzuziehen; hierauff dienet zur antwort, daß ich dem H. Moula eine quittung überschickt für das jahr 1741, welche dieser noch in handen haben wird<sup>[1]</sup>. Seithero hab ich einmahl dem H. (Johannes) Stähelin geschrieben und ihne gebetten meine pensionen gegen eine quittung einzuziehen und hab ich gedacht es werde genug sejn, wan dieser meinen brieff auffweisen werde<sup>[2]</sup>. Wan Ew. HEdgb. nicht glauben daß solches sufficient seje, bitte mir Derselben raht aus und *in specie* ob es nicht wurde genug sejn, wan ich Ew. HEdgb. eine general-vollmacht schickte meine pensionen nach gutbefinden ohne restriction zu besorgen. Inzwischen aber belieben Sie nach gutachten zu agieren, im fahl es nöhtig wäre, worzu doch biß *dato* noch wenig appare[n]z sehe.

Mit dem 9<sup>ten</sup> tomo der *Comm[entariorum] Petrop[olitanorum]* kan ich wohl warten; ich bin Ew. HEdgb. verbunden für Dero gütige offerte mir diesen *tomum* durch den H. Schuemacher zum voraus zu verschaffen; bitte unterdeßen demselben mein ergebenstes compliment zu machen.

Ich bin viel begieriger des Robins tractat mit Dero herrlichen *notis* zu sehen<sup>[3]</sup>. Ew. HEdgb. werden ohne zweiffel meine reflexionen über diese materi in meiner *Hydrodynamica*, wie auch was ich in den *Commentariis Petrop[olitanis]* darüber geschrieben habe, gelesen haben<sup>[4]</sup>. Die *experimenta*, so in den *Commentariis* stehen, kommen mir auch in vielen stucken sehr paradox vor; ich wolte solche selber nicht garantieren. Ich hab sie, wan ich mich recht erinnere, von dem H. De l'isle empfangen. Dieser wird mehreren und beßeren nachricht darüber geben können; wan Ew. HEdgb. ihne darüber befragen, bitte mir deßen antwort darüber zu communicieren.

Ich weiß nicht, was Ew. HEdgb. für eine theori haben umb zu schließen, daß *aër maxime condensatus*, 1200 mahl mehr elasticitet habe, als *aër qui dicitur naturalis*; ich glaub viel mehr daß deßen *elasticitas veluti infinita* zu censieren seje<sup>[5]</sup>. Die *theoria aëris*, so ich in der *Hydrodynamica* beschrieben, komt mir als die wahrscheinlichste vor, und das ohne einige *philautia*<sup>[6]</sup>; doch will ich Dero *rationes* gern vernehmen, wan Dieselbe eine andere *theoriam* considerieren: mir einmahl ist es sehr wahrscheinlich daß die *elasticitas aëris reciproce* proportional seje, *volumini vacuo ab aëreis particulis relicto*. Von diesem allem aber werde ich mit mehrerem grund raisonnieren können, wan ich des Robin's tractat werde gesehen haben<sup>[7]</sup>.

Sie sagen auch daß der Robins die *resistentiam aëris* annehme *ut*  $v + \frac{vv}{2h}$ ; Ich sehe nicht wie man diese *hypothesin physice* explicieren kan; wan sie aber durch viele *experimenta* confirmiert wird, so wohl *in motibus velocissimis* als *lentissimis*, so will ich sie gelten laßen.



Mit H. Maupertuis hab ich auch oft raisonniert über seine *solutionem problematis de minimo crepusculo*; ich hab zwar leicht demonstriert, daß die bekante *solutiones omnem extensionem* haben und auch beide *formulae*  $x = \frac{r+k}{h} s$  und  $x = \frac{r-k}{h} s$  darin begriffen sejen; ich hab auch gewiesen daß die erste *radix maximum tempus* gebe *ab occasu sideris usque ad reditum ad circulum crepuscularem prope ortum sideris*; er hat mir aber alzeit noch quaestionen darbey gemacht, welche ich die wahrheit zu bekennen niemahls recht verstanden. Des H. Maupertuis final aequation last sich durch  $xx - rr$  dividieren und die *aequatio quadratica post divisionem* hat keine *radicem inutilem*; ich sehe also nicht, daß hierin könne ein irthumb stecken; die *aequatio simplex*, so man nach der genuinen methode findet, muß doch *tacite* die beide *radices*  $x = \frac{r \pm k}{h} s$  enthalten<sup>[8]</sup>.

Ich möchte wissen, wer das erste *praemium de electricitate* erhalten<sup>[9]</sup>.

Ew. HEdgb. meinung *de cauda cometarum* komt mit meiner überein indeme eine würckliche inflammation eben so viel ist als wan man sagt, «daß würcklich kleine theilchen aus der atmosphaer des Cometen herausgetrieben werden». Daß der *axis major cometae* gegen der Sonnen gekehrt gewesen, macht mich schier glauben, man müße die *magnum inaequalitatem utriusque axis* herleiten *ab actione Solis in cometam*, gleichwie der Mond das meer intumescieren macht, worbey man doch sagen müste daß zugleich der comet sich sehr geschwind *circa axem minorem* herumbtrehe<sup>[10]</sup>.

Ew. HEdgb. methodes meine *formulas approximationum* zu demonstrieren differieren au fonds wenig von meiner methode; ich hab meine *formulam* appliciert, die weitläuffige aequation, so ich in *Comm[entariorum] Petrop[olitanorum] tom. 2*, p. 334, consideriert, zu tractieren, da ich dan auch die erste position  $x = 2$  formiert habe, da ich dan *unica operatione* gefunden  $x = 2,56$ , welches resultat durch *methodum loco citato adhibitam* erst *post sex operationes* gefunden. Es kommen aber beide *methodi* mit einander überein, wan man *aequationi propositae secundum methodum in Commentariis adhibitam formam commodissimam* gibt, welches ich damahls nicht betrachtet<sup>[11]</sup>.

Ew. HEdgb. letstere demonstration *de*

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} \times \int \frac{xx dx}{\sqrt{1-x^4}} \text{ etc.}$$

ist frejlich leichter als die erstere<sup>[12]</sup>.

Die viele *negotia Academica*, welche aber bald zu ende lauffen werden, erlauben mir seit etwas zeits nicht auff mathematische sachen zu dencken und hab ich nur an diesem brieff etliche mahl abbrechen müssen; inzwischen hab ich den betrübten todesfahl von Dero Gel[iebten] H. Vatter seel[ig] vernommen<sup>[13]</sup>. Ich empfinde diesen verlurst nicht nur wegen Ihnen, sondern auch wegen mir selber, indeme mich der H. Pfarrer (Euler) seel[ig] jederzeit recht geliebet und mir sehr viele freundschaft erwiesen. Gott wolle Sie und Dero wertheste familien umb so viel länger in beharlichem selbst-erwünschten wohl-sejn erhalten und Ihnen samtlichen mit



seinem trost bejstehen. Der H. Vatter seel[ig] hat so viel ehr und frewd an Ihnen erlebt, daß deßen gantzes leben nicht kan als über die maaßen glücklich geschätzt werden und hat solches anbej biß auff ein großes alter gebracht, welches alles Ihnen zu mehr[erem] trost dienen soll.

Schlieslichen bitte auch meine condolenz und empfehlung an Dero geehrteste familien zu machen und versichert zu seyn daß ich lebenslang mit möglichster hochachtung verharre

Ew. HEdgb.

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 20. *mart.* 1745.

### Übersetzung

>...<

Sie fragen mich, an wen ich meine Vollmacht zum Einzug meiner Pensionen von Petersburg geschickt habe. Darauf kann ich antworten, dass ich Herrn Moula eine Quittung für das Jahr 1741 geschickt habe, die er noch zur Hand haben wird<sup>[1]</sup>. Seitdem habe ich einmal an Herrn <Johannes> Stähelin geschrieben und ihn gebeten, meine Pensionen gegen Quittung einzuziehen. Ich hielt es für hinreichend, wenn er meinen Brief vorzeigen würde<sup>[2]</sup>. Wenn Sie glauben, dass das nicht ausreicht, so erbitte ich Ihren Rat und frage Sie insbesondere, ob es nicht genügen würde, Ihnen eine Generalvollmacht zur unbeschränkten Besorgung meiner Pensionen nach Gutbefinden zukommen zu lassen. Inzwischen aber handeln Sie nach freiem Ermessen, falls es nötig sein sollte, wozu ich jedoch im Moment keinen Anlass sehe.

Mit dem 9. Band der *Petersburger Commentarii* kann ich gut warten. Ich danke Ihnen für Ihr gütiges Angebot, mir diesen Band durch Herrn Schumacher im voraus zu beschaffen. Bitte lassen Sie diesen inzwischen von mir freundlich grüssen.

Viel begieriger bin ich, Robins' Traktat mit Ihren herrlichen Anmerkungen zu sehen<sup>[3]</sup>. Ohne Zweifel werden Sie meine Reflexionen über diesen Gegenstand in meiner *Hydrodynamik* gelesen haben wie auch das, was ich darüber in den *Petersburger Commentarii* geschrieben habe<sup>[4]</sup>. Die Experimente, die in den *Commentarii* zu lesen sind, kommen auch mir in vielen Stücken sehr paradox vor, und ich möchte diese selber nicht garantieren. Wenn ich mich recht erinnere, habe ich sie von Herrn Delisle erhalten. Dieser wird Ihnen darüber nähere und bessere Auskunft geben können. Sollten Sie ihn danach fragen, so bitte ich Sie, mir seine Antwort mitzuteilen.

Ich weiss nicht, auf Grund welcher Theorie Sie schliessen, dass maximal kondensierte Luft 1200mal mehr Elastizität haben soll als die sogenannte natürliche Luft; vielmehr glaube ich, ihre Elastizität sei gleichsam als unendlich einzuschätzen<sup>[5]</sup>. Die Theorie der Luft, die ich in der *Hydrodynamik* beschrieben habe, kommt

mir als die wahrscheinlichste vor, und das ohne Eigenliebe<sup>[6]</sup>. Doch möchte ich gerne Ihre Gründe kennenlernen, wenn Sie eine andere Theorie in Betracht ziehen. Für mich ist es jedenfalls sehr wahrscheinlich, dass die Elastizität der Luft umgekehrt proportional ist dem leeren Volumen, das die Luftteilchen zurücklassen. Über das alles werde ich jedoch mit besseren Gründen urteilen können, wenn ich den Traktat von Robins gesehen haben werde<sup>[7]</sup>. Sie sagen auch, dass Robins den Luftwiderstand wie  $v + \frac{vv}{2h}$  annehme. Ich sehe nicht, wie man diese Hypothese physikalisch erklären könnte. Sollte sie aber durch viele Experimente – sowohl in sehr schnellen wie auch in sehr langsamen Bewegungen – bestätigt werden, so will ich sie gelten lassen.

Mit Herrn Maupertuis habe ich auch oft über seine Lösung des Problems der kürzesten Dämmerung diskutiert. Zwar habe ich leicht gezeigt, dass die bekannten Lösungen ganz allgemein sind und dass beide Formeln  $x = \frac{r+k}{h} s$  und  $x = \frac{r-k}{h} s$  darin inbegriffen sind. Auch habe ich bewiesen, dass die erste Wurzel die maximale Zeitdauer angibt vom Untergang eines Sterns bis zur Rückkehr zum Dämmerungskreis nahe bei seinem Aufgang. Doch er stellte mir dabei immer wieder Fragen, die ich – um die Wahrheit zu bekennen – nie richtig verstanden habe. Die Schlussgleichung von Herrn Maupertuis lässt sich durch  $xx - rr$  dividieren, und die sich nach der Division ergebende quadratische Gleichung besitzt keine überflüssige Wurzel. Ich sehe also nicht, dass ein Irrtum darin stecken könnte, denn die einfache Gleichung, die man mittels der ursprünglichen Methode findet, muss doch stillschweigend die beiden Wurzeln  $x = \frac{r \pm k}{h} s$  enthalten<sup>[8]</sup>.

Ich wüsste gerne, wer den ersten Preis über die Elektrizität erhalten hat<sup>[9]</sup>.

Ihre Meinung über den Schweif der Kometen stimmt mit der meinigen überein, da eine tatsächliche Inflammation gleichbedeutend ist mit der Aussage, dass wirklich kleine Teilchen aus der Atmosphäre des Kometen herausgetrieben werden. Dass die grosse Achse des Kometen gegen die Sonne gekehrt war, lässt mich fast glauben, man müsse die grosse Ungleichheit beider Achsen auf die Kraftwirkung der Sonne auf den Kometen zurückführen, etwa so wie der Mond das Meer zum Anschwellen bringt, wobei jedoch zu sagen wäre, dass sich der Komet gleichzeitig sehr schnell um die kleinere Achse drehe<sup>[10]</sup>.

Ihre Methoden, meine Näherungsformeln zu beweisen, unterscheiden sich im Grunde wenig von der meinigen. Ich habe meine Formel angewendet, um die umständliche Gleichung, die ich im 2. Band der *Petersburger Commentarii*, p. 334, betrachtet hatte, zu behandeln, wo ich zuerst  $x = 2$  gesetzt und dann mit einer einzigen Operation  $x = 2.56$  gefunden habe – ein Resultat, das ich mit meiner an der angegebenen Stelle angewandten Methode erst nach sechs Operationen finden konnte. Beide Methoden stimmen jedoch miteinander überein, wenn man der vorgegebenen Gleichung gemäss der in den *Commentarii* angewandten Methode die bequemste Form gibt, was ich damals nicht betrachtet hatte<sup>[11]</sup>.

Ihr zuletzt gegebener Beweis von

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} \times \int \frac{xx \, dx}{\sqrt{1-x^4}} \text{ etc.}$$

ist wirklich leichter als der erste<sup>[12]</sup>.

Die vielen akademischen Geschäfte, die jedoch bald zu Ende gehen werden, gestatten mir seit einiger Zeit nicht, an Mathematisches zu denken, und ich musste nur schon diesen Brief etliche Male unterbrechen. Inzwischen habe ich von dem traurigen Hinschied Ihres geliebten Herrn Vaters Kenntnis erhalten<sup>[13]</sup>. Mich schmerzt dieser Verlust nicht nur Ihret-, sondern auch meinewegen, da mich der verstorbene Herr Pfarrer (Euler) jederzeit recht geliebt und mir sehr viel Freundschaft erwiesen hat. Gott möge Sie und Ihre liebe Familie um so viel länger nach Ihrem eigenen Wunsch in beständigem Wohlbefinden erhalten und Ihnen allen mit seinem Trost beistehen. Ihr Vater hat soviel Ehre und Freude an Ihnen erlebt, dass sein ganzes Leben nicht anders als ausnehmend glücklich genannt werden kann, und er hat es dazu auf ein hohes Alter gebracht. Das alles soll Ihnen zu noch grösserem Trost gereichen.

Abschliessend bitte ich Sie, Ihrer geehrten Familie meine Kondolenz und meine Grüsse weiterzugeben und versichert zu sein, dass ich lebenslang mit grösstmöglicher Hochachtung verbleibe

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 20. März 1745.

R 158 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Februar 1745  
 Basel, 20. März 1745  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 100–101v  
 Publ.: Fuss 2, p. 573–575

- [1] Von der Korrespondenz D. Bernoullis mit Mouton ist kein Brief erhalten geblieben. – Cf. Brief Nr. 56, Anm. 7.
- [2] Von der Korrespondenz D. Bernoullis mit Johannes Stähelin ist kein Brief erhalten geblieben.
- [3] Cf. Eulers kommentierte Übersetzung des Traktats von Robins (E. 77).
- [4] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Bewegung von Körpern in Flüssigkeiten (1729, DB. 14a; 1732, DB. 14b).
- [5] Euler untersuchte die Abweichung des Druckes (unter «Elastizität» der Luft oder eines anderen Gases verstand man damals den Druck) vom sogenannten Boyle-Mariotteschen Gesetz bei grosser Kompression – wie sie etwa bei der Explosion von Schiesspulver auftritt – in seinen Anmerkungen 2 und 3 zum 11. Satz des 1. Kapitels von Robins' Traktat (E. 77: O. II, 14, p. 172–176). Hier entwickelte er seine früheren Ideen (cf. E. 7) weiter, und in diesem Kontext taucht auch der Faktor 1200 auf.
- [6] Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik*, Sect. X.
- [7] Cf. *supra* Anm. 3.

- [8] Cf. Maupertuis (1743, p. 39). Unklar bleibt jedoch, was D. Bernoulli unter den «bekannten Lösungen» versteht, welche «ganz allgemein» seien und «beide Formeln» von Maupertuis enthalten sollen. Falls er «die einfache Gleichung, die man mittels der ursprünglichen Methode findet», mit derjenigen von Johann und Jakob Bernoulli, bzw. mit jener von Euler (E. 483) identifiziert, bleibt weiter die Frage, was er mit der «ursprünglichen Methode», diese herzuleiten, wohl meint. In der Literatur findet man zwei prinzipiell voneinander verschiedene Methoden. Bei der einen werden – wie hier bei Maupertuis und vermutlich auch bei Johann I und Jakob Bernoulli – Infinitesimalrechnung und Extremalprinzipien verwendet, die dann auf Gleichungen 4. Grades führen (cf. d’Alembert 1751, p. 455–458; Fuss 1784, p. 233–237; d’Arrest 1857). Die andere benutzt lediglich Formeln der sphärischen Trigonometrie (cf. E. 483; Bohnenberger 1811, p. 78–79; Brünnow 1881, p. 180–183; Stoll 1883; Günther 1890, p. 154–157; Dörrie 1933, p. 370–372; Bigalke 1984, p. 200–203).
- [9] Den Berliner Preis für die Untersuchungen über Elektrizität wurde am 31. Mai 1745 J.S. Waitz, Finanzrat in Kassel, zugesprochen.
- [10] Zur Zeit der Abfassung des vorliegenden Briefes entwickelte Euler seine Theorie der Kometenschweife, die er 1748 publizierte (E. 103). Ein wichtiges Problem bestand darin, einen Mechanismus zu finden, mit welchem erklärt werden konnte, wie die Partikel der Kometenatmosphäre (Koma) in den Schweif transportiert werden. In Anlehnung an Keplers Vorstellungen von der Entstehung der Kometenschweife und unter der (Newtons Theorie des Lichts nahestehenden) Annahme, dass die Sonnenstrahlen aus kleinen Partikeln bestehen, die mit grosser Geschwindigkeit auf die Kometenatmosphäre auftreffen, konnte Euler plausibel erklären, «dass wirklich kleine Teilchen aus der Atmosphäre des Kometen herausgetrieben werden». Damit kam Euler aber in Konflikt mit seiner eigenen Wellentheorie des Lichtes (cf. E. 88), mit der er den Transport der Koma-Teilchen in grosse Distanzen nur unbefriedigend erklären konnte, da dieser so sehr viel Zeit beanspruchen würde (cf. E. 103, O. II, 30, p. 224). Da die Lichtwellen (nach Eulers Ansicht) die Teilchen aber zugleich auch in Vibrationsbewegungen versetzen und dadurch zum Leuchten (zur «Inflammation») anregen können, verfügte Euler über eine Alternative zur scheinbar widersprüchlichen oder zumindest erklärungsbedürftigen Vorstellung, dass die Schweifpartikel von den Partikeln der Sonnenstrahlen sowohl (durch Stösse?) von der Sonne weg getrieben als auch derart *beschienen* würden, dass die (reflektierten?) Sonnenstrahlen – z. B. von der Erde aus – gesehen werden könnten. Vielleicht war sich D. Bernoulli dieser Problematik bewusst und sah deshalb (im Gegensatz zu Euler!) nur in der *Inflammation* eine Möglichkeit, wie die Koma-Teilchen aus der Kometenatmosphäre herausgetrieben werden könnten. – Bezüglich der Kometenachsen cf. Brief Nr. 70, Anm. 13.
- [11] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Bewegung von Körpern in Flüssigkeiten (1729, DB. 14a, Pars IV, § 8) und Brief Nr. 70, p. 629 / 632 h.v.
- [12] Über das die Rechteckselastika betreffende Produkt der beiden elliptischen Integrale hat sich Euler unter anderem in den beiden Briefen an J. I Bernoulli und an N. I Bernoulli vom 31. (20.) Dezember 1738 bzw. vom 1. September 1742 geäussert (cf. O. IV A, 2, p. 267 / 273 und die dazugehörigen Anm. 15, 16 bzw. p. 516 / 526f und Anm. 6). – Infolge des Fehlens der Briefe Eulers an Daniel Bernoulli aus seiner Berliner Zeit können wir nicht entscheiden, was letzterer mit dem «zuletzt gegebenen Beweis» meint. Das «etc.» in D. Bernoullis Formel ist als « $\pi/4$ » zu lesen.
- [13] Leonhard Eulers Vater, Pfarrer Paul Euler, war am 11. März 1745 im Alter von 75 Jahren in Riehen bei Basel verstorben. Im Sommer 1750 übersiedelte seine Witwe, Leonhards Mutter, zu ihrem Sohn nach Berlin, wo sie 1761 im Alter von 83 Jahren starb.

72

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 22. März 1745

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor!

Herr D<sup>r</sup> Bauhin, welcher mir gerühmt Ew. HEdgb. die station so er bekleyden soll, meistens zu verdancken zu haben, hat mich ersucht ihme ein recommendations schreiben an Ew. HEdgb. mitzugeben. Ich hab ihm solches nicht abschlagen können, obschon ich weiß daß Dero ejgene generositet und gutthätigkeit gegen Dero Landsleüt meiner recommendation in diesem fahl wenig überlaßen wird. Doch wird ich deßen ohngeacht alles auff mein conto nehmen, was Sie zu H. D<sup>r</sup> Bauhins *favor* thun werden und in allen gelegenheiten trachten meine danckbarkeit darüber zu bezeügen. Ew. HEdgb. wißen, daß unser H. *Doctor* von einer unserer besten familien entsproßen, welche aber in sehr unglückliche umbständ gerahten; der kummer und verdruß möchten wohl denselben außer stand gesetzt haben sich *in studio Medico* so weit zu perfectionieren als er sonsten wurde gethan haben; allein *fabricando fabri fimus*, und hoffe ich man werde mit der zeit ein satsames vergnügen von ihm haben, wan man nur anfangs denselben mit einiger complaisance ansihet und ihme mit raht bejstehet.

Sonsten habe ich die ehr gehabt vorgestern *per* die post zu schreiben. Der *Notarius Academicus* hat mich ersucht, des H. Vatters seel[ig] Erben zu insinuieren daß sie die theilung nicht ohne sein bejsejn unternehmen solten, weilen Ew. HEdgb. das burgerrecht verlohren, mithin den zehenden pfenning *per* abzug der Obrigkeit abzustatten haben, so das eine obrigkeitliche person bej der theilung sejn müße; ich hab ihm aber sein begehren noch nicht zugestanden; Sie werden diesen vexationen wohl vorkommen können und ich werde mich allervorderst entweder mit H. Pfarrer Nörbel oder H. Gengenbach unterreden und sehen wie man die sach zu Dero *favor* abmachen müße.

Dieses in eyl. Ich verbl[eibe] mit aller hochachtung

Ewer HochEdelgebohrnen  
dienstwilligster D[iener]

Daniel Bernoulli

Basel den 22. *mart.* 1745.

### Übersetzung

>...<

Dr. Bauhin, der sich mir gegenüber gerühmt hat, die Stelle, die er antreten soll, hauptsächlich Ihnen zu verdanken, ersuchte mich, ihm ein Empfehlungsschreiben an Sie mitzugeben. Ich konnte ihm das nicht abschlagen, obschon ich weiss, dass Ihre eigene Grosszügigkeit und Wohltätigkeit gegenüber Ihren Landsleuten im vorliegenden Fall meiner Empfehlung kaum bedarf. Dessen ungeachtet werde ich jedoch alles auf mein Konto nehmen, was Sie zugunsten von Dr. Bauhin unternehmen werden, und bei jeder Gelegenheit danach trachten, Ihnen dafür meine Dankbarkeit zu bezeugen. Sie wissen, dass unser Doktor ein Sprössling einer unserer besten Familien ist, die jedoch in sehr unglückliche Umstände geraten ist. Kummer und Verdruss mögen ihn wohl daran gehindert haben, sich im Medizinstudium so weit zu vervollkommen, wie er es sonst getan haben würde. Allein – nur durch Arbeit werden wir Meister, und ich hoffe, man wird mit der Zeit viel Freude an ihm haben, wenn man ihn nur anfänglich einigermaßen wohlwollend behandelt und ihm mit gutem Rat beisteht.

im Übrigen hatte ich vorgestern die Ehre, Ihnen auch per Post zu schreiben. Der Universitätsnotar hat mich ersucht, die Erben Ihres seligen Vaters anzuweisen, die Erbteilung nicht ohne seine Präsenz vorzunehmen, weil Sie das Bürgerrecht verloren und somit der Obrigkeit einen Abzug von einem Zehntel zu entrichten haben, so dass eine Amtsperson bei der Teilung anwesend sein muss. Sein Begehren habe ich ihm aber noch nicht zugestanden. Sie werden diesen Verdriesslichkeiten wohl einen Riegel vorschieben können; ich werde zuallererst entweder mit Pfarrer Nörbel oder Herrn Gengenbach reden und sehen, wie man die Sache zu Ihren Gunsten anpacken muss.

Das in Eile.

Ich verbleibe mit aller Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 22. März 1745.

R 159 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, 22. März 1745

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 102–102v, 103v

73

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 7. Juli 1745

HochEdelgebohrner

Hoch-geehrtester Herr Professor

Die geschäffte, welche sich bey der resignation des Rectorats überhäuffen, haben mich gezwungen Dero letsteres so lang unbeantwortet zu laßen<sup>[1]</sup>. Es nimt mich wunder, ob und wie man mit H. D<sup>r</sup> Bauhin zu frieden ist, indeme er so wohl *in litteris* überhaupt als in der medecin sehr schwach ist; dieses seje aber unter uns gesagt. Ich glaub daß der H. Ramspeck bald wird naher Berlin kommen; er wurde einen solchen dienst nicht nur mit mehreren ehren als H. D<sup>r</sup> Bauhin, sondern auch als viele *consummati Medici*, versehen, und ist er anbej ein recht gelehrter man, der sich bey unseren vacierenden Professionen viel ehr erworben; seine eintzige meriten machen daß ich mich für ihn interessiere.

Ew. HEdgb. werden ohne zweiffel wißen, daß der H. (Johannes) Stähelin vor ungefehr 4 wochen alhier ankommen ist<sup>[2]</sup>. Ich möchte gern wißen, wo nunmehr der H. Moula eigentlich sich befindet und was er doch mit meiner quittung von meiner Petersburger Pension für das jahr 1741 gemacht, da ich ihn etliche mahl gebeten mir solche wieder zuruck zu schicken, ohne daß ich jemahls darüber *positive* antwort erhalten habe<sup>[3]</sup>.

Der H. Maupertuis wird laut seinen letsteren brieffen in 3 à 4 wochen naher Berlin verreÿsen, umb dorten die stelle eines Praesidenten von der Academie zu vertreten; dieses macht mich hoffen daß es noch gut mit der Academi gehen werde, weilen der H. Maupertuis gar wohl an dem gantzen Hoff gelitten ist und sich gewiß eine ehr daraus machen wird die Academie empor zu schwingen; er hat ein generos gemüht und noble absichten. Dieses Zeügnus muß ich ihm geben, wan schon unser freundschaft zimlich erkaltet wo nicht gar verloschen ist. Er hat auch eine sonderbahre hochachtung für Ew. HEdgb. aufnehmende merites, worzu ich vielleicht etwas bejgetragen, dan er nimt sich nicht die mühe durch sich selbst dergleichen sachen zu untersuchen, welches die ursach ist, daß er auch wohl eine sonderbahre estime für gantz unwürdige leüt fast. Da er das letste mahl in Basel gewest<sup>[4]</sup>, hat er mir alzeit ein *miraculum miraculorum* gemacht auß einem jungen D'Alambert, welcher eine *Mechanicam* und *Hydrodynamicam* hatte drucken laßen<sup>[5]</sup>, biß ich endlich sagte, es seje nicht möglich in diesen wißenschafften in dem 20<sup>sten</sup> jahr seines alters alle *principia* einzusehen und so gar wunderbahre progressen zu machen<sup>[6]</sup>: unterdeßen hat mich dieses bewogen mir obbemeldete wercke anzuschaffen, und hab mit verwunderung gesehen, daß außert einigen wenigen sachen in seiner *Hydrodynamica* nichts als eine impertinente suffisance hervorleüchte; seine *criteria* sind bisweilen recht puerilisch und zeigen nicht nur, daß er kein sonderbahrer man ist, sondern so gar daß er es niemahls werden wird, indeme seine praesumption viel zu gros umb von anderen leüten, und seine eigene einsichten viel zu gering umb von sich selbst etwas sonderliches zu lehrnen. Bej der *reactione aquae ex vase erumpentis* refutiert er mich auch; *de motu aquarum per plura foramina transflu-*



*entium*<sup>[7]</sup> refutiert er mich wieder und meint *velocitas* seje *eadem, ac si per simplex foramen efflueret* und an vielen anderen orten refutiert er mich, aber zugleich, welches mich frewet, die berühmteste männer macht er sich kein bedencken als des petits garçons zu kritisieren; wan er meine raisonnemens nicht verstanden oder nicht hat untersuchen wollen, so hätten doch meine *experimenta* ihne ein wenig zuruck halten sollen. Den *situm aequilibrii corporum humido insidentium* hat er auch falsch determiniert etc. Ew. HEdgb. sejen doch so gut und durchgehen diese *opera* und sagen mir Dero mejnung darüber; Man solte doch darauff bedacht sejn zum behuff der wahren wißenschaften dergleichen junge lappi von ihren alzufreÿen critiques abzuhalten oder zum wenigsten zu verhindern daß sie keine impression machen. Sonsten hat der H. D'Alembert mit obligeanten termes mich refutiert, so daß ich nicht anderst kan, als wegen meinem personal sehr wohl mit ihme zu frieden zu sejn.

Ew. HEdgb. werden vielleicht erfahren haben, daß das letstere *praemium*, für welches ich concurrirt, auch ist ausgesetzt worden<sup>[8]</sup>; ich glaube schier, daß bej diesen kriegszeiten das gelt nicht da ist. Wer hat das *praemium de electricitate* in Berlin erhalten<sup>[9]</sup>? Wan man wiederumb eine quaestion außschreiben solte, welche mit mehreren gründen könnte tractiert werden, so wolte ich gern mein heÿl auch tentieren.

Dem H. S[ch]mid hab seinen brieff auff Bern geschickt; selber hat darauff anlaaß genommen mir zu schreiben und sich zu recommendieren; er möchte gern als Gouverneur eine reyß thun; vielleicht könnten ihme Ew. HEdgb. mehr darzu behülfflich sejn als ich<sup>[10]</sup>.

Weilen es scheint, daß in Petersburg keine memoires mehr werden getruckt werden, möchte ich gern meine pieces in die Berliner *Acta* inserieren laßen. Zu meiner pension hab ich auch kein hoffnung mehr; doch werde ich trachten einmahl mich gegen der Kayßerin (Elizaveta Petrovna) selbst den darüber zu beklagen und wird sich vielleicht wohl frühe oder spat durch einen Ministre die gelegenheit praesentieren, daß ich kan ein memorial eigenhändig überliefern laßen. Der gute H. (G.W.) Krafft lebt indeßen noch voll guter hoffnung.

Ich bin auß allen *phaenomenis fluxus et refluxus maris* völlig versichert, daß das *centrum gravitatis Terrae et Lunae* weit näher zu meiner proportion komt als zu des Newtons<sup>[11]</sup>; ich möchte wißen, ob Sie *ex principiis pure mechanicis* können *veros motus Lunae et Terrae* accurat bestimmen; solches hat mich biß *dato* ohnmöglich gedunckt<sup>[12]</sup>; ich hab nicht einmahl die *aequationes* recht evolvieren können *pro orbita corporis circa duplex centrum virium moti*, obschon ich unterschiedene *methodos* habe solche *orbitam quam proxime* zu determinieren<sup>[13]</sup>.

Der H. Bousquet hat meinem Vatter noch nicht einmahl ein exemplar geschickt von Ew. HEdgb. werck *De Isoperimetris*<sup>[14]</sup>; mir hat er ein exemplar geschickt in seinem nammen, auß welcher consideration ich ihm auch nichts gefordert für 3 oder 4 f. so ich an ihne zu fordern hatte; Sie müßen nicht alles seiner *bonae fidei* vertrauen, wan sie ferners mit ihm werden zu trac[tieren] haben.

Dero herliches werck über die artilleri erwarte mit großem verlangen, wie auch *De motu cometarum*, wie wohl mir diese letstere materi nicht so familiar sejn

möchte<sup>[15]</sup>. Dero *problema catoptricum* scheint freylich schwär zu seyn; Man wird ohne zweiffel die quaestion so betrachten müssen *ut primo, data curva pro reflexione prima, inveniatur curva pro reflexione altera, et dein fiat ut ambae curvae forment unam eandemque curvam continuam*, worüber Ew. HEdgb. schon vor vielen jahren vortreffliche observationen gemacht<sup>[16]</sup>.

Der H. 〈Johannes〉 Stähelin sagt mir daß der H. de L'isle wohl schwärlich wegen schulden werde von Petersburg verrejßen können. Eben höre ich daß H. Maupertuis soll würcklich von Paris verreyßt seyn; bey seiner ankunfft bitte ihme dieses brieffl[ein] zu übergeben<sup>[17]</sup>.

Mein Vetter, H. Prof. Nic[laus] 〈I〉 Bernoulli hat mir dieses zedulein für Ew. HEdgb. übergeben<sup>[18]</sup>.

Hiemit empfehle ich mich Ew. HEdgb. und verbl[eibe] mit aller wahren hochachtung

Ewer HEdgbohrnen  
Gehorsamster D[iener]  
Daniel Bernoulli

Basel den 7. jul. 1745.

### Übersetzung

〉...〈

Die Geschäfte, die sich beim Rücktritt vom Rektorat häuften, haben mich gezwungen, Ihr letztes Schreiben so lange unbeantwortet zu lassen<sup>[1]</sup>. Ich wüsste gern, ob und wie man mit Dr. Bauhin zufrieden ist, da er – unter uns gesagt – sowohl in der Wissenschaft allgemein als auch in der Medizin sehr schwach ist. Ich glaube, Herr Ramspeck wird bald nach Berlin kommen; dieser würde einen solchen Dienst nicht nur mit grösseren Ehren als Dr. Bauhin versehen, sondern auch als viele promovierte Mediziner. Dazu ist er ein recht gelehrter Mann, der sich bei unseren vakanten Professuren viel Ehre gemacht hat. Dass ich mich für ihn interessiere, ist einzig seinen Verdiensten zuzuschreiben.

Zweifellos werden Sie wissen, dass Herr 〈Johannes〉 Stähelin vor etwa vier Wochen hier angekommen ist<sup>[2]</sup>. Ich wüsste gern, wo sich Herr Moula jetzt eigentlich aufhält und was er mit meiner Quittung für meine Petersburger Pension für 1741 gemacht hat, denn ich habe ihn mehrmals gebeten, mir diese zu retournieren, ohne jemals darüber eine klare Antwort erhalten zu haben<sup>[3]</sup>.

Gemäss seinen letzten Briefen wird Herr Maupertuis in drei bis vier Wochen nach Berlin abreisen, um dort die Stelle als Präsident der Akademie anzutreten. Das lässt mich hoffen, dass es mit der Akademie noch gut herauskommen wird, da er am ganzen Hof grosses Ansehen geniesst und sich gewiss eine Ehre daraus machen wird, die Akademie in Schwung zu bringen. Er hat einen grossmütigen Charakter und edle Absichten. Dieses Zeugnis muss ich ihm geben, obgleich unsere Freundschaft ziemlich erkaltet, wenn nicht gar erloschen ist. Er hegt auch

für Ihre ausserordentlichen Verdienste eine besondere Hochachtung, wozu ich vielleicht etwas beigetragen habe, denn er macht sich nicht die Mühe, derartige Dinge selbst zu untersuchen. Das ist wohl auch der Grund dafür, dass er zuweilen ganz unwürdige Leute arg überschätzt. Als er das letzte Mal in Basel war<sup>[4]</sup>, erzählte er mir immer wahre Wunderdinge von einem jungen d'Alembert, der eine *Mechanik* und eine *Hydrodynamik* in Druck gegeben hatte<sup>[5]</sup>, bis ich schliesslich sagte, es sei nicht möglich, im 20. Altersjahr alle Prinzipien dieser Wissenschaften zu verstehen und derart wunderbare Fortschritte zu machen<sup>[6]</sup>. Indes hat mich das bewogen, die obgenannten Werke anzuschaffen, und ich habe verwundert festgestellt, dass ausser einigen wenigen Sachen in seiner *Hydrodynamik* nichts als eine unverschämte Selbstzufriedenheit hervorleuchtet. Seine Kriterien sind bisweilen recht kindisch und zeigen nicht nur, dass er kein ausserordentlicher Mann ist, sondern sogar, dass er es niemals werden wird, da seine Anmassung viel zu gross ist, um von anderen Leuten etwas anzunehmen, und seine eigenen Einsichten viel zu gering, um von sich selbst aus etwas Rechtes zu lernen. Er widerspricht mir auch beim Rückstoss des aus einem Gefäss ausströmenden Wassers, desgleichen bei der Bewegung des durch mehrere Öffnungen hindurchfliessenden<sup>[7]</sup> Wassers und meint, die Geschwindigkeit sei dieselbe, wie wenn es durch eine einfache Öffnung ausfliesst. So widerspricht er mir mancherorts, zugleich aber – und das freut mich – trägt er keine Bedenken, die berühmtesten Männer wie Schuljungen zu kritisieren. Wenn er meine Schlussfolgerungen nicht verstanden hat oder nicht untersuchen wollte, so hätten ihn doch meine Experimente ein wenig zurückhalten sollen. Die Gleichgewichtslage von im Wasser schwimmenden Körpern hat er auch falsch bestimmt, und so weiter. Seien Sie doch so gut, gehen Sie diese Werke durch und teilen Sie mir Ihre Meinung darüber mit. Im Interesse der wahren Wissenschaften sollte man doch darauf bedacht sein, solche jungen Schnösel von ihrer allzu freien Kritik abzuhalten oder wenigstens zu verhindern, dass sie Eindruck machen. Übrigens hat mir Herr d'Alembert mit so höflichen Ausdrücken widersprochen, dass ich nicht anders kann, als für meine Person mit ihm sehr zufrieden zu sein.

Sie werden vielleicht erfahren haben, dass der letzte Preis, um den ich mich beworben habe, auch verschoben worden ist<sup>[8]</sup>; ich glaube fast, dass in diesen Kriegszeiten das Geld fehlt. Wer hat in Berlin den Preis über die Elektrizität erhalten<sup>[9]</sup>? Sollte wiederum eine Preisfrage ausgeschrieben werden, die auf besseren Grundlagen behandelt werden kann, so möchte ich auch gern mein Glück versuchen.

Herrn Schmid habe ich seinen Brief nach Bern geschickt. Er hat dies zum Anlass genommen, mir zu schreiben und sich zu empfehlen. Er möchte gern als Hofmeister eine Reise unternehmen, und vielleicht könnten Sie ihm dazu eher behilflich sein als ich<sup>[10]</sup>.

Da es den Anschein macht, dass in Petersburg keine Abhandlungen mehr gedruckt werden, möchte ich meine Arbeiten gerne in den *Berliner Mémoires* erscheinen lassen. Auf meine Pension habe ich auch keine Hoffnung mehr, doch beabsichtige ich, mich einmal bei der Kaiserin (Elizaveta Petrovna) selbst darüber zu beklagen. Vielleicht ergibt sich früher oder später die Gelegenheit, durch einen

Minister eigenhändig ein Memorial übergeben zu lassen. Der gute ⟨G.W.⟩ Krafft lebt indes noch voller bester Hoffnung.

Auf Grund aller Phänomene der Gezeiten bin ich ganz sicher, dass der Schwerpunkt von Erde und Mond meinem Verhältnis viel näher kommt als demjenigen Newtons<sup>[11]</sup>. Ich wüsste gerne, ob Sie die wahren Bewegungen des Mondes und der Erde rein aus mechanischen Prinzipien genau bestimmen können, was mir bis anhin unmöglich schien<sup>[12]</sup>. Ich konnte nicht einmal die Gleichungen für die Umlaufbahn eines um ein zweifaches Kraftzentrum bewegten Körpers richtig entwickeln, obwohl ich über verschiedene Methoden verfüge, eine solche Bahn angenähert zu bestimmen<sup>[13]</sup>.

Herr Bousquet hat meinem Vater noch nicht einmal ein Exemplar Ihres Werkes über die isoperimetrischen Probleme geschickt<sup>[14]</sup>. Mir hat er von sich aus ein Exemplar zugesandt, und in Anbetracht dessen habe ich ihm auch eine Forderung von drei oder vier Gulden erlassen, zu welcher ich berechtigt gewesen wäre. Sie müssen nicht zu sehr auf seinen guten Glauben bauen, wenn Sie künftig mit ihm zu tun haben werden.

Ihr herrliches Werk über die Artillerie erwarte ich ungeduldig und ebenso die *Kometentheorie*, obschon mir dieses Gebiet nicht so recht vertraut ist<sup>[15]</sup>. Ihr katoptrisches Problem scheint allerdings schwierig zu sein. Man wird die Frage ohne Zweifel so behandeln müssen, dass man zuerst, wenn eine Kurve für die erste Reflexion gegeben ist, eine Kurve für die zweite Reflexion sucht und dann dafür sorgt, dass beide Kurven eine und dieselbe kontinuierliche Kurve bilden. Darüber haben Sie ja schon vor vielen Jahren vortreffliche Untersuchungen angestellt<sup>[16]</sup>.

Herr ⟨Johannes⟩ Stähelin sagt mir, Herr Delisle werde wegen seiner Schulden kaum aus Petersburg abreisen können. Soeben vernehme ich, Herr Maupertuis soll tatsächlich aus Paris abgereist sein. Bitte übergeben Sie ihm bei seiner Ankunft den beiliegenden kurzen Brief<sup>[17]</sup>.

Mein Vetter, Prof. Niklaus ⟨I⟩ Bernoulli, hat mir für Sie dieses Zettelchen übergeben<sup>[18]</sup>.

Hiermit empfehle ich mich Ihnen und verbleibe mit aller Hochachtung

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

Basel, den 7. Juli 1745.

- R 160 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Mai/Juni 1745  
 Basel, 7. Juli 1745  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 104–105v  
 Publ.: Fuss 2, p. 576–578

- 
- [1] Eulers Brief vom Mai oder Juni 1745 ist nicht erhalten geblieben, wie überhaupt kein einziger aus Eulers Berliner Zeit an D. Bernoulli.
  - [2] Johannes Stähelins Übersiedlung von Petersburg nach Basel und seine Reise durch Deutschland sind in den Briefen von Heinsius an Euler vom 26. Mai und 8. September 1745 kurz erwähnt, ebenso Stähelins Aufbruch von Tübingen nach Basel im Brief von Krafft an Euler vom 10. Juni 1745. Im diesbezüglichen Kommentar zu *Eulers Briefwechsel* haben Juškevič und Winter Johannes Stähelin mit den Brüdern von Jakob Stählin, Heinrich und Johann, verwechselt (cf. *Eulers Briefwechsel* 3, p. 98f, 154).
  - [3] Von D. Bernoullis Korrespondenz mit Frédéric Moula ist nur der Auszug eines Briefs an Moula vom August 1743 im Petersburger Archiv (r. V, op. B-15, Nr. 3) erhalten, welcher der Akademie am 19.8.1743 vorgelegt wurde. Bernoulli protestiert darin gegen Nartovs Zweifel an der Berechtigung seiner Pensionsansprüche.
  - [4] Cf. Brief Nr. 70, Anm. 4.
  - [5] Cf. d'Alemberts Traktate über *Dynamik* (1743) und *Bewegung der Flüssigkeiten* (1744).
  - [6] D'Alembert war damals bereits 28 Jahre alt. Später hat D. Bernoulli sein Urteil einigermassen relativiert.
  - [7] Im Original: transfluentis.
  - [8] Cf. Brief Nr. 68, Anm. 10.
  - [9] Den Berliner Preis erhielt am 31. Mai 1745 J.S. Waitz, Finanzrat in Kassel, für seine Abhandlung über Elektrizität (Waitz 1745).
  - [10] Wahrscheinlich ist damit Eulers Antwortbrief auf das Schreiben von G.L. Schmid vom 16. Juni 1745 (R 2094) gemeint. Zuvor hatte Euler diesen jungen Mann für die freie Stelle eines Mathematikers an der Petersburger Akademie empfohlen (cf. das Dankschreiben von Schmid an Euler vom 10. April 1745 (R 2093) sowie Brief Nr. 82, Anm. 4).
  - [11] Cf. Brief Nr. 64, Anm. 16.
  - [12] Zum Stand der Eulerschen Mondtheorie im Rahmen des Dreikörperproblems zu diesem Zeitpunkt cf. Einleitung III.2.5.5.1, p. 46 h.v.
  - [13] Seine Lösung dieses Problems publizierte Euler erst in den 1760er Jahren in seinen Abhandlungen E. 301, E. 328 und E. 337.
  - [14] Cf. Eulers *Variationsrechnung*.
  - [15] Cf. Eulers Übersetzung des Traktats von Robins (E. 77) und seinen Traktat über die Bewegungen der Planeten und Kometen (E. 66).
  - [16] Von diesen früheren Untersuchungen Eulers wissen wir nichts. Möglicherweise erinnert sich D. Bernoulli an Diskussionen, die er in seiner Petersburger Zeit mit Euler geführt hatte. Die erste sichere Spur des hier angesprochenen katoptrischen Problems ist eine von Euler *anonym* in den *Nova Acta Eruditorum* für September 1745 angezeigte kurze Notiz (E. 79: O. I, 27, p. 50) mit der Problemstellung: Gegeben sei ein leuchtender Punkt  $F$ . Gesucht sind alle Kurven in derselben Ebene derart, dass alle von  $F$  ausgehenden Lichtstrahlen (gemäss dem klassischen Reflexionsgesetz) nach zweimaliger Reflexion wieder den Ausgangspunkt  $F$  passieren. (Dass Euler der anonyme Problemsteller war, geht aus seinem Brief an Goldbach vom 16. Februar 1745 hervor – cf. O. IV A, 4, p. 320 / 857–858, insb. Anm. 9.) Dieser Anzeige folgte 1746 eine Lösungsskizze ohne Beweise (E. 85: O. I, 27, p. 74–77) und 1748 schliesslich die umfangreiche Hauptarbeit *Solutio problematis catoptrici [...]* (E. 106: O. I, 27, p. 78–129). – Cf. ferner Einleitung III.2.7.3.2 (*Geometrische Optik*), p. 63 h.v., die Einleitung zum Goldbach-Briefwechsel in O. IV A, 4, p. 67–68, sowie den Einleitungstext von A. Speiser in O. I, 27, p. XX–XXIII.
  - [17] Dieser Brief ist uns nicht bekannt.
  - [18] Zweifellos handelt es sich um das am 1. Mai verfasste *Postscriptum* zum Brief von N. I Bernoulli an Euler vom 20. April 1745 (O. IV A, 2, p. 620 / 624). Cf. auch den Schluss des Antwortbriefs von Euler an N. I Bernoulli vom 17. Juli 1745 (*op. cit.*, p. 634f / 642). Man beachte, dass die Anmerkung [10] in jenem Band auf Seite 643 fehlt, obwohl sie im Text des Briefes markiert ist.

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 7. September 1745

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

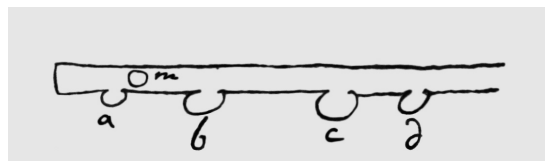
Allervorderst sage ich Ew. HEdgb. schuldigsten danck für das herrliche praesent; des Robins tractat samt Dero wichtigen erläuterungen und tieffsinnigen anmerkungen hab ich mit sonderbahrem vergnügen durchgelesen<sup>[1]</sup>. Für die gütige und honorable meldung, die Sie von mir an unterschiedenen orten gethan, sage gleichfahls gehorsamen danck. Ew. HEdgb. bejahl und approbation schätze ich einzig über der gantzen welt lob. Des H. Robins schlüsse hab ich bej weitem nicht so bindig befunden, als ich vorhero vermutet hatte. Denen Petersburger experimenten trawe ich mehr als niemahlen, und bin versichert daß das pulver von anfang seiner entzündung eine gewalt habe, die *moraliter infinita* könne genent werden und daß diese gewalt auff das wenigste 10 000 mahl größer seje als die truckung der *atmosphaerae aëreae*, wan man die krafft des pulvers austheilet *in hypothesi elasticitatis densitatibus reciproce proportionalis*, und dieser umstand confirmiert sehr meine *theoriam de aëre*, so ich in meiner *Hydrodynamic* gegeben, da ich finde daß *vis infinita* erfordert werde *ad aërem in ultimum spatium possibile comprimendum*<sup>[2]</sup>. Seitdeme ich diese *theoriam aëris* formiert habe, bin ich durch daukent wichtige *argumenta physica* darinn confirmiert worden, da hingegen an Ihrer *hypothesi*, die mein Vatter vorhero concipiert hatte, gewislich gar vieles auszusetzen ist. Wan man die *resistentiam aëris* größer setzt in meinen *calculis*, so müste das pulver noch eine größere gewalt als 10 000 haben; dan *pro eodem tempore ascensus et descensus simul sumto globus ad majorem tunc altitudinem in vacuo ascendere deberet*. Ich glaube einmahl sicherlich daß in dem schießen vieles pulver ohnangezündet verlohren gehet; vielen blessierten hat man eine große quantitet pulverkörnlein auß dem fleisch nehmen müßen, wan man nemlich in der nähe ist blessiert worden, worüber Sie sich bej den Regiments feldschäreren am besten informieren können; ich hab auch gehört daß wan man ein gros leinen tuch auff dem boden ausbreitet, man vieles pulver darin auffsamlen könne, so von dem schuß ohnangezündet herausgeschossen worden.

In dem V. satz halt ich darvor, daß die *elasticitas aëris instar ferri candentis calidi* mehr als 4 mahl die *elasticitatem aëris naturalis* übertreffe<sup>[3]</sup>; que de l'une ou de l'autre de ces 2 formes  $248n + 1$  et  $248n + 63$  j'ai examiné tous les nombres premiers contenus dans ces deux formules jusqu'à 46 339 dont aucun ne s'est trouvé diviseur. dan viele experimenten machen mich glauben, daß der *aër circa axem positus* bej weitem nicht so warm als der *aër ferro contiguus*; ich glaube daß wan man einen holen *cylindrum ferreum* nähme, deßen *diameter interna* nur eine linien groß, so wurde die *elasticitas aëris* weit größer herauskommen. Ew. HEdgb. solten dergleichen *experimenta* bej der Academi machen laßen. Der *tubus* den der Robins gebraucht hat, muß wohl 8 linien im *diametro* gehabt haben; man könnte auch noch



weitere *tubos* gebrauchen, so wurde man die *elasticitatem aëris*, wie ich vermutete, noch kleiner finden. Pag. 219 refutieren Ew. HEdgb. die *formulam* des *Authoris pro velocitate globi*; ich finde aber *eandem formulam* mit dem Robins, man mag das  $p$  negligieren oder nicht: bitte also Ew. HEdgb. Dero vorhergegangenes *ratio-cinium* nocheinmahl zu durchgehen<sup>[4]</sup>; Sie haben sich ohne noth in weitläuffige *ratio-cinia* eingelassen, indem gewiß ist daß die *percussio globi in pendulum machi-neum* geschihet *pro lege corporum mollium* und also das *centrum gravitatis globi et massae pro machina in loco percussione substituentur* ( $\frac{gf}{hh}P$ ) *ante et post percussione eadem velocitate* fortgeheth. In dieser substitution bestehet das gantze *mysterium* von den *legibus percussione corporum oscillando se invicem percutientium* und wan meines bruders *Johann II* reglen nicht darmit übereinstimmen so hat er freylich gefehlt<sup>[5]</sup>; ich hab aber nicht untersucht ob nicht seine *regulae pro corporibus rotando se invicem percutientibus*, welches sein hauptzweck war, gleichwohl gut sind; diese letztere quaestion hab ich *ex aliis principiis, nempe ex centro rotationis spontaneo*, nachgehends solviert, nach welchen *principiis* man meines bruders *regulas* untersuchen müste. Vielleicht sind auch meines bruders *regulae* gültig *pro corporibus oscillando se percutientibus*, wan man supponiert daß *immediate ante percussione* die *corpora a puncto suspensionis* befreit werden und *post percussione* an einem anderen *puncto* suspendirt wurden, welches dem *resultanti motui gyatorio* und *progressivo* respondierte: mit einem wort, er hätte zu seinem zweck die *puncta suspensionis* nicht sollen als *fixa* betrachten, dan in den *corporibus suspensis* geschihet eine doppelte percussione, nemlich *in puncto percussione* und *in puncto suspensionis*, welche letztere er negligiert hat, welches alles ich hätte mercken sollen, da er mir seine piece gewiesen, ehe er sie in der *Academi* proponierte.

Ich komme aber wieder auff des Robins tractat. Auß dem XI. Satz und sonderlich auß Ew. HEdgb. tieffsinnigen anmerkungen erhellet daß die *inertia aurae inflammatae* der geschwindigkeit der herausgeschossenen kugel einen mercklichen abbruch thut<sup>[6]</sup>. Hieraus folget daß die krafft des pulvers weit größer seyn wurde, wan man könnte das pulver *in loculamenta lateralia a, b, c, d* thun, welches sich successive erst entzündete *in instanti*, da die kugel  $m$  bej denselben vorbej gefahren,



weilen das pulver, so sich zum exempel *in loculamento c* entzündet der vorhergehenden *aurae inflammatae* seinen *motum* oder *vim vivam* benennen kan. Dergleichen *speculationes* sind aber *in praxi* völlig *inutiles*. Wan nichts verlohren gienge, und *momento quo globus tormentum egreditur* die *aura inflammata* keinen *motum localem* hätte, so müste einmahl *vis viva globo insita* gleich seyn *vi vivae, quam vocare soleo, potentiali pulveri pyrio insitae*. Dieses gibt vielleicht einige erläuterung



wegen dem *experim[en]to Petropolitano*, da die canone umb 1,7 *ped.* ist abgekürztzt worden, der *globus* nur den neüntem theil *vis vivae* bekommen hat, weil nemlich das pulver erst *prope egressum* sich entzündet hat, die *auram antea inflammatam* zuruckgetrieben, ihro die *vim vivam* benommen und *globo* communiciert<sup>[7]</sup>. Was die *resistentiam aëris* anbelangt, so sihet man freylich daß selbige *in motibus velocissimis* viel größer ist als man bishero geglaubt; in den *commentariis* hab ich auch gewiesen daß auch bey *motibus tardissimis* solche viel größer seje<sup>[8]</sup>; ich hab wenig hoffnung daß man jemahls eine wahre *theoriam* werde finden können; ich schreibe es einem puren *casui fortuito* zu, daß bey den *motibus mediocribus* die *resistentia* eines *globi* so genaw mit der *hypothesi* Newtoni übereinkomme. Wan man auch alles recht consideriert, so solte ein gantz anderer effect herauskommen, wan ein fluß *contra globum quiescentem* anstost und wan ein *globus eadem velocitate contra aquam stagnantem* sich bewegt<sup>[9]</sup>. Doch finde ich Ew. HEdgb. *commentationes* über diese materi sehr tieffsinnig; ich hab gesehen daß Sie darinn meine *principia* adoptiert, indeme Sie auff die *declinationem particularum a via recta* reflectieren und *quantitatem mutatae directionis* considerieren, wie ich gethan *ad verum impetum aquae ex genuinis principiis* zu deducieren<sup>[10]</sup>. Doch ist dieses alles bey wejtem nicht hinlän[g]lich zu einer genawen theori, welches Ew. HEdgb. wohl selbst einsehen, indeme Sie diese materi als eine *quaestionem* für das künfftige jahr vorgeschlagen<sup>[11]</sup>.

Gleichfahls hab ich gesehen, daß Sie von den *commentariis* über den Robins anlaaß genommen die quaestion über den *motum corporum rotatorium, si vires centrifugae se non destruant*, zu proponieren; ich weyß aber nicht ob ein solcher *casus* möglich ist, daß der *axis motus per centrum gravitatis* gehe und sich die *vires centrifugae* nicht destruiren<sup>[12]</sup>.

*Dato* sehe noch nicht viel ein über die würcklich proponierte quaestion *de ventis* etc.<sup>[13]</sup> Wan wieder mein vermuthen etwas merckwürdiges mir darüber einfallen solte, werde ich solches der Academi urtheil unterwerffen.

Des H. Weitzen aus Cassel dissertation über die electricitet bin ich begierig zu seiner zeit zu sehen<sup>[14]</sup>. H. Maupertuis wird nun ohne zweiffel in Berlin angekommen sejn und bitte demselben also mein compliment zu machen: es wird bey jetzigen zeiten schwär sejn die Academi aldort in einen guten Stand zu bringen, da der friede gewis nicht so nahe ist, als Ew. HEdgb. gemeint und es vor etwas zeits von männiglich ist geglaubt worden<sup>[15]</sup>.

Von dem was ich obenhin in des D'Alemberts *Mechanic* gelesen, hab ich auch eine zimlich gute opinion gefast; nur hab ich remarquierte, daß er von allen *principiis* eine sehr confuse idée hatte<sup>[16]</sup>. Hingegen ist er in seiner *Hydrodynamic* öfters recht pueril; zeigt eine große suffisance und refutiert die leüt ohne sie recht gelesen, will geschweigen, verstanden zu haben<sup>[17]</sup>; er mus keine von meinen experimenten gelesen haben; da nun meine *Hydrodynamic* an vielen orten mehr physisch als mathematisch ist, hätte er billich auff meine experimenten sollen achtung geben, umb zu sehen wie weit meine *hypotheses physicae* mit der *natura rei* übereinstimmen, und ob meine *calculi mathematici* den *hypothesibus physicis* satisfacieren. Zum exempel wan ein waßer in einem *vase per plura foramina* muß lauffen, findet

er daß der *effluxus toti altitudini* respondiére, da ich doch wolte machen daß das waßer nicht *ad millesimam partem* ascendiére; hingegen kommen alle *experimenta* mit meiner *hypothesi* (die ich doch nur als *aliquatenus satisfaciéntem* proponiére) zimlich genaw überein, und doch verwirfft er meine gantze theori ohn einige restriction. Den doppelten *cylindrum in reactione aquae* hab ich durch viele experimenten, *calculos*, und *per deductionem ad absurdum rigidissime* demonstriert; es hat aber alles nicht die geringste attention bej ihm erweckt. Daß *in aequilibrio centrum gravitatis locum infimum* behalte, ist ein *casus vis vivae conservationis*, darauff ich mein werck gebawet, und doch reprochiert er mir das *principium* und last sich darbej in recht puerilische raisonnemens ein, da er beweist daß *centrum gravitatis* nicht *in loco infimo* seje wan die *particulae aquae in vase stagnantes sub directionibus non parallelis* sollicitiert wurden und hier ist er wahrhaftig *infra puerilitatem*; doch aber könnte es sejn, daß ich selber von einer eigenliebe verblendet wurde und der depit bej mir zu gros wäre; Ew. HEdgb. werden mich also sehr obligieren, wan Sie mir Dero mejnung *ingenue* sagen.

Das *problema de collisione plurium corporum* ist freýlich *indeterminatum exceptis quibusdam casibus*: das *problema* wird aber determiniert wan man die *scalam inter pressiones et compressiones pro singulis corporibus cognitam* supponiert, wiewohl alsdan das *problema* sehr schwär werden muß. Auch die *regulae motus a collisione* sind nicht einmahl accurat wahr *pro corporibus duobus elasticis*, indeme man supponiert die *elasta interposita* sejen *immaterialia*; da doch klar ist daß die *globi eo instanti*, da sie von einander gehen einen *motum tremulum* behalten, deren *vis viva* muß abgezogen werden. Unterdeßen nimt mich wunder daß der d'Alembert diese *principia* recht eingesehen, da er in dergleichen concepten (auff das wenigste *in hydrodynamicis*) meistens sich erbarmungs würdig erzeiget.

Das 8. *problema* p. 129 dunckt mich nicht elegant genug noch von einiger consequenz umb darauff zu dencken<sup>[18]</sup>. Ew. HEdgb. *problema de isochrona vacillatoria* ist weit sinreicher; den *methodum solvendi* kan ich mir wohl einbilden; doch hab ich den *calculus* nicht gemacht.

Daß mein Vatter das exemplar von Ew. HEdgb. tractat *de Isoperimetricis*<sup>[19]</sup>, so Sie ihm gütigst gewidmet hatten, nicht empfangen, soll Ihnen kein verdruß machen. Der H. Bousquet ist einzig schuld daran und hat schon öfftters kunstgriff exerciert, da er mir in seinem nammen praesentierte, was mir die *Authores* gewidmet hatten, nur umb obligationen wett zu machen, von denen er vermuthete daß ich mir sie in gelt wolte bezahlt machen.

Für Dero solution von dem *problemate Catoptrico* sage ich schuldigsten danck; ich hoffe zu seiner zeit deßen eine weitläufferige deduction in den *Actis Lipsiensibus* zu sehen, obschon dieses *problema* nicht in den letsteren *Actis*, welche ich durchblätteret habe, gefunden: auch habe ich nichts darin gefunden von den *oscillationibus laminarum elasticarum*, da mir Ew. HEdgb. vor etwas zeits gemeldet, sie haben über diese materi ein *additamentum* naher Leipsic geschigt<sup>[20]</sup>.

Ich bin freýlich auch versichert daß in Petersburg alle hoffnung für uns verloschen, es wäre dan sach daß wir einmahl mittel funden eine requete der Kayßerin (Elizaveta Petrovna) selbsten einhändigen zu laßen; unterdeßen möchte ich nicht

daß meine letztere pieces verlohren giengen; Ew. HEdgb. belieben mir zu sagen, ob man solche nicht zuruck bekommen könnte, daß ich sie bey Ihrer Academi könnte trucken laßen. Es ist kein apparenz bey gegenwärtigen conjuncturen, daß der König (Friedrich II.) werde mehrere *Academicos* beruffen; doch hab ich meinen bruder (Johann II) sondiert, was er thun wurde, welcher dan sich *absolute* declariert hat, daß da er nun familien habe, er keines wegs von Basel weggehen wurde.

Dero brieff hab ich meinem Vatter überlieffert, so bald als ich von einer kleinen lust-reiß zuruck war<sup>[21]</sup>.

Hiemit verbl[eibe] mit möglichster hochachtung

Ewer HochEdelgeb.

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 7. 7bris 1745.

### Übersetzung

>...<

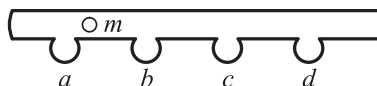
In erster Linie danke ich Ihnen herzlich für das herrliche Geschenk. Den Traktat von Robins samt Ihren wichtigen Erläuterungen und tiefsinnigen Anmerkungen habe ich mit ganz besonderem Vergnügen durchgelesen<sup>[1]</sup>. Ebenfalls besten Dank sage ich Ihnen für die wohlwollenden und ehrenvollen Erwähnungen, die Sie an verschiedenen Stellen über mich angebracht haben. Mehr als das Lob der ganzen Welt schätze ich einzig Ihren Beifall und Ihre Billigung. Die Schlussfolgerungen von Robins fand ich bei weitem nicht so bündig, wie ich vorher vermutet hatte. Den Petersburger Experimenten vertraue ich mehr denn je, und ich bin sicher, dass das Pulver vom Beginn seiner Zündung an eine Gewalt hat, die man praktisch als unendlich gross bezeichnen kann, und dass diese mindestens 10 000mal grösser ist als der normale Luftdruck, wenn man die Kraft des Pulvers mit der Hypothese ansetzt, die Elastizität sei der Dichte umgekehrt proportional; das bestätigt sehr meine Theorie der Luft, die ich in meiner *Hydrodynamik* dargelegt habe, wo ich finde, dass eine unendlich grosse Kraft nötig sei, um die Luft auf den letztmöglichsten Raum zusammenzupressen<sup>[2]</sup>. Seitdem ich diese Theorie der Luft aufgestellt habe, bin ich darin durch tausend wichtige physikalische Argumente bestätigt worden, wohingegen an Ihrer Hypothese, die mein Vater vorher konzipiert hatte, sicher vielerlei auszusetzen ist. Wenn man in meinen Rechnungen den Luftwiderstand grösser annähme, so müsste das Pulver eine noch grössere Gewalt als 10 000 haben, denn die Kugel müsste dann in derselben Zeit, Aufstieg und Fall zusammengekommen, im Vakuum zu einer noch grösseren Höhe aufsteigen. Ich glaube fest, dass beim Schiessen viel Pulver unverbrannt verlorengeht; vielen Verletzten, die aus der Nähe verwundet worden sind, musste man nämlich eine ansehnliche Menge Pulverkörnchen aus dem Fleisch operieren, worüber Sie sich am

besten bei den Regimentswundärzten informieren können. Auch habe ich gehört, wenn man auf dem Boden ein grosses Leintuch ausbreite, könne man viel Pulver damit sammeln, das beim Schuss ungezündet herausgeschossen worden ist.

Zum 5. Satz vertrete ich die Meinung, dass die Elastizität der Luft, wenn sie so heiss ist wie ein glühendes Eisen, die natürliche Luftelastizität mehr als viermal übertrifft<sup>[3]</sup>, denn zahlreiche Experimente machen mich glauben, dass die Luft nahe der Achse [des Gewehrlaufs] bei weitem nicht so warm ist wie die, welche das Eisen berührt. Ich glaube, die Elastizität der Luft käme viel grösser heraus, wenn man einen eisernen Hohlzylinder nähme, dessen lichter Durchmesser nur eine Linie misst. Solche Experimente sollten Sie in der Akademie anstellen lassen. Der von Robins verwendete Lauf muss einen Durchmesser von gut acht Linien gehabt haben. Man könnte auch noch weitere Rohre verwenden, und so würde man – wie ich vermute – die Luftelastizität noch kleiner finden. Auf Seite 219 widersprechen Sie der Formel des Autors bezüglich der Geschwindigkeit der Kugel, doch ich finde mit Robins dieselbe Formel, ob man  $p$  vernachlässigt oder nicht. Ich bitte Sie daher, Ihre vorangegangenen Rechnungen nochmals durchzugehen<sup>[4]</sup>. Sie haben sich unnötigerweise auf ausführliche Rechnungen eingelassen, obwohl es doch sicher ist, dass der Einschlag der Kugel in das Maschinenpendel nach dem Gesetz der weichen Körper erfolgt und folglich das Schwerzentrum der Kugel und der Masse, die für die Maschine im Einschlagpunkt substituiert werden muss ( $\frac{gf}{hh}P$ ), vor und nach dem Stoss mit derselben Geschwindigkeit weitergeht. In dieser Substitution besteht das ganze Mysterium der Stossgesetze von sich gegenseitig während eines Schwingungsvorgangs stossenden Körpern, und wenn die Regeln meines Bruders (Johann II) damit nicht übereinstimmen, dann hat er freilich unrecht<sup>[5]</sup>. Ich habe allerdings nicht untersucht, ob seine Regeln für sich gegenseitig während des Rotierens stossende Körper trotzdem richtig sind, was sein Hauptzweck war. Dieses Problem habe ich mittels anderer Prinzipien, nämlich aus dem spontanen Rotationszentrum, nachträglich gelöst, und nach diesen Prinzipien müsste man die Regeln meines Bruders untersuchen. Vielleicht gelten diese auch für sich während des Schwingungsvorgangs stossende Körper, wenn man voraussetzt, dass die Körper unmittelbar vor dem Stoss vom Aufhängepunkt befreit und nach dem Stoss an einem anderen Punkt aufgehängt würden, welcher der resultierenden drehenden und geradlinigen Bewegung entspricht. Mit einem Wort: Er hätte zu seinem Zweck die Aufhängepunkte nicht als fest betrachten sollen, denn in den aufgehängten Körpern ereignet sich ein doppelter Stoss, nämlich einerseits im Punkt des Zusammenstosses und andererseits im Aufhängepunkt, welcher letzteren er vernachlässigt hat. Das alles hätte ich merken sollen, als er mir seine Abhandlung zeigte, bevor er sie der Akademie vorlegte.

Ich komme auf den Traktat von Robins zurück. Aus dem 11. Satz – und besonders aus Ihren tiefsinnigen Anmerkungen – erhellt, dass die Trägheit des entzündeten Gases die Geschwindigkeit der abgeschossenen Kugel erheblich verringert<sup>[6]</sup>. Daraus folgt, dass die Kraft des Pulvers viel grösser wäre, wenn man das Pulver

in seitlich angebrachte Kammern  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  tun könnte, so dass es sich erst in dem Moment entzünden würde, wenn die Kugel  $m$  an diesen vorbeigefahren wäre.



Denn das Pulver, das sich beispielsweise in der Kammer  $c$  entzündet, nimmt den vorangehenden Zündprozessen ihre Bewegung oder die lebendige Kraft. Derartige Spekulationen sind jedoch für die Praxis völlig nutzlos. Wenn nichts verlorenginge und das entzündete Gas im Moment des Austritts der Kugel aus dem Geschütz keine lokale Bewegung hätte, so müsste die der Kugel innewohnende lebendige Kraft gleich sein der lebendigen Kraft, die ich das dem Schiesspulver innewohnende Potential zu nennen pflege. Das gibt vielleicht einigen Aufschluss über das Petersburger Experiment, als die Kanone um 1.7 Fuss verkürzt wurde und die Kugel nur den neunten Teil der lebendigen Kraft erhalten hat, weil sich nämlich das Pulver erst nahe dem Austritt entzündet, das zuvor entzündete Gas zurückgetrieben, ihm die lebendige Kraft weggenommen und der Kugel übermittelt hat<sup>[7]</sup>. Was den Luftwiderstand anbelangt, so ist allerdings ersichtlich, dass er bei sehr schnellen Bewegungen viel grösser ist, als man bisher angenommen hat. In den *Commentarii* habe ich bewiesen, dass dieser auch bei sehr langsamen Bewegungen viel grösser ist<sup>[8]</sup>. Ich habe wenig Hoffnung, dass man jemals eine wahre Theorie wird finden können, und ich schreibe es einem reinen Zufall zu, dass der Widerstand einer Kugel bei mittleren Geschwindigkeiten so genau mit der Hypothese Newtons übereinstimmt. Wenn man alles richtig betrachtet, so sollte sich ein ganz anderer Effekt ergeben, wenn ein Fluss gegen eine ruhende Kugel strömt, als wenn sich eine Kugel mit der gleichen Geschwindigkeit gegen stehendes Wasser bewegt<sup>[9]</sup>. Doch finde ich Ihre Anmerkungen über diesen Gegenstand sehr tief sinnig. Ich habe gesehen, dass Sie dabei meine Prinzipien angenommen haben, indem Sie die Abweichung der Teilchen vom geraden Weg berücksichtigen und die Grösse der veränderten Richtung betrachten, so wie ich es getan habe, um die wahre Stosskraft des Wassers aus genuinen Prinzipien herzuleiten<sup>[10]</sup>. Dies alles reicht jedoch für eine genaue Theorie bei weitem nicht aus, was Sie ja wohl selbst einsehen, da Sie diese Materie als Preisfrage für das nächste Jahr vorgeschlagen haben<sup>[11]</sup>.

Ebenfalls habe ich gesehen, dass Sie Ihre Kommentare zu Robins zum Anlass genommen haben, die Frage der Rotationsbewegung von Körpern vorzulegen, wenn die Zentrifugalkräfte sich nicht gegenseitig aufheben. Ich weiss jedoch nicht, ob der Fall möglich ist, dass die Rotationsachse durch den Schwerpunkt geht, ohne dass sich die Zentrifugalkräfte aufheben<sup>[12]</sup>.

Im Moment habe ich noch keine grosse Einsicht über die tatsächlich vorgelegte Preisfrage über die Winde<sup>[13]</sup>. Sollte mir wider Erwarten dazu etwas Interessantes einfallen, so würde ich es dem Urteil der Akademie unterwerfen.

Ich bin begierig darauf, zu gegebener Zeit die Abhandlung von Waitz aus Kassel über die Elektrizität zu sehen<sup>[14]</sup>. Maupertuis wird nun zweifellos in Berlin angekommen sein, und ich bitte Sie, ihn von mir freundlich grüssen zu lassen. Es

wird bei den jetzigen Zeiten schwierig sein, die dortige Akademie in einen guten Zustand zu bringen, wo der Friede sicher nicht so nahe ist, wie Sie gemeint haben und wie es vor einiger Zeit allgemein geglaubt wurde<sup>[15]</sup>.

Von dem, was ich nebenbei in d'Alemberts *Mechanik* gelesen habe, habe ich mir eine ziemlich gute Meinung gebildet. Allerdings habe ich bemerkt, dass er von allen Prinzipien eine sehr konfuse Idee hatte<sup>[16]</sup>. Hingegen ist er in seiner *Hydrodynamik* oft recht kindisch, zeigt eine grosse Arroganz und widerspricht den Leuten, ohne sie recht gelesen, geschweige denn verstanden zu haben<sup>[17]</sup>. Er hat offenbar keines meiner Experimente studiert. Da meine *Hydrodynamik* nun einmal an vielen Stellen mehr physikalisch als mathematisch ist, hätte er wirklich auf meine Experimente achten sollen, um zu sehen, wie weitgehend meine physikalischen Hypothesen mit der Natur der Sache übereinstimmen und ob meine mathematischen Schlüsse den physikalischen Hypothesen Genüge leisten. Wenn beispielsweise Wasser aus einem Gefäss durch mehrere Öffnungen laufen muss, findet er, dass der Ausfluss der gesamten Höhe entspreche, wo ich doch erreichen könnte, dass das Wasser nicht um ein Tausendstel ansteigt. Hingegen stimmen alle Experimente mit meiner Hypothese (die ich doch bloss als bis zu einem gewissen Grad befriedigend vorlege) ziemlich genau überein, und doch verwirft er meine ganze Theorie ohne Einschränkung. Den doppelten Zylinder beim Rückstoss des Wassers habe ich mittels vieler Experimente, Rechnungen und durch *reductio ad absurdum* in voller Strenge bewiesen, was jedoch bei ihm alles nicht die geringste Aufmerksamkeit erregt hat. Dass der Schwerpunkt im Gleichgewichtszustand die tiefste Lage behält, ist ein Fall der Erhaltung der lebendigen Kraft, worauf ich mein Werk aufgebaut habe, und dennoch bestreitet er mir das Prinzip und lässt sich dabei auf recht kindische Argumente ein, indem er beweisen will, dass der Schwerpunkt nicht die tiefste Lage einnähme, wenn die im Gefäss verbleibenden Wasserteilchen in nicht parallelen Richtungen angestossen würden: da ist er wahrhaftig mehr als kindisch. Doch könnte es auch sein, dass ich selber von Eigenliebe verblendet und mein Ärger allzu gross wäre. Ich wäre Ihnen daher sehr verpflichtet, wenn Sie mir ganz ungeniert Ihre Meinung sagten.

Das Problem über den Stoss mehrerer Körper ist allerdings mit Ausnahme mancher Sonderfälle unbestimmt. Das Problem wird jedoch determiniert, wenn man das Verhältnis von Druck und Kompression für die einzelnen Körper als bekannt voraussetzt, obgleich auch dann das Problem sehr schwierig werden muss. Auch die Gesetze der Stossbewegung treffen nicht einmal für zwei elastische Körper exakt zu, weil man voraussetzt, die dazwischen angenommenen Sprungfedern seien immateriell, wo doch klar ist, dass die Kugeln im Moment, in dem sie sich trennen, eine Zitterbewegung behalten, deren lebendige Kraft abzuziehen ist. Indes wundert es mich, dass d'Alembert diese Prinzipien richtig eingesehen hat, wo er sich doch solchen Entwürfen gegenüber – zumindest in der Hydrodynamik – meistens als ganz erbärmlich erweist.

Das 8. Problem auf Seite 129 scheint mir weder elegant noch wichtig genug, um darüber nachzudenken<sup>[18]</sup>. Ihr Problem der Schwingungsisochrone ist viel sinnvol-



ler. Die Methode der Lösung kann ich mir zwar vorstellen, doch habe ich die Rechnung nicht ausgeführt.

Dass mein Vater das Exemplar Ihres Traktats über die isoperimetrischen Probleme<sup>[19]</sup>, das Sie ihm freundlicher Weise zugewendet hatten, nicht erhalten hat, soll Sie nicht verdriessen. Daran ist einzig Herr Bousquet schuld, der schon öfters die Finte angewendet hat, mir in seinem Namen zu präsentieren, was mir die Autoren zugewendet hatten – nur um Verpflichtungen auszugleichen, von denen er vermutete, dass ich sie in bar bezahlt haben wollte.

Für Ihre Lösung des katoptrischen Problems danke ich Ihnen verbindlich. Davon hoffe ich zu gegebener Zeit in den *Acta Eruditorum* eine ausführlichere Herleitung zu sehen, obgleich ich dieses Problem in den letzten Nummern, die ich durchgeblättert habe, nicht gefunden habe. Auch habe ich darin nichts über die Schwingungen der elastischen Streifen gefunden, als Sie mir vor einiger Zeit sagten, Sie hätten einen Zusatz darüber nach Leipzig geschickt<sup>[20]</sup>.

Ich bin freilich auch sicher, dass in Petersburg alle Hoffnung für uns erloschen ist, es sei denn, wir fänden einmal die Möglichkeit, der Kaiserin (Elizaveta Petrovna) selbst ein Gesuch aushändigen zu lassen. Inzwischen möchte ich nicht, dass meine letzten Arbeiten verlorengehen. Bitte sagen Sie mir, ob man diese nicht zurückbekommen könnte, um sie bei Ihrer Akademie drucken zu lassen. Beim gegenwärtigen Stand der Dinge sieht es nicht danach aus, dass der König (Friedrich II.) noch mehr neue Akademiker berufen wird. Trotzdem habe ich bei meinem Bruder (Johann II) sondiert, was er tun würde; er hat darauf fest erklärt, dass er keineswegs von Basel weggehen würde, weil er jetzt Familie hat.

Ihren Brief habe ich unmittelbar nach meiner Rückkehr von einer kleinen Vergnügsreise meinem Vater übergeben<sup>[21]</sup>.

Hiermit verbleibe ich mit aller Hochachtung

> ... <

Daniel Bernoulli

Basel, den 7. September 1745.

R 161 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom August 1745

Basel, 7. September 1745

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 110–111v

Publ.: Fuss 2, p. 579–586

[1] Cf. Eulers Übersetzung des Traktats von Robins über Ballistik (E. 77).

[2] Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik* (Sect. X, §§ 4f: DBW 5, p. 314f).

[3] Der 5. Satz des ersten Kapitels des Traktats von Robins lautet in Eulers Fassung: *Den Zuwachs der Elasticität der Luft zu bestimmen, wann dieselbe auf den Grad des glühenden Eisens erhitzt wird* (O. II, 14, p. 63f). In seinen Experimenten fand Robins, dass «die Elasticität der Luft, wenn dieselbe auf den äussersten Grad des rotglühenden Eisens erhitzt wird, zur Elasticität eben derselben Luft, wenn sie mit der natürlichen Luft einerley Grad der Wärme angenommen [...] bey nahe wie 4 zu 1 [sich verhält]» (*op. cit.*, p. 64).



- 
- [4] D. Bernoullis Bemerkung betrifft die erste Anmerkung Eulers zum 9. Satz des ersten Kapitels mit der Überschrift: *Die würrklichen Geschwindigkeiten, womit Kugeln von unterschiedener Art aus Schieß-Gewehren getrieben werden, mit der Theorie zu vergleichen* (O. II, 14, p. 121).
  - [5] Cf. J. II Bernoullis Abhandlung über den Zusammenstoss schwingender und rotierender Körper (1740).
  - [6] Der 11. Satz des ersten Kapitels des Traktats lautet: *Die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit welcher die aus der Entzündung des Pulvers entstehende Flamme durch ihre eigene Ausdehnungs-Kraft fortgethet, wenn weder eine Kugel noch ein anderer Körper vor das Pulver in dem Stück geladen wird* (O. II, 14, p. 157).
  - [7] Cf. den 4. Teil von D. Bernoullis Abhandlung über die Einwirkung von Fluiden auf Körper und deren Bewegung in Flüssigkeiten (1729, DB. 14a, p. 329f), wo die Analyse der Bewegung von vertikal abgeschossenen Körpern durchgeführt wurde, sowie seine *Hydrodynamik* (DBW 5, p. 314f). Dort findet sich insbesondere auch die Interpretation der Petersburger Experimente (1729, DB. 14a, p. 337f, bzw. DBW 5, p. 351f).
  - [8] Cf. den 6. Teil von D. Bernoullis Abhandlung über die Einwirkung von Fluiden auf Körper und deren Bewegung in Flüssigkeiten (1732, DB. 14b).
  - [9] Cf. Brief Nr. 76, Anm. 6.
  - [10] D. Bernoulli meint damit seine Abhandlung über den von Wasserstrahlen ausgeübten Druck (1741, DB. 26b: DBW 5, p. 434–444), die schon zehn Jahre früher in der Petersburger Akademischen Konferenz vorgelesen worden war. Wie Truesdell hervorgehoben hat (1954, p. XL), war Euler der Erste, der sich die strömende Flüssigkeit in dünne Schichten aufgeteilt dachte und damit die Vorstellung der Kontinuität in die Strömungslehre eingeführt hat.
  - [11] Die Preisfrage über den Widerstand in Flüssigkeiten wurde von der Berliner Akademie erst im Mai 1748 für das Jahr 1750 gestellt und im Mai 1750 für zwei weitere Jahre verschoben. Sie lautete: *On demande la théorie de la résistance que souffrent les corps solides, en passant par un fluide, tant par rapport à la figure et aux divers degrés de vitesse des corps qu'à la densité et aux divers degrés de compression du fluide*.
  - [12] Cf. Eulers Übersetzung von Robins' *Grundsätzen der Artillerie* (E. 77, 2. Kapitel, Anm. 2 zum 7. Satz: O. II, 14, p. 400f).
  - [13] Die Berliner Preisfrage für das Jahr 1746 lautete: *Déterminer l'ordre et la loi que le vent devoit suivre si la terre étoit environnée de tous côtés par l'Océan, de sorte qu'on pût en tout temps trouver la direction et la vitesse du vent pour chaque endroit*. D. Bernoulli beteiligte sich auf die Ermunterung Eulers hin an der Beantwortung dieser Preisfrage.
  - [14] Cf. die Berliner Preisschrift von Waitz über die Elektrizität (1745).
  - [15] Cf. die Briefe Nr. 58, Anm. 11, und Nr. 60, Anm. 16.
  - [16] Cf. d'Alemberts Traktat über die Dynamik (1743).
  - [17] Cf. d'Alemberts Traktat über die Bewegung der Flüssigkeiten (1744).
  - [18] D'Alemberts Traktat über die Dynamik (1743) enthält auf Seite 129 ein Problem VIII zur horizontalen Bewegung zweier mit einem Faden verbundener Körper.
  - [19] Cf. Eulers *Variationsrechnung*.
  - [20] Eulers Artikel über das mathematisch sehr anspruchsvolle katoptrisch-geometrische Problem der doppelten Reflexion (E. 85, E. 106) wurden 1746 bzw. 1748 in den *Nova Acta Eruditorum* veröffentlicht (cf. Brief Nr. 73, Anm. 16).  
Zu dem berichtigenden Zusatz, den Euler auf Bernoullis Kritik hin an der Darstellung der freien Schwingungen elastischer Streifen im *Additamentum I* seiner *Variationsrechnung* vornahm und in derselben Zeitschrift im Februar 1746 veröffentlichte (E. 84), cf. Brief Nr. 63, Anm. 27, und Nr. 81, Anm. 6.
  - [21] Kein Brief Eulers aus seiner Berliner Zeit an J. I Bernoulli ist erhalten geblieben.

75

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 25. September 1745

HochEdelgebohrner,  
Hochgeehrtester Herr Professor!

Überbringer dieses ist H. Licentiat Ramspeck, welcher mich ersucht ihme einen brieff an Ew. HEdgb. mit-zugeben; ich hab ihm solches umb so viel weniger abschlagen wollen, als ich versichert bin, daß Ew. HEdgb. von sich selbstn alle liebe und freundschaft für ihne faßen werden; wan meine recommendation noch etwas darzu bejtragen kan, so will ich solche von hertzen beÿgefügt haben.

Dem H. Maupertuis bitte mein compliment abzulegen. H. Clairaut ist nun beschäftigt *Elementa algebrae* zu schreiben<sup>[1]</sup>. Ubrigens referiere mich auff mein letzteres und verbleibe mit aller ersinlichen hochachtung

Ewer HochEdelgebohrnen  
Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 25. 7bris 1745.

### Übersetzung

>...<

Der Überbringer dieses Schreibens ist Lizentiat Ramspeck, der mich ersucht, ihm einen Brief an Sie mitzugeben. Das wollte ich ihm um so weniger abschlagen, als ich sicher bin, dass Sie selbst für ihn alle Zuneigung und Freundschaft fassen werden. Sollte meine Empfehlung noch etwas dazu beitragen können, so will ich diese herzlich beigefügt haben.

Lassen Sie bitte Herrn Maupertuis von mir grüssen. Herr Clairaut ist jetzt damit beschäftigt, seine *Elemente der Algebra* zu schreiben<sup>[1]</sup>. Im Übrigen beziehe ich mich auf mein letztes Schreiben und verbleibe mit aller Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 25. September 1745.

R 162 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
Basel, 25 September 1745  
Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 112

[1] Cf. Clairauts *Éléments d'algèbre* (1746a).

76

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 4. Dezember 1745

Basel den 4. 10br. 1745

HochEdelgebohrner,  
Hochgeehrtester Herr Professor!

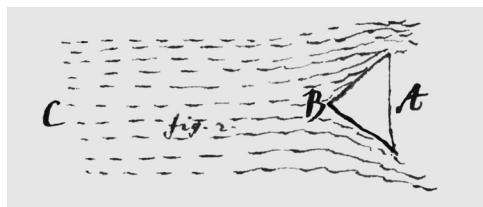
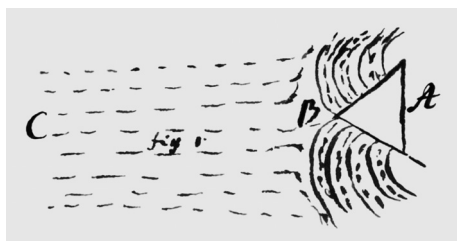
Ew. HEdgb. müßen nicht zweiffeln, daß ich nicht an den gloriosen und glücklichen waaffen des Königs (Friedrich II.) von Preussen und deßen Alliierten mein gemüht erquicke<sup>[1]</sup>: Meine sentimens sind in diesem stuck noch alzeit conform mit denen so ich Ihnen in Petersburg mit zimlicher hefftigkeit bezeüget; es ist auch billich daß alle, denen die wahre wißenschafften zu hertzen gehen, dergleichen eýffer und sentimens hegen, da solche nur in Franckreich und Preußen mit so großen kosten fortgepflantzet werden, aldieweýl in allen übrigen landen sich die barbareý wie länger wie mehr hervorthut. Es scheint daß auch in Engelland selbst den wißenschafften sincken und was noch darin gethan wird, ist man mehr dem natürlichen gout der Nation als den anfrischungen des Königs oder des Parlaments schuldig.

Die Petersburger Academi betrachte ich als wie gantz niedergeschlagen; Es wäre mir schon genug wan man meine pension wieder für das künfftig zahlte ohne an die alten extanzen zu gedencken, welches wohl geschehen könnte, wan dieselbe jährlich ihre 25 000 Rubel richtig empfieng; ich zweiffle aber auch noch daran. H. (Johannes) Stähelin sagt mir daß wieder einige *Professores* sich wieder den H. Schumacher auffgelehnt<sup>[2]</sup>.

Ew. HEdgb. haben recht wegen der manier die geschwindigkeit der kugel *ex elevatione penduli* auszurechnen; da ich das 2<sup>te</sup> mahl den *calculus* machte fande ich *praecise* Ihre formul da ich das erste mahl *eodem ratiocinio sed ex commisso errore calculi* auff des Robins *formulam* fiel, welcher große hazard machte daß ich den *calculus* nicht mehr übersahe<sup>[3]</sup>. Ich kan auch nicht mehr glauben, daß die *quantitates pulveris pyrii* in den Petersburger experimenten sejen recht angegeben worden: doch könnten die *proportiones quantitatum expositarum* noch wohl angenommen werden. Alle umständ machen mich nun glauben, daß man in diesen experimenten müße pfund für untzen setzen<sup>[4]</sup>. Vor einigen wochen exercierten sich unsere canoniers auff der schützenmatten<sup>[5]</sup> mit canonen die 2  $\mathfrak{L}$  schoßen und brauchten die ladung von 4  $\mathfrak{L}$  pulver. Ich informierte mich wegen der weite des ziels; man konte den klapff gar wohl distinguieren wan die kugel in die scheibe traff: Mein bruder (Johann II), ich und noch ein freünd hielten bey jedem schuß ein sack uhr an das ohr und nach vielen experimenten, in welchen allen wir zimlich übereinkamen, schloßen wir, daß der klapff nach der loßschießung 5 battemens kam, welche ungefähr 2" machen. Das ziel war ungefähr 1200 schuhe weit und wir stunden bey den canonen, deswegen muß *ex velocitate soni* ohngefehr 1" abgezogen werden, so daß die kugel auch ungefähr ein secunden unterwegs geblieben; nach

erwegung aller circumstanzen, glaube ich versichert zu seyn, daß die kugel mehr als 1200 und weniger als 1600 schuhe *intra 1''* machte.

Das argument so Ew. HEdg. gebrauchen umb zu beweisen daß ein fluß *contra corpus quiescens submersum* und ein *corpus eadem velocitate motum in aquis stagnantibus aequaliter* müße urgiert werden, konte mir nicht unbekant seyn; es convinciert mich aber keines wegs weilen ich nicht sehe ob *necessario* der gantze *motus in toto systemate negativus* werde *ab uno systemate ad alterum*. Sie belieben zu untersuchen, was ungefehr für ein *motus in particulis aqueis* entstehen müße, wan sich ein *corpus* darin bewegt und wie die *particulae aqueae* in ihrem *motu* ungefehr müßen verändert werden, wan das waßer *contra corpus* impingiert, und sehen darnach ob *per additionem vel subtractionem motus communis in toto systemate*, der *motus in priori casu manifeste* müße sich *in motum in altero casu* verändern.



Wan in der ersten figur der *cuneus AB* in *aqua stagnante* bewegt *versus C*, so vermuhete ich daß die *particulae aqueae cuneo proximae* ungefehr sich bewegen wie die figur zeigt und wan *contra cuneum quiescentem AB* das waßer fließt *a C versus B*, so vermuhete ich daß die *particulae aqueae* ungefehr sich detournieren wie die 2<sup>te</sup> figur außweiset: und zweiffle ich noch ob *per transportationem systematis* der einte *motus* könne völlig in den anderen transformiert werden, wie solches nohtwendig seyn muß wan der *cuneus* soll *eandem pressionem* leiden. Wan aber beide figuren völlig *similes* sind, so ist freylich die *pressio eadem*<sup>[6]</sup>. Sonsten ist die materi *de resistentiis fluidorum* freylich noch sehr unvolkommen tractiert worden. Ich bewundere, daß in *motibus neque lentissimis neque velocissimis* die *resistentia globi* so gar genaw mit der *dimidia altitudine noti cylindri* übereinstimme. Dieser eintzige umstand macht mich noch glauben, daß diese materi noch könnte *mechanice ad calculos* reduciert werden.

Das *argumentum de motu rotatorio corporum ab axe fixo, circa quem gyrabantur, liberatorum* ist ein *purum problema mechanicum, sed difficillimum, quod a nemine facile solvetur*. Wan nur 2 *corpora* sind, so ist leicht zu sehen daß *a primo liberationis momento* die *corpora circa axem ad virgam perpendicularem in plano motus quod adfuit in momento liberationem praecedente* werde[n] gyrieren, die *corpora* mögen *aequalia* oder *inaequalia* seyn; auch wird solches geschehen, wan *plura corpora in eadem virga recta cohaerierten*. Bej dieser materi könnte man fragen, wie man durch eine *general expressionem per signa summatoria* den *axem rotationis* determinieren soll, daß sich die *vires centrifugae* destruiren. Das *problema* die *vires* zu determinieren, *quas axis positione datus sustinet*, ist leichter, wan auch schon

andere *vires* darzu kommen. Sonsten hab ich auch auß dieser materi wie auch auß vielen anderen gemerket, daß Ew. HEdgb. müßen der Author seyn von einer *dissertatione anonyma*, welche ein theil des *praemii* sur le Cabestan erhalten<sup>[7]</sup>. Man sihet gleich daß sie von einem Meister herkomt, der an vielen orten anderst denckt als er sagt. Die *Longitudo vectis commodissima* bej einem Cabestan, so von menschen getrieben wird, dependiert von gantz anderen *principiis*, als in der *dissertatione* gemeldet wird. Man könnte die wahre *principia* durch sehr nützliche *experimenta* determinieren, wan man eine *scalam per observationes* mische *inter longitudoines vectis et effectus ab eodem homine eodem tempore eademque defatigatione praestitos*.

Dem H. Maupertuis bitte mein compliment zu machen und ihme zu sagen, daß er die güte habe sich von seinem H. Vatter bezahlt zu machen wegen denen chansons die er in Paris für mich gekauft und die summ zu melden damit ich es in die rechnung bringen könne<sup>[8]</sup>. Von H. Clairaut hab ich die längste zeit keinen brieff erhalten; bitte also H. Maupertuis zu fragen ob er nicht wiße, ob dieses jahr ein *programma* von der Academi wegen dem *praemio* für das jahr 1747 außgegangen. Die quaestion von diesem jahr soll biß a. 1747 außgesetzt worden seyn, und da ich concurriert habe für diese quaestion, wolte ich ein *additamentum* machen<sup>[9]</sup>; wan man aber bej diesen kriegszeiten die *praemia* gar nicht mehr austheilen wolte, möchte ich nicht gern vergebene mühe nehmen; ich hab einmahl weder in den zeitungen etwas gelesen noch das *programma* zu sehen bekommen; Ew. HEdgb. werden aber den bericht wohl von H. Maupertuis erfahren können.

Über den d'Alembert glaub ich einmahl ursach zu haben indigniert zu seyn; ich erwarthe Ew. HEdgb. *judicium* mit verlangen; wan es einiger maaßen mit dem meinigen conform ist, bitte solches dem H. de Maupertuis zu eröffnen, dan alhier war er alzustarck für den d'Alembert praeveniert.

Wegen Ew. HEdgb. burger recht hab ich die ehr gehabt mit Dero H. Oncle (J.H. I Brucker) dem H. Obersthelffer zu reden und ihne gebetten deswegen mit H. Burger Meister (E.) Falckhner zu reden und ihne zu erinnern, was er mir vor vielen jahren versprochen habe; es scheint aber er laße sich die sach nicht sonderlich angelegen seyn, da er seithero nichts mehr mit mir darvon gesprochen; das begehren muß von den verwandten geschehen<sup>[10]</sup>. Wan Ew. HEdgb. den H. (E.) Müller so in Berlin etabliert ist, sehen bitte ihne zu fragen, ob er sich nicht mehr erinnere, was a. 1737 in der conferenz, so zwischen H. Gerichts Herr (D.) Falckhner meinem Cousin und H. Rahtsherr Thierry von Müllhaußen zu Sierentz gehalten worden, und dero H. Müller als Mediator bejgewohnet hat, seje geschlossen und bejderseits einander versprochen worden: H. R[ah]ts]H. Thierry macht nun allerhand difficulteten<sup>[11]</sup>. Ew. HEdgb. werden uns obligieren solches gleich zu berichten.

Daß ich in der *Histoire* von den *Actis Berolinensibus* als ein Mitglied der neweren Academi genent werde, halte ich für eine sonderbahre ehr, wan es mit wahrheit geschehen, sonderlich da man mir ohne mein ansuchen solche ehr angethan hätte: ich sage in allem fahl Ew. HEdgb. schuldigsten danck darvor<sup>[12]</sup>.

Newlich schrieb mir ein gewißer H. ⟨Jens⟩ Kraft, so mein *discipulus* gewesen, er hab irgendwo gelesen, daß Ew. HEdgb. die aequation

$$\int \frac{dv}{\sqrt{1-vv}} = \int \frac{\lambda dz}{\sqrt{AA-zz}}$$

verwandeln in

$$\frac{\sqrt{1-vv} + v\sqrt{-1}}{\sqrt{1-vv} - v\sqrt{-1}} = \left( \frac{\sqrt{AA-CC} - C\sqrt{-1}}{\sqrt{AA-CC} + C\sqrt{-1}} \right)^\lambda \times \left( \frac{\sqrt{AA-zz} + z\sqrt{-1}}{\sqrt{AA-zz} - z\sqrt{-1}} \right)^\lambda,$$

welches er nicht genug einsahe, weil er *alia methodo ad aliam aequationem* kame, welche aber au fond mit dieser übereinkam<sup>[13]</sup>. Man kan aber die aequation simpler machen und nur setzen

$$\sqrt{1-vv} + v\sqrt{-1} = \left( \frac{\sqrt{AA-zz} + z\sqrt{-1}}{\sqrt{AA-CC} + C\sqrt{-1}} \right)^\lambda.$$

Schlieslichen bitte der gantzen werthesten familien mein ergebenstes compliment zu machen und verharre wie jederzeit mit aller möglichsten hochachtung

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

Basel, den 4. Dezember 1745

⟩...⟨

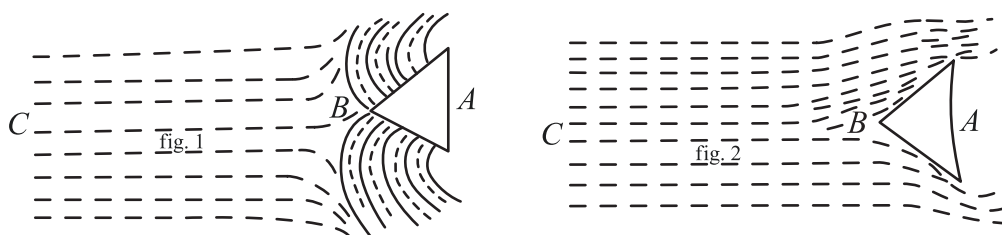
Sie dürfen nicht daran zweifeln, dass mich das ruhmreiche Kriegsglück des Königs ⟨Friedrich II.⟩ von Preussen und seiner Alliierten erfreut<sup>[1]</sup>. Meine diesbezügliche Gesinnung stimmt noch immer mit derjenigen überein, die ich Ihnen in Petersburg mit ziemlicher Heftigkeit bezeugt habe. Es ist auch recht und billig, dass alle, denen die wahren Wissenschaften am Herzen liegen, von solchem Eifer und solcher Gesinnung erfüllt sind, weil doch jene nur in Frankreich und in Preussen mit so hohen Kosten gepflegt werden, während in allen übrigen Ländern die Barbarei je länger desto mehr an Boden gewinnt. Es scheint, dass auch in England selbst das Niveau der Wissenschaften sinkt, und was darin noch getan wird, hat man mehr dem natürlichen guten Geschmack der Nation zu verdanken als den Anregungen des Königs oder des Parlaments.

Die Petersburger Akademie betrachte ich als völlig ruiniert. Ich wäre schon damit zufrieden, wenn man meine Pension in Zukunft wieder bezahlte, ohne an die alten Ausstände zu denken. Das könnte wohl geschehen, wenn sie jährlich ihre 25 000 Rubel tatsächlich bekäme, woran ich jedoch auch noch zweifle. Herr 〈Johannes〉 Stähelin sagt mir, es hätten sich wieder einige Professoren gegen Herrn Schumacher aufgelehnt<sup>[2]</sup>.

Hinsichtlich der Berechnung der Geschwindigkeit einer Kugel mittels des Pendelausschlags haben Sie recht. Als ich die Rechnung zum zweiten Mal ausführte, fand ich genau Ihre Formel, wohingegen ich beim ersten Mal mit derselben Überlegung infolge eines begangenen Rechnungsfehlers auf die Formel von Robins verfallen war, und dieser grosse Zufall bewirkte, dass ich die Rechnung nicht mehr überprüfte<sup>[3]</sup>. Ich kann nicht mehr glauben, dass die Mengen des Schiesspulvers in den Petersburger Experimenten richtig angegeben worden sind, doch könnte man die Verhältnisse der dargelegten Mengen noch gut annehmen. Alle Umstände machen mich jetzt glauben, dass man in diesen Experimenten Pfund anstelle von Unzen setzen müsste<sup>[4]</sup>. Vor einigen Wochen übten sich unsere Kanoniere auf der Schützenmatte<sup>[5]</sup> mit Kanonen, welche 2 Pfund schossen, und benutzten eine Ladung von 4 Pfund Pulver. Ich erkundigte mich nach der Distanz des Ziels; den Knall durch das Auftreffen der Kugel auf der Scheibe konnte man gut wahrnehmen. Mein Bruder 〈Johann II〉, ich und noch ein Freund hielten bei jedem Schuss eine Taschenuhr ans Ohr, und nach vielen Versuchen, in welchen wir ziemlich übereinstimmten, schlossen wir, dass der Knall fünf Ausschläge nach dem Abschuss ankam, was ungefähr 2'' entspricht. Das Ziel befand sich in einer Entfernung von etwa 1200 Fuss, und wir standen bei den Kanonen, weshalb wegen der Schallgeschwindigkeit ungefähr 1'' abgezogen werden muss, so dass die Kugel auch etwa eine Sekunde lang unterwegs war. Nach Erwägung aller Umstände glaube ich sicher zu sein, dass die Kugel mehr als 1200 und weniger als 1600 Fuss innert einer Sekunde zurücklegte.

Das von Ihnen verwendete Argument, um zu beweisen, dass fliessendes Wasser einen ruhenden, eingetauchten Körper gleich drückt wie ein mit derselben Geschwindigkeit bewegter Körper das stehende Wasser, konnte mir nicht unbekannt sein. Es überzeugt mich aber keineswegs, weil ich nicht sehe, ob die gesamte Bewegung des Systems beim Übergang von einem System in das andere notwendig umgekehrt wird. Untersuchen Sie bitte, was für eine Bewegung in den Wasserteilchen ungefähr entstehen muss, wenn sich ein Körper im Wasser bewegt, und wie die Wasserteilchen in ihrer Bewegung ungefähr verändert werden müssen, wenn das Wasser gegen den Körper stösst; danach sehen Sie, ob die Bewegung im ersten Fall sich mittels Addition oder Subtraktion der gemeinsamen Bewegung im ganzen System offensichtlich in die Bewegung im anderen Fall verändern muss.





Wenn sich der Keil  $AB$  im stehenden Wasser gemäss der ersten Figur gegen  $C$  bewegt, so bewegen sich – wie ich vermute – die nahe bei dem Keil liegenden Wasserteilchen ungefähr so, wie die erste Figur zeigt; wenn das Wasser von  $C$  aus gegen den ruhenden Keil  $AB$  fliesst, so vermute ich, dass die Wasserteilchen etwa gemäss der zweiten Figur abgelenkt werden. Ich bezweifle immer noch, dass die eine Bewegung durch Überführung des Systems gänzlich in die andere transformiert werden kann, wie dies notwendig sein müsste, wenn der Keil denselben Druck erleiden soll. Sind jedoch beide Figuren einander vollständig ähnlich, so ist der Druck allerdings derselbe<sup>[6]</sup>. Im Übrigen ist das Gebiet über den Widerstand der Flüssigkeiten wirklich noch sehr unvollkommen behandelt. Ich wundere mich darüber, dass der Widerstand einer Kugel – in nicht extrem langsamen oder schnellen Bewegungen – so genau mit der halben Höhe des bekannten Zylinders übereinstimmt. Dieser einzige Umstand lässt mich noch glauben, dass diese Materie auf mechanischem Wege auf Mathematik reduziert werden könnte.

Die Frage der Rotationsbewegung von Körpern, die von einer festen Achse, um die sie zuvor kreisten, befreit werden, ist ein rein mechanisches Problem, jedoch ein sehr schwieriges, das von niemandem leicht gelöst werden wird. Sind es nur zwei Körper, so sieht man leicht, dass die Körper vom ersten Moment der Loslösung an um eine Achse kreisen werden, die in der Ebene der Bewegung, wie sie unmittelbar vor der Loslösung war, auf dem Stab senkrecht steht, ob die Körper nun gleich oder ungleich sind. Das wird auch zutreffen, wenn mehrere Körper an demselben geraden Stab hängen. Bei diesem Sachverhalt könnte man fragen, wie man durch einen allgemeinen Ausdruck mit Integralen die Rotationsachse bestimmen soll, damit sich die Zentrifugalkräfte gegenseitig aufheben. Das Problem, die Kräfte zu bestimmen, welche eine in ihrer Lage gegebene Achse erfährt, ist leichter, auch wenn noch andere Kräfte hinzukommen. Auch sonst habe ich aus dieser wie auch aus vielen anderen Fragen gemerkt, dass Sie der Autor einer anonymen Schrift sein müssen, welcher ein Anteil des Preises über die Ankerwinde zugesprochen wurde<sup>[7]</sup>. Man sieht sofort, dass sie von einem Meister stammt, der an vielen Stellen anders denkt, als er sagt. Die günstigste Länge des Hebels bei einer Ankerwinde, die von Menschenkraft angetrieben wird, hängt von ganz anderen Prinzipien ab, als in der Abhandlung berichtet wird. Die wahren Prinzipien könnte man durch sehr nützliche Experimente bestimmen, indem man durch Beobachtung ein Diagramm der Längen des Hebels und der von demselben Menschen in derselben Zeit mit denselben Ermüdungserscheinungen erzielten Wirkungen anfertigt.

Ich bitte Sie, Herrn Maupertuis von mir grüssen zu lassen und ihm zu sagen, er möge sich bitte von seinem Vater bezahlen lassen für die Chansons, die er in

Paris für mich gekauft hat, und den Betrag zu nennen, damit ich es abrechnen kann<sup>[8]</sup>. Von Herrn Clairaut habe ich seit langem keinen Brief erhalten; also fragen Sie bitte Herrn Maupertuis, ob er weiss, ob in diesem Jahr von der Akademie ein Preisausschreiben für das Jahr 1747 ausgegeben worden ist. Die Preisfrage vom laufenden Jahr soll bis 1747 ausgesetzt worden sein, und da ich für diese Frage konkurriert habe, möchte ich gerne einen Zusatz anbringen<sup>[9]</sup>. Wollte man aber bei diesen Kriegszeiten die Preise gar nicht mehr austheilen, so möchte ich mich nicht gern umsonst bemühen. Weder habe ich in den Zeitungen etwas darüber gelesen noch das Programm zu Gesicht bekommen, doch Sie werden wohl durch Herrn Maupertuis Bericht erhalten können.

Ich glaube nun einmal Grund zu haben, über d'Alembert verärgert zu sein. Ich erwarte dringend Ihr Urteil, und wenn dieses mit dem meinigen einigermassen konform ist, bitte ich Sie, es Herrn de Maupertuis zu eröffnen, denn hier war er allzusehr für d'Alembert voreingenommen.

Ihr Bürgerrecht betreffend hatte ich die Ehre, mit Ihrem Onkel (J.H. I Brucker), dem Obersthelfer, zu sprechen, und habe ihn gebeten, deswegen mit Bürgermeister (E.) Falkner zu reden und ihn daran zu erinnern, was er mir vor vielen Jahren versprochen hat. Es scheint jedoch, er kümmere sich nicht besonders darum, da er seither mit mir nicht mehr darüber gesprochen hat. Das Begehren muss von Seiten der Verwandten gestellt werden<sup>[10]</sup>. Wenn Sie den in Berlin ansässigen Herrn (E.) Müller sehen, dann fragen Sie ihn bitte, ob er sich nicht mehr erinnert, was 1737 in der Konferenz beschlossen und gegenseitig versprochen worden ist, die zwischen meinem Vetter Gerichtsherrn (D.) Falkner und Ratsherrn Thierry aus Mülhausen in Sierentz abgehalten wurde und welcher Herr Müller als Vermittler beigezogen hat; Ratsherr Thierry macht nun allerhand Schwierigkeiten<sup>[11]</sup>. Sie würden uns sehr verpflichten, dies sogleich zu berichten.

Dass ich in der *Histoire der Berliner Mémoires* als Mitglied der neuen Akademie genannt werde, halte ich für eine besondere Ehre, wenn es wirklich zutrifft, besonders da man mir diese Ehre ohne mein Ersuchen erwiesen hätte. In jedem Fall danke ich Ihnen sehr dafür<sup>[12]</sup>.

Kürzlich schrieb mir ein gewisser Herr (Jens) Kraft, der mein Schüler gewesen ist, er habe irgendwo gelesen, dass Sie die Gleichung

$$\int \frac{dv}{\sqrt{1-vv}} = \int \frac{\lambda dz}{\sqrt{AA-zz}}$$

umwandeln in

$$\frac{\sqrt{1-vv} + v\sqrt{-1}}{\sqrt{1-vv} - v\sqrt{-1}} = \left( \frac{\sqrt{AA-CC} - C\sqrt{-1}}{\sqrt{AA-CC} + C\sqrt{-1}} \right)^\lambda \times \left( \frac{\sqrt{AA-zz} + z\sqrt{-1}}{\sqrt{AA-zz} - z\sqrt{-1}} \right)^\lambda,$$

was er nicht hinreichend einsah, weil er mit einer anderen Methode auf eine andere Gleichung kam, die aber im Grunde mit dieser übereinstimmte<sup>[13]</sup>. Man kann die Gleichung jedoch vereinfachen und bloss setzen

$$\sqrt{1-vv} + v\sqrt{-1} = \left( \frac{\sqrt{AA-zz} + z\sqrt{-1}}{\sqrt{AA-CC} + C\sqrt{-1}} \right)^\lambda.$$

Abschliessend bitte ich Sie, die ganze verehrte Familie herzlich zu grüssen, und verbleibe wie stets mit aller möglichen Hochachtung

}>...<

Daniel Bernoulli

- R 163 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom November 1745  
 Basel, 4. Dezember 1745  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 2, Nr. 7, Bl. 108–109v  
 Publ.: Fuss 2, p. 587–591

- [1] Mit dem «ruhmreichen Kriegsglück» Friedrichs II. meint D. Bernoulli dessen siegreiche Schlachten bei Hohenfriedberg am 3./4. Juni und bei Soor am 30. September 1745, welche in dem von Friedrich II. im August 1744 begonnenen Zweiten Schlesischen Krieg einen Wendepunkt darstellten. Dresden fiel allerdings erst am 15. Dezember mit der für die Preussen ebenfalls siegreichen Schlacht bei Kesselsdorf, und der Frieden zu Dresden wurde erst am 25. Dezember geschlossen. Das Fazit des Zweiten Schlesischen Krieges war für Friedrich längst nicht so brillant, wie er sich das ursprünglich vorgestellt hatte: Wohl blieben ihm der Besitz des eroberten Schlesiens und die Million Taler, die Sachsen ihm als Reparation zu zahlen hatte, doch musste er seine Hoffnungen auf Annexion böhmischer Gebiete vollständig begraben und obendrein noch die im September 1745 erfolgte Wahl Franz Stephans, des Gatten Maria Theresias, zum Kaiser anerkennen. – Cf. Mittenzwei (1984, p. 69–80).
- [2] Im Juli 1745 unterbreitete Schumacher dem Senat seine eigenen Vorschläge für die Gehälter der Akademiemitglieder, was deren entschlossenen Protest hervorrief (cf. *Protokoly* 2, p. 68–76; *Chronik* 1, p. 311).
- [3] Eulers Berechnungen der Geschossgeschwindigkeit aus dem Ausschlag des ballistischen Pendels finden sich in seinen Anmerkungen zum 8. Satz des ersten Kapitels von Robins' *Grundsätzen der Artillerie* (E. 77).
- [4] Die ballistischen Experimente, die 1727 in Petersburg angestellt worden waren, hatte D. Bernoulli in seiner Abhandlung (1729, DB. 14a, p. 329) und erneut in seiner *Hydrodynamik* (DBW 5, p. 351f) analysiert; Eulers Notizen dazu wurden erst posthum veröffentlicht (E. 853).
- [5] Die *Schützenmatte* war damals ein unbewohntes Feld- und Wiesengelände von etwa 800 m Länge und 250 m Breite an der südlichen Peripherie der Stadt Basel. Heute sind dort Parkanlagen und Sportplätze, doch ist der Name derselbe geblieben.
- [6] Der Unterschied zwischen dem Druck auf einen im Strom fixierten Körper und dem Widerstand des im stehenden Wasser geschleppten Körpers wurde erst im 19. Jahrhundert weiter untersucht.
- [7] Eulers Preisschrift über die Ankerwinde (E. 78) wurde von der Pariser Akademie in einem Sammelband von 1745 ohne Nennung des Verfassers publiziert.
- [8] Drei Briefe von Maupertuis' Vater aus den Jahren 1745/46 an Daniel Bernoulli sind erhalten geblieben. Sie betreffen lediglich finanzielle Beziehungen (Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 221–224v).
- [9] Cf. Brief Nr. 68, Anm. 10. Der Haupttext von Bernoullis Preisschrift (1750, DB. 42a) wurde zusammen mit einer Fortsetzung (1750, DB. 42b) publiziert.
- [10] Euler hatte die Frage der Beibehaltung seines Basler Bürgerrechtes und desjenigen seiner Familie 1734 unmittelbar nach seiner Heirat aufgeworfen, wie wir aus zwei erhalten gebliebenen Briefen an seinen Vater wissen (R 602, 602a).
- [11] Der Gegenstand der hier erwähnten Verhandlungen ist uns unbekannt.
- [12] Daniel und Johann II Bernoulli wurden erst am 30. Juni 1746 offiziell zu Auswärtigen Mitgliedern der Berliner Akademie gewählt, jedoch tauchte der Name D. Bernoullis als

*Membre étranger* schon im Band der *Histoire* der Berliner Akademie für 1745 auf. – Cf. Brief Nr. 79, Anm. 14.

- [13] D. Bernoullis Bemerkung ist zwar richtig, doch erfordert ihre Verifizierung immerhin einigen Rechenaufwand. Unklar bleibt, ob die von J. Kraft gefundene «andere Gleichung» mit der Bernoullischen Vereinfachung etwas zu tun hatte.

## 77

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 4. Januar 1746

HochEdelgebohrner Herr

Hochgeehrtester Herr Professor und werthester Freund

Die erkantlichkeit für Dero kenzeichen einer so wahren freundschaftt gegen mir erlaubet mir nicht diese meine antwort aufzuschieben. Meine empfindlichkeit ist hierüber umb so viel größer, als ich hier in einem land lebe, da man weder freundschaftt noch wißenschafft kennet. Wan mich nicht meine alte Elteren zuruck hielten wurde ich à tout prix trachten mein leben bej einem so guten freünd zubringen und schließen zu können. Alhier hab ich weder einige anmuht noch die geringste gelegenheit etwas zur vermehrung der wahren wißenschafftten zu contribuiiren. Ich bin Ew. HEdgb. sehr verbunden über das empressement mit welchem Sie meine commission an H. (E.) Müller ausgerichtet haben<sup>[1]</sup>. Der Schweitzer siege über den *Carolus audacem* haben gewiß unsere vorelteren nicht so viel gefrewet, als ich mich erfrewen über die siegreichen waffen der tapfferen Preussischen Nation<sup>[2]</sup>. Man darff auch kein prophet sejn umb vorher zu sagen, daß wan keine neue *incidentia* kommen, es alzeit so fortgehen werde, dan man kan einiger maaßen demonstrieren, daß das glück wenig antheil an den bisherigen victorien gehabt. Ich förchte nur die jalousi der übrigen monarchen. Das beste ist, daß der König (Friedrich II.) eben so tieffsinnig in dem Cabinet als tapffer zu feld ist.

Von dem H. Delisle hatte ich vermeint er seje naher Schweden beruffen worden; nun höre ich mit verwunderung daß er der Praesidenten stell nachstrebe. Wan noch etwas auß Petersburg kommen solte, so geschehe es wieder alles verhoffen und wurde mich umb so viel mehr frewen. Inzwischen sehe ich nicht, wie es mehr möglich seje die Academi wiederumb auff einen rechten fuß zu setzen. Wan man sich je noch durch etwas distinguieren könnte, wäre es vielleicht durch die *physicam mechanicam et experimentalem*, da Ew. HEdgb. auß der frembde schon könnten gute anschläg geben einige *Academicos* mit nutzen und nach dem heütigen gout zu occupieren. Die gegenwärtige *Academicos* kenne ich nicht genug umb zu wißen ob ihre eigene einsichten sufficient sind eine Academi in ansehen zu bringen, worüber mir Ew. HEdgb. urtheil außbitte, da ich weiß daß Sie an meiner discretion und guten intention nicht zweiffen.

Ich halte auch für gewiß daß die Englische Nation auff ihrem declin in allen stucken seje, sonderlich aber in den wahren wißenschafftten. Wan sie die *vires vivas* anderst als nach dem nammen impugnieren, so wurde sich ihr ejgener Newton in

dem grab umbkehren, wan e[r] es wüste. Sonderlich aber verwundere ich mich daß ich das *objectum* ihres nejds und haßes worden bin, der ich in allen occasionen mich als ein verehrer dieser Nation und ein anbetter des großen Newtons erwiesen und *in specie* den Newton *in doctrina de viribus vivis* defendiert; auch bin ich in der that der meinung daß man natürlicher *vim vivam* hejße das  $\int p dt$  als das  $\int p dx$ ; daß aber in einem *systemate* die *conservatio virium vivarum secundum posteriorem definitionem* statt finde, ist ein *principium metaphysicum multiplici inductione confirmatum*; es finden aber auch andere dergleichen *conservationes* platz *ratione* des  $\int p dt$  und zwar nicht nur *post mutatas velocitates* sondern auch *post mutatas directiones*, welches ich der erste observiert und demonstriert habe<sup>[3]</sup>. Enfin ich habe vermeint ohne der Leibnitianischen theori tort gethan zu haben mich wegen dieser controvers umb die Englische Nation verdient gemacht zu haben. Ich verwundere mich über mein schicksal, welches ich schon so oft erfahren, daß man an mir übel nimt, wordurch sich andere leüt am meisten beliebt machen. Doch bin ich über diesen gegenwärtigen *casum* weder erzürnt noch betrübt.

Wan mir Ew. HEEdgb. ein exemplar von des *Jurini* schmächtschrifft überschicken können<sup>[4]</sup>, werden Sie mich sehr obligieren; finde ich etwas darin zu loben, so werde ich es bei allen gelegenheiten thun; alles übrige aber mit stillschweigen übergehen, gleichwie Ew. HEEdgb. mit dem Robins gethan<sup>[5]</sup>.

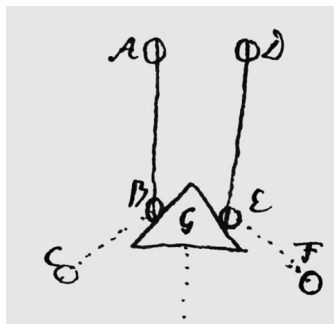
Ich habe so gar das odiose *principium attractionis materiae essentialiter insitae*, welches der Newton selber kaum hat *expressis verbis* thun dörrfen, bei Ew. HEEdgb. defendiert und haben Dieselben so gar mir einigen *assensum* darüber gegeben; welcher *non-Anglus* hat solches jemahls gethan? Doch bin ich, wan ich je etwas in meinem leben praestiert, alzuviel dadurch recompensiert, daß ich bei Ew. HEEdgb. einige estime erlangt habe. Dieses einzige wurde ich meinen häßeren antworten, wan ich antworten thäte.

Auch in des d'Alamberts *Hydrodynamic* sind überaus viel articul, darin er mich ohne allen grund refutiert, die Ew. HEEdgb. nicht observiert haben. In der *mechanica pura* erweist er sich einen grundgelehrten man; wo aber einige physische und metaphysische reflexionen mit unterlaufen, ist alles recht pueril. Dem H. Clairaut hab ich ein verzeichnus darvon geschickt<sup>[6]</sup>.

Von Paris hab ich seithero gehört daß würcklich ein *programma* für das jahr 1747 seje von der Academie publiciert worden<sup>[7]</sup>. Es scheint also daß ohngeacht der kriegstroubles die *praemia* noch ferners werden außgetheilt werden; ich wünsche also daß Ew. HEEdgb. das dies-jährige dreÿfache *praemium* mögen remportieren: Mein bruder (Johann II) hat auch eine kleine piece hingeschickt, welche ich ein wenig retouchiert habe; aber ich bin ohne einige hoffnung für ihne<sup>[8]</sup>.

Ich hatte ein gantz *systema* meditiert über die Berliner quaestion, auch albereit viele *calculos* gemacht, welche mir sehr artige *numeros* gegeben *pro ventis constantibus a diversis causis*<sup>[9]</sup>. Alß ich aber meine gedancken zu papier bringen wolte hab ich mich wegen vielen verdrieslichkeiten so indisponiert darzu gefunden, daß ich von meinem vorhaben völlig hab müßen abstehen. *Dabit Deus his quoque finem*<sup>[10]</sup>.

Die *identitatem actionis pro corpore et fluido* will ich eben nicht läugnen, sondern nur sagen daß sie mir noch nicht genugsam einleuchtet und wäre vieles darüber zu sagen.



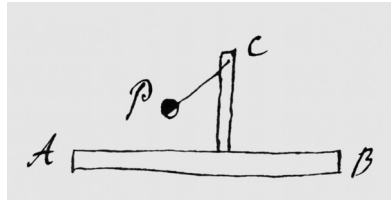
Wan zum exempel 2 *globi A, D* wieder das *triangulum quiescens G* *velocitatibus AB, DE* impingieren, so will ich setzen, *post impulsus* seien die *motus et velocitates globorum* exprimiert durch *BC, EF* und *motus trianguli* durch *Gh*; darauf folgt wan der *motus inversus* wird, und *globi* den *motum CB, FE*, *triangulum autem* den *motum hG* haben, so wird *post impulsus triangulum in G* quiescieren, und die *globi* bekommen *motus BA et ED* und wird *in utroque casu* der *conflictus sive pressiones momentaneae trianguli et globorum eadem* sejn. Dieses ist also der rechte *motus inversus* und nicht der andere da man supponieren wolte, die *globi B et E* quiescieren und das *triangulum* impingiere auff dieselbe *velocitate HG* *velocitati AB contraria et aequali*. Das erstere sehe ich klar ein, das andere noch nicht so klar; doch will ich es auch nicht läugnen.

Haben Ew. HEdgb. kein exemplar von den *pieces sur le Cabestan* von Paris erhalten<sup>[11]</sup>? Man solte die *principia mechanica machinarum viribus animalibus agitatarum per experimenta* untersuchen und alle *maxima et minima* darnach ausrechnen. Dieses wäre der allernutzlichste theil *mechanicae practicae*; vielleicht werden wir einmahl von der Berliner Academi diese *subsidia* erhalten. Ich hab unterschiedene sachen in meiner *Hydrodynamic* angezeigt und wolte meine *desiderata* gern weiters eröffnen<sup>[12]</sup>.

Der general friede mit Preussen, darvon zeitungen einlauffen, erwecket in [mir] die größte hoffnung zur fortpflanzung der wißenschafften<sup>[13]</sup>.

Wegen meiner piece, so den *Actis Berolinensibus* inseriert worden ist, erinnere ich mich, daß ich einige passages Ew. HEdgb. überlaßen habe; möchte also wißen, ob alles ist getruckt worden. Wan solches ist, wird es beßer sejn, die sache vor meinem Vatter geheim zu halten, weil er ungern sehen wurde, daß ich einige sachen mir habe wollen vorbehalten, obschon Ew. HEdgb. wohl wißen, daß ich in den quaestionierten sachen nichts von ihm und er alles von mir hat; nunmehr aber wolte ich gern ich hätte ihm de bonne grace alles sacrificiert, weil er gewiß mehr frewd daran hat als ich<sup>[14]</sup>.

Ew. HEdgb. sagen das kein *motus in trabe AB ab oscillatione penduli CP* entstehen wurde, wan keine *frictio* wäre.



Sie wollen ohne zweiffel sagen kein *motus pure progressivus*, da *AB motus reciprocus* bekommen wird, welche man nicht schwär determinieren kan, *sive oscillationes penduli sint finitae sive infinite parvae*. Wan aber die *frictio sufficienter* vorhanden, wird der *trabs AB* ohne zweiffel *ab impetu* einen kleinen *motum progressivum* erhalten; man hätte von diesem *paradoxo* ein klareres exempel geben können. Wan nemlich ein *globus homogeneus super pavimento horizontali* einen *motum rotatorium circa centrum* hat und keine *frictio* da ist, so wird der *globus* nicht fortgehen; ist aber eine *frictio* da, so wird er fortrollen. Von diesem *motu variabili* hab ich vor einigen jahren eine dissertation verfertiget und viele *phaenomena motus* auff einem billard darauß expliciert, welche ich schicken könnte wan man den 2<sup>ten</sup> *tomum* Ihrer *Memoires* druckt<sup>[15]</sup>.

Schlieslichen wünsche auß anlaaß dieses angetrettenen neuen jahrs Ew. HEdgb. und Dero gantzen werthesten familien alles selbst erwünschte wohlergehen und will mich Dero fernerer freundschaft und gewogenheit bestermaaßen anbefohlen haben, der ich mit beständiger vollkommener hochachtung verharre

Ew. HEdgb.

Meines Hochgeehrtesten H. Professors

Gehorsamster Diener

DBernoulli

Basel den 4. jan. 1746.

### Übersetzung

>...<

Die Erkenntlichkeit für das Zeichen Ihrer so wahren Freundschaft für mich gestattet mir nicht, diese meine Antwort hinauszuschieben. Ich empfinde das um so stärker, als ich hier in einem Land lebe, wo man weder Freundschaft noch Wissenschaft kennt. Hielten mich nicht meine alten Eltern zurück, so würde ich um jeden Preis danach trachten, mein Leben bei einem so guten Freund zubringen und abschliessen zu können. Hier habe ich weder einigen Anreiz noch die geringste Gelegenheit, etwas zur Mehrung der wahren Wissenschaften beizutragen. Für den Eifer, mit dem Sie meine Kommission an Herrn <E.> Müller betrieben haben, bin



ich Ihnen sehr verbunden<sup>[1]</sup>. Die Siege der Schweizer über Karl den Kühnen haben unsere Vorfahren sicher nicht mehr gefreut, als mich die siegreichen Waffen der tapferen preussischen Nation<sup>[2]</sup>. Man muss auch kein Prophet sein, um vorauszusagen, dass es immer so weitergehen wird, wenn nichts Unvorhergesehenes eintritt, denn es lässt sich einigermaßen zeigen, dass das Glück an den bisherigen Siegen nur wenig Anteil gehabt hat. Nur befürchte ich die Eifersucht der übrigen Monarchen. Das Beste ist, dass der König (Friedrich II.) ebenso tiefsinnig im Kabinett wie tapfer im Feld ist.

Von Herrn Delisle hatte ich gemeint, er sei nach Schweden berufen worden, doch jetzt höre ich mit Verwunderung, dass er die Präsidentenstelle anstrebe. Wenn aus Petersburg noch etwas kommen sollte, so geschähe das gegen alle Hoffnung, und es würde mich um so mehr freuen. Indes sehe ich nicht, wie es noch möglich wäre, die Akademie wieder richtig auf die Beine zu bringen. Wenn man sich jemals noch mit etwas auszeichnen könnte, wäre es vielleicht durch Mechanik und Experimentalphysik, wobei Sie aus der Fremde schon gute Ratschläge erteilen könnten, um einige Akademiker nützlich und nach heutigem Geschmack zu beschäftigen. Die derzeitigen Akademiker kenne ich nicht gut genug, um zu wissen, ob ihre eigenen Einsichten ausreichend sind, um eine Akademie zu Ansehen zu bringen, und darüber erbitte ich Ihr Urteil; ich weiss ja, dass Sie an meiner Diskretion und guten Absicht nicht zweifeln.

Ich halte es auch für gewiss, dass die englische Nation sich in allen Stücken auf dem Niedergang befindet, besonders aber in den wahren Wissenschaften. Wenn sie die lebendigen Kräfte anders als bloss dem Namen nach bestreiten, so würde sich ihr eigener Newton im Grab umdrehen, wenn er es wüsste. Besonders aber wundert mich, dass ich das Objekt ihres Neides und Hasses geworden bin, der ich mich bei jeder Gelegenheit als ein Verehrer dieser Nation und Anbeter des grossen Newton erwiesen und diesen speziell in der Lehre der lebendigen Kräfte verteidigt habe. Auch bin ich tatsächlich der Meinung, dass man viel natürlicher  $\int p \, dt$  als lebendige Kraft bezeichnet als  $\int p \, dx$ . Dass sich hingegen in einem System die Erhaltung der lebendigen Kräfte gemäss der letzteren Definition abspielt, ist ein durch vielfache Induktion bestätigtes metaphysisches Prinzip. Es gibt aber auch andere solche Erhaltungen bezüglich des  $\int p \, dt$ , und zwar nicht nur nach Veränderung der Geschwindigkeiten, sondern auch der Richtungen, was ich als erster bemerkt und bewiesen habe<sup>[3]</sup>. Schliesslich vermeinte ich, mich – ohne die Leibnizsche Theorie verunglimpft zu haben – wegen dieser Kontroverse um die englische Nation verdient gemacht zu haben. Ich wundere mich über mein schon so oft erfahrenes Schicksal, dass man mir verübelt, wodurch sich andere Leute am meisten beliebt machen. Doch bin ich über diesen gegenwärtigen Fall weder erzürnt noch betrübt.

Wenn Sie mir ein Exemplar von der Schmähschrift Jurins schicken können<sup>[4]</sup>, werden Sie mich sehr verpflichten. Finde ich darin etwas zu loben, so werde ich es bei jeder Gelegenheit tun, alles übrige jedoch mit Stillschweigen übergehen, so wie Sie es mit Robins getan haben<sup>[5]</sup>.

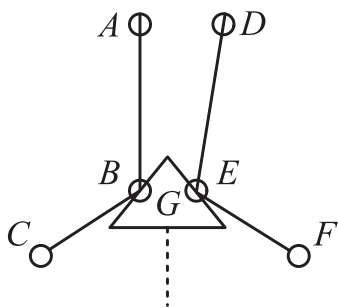
Ich habe sogar das berühmte Prinzip der Anziehung, welche der Materie wesentlich eingepflanzt sei, das sogar Newton selbst kaum in Worten ausdrücken durfte, bei Ihnen verteidigt, und Sie haben mir sogar ein wenig zugestimmt; welcher Nicht-Engländer hat jemals derartiges getan? Doch bin ich – wenn ich in meinem Leben je etwas geleistet habe – schon dadurch überreichlich entschädigt, dass ich bei Ihnen einige Wertschätzung erlangt habe. Dies als einziges würde ich meinen Hassern antworten, wenn ich je antwortete.

Auch in der *Hydrodynamik* von d'Alembert sind sehr viele von Ihnen nicht bemerkte Artikel, in denen er mir ohne allen Grund widerspricht. In der reinen Mechanik erweist er sich als grundgelehrter Mann, wo hingegen einige physikalische und metaphysische Reflexionen hinzukommen, ist alles ziemlich kindisch. Herrn Clairaut habe ich ein Verzeichnis davon geschickt<sup>[6]</sup>.

Aus Paris habe ich seither gehört, dass die Akademie tatsächlich ein Programm für das Jahr 1747 publiziert habe<sup>[7]</sup>. Es scheint also, dass die Preise ungeachtet der Kriegswirren noch weiterhin vergeben werden, und so wünsche ich, dass Sie den diesjährigen dreifachen Preis gewinnen mögen. Mein Bruder (Johann II) hat auch eine kleine Preisschrift hingeschickt, die ich ein wenig überarbeitet habe, doch hege ich für ihn wenig Hoffnung<sup>[8]</sup>.

Ich hatte mir ein ganzes System über die Berliner Preisfrage ausgedacht und auch schon viele Berechnungen angestellt, die mir für die durch verschiedene Ursachen bewirkten ständigen Winde sehr hübsche Zahlen lieferten<sup>[9]</sup>. Als ich jedoch meine Gedanken zu Papier bringen wollte, fand ich mich infolge vieler Verdriesslichkeiten nicht dazu in der Lage, so dass ich von meinem Vorhaben gänzlich Abstand nehmen musste. «*Dabit Deus his quoque finem.*»<sup>[10]</sup>

Die Identität der Wirkung für einen Körper und eine Flüssigkeit will ich nicht gerade leugnen, sondern nur sagen, dass sie mir noch nicht genügend einleuchtet und noch viel darüber zu sagen wäre.



Wenn zum Beispiel zwei Kugeln A und D mit den Geschwindigkeiten  $AB$ ,  $DE$  gegen das ruhende Dreieck  $G$  stossen, so setze ich folgendes: Nach dem Stoß seien die Bewegungen und Geschwindigkeiten der Kugeln durch  $BC$ ,  $EF$  und die Bewegung des Dreiecks durch  $Gh$  ausgedrückt. Daraus folgt: Wenn die Bewegung umgekehrt wird und die Kugeln die Bewegung  $CB$ ,  $FE$  haben, das Dreieck aber die Bewegung  $hG$ , dann wird das Dreieck nach dem Stoß in  $G$  in Ruhe sein, und die Kugeln erhalten die Bewegungen  $BA$  und  $ED$ , und in beiden Fällen wird der

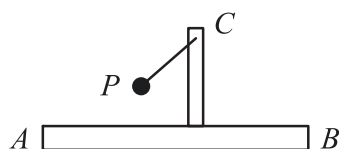
Zusammenstoss oder der momentane Druck des Dreiecks und der Kugeln derselbe sein. Dies ist also die richtige umgekehrte Bewegung und nicht etwa die andere, wo man voraussetzen wollte, die Kugeln  $B$  und  $E$  seien in Ruhe und das Dreieck stosse auf sie mit der Geschwindigkeit  $HG$ , die der Geschwindigkeit  $AB$  entgegengesetzt und gleich ist. Das erstere sehe ich klar ein, das andere noch nicht so klar, doch will ich es auch nicht leugnen.

Haben Sie von Paris kein Exemplar der Preisschriften über die Ankerwinde erhalten<sup>[11]</sup>? Man sollte die mechanischen Prinzipien der durch die Kraft von Lebewesen angetriebenen Maschinen experimentell untersuchen und danach alle Maxima und Minima ausrechnen. Dies wäre der allernützlichste Teil der praktischen Mechanik; vielleicht werden wir diese Hilfsmittel einmal von der Berliner Akademie erhalten. In meiner *Hydrodynamik* habe ich auf verschiedene Dinge hingewiesen und würde gerne weiter erklären, was ich für wünschenswert halte<sup>[12]</sup>.

Der Generalfriede mit Preussen, worüber Berichte eintreffen, erweckt in mir die grössten Hoffnungen für die Weiterentwicklung der Wissenschaften<sup>[13]</sup>.

Hinsichtlich meiner Abhandlung, welche in die *Berliner Mémoires* eingerückt worden ist, erinnere ich mich, dass ich einige Passagen Ihnen überlassen habe, und ich wüsste gerne, ob alles gedruckt worden ist. Wenn das der Fall ist, wird es besser sein, die Sache meinem Vater zu verheimlichen, da er es ungern sehen würde, dass ich mir einige Dinge vorbehalten wollte, obgleich Sie wohl wissen, dass ich in den fraglichen Sachen nichts von ihm und er alles von mir hat. Jetzt aber wünschte ich, ich hätte ihm gutmütig alles geopfert, weil er gewiss mehr Freude daran hat als ich<sup>[14]</sup>.

Sie sagen, dass von der Schwingung eines Pendels  $CP$  keine Bewegung im Balken  $AB$  entstände, wenn keine Reibung vorhanden wäre.



Zweifellos wollten Sie sagen: keine reine Vorwärtsbewegung, da  $AB$  reziproke Bewegungen bekommen wird, die leicht zu bestimmen sind, seien die Pendelschwingungen endlich oder unendlich klein. Ist jedoch genügend Reibung vorhanden, so wird der Balken  $AB$  zweifellos durch den Anstoss eine kleine Vorwärtsbewegung erhalten. Zu diesem Paradox hätte man ein klareres Beispiel geben können. Hat nämlich eine homogene Kugel auf einer horizontalen Unterlage eine Rotationsbewegung um ihr Zentrum und fehlt eine Reibung, so wird die Kugel nicht fortgehen; ist aber Reibung vorhanden, so wird sie davonrollen. Über diese variable Bewegung habe ich vor einigen Jahren eine Abhandlung verfertigt und daraus viele Phänomene der Bewegung auf einem Billard erklärt. Das könnte ich Ihnen schicken, wenn der 2. Band Ihrer *Mémoires* gedruckt wird<sup>[15]</sup>.

Anlässlich dieses neu begonnenen Jahres wünsche ich Ihnen und Ihrer ganzen lieben Familie schliesslich alles Wohlergehen, das Sie sich selbst wünschen, und

möchte mich Ihrer weiteren Freundschaft und Gewogenheit bestens anbefohlen haben, der ich in ständiger vollkommener Hochachtung verbleibe

⟩...⟨

D. Bernoulli

Basel, den 4. Januar 1746.

R 164 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Dezember 1745  
 Basel, 4. Januar 1746  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 113–114v  
 Publ.: Fuss 2, p. 592–596

- [1] Cf. Brief Nr. 76, Anm. 11.
- [2] Cf. Brief Nr. 76, Anm. 1.
- [3] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über einige mechanische Erhaltungsgesetze (1741, DB. 26a), die 1735 der Petersburger Akademie vorgelegt und von Euler in der Akademischen Konferenz vorgelesen wurde.
- [4] Der irische Wissenschaftsphilosoph und Theologe Berkeley hatte in seinem *Analyst* (1734) heftige Attacken gegen die fundamentale Konzeption der Newtonschen Analysis geritten; James Jurin war ihm unter dem Pseudonym *Philalethes Cantabrigiensis* mit zwei harschen Schmähschriften (1734, 1735) entgegengetreten. In der Folge diskutierte Jurin in diesem Kontext längere Zeit mit Robins und Pemberton und veröffentlichte – unter dem ähnlichen Pseudonym *Phileleutherus Londinensis* – seine Abhandlung *De conservatione virium vivarum* (1744), die zum grossen Teil gegen Johann I und Daniel Bernoulli gerichtet war, ohne die beiden namentlich zu nennen. Diese Abhandlung führte an der Petersburger Akademie zu derart scharfen Diskussionen zwischen Richmann und Weitbrecht, dass man sich schliesslich dafür entschied, Jurins Abhandlung samt den entsprechenden Schriften der beiden Streithähne nach Berlin zu schicken, um das Ganze dem Urteil Eulers zu unterwerfen. Eine detaillierte Besprechung all dieser Materialien wurde von Euler der Petersburger Akademie vorgelegt und dort im Januar 1746 vorgelesen (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 30–32, 79–83). – In modernen Quellen wird Jurins Abhandlung *De conservatione virium vivarum* zuweilen fälschlich dem Theologen John Burton zugeschrieben, der für andere Streitschriften dasselbe Pseudonym verwendet hatte; sie ist 2010 sogar unter diesem Namen neu herausgegeben worden.
- [5] Euler hatte die von Robins (1739) geübte heftige Kritik an seiner Mechanik stillschweigend übergangen – zum grossen Ärger von J. I Bernoulli (cf. O. IV A, 2, p. 450/452 sowie p. 453, Anm. 5).
- [6] D. Bernoullis Briefe an Clairaut aus dieser Zeit sind nicht erhalten geblieben.
- [7] Im Jahre 1745 hatte die Pariser Akademie keinen Preis zugesprochen; die Preisfrage wurde auf 1747 verschoben. Cf. Brief Nr. 68, Anm. 10.
- [8] In den Jahren 1742 und 1744 war bei der Pariser Akademie kein Preis zugesprochen worden; die Beantwortung der Preisfrage von 1742 betreffs der Magnete und Magnetnadeln (cf. Brief Nr. 63, Anm. 16) wurde mit einem dreifachen Preis in der Höhe von 7500 Livres auf 1746 verschoben. Schliesslich fiel dieser Preis am 20. April 1746 zu gleichen Teilen an Euler (E. 109), Dutour (1748) und das Brüderpaar Daniel und Johann II Bernoulli (1748, DB. 41).
- [9] Cf. Brief Nr. 74, Anm. 13.
- [10] «Gott wird auch das zum Ziel führen» (nach Vergil, *Aeneis* I, 199).
- [11] Der Sammelband mit den in Paris preisgekrönten Schriften über die Ankerwinde (cf. Brief Nr. 77, Anm. 7) war 1745 erschienen.

- [12] Cf. D. Bernoullis *Hydrodynamik*, Sect. IX, wo er die Effizienz von hydraulischen Maschinen bespricht.
- [13] Cf. Brief Nr. 76, Anm. 1.
- [14] D. Bernoulli meint damit seine Abhandlung über die Bewegung von mehreren Körpern in einem horizontal beweglichen Rohr, die im ersten Band der *Berliner Mémoires* veröffentlicht wurde (1746, DB. 40). Bezüglich der implizit gegen Johann I Bernoulli gerichteten Passage, mit der Daniel die Priorität für sein Impulsprinzip beansprucht (und die tatsächlich gedruckt worden war), cf. Brief Nr. 64, Anm. 6.
- [15] In den Bänden der *Berliner Mémoires* für 1748, 1753 und 1765 hat D. Bernoulli insgesamt vier Abhandlungen veröffentlicht (1750, DB. 43; 1755, DB. 45 und DB. 46; 1767, DB. 54). Die hier erwähnte Abhandlung über auf einer horizontalen Ebene mit Reibung rollende Kugeln schliesst an D. Bernoullis Briefwechsel mit G.W. Krafft aus dem Jahre 1741 an, von dem ein Auszug in Band 13 der *Petersburger Commentarii* abgedruckt wurde (1751, DB. 36; cf. auch Krafft 1751). Die Fortsetzung scheint unveröffentlicht geblieben zu sein, ist jedoch – systematisch ausgeführt – in einem Manuskript der Universitätsbibliothek Basel erhalten: *De legibus motus mixti variati, quo corpus sphaericum super plano aspero progreditur, Commentationes physico-mathematicae* (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 19 = Bl. 154–164 – von Johann III Bernoulli irrtümlich auf «circ. 1766» datiert). Wohl auf Grund einer Verwechslung mit DB. 36 wird der Titel in einigen frühen Verzeichnissen der gedruckten Werke von D. Bernoulli erwähnt; in der modernen Werkausgabe ist die Abhandlung nach H. Straub (DSB 2) unter der Nummer 78 verzeichnet, aber nicht zur Edition vorgesehen.

## 78

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 19. März 1746

HochEdelgebohrner Herr

Hochgeehrtester Herr Professor!

Kurtz nach empfang Dero letsteren brieffs haben wir bej unserer Universitet 14 tag *ferias* gehabt, welche ich angewendet eine piece über die von der Academi aufgegebenene frag *de ventis* zu verfertigen<sup>[1]</sup>. Ich bitte aber Ew. HEdgb. solche nicht anderst auffzunehmen als ein zeichen der bereitwilligkeit mit welcher ich jederzeit Dero begehren zu erfüllen suche. Es ist leicht zu erachten, daß eine so übereilte arbeit nicht einmahl meiner, will geschweigen der Academi würdig sejn kan; bitte deswegen meinen nammen zu verschweigen, doch möchten wohl einige reflexionen darin sejn, welche der Academi approbation einiger maaßen meritieren könnten; ich bitte mir allervorderst Ew. HEdgb. so hoch geschätztes urtheil darüber auß; und wan einige *errores calculi* solten eingeschlichen sejn, solche zu corrigieren. Einige sachen möchten vielleicht confus und unverständlich vorkommen, weil ich nicht der zeit gehabt auff die tours d'expression bedacht zu sejn. Ihnen aber kan nichts unverständlich sejn, weilen Sie alzeit dreÿ quart auß Ihrem kopff zu supplieren wißen und auff diese weÿß werden Sie mich nachgehends auch bej ihren Herren *Collegis* können durch Ihre explicationen verständlich machen. Meine piece ist schon sejt einigen tagen bej dem Copisten; ich gedencke solche von heüt über 8 tag ohne fehler zu verschicken und an H. Kieß zu adressieren, so daß meine piece kaum ein paar tag nach dem vorgesetzten termin ankommen wird. Meine devise

wird sejn *Non ego ventosae Plebis suffragia venor*.<sup>[2]</sup> Ew. HEdgb. belieben sich also nachwärts zu informieren, was für pieces angekommen sejen, da Sie schon sehen werden, ob diese darunter seje. Unterschiedene sachen hab ich ohne demonstration angezeigt, wegen kürtze der zeit und vielen anderen geschäftten: Über diese kan mir Dero attestat als eine demonstration dienen, biß ich solche in einem *ad-ditamento* selbstn überschicke, wan je einige hoffnung zu reüssieren da ist. Die copey wird auch von keinem *mathematico* verfertiget, und hab ich schon auß deren ersten bogen ansehen, daß die *formulae* übel geschrieben sind, doch werden sie Ew. HEdgb. verständlich genug sejn; ich hab lieber wollen die dissertation bej zeiten wegschicken, als durch newes abschreiben solches verzögern. Ich brauche einmahl ihr indulgenz hierüber in allen stücken.

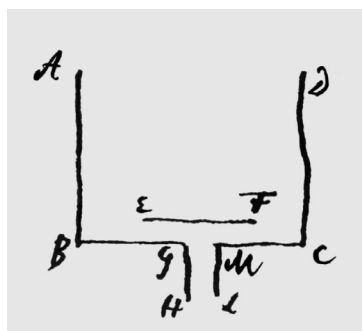
Gestern hat mir H. (Johannes) Stähelin ein compliment von H. Raht Schuema-cher überbringen laßen, mit vermelden er werde mein sach besorgen; Mit allem dem hab ich so wenig hoffnung mehr, daß ich mich bis *dato* nicht einmahl hab resolvieren können dem H. Adoduroff zu schreiben; vielleicht werde ich es noch thun; unterdeßen bin ich Ew. HEdgb. doch für Dero wohlgemeinten raht sehr verbunden.

Nach dem extract, den mir Ew. HEdgb. auß des *Jurini* schrift geschickt, bin ich nicht mehr curios solche schrift zu sehen<sup>[3]</sup>. Ich ersehe darin nichts als einen Bouffon und ignoranten.

Der effect von einem *pendulo* auff einem schiff, daß an dem mastbaum hanget, und erstlich in die höhe gehoben, nachgehends aber herunter fallet und an den mastbaum anstoßet, dependiert von vielen circumstantzen; sonderlich aber von der exacten *resistentia fluidi*, und nachgehends müste man noch die *scalam pressionum* wißen, mit welchen man das *pendulum* in die höhe gehoben. Mein Oncle (Jakob I) aber hat auff alle diese *principia* nicht reflectiert, sondern in der that paralogiziert, wie dan zu seiner zeit die *physica mechanica* in einem erbärmlichen zustand war<sup>[4]</sup>. Heütigs tags wurde er mit der penetration, welche ihm sonst natürlich war, gantz andere decouvertes machen. Wan man sonsten ein schiff durch eine selbst angewandte gewalt forttreiben will ohne sich einer *vis extrinsecæ* zu bedienen, so hab ich vor diesem remarquiert, daß viele sachen eine *constantem legem* behalten, man mag die *vires propellentes* anwenden wie man will. Ich hab aber meine reflexionen nicht aufgeschrieben; unterdeßen ist gewiß, daß diese materi nicht genugsam ist untersucht worden, und daß man viele nutzliche *veritates* entdecken könnte, wan man sich recht darauff applicierte.

Das *problema* von dem Ost Friesländischen *Mathematico* halte ich für ein *problema indeterminatum*<sup>[5]</sup>. Es dependiert aber meiner meynung nach von diesen 2 conditionen. 1<sup>o</sup> was *quævis guttula* für einen *motum* haben wurde, wan kein *corpus in fluido* suspendiert wäre und 2<sup>do</sup> was *quævis guttula* für einen *motum* habe, aldieweil das *corpus datae figurae in loco prope foramen dato* suspendiert ist. Die pression muß nicht sensibel sejn, wan das *corpus* nur ein wenig von dem *foramine* entfernt ist; wan es aber nach bej *foramine* ist, so muß sie sensible sejn; ich getrawete mir wohl diese *pressionem* à peu près zu determinieren; ich glaube aber nicht daß es möglich seje solche accurat zu determinieren. Das *problema* ist

gewiß viel zu general proponiert umb daß ich einige *solutionem genuinam* darvon erwarte.



Wan aber das *vas ABCD infinitum* wäre; wan man einen kleinen *tubulum cylindricum GHLM* daran supponiert, so daß das waßer nicht anderst kan als *motu parallelo* außfließen; wan ein *planum EF* in *data parvula distantia a foramine* da wäre und man endlich *velocitatem realem effluxus datam* supponiert, so wäre wohl eine solution zu hoffen, wiewohl auch noch diese nicht so gar leicht seyn wurde. Ich glaube aber daß der *Auctor* die *reactionem aquae effluentis* von deren ich vieles in der *Hydrodynamic* tractiert<sup>[6]</sup>, consideriert und vielleicht solche nachgehends *simpliciter in proportione EF ad BC* austheilt.

Die bejagen habe ich ordentlich bestellt und werde solche jederzeit mit freuden bestellen, sonderlich wan sie an Ew. HEdgb. geehrteste verwandte adressiert sind, sonderlich da, wie es scheint, in Berlin ein großer brief nicht, wie hier, nach proportion der kleineren kostet und doch der weg von Berlin naher Francfort oder Nuremberg den grösten theil außmacht. Ich wünschte nur andere mittel als dergleichen bagatelles zu haben Ihnen meine gänzliche ergebnheit an tag zu legen.

Endlich muß ich Ihnen noch mit einer bitt zu *favor* meines Bruders Jacob beschwärllich fallen. Solcher hat sich sejt 13 jahren in Strasburg etabliert, als ein Banquier und Negociant und hat sich durch seine capacitet und gute conduite in zimliches ansehen geschwungen und in allem darbey wohl prosperiert. Es hat ihm aber dieser gute succès zugleich häßer und Mißgönner erwecket, deren verfolgungen er sich nicht beßer entziehen könnte, als wan er von einem Souverainen einen bloßen titul hätte, was es auch für einer seyn möchte; solches wurde ihn nicht nur in mehreres ansehen bringen, sondern ihm zugleich viele würckliche vorthail verschaffen. Es haben solchen weg unterschiedene ansehnliche Banquiers mit diesem vorsatz ergriffen. Es wurde gewiß mein bruder einen solchen titul nicht entehren und könnte vielleicht noch darzu, als ein activer junger mensch, der gewiß viele dexteritet und scavoir faire besitzt, zu commissionen gebraucht werden, welche er sich wurde angelegen seyn laßen, ohne eine andere recompens als *gloriam obsequii* zu erwarten. Da unsere familien das unschätzba[hre] glück hat, I[hro] K[öniglichen] Mayestet (Friedrich II.) selbst nicht unbekant zu seyn, ja da unß allerhöchst Dieselbe Dero Königliche Gnad haben verspühren laßen, so wäre vielleicht wohl hoffnung eine solche Gnad von dem König zu erlangen, wan dieses geschäft mit



nachdruck und klugheit getrieben wurde. Ew. HEdgb. haben die güte für unsere familien und consultieren sich darüber allervorderst mit H. de Maupertuis. Ich glaube daß unser hiesige H. Fäsch, nicht anderst als dem titul nach, in des Königs diensten stehe<sup>[7]</sup>. Wan Ew. HEdgb. und H. Maupertuis das project faisable finden, so könnte vielleicht durch ein einziges Placet au Roi, welches man auß obbemeldetem nach gut befinden verfertigen könnte, diese gnad erhalten werden. Wan aber Ew. HEdgb. gar kein apparenz zu einem erwünschten succès sehen solten, so wäre beßer gar nichts zu tentieren<sup>[8]</sup>.

Je vous prie de faire mille compliments de ma part à M<sup>r</sup> de Maupertuis et de lui demander à l'occasion de quelques petites additions que je conte d'envoyer à Paris sur ma piece qui a concouru au prix de l'année passée, s'il ne trouvera pas mauvais que je me raporte à son temoignage, comme quoi ses methodes astronomiques inserées dans son *Astronomie Nautique* ne pouvoient etre parvenues à ma connoissance dans le tems que je travaillois à ma piece; il me seroit dur de pouvoir etre soupçonné de plagiat<sup>[9]</sup>.

Schlieslich bitte meine gehorsamste empfehlungen an die wertheste familien zu machen und verbleibe mit der vollkommensten Hochachtung,

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 19. *mart.* 1746.

Da die copey von meiner piece alberejt verfertiget und solche nur noch überlesen muß, so werde ich sie nächsten posttag schon wegschicken.

H. Bousquet hat meinem Vatter Ew. HEdgb. *tractatum Isoperimetricum* geschickt<sup>[10]</sup>, worfür sich mein Vatter schönstens bedanckt.

### Übersetzung

> ... <

Kurz nach Erhalt Ihres letzten Briefes hatten wir an unserer Universität 14 Tage Ferien, welche ich dazu benutzt habe, eine Preisschrift über die von der Akademie vorgelegte Frage über die Winde zu verfassen<sup>[1]</sup>. Ich bitte Sie aber, sie nicht anders aufzufassen als ein Zeichen der Bereitwilligkeit, mit welcher ich stets Ihre Wünsche zu erfüllen suche. Es ist leicht zu erachten, dass eine derart übereilte Arbeit nicht einmal meiner, geschweige denn der Akademie würdig sein kann; ich bitte Sie deshalb, meinen Namen zu verschweigen. Immerhin enthält die Schrift doch vielleicht einige Überlegungen, welche die Billigung der Akademie einigermassen verdienen könnten. In erster Linie erbitte ich Ihr so hochgeschätztes Urteil darüber, und wenn sich einige Rechenfehler eingeschlichen haben sollten, diese zu korrigieren. Einige Dinge mögen vielleicht etwas konfus und unverständlich scheinen, da ich keine Zeit hatte, auf die Ausdrucksweise zu achten. Ihnen jedoch kann

nichts unverständlich sein, weil Sie immer drei Viertel aus Ihrem eigenen Kopf zu ergänzen wissen, und auf diese Weise werden Sie mich dann durch Ihre Erklärungen auch bei Ihren Herren Kollegen verständlich machen können. Meine Preisschrift ist schon seit einigen Tagen bei dem Kopisten, und ich gedenke, sie unfehlbar heute in acht Tagen abzusenden und an Herrn Kies zu adressieren, so dass sie höchstens ein paar Tage nach dem vorgegebenen Termin ankommen wird. Meine Devise wird sein: «*Non ego ventosae plebis suffragia venor.*»<sup>[2]</sup> Bitte informieren Sie sich später, was für Preisschriften eingegangen sind; dann werden Sie schon sehen, ob diese darunter ist. Verschiedene Dinge habe ich wegen Zeitmangels und vieler anderer Geschäfte ohne Beweis angeführt, doch dafür kann mir Ihre Bestätigung als Beweis dienen, bis ich diesen selbst in einem Zusatz nachschicke, falls überhaupt eine gewisse Hoffnung auf Erfolg besteht. Die Abschrift wird auch nicht von einem Mathematiker verfertigt, und bereits aus dem ersten Bogen habe ich ersehen, dass die Formeln schlecht geschrieben sind, doch werden sie Ihnen hinreichend verständlich sein. Ich wollte die Abhandlung lieber rechtzeitig abschicken und das nicht durch neues Abschreiben verzögern. Ich benötige diesbezüglich nun einmal Ihre Nachsicht in allen Belangen.

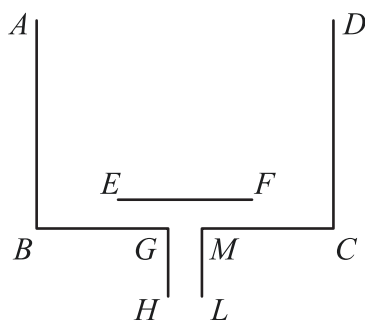
Gestern liess mir Herr (Johannes) Stähelin einen Gruss von Herrn Rat Schumacher ausrichten mit der Mitteilung, er werde um meine Angelegenheit besorgt sein. Meine Hoffnung auf all das ist so sehr geschwunden, dass ich mich bis zur Stunde nicht einmal entschliessen konnte, an Herrn Adodurov zu schreiben. Vielleicht werde ich dies noch tun; inzwischen bin ich Ihnen für Ihren gutgemeinten Rat sehr verbunden.

Nach dem Auszug aus Jurins Schrift, den Sie mir geschickt haben, bin ich nicht mehr neugierig darauf, diese Schrift zu sehen<sup>[3]</sup>. Ich erkenne darin nichts als einen Possenreisser und Ignoranten.

Der Effekt eines am Mastbaum eines Schiffes hängenden Pendels, das zuerst in die Höhe gehoben wird, nachher jedoch herunterfällt und an den Mastbaum stösst, hängt von vielen Umständen ab, besonders aber vom genauen Widerstand des Fluids, und dann müsste man noch das Diagramm der Drücke kennen, mit denen man das Pendel in die Höhe gehoben hat. Mein Onkel (Jakob I) aber hat diese Prinzipien nicht beachtet, sondern in der Tat falsch argumentiert, wie überhaupt die Mechanik sich seinerzeit in einem erbärmlichen Zustand befand<sup>[4]</sup>. Heute würde er mit der Tiefgründigkeit, die ihm sonst eigen war, ganz andere Entdeckungen machen. Wollte man sonst ein Schiff durch eine von innen angewandte Kraft fortbewegen, ohne sich einer äusseren Kraft zu bedienen, so habe ich schon früher bemerkt, dass viele Dinge ein konstantes Gesetz einhalten – man mag die antreibenden Kräfte anwenden, wie man will. Allerdings habe ich meine Überlegungen nicht aufgeschrieben. Indes ist sicher, dass dieser Gegenstand nicht genügend untersucht worden ist und dass viele nützliche Wahrheiten zu entdecken wären, wenn man ihn richtig in Angriff nähme.

Das Problem des ostfriesischen Mathematikers halte ich für unbestimmt<sup>[5]</sup>. Es hängt meiner Meinung nach von folgenden zwei Bedingungen ab: Was für eine Bewegung hätte jedes Tröpfchen, wenn 1. kein Körper in der Flüssigkeit aufgehängt

wäre, und wenn 2. ein Körper von gegebener Form an einem gegebenen Ort nahe der Öffnung aufgehängt ist? Der Druck muss nicht wahrnehmbar sein, wenn der Körper nur etwas von der Öffnung entfernt ist; befindet sich dieser jedoch nahe an der Öffnung, so muss der Druck wahrnehmbar sein. Ich würde mir zutrauen, diesen Druck ziemlich genau zu bestimmen, doch glaube ich nicht, dass es möglich ist, ihn exakt zu bestimmen. Das Problem ist sicher viel zu allgemein gestellt, als dass ich eine wirkliche Lösung erwartete.



Wenn jedoch das Gefäss  $ABCD$  unendlich gross wäre und man sich ein zylindrisches Röhrrchen  $GHLM$  daran vorstellt, so dass das Wasser nicht anders als in paralleler Bewegung ausfliessen kann, und wenn ferner eine Ebene  $EF$  in gegebenem sehr kleinem Abstand von der Öffnung vorhanden wäre und man endlich die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit als gegeben voraussetzt, dann könnte man wohl eine Lösung erhoffen, obgleich auch diese noch gar nicht so leicht wäre. Ich glaube aber, dass der Autor den Rückstoss des ausfliessenden Wassers in Betracht zieht, worüber ich vieles in der *Hydrodynamik* behandelt habe<sup>[6]</sup>, und diesen vielleicht einfach nachträglich im Verhältnis  $EF$  zu  $BC$  aufteilt.

Die Beilagen habe ich ordnungsgemäss zugestellt, und ich werde solche stets mit Freude weiterleiten, besonders wenn sie an Ihre verehrten Verwandten gerichtet sind – auch im Hinblick darauf, dass anscheinend in Berlin ein grosser Brief nicht, wie hier, proportional zu den kleineren verrechnet wird, wo doch der Weg von Berlin nach Frankfurt oder Nürnberg den grössten Teil ausmacht. Nur wünschte ich, andere Möglichkeiten als derartige Kleinigkeiten zu haben, um Ihnen meine völlige Ergebenheit zu bekunden.

Nun muss ich Ihnen noch mit einer Bitte zugunsten meines Bruders Jakob beschwerlich fallen. Dieser hat sich seit 13 Jahren als Bankier und Geschäftsmann in Strassburg niedergelassen, hat durch seine Fähigkeiten und gutes Verhalten ziemliches Ansehen erworben und ist in allem gut vorwärtsgekommen. Sein Erfolg hat ihm jedoch zugleich Hass und Neider eingebracht, deren Verfolgungen er sich nicht besser entziehen könnte, als wenn er von einem Souverän einen blossen Titel erhielte, was für einen auch immer. Das würde ihm nicht nur grösseres Ansehen bringen, sondern ihm zugleich auch handfeste Vorteile verschaffen. Zu diesem Mittel haben verschiedene angesehene Bankiers gegriffen. Mein Bruder würde einem solchen Titel gewiss keine Unehre machen, und vielleicht könnte er – als ein aktiver, geschickter und tüchtiger junger Mann – dazu noch zu Aufträgen verwendet

werden, derer er sich annehmen würde, ohne eine andere Entschädigung zu erwarten als bloss den Ruhm des Dienens. Da unsere Familie das unschätzbare Glück hat, Seiner Majestät dem König (Friedrich II.) selbst nicht unbekannt zu sein, und da uns dieser seine königliche Gnade schon grosszügig hat zuteil werden lassen, bestünde vielleicht Hoffnung, eine solche Gnade vom König zu erlangen, wenn dieses Geschäft mit Nachdruck und Klugheit betrieben würde. Haben Sie bitte die Güte für unsere Familie und beraten Sie sich zuallererst mit Herrn de Maupertuis. Ich glaube, dass unser hiesiger Herr Faesch auch nur dem Titel nach in den Diensten des Königs steht<sup>[7]</sup>. Wenn Sie und Herr Maupertuis das Projekt durchführbar finden, so könnte diese Gnade vielleicht durch ein einziges Placet au Roi, das man aus dem oben Erwähnten nach Gutbefinden anfertigen könnte, erhalten werden. Sollten Sie jedoch keine Aussicht auf den gewünschten Erfolg sehen, so wäre es besser, gar nichts zu versuchen<sup>[8]</sup>.

Je Vous prie de faire mille compliments de ma part à M<sup>r</sup> de Maupertuis et de lui demander à l'occasion de quelques petites additions que je compte d'envoyer à Paris sur ma pièce qui a concouru au prix de l'année passée, s'il ne trouvera pas mauvais que je me rapporte à son témoignage, comme quoi ses méthodes astronomiques inserées dans son *Astronomie Nautique* ne pouvaient être parvenues à ma connaissance dans le temps que je travaillais à ma pièce; il me serait dur de pouvoir être soupçonné de plagiat<sup>[9]</sup>.

Schliesslich bitte ich Sie, die werte Familie von mir freundlich grüssen zu lassen, und verbleibe mit der vollkommensten Hochachtung

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 19. März 1746.

Da die Kopie meiner Preisschrift schon fertig ist und ich sie nur noch durchlesen muss, werde ich sie bereits am nächsten Posttag verschicken.

Herr Bousquet hat meinem Vater Ihren Traktat über die isoperimetrischen Probleme geschickt<sup>[10]</sup>, wofür sich mein Vater bestens bedankt.

R 165 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Februar 1746

Basel, 19. März 1746

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 115–116v

Publ.: Fuss 2, p. 597–600

[1] Cf. D. Bernoullis Berliner Preisschrift über die Winde (1747, DB. 74).

[2] «Ich jage nicht nach den Stimmen des windigen Pöbels»: nach Horaz, *Epist.* I, 19, 37.

[3] Cf. Brief Nr. 77, Anm. 4.

[4] Cf. Jakob Bernoullis posthum veröffentlichte Notiz (1744, JaB. 103, 27). Dem dort von Jakob Bernoulli vorgeschlagenen Pendelantrieb widmete Euler eine besondere Untersuchung (E. 137), die er 1748 der Petersburger Akademie einreichte.

- [5] Es handelt sich um den Juristen und Amateur-Mathematiker Jacob Adami aus Aurich in Ostfriesland, der in den Jahren 1746–59 mit Euler korrespondierte. 1752 erlangte er mit seiner Schrift *Specimen hydrodynamicum* [...] den Berliner Akademiepreis. – Cf. O. IV A, 1, p. 1–2; DBW 5, p. 480, FN 25.
- [6] Cf. D. Bernoulli *Hydrodynamik*, Sect. XIII.
- [7] Wir wissen nicht, auf welches Mitglied der auch international weit verzweigten und wohlhabenden Basler Familie Faesch sich dieser Hinweis bezieht. Johann Rudolf Faesch (\* 1715) war zwar 1740–49 als preussischer Handelsbevollmächtigter tätig und wirkte ab 1750 als hoher Beamter im Berliner Finanzministerium; er lebte jedoch schon ab 1740 nicht mehr in Basel, sondern in Amsterdam.
- [8] D. Bernoullis Bruder Jakob erhielt 1746 durch Maupertuis' Vermittlung ein Diplom als königlich Preussischer Kommerzienrat. Cf. Brief Nr. 81, Anm. 18.
- [9] Im letzten Artikel (§ 34) des Anhangs seiner Preisschrift (1750, DB. 42b) würdigt D. Bernoulli Maupertuis' *Astronomie Nautique* (1743) und beteuert, dass er diesen Traktat vor der Absendung seiner Preisschrift nach Paris noch nicht gesehen hatte. Euler hat die vorliegende Briefstelle Maupertuis gezeigt, und dieser schrieb darauf am 9. April 1746 an seinen Freund Johann II Bernoulli (cf. Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 97v):
- «M. Euler me fist voir l'autre jour une lettre de M. votre frere, qui le charge de me demander si je trouve bon qu'il dise dans quelques additions qu'il veut envoyer à Paris pour sa piece sur la meilleure maniere de trouver l'heure sur Mer, qu'il n'avoit point veu les probl. de mon *Astronomie Nautique*, quand il a trouvé ce qu'il propose; et si je trouveray bon qu'il me cite pour temoin? Je le crois sur sa parole, qu'il n'avoit point veu mon livre lorsqu'il a fait sa piece, et tout le monde le croira asseurement: mais il ne me paroît ny juste ny raisonnable d'exiger de moy que j'en rende temoignage; ny de me citer pour cela. Cela auroit tout l'air de m'avoir donné luy mesme ces problemes. M. votre frere scait bien qu'il ne m'avoit jamais parlé. D'ailleurs, on croiroit bien plus facilement, si la chose estoit equivoque, que je les tiendrois de luy qu'on ne penseroit qu'il les eust pris de moy.»
- [10] Damit ist Eulers *Variationsrechnung* gemeint.

## 79

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 29. Juni 1746

HochEdelgebohrner Herr  
Hochgeehrtester Herr Professor!

Daß ich mich an Ew. HEdgb. adressiert habe wegen meines Bruders ⟨Jakob⟩ von Strasburg begehren, ist geschehen auff einrahten meines Bruders ⟨Johann II⟩ des Professors, welcher mit H. Maupertuis gar wohl stehet, und vermeinte wan Sie die sach dem H. Maupertuis in unserem nammen vortragen wurden, daß eine solche bagatelle keine schwürigkeit finden wurde.

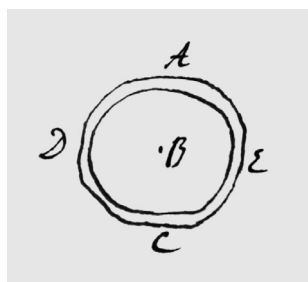
Wegen der anderen sach hatte ich in wahrheit kein ander absehen, als mich gegen H. Maupertuis gefällig zu erweyßen und vermeinte es gar gut zu machen. Es muß aber H. Maupertuis so wohl seinen humor als die idée die er zuvor von mir gehabt völlig geändert haben<sup>[1]</sup>.

Es ist mir laÿd, daß Ew. HEdgb. dadurch in ungelegenheit gekommen sind, daß Sie mich angefrischt haben eine piece zu verfertigen. Ich kan nicht begreifen,

daß man so wenig egard für Ew. HEdgb. seltene merites trage und Dieselbe in einer so niedrigen subjection zu erhalten praetendiere. Der gantzen Academi ehre bestehet ja meistens in Dero einzigen persohn und wurden Ew. HEdgb. unter allen Academien und Universiteten den honorablesten platz aufzuerwehlen haben, wan Ihnen die gegenwärtige stelle solte verdrieslich fallen. Meinetwegen sollen sich Ew. HEdgb. nicht das geringste bedencken tragen, daß Sie mich zu verfertigung einer piece auffgemuntert haben; meine intention ware gewiß mehr Ihnen meine dienstfertigkeit zu erweyßen als 50 ducaten zu erhaschen, und ist mir der erstere zweck, wan ich denselben erraicht habe, genug weder die mühe, so ich darmit gehabt, noch die wenigen unkosten zu berewen. Ubrigens bitte meine piece noch einmahl mit mehreren attention zu leßen, dan sie vielleicht mehr *in recessu* hat alß es *prima fronte* scheinet<sup>[2]</sup>.

Was ich von der *columna aëris ab actione Lunae et Solis* gesagt, ist gantz gewiß. Die sach komt darauff an; wan die Erde ihre gantze materi behielt und das waßer, so solche umgibt *ad parvam altitudinem*, einsmahls halb so schwer wurde, so wurde *actio Solis* nicht mehr 2 schue sondern 4 schuhe hoch sejn. Dieses hab ich bewiesen in meiner dissertation *de aestu maris*<sup>[3]</sup>, alwo ich die *attractionem mutuam materiae* auch consideriert habe, und was ich hierüber in meiner piece *sur les vents* gesagt hab, sind nur *corollaria* von der piece *de aestu maris*. Ich hab also auch *in aëre* die *attractionem mutuam aëris* tacite betrachtet, wie der Herr d'Alembert<sup>[4]</sup>. Es ist frejlich wahr, wan ein *aër rarefactus* wieder condensiert wird, daß der *aër ab omni parte* dahin fließen muß; was aber für eine bewegung entstehen müße wan der *locus maximae rarefactionis* innerthalb 24 stunden eine revolution macht, erfordert ein langes nachdencken, und vermejne ich diese bewegung *ex genuinis principiis* determiniert zu haben; die materi ist schwär an sich selbst und ist überauß schwär seine gedancken nach dem wahren *systemate* zu exprimieren.

Ich bin vollkommen überzeugt meiner mejnung: Ew. HEdgb. belieben nur diesem *problemate* nachzudencken;



Wan *AECD* ein rundes rohr *uniformis amplitudinis* ist *aëre plenus homoganeo* und wan darnach in *A* eine *causa calefaciens aërem* darzu komt, so wird der lufft *eo rarior* sejn, *quo propior est loco A*, und also *densissimus in C*; wan man nachgehends ferners setzt daß die *causa calefaciens motu aequabili secundum ductum AECD* sich circumvolviere, so wird gewiß *in aëre* der *motus* entstehen, der auß meiner

theori folgt: Sie werden meiner meynung seyn, wan Sie diesem *problemate* selbst nachdencken und durch sich selbst solvieren; es ist gar oft leichter ein *problema* selbst zu solvieren als eines anderen solution zu verstehen. Der *motus vertiginis* ist von dem Newton nach falschen *principiis* tractiert worden<sup>[5]</sup> und vermejne auch hierin etwas praestiert zu haben, wan schon meine solution *propter insufficientia data* unvollkommen ist. Einige *phaenomena* müßen auch daher deduciert werden, daß der *maximus calor* nicht *in meridie* ist, sondern ungefehr 2 stund darnach.

Daß die victoriose piece von M<sup>r</sup> d'Alembert seyn wurde hab ich gleich errahen<sup>[6]</sup>; unterdeßen hab ich auß des H. d'Alemberts *Hydrodynamica* gesehen, daß er *in mathesi applicata* über die maaßen schwach ist; daß er praetendiert für alle jahrszeiten die direction und *vim ventorum pro omni climate per formulas difficillimas integratas* hergelejtet zu haben, darauff kan ich nichts anderst sagen, als *verba sunt*, welche der mathematic mehr schand als ehr machen<sup>[7]</sup>; unterdeßen hab ich das vertragen zu ewer HEdgb. freundschaft und weltbekante aufrichtigkeit, daß was ich im vertragen Ihnen sage, Sie solches niemand wieder sagen werden, sonderlich aber dem H. Maupertuis nicht; ich rühme an ihme, daß er ein eýffriger freünd ist, wan er einen lieb hat; wan es bej ihme stünde, so wurden Ew. HEdgb. und H. Clairaut nur *Dii minorum gentium* seyn, und H. d'Alembert als ein Apollo von welchem alle wißenschafften als der wahren source herfließen erhebt werden; da es doch bej mir stünde ihne wegen seiner *Hydrodynamic* allen leüten zum gespöt zu machen; ich werde ihn aber tractieren, wie Ew. HEdgb. den Robins tractiert haben und vielmehr seine wahre merites an demselben admirieren, alß seine lächerliche suffisance, welche ich seiner jugend zuschreibe, relevieren, sonderlich da ich vorsehe, daß er auch in dem, was ihme *dato* manglet, ein großer Mann werden wird.

Ich gratuliere Ew. HEdgb. zu dem erlangten antheil am pariser *praemio*<sup>[8]</sup>. Ich hab wieder alles verhoffen nebst meinem bruder (Johann II) auch einen theil davon bekommen<sup>[9]</sup>; wan ich mir im geringsten flattiert hätte, daß man auff unsere idées so viel reflexion machen wurde, hätte ich dieselbe beßer außgearbeitet; die gantze piece ist kaum 2 bögen und nur einige haupt *phaenomena* darin consideriert; aber die gedanken sind gantz neue und möchten wohl *in physicis* einigen nutzen haben können; und da ich mir fest einbilde, die übrige *systemata* sejen eben so wenig wahr als das unserige und daß man noch weit entfernt seje in der heütigen philosophi von erkantnus der wahren ursach, so glaub ich man habe in Paris mehr auff die neben sachen als auff die hauptquaestion reflectieren müßen.

Die quaestion auff das künfftige jahr 1748 ist von einer gantz anderen natur<sup>[10]</sup>; ich gestehe Ihnen, daß Sie mich abschrecken darüber zu arbejten, sonsten ich noch wohl etwas hervorzubringen mir getraute. Über das vergangene und künfftige jahr 1747 habe ich doch gearbeitet<sup>[11]</sup> und bekenne daß ich alle meine kräfte darüber angewendet habe, dan ich diene gern zugleich dem *publico*; aber ich lehrne täglich auß der erfahrung, daß nicht alzeit das das beste seje, was der Author für das beste ansiehet; auch dergleichen sachen sind einem gewißen *fato* unterworfen.

Den 19 jährigen *periodum ventorum* halte ich für eine bloße chimere, sonderlich da der Mond so wenig an *productione ventorum* participiert.



Vor ein paar tagen hab ich den 1. *tomum* der *Berlinischen memoires* durch den canal eines H. Eschers von Zürich gantz franco empfangen<sup>[12]</sup>. Ich bin Ew. HEdgb. deswegen über alle maaßen obligiert und wan mir solches praesent von der Academi gemacht worden, so bitte meine schuldigste dancksagung deswegen bei dem H. Praesidenten (Maupertuis) oder sonst an gehörigem ort abzustatten. Es ist aber dieser *tomus* noch bei dem Buchbinder, so daß ich noch nichts darüber sagen kan; so viel hab ich gesehen, daß Ew. HEdgb. pieces meistens nur recensiert sind, welches mich wunder nimt<sup>[13]</sup>. Es dunckt mich schier, daß man mich pag. 56 de l'*Histoire* mit meinem Vatter confundiert habe<sup>[14]</sup>; in allem fahl frewt es mich zu dieser ehr gelangt zu sejn. Ich habe den 9<sup>ten</sup> *tom.* *Comm[entariorum] Petrop[olitanorum]* noch nicht erhalten; Sie werden mich obligieren, wan Sie mir denselben verschaffen samt den folgenden *tomis*; ich möchte wissen, wo man diese *Commentarios* kauffen könne; dan unsere Bibliothec hat nur die 3 oder 4 erste *tomos* und verlangte die übrige auch; wan schon die brieff porto größer werden durch einschlag, so bitte ich Sie deswegen nicht das geringste bedencken zu tragen, mir die brieff an Dero geehrteste Verwandte und gute freünd zu adressieren; aber die brieff an meinen Vatter und Vetter (Niklaus I) den *Professorem Juris* können an dieselbe *immediate* geschickt werden auß anderen ursachen<sup>[15]</sup>.

Mit der Petersb[urger] Academi ist es so weit gekommen, daß ich gleichfahls alles für bezahlung annehmen wurde; aber es ist wohl gar nichts zu hoffen. Ich glaube das einzige mittel wäre noch durch einen frembden Ministre der Kayßerin (Elizaveta Petrovna) *immediate* eine supplique übergeben zu laßen. Ich bitte Ew. HEdgb. meinen brieff zu verbrennen und sonderlich gegen H. Maupertuis sich nichts von allem gemeltem mercken zu laßen<sup>[16]</sup>; ich führe nicht gern correspondenz als gegen meine beste freünde, denen ich alles sagen darff, was ich dencke. Ich mag mir weder den Maupertuis noch den Alembert zu declarierten feinden machen, wiewohl ich mich hinter keinen scheühen wurde, wan es sejn müste. H. Maupertuis hat mir durch meinen bruder (Johann II) vorwerffen laßen, ich habe ihn accusiert, er habe dem H. Alembert geholffen seine schöne critiques über meine *Hydrodynamic* zu machen<sup>[17]</sup>, da ich hieran niemahls gedacht hab und diese erdichtung wieder alle vernunft laufft; ich weiß nicht, weme so viel daran gelegen ist den Maupertuis und mich zu brouillieren und wie es scheint denselben auch wieder Ew. HEdgb. aufzustifften. Er thut dadurch den wißenschafften schaden, wan er nicht auff Ew. HEdgb. merites die billiche attention macht und dieselbe nur als einen subalterne tractieren will. *Sed haec inter nos.*

Ew. HEdgb. werden ohne zweiffel von allen *phaenomenis ventorum* informiert sejn; ich für mein theil hab keine bücher consultieren können; sonderlich fehlen unß die *Transactionen* und des Hallejs observationen<sup>[18]</sup>; in den Navigations relationen hab ich nicht mercken können, daß es eine außgemachte sach seje, daß *circa meridiem* ein *ventus orientalis regulariter* regiere<sup>[19]</sup>; wan es je ist, so schreibe ich es *irregulari superficiei Terrae* zu, eben als wie *fluxus maximus maris in plenilunio* nicht eben *tempore meridiei* noch alzeit 2 stund hernach observiert wird, sondern zu allen stunden *in diversis locis*, so daß er auch umb 6, 7 und 8 uhr an einigen orten observiert wird. Sie werden mich obligieren mich über dergleichen *phaeno-*

*mena* zu informieren und auch Dero meinung aufrichtig über des Alemberts piece zu sagen; an den *pure mathematicis* zweifle ich nicht, aber an der application derselben und an seinen *conceptibus physicis* und *mechanicis*. Ich bitte Sie auch mir zu melden ob in Berlin bekant seje, daß ich der Author von meiner piece seje; wan solches nicht bekant wäre, bitte es *sollicite* zu verhalten; ich fürchte aber, H. Maupertuis werde es schon wißen; ich möchte auch wohl wißen, wie die *suffragia* pflegen gegeben zu werden, wan Sie je versichert sejn, daß Sie im vertragen mit mir reden können, der ich gewiß weder die freundschaft noch den ejffer für Dero so eminente merites niemahls auß augen setzen werde. Ich überlaße es Dero prudenzen. Ich für mein theil scheüe mich nicht mehr zu sagen, daß ich mit dem H. Maupertuis anfangs übel zu frieden zu sejn; Ew. HEdgb. haben mir gemeldet er habe sich befrembdet, daß ich ihme nicht selber schreibe; ich hab es darauff hin gethan und nunmehr würdiget er mich keiner antwort, da er doch à nul egard ursach hat mich mit verachtung zu tractieren<sup>[20]</sup>.

Es nimt mich wunder daß man nunmehr dem H. De l'isle sein *salarium* umb so vieles verbeßert hat<sup>[21]</sup>: was wird der H. Schuemacher darzu sagen. Der gute H. Prof. Hew hat es hier nicht lang gemacht; er hat schulden halben die Statt räumen müßen. Man sagt alhier er seje wieder auff Petersburg gegangen<sup>[22]</sup>.

Wan Ew. HEdgb. so viel verdruß in der frembde haben, solten Sie lieber in ihr Vatterland zuruck kehren: ich bin versichert, daß man Ihnen die mathematische Profession wurde können *viva voce* durch eine vocation verschaffen wieder unsere *statuta*, wan man die sach von weitem dahin incaminieren wolte.

Ich verbl[eibe] nebst dienstlicher empfehlung an die geehrteste familien mit schuldigster hochachtung und möglichster aufrichtigkeit

Ew. HEdgb.

Gehorsamster Diener

D. B.

Basel den 29. jun. 1746.

### Übersetzung

>...<

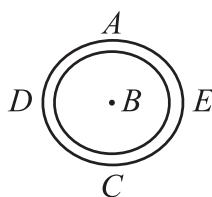
Dass ich mich wegen des Wunsches meines Bruders <Jakob> in Strassburg an Sie gewandt habe, geschah auf Anraten meines Bruders <Johann II>, des Professors, der mit Herrn Maupertuis sehr gut steht; er meinte, dass eine solche Kleinigkeit auf keine Schwierigkeiten stossen würde, wenn Sie ihm die Sache in unserem Namen vortrügen.

Was die andere Sache betrifft, so hatte ich wahrhaftig keine andere Absicht, als mich gegenüber Herrn Maupertuis gefällig zu erweisen, und vermeinte, es ganz gut zu machen. Herr Maupertuis muss jedoch sowohl seine Laune als auch die Meinung, die er früher von mir hatte, völlig geändert haben<sup>[1]</sup>.

Ich bedaure, dass Sie dadurch in Misshelligkeiten geraten sind, dass Sie mich zur Verfertigung einer Preisschrift ermuntert haben. Es ist mir unbegreiflich, dass man Ihre ausserordentlichen Verdienste so wenig achtet und Sie in einer derart niedrigen Abhängigkeit zu halten wagt. Die Ehre der ganzen Akademie beruht ja zum grössten Teil einzig und allein auf Ihrer Person, und Sie könnten unter allen Akademien und Universitäten den ehrenvollsten Platz auswählen, wenn Ihnen Ihre gegenwärtige Stelle verdriesslich fallen sollte. Meinetwegen sollten Sie nicht das geringste Bedenken haben, dass Sie mich zur Verfertigung einer Preisschrift ermuntert haben. Es war sicher mehr meine Absicht, Ihnen meine Dienstfertigkeit zu beweisen, als 50 Dukaten zu erhaschen, und der erstere Zweck – wenn ich ihn erreicht habe – genügt mir, um weder die damit gehabte Mühe noch die kleinen Unkosten zu bereuen. Übrigens bitte ich Sie, meine Preisschrift nochmals mit grösserer Aufmerksamkeit zu lesen, denn sie birgt vielleicht mehr im Hintergrund, als es auf den ersten Blick scheinen mag<sup>[2]</sup>.

Was ich über den Einfluss des Mondes und der Sonne auf die Luftsäule gesagt habe, ist ganz sicher. Die Sache läuft darauf hinaus: Wenn die Erde ihre gesamte Masse behielte und das sie in geringer Höhe umgebende Wasser auf einmal halb so schwer würde, so wäre der Einfluss der Sonne nicht mehr zwei, sondern vier Fuss hoch. Das habe ich in meiner Preisschrift über die Gezeiten<sup>[3]</sup> bewiesen, wo ich auch die gegenseitige Anziehung der Materie berücksichtigt habe; was ich in meiner Preisschrift über die Winde ausgeführt habe, sind bloss Korollarien aus der Preisschrift über die Gezeiten. Ich berücksichtigte somit *stillschweigend* auch die gegenseitige Anziehung der Luft – wie Herr d'Alembert<sup>[4]</sup>. Es stimmt allerdings, dass verdünnte Luft, wenn sie wieder verdichtet wird, aus jeder Richtung dahin zurückfliessen muss. Welche Bewegung jedoch entstehen müsste, wenn der Ort der grössten Verdünnung innert 24 Stunden eine Umdrehung macht, erfordert langes Nachdenken, und eben diese Bewegung vermeine ich aus genuinen Prinzipien bestimmt zu haben. Der Gegenstand ist an sich selbst schon schwierig, und überaus schwierig ist es, seine Gedanken nach dem wahren System auszudrücken.

Ich bin von meiner Meinung vollkommen überzeugt; denken Sie bitte nur über folgendes Problem nach:



$AECD$  sei ein rundes, mit homogener Luft gefülltes Rohr von gleichförmiger Weite. Kommt nun in  $A$  eine die Luft erwärmende Ursache hinzu, so wird die Luft um so dünner sein, je näher sie dem Ort  $A$  ist, und folglich am dichtesten in  $C$ . Nimmt man jetzt ferner an, die erwärmende Ursache drehe sich gleichmässig entlang dem Rohr  $AECD$ , so wird in der Luft sicher die Bewegung entstehen, die aus meiner Theorie folgt. Sie werden meiner Meinung sein, wenn Sie selbst über dieses Problem

nachdenken und es von sich aus lösen, denn es ist sehr oft leichter, ein Problem selbst zu lösen, als die Lösung eines anderen zu verstehen. Die Wirbelbewegung ist von Newton nach falschen Prinzipien behandelt worden<sup>[5]</sup>, und ich glaube, auch hierin etwas erreicht zu haben, obschon meine Lösung infolge der unzureichenden Daten unvollkommen ist. Einige Phänomene sind auch darauf zurückzuführen, dass die grösste Erwärmung nicht am Mittag erfolgt, sondern ungefähr zwei Stunden später.

Dass die siegreiche Preisschrift diejenige von Herrn d'Alembert sein würde, habe ich sogleich erraten<sup>[6]</sup>; allerdings habe ich aus seiner *Hydrodynamik* gesehen, dass er in der angewandten Mathematik überaus schwach ist. Er erhebt den Anspruch, für alle Jahreszeiten die Richtung und die Kraft der Winde für jedes Klima mittels schwierigster Integralformeln hergeleitet zu haben, und darauf kann ich nur sagen: Das sind Worte, welche der Mathematik mehr Schande als Ehre machen<sup>[7]</sup>. Indessen setze ich Vertrauen in Ihre Freundschaft und weltbekannte Aufrichtigkeit, dass Sie das, was ich Ihnen vertraulich mitteile, niemandem weitersagen werden, besonders nicht Herrn Maupertuis. Ich rühme an ihm, dass er ein eifriger Freund ist, wenn er einen gern mag. Wenn es nach ihm ginge, so wären Sie und Herr Clairaut nur niedere Götter, Herr d'Alembert jedoch würde zu einem Apoll erhoben werden, von welchem als der wahren Quelle alle Wissenschaften herabfliessen – wo es doch an mir läge, ihn wegen seiner *Hydrodynamik* für alle Leute zum Gespött zu machen. Doch werde ich ihn behandeln, wie Sie den Robins behandelt haben, und eher seine wirklichen Verdienste an ihm bewundern, als seine lächerliche Selbstzufriedenheit hervorzuheben, die ich seiner Jugend zuschreibe, besonders da ich voraussehe, dass er auch in dem, was ihm bis jetzt noch fehlt, ein grosser Mann werden wird.

Ich gratuliere Ihnen zu dem erlangten Anteil am Pariser Preis<sup>[8]</sup>. Wider Erwarten habe ich neben meinem Bruder (Johann II) auch einen Teil davon erhalten<sup>[9]</sup>. Wenn ich mir auch nur ein wenig geschmeichelt hätte, dass man unseren Ideen so viel Beachtung schenken würde, hätte ich die Preisschrift besser ausgearbeitet. Das Ganze umfasst kaum zwei Druckbogen, und darin sind nur ein paar Hauptphänomene betrachtet, doch die Ideen sind ganz neu und könnten für die Physik wohl einigen Nutzen haben. Und da ich mir fest einbilde, die übrigen Systeme seien ebensowenig wahr wie das unsrige und man sei in der heutigen Naturphilosophie von der Erkenntnis der wahren Ursachen noch weit entfernt, so glaube ich, man habe in Paris das Augenmerk mehr auf die Nebensächlichkeiten als auf die Hauptfrage richten müssen.

Die Preisfrage für das künftige Jahr 1748 ist von ganz anderer Art<sup>[10]</sup>, und ich gestehe Ihnen, dass Sie mich abschrecken, darüber zu arbeiten, obgleich ich mir sonst noch gut zutraute, etwas hervorzubringen. Über das vergangene und das bevorstehende Jahr 1747 habe ich nun doch gearbeitet<sup>[11]</sup>, und ich bekenne, alle meine Kräfte darauf angewandt zu haben, denn ich diene gern auch zugleich dem Publikum. Doch lerne ich tagtäglich aus der Erfahrung, dass nicht immer dasjenige das Beste ist, was der Autor dafür hält – auch solche Dinge sind einem gewissen Schicksal unterworfen.

Die Periode von 19 Jahren für die Winde halte ich für eine blossе Chimäre, besonders weil der Mond an der Entstehung der Winde einen so geringen Anteil hat.

Vor einigen Tagen erhielt ich über einen Herrn Escher von Zürich völlig franco den 1. Band der *Berliner Mémoires*<sup>[12]</sup>. Ich bin Ihnen dafür ausserordentlich verpflichtet, und falls mir dieses Geschenk von der Akademie gemacht worden ist, so bitte ich Sie, dem Herrn Präsidenten (Maupertuis) oder sonst an entsprechender Stelle meinen besten Dank abzustatten. Dieser Band liegt aber noch beim Buchbinder, so dass ich mich noch nicht dazu äussern kann. Nur soviel habe ich gesehen, dass Ihre Abhandlungen darin meist nur rezensiert sind, was mich wundert<sup>[13]</sup>. Ferner scheint mir fast, man habe mich auf Seite 56 des Abschnitts *Histoire* mit meinem Vater verwechselt<sup>[14]</sup>; in jedem Fall freut es mich, zu dieser Ehre gekommen zu sein. Den 9. Band der *Petersburger Commentarii* habe ich noch nicht erhalten. Sie würden mich sehr verpflichten, wenn Sie mir diesen samt den nachfolgenden Bänden verschaffen könnten. Ich wüsste gern, wo man diese *Commentarii* kaufen kann, denn unsere Bibliothek besitzt nur die ersten drei oder vier Bände und hätte die übrigen auch gerne. Wenn auch die Briefporti durch die Beilagen grösser werden, so tragen Sie bitte keinerlei Bedenken, mir die Briefe an Ihre verehrten Verwandten und guten Freunde zuzuschicken, doch die Briefe an meinen Vater und meinen Vetter (Niklaus I), den Professor der Jurisprudenz, können – aus anderen Gründen – direkt an die entsprechende Adresse geschickt werden<sup>[15]</sup>.

Mit der Petersburger Akademie ist es so weit gekommen, dass ich ebenfalls alles als Bezahlung annehmen würde, doch ist wohl gar nichts zu erhoffen. Ich glaube, das einzige Mittel wäre noch, der Kaiserin (Elizaveta Petrovna) durch einen auswärtigen Gesandten auf direktem Weg eine Bittschrift übergeben zu lassen. Ich bitte Sie, diesen Brief zu verbrennen und sich besonders gegenüber Herrn Maupertuis nichts von dem hier Mitgeteilten anmerken zu lassen<sup>[16]</sup>. Ich korrespondiere ungern, ausser mit meinen besten Freunden, denen ich alles sagen darf, was ich denke. Ich möchte mir weder Maupertuis noch d'Alembert zu erklärten Feinden machen, obwohl ich mich vor keinem scheuen würde, wenn es doch sein müsste. Maupertuis hat mir durch meinen Bruder (Johann II) vorwerfen lassen, ich hätte ihn beschuldigt, d'Alembert geholfen zu haben, seine schönen Kritiken an meiner *Hydrodynamik* zu verfassen<sup>[17]</sup> – wo ich doch niemals an so etwas gedacht habe und dieses Märchen jeder Vernunft zuwiderläuft. Ich weiss nicht, wem so viel daran liegt, Maupertuis und mich zu entzweien und ihn – wie es scheint – auch gegen Sie aufzustacheln. Er schadet damit den Wissenschaften, wenn er Ihren Verdiensten nicht die gebührende Anerkennung zollt und Sie bloss als einen Subalternen behandeln will. Doch dies unter uns.

Sie werden ohne Zweifel über alle Phänomene der Winde informiert sein. Ich für mein Teil konnte keine Bücher konsultieren; besonders fehlen uns die *Transactions* und die Beobachtungen von Halley<sup>[18]</sup>. Aus den Navigationsberichten konnte ich nicht merken, dass es als ausgemachte Sache gilt, dass um Mittag herum regelmässig ein Ostwind herrsche<sup>[19]</sup>. Wenn das überhaupt zutrifft, so schreibe ich es der unregelmässigen Erdoberfläche zu, so wie der höchste Stand der Flut bei Vollmond eben nicht immer zwei Stunden nach der Mittagszeit beobachtet wird, sondern zu

allen Stunden an verschiedenen Orten, an einigen Orten auch erst um 6, 7 und 8 Uhr. Wenn Sie mich über derartige Phänomene orientieren und mir auch aufrichtig Ihre Meinung über d'Alemberts Preisschrift sagen, werden Sie mich verpflichten. An den rein mathematischen Dingen zweifle ich nicht, jedoch an deren Anwendung und an seinen physikalischen und mechanischen Konzeptionen. Bitte melden Sie mir auch, ob in Berlin bekannt ist, dass ich der Autor meiner Preisschrift bin. Sollte es nicht bekannt sein, so bitte ich darum, es sorgsam zu verbergen; ich befürchte aber, Herr Maupertuis wisse es bereits. Ich möchte sehr gerne wissen, wie die Abstimmungen abzulaufen pflegen, wenn Sie sicher sind, dass Sie mit mir im Vertrauen reden können, der ich gewiss weder die Freundschaft noch den Eifer für Ihre so hervorragenden Verdienste jemals aus den Augen verlieren werde. Ich überlasse dies Ihrer Klugheit. Ich für mein Teil scheue mich nicht mehr zu sagen, dass ich anfangs, mit Herrn Maupertuis unzufrieden zu sein: Sie haben mir mitgeteilt, es habe ihn befremdet, dass ich ihm nicht selber schreibe. Daraufhin habe ich es getan, und jetzt würdigt er mich keiner Antwort, wo er doch in keiner Hinsicht Grund hat, mich mit Verachtung zu behandeln<sup>[20]</sup>.

Es wundert mich, dass man jetzt Herrn Delisle das Salär so stark aufgebessert hat<sup>[21]</sup> – was wird wohl Herr Schumacher dazu sagen? Der gute Herr Professor Hey hat es hier nicht lange ausgehalten; er musste schuldenhalber die Stadt verlassen. Man sagt hier, er sei wieder nach Petersburg gegangen<sup>[22]</sup>.

Wenn Sie in der Fremde so viel Verdruss haben, sollten Sie lieber in Ihr Vaterland zurückkehren: Ich bin sicher, dass man Ihnen entgegen unseren Statuten durch eine direkte Berufung die Professur der Mathematik verschaffen könnte, wenn man die Sache von langer Hand auf den Weg bringen wollte.

Ich verbleibe nebst freundlichen Grüßen an die verehrte Familie mit schuldigster Hochachtung und grösstmöglicher Aufrichtigkeit

⟩...⟨

D. B.

Basel, den 29. Juni 1746.

R 166 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Mai 1746  
Basel, 29. Juni 1746  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 119–120v  
Publ.: Fuss 2, p. 601–606

[1] Cf. Brief Nr. 78, Anm. 9.

[2] Euler fühlte sich gegenüber seinem alten Freund Daniel Bernoulli offensichtlich etwas verlegen. In einem nicht erhalten gebliebenen Brief vom Mai 1746 schützte Euler als Grund für die Entscheidung der Jury bei der Vergabe des Preises über die Theorie der Winde schwierige Verhältnisse an der Akademie vor, doch erwähnte er seine eigene günstige Beurteilung von d'Alemberts Preisschrift mit keinem Wort – sein Gutachten sollte erst über hundert Jahre später (1862, E. 851) im Druck erscheinen. Um so bemerkenswerter ist eine Passage im Brief Eulers an Maupertuis vom 14. März 1746, als dieser bereits in Berlin weilte (cf. O. IV A, 6, p. 60):



«Samedy passé nous avons reçu la troisième piece pour le prix de cette année sur les Vents, elle vient de Paris et quoiqu'elle soit latine, j'ai d'abord reconnu que Mr. d'Alembert en est l'Auteur. Par là Vous jugerez aisément qu'elle est fort profonde, et il traite cette matiere d'une maniere que j'en suis charmé. S'il n'arrive pas de meilleures, dont je doute fort, l'Academie pourra juger avec honneur.»

In diesem Zusammenhang ebenfalls bemerkenswert ist der Brief Eulers an Goldbach vom 5. April 1746, in dem es heisst:

«Ich bin jetzund mit Durchlesung derjenigen Piecen, welche über die von der Academie aufgegebenen Frage von der Ursach und der Ordnung der Winde sind eingesandt worden, beschäftigt: Es sind darüber 10 eingelauffen, unter welchen sich eine, so vor allen anderen in Betrachtung gezogen zu werden verdienet, befindet. Die Devise so sich zu Ende derselben befindet ist auch schön, sie lautet also: [...]»

(es folgt der in Anm. 6 *infra* zitierte lateinische Wortlaut – cf. O. IV A, 4, p. 357 / 896; cf. ferner Kleinert 1989).

In der Absicht, Bernoullis Verdruss über den Entscheid der Akademie zu mildern, schrieb Euler, Bernoullis Schrift habe eine *aufmunternde Bewertung* (*Accessit*) erhalten (cf. D. Bernoullis Brief Nr. 91, Anm. 4), was jedoch nicht zutraf. Wie sich später erweisen sollte, führten Bernoullis Enttäuschung und Eulers ungeschickte Beschwichtigungsversuche zu einem ernsthaften Riss in der Freundschaft dieser beiden grossen Männer.

- [3] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über die Gezeiten (1741, DB. 33, Kap. 4, § 14: DBW 3, p. 360).
- [4] Wahrscheinlich hatte Euler in dem in Anm. 2 *supra* erwähnten (verlorenen) Brief an D. Bernoulli geschrieben, d'Alembert habe in seiner Preisschrift die gegenseitige Anziehung der Luftpartikel berücksichtigt.
- [5] D. Bernoulli meint hier wohl Newtons fehlerhafte Lösung für eine ebene Zirkulationsbewegung (*Prinzipien*, Lib. II, Prop. LI), die er richtiggestellt hatte (cf. D. Bernoullis Preisschriften über die Winde und über die Meeresströmungen: 1747, DB. 74 und 1769, DB. 44: DBW 5, p. 492, 541). Die Entdeckung dieses Fehlers in Newtons *Prinzipien* wird gewöhnlich Stokes zugeschrieben, der ihn – unabhängig von Bernoulli – in seinem grundlegenden Werk über die Theorie der Bewegung von viskosen Flüssigkeiten (1847) offengelegt hat.
- [6] D'Alemberts Schrift über die Winde wurde von der Berliner Akademie preisgekrönt. Das Protokoll der Berliner Akademie vom 2. Juni verzeichnet (*Registres*, p. 95):

«M<sup>r</sup> Euler rapporta ensuite que l'avis unanime de la Commission composée des Membres de la Classe Mathématique avec M<sup>rs</sup> Eller et Lieberkühn, après avoir attentivement examiné toutes les Pieces envoyées pour le Prix, au nombre de onzes, l'avoient unanimement decerné à celle qui avoit pour Devise: *Haec ego de Ventis, dum Ventorum ocyor alis Palantes pellit populos Fridericus, et orbi Insignis lauro, ramum praetendit olivae*. Sur quoi le Billet ayant été decacheté, on y a trouvé le nom de M<sup>r</sup> d'Alembert, Membre de l'Academie Royale des Sciences de Paris. Les Billets des autres Pieces ont été aussitôt brûlés.»

Die Wiedergabe der lateinischen Devise in der obigen Form hat übrigens in der Folge zu Übersetzungsfehlern geführt (Hankins 1970, p. 45; Taton 1984, p. 57), die Andreas Kleinert bemerkt hat. Liest man nämlich d'Alemberts Motto in der originalen Form von drei Hexametern (d'Alembert 1747a) als

*Haec ego de ventis: dum ventorum ocyor alis  
Palantes pellit populos FRIDERICUS, et orbi  
Insignis lauro, ramum praetendit olivae,*

dann stolpert man nicht über das gross geschriebene *Palantes* und macht sich auf die Suche nach einem vermeintlichen geographischen oder politischen Begriff, sondern erkennt das Wort als Partizip Präsens des (seltenen) Deponens *pālor*. Martin Mattmüller schlägt die folgende Übersetzungsvariante vor, die dem originalen Versmass folgt:



Das sag' ich über die Winde; doch schleuniger als ihre Flügel  
 Treibt unser Friedrich die stiebenden Völker dahin und entbietet  
 Lorbeergekrönt dem Erdkreis den friedlichen Zweig der Olive.

Zu dem Umständen der Preisverleihung cf. auch Kleinert (1989).

- [7] Zu d'Alemberts preisgekrönter Schrift über die Winde ist zu sagen, dass die physikalisch-mechanische Grundlage seiner Theorie tatsächlich unvollkommen war. Truesdell hat dazu bemerkt (O. II, 12, p. LVII, Anm. 1):

«Not only does it attribute winds mainly to the gravity of the sun and moon, but also it is totally devoid of hydrodynamics and obtains no specific results.»

Doch wenden wir uns noch einer älteren Einschätzung von d'Alemberts Preisschrift zu, die sich nämlich in der Himmelsmechanik von Laplace findet. In einem historischen Abriss, der dem 13. Buch seines fundamentalen Werkes als Einleitung beigegeben ist, schreibt Laplace (1823, p. 152f):

«D'Alembert, dans son *Traité sur la cause générale des vents*, qui remporta, en 1746, le prix proposé sur cet objet par l'Académie des sciences de Prusse, considéra les oscillations de l'atmosphère produites par les attractions du soleil et de la lune. En supposant la terre privée de son mouvement de rotation, dont il jugeait la considération inutile dans ces recherches, et supposant l'atmosphère partout également dense et soumise à l'attraction d'un astre en repos, il détermina les oscillations de ce fluide. Mais lorsqu'il voulut traiter le cas où l'astre est en mouvement, la difficulté du problème le força de recourir, pour le simplifier, à des hypothèses précaires dont les résultats ne peuvent pas même être considérés comme les approximations. Ses formules donnent un vent constant d'orient en occident, mais dont l'expression dépend de l'état initial de l'atmosphère; or les quantités dépendantes de cet état ont dû disparaître depuis longtemps par toutes les causes qui rétabliraient l'équilibre de l'atmosphère si l'action des astres venait à cesser; on ne peut donc pas expliquer ainsi les vents alisés.»

Er fügt jedoch hinzu:

«Le traité de d'Alembert est remarquable par les solutions de quelques problèmes sur le calcul intégral aux différences partielles, solutions dont il fit, un an après, l'application la plus heureuse au mouvement des cordes vibrantes.»

- [8] Cf. L. Eulers Preisschrift über den Magneten (E. 109).  
 [9] Cf. die gemeinsame Preisschrift von D. und J. II Bernoulli (1748, DB. 41). – Cf. Brief Nr. 77, Anm. 8.  
 [10] Die Pariser Preisfrage für 1748 lautete: *Une théorie de Saturne et de Jupiter, par laquelle on puisse expliquer la cause physique des inégalités qu'on remarque dans les mouvements de ces deux Planètes, principalement dans le temps de leur conjonction*. Offenbar hatte Euler, der dann den Preis mit seiner Abhandlung E. 120 gewann, Bernoulli vor den zu bewältigenden Schwierigkeiten gewarnt.  
 [11] Die Pariser Akademie hatte zunächst für 1745 die folgende Preisfrage gestellt: *La meilleure maniere de trouver l'heure en Mer par observation, soit dans le jour, soit dans les crépuscules, et surtout dans la nuit, quand on ne voit pas l'horizon*. Im Jahre 1745 wurde der Preis jedoch niemandem zugesprochen und dieselbe Preisfrage für 1747 wiederholt; für deren Beantwortung teilten sich dann D. Bernoulli (1750, DB. 42) und Euler (E. 150) einen verdoppelten Preis. – Cf. Brief Nr. 68, Anm. 10.  
 [12] Der erste Band der *Berliner Mémoires* (für 1745) erschien im Jahre 1746. – Bei dem von D. Bernoulli erwähnten Herrn Escher handelt es sich möglicherweise um Hans Caspar Escher (vom Glas).  
 [13] Ausser den zwei im ersten Band der *Berliner Mémoires* veröffentlichten Abhandlungen Eulers (E. 82, 83) wurden in der Abteilung *Histoire* desselben Bandes noch *Résumés* von fünf anderen Abhandlungen gedruckt, die Euler in der Berliner Akademie 1744 vorgelesen hatte, nämlich: *Sur la lumière et les couleurs*, p. 17–24 (6. Februar 1744); *Sur la nature des*

- moindres parties de la matiere*, p. 28–32 (18. Juni 1744); *Sur de nouvelles Tables Astronomiques pour calculer la place du Soleil*, p. 36–40 (9. April 1744); *Sur le mouvement des nœuds de la Lune, et sur la variation de son inclinaison à l'Ecliptique*, p. 40–44 (5. Oktober 1744); *Sur le mouvement des Corps flexibles*, p. 45–55 (5. November 1744). Vier dieser Abhandlungen (E. 88, 91, 138, 174) wurden zwischen 1746 und 1751 anderweitig veröffentlicht, eine (E. 836) erst 1862 in den *Opera postuma*. Die hier genannten Vorlesungsdaten der Abhandlungen sind in den *Registres* nicht verzeichnet.
- [14] Im Résumé von D. Bernoullis Abhandlung (1746, DB. 40) auf Seite 56 des ersten Bandes der *Berliner Mémoires* wurde er als *Membre étranger* genannt, obwohl zu jener Zeit erst J. I. Bernoulli (seit 1744) als Auswärtiges Akademiemitglied galt, während Daniel erst am 30. Juni 1746 gewählt wurde (cf. *Registres*, p. 100–101).
- [15] Das erklärt sich durch die kompliziert gewordenen Beziehungen Daniel Bernoullis zu seinem Vater und seinem Vetter Niklaus I.
- [16] Dem Wunsch nach Vernichtung des vorliegenden Briefes ist Euler nicht nachgekommen.
- [17] Im Brief vom 9. April 1746 schrieb Maupertuis an J. II Bernoulli (Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 97v–98r):
- «Il m'est revenu d'ailleurs que M. votre fr[ere] pensoit que j'avois encouragé ou aidé M. D'Alembert à quelques remarques qu'il appelle des critiques qu'il a mises dans son Hydrodynamique. Oh c'est bien mal me connoître que de croire que je veuille faire le plat et bas métier d'exciter les savants les uns contre les autres. J'aime et estime beaucoup d'Alembert mais je ne travaille pas plus à ses livres qu'à ceux de M. votre frere et qu'à ceux qu'on fait à Constantinople.»
- [18] Wahrscheinlich sind hier Halleys Berichte über die Passatwinde (1686, 1687) gemeint.
- [19] Es ist nicht klar, welche «Navigationsberichte» Bernoulli hier meint.
- [20] Der hier erwähnte Brief D. Bernoullis an Maupertuis ist nicht erhalten geblieben.
- [21] Schumacher teilte Euler in seinem Brief vom 15. (4.) Mai 1746 mit, dass Delisle mittels einer Eingabe an den Senat einige Vorteile errungen hatte, und zwar 600 Rubel für Quartier, Holz und Licht (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 85). Zuvor hatte Delisle von der Kaiserin bereits 6000 Rubel für den Ausbau des Observatoriums erhalten (cf. Pekarskij 1870, p. 138f).
- [22] Nach seiner Rückkehr aus Russland hatte G. A. Hey 1744 an der Universität Basel den Magistergrad erworben; danach verließ er Basel und praktizierte als reisender Kurpfuscher in Deutschland.

80

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 9. Juli 1746

HochEdelgebohrner Herr!

Hochgeehrtester Herr Professor!

Wan sich auß Petersburg alles confirmiert, so ist es in der that eine sehr wichtige und gantz unverhoffte zeitung<sup>[1]</sup>. In allem fahl sage ich Ihnen für die gütige communication derselben schuldigsten danck und sind mir diese zeichen Derselben wahren freundschaft schon an sich selbst überaus werth, wan auch unsere neue hoffnung wiederumb verschwinden solte. Gehet aber alles ferners gut von staten, so bitte Ew. HEdgb. mir zu schreiben wan es nöthig seje meine samtliche quittungen zu schicken; ich werde dieselbe alsdan an Ew. HEdgb. adressieren und Sie bitten alles übrige zu besorgen; wan einmahl mein gelt in Berlin ist, werde ich solches leicht können per wechsel hieher ziehen.

Meinem Vatter trage ich annoch bedencken etwas von dieser veränderung zu sagen, ehe sich die sach weiters confirmiert habe; Indeßen will ich Ew. HEdgb. eÿffer, freundschaftt und generosem gemüht unser bejder interess bestermaaßen recommendiert haben. Ich werde mir auch im fahl der erwünschten confirmation die ehr geben dem newen H. Praesidenten 〈K. Razumovskij〉 zu schreiben. Ich fürchte nur es werde nicht mehr möglich sejn die Petersburger Academi in einen florissanten stand wiederum zu erheben, es wäre dan sach, daß sich Ew. HEdgb. resolvierten für etwan 2 jahr dahin zu gehen; die sach könnte ja so eingerichtet werden, daß Sie der König 〈Friedrich II.〉 auß nachbarlichen freundschaftt gegen die Rußische Kayßerin 〈Elizaveta Petrovna〉 dahin schickte, in welchem fahl gewiß kein *inconveniens* darauß entstehen könnte; ich will mich offeriert haben für 2 jahr in Berlin für Sie zu vicarieren, so daß Sie deßen ohngeacht Ihr *salarium* in Berlin auch werden ziehen können.

Sonsten versichere ich Ew. HEdgb. noch einmahl daß ich nicht den geringsten unwillen geschöpffet wegen dem Berliner *praemio*<sup>[2]</sup>. Vielleicht hat H. d'Alembert sejt seiner außgegebenen *Hydrodynamic*<sup>[3]</sup> *in physicis* sich mehr perfectioniert, in welchem fahl ich versichert bin, daß er das *praemium* vor mir meritiert hat, da ich meine piece in gröster eÿl und zimlich *perfunctorie* geschrieben habe, auch die nöthige *subsidia* an büchern nicht gehabt. Herr Maupertuis hat mir selber notificiert daß H. d'Alembert das *praemium* erhalten und gar nicht dergleichen gethan, etwas von meiner piece zu wißen; er sagte auch, er habe keine piece gelesen, sondern nur so viel von Ew. HEdgb. gehört, daß H. d'Alemberts piece ein vortreffliches werck seje<sup>[4]</sup>. Ich habe dieses auffgenommen, daß dem M<sup>r</sup> de Maupertuis etwas noch an unseren vorigen alten freundschaftt müße gelegen sejn, worin ich auch durch seinen gantzen übrigen brieff bin confirmiert worden. Es ist mir sehr lieb, daß sich alles von allen orten her auffhaitert, und wan sich die freundschaftt zwischen dem Maupertuis und mir ferners confirmiert, so wird hoffentlich solches zu mehrerem auffnahm der wißenschaften und beständiger harmoni zwischen Ew. HEdgb. und dem Praesidenten 〈Maupertuis〉 geraichen; des Maupertuis penetration ist viel zu groß umb nicht die consequenz einzusehen, wan er nicht Ew. HEdgb. nebst einigen anderen menagieren wolte.

Sonsten muß ich noch *ratione* meiner piece *Sur les vents*<sup>[5]</sup> sagen, daß dasjenige was Ew. HEdgb. *de aestu aëris, ut ita dicam*, in zweiffel gezogen, nichts anders seje als was ich in meinem *Traitté sur le flux et reflux de la mer* pag. 92, § 14 gesagt und demonstriert habe<sup>[6]</sup>. Ich habe ursach für eine sonderbahre ehr zu halten, daß meine so unausgearbeitete piece solle getruckt werden. Cependant si cela se peut faire avec l'agrément du President 〈Maupertuis〉, je vous prie, d'y faire mettre cet avertissement de l'Auteur:

«L'auteur de cette piece ayant appris que l'Academie lui avoit accordé l'honneur de l'*accessit* et celui d'être imprimée sous ses auspices, il se croit obligé d'avertir le Public, qu'il n'a composé cette piece que pour satisfaire aux pressantes sollicitations qu'un de ses meilleurs amis a bien voulu lui faire peu de semaines avant le terme échû. Cette cir-

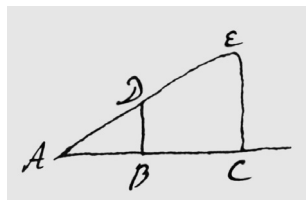
constance lui servira d'excuse d'avoir traité assez superficiellement et avec quelque precipitation une matiere qui merite toute l'application dont on peut etre capable et d'avoir osé presenter à une Compagnie aussi Illustre et aussi éclairée un ouvrage si peu fini. L'auteur prend le succès inopiné de son essay pour une approbation des principes dont il s'est servi, laquelle pourra bien l'encourager à reprendre un jour cette importante matiere et à la traiter selon toute l'étendue de l'application, que ces principes admettent.»

Wan der H. Praesident (Maupertuis) dieses avertissement überhaupt agreirt, so überlaße ich demselben und Ew. HEdgb. die wort und expressionen nach gutbefinden zu ändern<sup>[7]</sup>. Ubrigens bitte demselben mein compliment zu machen und zu sagen, daß so bald ich von meinen beständig überhäufften geschäftten etwas befrejt bin, ich ihme auff seinen brieff, den ich mit sonderbahrer frewd empfangen habe, antworten werde<sup>[8]</sup>.

Sonsten beruffe ich mich auff mein letstes schreiben, welches Ew. HEdgb. wenig tag nach abgelassenem letsteren schreiben werden empfangen haben<sup>[9]</sup>. Ich glaube darin gemeldet zu haben, wie es mit der piece über den magneten gegangen, und daß solche 2 *authores*, nemlich meinen bruder (Johann II) und mich habe, welche auch das *praemium* unter sich getheilt haben<sup>[10]</sup>. Der H. Clairaut wuste gar nichts darvon; doch aber hat er errathen, daß die piece entweder von mir, oder von jemand der meine *principia* adoptiert habe, müße hergekommen sejn. Leüte die in einem genawen *commercio* stehen, können sich schwerlich genugsam verbergen.

Seit meinem letsten schreiben, hab ich die *Memoires* Ihrer Academi durchgelesen. Es ist schad, daß Ihre pieces nicht sind gantz getruckt worden, obschon der extract in der *Histoire* sehr wohl gemacht ist<sup>[11]</sup>. In Ew. HEdgb. piece *De la percussion* sind neue *conceptus*, welche mir theils wohl gefallen, theils sehr sinreich vorkommen<sup>[12]</sup>; Mein Vatter wurde nicht mit allem zufrieden sejn, dan er hat mit mir oft geschmäht, daß ich nicht mehr realitet in der quaestion *de viribus vivis* setze. Die idée von der *percussione corporum mollium* satisfaciert mir nicht vollkommen; dan ich kan nicht begreifen, daß die *pressio mutua postquam evasit maxima in instanti* evanesciere; solches wäre auch ein *saltus in rerum natura*; dieser *conceptus* ist zwar gut umb die *leges motuum a percussione corporum mollium* zu demonstrieren; doch ist diese solution nicht *exacte* wahr.

Ich betrachte die *scalam pressionum* auff die wejß, wie es beigesetzte figur zeigt,



alwo *AB* die impression und *BD* die compression zeigt und in *E* eine *curvatura veluti infinita* ist, so daß *EC* für eine *linea recta perpendicularis* zwar könne gehalten

werden, nicht aber *exacte* seje. Auch muß meiner meinung nach die fractur nicht allein *a quantitate compressionis* hergeleÿtet werden; dan ein stähleriger bogen bricht eher, wan ich ihn geschwind spanne, als wan ich ihne sehr langsam spanne. Die explication pag. 47, so sie von den *phioles*, so man alhier *ova philosophica* nennet, geben, dunckt mich auch nicht genugsam deduciert<sup>[13]</sup>; diese quaestion muß meiner meynung nach mehr mit einem funcken feÿer, daß das pulver anzündet, vergliche[n] werden. Es scheint daß das glas auß lauter kleinen gespannenen *elastrulis* bestehe[t] und wan eines sich restituirt, welches geschiht wan die *superficies interna* einen insensiblern ritz bekommt, so müssen die übrige *elastrula* sich so gleich auch debandieren, und das glaß brechen<sup>[14]</sup>. Sonsten habe ich einmahl überschrieben, wie man die *percussionem* concipieren könne *vel in corporibus mathematice duris*, so daß ich noch keine contradiction darin sehe.

Wan ich ein *diploma* bekommen solte von Dero Academi, werde nicht ermangeln mich deswegen gehorsamst zu bedancken, der ich mir hierauß eine sonderbahre ehr mache<sup>[15]</sup>. Ich bin auch versichert, daß ich Ew. HEdgb. deswegen die meiste obligation habe; wil also allervorderst mich gegen Denenselben bedanckt haben.

Hiemit empffehle ich mich Ew. HEdgb. und Derselben geehrtesten Famillie und verbleibe mit beständiger Hochachtung

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 9. jul. 1746.

Wan H. Maupertuis nicht weiß *positive*, daß ich der Author von meiner piece seje<sup>[16]</sup>, so ist es nicht nöhtig ihme solches zu melden.

### Übersetzung

>...<

Wenn aus Petersburg alles bestätigt wird, so ist dies tatsächlich eine sehr wichtige und völlig unerwartete Nachricht<sup>[1]</sup>. In jedem Fall danke ich Ihnen sehr für die freundliche Mitteilung, und diese Zeichen Ihrer wahren Freundschaft sind mir für sich selbst schon sehr wertvoll, auch wenn unsere neue Hoffnung wieder schwinden sollte. Geht aber alles gut weiter, so bitte ich Sie, mir zu schreiben, wenn es nötig sein sollte, alle meine Quittungen zu schicken. Diese werde ich dann an Sie adressieren und Sie bitten, alles Übrige zu besorgen. Wenn mein Geld erst einmal in Berlin ist, werde ich es per Wechsel leicht hierher holen können.

Meinem Vater etwas von dieser Veränderung zu sagen, habe ich jetzt noch Bedenken, bis die Sache sich weiter bestätigt hat. Inzwischen möchte ich unser beider Interesse bestens Ihrem Eifer, Ihrer Freundschaft und Ihrer Grossmütigkeit empfohlen haben. Im Falle der gewünschten Bestätigung werde ich mich auch

beehren, dem neuen Herrn Präsidenten (K. Razumovskij) zu schreiben. Allerdings fürchte ich, es werde nicht mehr möglich sein, die Petersburger Akademie wieder neu aufblühen zu lassen, es sei denn, Sie könnten sich dazu entschliessen, für etwa zwei Jahre dorthin zu gehen. Die Sache könnte ja so eingerichtet werden, dass der König (Friedrich II.) Sie aus nachbarschaftlicher Freundschaft zur Russischen Kaiserin (Elizaveta Petrovna) nach Petersburg schickte, woraus sicher keinerlei Inkonvenienz entstehen würde; ich möchte mich dazu angeboten haben, für zwei Jahre in Berlin für Sie zu vikarieren, so dass Sie dessen ungeachtet Ihr Salär in Berlin weiter beziehen könnten.

Im Übrigen versichere ich Ihnen nochmals, dass ich wegen des Berliner Preises nicht im geringsten verstimmt bin<sup>[2]</sup>. Vielleicht hat sich Herr d'Alembert seit der Herausgabe seiner *Hydrodynamik*<sup>[3]</sup> in der Physik weiter vervollkommenet, und in diesem Fall bin ich sicher, dass er den Preis vor mir verdient hat, da ich meine Preisschrift in grösster Eile und ziemlich oberflächlich geschrieben und auch die nötigen Hilfsmittel an Büchern nicht gehabt habe. Herr Maupertuis hat mir selber mitgeteilt, dass Herr d'Alembert den Preis gewonnen hat, und sich gar nichts anmerken lassen, etwas von meiner Preisschrift zu wissen. Auch sagte er, er habe keine der Preisschriften gelesen, sondern nur so viel von Ihnen gehört, dass d'Alemberts Preisschrift ein vortreffliches Werk sei<sup>[4]</sup>. Ich fasste das so auf, dass Herrn Maupertuis noch etwas an unserer früheren alten Freundschaft gelegen sein muss, wovon mich auch sein ganzer übriger Brief überzeugt hat. Ich bin sehr froh darüber, dass sich alles von allen Seiten aufheitert, und wenn sich die Freundschaft zwischen Maupertuis und mir weiterhin festigt, so wird das hoffentlich zu vermehrtem Aufschwung der Wissenschaften und zu beständiger Harmonie zwischen Ihnen und dem Präsidenten (Maupertuis) beitragen. Dessen Scharfblick ist viel zu gross, um die Konsequenzen nicht einzusehen, wenn er Sie und einige andere nicht umgänglich behandeln würde.

Hinsichtlich meiner Preisschrift über die Winde<sup>[5]</sup> muss ich noch sagen, dass das, was Sie über die Gezeiten der Luft – wie ich das nennen will – in Zweifel gezogen haben, nichts anderes ist, als was ich in meinem *Traité sur le flux et reflux de la mer* auf Seite 92, § 14, gesagt und bewiesen habe<sup>[6]</sup>. Ich habe Grund, es für eine besondere Ehre zu halten, dass meine so unausgearbeitete Preisschrift gedruckt werden soll. Cependant si cela peut se faire avec l'agrément du Président (Maupertuis), je vous prie d'y faire mettre cet avertissement de l'Auteur:

«L'auteur de cette pièce ayant appris que l'Académie lui avait accordé l'honneur de l'*accessit* et celui d'être imprimée sous ses auspices, il se croit obligé d'avertir le Public, qu'il n'a composé cette pièce que pour satisfaire aux pressantes sollicitations qu'un de ses meilleurs amis a bien voulu lui faire peu de semaines avant le terme échû. Cette circonstance lui servira d'excuse d'avoir traité assez superficiellement et avec quelque précipitation une matière qui mérite toute l'application dont on peut être capable et d'avoir osé présenter à une Compagnie aussi Illustre et aussi éclairée un ouvrage si peu fini. L'auteur prend le

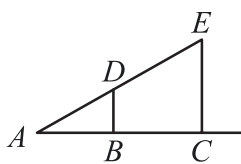
succès inopiné de son essay pour une approbation des principes dont il s'est servi, laquelle pourra bien l'encourager à reprendre un jour cette importante matière et à la traiter selon toute l'étendue de l'application que ces principes admettent.»

Wenn der Herr Präsident (Maupertuis) diese Vorbemerkung überhaupt akzeptiert, so überlasse ich es ihm und Ihnen, die Worte und Ausdrücke nach Gutdünken zu ändern<sup>[7]</sup>. Übrigens bitte ich Sie, ihn von mir grüssen zu lassen und ihm zu sagen, dass ich ihm, sobald ich von meinen ständig aufgehäuften Geschäften einigermassen befreit bin, ihm auf seinen Brief, den ich mit besonderer Freude empfangen habe, antworten werde<sup>[8]</sup>.

Ansonsten berufe ich mich auf meinen letzten Brief, den Sie wenige Tage nach Absendung des Ihrigen empfangen haben werden<sup>[9]</sup>. Darin glaube ich gemeldet zu haben, wie es mit der Preisschrift über den Magneten ausgegangen ist: Diese hat zwei Autoren, nämlich meinen Bruder (Johann II) und mich, und wir haben den Preis unter uns geteilt<sup>[10]</sup>. Herr Clairaut wusste gar nichts davon, jedoch hat er erraten, dass die Preisschrift entweder von mir stammen musste oder von jemandem, der meine Prinzipien angenommen hat. Leute, die einen vertrauten Umgang miteinander pflegen, können sich schwerlich hinreichend verbergen.

Seit meinem letzten Brief habe ich die Abhandlungen Ihrer Akademie durchgesehen. Es ist schade, dass die Ihrigen nicht komplett gedruckt worden sind, obwohl der Auszug im Abschnitt *Histoire* sehr gut gemacht ist<sup>[11]</sup>. In Ihrer Abhandlung über den Stoss sind neue Gedanken, die mir teils gut gefallen, teils sehr sinnreich vorkommen<sup>[12]</sup>. Mein Vater wäre nicht mit allem einverstanden, denn er hat mich oft gescholten, dass ich nicht mehr Gewicht auf die Frage der lebendigen Kräfte lege. Die Vorstellung vom Stoss unelastischer Körper befriedigt mich nicht vollständig, denn ich kann nicht begreifen, dass der gegenseitige Druck, nachdem er maximal geworden ist, augenblicklich verschwinden soll – das wäre auch ein Sprung in der Natur der Dinge. Dieser Gedanke ist zwar gut zur Demonstration der Stossgesetze für unelastische Körper, doch ist diese Lösung nicht genau wahr.

Ich betrachte das Diagramm der Drücke gemäss der nebenstehenden Figur,



wo  $AB$  die Impression zeigt,  $BD$  die Kompression und in  $E$  eine gleichsam unendliche Krümmung ist, so dass  $EC$  zwar für eine gerade senkrechte Linie gehalten werden könnte, dies jedoch nicht exakt ist. Auch muss meiner Meinung nach der Bruch nicht allein aus der Grösse der Kompression hergeleitet werden, denn ein stählerner Bogen bricht eher, wenn ich ihn rasch spanne, als wenn er langsam gespannt wird. Die Erklärung, die Sie auf Seite 47 von den Phiolen geben, die man hier philosophische Eier nennt, scheint mir auch nicht hinreichend abgeleitet<sup>[13]</sup>. Diese Frage muss meiner Meinung nach eher mit einem Funken verglichen werden,



der das Pulver entzündet. Es scheint, dass das Glas aus lauter kleinen gespannten Sprungfederchen besteht, und wenn eines von ihnen sich entlädt – was dann geschieht, wenn die innere Oberfläche einen unmerklichen Sprung bekommt –, so müssen die übrigen Sprungfederchen sich sofort auch entspannen, und das Glas muss brechen<sup>[14]</sup>. Sonst habe ich Ihnen einmal geschrieben, wie man den Stoss auch bei absolut elastischen Körpern so auffassen kann, dass ich auch jetzt keinen Widerspruch darin sehe.

Sollte ich von Ihrer Akademie ein Diplom erhalten, so werde ich nicht erman-  
geln, mich dafür sehr zu bedanken, da ich mir eine besondere Ehre daraus ma-  
che<sup>[15]</sup>. Auch bin ich sicher, deswegen Ihnen gegenüber am meisten verpflichtet zu  
sein, weshalb ich mich in erster Linie bei Ihnen bedankt haben möchte.

Hiermit empfehle ich mich Ihnen und Ihrer verehrten Familie und verbleibe in  
ständiger Hochachtung

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 9. Juli 1746.

Wenn Herr Maupertuis nicht sicher weiss, dass ich der Autor meiner Preis-  
schrift<sup>[16]</sup> bin, so ist es nicht nötig, es ihm zu sagen.

R 167 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, 9. Juli 1746

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 121–122v

Publ.: Fuss 2, p. 607–611

- [1] Grosse Erwartungen in bezug auf die Verbesserung der Lage der Akademie setzte man in die Ernennung eines dem Hofe nahestehenden neuen Präsidenten, des jungen Grafen Kirill Razumovskij (cf. Eulers Brief an Schumacher vom 25. (14.) Juni 1746: *Eulers Briefwechsel* 2, p. 89f).
- [2] Es handelt sich um das Preisausschreiben von 1746 über die Winde: cf. Brief Nr. 79, Anm. 2 und 6.
- [3] Cf. d'Alemberts Traktat über die Bewegung der Flüssigkeiten (1744).
- [4] Cf. *supra* Anm. 2.
- [5] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über die Winde (1747, DB. 74).
- [6] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über die Gezeiten (1741, DB. 33, Kap. 4, § 14: DBW 3, p. 360f).
- [7] Das hier von Bernoulli gewünschte *Avertissement* wurde beim Druck der Berliner Preisschriften unverändert wiedergegeben.
- [8] Weder der Brief von Maupertuis noch D. Bernoullis Antwortschreiben sind bekannt.
- [9] Cf. Brief Nr. 79.
- [10] Cf. Brief Nr. 79, Anm. 9.
- [11] Cf. Brief Nr. 79, Anm. 13.
- [12] Cf. Eulers Abhandlung über den Zusammenstoss der Körper (E. 82).
- [13] Cf. § 23 der *supra* Anm. 12 erwähnten Abhandlung Eulers (O. II, 8, p. 48f).
- [14] Im kleinen Massstab sind die «Phiolen» seit dem 19. Jahrhundert als «Glastränen» bekannt.
- [15] Von einem solchen Diplom ist nichts bekannt.
- [16] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über die Winde (1747, DB. 74).

81

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 3. November 1746

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Die Antwort auff Dero letsteres geehrtestes schreiben habe so lang aufschieben wollen, biß ich eine antwort von dem H. Praesidenten (K. Razumovskij) auß Petersburg erhalten hätte. Solche ist endlich angelangt<sup>[1]</sup>; es ist zwahr ein höffliches schreiben, aber meiner pension wurde mit keinem wort gedacht. Er bittet mich mit Ew. HEdgb. zu concertieren, wie die *Commentarii* am besten einzurichten und mit würdigen piecen möchte concertiert werden. Wan aber nichts mehr zu hoffen, so weiß ich mein zeit anmuhtiger zuzubringen, alß an die Petersburger Academi zu gedencken. Ich wolte zufrieden sejn, wan man mir nur für das künfftige die pension richtig zukommen ließe und darmit künfftiges neue jahr den anfang machte; mit den arrerages wolte gern gedult haben und es auff des H. Praesidenten discretion ankommen laßen. Ew. HEdgb. belieben den H. Praesidenten für mich hierüber zu sollicitieren; und so Sie eine antwort erhalten mir solche zu communicieren. Solten Sie dem H. Schuemacher schreiben, so melden Sie ihme ohnbeschwärt, daß er die güte habe mir die nach dem 8<sup>ten</sup> *tomo* außgegangene *Commentarios* zukommen zu laßen<sup>[2]</sup>. Mein Vatter hat glaub ich gar nur die 4 ersten *tomos*.

Es frewet mich daß Ew. HEdgb. so vergnügt in Berlin sich befinden und wünsche von hertzen alles fernere vergnügen. Es ist mir auch lieb, daß der H. Maupertuis nunmehr auch für Ew. HEdgb. die schuldige egard habe. Ich hab alzeit vorhergesehen, daß H. Maupertuis wieder in sich selber gehen würde und uns nicht so sehr negligieren. Mein bruder (Johann II) und ich bitten Sie demselben in unserem nammen unser compliment zu machen und ihne zu fragen ob er den brieff empfangen, den ihme mein bruder naher Paris geschrieben<sup>[3]</sup>. Wan unß der H. Maupertuis die reception in Dero Academi notificieren will, wird solches sufficient sejn und statt eines *diplomatis* dienen. Wir werden auch diese ausnehmende ehr mit schuldigster erkantlichkeit annehmen; ich will also die antwort die ich dem H. Maupertuis schuldig bin, biß dahin aufschieben<sup>[4]</sup>.

Von des H. d'Alemberts piece werde ich judicieren können, wan ich solche werde gesehen haben<sup>[5]</sup>. Den beständigen ostwind, bin ich versicheret, daß man auff keine andere weiß heraußbringen könne, als auff die weiß, wie ich gethan, da ich gewießen daß *immediate in superficie maris* kein solcher wind regieren könne, wohl aber *in parvula elevatione a superficie maris*, und daß dieser beständige ostwind wachse, wie größer die *elevatio loci* seje. In den physischen betrachtungen ist einmahl H. d'Alembert bißhero sehr unglücklich gewesen, übrigens aber aller hochachtung würdig und begreiffe ich gar wohl, daß à tout prendre er das *prae-mium* vor mir meritieren habe können. Den *motum aëris a calore Solis oriundum* glaub ich auch recht determiniert zu haben *ex genuinis principiis*. Man sihet ja daß es ein *problema determinatum* sejn müße, wie ich die sach concipiere, obschon

es *ratione nostrum* nicht *determinatum* ist, weil wir nicht genugsame *cognitiones physicas* darzu haben; wan man aber supponiert, man könne *variationem densitatis a variatione causae calefacientis pro dato tempusculo* determinieren, so wird das *problema* freylich *determinatum*.

Die *Acta Lipsiensia*, darin Dero *meditata* über die *laminas elasticas* enthalten sind, hab ich nunmehr gesehen und dancke Ew. HEdgb. wegen der *honorifica mentione*, die Sie von mir gethan<sup>[6]</sup>. Es ist mir leyð daß H. Bousquet Dero *Introduction in Analysin infinitorum* so langsam zum truck befördert<sup>[7]</sup>. Man kan Dero herliche productionen nicht ohne ungedult erwarten. Ich bin Ew. HEdgb. auch sehr verbunden für das praesent von dem 1. *tomo* der *Memoires* von der Berliner Academi. Ich habe auch ein großes verlangen die samlung von deren herrlichen pieces zu sehen; es werden ohne zweiffel pieces darunter seyn, die ich noch nicht gesehen habe; sonderlich aber verlange ich die *Tabulas solares* und *lunares* zu sehen, weilen ich auch über diese materi unterschiedenes observiert<sup>[8]</sup>.

Über den *motum Saturni* hab ich auch meditiert<sup>[9]</sup>; es ist diese materi über die maaßen operos aufzurechnen; doch hab ich die sach zu faden geschlagen, daß ich glaube die arbeit überwinden zu können ohngeachtet ich die weitläuffige *calculos* wie die pest scheüe<sup>[10]</sup>. Inzwischen will ich hieher einige resultats setzen, umb von Ew. HEdgb. zu vernemmen, ob solche mit Ew. HEdgb. theori übereinstimmen. Ich finde daß man den *motum Saturni* nicht determinieren könne, ohne zu determinieren wie viel der *Saturnus ab actione Jovis alternis vicibus* näher und weiter zur Sonne komme. *In conjunctione planetarum* ist die distantz am grösten und *in oppositione* am kleinsten, in so fern die *parvula inaequalitas distantiarum ab actione Jovis* herkomt. *Sit generaliter distantia media Saturni a Sole = a in conjunctione planetarum; sumatur angulus qualiscunque inter Saturnum et Jovem = s, sitque tum distantia Saturni a Sole = a - α. Sit porro distantia rectilinea Saturni a Jove = z*; so wird die *parvula quantitas α* durch diese aequation exprimiert

$$dd\alpha = \left( -m\alpha + n + \frac{p}{z} + \frac{q}{z^3} \right) ds^2,$$

alwo *z* durch *s* gegeben ist und *m, n, p et q quantitates datas constantes* bedeüten<sup>[11]</sup>. Den *calculus* hab ich exequiert für einen *angulum* von 30 graden; ich sage also daß *a conjunctione* biß daß der *Jupiter* den *Saturnum* umb 30 grad avanciert der *Saturnus* näher zur Sonnen komme *quantitate*  $0,000\,276 \times a$ <sup>[12]</sup>. Wan man *pro omni aspectu duorum planetarum* die *variabilem α* determiniert hat, so wird das übrige noch zimlich leicht außgerechnet<sup>[13]</sup>. Ich möchte also gern von Ew. HEdgb. vernehmen, wie weit dieser außgerechnete *casus* mit Ew. HEdgb. theori übereinstimme; wollen Sie [mir] anbej einige andere resultats von Dero theori melden, so will ich Ihnen [sagen] ob und wie weit solche mit meiner theori übereinstimmen. Was da[s] operoseste ist bej dieser sach, ist daß ich die *calculos per partes* machen muß, dan sonst die *series* divergieren oder nicht genugsam convergieren. Die *variationes Lunae* sind leichter aufzurechnen, weil die *distantia Solis pro infinita* kan angenommen werden; wäre die *distantia Saturni a Sole infinites major quam distantia Jovis a Sole*, könnte ich alles *absolute* integrieren<sup>[14]</sup>. Ich möchte auch gern

vernehmen, wie Sie Ihre *tabulas saturninas* einrichten werden, damit wan je unsere theorien übereinstimmen, der *consensus* in die augen falle<sup>[15]</sup>. Sonsten kan ich obbemeldeten *valorem ipsius*  $\alpha$  noch nicht garantieren, weilen ich unglücklich bin in weitläuffigen *calculis* und mich leicht verstoße. Ich zweifle aber nicht an der richtigkeit meiner methode, obschon man leicht in *paralogismos* fallen kan<sup>[16]</sup>.

Wan sich H. d'Alembert resolvirt auff Berlin zu kommen, ist solches eine große acquisition für Ihre Academi.

Dem H. *Licent[iato]* Ramspeck bitte mein compliment zu machen, sonderlich aber solches bej Dero Werthesten familien abzulegen, der ich beständig mit möglichster hochachtung verbleibe

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 3. *bris* 1746.

P. S. In diesem moment empfangen ich einen anderen brieff von H. Graffen (K.) Razumofski, darin er mich ersucht eine schrift *de longitudinibus* zu untersuchen<sup>[17]</sup>; der author praetendiert deswegen das versprochene *praemium* von allen Potentaten. Ew. HEdgb. werden ohne zweiffel solche auch empfangen haben.

Der H. Maupertuis hat auch meinem Bruder (Jakob) ein *diploma* überschickt, darin er von I[hro] K[öniglichen] M[a]jestaet (Friedrich II.) als Commerciens Raht allergnädigst denominiert wird<sup>[18]</sup>. Ich sehe wohl daß unsere familien solche gnad eintzig und allein dem H. Maupertuis zu verdancken hat, welches ich für mein theil mit allem danck erkenne.

### Übersetzung

>...<

Die Beantwortung Ihres letzten Schreibens wollte ich so lange aufschieben, bis ich eine Antwort des Herrn Präsidenten (K. Razumovskij) aus Petersburg erhalten hätte. Diese ist nun endlich eingetroffen<sup>[1]</sup>. Zwar ist es ein höflich abgefasstes Schreiben, doch ist meine Pension darin mit keinem Wort erwähnt. Er bittet mich, mit Ihnen abzusprechen, wie die *Commentarii* am besten einzurichten und mit würdigen Abhandlungen zu versehen seien. Wenn jedoch nichts mehr zu erhoffen ist, so weiss ich meine Zeit angenehmer zu verbringen, als an die Petersburger Akademie zu denken. Ich gäbe mich damit zufrieden, wenn man mir nur inskünftig die Pension ordnungsgemäss zukommen liesse und damit zum nächsten Neujahr begänne; mit den Rückständen würde ich mich gerne gedulden und es auf das Ermessen des Herrn Präsidenten ankommen lassen. Ich bitte Sie, den Herrn Präsidenten für mich darauf anzusprechen und – wenn Sie eine Antwort erhalten – mir diese mitzuteilen. Sollten Sie Herrn Schumacher schreiben, so melden Sie ihm unverbindlich, er möge mir freundlicherweise die nach dem 8. Band ausgelieferten

Bände der *Commentarii* zukommen lassen<sup>[2]</sup>. Ich glaube, mein Vater besitzt sogar nur die ersten vier Bände.

Es freut mich, dass Sie sich in Berlin so wohl fühlen, und ich wünsche Ihnen von Herzen alles weitere Wohlbefinden. Es ist mir auch angenehm, dass Herr Maupertuis Ihnen jetzt auch die gebührende Achtung zollt. Ich habe immer vorausgesehen, dass Herr Maupertuis wieder in sich gehen und uns nicht so sehr vernachlässigen würde. Mein Bruder (Johann II) und ich bitten Sie, ihn in unserem Namen freundlich grüssen zu lassen und ihn zu fragen, ob er den Brief erhalten hat, den ihm mein Bruder nach Paris geschrieben hat<sup>[3]</sup>. Wenn uns Herr Maupertuis die Aufnahme in Ihre Akademie schriftlich bestätigen will, so wird das genügen und uns anstelle eines Diploms dienen. Wir werden diese ausserordentliche Ehre auch mit gebührender Erkenntlichkeit annehmen. Die Herrn Maupertuis geschuldete Antwort möchte ich also bis dahin aufschieben<sup>[4]</sup>.

Über Herrn d'Alemberts Preisschrift kann ich erst urteilen, wenn ich sie gesehen haben werde<sup>[5]</sup>. Ich bin sicher, dass man die Ursache des andauernden Ostwindes auf keine andere Art und Weise bestimmen kann, als ich es getan habe, denn ich habe bewiesen, dass unmittelbar auf der Meeresoberfläche kein derartiger Wind herrschen kann, wohl jedoch in geringer Höhe darüber, und dass dieser andauernde Ostwind zunimmt, je grösser die Höhe ist. In den physikalischen Betrachtungen ist Herr d'Alembert nun einmal bis anhin sehr unglücklich gewesen, im übrigen jedoch aller Hochachtung wert, und ich begreife sehr gut, dass er – wenn man alles berücksichtigt – den Preis vor mir hat verdienen können. Die Bewegung der Luft, welche durch die Sonnenwärme entsteht, glaube ich ebenfalls aus genuinen Prinzipien richtig bestimmt zu haben. Wie ich die Sache auffasse, sieht man ja, dass es ein bestimmtes Problem sein muss, obgleich es im Hinblick auf uns nicht bestimmt ist, weil wir dazu nicht über hinreichende physikalische Erkenntnisse verfügen. Setzt man aber voraus, dass man die Veränderung der Dichte durch die Veränderung der Wärmeursache für eine gegebene kleine Zeit bestimmen könnte, so wird das Problem allerdings zu einem bestimmten.

Die *Acta Eruditorum*, in welchen Ihre Überlegungen über die elastischen Streifen stehen, habe ich jetzt gesehen, und ich danke Ihnen für die ehrenvolle Erwähnung<sup>[6]</sup>. Ich bedaure, dass Herr Bousquet Ihre *Einleitung in die Analysis des Unendlichen* derart langsam zum Druck befördert<sup>[7]</sup>. Man kann Ihre herrlichen Werke nicht ohne Ungeduld erwarten. Ich bin Ihnen auch für das Geschenk des ersten Bandes der *Berliner Mémoires* sehr verbunden. Auch verlangt mich sehr danach, die Sammlung Ihrer herrlichen Abhandlungen zu sehen. Ohne Zweifel werden Abhandlungen darunter sein, die ich noch nicht gesehen habe. Ganz besonders aber wünsche ich die *Sonnen- und Mondtafeln* zu sehen, da ich auf diesem Gebiet auch Verschiedenes beobachtet habe<sup>[8]</sup>.

Über die Bewegung des Saturn habe ich auch nachgedacht<sup>[9]</sup>. Dieser Gegenstand ist überaus mühsam zu berechnen, doch habe ich die Sache zu einem Entwurf gebracht, so dass ich glaube, die Arbeit bewältigen zu können, ungeachtet dessen, dass ich die weitläufigen Rechnungen wie die Pest scheue<sup>[10]</sup>. Inzwischen möchte ich einige Resultate hierhersetzen, um von Ihnen zu vernehmen, ob diese

mit Ihrer Theorie übereinstimmen. Ich finde, man könne die Bewegung des Saturn nicht bestimmen, ohne zu bestimmen, um wieviel der Saturn durch die Wirkung des Jupiter der Sonne bald näher kommt, bald weiter entfernt ist. Bei Konjunktion der Planeten ist der Abstand am grössten und bei Opposition am kleinsten, insofern die geringe Ungleichheit der Abstände von der Wirkung des Jupiter herrührt. Es sei allgemein der mittlere Abstand des Saturn von der Sonne bei Konjunktion der Planeten gleich  $a$ ; man bezeichne mit  $s$  einen beliebigen Winkel zwischen Saturn und Jupiter, und der dazugehörige Abstand des Saturn von der Sonne sei gleich  $a - \alpha$ . Es sei ferner  $z$  der geradlinige Abstand des Saturn von Jupiter: so wird die kleine Grösse  $\alpha$  durch die Gleichung

$$dd\alpha = \left( -m\alpha + n + \frac{p}{z} + \frac{q}{z^3} \right) ds^2$$

ausgedrückt, wo  $z$  durch  $s$  gegeben ist und  $m$ ,  $n$ ,  $p$  und  $q$  gegebene konstante Grössen bedeuten<sup>[11]</sup>. Die Rechnung habe ich für einen Winkel von  $30^\circ$  ausgeführt. Ich sage also, dass der Saturn von der Konjunktion an, bis Jupiter ihm um  $30^\circ$  vorangeht, der Sonne um die Grösse  $0.000276a$  näher kommt<sup>[12]</sup>. Hat man für jeden Aspekt der beiden Planeten die Variable  $\alpha$  bestimmt, so lässt sich das übrige noch ziemlich leicht berechnen<sup>[13]</sup>. Ich möchte also gern von Ihnen vernehmen, wie weit dieser berechnete Fall mit Ihrer Theorie übereinstimmt; wenn Sie mir dazu einige andere Resultate Ihrer Theorie angeben wollen, so will ich Ihnen sagen, ob und wie weit diese mit meiner Theorie übereinstimmen. Was das Mühsamste bei dieser Sache ist, ist der Umstand, dass ich die Rechnungen stückweise ausführen muss, da sonst die Reihen divergieren oder nicht genügend konvergieren. Die Variationen des Mondes sind leichter auszurechnen, weil der Abstand der Sonne als unendlich angenommen werden kann. Wäre der Abstand des Saturn von der Sonne unendlichfach grösser als der Abstand des Jupiter von der Sonne, so könnte ich alles absolut integrieren<sup>[14]</sup>. Ich möchte auch gerne vernehmen, wie Sie Ihre Saturntafeln einzurichten gedenken, damit – wenn unsere Theorien übereinstimmen sollten – die Übereinstimmung augenfällig wäre<sup>[15]</sup>. Im Übrigen kann ich den oben angegebenen Wert von  $\alpha$  noch nicht garantieren, da ich in weitläufigen Rechnungen ungeschickt bin und mich leicht verrechne. Ich zweifle jedoch nicht an der Richtigkeit meiner Methode, obschon man leicht auf Fehlschlüsse verfallen kann<sup>[16]</sup>.

Wenn sich Herr d'Alembert entschliesst, nach Berlin zu kommen, wäre das für Ihre Akademie eine grosse Akquisition.

Lassen Sie den Lizentiaten Ramspeck bitte freundlich grüssen, ganz besonders aber Ihre verehrte Familie.

Ich verbleibe stets in grösster Hochachtung

} ... {

Daniel Bernoulli

Basel, den 3. November 1746.



P. S. Soeben empfangen ich einen zweiten Brief von dem Grafen ⟨K.⟩ Razumovskij, in dem er mich bittet, eine Schrift über die geographischen Längen zu untersuchen<sup>[17]</sup>. Der Autor erhebt damit von allen Potentaten Anspruch auf den versprochenen Preis. Sie werden diese Schrift zweifellos auch empfangen haben.

Auch hat Herr Maupertuis meinem Bruder ⟨Jakob⟩ ein Diplom geschickt, worin er von Seiner Königlichen Majestät ⟨Friedrich II.⟩ allergnädigst zum Kommerzienrat ernannt wird<sup>[18]</sup>. Ich sehe wohl, dass unsere Familie diese Gnade einzig und allein Herrn Maupertuis zu verdanken hat, was ich für mein Teil mit allem Dank anerkenne.

R 168 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom September/Okttober 1746  
 Basel, 3. November 1746  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 123–124v  
 Publ.: Fuss 2, p. 612–615

- [1] Weder der Brief D. Bernoullis an den Präsidenten Razumovskij noch dessen Antwort sind erhalten geblieben.
- [2] Bis zu diesem Zeitpunkt waren erst 9 Bände der *Petersburger Commentarii* erschienen.
- [3] Aus dem Jahr 1746 ist uns kein Brief von J. II Bernoulli an Maupertuis bekannt.
- [4] Wir kennen nur einen der folgenden Briefe D. Bernoullis an Maupertuis, nämlich denjenigen vom 4. März 1747 (Paris, Archives de l'Académie des Sciences, Fonds Maupertuis: 43 J, Nr. 76.02).
- [5] Cf. die Preisschrift von d'Alembert über die Winde (1747a, 1747b).
- [6] Bernoulli bezieht sich hier auf Eulers berichtigende Notiz (E. 84) zu den §§ 83f des *Additamentum* I seiner *Variationsrechnung* (cf. *supra* Nr. 63, Anm. 27). Diese kleine Arbeit war im Februar-Heft der *Nova Acta Eruditorum* 1746 erschienen.
- [7] Die beiden Bände von Eulers *Introductio* erschienen 1748.
- [8] Cf. den ersten Band von Eulers *Opuscula varii argumenti* (E. 80), der 1746 in Berlin erschien; unter den sechs dort veröffentlichten Abhandlungen sind auch die Sonnen- und Mondtafeln (E. 87) enthalten.
- [9] Die Pariser Preisfrage für das Jahr 1748 lautete: *Une théorie de Saturne et de Jupiter par laquelle on puisse expliquer la cause physique des inégalités qu'on remarque dans les mouvements de ces deux Planetes, principalement dans le temps de leur conjonction*. Clairaut teilte Euler das Thema in seinem Brief vom 22. April 1746 in folgenden Worten mit (O. IV A, 5, p. 165):

«Le sujet que nous avons proposé est bien autrement traitable pour de grands geometres comme vous, il est question de trouver les causes des alterations que reçoivent les planetes de Jupiter et de Saturne dans leurs conjonctions et en general une theorie du mouvement de ces planetes. A vous dire vray je m'attends à vous le voir traiter avec toute la superiorité que vous avés dans toutes les grandes matieres.»

Am 26. Juli 1746 schrieb Euler an Goldbach: «[D]ie Frage aber für 1748 ist meines Erachtens so schwehr, daß ich noch nicht weiß, ob ich im Stande seyn werde, etwas darüber zu verfertigen; indessen wollte ich mir von Ewr. Hochwohlgeb. dazu eine schöne *Devise* gehorsamst ausgebeten haben.» (O. IV A, 4, p. 370 / 910). Die Nachfrage Eulers nach einer passenden *Devise* weist darauf hin, dass er zu dieser Zeit eben doch schon eifrig mit der Beantwortung der Preisfrage beschäftigt war. Bereits am 20. September 1746 teilte er Goldbach mit Dank für die vorgeschlagenen Devisen mit (*op. cit.*, p. 377 / 918–919):

«Ich habe dabey jetz alle Schwierigkeiten fast gänzlich überwunden, welche von einer ganz andern Art sind als die so ich bey dem Mond angetroffen; dann der



*Saturnus* behält bey nahe eben die Bewegung, als wann er von der Sonne allein angezogen würde; und wird nur von dem *Jupiter* etwas wenig verwirrt, dahingegen die Bewegung des Monds [sich] grösten Theils nach der Krafft der Erde richtet, und von der Krafft der Sonne etwas geändert wird. Beyde Fälle haben dieses gemein daß die Verwirrungen sehr klein sind; und eben dieses ist das einige Mittel die Schwierigkeiten der Rechnung zu überwinden, indem die gantze Sach auf Approximationen ankommt. [...] Dann nach der *lege mutuae gravitationis*, wornach sich alle Bewegungen in der Welt zu richten scheinen, beruhet die Bestimmung der Bewegung solcher Körper auf der Integration einiger *Differentio-differential* Aequationen, und kommt also die gantze Sach auf unsere Fähigkeit in der *Analysi* an.»

- [10] Die damals übliche Methode der unbestimmten Koeffizienten, mit der Differentialgleichungen und insbesondere gekoppelte Differentialgleichungssysteme zweiter Ordnung gelöst wurden, impliziert – je nach dem Grad, bis zum dem der verwendete Lösungsansatz fortschreitet – einen enormen Rechenaufwand. So hat etwa Euler in seiner Preisschrift E. 384 weit über 10 000 Terme berechnet, um den Koeffizientenvergleich durchführen zu können.
- [11] Cf. das Manuskript von D. Bernoullis Preisschrift: Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 7r–8v (§ 23).
- [12] Über und unter dieser Zahl nahm Euler folgende Ergänzungen vor: «0,000 252 89  $\times a$  cum  $\odot$ » und «0,000 379  $\times a$  sine  $\odot$ »; am Seitenrand fügte er zusätzlich noch ein: «*in oppositione* wird die *Diminutio distantiae*:  $\alpha = 0,001\,838\,3 \cdot a$  cum  $\odot$ ,  $\alpha = 0,003\,719\,6 \cdot a$  sine  $\odot$ » ein.
- [13] Cf. das Manuskript der Preisschrift: Bibl. Basel, L Ia 33. Zu Daniel Bernoullis Verfahren der numerischen Integration cf. C.A. Wilson (1995, p. 94–95).
- [14] Euler stand in E. 120 vor dem Problem, das elliptische Integral  $\int d\omega (1 - g \cos \omega)^{-3/2}$  zu bewältigen, wobei  $\omega$  den heliozentrischen Winkel zwischen Jupiter und Saturn bezeichnet und  $g = \frac{2a'/a}{1 + (a'/a)^2}$  ist ( $a'/a$  steht für das Distanzverhältnis zwischen den betrachteten Himmelskörpern). Im Falle der Mondtheorie beträgt  $\frac{a'_{\text{Erde-Sonne}}}{a_{\text{Erde-Mond}}} = 389$ , im Fall der «Grossen Ungleichheit» ist  $\frac{a'_{\text{Sonne-Jupiter}}}{a_{\text{Sonne-Saturn}}} = 0.545$ , woraus ersichtlich wird, wie langsam die für die termweise analytische Integration nötige Reihenentwicklung des Integranden konvergiert. Noch extremer ist das Verhältnis im Fall der Venus, bei dem  $\frac{a'_{\text{Sonne-Venus}}}{a_{\text{Sonne-Erde}}} = 0.723$  beträgt und Euler in E. 425, E. 511 und E. 512 ebenfalls auf semi-analytische und rein numerische Lösungsmethoden ausweichen musste.
- [15] Am 29. November 1746 schrieb Euler an Goldbach, er verfertige nun neue Positionstabellen für den Saturn (cf. O. IV A, 4, p. 381 / 922). Die Beobachtungen der Positionen und Bewegungen des Planeten entnahm Euler aus J. Cassini (1740a, 1740b). – Cf. C.A. Wilson (1985, p. 223).
- [16] D. Bernoulli geht in seiner Theorie von zwei falschen Voraussetzungen aus: Einerseits nimmt er die Sonne als ruhend bzw. mit unendlich grosser Trägheit an, andererseits betrachtet er die Bahnen von Jupiter und Saturn im ungestörten Fall als heliozentrische Kreise (cf. C.A. Wilson 1995, p. 94). Euler scheint ihn auf diese falschen Annahmen aufmerksam gemacht zu haben (cf. Brief Nr. 83, Anm. 5).
- [17] Es handelt sich um die Abhandlung *Astronomia victrix* des italienischen Astronomen Stefano Ferretti (1746) über die Ermittlung der geographischen Länge mit Hilfe der Sonnenparallaxe. Die Schrift wurde der Petersburger Akademie am 23. (12.) September vorgelegt und am 21. (10.) Oktober vorgelesen, und das Archiv der Akademie besitzt darüber ein Gutachten aus der Feder von Euler (f. 1, op. 3, Nr. 35, Bl. 29–30). D. Bernoulli äusserte seine – sehr kritische – Meinung über Ferrettis Methode im Brief an den Präsidenten Razumovskij vom 12. November 1746 (cf. Anhang VII.3, Nr. 19, p. 969 h.v.).
- [18] Das Diplom war zusammen mit dem Brief von Maupertuis an J. II Bernoulli vom 22. Oktober 1746 (Bibl. Basel, L Ia 708, Bl. 100–100v) übersandt worden. – Cf. D. Bernoullis Bittgesuch in seinem Brief Nr. 78 an Euler vom 19. März 1746, p. 679 / 682 h.v.

82

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 21. Januar 1747

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Die antwort auff Ew. HEdgb. werthestes schreiben hab ich so lang auffschieben wollen, biß ich etwan selbstn brieff auß Petersburg möchte erhalten haben. Ich hab auch würcklich vor einigen tagen einen brieff von dem H. Praesidenten (K. Razumovskij) alda bekommen, der aber mit keinem wort deßen meldung thut, worüber Ew. HEdgb. bezeügen commission zu haben mich zu sondieren<sup>[1]</sup>. Es wäre also überflüßig sich über dieser materi auffzuhalten. Sonsten meldet mir der H. Graff Rasumofski, er habe von vielen orten her das gutachten über des Ferrettis schönes project eingeholet und überall zur antwort bekommen, daß dieser Ferretti nicht einmahl die *principia Astronomiae* verstehe<sup>[2]</sup>.

Der X<sup>te</sup> *tomus Comment[ariorum]* solle würcklich getruckt werden, doch hab ich den 9<sup>ten</sup> *tomum* noch nicht empfangen. Der H. Graff (K. Razumovskij) ermahnt mich ferners pieces zu schicken; ich will solches hertzlich gern thun; ich habe aber *dato* viele extraordinari geschäfft von gantz differenter natur auff dem halß, welche versäumnuß mit der zeit einbringen werde; inzwischen können meine übrige pieces nur alle in den nächsten *tomum* inseriert werden, da solche schon zu lang sind auffgeschoben worden, welches Ew. HEdgb. dem H. Graffen bej gelegenheit zu melden bitte, wie auch zum voraus meine gehorsamste dancksagung abzustatten wegen der pension, so er mir ohne fehler dieses jahr zu übersenden verspricht und noch ferners bestermaaßen zu recommendieren<sup>[3]</sup>.

Der H. Schmid, der sich ehemahls an Ew. HEdgb. adressiert hat wegen einer Petersburger station, ist vor einem halben jahr von Bern hiedurch naher Paris gerejst; ich habe denselben besprochen und scheint ein vernünfftiger sehr artiger junger mensch zu sejn; ich habe aber mich über keine *scientifica* mit ihm eingelassen. Dieser H. Schmid hat mir vor etwas zeit exprès von Paris geschrieben, mit vermelden, daß wan ich ihme in Petersburg eine station verschaffen könnte, er solche gern annehmen wurde; ich habe ihm nur geantwortet, er solle sich noch gedulden, weil es scheine, daß man zu Petersburg auff ein rechtes retablisement bedacht seje wegen der Academi, und werde sich alsdan die sach füglicher tractieren laßen. Wan aber Ew. HEdgb. mejnen, daß bejderseits ersprieslich sejn wurde, die sach auszuführen, so könnten Dieselbe dem H. Praesidenten (K. Razumovskij) es überschreiben<sup>[4]</sup>.

Ew. HEdgb. herliche *Opuscula* hab ich empfangen und sage deswegen gehorsamsten danck<sup>[5]</sup>. Ich hab solche bishero nur angesehen und alles hat meine verwunderung wegen Derselben vielfaltigen merites wo nicht vermehrt, welches gleichsam unmöglich ist, doch wenigstens vollkommen erhalten. Ich bedaure, daß bis *dato* dieselbe nicht mit genugsamer attention hab durchlesen können. Dieses vergnügen stehet mir noch vor.

Wegen den *Tabulis Lunaribus* werde wohl wenig par connoissance de cause sagen können, weil ich diese materi nicht anderst als *theoretice* bishero tractiert habe. Vielleicht werde ich einmahl zeit finden meine *calculos* selbst zu formieren<sup>[6]</sup>. Es kan sejn daß in dem *motu apogaei lunaris* mehr irregularitet ist als man mejnet. Ich glaub daß es nicht gut ist, in dergleichen quaestionen die *orbitas ellipticas* als *mobiles* zu betrachten, sondern daß man beßer thue eine *orbitam ellipticam fixam* [anzunehmen], welche *pro dato Lunae aut Planetæ puncto* sejn wurde wan von demselben *puncto* weg keine *perturbatio* wäre<sup>[7]</sup>; darnach muß man alle *perturbationes ad illam orbitam fixam* referieren, gleich als wan alle *abscissae* in dieser *orbita* genommen wurden. Auff diese weiß ist das *apogaeum proprie ita dictum* alzeit *fixum*; es kan aber a *perturbatione* die *distantia* mehr zunehmen, als sie ob *motum ellipticum* abnimt; die *distantia absoluta maxima* wird *improprie apogaeum* genant und hat vielleicht einen *motum irregularem*<sup>[8]</sup>. Wegen dieser consideration können auch vielleicht in *theoria Saturni* einige *logomachiae* entstehen und *apparentes contradictiones*, welche vielleicht wurden conciliert werden, wan man die *inaequalitates ad unam eandemque orbitam naturalem non perturbatam* referierte. Ich finde den *accessum Saturni ad Solem sub elongatione 180° cum Jove*, nicht so gros als Sie melden. Es wird sich mit der zeit zeigen wo dieser *dissensus* herkomt, da dergleichen *disquisitiones* nicht können *per epistolas* ausgemacht werden. Übrigens betrachte ich *Solem* als stillstehend; und wan auch gleich die Sonne eine kleine *orbitam* machte *circa centrum commune gravitatis*, so könnte solches die *perturbationes Saturni secundum meam definitionem* nicht ändern<sup>[9]</sup>; aber vielleicht wäre die *orbita naturalis Saturni (qualis nempe foret abstrahendo ab omni actione Jovis in Saturnum)* nicht mehr eine *ellipsis*, *qualis ab Astronomis definitur*, weder *ratione centri Solis* noch *ratione centri communis gravitatis*. Es dunckt mich alzufrej eine *correctionem longitudinis mediae in Saturno* von 6' 40'' zu statuiren, da die gantze *perturbatio maxima* vielleicht kaum so weit gehen mag. Ich für mein theil hab weder *tabulas* noch *observationes* noch *ulla alia subsidia* und muß mich alzeit auff diese weiß mit der bloßen *theoria* contentieren. Es mögen nachgehends die *Astronomi* sehen ob dieselbe mit [ihren] *observationes* übereinstimme und ob man einigen nutzen darauß z[iehen] könne<sup>[10]</sup>.

Mein Vatter und mein Vetter (Niklaus I) laßen sich Ew. HEdgb. empfehlen und schönstens bedancken für das überschickte praesent en attendant, biß sie es] etwa selber verrichten. Ich bitte Ew. HEdgb. express zu dem H. Praesidenten de Maupertuis zu gehen und ihme meine dancksagung abzustatten wegen meiner reception in Deren Academi<sup>[11]</sup>. Ich habe auß des H. Praesidenten manier mir diese reception zu notificieren geschlossen, daß er keine formliche dancksagung deswegen erwarte: dieses hat mich wohl abgehalten ihme solche zu bezeügen; meine wahre erkantlichkeit ist aber vielmehr desto größer. Ew. HEdgb. wollen noch ferners die güte haben und meine danckbarkeit hierüber den übrigen Gliederen zu bezeügen.

Die Mad<sup>e</sup> du Chatelet schreibt meinem Bruder (Johann II), daß H. Maupertuis noch alzeit incommodiert seje. Ich bin deswegen gantz unruhig und bitte Ew. HEdgb. mir das nächste mahl zu melden, wie er sich befinde.

Das brieffl[ein] an H. 〈Johannes〉 Stähelin ist sogleich bestellt worden. Endlich bitte meine empfehlung zu machen an die geehrteste familien, womit die ehr habe mit aller hochachtung zu verbleiben

Ewer HochEdelgebohrnen  
Gehorsamster D[iener]

Daniel Bernoulli

Basel den 21. jan. 1747.

### Übersetzung

〉...〈

Die Antwort auf Ihr werthes Schreiben wollte ich so lange aufschieben, bis ich selbst einen Brief aus Petersburg erhalten würde. Vor einigen Tagen habe ich hier auch tatsächlich einen Brief von dem Herrn Präsidenten 〈K. Razumovskij〉 bekommen, der jedoch mit keinem Wort die Frage erwähnt, über die Sie mir auf den Zahn fühlen sollten, wie Sie schreiben<sup>[1]</sup>. Es wäre somit überflüssig, sich dabei länger aufzuhalten. Im übrigen meldet mir Graf Razumovskij, er habe vielerorts Gutachten über Ferrettis schönes Projekt eingeholt und überall zur Antwort bekommen, dieser Ferretti verstehe nicht einmal die Anfangsgründe der Astronomie<sup>[2]</sup>.

Der 10. Band der *Commentarii* soll sich tatsächlich im Druck befinden, doch habe ich den 9. Band noch nicht erhalten. Der Graf 〈K. Razumovskij〉 fordert mich dazu auf, weiterhin Abhandlungen zu schicken. Ich will das herzlich gern tun, doch habe ich zur Zeit viele ausserordentliche Geschäfte verschiedenster Natur am Halse, werde aber das Versäumnis mit der Zeit nachholen. Inzwischen kann man alle meine übrigen Abhandlungen im nächsten Band bringen, da diese schon zu lange aufgeschoben worden sind. Bitte melden Sie das bei Gelegenheit dem Grafen, statten Sie ihm auch im voraus meinen besten Dank für die Pension aus, die er mir dieses Jahr ganz gewiss zu übersenden verspricht, und empfehlen Sie mich ihm weiterhin bestens<sup>[3]</sup>.

Herr Schmid, der sich ehemals wegen einer Stellung in Petersburg an Sie gewandt hat, ist vor einem halben Jahr von Bern über Basel nach Paris gereist. Ich habe mit ihm gesprochen, und er scheint ein vernünftiger, sehr artiger junger Mensch zu sein, doch habe ich mich mit ihm nicht auf Wissenschaftliches eingelassen. Dieser Herr Schmid hat mir vor einiger Zeit eigens von Paris geschrieben und erklärt, dass – wenn ich ihm in Petersburg eine Stelle verschaffen könnte – er diese gern annehmen würde. Ich habe ihm nur geantwortet, er solle sich noch gedulden, weil es den Anschein mache, dass man in Petersburg an eine gute Neu-einrichtung der Akademie denke, und dann werde sich die Sache angemessener behandeln lassen. Wenn Sie jedoch meinen, dass die Ausführung dieser Sache für beide Teile erspriesslich sein würde, so könnten Sie es dem Herrn Präsidenten 〈K. Razumovskij〉 schreiben<sup>[4]</sup>.

Ihre herrlichen Werke habe ich erhalten und sage Ihnen dafür vielen Dank<sup>[5]</sup>. Ich habe sie bis jetzt erst flüchtig angesehen, und alles hat meine Bewunderung für Ihre vielfältigen Verdienste, wo nicht vermehrt – was sozusagen unmöglich ist –, so doch wenigstens vollkommen erhalten. Ich bedaure, dass ich sie bis heute nicht mit genügender Aufmerksamkeit durchlesen konnte; dieses Vergnügen steht mir noch bevor.

Zu den Mondtafeln werde ich wohl wenig aus Sachkenntnis heraus sagen können, weil ich diese Materie bis jetzt nur theoretisch behandelt habe. Vielleicht finde ich einmal Zeit dazu, meine Berechnungen selbst in die richtige Form zu bringen<sup>[6]</sup>. Es kann sein, dass in der Bewegung des Apogäums der Mondbahn mehr Irregularität steckt, als man meint. Ich glaube, es ist nicht gut, in derartigen Problemstellungen die elliptischen Bahnen als beweglich zu betrachten, sondern dass man besser daran täte, eine feste Ellipsenbahn anzunehmen, die für einen gegebenen Ort des Mondes oder des Planeten gelten würde, wenn von diesem Punkt an keine Störung aufträte<sup>[7]</sup>. Danach muss man alle Störungen auf jene feste Bahn beziehen, wie wenn alle Abszissen in dieser Bahn genommen würden. Auf diese Weise ist das Apogäum im eigentlichen Sinne stets fest. Der Abstand kann jedoch durch die Störung mehr zunehmen, als er wegen der elliptischen Bewegung abnimmt. Den grössten absoluten Abstand nennt man im uneigentlichen Sinne das Apogäum, und dieses hat vielleicht eine irreguläre Bewegung<sup>[8]</sup>. In dieser Hinsicht können allenfalls auch in der Theorie des Saturn einige Wortstreitereien und scheinbare Widersprüche auftreten, die vielleicht behoben würden, wenn man die Ungleichheiten auf eine und dieselbe natürliche, nicht gestörte Umlaufbahn bezöge. Ich finde die Annäherung des Saturn an die Sonne unter der Elongation von  $180^\circ$  mit Jupiter nicht so gross, wie Sie sagen. Mit der Zeit wird sich zeigen, woher diese Verschiedenheit kommt, denn solche Debatten können nicht auf dem Briefweg entschieden werden. Im übrigen betrachte ich die Sonne als stillstehend; und auch wenn sie eine kleine Bahn um den gemeinsamen Schwerpunkt beschriebe, so könnte dies die Störungen des Saturn meiner Definition gemäss nicht ändern<sup>[9]</sup>. Doch vielleicht wäre die natürliche Umlaufbahn des Saturn (also diejenige, die sich ergibt, wenn man von jeglicher Einwirkung Jupiters auf den Saturn absieht) keine Ellipse mehr, wie sie von den Astronomen definiert wird, weder bezüglich des Sonnenzentrums noch des gemeinsamen Schwerezentrums. Es scheint mir allzu frei, eine Korrektur der mittleren Länge des Saturn von  $6' 40''$  zu behaupten, da die ganze maximale Störung vielleicht kaum so weit reichen mag. Ich für mein Teil verfüge weder über Tafeln noch Beobachtungen oder irgendwelche andern Hilfsmittel und muss mich so immer mit der blossen Theorie zufriedengeben. Nachher mögen die Astronomen sehen, ob diese mit ihren Beobachtungen übereinstimmt und ob man einigen Nutzen daraus ziehen kann<sup>[10]</sup>.

Mein Vater und mein Vetter (Niklaus I) lassen Sie grüssen und Ihnen für das zugesandte Geschenk vorläufig bestens danken, bis sie es persönlich tun können. Ich bitte Sie, den Herrn Präsidenten de Maupertuis eigens aufzusuchen, um ihm meinen Dank für meine Aufnahme in Ihre Akademie abzustatten<sup>[11]</sup>. Aus der Art des Herrn Präsidenten, mir diese Aufnahme mitzuteilen, habe ich geschlossen, dass

er deswegen keine förmliche Bedankung erwartet. Das hat mich davon abgehalten, ihm diese zu bezeugen, um so grösser ist aber meine wahrhaftige Erkenntlichkeit. Seien Sie ferner noch so gut und bezeugen Sie meine Dankbarkeit auch den übrigen Mitgliedern.

Madame du Châtelet schreibt meinem Bruder (Johann II), dass Herr Maupertuis noch immer unpässlich sei. Ich bin deswegen sehr beunruhigt und bitte Sie, mir das nächste Mal zu sagen, wie er sich befindet.

Das Brieflein an Herrn (Johannes) Stähelin ist sogleich abgegeben worden. Schliesslich bitte ich Sie, Ihre verehrte Familie von mir grüssen zu lassen, und beehre mich, mit aller Hochachtung zu verbleiben

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 21. Januar 1747.

R 169 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Dezember 1746  
 Basel, 21. Januar 1747  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 125–126v  
 Publ.: Fuss 2, p. 616–618

- [1] Der Antwortbrief des Präsidenten Razumovskij an D. Bernoulli vom 9. Dezember 1746 (vermutlich alten Stils) ist nicht erhalten geblieben. Mit dem hier erwähnten Antrag meint D. Bernoulli seine mögliche Einladung nach Petersburg, auf die ihn Euler sicher angesprochen hatte, denn dieser schrieb am 29. Oktober 1746 an Teplov nach Petersburg: «Pour Mr. Bernoulli je ne manquerai pas de le sonder sur les conditions, aux quelles il pourroit se resoudre, mais je prévois qu'il formera des prétentions un peu outrées.» (*Eulers Briefwechsel* 2, p. 94).
- [2] Cf. Brief Nr. 81, Anm. 17.
- [3] Die Petersburger Akademie nahm die Auszahlung einer Pension an D. Bernoulli erst 1767 wieder auf (cf. Brief Nr. 61, Anm. 9).
- [4] In seinen Briefen an Razumovskij und an Schumacher vom Frühjahr und Sommer 1748 schlug Euler auf D. Bernoullis Empfehlung der Petersburger Akademie nochmals die Berufung des Berners G.L. Schmid vor (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 127, 130, 132–133). – Cf. Brief Nr. 73, Anm. 10.
- [5] Damit ist der erste Band von Eulers *Opuscula varii argumenti* (E. 80) gemeint. – Cf. Brief Nr. 81, Anm. 8.
- [6] Eulers Mondtafeln (E. 76) wurden vermutlich im November 1745 gedruckt, wie aus Eulers Briefen von Ende 1745 an Goldbach und an die Petersburger Akademie zu schliessen ist (cf. O. IV A, 4, p. 336 / 874; *Eulers Briefwechsel* 2, p. 79–83). Eine revidierte Version (E. 87) erschien zusammen mit seinen Sonnentafeln in den *Opuscula varii argumenti* (E. 80). Diese wurden im August 1746 gedruckt, wie aus den Briefen Eulers an G. Cramer (R 467) und Delisle (R 521) hervorgeht. – Cf. Verdun (2011).
- [7] Cf. Moulton (1927, p. 306).
- [8] Nachdem Euler in seiner *Mechanik* (E. 15) das direkte und das inverse Zweikörperproblem vollständig gelöst hatte, beschrieb er, wie mit Hilfe dieser Theorie auch Dreikörperprobleme näherungsweise gelöst werden könnten:  
 «Es würde nicht der Mühe werth sein, hier mehr über die Figuren zu sagen, welche Körper beschreiben, die durch gegebene Centripetralkräfte angetrieben werden; da



in der Physik und Astronomie nur solche Kräfte in Anwendung kommen, welche den Quadraten der Abstände umgekehrt proportional sind. Wenn jedoch in der Astronomie ein Körper betrachtet werden muss, der durch mehrere derartige Kräfte angetrieben wird, von welchen letztern eine bei weitem die grösste Intensität vor allen übrigen hat; so muss man diese, um die übrigen nicht in Rechnung ziehen zu dürfen, etwas vermehren oder vermindern, wodurch man wenigstens sehr nahe die Bewegung des Körpers kennen lernen wird. In diesen Fällen wird die Curve, welche der Körper beschreibt, nicht viel von einer Ellipse verschieden sein. Die Astronomen pflegen daher diese Curve wie eine Ellipse zu betrachten, die jedoch nicht fest sondern beweglich ist, so dass sie sich vorstellen, der Körper bewege sich in einer, um den Brennpunkt sich drehenden, Ellipse. Hieraus entspringt die Beweglichkeit der Planetenbahnen, wodurch die Apsidenlinien beständig in andere Lagen gebracht werden.»

(cf. E. 15, § 694, hier und unten zitiert nach Wolfers 1848, § 688, p. 238–239). Euler geht aber noch einen Schritt weiter, indem er zusätzlich die Ellipsenparameter als veränderlich betrachtet und somit die für jedes Bahnstück oskulierenden Ellipsen bestimmt, womit er einen wichtigen Begriff der Störungstheorie bereits sehr früh vorwegnimmt:

«Wir aber werden, um der Wahrheit noch näher zu kommen, ausser der Beweglichkeit der Axe, auch die Art der Ellipse als veränderlich ansehen. Wir werden daher so verfahren, dass wir in Bezug auf jedes Element der Curve, welche der Körper beschreibt, bestimmen, von welcher Ellipse, deren Brennpunkt im Mittelpunkte der Kräfte liegt, es ein Theil sei. Hieraus wird sich die Lage und Art der Ellipse ergeben. Alle diese Ellipsen haben aber einen ihrer Brennpunkte im Mittelpunkte der Kräfte, weil nach diesem der Körper beständig hingezogen wird.»

Es sind vermutlich diese Ideen Eulers, an die D. Bernoulli mit seinen Bemerkungen hier anknüpft.

- [9] Diese Textstelle lässt vermuten, dass D. Bernoulli zu diesem Zeitpunkt weder Kenntnis hatte von dem Differentialgleichungssystem, wie es Euler in E. 112 hergeleitet hat, noch von der Notwendigkeit, neben den direkt auf den betrachteten Planeten wirkenden Kräften auch die Anziehungskräfte, welche Jupiter und Saturn auf die (als ruhend betrachtete) Sonne ausüben, als beschleunigende Scheinkräfte zu berücksichtigen (cf. E. 120, § 18). Das Aufstellen derartiger Differentialgleichungssysteme sowie die Behandlung der auf einen betrachteten Himmelskörper wirkenden Kräfte und der durch das Koordinatensystem bedingten Scheinkräfte verhalfen Euler um 1744/45 zum Durchbruch in der Störungstheorie im allgemeinen sowie in der Mondtheorie und der Theorie der Bewegung von Jupiter und Saturn im besonderen. Der Übergang vom Zwei- zum Dreikörperproblem (Störungstheorie) wird in Eulers Abhandlung E. 138 vollzogen, die am 5. Oktober 1744 in der Berliner Akademie gelesen, aber erst 1750 gedruckt wurde (cf. auch den Brief R 514 Eulers an Delisle vom 8. Mai 1745).
- [10] Beobachtungen der Bewegungen von Jupiter und Saturn sowie entsprechende Tafelwerke, mit denen D. Bernoulli seine Theorie hätte vergleichen und in Einklang bringen können, waren seit Kepler zwar mehrfach publiziert worden (cf. C.A. Wilson 1985, Ch. 3: *Empirical Detection and Study of the Anomalies in the Mean Motions of Jupiter and Saturn from Kepler to Lambert*, p. 36–69), doch scheint es, dass Bernoulli in Basel keinen Zugriff auf diese Publikationen hatte, insbesondere nicht auf das Buch von J. Cassini (1740a), in dem sämtliche Beobachtungen des Saturn zusammengestellt worden waren. – Cf. Briefe Nr. 81, 84, 88 und 90.
- [11] Am 30. Juni 1746 waren Daniel Bernoulli und sein Bruder Johann II – gemeinsam mit 18 weiteren ausländischen Gelehrten – zu Auswärtigen Mitgliedern der Berliner Akademie gewählt worden (cf. *Registres*, p. 100–101).



83

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 29. April 1747

HochEdelgebohrner

HochgeEhrtester Herr Professor!

Da Ew. HochEdelgebohren von mir verlangen zu wissen, ob ich mich resolvieren wurde eine neue vocation naher Petersburg anzunehmen, wan solche an mich geschehen wurde, als dienet hierüber zur antwort, daß ich bej überlegung gegenwärtiger umbständen solches selbst nicht sagen könnte; An mein Vatterland bin ich eben nicht gebunden; doch aber wurde ich mich nicht resolvieren solches zu verlassen, ehe ich völlig überzeugt wäre, daß alles bej der Academi richtig seje. Allerworderst müste man mir alle ruckständige gages bezahlen; sonst ich mir nicht einmahl die mühe geben wolte zu überlegen ob ich gehen wolle oder nicht. So lang dieses nicht geschiehet, ist es ein zeichen daß man auff nichts zehlen kan: Ich sage dieses nicht umb meine gages in sicherheit zu setzen, dan ich hab ohne dieselbe genugsam zu leben und trage wenig sorg für das überflüssige. Wan man auch sagen wolte, man werde mir meine gages zukommen laßen, so bald ich werde die vocation angenommen haben, so wurde ich wieder keine reflexion darauff machen; dan diese proposition zeigt schon an und vor sich selbst daß noch nicht alles in richtigkeit seje.

Ich sehe daß der H. Praesident, H. Graff (K.) Rasumofski allen geneigten willen vor mich hat; er hat mir auch versprochen ohne fehler meine pension dieses jahr zu schiken; seine wort sind, «pour la pension elle sera payée *infailliblement* l'année prochaine»; sein brieff ist vom 9. Xbris 1746, unterdeßen hab ich noch nichts, weder viel noch wenig empfangen<sup>[1]</sup>. Kan also der H. Praesident selber, ohngeacht seines guten willens nichts thun, so ist alle hoffnung verlohren. Wan man das wahre interest eines so großen Reichs erkente, wurde man nicht thun umb 100 000 Rubel zu ersparen, was man thut umb miserable 200 Rubel, die man schuldig ist, vorzubehalten. Inzwischen bin ich doch dem H. Praesidenten für seinen guten willen obligiert und bitte demselben meine schuldige danksagung nebst meinem gehorsamsten respect zu vermelden<sup>[2]</sup>.

Von H. Gmelin habe ich gehört, daß er in Tubingen solle zuruck gekommen sejn, aber von H. De L'isle hab ich gar nichts vernommen.

Wan in Leipsic ordre von H. Raht Schuemacher gekommen die ruckständige *tomos Comment[ariorum] Petrop[olitanorum]* uns verabfolgen zu laßen und Ew. HEdgb. correspondenz dahin haben, so bitte ordre zu stellen, daß solche mit unseren Baßler kauffleüten, so vielleicht *dato* in Leipsic sind, möchten spediert werden: worauff auch gegen baarer bezahlung die 5 oder 6 letsteren *tomos* für unsere Bibliothec werde committieren. Solche könnte ich auch von Ew. HEdgb. kommen laßen nebst vielleicht anderen bücheren, welche Sie von der Academi anstatt der pension empfangen haben, wan ich eigentlich wüste, was für bücher Sie empfangen haben. Sonsten hat mein Vatter die 6 ersten *tomos Commentariorum*, ich aber die 8 erste. Zum überfluß schicke einen schein, welchen Ew. HEdgb. dem H. Schuester

schicken können, damit er solche einem kauffman von Basel, so *dato* in der Leipziger Meß befindlich überliefern könne.

Von Paris vernehme ich eben daß man mir das halbe von dem doppelten *præmio* dieses jahrs zu erkent habe<sup>[3]</sup>; die andere helffte aber einer piece zuerkant worden, welche man Ew. HEdgb. zuschreibe<sup>[4]</sup>; wan Sie concurriert haben, so zweiffle ich keineswegs daran und will also zum voraus deswegen hertzlich gratuliert haben. Ich bin glücklicher in Paris als in Berlin; ich zweiffle deßen ohngeacht ob ich noch ferners concurrieren werde; ich fürchte mein glück möchte zuletzt schlimme consequenzen nach sich ziehen, daß das *publicum* einige partheilichkeit darunter suche, obschon ich mich so starck verberge, als mir möglich ist.

Die *theoria Saturni* ist mir sehr erlejdet, weilen sie so penibel ist und zuletzt doch vielen *dubiis* annoch unterworfen: wan das *centrum Solis* nicht kan als *fixum* betrachtet werden, so ist es nicht genug die *actionem Jovis in Solem ab actione Jovis in Saturnum* abzuziehen oder zu addieren, sondern man muß umb die *veram theoriam Saturni* auszurechnen *veram et integram theoriam motus Solis circa centrum commune gravitatis* wißen<sup>[5]</sup>. Wil man die *excentricitates orbium Saturni et Jovis* betrachten *secundum genuinas leges*, so erfordert diese recherche wieder *insuperabiles labores*; die *ratiocinia* aber *pro proxime veris* sind sehr schlüpfrig: Nebst dem, weil die *loca apheliorum ratione loci conjunctionis* veränderlich sind, kan man keine *tabulas perpetuas* machen: ich erwarte mit ungedult zu seiner zeit zu sehen, wie Ew. HEdgb. die sach werden eingesehen haben; ich glaube inzwischen wohl ursach zu haben zu rahten, daß niemand von seiner theori *nimia fiducia* rede; solches möchte leicht den *Astronomis*, welche selten mit den theorien zufrieden sind, eine schlimme opinion von der *Mathesi sublimiori* bebringen.

Ich möchte wohl wißen ob des H. Alemberts und meine piece sur les vents in Berlin sejen getruckt worden<sup>[6]</sup>.

Ich gratuliere Ew. HEdgb. zu derselben honorablen reception in *Acad[emiam] Lond[inensem]*<sup>[7]</sup>. Es ist in der that eine ausnehmende ehr, wan man sie erlangt ohne solche begehr[t zu] haben, wie wir, mein bruder (Johann II) und ich, auch das glück gehabt haben, in [die] *Academiam Berolinensem* auffgenommen zu werden, welches wir gleichfahls [als] sonderbahre ehr anzusehen ursach haben. Doch schreibe ich solches Ew. HEdgb. und [des] H. de Maupertuis freundschaft zu. Es frewet mich sehr daß H. de Maupertuis wieder gesund ist; Sie belieben mir aber zu melden, wie er sich *dato* befinde; ich fürchte eine recidiv.

H. d'Alembert hat mich in gar vielen puncten refutiert und an einigen orten gantz kindische meynungen gehabt; als zum ex[empel] daß das waßer *tota velocitate effluat etiamsi per plura diaphragmata perforata transire cogatur*; auff meine experimenten hat er im geringsten nicht attendiert, welche doch so genaw mit der theori übereinstimmen, da ich hingegen alle seine theorien, welche meiner zuwiderlauffen, *per experimen[ta] luce meridiana clariora* leicht refutieren will. Ich bin zwar Ew. HEdgb. obligiert, daß Sie mich defendiert haben; es ist mir aber wenig daran gelegen, ob H. d'Alembert seinen irthum erkent oder nicht, ich wil niemand die wahrheit wieder seinen willen aufftringen<sup>[8]</sup>.

H. Ramspeck hat meinem Vatter geschrieben daß Sie in unterschiedenen *contro-versiis metaphysicis publicis* stehen. Sie solten sich nicht über dergleichen materien einlaßen; dan von Ihnen erwartet man nichts als sublime sachen und es ist nicht möglich in diesen zu excellieren<sup>[9]</sup>.

Ich fürchte Dero 5<sup>te</sup> quaestion *inter opuscula*<sup>[10]</sup>, werde bey den *metaphysicis* wenig beifahl finden; mich dunckt alle *cogitationes* müßen eine *vim impulsivam* gehabt haben und so höret Dero *argumentum ab inertia desumptum* auff. Über Dero 6<sup>te</sup> quaestion<sup>[11]</sup> habe ich auch *inter legendum* unterschiedene scrupel gehabt. Die *Theoria lucis et colorum*<sup>[12]</sup> ist ingenios; sie gefalt mir wohl; aber doch hätte sie meiner mejnung nach können mit weniger assurance proponiert werden. Ew. HEdgb. verzeihen mir meine freje redensart, die ich nur gegen meinen wahren freunden gebrauche; Sie haben gewiß keinen größeren verehrer und eýfferer für Dero unsterblichen nammen als mich.

Ich verharre mit aller möglichsten hochachtung,

Ewer HEdgb.

Gehorsamster D[iener]

Daniel Bernoulli

Basel den 29. april 1747.

### Übersetzung

>...<

Sie möchten von mir wissen, ob ich mich entschliessen würde, einen neuen Ruf nach Petersburg anzunehmen, wenn mir ein solcher angeboten würde. Dazu antworte ich, dass ich das selbst nicht sagen kann, wenn ich die gegenwärtigen Umstände bedenke. An mein Vaterland bin ich zwar nicht eben gebunden, dennoch würde ich mich nicht entschliessen, dieses zu verlassen, bevor ich vollständig davon überzeugt wäre, dass in der Akademie alles in Ordnung sei. Zuerst müsste man mir alle rückständigen Pensionen bezahlen: sonst will ich mir nicht einmal die Mühe machen würde zu überlegen, ob ich gehen will oder nicht. Solange das nicht geschieht, ist es ein Zeichen dafür, dass man auf nichts zählen kann. Ich sage das nicht etwa, um meine Pension abzusichern, denn ich habe auch ohne diese genug zum Leben und Sorge mich nicht um Überflüssiges. Auch wenn man sagte, man werde mir meine Pension zukommen lassen, sobald ich den Ruf angenommen habe, so würde ich es mir nicht neu überlegen, denn dieser Vorschlag würde schon an und für sich selbst zeigen, dass noch nicht alles in Ordnung sei.

Ich sehe, dass der Herr Präsident, Graf <K.> Razumovskij, allen guten Willens für mich ist; er hat mir auch versprochen, mir meine Pension für das laufende Jahr ganz gewiss zu überweisen. Er schreibt wörtlich: «Pour la pension elle sera payée *infailliblement* l'année prochaine». Sein Brief datiert vom 9. Dezember 1746, doch seitdem habe ich noch nichts, weder viel noch wenig, erhalten<sup>[1]</sup>. Wenn also der Herr Präsident selbst – ungeachtet seines guten Willens – nichts tun kann, dann ist

alle Hoffnung dahin. Wenn man die wirklichen Interessen eines so grossen Reiches wahrnähme, würde man für eine Einsparung von 100 000 Rubel nicht tun, was man tut, um lumpige 200 Rubel, die man schuldig ist, zurückzubehalten. Indes fühle ich mich dennoch dem Herrn Präsidenten für seinen guten Willen verpflichtet, und ich bitte Sie, ihm meinen schuldigen Dank nebst meinem respektvollen Gruss zu übermitteln<sup>[2]</sup>.

Über Herrn Gmelin habe ich gehört, dass er nach Tübingen zurückgekehrt sein soll, doch über Herrn Delisle habe ich gar nichts vernommen.

Wenn in Leipzig eine Anweisung von Herrn Rat Schumacher angekommen ist, uns die rückständigen Bände der *Commentarii* liefern zu lassen, und Sie dorthin Korrespondenz haben, so erteilen Sie bitte den Auftrag, dass diese mit unsern Basler Kaufleuten, die vielleicht jetzt in Leipzig sind, speditiert werden möchten. Danach werde ich auch gegen Barzahlung die fünf oder sechs letzten Bände für unsere Bibliothek bestellen. Ich könnte sie auch durch Sie kommen lassen nebst vielleicht noch anderen Büchern, die Sie von der Akademie statt der Pension erhalten haben, wenn ich nur genau wüsste, was für Bücher Sie bekommen haben. Mein Vater besitzt die ersten sechs, ich die ersten acht Bände der *Commentarii*. Ich schicke Ihnen zusätzlich einen Schein, den Sie an Herrn Schuster weiterschicken können, damit er die Bücher an einen Basler Kaufmann, der sich zur Zeit an der Leipziger Messe aufhält, übergeben kann.

Aus Paris vernehme ich soeben, dass man die Hälfte des diesjährigen doppelten Preises mir zuerkannt habe<sup>[3]</sup>, die andere Hälfte aber einer Preisschrift, die man Ihnen zuschreibt<sup>[4]</sup>. Wenn Sie konkurriert haben, zweifle ich keineswegs daran und möchte ich Ihnen also dazu im voraus herzlich gratuliert haben. In Paris habe ich mehr Glück als in Berlin, doch dessen ungeachtet zweifle ich daran, ob ich noch weiterhin konkurrieren werde. Ich befürchte nämlich, mein Glück könnte schlussendlich schlimme Folgen nach sich ziehen, indem das Publikum eine gewisse Parteilichkeit dahinter vermuten könnte, obschon ich mich so gut wie möglich verberge.

Die Theorie über den Saturn ist mir sehr verleidet, weil sie so mühsam und letzten Endes noch immer vielen Zweifeln unterworfen ist. Wenn das Zentrum der Sonne nicht als fest betrachtet werden kann, dann genügt es nicht, die Wirkung des Jupiter auf die Sonne von derjenigen auf den Saturn abzuziehen oder sie zu addieren, sondern man muss – um eine wahre Theorie des Saturn aufzustellen – die wahre und vollständige Theorie der Bewegung der Sonne um den gemeinsamen Schwerpunkt kennen<sup>[5]</sup>. Will man die Exzentrizitäten der Bahnen des Saturn und des Jupiter gemäss genuinen Gesetzen betrachten, so erfordert diese Untersuchung wieder unüberwindliche Mühe, und die Approximationsrechnungen sind sehr heikel. Zudem kann man – weil die Örter der Aphelien bezüglich der Konjunktionsörter veränderlich sind – keine auf Dauer gültigen Tafeln anfertigen. Ich erwarte mit Ungeduld, zu gegebener Zeit zu sehen, wie Sie die Sachlage betrachtet haben. Inzwischen glaube ich mit gutem Grund davon abraten zu können, dass jemand mit allzuviel Vertrauen in seine Theorie redet, denn dadurch könnten die

Astronomen, die ja selten mit einer Theorie zufrieden sind, leicht eine schlechte Meinung von der höheren Mathematik bekommen.

Ich wüsste gerne, ob die Preisschriften über die Winde von Herrn d'Alembert und mir in Berlin gedruckt worden sind<sup>[6]</sup>.

Ich gratuliere Ihnen zu Ihrer ehrenvollen Aufnahme in die Londoner Royal Society<sup>[7]</sup>. In der Tat ist es eine besondere Ehre, wenn man sie erlangt, ohne sie begehrt zu haben, wie ja auch wir, mein Bruder (Johann II) und ich, das Glück hatten, in die Berliner Akademie aufgenommen zu werden, was wir ebenfalls als besondere Ehre anzusehen allen Grund haben. Das schreibe ich jedoch Ihrer und Herrn Maupertuis' Freundschaft zu. Es freut mich sehr, dass Herr Maupertuis wieder gesund ist, aber melden Sie mir bitte, wie er sich jetzt befindet, denn ich befürchte einen Rückfall.

Herr d'Alembert hat mir in sehr vielen Punkten widersprochen und an einigen Stellen ganz kindische Meinungen geäußert, wie zum Beispiel, dass das Wasser mit der gesamten Geschwindigkeit ausflüsse, auch wenn es gezwungen ist, mehrere perforierte Scheidewände zu durchfließen. Meine Experimente, die doch so genau mit der Theorie übereinstimmen, hat er nicht im geringsten beachtet, während ich alle seine Theorien, welche der meinigen widersprechen, mittels Experimenten, so klar wie die Mittagssonne, leicht widerlegen kann. Ich bin Ihnen zwar zu Dank verpflichtet, dass Sie mich verteidigt haben, doch liegt mir wenig daran, ob Herr d'Alembert seinen Irrtum einsieht oder nicht; ich möchte niemandem gegen seinen Willen die Wahrheit aufdrängen<sup>[8]</sup>.

Herr Ramspeck hat meinem Vater geschrieben, Sie stünden in verschiedenen öffentlichen Auseinandersetzungen über Metaphysik. Sie sollten sich nicht auf derartige Materien einlassen, denn von Ihnen erwartet man nur Sublimes, und es ist nicht möglich, sich in jenen auszuzeichnen<sup>[9]</sup>.

Ich fürchte, Ihre fünfte Abhandlung in den *Opuscula*<sup>[10]</sup> wird bei den Metaphysikern wenig Beifall ernten. Mich dünkt, alle Denkprozesse müssen eine impulsive Kraft gehabt haben, und damit entfällt Ihr von der Trägheit entlehntes Argument. Bei Ihrer sechsten Abhandlung<sup>[11]</sup> kamen mir während der Lektüre auch verschiedene Skrupel. Die *Theorie des Lichtes und der Farben*<sup>[12]</sup> ist einfallsreich und gefällt mir gut, doch hätte sie meiner Meinung nach mit weniger Selbstgewissheit vorgeschlagen werden sollen. Verzeihen Sie meine freie Art zu sprechen, die ich nur gegenüber meinen wahren Freunden verwende. Sie haben sicher keinen grösseren und eifrigeren Verehrer Ihres unsterblichen Namens als mich.

Ich verbleibe mit grösster Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 29. April 1747.

- R 170 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom März 1747  
 Basel, 29. April 1747  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 130–131v  
 Publ.: Fuss 2, p. 619–621

- [1] Cf. Brief Nr. 82, Anm. 1 und 3.
- [2] Am 13. (2.) Mai wandte sich Euler mit einem (nicht erhalten gebliebenen) Brief an den Präsidenten Razumovskij, in welchem er die Aussichten einer Einladung D. Bernoullis nach Petersburg positiv einschätzte – später machte Bernoulli Euler zum Vorwurf, diese Möglichkeit mit übermässiger Sicherheit vertreten zu haben. – Cf. Brief Nr. 86, p. 733 / 735 h.v. In seinem Antwortbrief an Euler vom 24. (13.) Juni 1747 schlug Razumovskij sehr günstige Bedingungen für Bernoulli vor und legte einen Vertragsentwurf der Akademie bei (cf. Anhang VII.3, Nr. 20, p. 971 h.v.).
- [3] Cf. D. Bernoullis Preisschrift (1750, DB. 42a). – Cf. auch Brief Nr. 68, Anm. 10.
- [4] Am 12. April 1747 hatte die Pariser Akademie den doppelten Preis für das Preisausschreiben von 1745/47 über die Zeitbestimmung auf See je zur Hälfte D. Bernoulli und Euler zugesprochen, doch blieb Eulers Preisschrift (E. 150) zunächst anonym.
- [5] Vermutlich hatte Euler Daniel Bernoulli mittlerweile über den Inhalt der §§ 17 und 18 seiner Preisschrift (E. 120) orientiert. Bernoulli scheint aber, wie aus seiner hier formulierten Äusserung hervorgeht, die Bedeutung und die Konsequenz des Kräftetransfers noch nicht voll und ganz verstanden zu haben. – Cf. Einleitung III.2.5.1, p. 47, 51 h.v.
- [6] Die Preisschriften über die Winde erschienen in Berlin im Jahre 1747, doch Euler beeilte sich keineswegs, den Band an D. Bernoulli zu schicken. – Zur Rezeption dieser Preisschriften cf. Kleinert (1989).
- [7] Euler wurde am 22. Januar 1747 zum Fellow der Royal Society of London (FRS) gewählt.
- [8] Dieser Abschnitt des Briefes, der d'Alemberts Vorstellungen in der Hydrodynamik kritisiert, ist wahrscheinlich eine Antwort auf den nicht erhalten gebliebenen Brief Eulers vom März 1746. Offenbar hatte Euler dort seinen Brief an d'Alembert vom 29. Dezember 1746 (O. IV A, 5, p. 251–254) erwähnt, in dem er Bernoullis – durch Experimente seit langem bestätigte – Theorie verteidigte. Das Ausströmen von Flüssigkeiten aus Gefässen durch mehrere Öffnungen hatte D. Bernoulli in seiner Hydrodynamik (Sect. VIII: DBW 5, p. 250–273) untersucht.
- [9] Im Jahre 1746 liess Euler – noch während der Eingabefrist des Berliner Preisausschreibens über die Monaden, wo er der Jury angehörte – eine kurze Kampfschrift gegen die Monadenlehre erscheinen (E. 81). Trotz der anonymen Publikation wurde Eulers Autorschaft rasch allgemein bekannt und rief sogleich die scharfe Kritik der Wolffianer hervor (cf. das Vorwort des Bandes O. III, 2, insbesondere die von J.J. Burckhardt verfassten p. X–XVII). Im folgenden Jahr (1747) erschien – ebenfalls anonym – eine weitere, etwas ausführlichere Abhandlung Eulers unter dem Titel *Rettung der göttlichen Offenbarung gegen die Einwürfe der Freygeister* (E. 92).
- [10] Cf. Eulers Abhandlung über das Verhältnis von Geist und Materie (E. 90).
- [11] Cf. Eulers Abhandlung über die Natur der kleinsten Teilchen der Materie (E. 91).
- [12] Cf. Eulers *Neue Theorie des Lichtes und der Farben* (E. 88).

84

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 16. August 1747

HochEdelgebohrner

HochgeEhrtester Herr Professor!

Da Ew. HEdgb. Ihren brieff mit der Petersburger vocation anfangen, so will ich ein gleiches thun. Es dienet also zur antwort daß ich nicht glaube daß es sich mit der Academi genugsam geändert habe umb auff etwas gewißes zehlen zu können. Der Herr Praesident 〈K. Razumovskij〉 mag wohl alle gute meynung für mich haben; wer weiß aber ob er wird sein versprechen erfüllen können. Ich will es also allervorderst laßen darauff ankommen, daß ich sehe was H. Graff Rasumofski vor end dieses jahrs in ansehung meiner pension thun wird, da mir dieser Herr außtruckentlich versprochen, «qu'elle me sera *infailliblement* payée *cette année*». Falt solches zu meiner satisfaction auß, so verspreche ich categorische und keines wegs exorbitante *propositiones* zu thun; wo nicht, so nehme ich es auch als eine positive declaration auff, daß man mir niemahls nichts geben wolle. Es müssen aber werck seyn und keine wort und ich muß das gelt im sack haben, ehe ich etwas schreibe. Da die Kayßerin 〈Elizaveta Petrovna〉 kein natürliches recht über mich hat und ich, so lang ich in ihren diensten gestanden bin, mich in nichts versehen hab, so betrachte ich billich meine auff einen formlichen contract gegründete praetension so gut als wan ich von einem *Debitore* mein paar vorgestrecktes gelt wieder forderte und ist es ohnmöglich daß es der Kayßerin wille seje mir meine pension zu hinterhalten. Ubrigens bitte, dem H. Praesidenten, Graffen Rasumofski meinem einzigen Gönner so ich noch in Petersburg habe, meinen gehorsamsten respect zu vermelden; ich hoffe dieser Herr werde die consequenz von allem einsehen<sup>[1]</sup>.

Ich habe meine piece über den *Saturnum* schon den 6. *julii* abgeschickt, aber *dato* noch kein *recepisse* erhalten<sup>[2]</sup>; ich hatte dieselbe selbstn auff die post getragen: es ist mir auch nicht möglich ein ander exemplar nach Paris zu schicken, weil ich nichts als ein liederliches brouillon oder project behalten habe, so daß ich gleichsam eine neue piece verfertigen müste umb eine andere zu schicken<sup>[3]</sup>. Meine piece ist zwar *practice* bej weitem nicht so außgearbeitet, als Sie von Ihrer melden<sup>[4]</sup>; hierzu hatte ich nicht die geringste *subsidia*; ich hab auch kein ander buch darbey gebraucht als die *tabulas sinuum*; ich weiß also nicht ob meine theori einiger maaßen mit den observationen übereinkomt oder völlig darvon abweicht<sup>[5]</sup>. Doch bin ich wenigstens versichert daß unterschiedene gute morceaux detachés in meiner piece enthalten sind. Nach reýffer überlegung aller umständen hab ich mich an die *hypothesin* gehalten daß die Sonne in einem puncten fixiert seje, gleich als wan derselben materi eine *inertiam infinitam* hätte. Darnach hab ich eine gewiße *conjunctionem inter Solem, Jovem et Saturnum* betrachtet, die ich *conjunctionem primam* nenne; *pro illa conjunctione* betrachte ich *velocitatem Saturni, ejus distantiam a Sole et angulum inter tangentem atque radium vectorem*. Alsdan nenne ich *orbitam naturalem* diejenige *orbitam*, welche *Saturnus in hypothesi Kepleriana*



beschreiben wurde *absque actione Jovis*. *Ad hanc orbitam naturalem* referiere ich alle *perturbationes*. Wan die *tempora periodica Saturni et Jovis perfecte* wären wie 5 : 2, so zeige ich daß *post singulas conjunctiones ternas* die *pristinae perturbationes* wieder anfangen wurden; deswegen hab ich meine *tabulas* extendiert *a prima conjunctione ad quartam*<sup>[6]</sup>. Nach diesem *periodo* restituirt sich die *excentricitas*, das *aphelium* und alles übrige. Die größte *aequatio Saturni in antecedentia* ist von 32' 40". Diese entstehet ungefähr 36 jahr nach der ersten conjunction. Die größte *aequatio in consequentia* ist 18' 57" und solche entstehet *sub angulo elongationis* von 60 graden *post secundam conjunctionem*. Das *tempus duarum revolutionum periodicarum Saturni* ist umb 7 tag und 15 stund kleiner als es *absque actione Jovis* sejn wurde<sup>[7]</sup>. Die *maxima variatio possibilis excentricitatis* ist nach meinem calculo der  $\frac{1}{14}$  theil *excentricitatis mediae*; auch kan die *variatio aphelii* von einer conjunction biß zu der folgenden biß auff 4° 0' kommen, nachdem der *arcus inter locum aphelii et locum conjunctionis* sich verhältet. Ich finde auch daß der *accessus maximus Saturni ad Solem, actioni Jovis debitus, a prima conjunctione ad secundam* seje 0,001 133, *posita distantia media* = 1. Solcher geschieheth *sub elongatione* von ungefähr 110<sup>gr</sup>, nachgehends entfernt sich der *Saturnus* schon wieder, und ist *tempore primae oppositionis* nur umb 0,000 316 näher bej der Sonnen als er *absque actione Jovis* wurde geweßen sejn. Da nun dieser umstand gar nicht übereinkommt mit deme was mir E. HEdgb. ehemahls geschrieben, so habe ich wenig hoffnung daß meine determinationen mit den Ihrigen accordieren. Ich gestehe Ihnen aber offenhertzig daß ich mehr vertrauen in Ihre determinationen setze als in die meine; Es wird sich zu seiner zeit erhafteren. Meine *aequatio numerica fundamentalis* ist diese<sup>[8]</sup>

$$dd\alpha = \left( -0,4527\alpha - 0,2773 \times \frac{\pi}{p} + 0,1731 \times \frac{\pi}{p} \times \frac{1}{z} + 0,03294 \times \frac{\pi}{p} \times \frac{1}{z^3} \right) d\sigma^2,$$

alwo  $\sigma$  den *angulum elongationis* bedeütet,  $\alpha$  den *accessum Saturni ad Solem actioni Jovis debitum*, etc. Diese aequation hab ich von 30 zu 30 graden integriert *per approximationes* und alzeit gemacht daß  $\frac{d\alpha}{d\sigma}$  *pro fine praecedentis integrationis* und *pro initio subsequentis* unter sich gleich sejen. Ich hab auch gesehen wie gefährlich es seje die *integrationes* von grad zu grad zu machen, da sich die *errores* über alle maaßen accumulieren wurden<sup>[9]</sup>. Ich muß auch noch sagen daß in allen meinen *calculis* sich ein gewißer *nexus* und *character veritatis* befunden, welcher mir einige hoffnung eines guten succès ließen, wan ich nicht wüste, daß Ew. HEdgb. die sach gantz anderst befunden. Dieses macht daß ich den vermuthlichen verlurst meiner piece nicht sonderlich berewe. Ew. HEdgb. sind also dieses mahl doppelt versichert, daß Sie nicht nöhtig haben werden mit mir das *praemium* zu theilen<sup>[10]</sup>.

Daß die pieces sur les vents bereits getruckt sejen, hab ich nicht gewust. Alhier findet man kein exemplar darvon und hab auch keine gelegenheit eines kauffen zu laßen. Wan Sie mir mit gelegenheit eines schicken wolten wurden Sie mich obligieren. Das gelt darvor könnte ich hier bezahlen oder sonsten nach Dero belieben<sup>[11]</sup>.

Den einschluß an H. (Johannes) Stähelin hab ich demselben auß Mülhaußen, alwo ich Ihren brieff empfangen gleich überschickt. Der H. Schuemacher hatte mich

versichert, daß ich den IX. *tomum* der *Comm[entariorum]* empfangen solte<sup>[12]</sup>. Es scheint es seje weniger trew und glauben als niemahls. H. Wolf hat sich in einem an meinen Vatter geschriebenen brieff sehr über Ew. HEdgb. beklagt<sup>[13]</sup>. Ich förchte Sie werden sich noch vielen verdruß *a numero Antagonistarum* auff den halß laden, welches sich der mühe gewiß nicht lohnet.

Noch eines muß ich mich bei Ew. HEdgb. erkundigen. Da ich mich nicht länger will von dem Schuemacher am narren sejl herumbführen laßen, so bin ich gesint einen *fasciculum dissertationum ineditarum* trucken zu laßen und darbei die gantze histori melden. Wan aber je Ew. HEdgb. einiges vertrauen in mich setzen, so sagen Sie mir Ihre mejnung darüber, auff einem besonderen zedulein, welches ich bei meiner ehr verspreche *in originali* wieder zu übersenden<sup>[14]</sup>. Der Schuemacher hat uns bejde lang genug hintergangen, ich werde aber nicht ruhen biß ich mich auff eine sanglante weiß gerochen habe. Diese 4 nächsten monat sollen decidieren ob ich ein rechter freünd oder ein geschworener feind sejn solle. Wollen aber Ew. HEdgb. nicht mit mir eintreten, so soll dieses unsere freundschaft nicht hemmen, und dörffen Sie nur das gantze Petersburger wesen mit stillschweigen übergehen und nur melden daß Sie meinen brieff verbrent haben. Sonsten können Sie versichert sejn, daß ich mich biß *dato* weder mit worten noch mit wercken anderst auffgeführt, als wan ich meine pension richtig bekommen hätte. Weil ich aber sehe, daß alles vergebens, so glaub ich daß das verstellen lang genug gewährt hat. Wir müßen diese zeit in acht nemmen, dan wan man gleichsam eine neue Academi auffrichten will, so muß man die leüt, die einen nammen in der welt sich erworben, nicht auff das äußerste disgustieren.

Es nimt mich wunder, worin die anstalten bestehen die Sie gemacht umb den lauff des Odors zu befördern und worin ejgentlich die *desiderata* bestehen. Den H. (Johannes) Stähelin hab ich kaum 2 oder 3 mahl gesehen; ich bin das letzte mahl bei ihm gewest. Ich hätte vermejnt, er wurde unsere alte bekantschaft beker cultivieren. Unser hiesiger H. Prof. Weiss wird in 14 tagen naher Leyden verrejßen umb dem Vitriario zu succedieren. Er wird ein *salarium* von 3000 f. genießen und kan eben so viel mit *Collegiis* verdienen.

Wan Ew. HEdgb. curios sind, so kan ich mit nächstem eine *tabulam ex mea theoria Saturni* überschicken: Es nimt mich doch wunder, woher unser *dissensus* komme; Sie haben *sub angulo*  $\text{h} \odot \text{v}$  von  $30^{\text{gr}}$  gefunden  $\alpha = 0,000\,252\,9\,a$ , ungefehr wie ich; hingegen *sub oppositione, posita*  $\sigma = 180^{\text{gr}}$ , finden Sie  $\alpha = 0,001\,838\,3\,a$ ; da ich gefun[den]  $\alpha = 0,000\,316\,4\,a$  und also 6 mahl kleiner. Ich will doch die *valores* hieher setzen von der 1sten conjunction biß zu der folgenden, von 30 zu 30 graden<sup>[15]</sup>:

<i>pro</i> 30 gr	$\alpha = 0,000\,257$		<i>pro</i> 60 gr	$\alpha = 0,000\,715$		<i>pro</i> 90 gr	$\alpha = 0,001\,089$
<i>pro</i> 120 gr	$\alpha = 0,001\,133$		<i>pro</i> 150 gr	$\alpha = 0,000\,879$		<i>pro</i> 180 gr	$\alpha = 0,000\,316$
<i>pro</i> 210 gr	$\alpha = -0,000\,493$		<i>pro</i> 240 gr	$\alpha = -0,001\,444$		<i>pro</i> 270 gr	$\alpha = -0,002\,376$
<i>pro</i> 300 gr	$\alpha = -0,003\,198$		<i>pro</i> 330 gr	$\alpha = -0,003\,650$		<i>pro</i> 360 gr	$\alpha = -0,003\,406$

ich glaube unser *dissensus* komme *a diversa transitione ab una integratione ad sequentem* weil wir die *integrationes per partes* machen.

Schließlich empfehle ich mich und verbleibe mit aller gebührenden hochachtung

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

DBernoulli

Basel den 16. aug. 1747.

### Übersetzung

>...<

Da Sie Ihren Brief mit der Berufung nach Petersburg beginnen, so will ich dasselbe tun. Meine Antwort geht dahin, dass ich nicht glaube, es habe sich hinsichtlich der Akademie genug geändert, um auf etwas Sicheres zählen zu können. Der Herr Präsident (K. Razumovskij) mag zwar die beste Meinung von mir haben, doch wer weiss, ob er sein Versprechen halten kann? Ich will es also in erster Linie darauf ankommen lassen zu sehen, was Graf Razumovskij vor Ablauf dieses Jahres in Sachen meiner Pension tun wird, da mir dieser Herr ausdrücklich versprochen hat, «qu'elle me sera *infailliblement* payée *cette année*». Fällt dies zu meiner Genugtuung aus, so verspreche ich, verbindliche und keineswegs übertriebene Vorschläge zu machen; wenn nicht, so fasse ich das auch als positive Erklärung auf, dass man mir niemals etwas geben will. Es müssen jedoch Taten sein und nicht bloss Worte, und ich muss das Geld in der Tasche haben, bevor ich etwas schreibe. Da die Kaiserin (Elizaveta Petrovna) kein natürliches Recht über mich hat und ich, solange ich in ihren Diensten stand, mir nichts habe zuschulden kommen lassen, betrachte ich meine auf einen förmlichen Vertrag gegründeten Ansprüche mit Recht so, wie wenn ich von einem Schuldner mein bar vorgestrecktes Geld wieder zurückverlangte, und es ist unmöglich, dass es der Wille der Kaiserin ist, mir meine Pension vorzuenthalten. Im übrigen bitte ich Sie, den Herrn Präsidenten, den Grafen Razumovskij – meinen einzigen Gönner, den ich in Petersburg noch habe – respektvoll grüssen zu lassen. Ich hoffe, dieser Herr wird die Folgen von all dem einsehen<sup>[1]</sup>.

Meine Preisschrift über den Saturn habe ich bereits am 6. Juli abgeschickt, doch bis heute noch keine Empfangsbestätigung erhalten<sup>[2]</sup>. Ich hatte sie selber zur Post gebracht; es ist mir auch nicht möglich, ein zweites Exemplar nach Paris zu schicken, weil ich bloss eine unordentliche Skizze oder einen Entwurf behalten habe, so dass ich gleichsam eine neue Preisschrift anfertigen müsste, um ein anderes Exemplar zu schicken<sup>[3]</sup>. Meine Preisschrift ist zwar praktisch lange nicht so ausgearbeitet, wie Sie es von der Ihrigen melden<sup>[4]</sup>; ich hatte dazu nicht die geringsten Hilfsmittel und auch kein anderes Buch dabei verwendet als die Sinustafeln,

weiss also nicht, ob meine Theorie einigermaßen mit den Beobachtungen übereinstimmt oder ganz von ihnen abweicht<sup>[5]</sup>. Doch bin ich wenigstens sicher, dass meine Preisschrift verschiedene gute Teilstücke enthält. Nach reiflicher Erwägung aller Umstände hielt ich mich an die Hypothese, dass die Sonne in einem Punkt fixiert sei, als ob ihre Masse eine unendliche Trägheit hätte. Danach betrachtete ich eine bestimmte Konjunktion zwischen Sonne, Jupiter und Saturn, die ich erste Konjunktion nenne. Für diese Konjunktion betrachte ich die Geschwindigkeit des Saturn, seinen Abstand von der Sonne und den Winkel zwischen der Tangente und dem Radiusvektor. Dann nenne ich natürliche Bahn diejenige Bahn, welche Saturn gemäss der Keplerschen Hypothese ohne die Einwirkung Jupiters beschreiben würde. Auf diese natürliche Bahn beziehe ich alle Störungen. Wären die Umlaufzeiten von Saturn und Jupiter genau im Verhältnis 5 : 2, so zeige ich, dass nach je drei Konjunktionen die vorherigen Störungen wieder beginnen würden, und deshalb habe ich meine Tafeln von der ersten bis zur vierten Konjunktion ausgedehnt<sup>[6]</sup>. Nach dieser Periode stellen sich die Exzentrizität, das Aphel und alles übrige wieder her. Die grösste Vorwärts-Abweichung des Saturn beträgt 32' 40''; sie findet etwa 36 Jahre nach der ersten Konjunktion statt. Die grösste Rückwärts-Abweichung ist 18' 57'', und diese entsteht unter einem Elongationswinkel von 60° nach der zweiten Konjunktion. Die Zeit von zwei periodischen Umläufen des Saturn ist um 7 Tage und 15 Stunden kleiner, als sie ohne die Einwirkung Jupiters sein würde<sup>[7]</sup>. Die grösstmögliche Schwankung der Exzentrizität beträgt nach meiner Rechnung  $\frac{1}{14}$  der mittleren Exzentrizität. Auch kann die Änderung des Aphels von einer Konjunktion zur nächsten bis zu 4° 0' betragen, je nach dem Bogen zwischen dem Ort des Aphels und dem der Konjunktion. Ich finde ferner, dass die der Wirkung des Jupiter zuzuschreibende maximale Annäherung des Saturn zur Sonne von der ersten Konjunktion bis zur zweiten 0.001 133 ist, wenn man den mittleren Abstand = 1 setzt. Sie findet statt unter einer Elongation von ungefähr 110 Grad; danach entfernt sich der Saturn bereits wieder und ist zur Zeit der ersten Opposition nur um 0.000 316 näher bei der Sonne, als er ohne die Wirkung des Jupiter gewesen wäre. Da nun dieser Umstand gar nicht mit dem übereinstimmt, was Sie mir einst geschrieben haben, habe ich wenig Hoffnung, dass meine Bestimmungen mit den Ihrigen zusammenpassen. Ich gestehe Ihnen jedoch ganz offen, dass ich Ihren Bestimmungen mehr vertraue als den meinen – es wird sich zu seiner Zeit aufklären. Meine numerische Fundamentalgleichung ist<sup>[8]</sup>

$$dd\alpha = \left( -0.4527\alpha - 0.2773 \times \frac{\pi}{p} + 0.1731 \times \frac{\pi}{p} \times \frac{1}{z} + 0.03294 \times \frac{\pi}{p} \times \frac{1}{z^3} \right) d\sigma^2,$$

wo  $\sigma$  den Winkel der Elongation bedeutet,  $\alpha$  die Annäherung des Saturn zur Sonne infolge der Wirkung des Jupiter etc. Diese Gleichung habe ich von 30 zu 30 Grad durch Approximationen integriert und es so eingerichtet, dass die  $\frac{d\alpha}{d\sigma}$  vom Ende der vorangehenden Integration bis zum Anfang der nachfolgenden unter sich gleich sind. Ich habe auch gesehen, wie gefährlich es wäre, die Integrationen von Grad zu Grad auszuführen, da sich die Fehler masslos aufsummieren würden<sup>[9]</sup>.

Ich muss auch noch sagen, dass sich in allen meinen Berechnungen eine gewisse Kohärenz fand, ein Indiz für ihre Wahrheit, das mich auf einen guten Erfolg hoffen liesse, wenn ich nicht wüsste, dass Sie die Sache ganz anders befunden haben. Das bewirkt, dass mich der mutmassliche Verlust meiner Preisschrift nicht besonders reut. Sie können also diesmal doppelt sicher sein, den Preis nicht mit mir teilen zu müssen<sup>[10]</sup>.

Dass die Preisschriften über die Winde schon gedruckt sind, wusste ich nicht. Hier ist kein Exemplar davon auffindbar, und ich habe auch keine Gelegenheit, eines kaufen zu lassen. Wenn Sie mir gelegentlich eines schicken möchten, wäre ich Ihnen dankbar. Bezahlen könnte ich es hier oder sonst ganz nach Ihrem Belieben<sup>[11]</sup>.

Ihre Beilage an Herrn (Johannes) Stähelin habe ich diesem sogleich von Mülhausen aus, wo ich Ihren Brief erhalten habe, zugeschickt. Herr Schumacher hatte mir versichert, dass ich den 9. Band der *Commentarii* bekommen sollte<sup>[12]</sup>. Es scheint weniger Treu und Glauben zu geben als jemals. Herr Wolff hat sich in einem Brief an meinen Vater sehr über Sie beklagt<sup>[13]</sup>. Ich fürchte, Sie werden sich mit der wachsenden Anzahl Ihrer Widersacher noch viel Verdruss aufhalsen, was die Mühe gewiss nicht lohnt.

Über noch etwas möchte ich mich bei Ihnen erkundigen: Da ich mich von Schumacher nicht länger am Narrenseil herumführen lassen will, bin ich gewillt, einen Band unveröffentlichter Abhandlungen drucken zu lassen und bei dieser Gelegenheit die ganze Geschichte zu erzählen. Wenn Sie überhaupt noch etwas Vertrauen zu mir haben, so sagen Sie mir dazu Ihre Meinung, und zwar auf einem gesonderten Zettel, den ich Ihnen im Original zurückzuschicken ehrenwörtlich verspreche<sup>[14]</sup>. Schumacher hat uns beide lange genug hintergangen, und ich werde nicht ruhen, bis ich blutige Rache genommen haben werde. Die nächsten vier Monate werden entscheiden, ob ich ein echter Freund oder ein geschworener Feind sein soll. Wenn Sie sich aber nicht mit mir verbünden wollen, so soll das unserer Freundschaft keinen Abbruch tun; Sie müssten bloss das ganze Petersburger Wesen mit Stillschweigen übergehen und nur melden, dass Sie meinen Brief verbrannt haben. Im Übrigen können Sie sicher sein, dass ich mich bis heute weder in Worten noch mit Taten anders benommen habe, als wenn ich meine Pension richtig bekommen hätte. Da ich jedoch sehe, dass alles vergeblich ist, glaube ich nun, dass die Verstellung lange genug gewährt hat. Wir müssen zur Zeit achtgeben, denn wenn man gleichsam eine neue Akademie errichten will, so sollte man die Leute, die sich in der Welt einen Namen gemacht haben, nicht bis zum Äussersten anekeln.

Ich bin neugierig, worin die von Ihnen getroffenen Anstalten bestehen, um den Lauf der Oder zu beschleunigen, und was eigentlich verlangt ist. Herrn (Johannes) Stähelin habe ich kaum zwei- oder dreimal gesehen; das letzte Mal war ich bei ihm. Ich hätte gemeint, er würde unsere alte Bekanntschaft besser pflegen. Unser hiesiger Herr Prof. Weiss wird in 14 Tagen nach Leiden abreisen, um die Nachfolge von Vitriarius anzutreten. Er wird ein Salär von 3000 Gulden geniessen und kann noch einmal so viel mit Vorlesungen verdienen.

Wenn Sie neugierig darauf sind, kann ich Ihnen mit meinem nächsten Brief eine Tafel aus meiner Theorie des Saturn schicken. Ich frage mich doch, woher unser Dissens kommt. Sie haben unter dem Winkel  $\mathfrak{h} \odot \mathfrak{z}$  von  $30^\circ$  gefunden  $\alpha = 0.000\,252\,9\,a$ , ungefähr wie ich; in der Opposition mit  $\sigma = 180^\circ$  finden Sie hingegen  $\alpha = 0.001\,838\,3\,a$ , wo ich  $\alpha = 0.000\,316\,4\,a$  gefunden habe und somit 6mal weniger. Ich möchte doch die Werte von der ersten Konjunktion bis zur folgenden hier anführen, und zwar von 30 zu 30 Grad<sup>[15]</sup>:

für $30^\circ$	$\alpha =$	0.000 257		für $60^\circ$	$\alpha =$	0.000 715		für $90^\circ$	$\alpha =$	0.001 089
für $120^\circ$	$\alpha =$	0.001 133		für $150^\circ$	$\alpha =$	0.000 879		für $180^\circ$	$\alpha =$	0.000 316
für $210^\circ$	$\alpha =$	-0.000 493		für $240^\circ$	$\alpha =$	-0.001 444		für $270^\circ$	$\alpha =$	-0.002 376
für $300^\circ$	$\alpha =$	-0.003 198		für $330^\circ$	$\alpha =$	-0.003 650		für $360^\circ$	$\alpha =$	-0.003 406

Ich glaube, unser Dissens kommt von unseren verschiedenen Methoden, den Übergang von einer Integration in Teilschritten zur nächsten zu vollziehen.

Zum Schluss empfehle ich mich und verbleibe mit aller Hochachtung

$\rangle \dots \langle$

Daniel Bernoulli

Basel, den 16. August 1747.

R 171 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Juni/Juli 1747  
 Basel, 16. August 1747  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 132–133v  
 Publ.: Fuss 2, p. 622–625

- [1] In seinem nicht erhalten gebliebenen Brief an D. Bernoulli vom Juni oder Juli 1747 erläuterte Euler die Bedingungen der Einladung nach Petersburg gemäss dem Brief des Präsidenten Razumovskij vom 24. (13.) Juni 1747 (cf. Anhang VII.3, Nr. 20, p. 971 h.v.).
- [2] Die Empfangsbestätigung traf zwei Monate später ein (cf. Brief Nr. 85, Anm. 4, und O. IV A, 5, p. 183, Anm. 2). Eulers Preisschrift E. 120 erreichte Paris am 27. Juli 1747 (cf. O. IV A, 5, p. 169, Anm. 4).
- [3] Cf. Einleitung III.2.5.1.2, p. 50 h.v.
- [4] Euler hatte die Ausarbeitung seiner Preisschrift vermutlich bereits Anfang Juni 1747 beendet, wie aus seinem Brief vom 10. Juni 1747 an Clairaut hervorgeht. – Cf. O. IV A, 5, p. 168.
- [5] Cf. die Briefe Nr. 82, 88 und 90.
- [6] In der Tat ist diese 5 : 2-Kommensurabilität nicht genau erfüllt, denn die mittleren täglichen heliozentrischen Bewegungen von Jupiter und Saturn betragen  $n_J = 0.08312944$  und  $n_S = 0.03349791$  Grad (cf. Seidelmann 1992, p. 704), so dass  $5n_S - 2n_J = 0.00123067$  Grad pro Tag resultiert. Daraus ergibt sich eine Periode von  $T = \frac{360}{365 \cdot 0.00123067} \approx 800$  Jahren, genauer von 890 Jahren (cf. C.A. Wilson 1985, p. 30, Anm. 33, sowie Beutler 2005, Bd. II, p. 216–217, 235–236). Siehe auch Laplace (1823, p. 378–380). Erst nach dieser Periode stellt sich wieder dieselbe geometrische Konfiguration zwischen Jupiter und Saturn ein. Dies



- hätte D. Bernoulli aus dem Vorwort von Le Monnier (1746, p. li) entnehmen können, das er offenbar gelesen hat (cf. Brief Nr. 90).
- [7] Cf. Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 25r (§§ 80 und 81).
  - [8] Cf. Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 10r.
  - [9] Cf. C.A. Wilson (1995, p. 94–95).
  - [10] Bereits die Preise für die Fragen der Jahre 1740 (*Sur le flux et le reflux de la mer*), 1743 (*Sur la meilleure construction des boussoles d'inclinaison*) und 1742/44/46 (*L'explication de l'attraction mutuelle de l'aimant et du fer, de la direction de l'aiguille aimantée vers le nord, de sa déclinaison et de son inclinaison*) musste D. Bernoulli mit Euler und anderen teilen. D. Bernoullis Preisschrift für 1748 erhielt letztlich von der Pariser Akademie ein *Accessit* (cf. O. IV A, 5, p. 183, Anm. 2); gewonnen wurde der Preis von Euler mit seiner Arbeit E. 120.
  - [11] Wie bereits in Anm. 6 zu Brief Nr. 83 erwähnt, liess sich Euler mit der Übersendung des Preisschriftenbandes an D. Bernoulli reichlich Zeit.
  - [12] Ein Brief Schumachers an D. Bernoulli mit dieser Zusage ist nicht erhalten geblieben.
  - [13] Eulers gegen die Monadenlehre gerichtete, 1746 anonym erschienene Schrift E. 81 hatte Christian Wolff sehr verärgert (cf. Brief Nr. 83, Anm. 9). Der Brief Wolffs an J. I Bernoulli ist nicht erhalten geblieben. Der letzte uns bekannte Brief Wolffs aus dieser Korrespondenz, die digitalisiert und online abrufbar ist (cf. die *Basler Edition der Bernoulli-Briefwechsel* unter der Adresse [www.ub.unibas.ch/bernoulli](http://www.ub.unibas.ch/bernoulli)), stammt aus dem Jahre 1745.
  - [14] Ob Euler eine solche Notiz an Bernoulli gesandt hat, wissen wir nicht.
  - [15] Cf. Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 19v.

## 85

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 22. September 1747

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Überbringer dieses ist H. Legrand, welchem ohne zweiffel Ew. HEdgb. als einem Landsman von unseren besten und vornehmsten familien alle gefälligkeit erzeigen werden; sollte aber meine recommendation über dieses noch einige kraft haben, so kan ich Ew. HEdgb. versichern, daß ich alle dienst gefälligkeiten so Sie diesem H. Legrand erweijßen werden, mit möglichstem danck erkennen und jederzeit erwiedrigen zu können trachten werde.

H. (Johannes) Stähelin hatte mir gleich die angenehme zeitung von der Petersburger Academi communiciert. Es stehet zu erwarten was darauff erfolgen werde. Da mir gegenwärtige station in Basel über alle maaßen zuwieder ist, so hab ich mich durch Dero letsteres schreiben bewegen laßen mit meinem Vatter wegen dieser vocation zu deliberieren<sup>[1]</sup>. Es geschahe aber wieder alles vermuthen, daß er mich im höchsten grad darvon abmahnte und mich endlich gleichsam beschwor eine solche veränderung bej seinen lebzeiten, die bald ein end nehmen würden, nicht vorzunehmen: er fügte noch darzu, ich seje auff einem alter, daß ich entweder gar nicht oder für mein lebtage mit sack und pack, haab und gut gehen solle und also seje es ja beßer mein künfftiges erb noch vorher zu erwarten, welches nicht mehr lang anstehen könne<sup>[2]</sup>.



Wan man bey der Academi neue *Professores* engagieren will, so wäre meiner meynung nach gut des H. Professor (J.S.) Koenigs in Holland H. Bruder (Daniel) zu engagieren; solcher solle große *progressus in mathematicis* gemacht haben. Vielleicht werden E. HEdgb. auch an H. Schmid von Bern dencken; ich weiß aber nicht worin dieses letzteren merites ejgentlich bestehen<sup>[3]</sup>. Von Baßleren könnte ich einen H. Passavant vorschlagen, welcher in wenig jahren ein gut *subjectum* werden wurde in *physicis* und *mathematicis*.

Es ist mit meiner piece gegangen wie Ew. HEdgb. gesagt haben; sie ist zu rechter zeit angekommen, obschon ich das *recepisse* erst bey 2 monaten später bekommen habe; meine piece ist cottiert *n/umero* 1, mithin eine von denen, die vor Ew. HEdgb. piece angekommen ist<sup>[4]</sup>. Von meiner methode fange ich an gute opinion zu schöpfen; hätte ich mich resolvieren können die *excentricitates* zu considerieren und die *approximationes* näher zu formieren, bin ich versichert daß ich eine exacte theori wurde gefunden haben. Den *periodum inaequalitatum post singulas ternas conjunctiones*, welchen Ew. HEdgb. impugnieren, hab ich erst kurtzlich in den new außgegebenen *Institutions Astronomiques* von H. Le Monnier gelesen als eine sach die man *ex observationibus* deduciert habe<sup>[5]</sup>. Man muß nach meiner theori allervorderst considerieren, was ich *orbitam naturalem* heiße; zu diesem end consideriere ich eine *conjunctionem qualemcunque, quam voco deinceps primam*; bey dieser conjunction hat *Saturnus* eine gewisse *velocitatem*  $c$ ; eine gewisse *distanciam a Sole*  $a$ ; und formiert *cum radio vectore* einen gewissen *angulum*  $A$ ; so nenne ich *orbitam et motum naturalem* diejenige, welche *Saturnus sub his positionibus* haben wurde, wan von demselben moment her *Jupiter* nicht auff denselben agierte und suche nachgehends den *effectum Jovis in Saturnum*; bey der folgenden conjunction wird  $c$  in  $c + \gamma$ ,  $a$  in  $a + \alpha$ ,  $A$  in  $A + A$ <sup>[6]</sup> verwandelt werden; auff diese weiß wurde *ratione secundae conjunctionis* die *orbita naturalis* differieren von der *orbita naturali ratione conjunctionis primae considerata*. Wolte man aber nachgehends die *orbitam naturalem secundam* betrachten, so wurden *eadem aequationes a secunda conjunctione usque ad tertiam conjunctionem ratione secundae orbitae naturalis* statt finden, die man gefunden hat *a prima conjunctione usque ad secundam ratione primae orbitae naturalis*. Dieses ist also das eclaircissement auff Ew. HEdgb. objection. Es ist also zu betrachten bey meiner theori, daß meine *aequationes* nicht zu verstehen sejen, daß sie müßen oder können auff einige *tabulas astronomicas hactenus editas* appliciert werden, weilen Dero *hypotheses* nicht mit dem *motu, quem voco naturalem*, übereinstimmen, sondern man muß erst den *motum naturalem* außrechnen, welches ich zeige wie man thun könne vermittelst etlicher observationen, deren *tempora* man allervorderst corrigieren muß; nachgehends muß man von diesem *motu naturali tabulas* construieren, und meine *aequationes* darbey gebrauchen. Meine *aequationem fundamentalem* hab ich zwar nicht integrieren können; solches kan aber meinen resultaten nichts derogieren, da ich alle vorsichtigkeit gebraucht; bey der *additione constantium* kan man leicht in einen *paralogismum* fallen; solches aber ist von Ew. HEdgb. durchdringenden penetration keines wegs zu praesumieren.

Vielleicht sind zu letst unsere theorien nicht so different als wir gemeint haben, weilen wir die quaestion *sub facie plane diversa* betrachten. Es nimt mich wunder ob Ew. HEdgb. determinationen, welche Sie erhalten haben *per approximationes* von 5 zu 5 graden, übereinstimmen mit denen welche Sie durch Ihre 2<sup>te</sup> methode, nachdeme Sie die *aequationem fundamentalem* integriert haben, gefunden haben; ich hab einige ursach daran zu zweiffen. Sonsten haben mir Ew. HEdgb. in einem vorherigen schreiben gemeldet, die determinationen kommen näher mit der natur überein, wan man *Solem tanquam fixum* betrachte als *tanquam mobilem circa commune centrum gravitatis*, von welcher mejnung Sie nunmehr abweichen. Wan man *Solem tanquam mobilem* betrachten will, so halte ich die gewöhnliche methode für etwas schlüpferig und glaube schier daß die gantze mathematic in der welt nicht sufficient seje alle *inaequalitates exacte* aufzurechnen, weilen es nicht erlaubt ist die *theorias corporum coelestium* von einander zu separieren und es gleichsam unmöglich ist die *inaequalitates in systemate toto simul considerato* zu determinieren<sup>[7]</sup>.

Mit diesem habe ich die ehr mit aller ersinlichen hochachtung zu verbleiben

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 22. 7bris 1747.

### Übersetzung

⟩...⟨

Der Überbringer dieses Briefes ist Herr Legrand, dem Sie – als einem Landsmann aus einer unserer besten und vornehmsten Familien – zweifellos jede Gefälligkeit erweisen werden. Sollte aber darüber hinaus meine Empfehlung noch etwas gelten, so kann ich Ihnen versichern, dass ich alle Dienste, die Sie Herrn Legrand leisten werden, dankbar anerkennen und jederzeit danach trachten werde, sie erwidern zu können.

Herr ⟨Johannes⟩ Stähelin hatte mir sogleich die angenehme Nachricht von der Petersburger Akademie mitgeteilt. Es gilt nun abzuwarten, was darauf erfolgen wird. Da mir die gegenwärtige Stellung in Basel über alle Massen zuwider ist, habe ich mich durch Ihr letztes Schreiben dazu bewegen lassen, diesen Ruf gemeinsam mit meinem Vater zu erwägen<sup>[1]</sup>. Entgegen jeder Vermutung riet er mir jedoch von der Annahme dringend ab und beschwor mich schliesslich gleichsam, eine derartige Veränderung zu seinen Lebzeiten, die ja bald ein Ende nehmen würden, nicht vorzunehmen. Er fügte noch hinzu, ich stünde in einem Alter, in welchem ich entweder gar nicht oder dann auf Lebenszeit mit Sack und Pack, Hab und Gut gehen sollte, und folglich sei es ja besser, mein künftiges Erbe – das nicht mehr lange anstehen könne – noch abzuwarten<sup>[2]</sup>.

Wenn man neue Professoren an die Akademie berufen will, so wäre es nach meiner Meinung gut, den Bruder  $\langle$ Daniel $\rangle$  von Herrn Professor  $\langle$ J.S. $\rangle$  König in Holland zu engagieren. Er soll in der Mathematik grosse Fortschritte gemacht haben. Vielleicht denken Sie auch an Herrn Schmid aus Bern, doch weiss ich nicht, worin eigentlich dessen Verdienste bestehen<sup>[3]</sup>. Von den Baslern könnte ich einen Herrn Passavant in Vorschlag bringen, der in wenigen Jahren in Physik und Mathematik ein guter Mann zu werden verspricht.

Mit meiner Preisschrift hat es sich so abgespielt, wie Sie gesagt haben: Sie ist termingerecht angekommen, obschon ich die Empfangsbestätigung erst fast zwei Monate später bekommen habe. Meine Preisschrift ist als Nr. 1 eingereicht, also eine von denen, die vor der Ihrigen eingetroffen sind<sup>[4]</sup>. Ich fange an, von meiner Methode eine gute Meinung zu bekommen. Hätte ich mich dazu entschliessen können, die Exzentrizitäten zu berücksichtigen und die Approximationen genauer auszugestalten, bin ich sicher, dass ich eine exakte Theorie gefunden haben würde. Die Periode der Ungleichheiten nach je drei Konjunktionen, die Sie bestreiten, habe ich soeben in den kürzlich erschienenen *Institutions astronomiques* von Herrn Le Monnier<sup>[5]</sup> gelesen als etwas, das man aus Beobachtungen abgeleitet habe. Meiner Theorie gemäss muss man zuallererst in Betracht ziehen, was ich die natürliche Bahn nenne. Zu diesem Zweck betrachte ich eine gewisse Konjunktion, die ich im folgenden *die erste* nenne. Bei dieser Konjunktion hat der Saturn eine gewisse Geschwindigkeit  $c$ , einen gewissen Abstand  $a$  von der Sonne, und seine Bahn bildet mit dem Radiusvektor einen gewissen Winkel  $A$ ; dann nenne ich diejenige Bahn und Bewegung die natürliche, die der Saturn unter diesen Festlegungen hätte, wenn von diesem Moment an der Jupiter nicht auf ihn wirkte, und suche danach die Wirkung des Jupiter auf den Saturn. Bei der nachfolgenden Konjunktion verwandelt sich  $c$  in  $c + \gamma$ ,  $a$  in  $a + \alpha$  und  $A$  in  $A + A$ <sup>[6]</sup>. Auf diese Weise würde sich die natürliche Bahn hinsichtlich der zweiten Konjunktion von derjenigen der ersten Konjunktion, die wir betrachtet haben, unterscheiden. Möchte man aber anschliessend die zweite natürliche Bahn betrachten, so würden dieselben Gleichungen von der zweiten Konjunktion bis zur dritten gemäss der zweiten natürlichen Bahn gelten, die man von der ersten Konjunktion bis zur zweiten gemäss der ersten natürlichen Bahn gefunden hat. Das also ist die Erläuterung auf Ihren Einwand. Bei meiner Theorie ist somit zu beachten, dass meine Gleichungen nicht so zu verstehen sind, als müssten oder könnten sie auf die bis heute herausgegebenen astronomischen Tafeln angewendet werden, da deren Grundannahmen nicht mit der Bewegung übereinstimmen, die ich die natürliche nenne. Statt dessen muss man zuerst die natürliche Bewegung berechnen, was man – wie ich zeige – tun kann mittels mehrerer Beobachtungen, deren Zeiten man zuallererst korrigieren muss. Anschliessend muss man Tafeln dieser natürlichen Bewegung konstruieren und dazu meine Gleichungen verwenden. Meine Fundamentalgleichung konnte ich zwar nicht integrieren, was jedoch meinen Resultaten nichts anhaben kann, da ich alle Vorsicht walten liess. Bei der Addition der Konstanten kann man leicht einem Fehlschluss erliegen, was aber von Ihrer gründlichen Einsicht keineswegs anzunehmen ist.

Vielleicht sind unsere Theorien letztlich gar nicht so verschieden, wie wir gemeint haben, weil wir eben das Problem aus verschiedenen Gesichtspunkten betrachten. Ich wüsste gern, ob Ihre Bestimmungen, die Sie mit Approximationen von 5 zu 5 Grad erhalten haben, mit denjenigen übereinstimmen, die Sie mittels Ihrer zweiten Methode gefunden haben, nachdem Sie die Fundamentalgleichung integriert haben; ich habe einigen Grund, daran zu zweifeln. In einem früheren Schreiben haben Sie mir gemeldet, die Bestimmungen kämen der Natur näher, wenn man die Sonne als fest betrachtet anstatt als um den gemeinsamen Schwerpunkt beweglich, und von dieser Meinung weichen Sie jetzt ab. Will man die Sonne als beweglich betrachten, so halte ich die gewöhnliche Methode für etwas problematisch und glaube fast, dass die ganze Mathematik in der Welt nicht ausreiche, um alle Schwankungen genau zu berechnen, weil es nicht erlaubt ist, die Theorien der Himmelskörper voneinander zu trennen, und es gleichsam unmöglich ist, die Ungleichheiten im ganzen System gleichzeitig zu bestimmen<sup>[7]</sup>.

Damit verbleibe ich mit der denkbar grössten Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 22. September 1747.

R 172 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers von Anfang September 1747  
 Basel, 22. September 1747  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 134–135v  
 Publ.: Fuss 2, p. 626–629

- [1] Cf. Brief Nr. 83, Anm. 2.
- [2] J. I. Bernoulli starb gut drei Monate später am 1. Januar 1748.
- [3] Cf. Brief Nr. 82, Anm. 4.
- [4] Cf. Brief Nr. 84, Anm. 4, sowie O. IV A, 5, p. 183, Anm. 2.
- [5] Cf. Le Monnier (1746, p. liv–lviii).
- [6] Die Grössen  $\gamma$ ,  $\alpha$  und A (gemeint ist eine griechische Majuskel Alpha) sind die Inkremente,  $c + \gamma$ ,  $a + \alpha$  und  $A + A$  die neuen Anfangsbedingungen zu Beginn der zweiten Konjunktion.
- [7] In § 17 von E. 120 bezieht Euler die Bewegung des Saturn auf das Ruhesystem der Sonne. Die auf diese wirkenden Anziehungskräfte von Jupiter und Saturn müssen daher in umgekehrter Richtung auf Saturn angebracht und berücksichtigt werden, was Euler in § 18 durchführt. Die Sonne bleibt somit nur fiktiv als Ursprung des Koordinatensystems in Ruhe, *de facto* bewegt sie sich natürlich um das bezüglich eines Inertialsystems ruhende Baryzentrum des Sonnensystems. Den Inhalt dieser zwei Paragraphen scheint Daniel Bernoulli auf Grund seiner Äusserungen immer noch nicht verstanden zu haben. Hingegen trifft seine Vermutung zu, dass das Dreikörperproblem Sonne–Jupiter–Saturn nicht in analytisch geschlossener Form, sondern nur näherungsweise durch «schlüpfrige» numerische Methoden gelöst werden kann.

86

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 9. März 1748

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Es ist mir wohl niemahls in sinn gekommen, daß Ew. HEdgb. mir möchten mit vorsatz einigen schaden wegen meiner Petersburger pension zugefügt haben; ich kenne Ihr aufrichtiges gemüht und Dero wahre freundschaft, mit deren Sie mich beehren, viel zu wohl umb etwas dergleichen praesumieren zu können. Ich kan aber nicht bergen, daß ich in dem wahn gestanden, Sie haben etwan auß unvorsichtigkeit anlaaß zu diesem handel gegeben indeme Sie von meiner vocation mit weit größerer sicherheit geredt alß Sie ursach darzu gehabt haben, dan ich könnte sehr viele exempel citieren meinen wahn zu bevestigen. Deme seje nun aber, wie ihm wolle, so will ich hertzlich gern alles in vergeßenheit stellen und bedancke mich für die obligeante entschuldigungen, die Ew. HEdgb. mir zu machen beliebt haben, und für die eclaircissemens, welche Sie darzu gefüget haben: ich recommendiere mich also noch ferner in Dero mir bishero bezeügten aufrichtigen freundschaft und gewogenheit, der ich Sie versichere, daß ich mich gegen Ew. HEdgb. noch ferner als ein wahrer freünd und diener in allen begebenheiten erzeigen werde<sup>[1]</sup>.

Was nun endlich meine pension anbelangt, so will ich solche gern sacrificieren, weil es doch sejn muß, obschon ich finde, daß man mir unrecht thut. Am meisten nimt mich wunder daß der H. Praesident (K. Razumovskij), der mir so positive die pension versprochen, und gegen dene ich mich in allen occasionen so unterdienstbar erwiesen, mich nunmehr so hart ansiehet. Ich hab alzeit bezeüget, man könne mich nicht mehr obligieren als wan man mir gelegenheit an die hand gebe, der Academi nutzliche dienst zu laisten; ich hab ferner versichert, daß ich es niemahls an pieces werde ermanglen laßen und deren andere einsenden werde, so bald ein mangel daran sejn werde.

Betreffend die frag ob ich nicht nunmehr nach meines seel[igen] Vatters absterben die Petersburger vocation annehmen wolle, so kan ich Ew. HEdgb. bej meiner ehr versichern daß ich nicht im stand wäre solches zu thun, wan ich auch noch so großen lust darzu hätte; ich bin seit geraumer zeit sehr *valetudinarius* und bin *dato* nicht im stand meine hiesige geschäfft zu verrichten, will geschweigen eine so große reiß zu thun und ein so hartes Clima zu bewohnen; ich bitte also Ew. HEdgb. ohngeacht deßen, was passiert ist, meine schuldige danckbarkeit dem H. Praesidenten (K. Razumovskij) zu bezeügen, für die ehr, die man mir anthut und für das gütige vertrauen so man in mich setzet; ich sage dieses nicht umb mir etwa meine pension zu conservieren, sondern von hertzen, und belieben Sie nur in meinem nammen dem H. Praesidenten zu melden, ich stelle ihme alles anheim, wie er es so wohl wegen dem vergangenen als wegen dem zukünfftigen machen wolle.

Der H. Passavant wird wegen meiner gegenwärtigen schwächlichen gesundheit können nachricht geben; Sonsten habe ich ohne die pension mehr, alß ich zu mei-

nem ehrlichen außkommen gebrauche und sehe ich die gantze sach mit philosophischen augen an.

Ich bedancke mich wegen der bezeügten condolenz und recipiere gegen Ew. HEdgb. und die samtliche wertheste familien den darbey gefügten guten wunsch. Ich muß meinem seel[igen] Vatter nachsagen, daß er ein aufrichtiger verehrer gewesen von Ew. HEdgb. und derselben seltenen merites, so wie ich auch in allen begebenheiten meine sonderbahre hochachtung allen leüten vor Sie zu bezeügen mir eine frewd mache.

Wegen der *theoria Saturni* hab ich noch viel anständ; ich kan nicht begreifen, wie Ew. HEdgb. *posito Sole fixo* eine aequation von nur 9' finden, da ich solche biß auff etlich und dreißig minuten befunden; wan mir Dero penetration nicht so wohl bekant wäre, solte ich mejnen Sie haben ihren *methodum integrandi* nicht nach den umständen accommodiert<sup>[2]</sup>; ich bin curios worin ich mich versehen habe und wünschete ich, daß meine piece ohne nammen möchte getruckt werden, damit mich Ew. HEdgb. corrigieren könnten<sup>[3]</sup>.

Was den *motum apogei Lunae* anbelangt, so will ich zwar Ew. HEdgb. und des H. Clairauts *calculos* richtig glauben; aber solches überzeüget mich noch nicht, daß die *attractiones* nicht *exacte* sejen *in ratione reciproca quadrata distantiarum*, dan es kan sejn, daß der *motus apogei* noch von einer anderen ursach herrühre, welche unß unbekant ist. Die *actio vorticum* komt mir auch sehr suspect vor, dan dadurch müste der Mond innerthalb etlichen taußend jahren veränderungen gelitten haben, so man nicht vermuthen kan. Wan aber Dero muhtmaßungen richtig sind, so ist alle hoffnung die *astronomiam* weiters zu befördern verschwunden<sup>[4]</sup>.

Den begelegten brieff an H. (Johannes) Stahelin hab ich so gleich spediirt; H. Gmelin wird nun bald, wie H. Stähelin sagt, seine abreiß naher Petersburg antretten. H. Gmelin hat dem H. Stähelin von meiner Petersburger vocation als von einer richtigen sach geredt<sup>[5]</sup>; ich kan mir nicht einbilden, was doch bej allen leüten diese zuversicht erwecket habe; wenigstens ist es nicht meine schuld.

Schließlichen bitte Ew. HEdgb. meiner beständigen aufrichtigsten ergebenheit versichert zu sejn und verharre mit aller möglichsten hochachtung,

Ew. HochEdelgebohrnen  
gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 9. *mart.* 1748.

Die HH. Passavant und (R.) Battier, sind den 7. von hier verrejst<sup>[6]</sup>.

### Übersetzung

⟩...⟨

Es ist mir niemals in den Sinn gekommen, dass Sie mir hinsichtlich meiner Petersburger Pension vorsätzlich hätten schaden wollen. Ich kenne Ihre Aufrichtigkeit und die wahre Freundschaft, mit der Sie mich beehren, viel zu gut, um etwas Derartiges anzunehmen. Ich kann Ihnen aber nicht verbergen, dass ich mich in dem Irrtum befand, Sie hätten vielleicht aus mangelnder Vorsicht Anlass zu diesem Vorgang gegeben, indem Sie von meiner Berufung mit viel grösserer Sicherheit gesprochen hätten, als Sie Grund dazu hatten: denn ich könnte viele Beispiele aufzählen, die diesen Irrtum erhärteten. Dem sei nun aber, wie ihm wolle; ich will jetzt herzlich gern alles der Vergessenheit anheimstellen und bedanke mich für Ihre zuvorkommende Entschuldigung wie auch für die Aufklärung, die Sie hinzugefügt haben. Ich empfehle mich also weiterhin Ihrer bisher bezeugten aufrichtigen Freundschaft und Gewogenheit und versichere Ihnen, mich Ihnen gegenüber auch weiterhin als wahrer Freund und Diener in allen Belangen zu erweisen<sup>[1]</sup>.

Was schliesslich meine Pension anbelangt, so will ich diese – da es doch sein muss – gern opfern, obschon ich finde, dass man mir Unrecht tut. Am meisten wundert mich, dass der Herr Präsident ⟨K. Razumovskij⟩, der mir die Pension so ausdrücklich versprochen hat und welchem gegenüber ich mich bei allen Gelegenheiten so dienstbeflissen erwiesen habe, jetzt so hart über mich urteilt. Ich habe stets bezeugt, dass man mich nicht in grösserem Masse verpflichten könne, als wenn man mir dazu Gelegenheit böte, der Akademie nützliche Dienste zu leisten. Des weiteren habe ich versichert, dass ich es nie an Abhandlungen fehlen lassen und weitere einsenden würde, sobald es daran mangeln sollte.

Hinsichtlich der Frage, ob ich jetzt, nach dem Ableben meines Vaters, die Berufung nach Petersburg nicht doch annehmen möchte, kann ich Ihnen bei meiner Ehre versichern, dass ich dazu nicht instande wäre, auch wenn ich noch so grosse Lust dazu hätte: Seit geraumer Zeit bin ich sehr kränklich und im Augenblick nicht in der Lage, meine hiesigen Geschäfte zu erledigen, geschweige denn eine so grosse Reise zu unternehmen und in einem so rauhen Klima zu leben. Ich bitte Sie also – ungeachtet dessen, was sich zugetragen hat –, dem Herrn Präsidenten ⟨K. Razumovskij⟩ meine Dankbarkeit zu bezeugen für die mir erwiesene Ehre und das gütige Vertrauen, das man in mich setzt. Ich sage das nicht etwa, um mir meine Pension zu erhalten, sondern von Herzen: bitte melden Sie in meinem Namen dem Herrn Präsidenten, dass ich ganz ihm anheimstelle, wie er es sowohl wegen des Vergangenen wie auch des Künftigen einrichten will.

Über meine gegenwärtig geschwächte Gesundheit wird Herr Passavant berichten können. Auch ohne die Pension habe ich mehr, als ich zu meinem ehrlichen Auskommen benötige, und ich betrachte die ganze Sache mit philosophischem Blick.

Ich danke Ihnen für Ihre Kondolenz und erwidere Ihnen und der ganzen werten Familie die angefügten guten Wünsche. Ich kann von meinem verstorbenen Vater sagen, dass er ein aufrichtiger Verehrer von Ihnen und Ihren ausserordentlichen



Verdiensten gewesen ist, so wie auch ich mir daraus eine Freude mache, bei jeder Gelegenheit meine besondere Hochachtung für Sie allen Leuten zu bezeugen.

Die Theorie des Saturn macht mir noch viel zu schaffen. Ich kann nicht begreifen, wie Sie mit der Annahme einer festen Sonne eine Abweichung von nur 9' finden, wo ich auf etwas mehr als 30' komme. Wäre mir Ihr Scharfsinn nicht so gut bekannt, so würde ich meinen, Sie hätten Ihre Integrationsmethode nicht den Umständen angepasst<sup>[2]</sup>. Ich bin neugierig darauf, wo ich einen Fehler gemacht habe, und ich wünschte, dass meine Preisschrift anonym gedruckt würde, damit Sie mich korrigieren könnten<sup>[3]</sup>.

Was die Bewegung des Mondapogäums betrifft, will ich zwar Ihre und Herrn Clairauts Rechnungen für richtig halten, doch überzeugt es mich noch nicht, dass die Anziehungen nicht genau im reziproken quadratischen Verhältnis der Abstände seien, denn es kann sein, dass die Bewegung des Apogäums noch eine andere, uns unbekannte Ursache hat. Die Einwirkung von Wirbeln kommt mir auch sehr suspekt vor, denn dadurch müsste der Mond im Laufe von etlichen tausend Jahren Veränderungen erlitten haben, die man nicht annehmen kann. Wenn jedoch Ihre Mutmassungen richtig sind, so ist es gänzlich hoffnungslos, die Astronomie noch weiter voranzubringen<sup>[4]</sup>.

Den für Herrn (Johannes) Stähelin beigelegten Brief habe ich sofort spediert. Herr Gmelin wird, wie Herr Stähelin sagt, bald seine Reise nach Petersburg antreten. Herr Gmelin sprach gegenüber Herrn Stähelin von meiner Berufung nach Petersburg als von einer Tatsache<sup>[5]</sup>. Ich kann mir nicht vorstellen, was bei allen Leuten diese Zuversicht geweckt haben mag – mindestens bin ich daran unschuldig.

Schliesslich bitte ich Sie, meiner ständigen aufrichtigen Ergebenheit sicher zu sein, und verbleibe mit aller möglichen Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 9. März 1748.

Die Herren Passavant und (R.) Battier sind am 7. von hier abgereist<sup>[6]</sup>.

R 173 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Februar 1748  
 Basel, 9. März 1748  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 136–137v  
 Publ.: Fuss 2, p. 630–631

[1] Cf. Brief Nr. 83, Anm. 2.

[2] Cf. Brief Nr. 85, Anm. 9.

[3] D. Bernoullis Preisschrift über die Theorie des Saturn wurde letztlich nicht veröffentlicht; eine Kopie mit dem Titel *Recherches Mechaniques et Astronomiques sur la theorie de Saturne et de Jupiter* findet sich in der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 33). D. Bernoulli wählte für die eingereichte Preisschrift (cf. *Proc.-verb.* 1748: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55743d.r>, p. 165) die Devise *Labor improbus omnia vincit* (Vergil,

*Georgica* I, 145). – Anscheinend rechnete Bernoulli zur Zeit der Abfassung dieses Briefs noch damit, dass seine Abhandlung prämiert und mit Namensnennung gedruckt werden würde.

- [4] In seinem Antwortschreiben an Clairaut vom 30. September 1747 bestätigte Euler Clairauts Feststellung und dessen Vermutung, dass eine Modifikation des Gravitationsgesetzes nötig werden könnte (cf. O. IV A, 5, p. 175–177). Die Diskrepanz zwischen Theorie und Beobachtung veranlasste Euler, über mögliche Gründe zu spekulieren. Die nachfolgenden Untersuchungen haben Clairaut 1749 auf die Lösung dieses «Scheinproblems» geführt (cf. Waff 1976, Chapter V, sowie Waff 1995, p. 44–45): Daniel Bernoulli lag mit seinen Einwendungen also völlig richtig. Zu seinem Einwand gegen die Erklärung des Gravitationsgesetzes durch Wirbel cf. die Briefe Nr. 55–57 und 64.
- [5] Die enge Beziehung zwischen Johannes Stähelin und J.G. Gmelin wird durch den Umstand bestätigt, dass die beiden im Jahre 1743 ein gemeinsames Haus auf der Vasilievskij-Insel bewohnten. – Cf. den Brief von Heinsius an Euler vom 12. (1.) Juni 1743 (*Eulers Briefwechsel* 3, p. 83).
- [6] Passavant und R. Battier reisten am 7. März 1748 von Basel nach Berlin ab. – Cf. *Registres*, p. 336.

87

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 15. Mai 1748

HochEdelgebohrner

Hochgeehrtester Herr Professor!

Ich ersehe mit aller möglichsten erkantlichkeit wie sehr Sie die sach wegen meiner pension zu hertzen ziehen; ich werde mich in allem fahl leicht zufrieden stellen und begnüge mich mit den vielen kenzeichen Ew. HEdgb. werthesten freundschaftt, die Sie mir bej diesem anlaaß bereits erwiesen. Ich habe einen brieff von H. Teplof erhalten, worin er mich nochmahlen zu annehmung der Petersburger vocation zu persuadieren trachtet<sup>[1]</sup>; ich habe mich mit meiner annoch anhaltenden schwächlichen gesundheit excusiert, sonstn aber meine pension des H. Praesidenten ⟨K. Razumovskij⟩ Excellenz völlig anheim gestellet und nur gebetten mich zu berichten, weßen ich mich zu versehen habe, ob man mir alles, ein theil oder nichts zugedencke. Ich kan mich aber nicht resolvieren meiner dermahlen so schwachen gesundheit gewalt anzuthun umb einige pieces zu verfertigen, da noch eine zimliche anzahl derselben vorhanden sind. Wan ich je noch etwas zu erwarten habe, so wäre es endlich zeit mir solches, es seje viel oder wenig, zu übersenden. Man kan mir alsdan die conditionen darbey melden, unter welchen ich mich ferners einiger pension zu getrösten habe, und so ich selbigen nicht nachkomme, werde ich mich dadurch deren verlurstig machen. Mit lährer hoffnung mag ich mich nicht länger abspeisen laßen und will lieber die gantze sach auß dem sinn schlagen. Ew. HEdgb. trachten also mir eine positive und reelle resolution darüber zu verschaffen. Im übrigen habe ich noch einmahl die ehr Ew. HEdgb. zu versichern, daß mir mehr an Dero werthen freundschaftt gelegen, als an der pension; bitte also mir dieselbe noch ferners, wie bishero, zu accordieren und versichert

zu seyn daß ich mich jederzeit als einen wahren freünd und diener gegen Dieselbe aufführen werde.

Ich sehe daß Ew. HEdgb. die *astronomiam mechanicam* auff den höchsten gipfel gebracht haben<sup>[2]</sup>; Von Paris hab ich zwar lang keinen brieff erhalten, deßen ohngeacht kan ich Ihnen zu dem erhaltenen *praemio* gratulieren, dan es ist nicht möglich daß jemand anders in die geringste concurrenz mit Ihnen hätte können gezogen werden, welches ich auch dem H. Clairaut selber geschrieben habe<sup>[3]</sup>.

Ich glaube nicht daß die vacanzen bey der Pariser Academie annoch bestelle[t] sejen; man hat mir wollen einige hoffnung machen, daß ich meinem Vat[ter] seel[ig] succedieren wurde; sejt langer zeit aber hab ich nichts mehr von dieser sach gehört; ich wünsche daß wir beyde bey dieser Academi *collegae* werden möchten<sup>[4]</sup>.

Vor einigen tagen hab ich Dero herliches praesent empfangen. Solches ist *dato* noch bey dem Buchbinder; obschon ich also noch nichts darin habe ersehen können, so bin ich nichts desto weniger von deßen unschätzbahrem werth überzeüget und habe umb so viel mehr ursach mich nach aller möglichkeit für dieses kostbare werck zu bedancken<sup>[5]</sup>.

Mit H. D<sup>r</sup> Gmelin bin ich in keiner liaison; ich habe aber jederzeit für denselben viel freundschaft und hochachtung getragen; bitte demselben mein hertzliches compliment zu machen. Ich verwundere mich gar nicht, daß derselbe nicht wieder naher Petersburg zuruck kehren wolle. Da er aber ohne zweiffel auch mit einer pension ist dimittiert worden, nimt mich wunder, ob ihme solche wird bejbehalten werden. Obschon ich weiß, daß Ew. HEdgb. gut freünd sind mit dem Schuemacher, so kan ich mich doch nicht enthalten zu sagen, daß er die einzige ursach seje des großen mißcredits in deren die Petersburger Academie zu stehen scheint; dan durch seine verfluchte auffführung sind gantze millionen seit a. 1725 aufgewandt worden umb nichts als schand darvon zu tragen, da man mit diesem gelt der gantzen Nation so viel ehr und nutzen hätte machen können.

Ich empfehle mich bester maaßen in Ew. HEdgb. wertheste freundschaft und verbleibe mit schuldigster erkantlichkeit und möglichster hochachtung, nebst cordialer salutation an die wertheste familien, wie auch an die HH. <R.> Battier und Passavant,

Ewer HochEdelgebohrnen  
gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 15. may 1748.

P.S. Obschon ich seit geraumer zeit allen mathematischen meditationen hab absagen müßen, bitte doch von zeit zu zeit mir einige nachricht von Dero herlichen decouvertes, so Sie ohne unterlaß machen, zu geben.

### Übersetzung

}...{

Ich sehe mit grösster Erkenntlichkeit, wie sehr Sie sich die Sache mit meiner Pension zu Herzen nehmen. Ich bin in jedem Fall leicht zufriedenzustellen und begnüge mich mit den vielen Zeichen Ihrer so werten Freundschaft, die Sie mir aus diesem Anlass bereits bekundet haben. Ich habe einen Brief von Herrn Teplov erhalten, worin er mich einmal mehr zur Annahme der Berufung nach Petersburg zu überreden versucht<sup>[1]</sup>. Ich habe mich mit meiner noch immer anhaltenden schwächlichen Gesundheit entschuldigt, im Übrigen aber meine Pension dem Herrn Präsidenten (K. Razumovskij) völlig anheimgestellt und nur darum gebeten, mir zu berichten, worauf ich mich einstellen soll: ob man mir alles, einen Teil oder überhaupt nichts zuzusprechen gedenkt. Ich kann mich aber nicht dazu entschliessen, meiner derzeit so schwachen Gesundheit Gewalt anzutun, um einige Abhandlungen zu verfertigen, da doch noch eine ziemlich grosse Anzahl davon vorhanden ist. Wenn ich überhaupt noch etwas zu erwarten habe, so wäre es endlich an der Zeit, mir dies zu überschicken – sei es viel oder wenig. Man kann mir dann die Bedingungen melden, unter denen ich mich künftig mit einer Pension trösten könne, und insofern ich ihnen nicht nachkäme, würde ich mich derselben verlustig machen. Mit leerer Hoffnung mag ich mich nicht länger abspeisen lassen und will die ganze Sache lieber vergessen. Bitte versuchen Sie also, mir eine positive und klare Entscheidung darüber zu verschaffen. Im übrigen habe ich nochmals die Ehre, Ihnen zu versichern, dass mir mehr als an der Pension an Ihrer werten Freundschaft liegt, und ich bitte Sie nochmals, diese weiterhin wie bis jetzt zu pflegen und versichert zu sein, dass ich mich Ihnen gegenüber jederzeit als ein wahrer Freund und Diener verhalten werde.

Ich sehe, dass Sie die Himmelsmechanik auf den höchsten Gipfel geführt haben<sup>[2]</sup>. Aus Paris habe ich zwar schon lange keinen Brief erhalten, doch kann ich Ihnen dessen ungeachtet zu dem erhaltenen Preis gratulieren, denn es ist unmöglich, dass irgendein anderer im Geringsten mit Ihnen hätte konkurrieren können, was ich auch Herrn Clairaut selber geschrieben habe<sup>[3]</sup>.

Ich glaube nicht, dass die Vakanzen an der Pariser Akademie schon geregelt sind. Man wollte mir einige Hoffnung machen, dass ich der Nachfolger meines Vaters werden würde, doch seit langer Zeit habe ich nichts mehr davon gehört. Ich wünschte, dass wir beide Kollegen in dieser Akademie werden könnten<sup>[4]</sup>.

Vor einigen Tagen habe ich Ihr herrliches Geschenk erhalten; es ist zur Zeit noch beim Buchbinder. Obgleich ich also noch nichts davon habe sehen können, bin ich nichtsdestoweniger von seinem unschätzbaren Wert überzeugt und habe um so mehr Grund, mich nach bester Möglichkeit für dieses kostbare Werk zu bedanken<sup>[5]</sup>.

Mit Dr. Gmelin stehe ich nicht in Verbindung, doch habe ich jederzeit viel Freundschaft und Hochachtung für ihn empfunden. Bitte grüssen Sie ihn herzlich von mir. Es wundert mich keineswegs, dass er nicht wieder nach Petersburg zurückkehren will. Da er aber zweifellos auch mit einer Pension entlassen worden ist,

bin ich gespannt, ob ihm diese belassen werden wird. Obschon ich weiss, dass Sie mit Schumacher gut Freund sind, kann ich mich doch nicht enthalten zu sagen, dass er die einzige Ursache des grossen Misskredits ist, in welchem die Petersburger Akademie zu stehen scheint, denn durch sein verfluchtes Gebaren sind seit 1725 Millionenbeträge aufgewendet worden, um nichts als Schande davonzutragen, wo man doch mit diesem Geld der ganzen Nation viel Ehre und Nutzen hätte bringen können.

Ich empfehle mich bestens Ihrer werten Freundschaft und verbleibe mit Erkenntlichkeit und grösstmöglicher Hochachtung – nebst herzlichem Gruss an die liebe Familie wie auch an die Herren ⟨R.⟩ Battier und Passavant,

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

Basel, den 15. Mai 1748.

P. S. Obschon ich seit geraumer Zeit allen mathematischen Forschungen habe entsagen müssen, bitte ich Sie doch, mir von Zeit zu Zeit Nachricht von Ihren herrlichen Entdeckungen zu geben, die Sie unablässig machen.

R 174 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom April 1748  
Basel, 15. Mai 1748  
Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 138–138v  
Publ.: Fuss 2, p. 632–633

- [1] Dieser Brief Téplov's ist nicht erhalten geblieben.
- [2] Im Original verwendet D. Bernoulli den Ausdruck *Astronomia mechanica* für die Himmelsmechanik, möglicherweise mit Bezug auf Eulers Abhandlungen E. 834 oder E. 835, die zwar erst postum publiziert wurden, die Euler aber in seinen nicht erhalten gebliebenen Briefen an ihn erwähnt haben könnte. P.H. Fuss verweist zu dieser Stelle im zweiten Band seiner Korrespondenz-Edition (Fuss 2, Fussnote p. 632) auf sein Verzeichnis von Eulers Werken im ersten Band, wo er die Abhandlung E. 834 unter Nr. 756 aufführt (Fuss 1, p. CXIX). Da Euler aber im Anhang zu dieser Abhandlung die vermeintliche Wirkung des Kometen von 1759 bestimmt, muss sich der Hinweis von Daniel Bernoulli auf E. 835 beziehen, was inhaltlich durchaus plausibel erscheint.
- [3] Im Jahre 1748 wurde Eulers Schrift über die Ungleichheiten in den Bewegungen von Saturn und Jupiter (E. 120) mit dem Preis der Pariser Akademie gekrönt. Die Preisrichter gaben ihren Entscheid in der Sitzung vom 24. April bekannt (cf. *Proc.-verb.* 1748: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k55743d.r>, p. 165; *Mém. Paris* (1748), 1752, Hist., p. 122–123). Bereits am 27. April teilte Clairaut Euler das Resultat mit: «Je ne sais si vous etes deja informé que vous avés remporté le prix de l'Acad[émie] concernant la question de Saturne» (O. IV A, 5, p. 182). Am 4. Mai 1748 schrieb Euler an Goldbach: «Hier geht das Gerücht, daß von der Academie zu Paris für dieses Jahr der gantze Preiß mir zuerkannt worden, worüber vielleicht morgen die Nachricht selbst erhalten werde» (O. IV A, 4, p. 418/962), und am 11. Mai 1748 an Schumacher: «Dieser Tage habe ich aus Paris die Nachricht erhalten, daß für dieses Jahr der Preiß bey der Academie mir gantz zuerkannt worden, welcher 2500 Livres beträgt» (*Eulers Briefwechsel* 2, p. 128). Eulers Preisschrift E. 120 wurde von Clairaut zum Druck vorbereitet und am 9. August 1749 distribuiert (cf. O. IV A, 5, p. 187f, Anm. 1f).

- [4] Am 24. Juni 1748 wurde D. Bernoulli als Nachfolger seines verstorbenen Vaters von Ludwig XV. als Auswärtiges Mitglied der Pariser Akademie bestätigt. Euler wurde erst 1755 als *surnuméraire* ernannt und 1761 zum regulären *associé étranger* befördert.
- [5] Damit ist Eulers *Introductio* gemeint.

88

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, August 1748

HochEdelgebohrner Herr  
Hochgeehrtester Herr Professor

Allervorderst sage ich Ew. HEdelgebohrnen danck für Dero gratulation zu meiner reception in die Pariser Academi<sup>[1]</sup> und wünsche daß ich Ew. HEdgb. bey der nächsten vacanz ein gleiches compliment machen könne. Es ist mir sehr lejd wan Sie meinetwegen einigen verdruß bey der Petersburger Academi empfunden; wan H. Teplof Sie beschuldiget daß ich von Ew. HEdgb. abgemahnet worden meine vocation anzunehmen, so offeriere ich mich jederzeit eine schriftliche declaration von mir zu geben, wodurch genugsam erhalten wird, wie ungegründet diese anklage seje<sup>[2]</sup>. Man thut wohl daß man die Academi aldort mit national *subjectis* versehen will, da die erfahrung gelehret wie schwär es seje außwärtige *subjecta* zu erhalten.

Ich werde Ew. HEdgb. verbunden sejn, wan Sie mir die pieces sur les vents schicken wollen<sup>[3]</sup>; ich bitte Sie den 9<sup>ten</sup> und 10<sup>ten</sup> *tomum* von den *Commentariis* der Petersburger Academi für mein gelt darzu zu fügen und mit nächster gelegenheit zu senden; das praenumerierte gelt werde ich samt allen gehabtten kösten mit danck wieder restituiren, worzu ich alle tag gelegenheit haben werde. Wan Ew. HEdgb. Dero *Scientia navalis* in Petersburg trucken laßen, wird das *publicum* dieses herrlichen wercks noch lang beraubt bleiben<sup>[4]</sup>.

Ich sehe daß keine hoffnung auff des Schumachers wort kan gemacht werden und nimt mich wunder daß Ew. HEdgb. noch einige reflexion darauff machen. H. Prof. Ramspeck hat mir verwichen bey H. (Johannes) Stähelin (alwo wir zu mittag gespiesen und Ew. HEdgb. gesundheit mit einem guten Champagner getruncken) *inter pocula* vieles von dem Teplof und seinem Eleve (K. Razumovskij) erzehlet, und mich dadurch in meinem gefastem concept verstärcket. Nach dieses H. Prof. Ramspecks erwehlung ist die sach durch die hiesige Academi und den Magistrat dahin gelaitet worden, daß er nunmehr *Professionem eloquentiae* besitzt, mein bruder (Johann II) hingegen die *professionem matheseos* und dieser zwar mit demjenigen *addidamento*, welches mein seel[iger] Vatter gehabt und nicht viel weniger ist als die haupt pension<sup>[5]</sup>.

Es ist wahr daß des H. De l'isle brieff sehr cavallierisch ist; es scheint aber er habe sich an meinem exempel gespiegelt und wenig hoffnung gehabt zu der versprochenen pension, welche man ihme ohne zweiffel nur versprochen umb ihm das maul zu stopffen und an dem narren sejl herumbzuführen ohne jemahls im

sinn zu haben solche zu geben. Es werden noch andere inconvenienzen mehr auf dieser maxime entstehen.

Ich habe auch nicht über die frage von den Courans gearbeitet<sup>[6]</sup> und werde über den *Saturnum* auch nichts arbeiten, obschon einige so vielleicht meine vorige piece gesehen mich darzu haben animieren wollen<sup>[7]</sup>. Es ist in gantz Basel kein astronomisch buch welches ich darzu gebrauchen könnte. Wan ich viele observationen hätte, wolte ich große hoffnung schöpfen die wahre *theoriam Saturni* finden zu können. Man kan zwar unterschiedene *hypotheses* machen; man müste aber einen theil der observationen gebrauchen umb die wahre *hypotheses* zu finden und die übrige observationen umb seine *theoriam* zu confirmieren.

Ich will doch hier eine *tabulam* beifügen, welche ich obschon nur grosso modo außgerechnet *in hypothesi* daß die Sonne vollkommen still stehe und also *inertiam veluti infinitam* habe. Diese *tabulam* will ich nachgehends explicieren<sup>[8]</sup>.

Elongations	Corrections des tems	Elongations	Corrections des tems
Conjonction 1	– 0,000 000 <i>T</i>	Opposition 2	– 0,006 293 <i>T</i>
30 deg.	– 0,000 432 <i>T</i>	210 deg.	– 0,014 632 <i>T</i>
60	– 0,001 935 <i>T</i>	240	– 0,021 542 <i>T</i>
90	– 0,004 545 <i>T</i>	270	– 0,025 897 <i>T</i>
120	– 0,007 716 <i>T</i>	300	– 0,026 867 <i>T</i>
150	– 0,010 749 <i>T</i>	330	– 0,024 096 <i>T</i>
Opposition 1	– 0,012 995 <i>T</i>	Conjonction 3	– 0,018 131 <i>T</i>
210	– 0,013 869 <i>T</i>	30	– 0,010 845 <i>T</i>
240	– 0,012 953 <i>T</i>	60	– 0,004 272 <i>T</i>
270	– 0,010 083 <i>T</i>	90	0,000 573 <i>T</i>
300	– 0,005 317 <i>T</i>	120	0,003 333 <i>T</i>
330	0,000 998 <i>T</i>	150	0,003 964 <i>T</i>
Conjonction 2	0,007 878 <i>T</i>	Opposition 3	0,002 665 <i>T</i>
30	0,013 339 <i>T</i>	210	– 0,000 094 <i>T</i>
60	0,015 570 <i>T</i>	240	– 0,003 665 <i>T</i>
90	0,014 091 <i>T</i>	270	– 0,007 333 <i>T</i>
120	0,009 321 <i>T</i>	300	– 0,010 352 <i>T</i>
150	0,002 140 <i>T</i>	330	– 0,012 113 <i>T</i>
Opposition 2	– 0,006 293 <i>T</i>	Conjonction 4	– 0,012 640 <i>T</i>

In dieser taffel bedeütet *T* das *tempus medium respondens elongationi* 30°, oder ungefähr  $603\frac{1}{3}$  *dies*. Diese *tabulam* kan man nicht gebrauchen umb andere *tabulas* zu corrigieren; dan die *tabulae Keplerianae* sind construirt auff falschen *elementis* und die *elementa* sind unbeständig; man muß deswegen die sach also angreifen<sup>[9]</sup>: Man nimt eine *conjunctionem quaecunque*, welche man *primam* nent; wäre nun



die elongation zwischen *Jupiter* und *Saturno*  $150^\circ$  *immediate* nach der ersten conjunction, so zeigt die *tabula*  $-0,010749T$ , oder  $6\frac{1}{2}$  tag. Das *signum negativum* zeigt, daß der *Saturnus*  $6\frac{1}{2}$  tag eher an seinen ort kommen ist, als er wurde gekommen seyn, wan er nicht wäre von dem *Jupiter* acceleriert worden. Des wegen müste man zu dem *tempore observationis*  $6\frac{1}{2}$  tag darzuthun; ich sage nun wan man alle *tempora observationis* ändert, so wird der *motus* mit den *legibus Keplerianis* übereinkommen: aber die *tabulas secundum leges Keplerianas* kan man nicht verfertigen ohne meine *tabulam*, weilen man die *observationes* corrigieren muß umb die *elementa requisita ad constructionem tabularum* zu determinieren: Man kan aber hier fragen, was für ein unterschied seyn könne zwischen *Conjunctione prima, secunda et tertia*; hierauff antworte ich daß freilich ein unterschied seje, weilen diese conjunctionen nicht *in eodem loco orbitae* geschehen; man kan zwar eine jede conjunction *primam* nennen, aber man muß solche behalten. Wolte man gleich anfangs eine andere *conjunctionem* als *primam* annehmen, so wurden doch unsere correctionen recht seyn, dan es wurden andere *elementa* heraußkommen, nach welchen die *accelerationes et retardationes Saturni* müsten aestimiert werden, so daß die *differentiae inter utrumque motum* doch können *eadem* seyn. Ich weiß nicht ob ich mich in so wenig worten hab explicieren können; wan aber Ew. HEdgb. solches verstanden haben, so könnten Sie einige gute observationen gebrauchen umb die *elementa Saturni* zu determinieren, und alsdan sehen ob die übrige observationen meiner *tabulae* ungefehr respondieren. Bei diesen observationen aber muß man alzeit die *elongationes correspondentes* wissen und zwar *ratione primae conjunctionis assumtae*, so daß es nicht indifferent ist die *elongationem ex. gr.* von  $60^\circ$ , oder von  $420^\circ$ , oder von  $780^\circ$  zu nehmen: wan nun meine obige correctionen gar nicht solten den *aberrationibus* respondieren, wäre es ein zeichen, daß man *motum Solis circa centrum gravitatis systematis* noch müste considerieren; ich bin aber versichert daß meine methode gut und richtig ist; solche komt auch mit vielen *phaenomenis* überein. Solte es geschehen daß meine correctionen einiger maßen richtig wären, so wurde der *defectus* nur herkommen, weilen ich in meinen letsten *calculis* vieles obenhin außgerechnet, welches ich hätte können accurat bestimmen, wan ich alle mühe hätte anwenden wollen; unterdeßen komt mir alzeit vor, als wan einige sachen, so Sie mir überschrieben nicht mit meiner theori bestehen können<sup>[10]</sup>.

Wan Ew. HEdgb. des Bradleys theori *de nutatione axis Terrae ab attractione Lunae et figura compressa Terrae oriunda*<sup>[11]</sup> examiniert haben, bitte mir Dero meynung darüber zu melden; mich dunckt inzwischen diese *oscillationes Terrae* müsten *continue* zunehmen, weilen ich nicht sehe, was für *obstacula* diese *nutationes* zu überwinden haben<sup>[12]</sup>. Daß bei der letsten *eclipsi solari* der *discus Solis* mercklich größer worden, hab ich gemuhtmaaket; ich zweiffle aber noch ob solches einzig der *atmospherae Lunae* zuzuschreiben und glaube daß es *attractioni Lunae*, durch welche die *radii solares* incurviert werden, müße zugeschrieben werden, weilen solches andere *phaenomena* beweijßen<sup>[13]</sup>.

Von dem H. von Maupertuis hab ich nichts vernommen als daß er solle sich in Paris befinden.

Schließlichen bitte Dero geehrtesten familie meine gehorsamste empfehlung zu machen, wie auch an die HH. Passavant und ⟨R.⟩ Battier; Es nimt mich wunder daß der erstere sich so wenig last angelegen sejn mir die *manuscripta*, so ich ihme geliehen, wieder zu verschaffen.

Wie gehet es dem H. Bruckner in Berlin?

Ich verharre mit möglichster hochachtung

Ewer HochEdelgebohrnen

gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

⟩...⟨

Zunächst danke ich Ihnen für Ihre Gratulation zu meiner Aufnahme in die Pariser Akademie<sup>[1]</sup> und wünschte, Ihnen anlässlich der nächsten Vakanz das gleiche Kompliment machen zu können. Ich bedaure sehr, dass Sie meinetwegen Verdruss bei der Petersburger Akademie hatten. Wenn Herr Teplov Sie beschuldigt, Sie hätten mir von der Annahme meiner Berufung dringend abgeraten, so offeriere ich mich jederzeit, eine schriftliche Erklärung abzugeben, aus welcher zur Genüge ersichtlich sein wird, wie unbegründet diese Anschuldigung ist<sup>[2]</sup>. Man tut gut daran, dass man dort die Akademie mit einheimischen Personen besetzen will, nachdem die Erfahrung gezeigt hat, wie schwierig es ist, auswärtige zu bekommen.

Ich werde Ihnen verbunden sein, wenn Sie mir freundlicherweise die Preisschriften über die Winde schicken<sup>[3]</sup>. Ich bitte Sie, den 9. und 10. Band der *Petersburger Kommentare* – auf meine Rechnung – hinzuzufügen und mir bei nächster Gelegenheit zuzustellen. Das vorgeschossene Geld werde ich samt allen Spesen mit Dank zurückerstatten, wozu ich täglich Gelegenheit habe. Wenn Sie Ihren Traktat über die Schiffswissenschaft in Petersburg drucken lassen, wird das Publikum noch lange dieses herrlichen Werkes beraubt bleiben<sup>[4]</sup>.

Ich sehe, dass auf Schumachers Wort nicht zu bauen ist, und es wundert mich, dass Sie überhaupt noch darauf zählen. Herr Prof. Ramspeck hat mir kürzlich bei Herrn ⟨Johannes⟩ Stähelin (wo wir diniert und mit einem guten Champagner auf Ihre Gesundheit angestossen haben) zwischen Trinksprüchen vieles von Teplov und seinem Eleven ⟨K. Razumovskij⟩ erzählt und mich dadurch in meinem gefassten Entschluss bestärkt. Im Anschluss an die Wahl dieses Herrn Prof. Ramspeck haben die hiesige Akademie und der Magistrat entschieden, dass er jetzt die Professur für Eloquenz und mein Bruder ⟨Johann II⟩ diejenige für Mathematik einnimmt, und zwar mit derselben Gehaltszulage, die mein Vater hatte und die nicht viel weniger als die Hauptpension beträgt<sup>[5]</sup>.

Es stimmt, dass der Brief von Herrn Delisle sehr ungeniert ist, doch macht es den Anschein, er habe sich an mir ein Beispiel genommen und sich wenig Hoffnung auf die versprochene Pension gemacht, die man ihm zweifellos nur zugesagt hat,

um ihm das Maul zu stopfen und ihn am Narrenseil herumzuführen, ohne je im Sinn gehabt zu haben, ihm diese zu geben. Aus dieser Maxime werden noch mehr andere Unzuträglichkeiten entstehen.

Über die Frage nach den Strömungen habe ich auch nicht gearbeitet<sup>[6]</sup> und werde das auch nicht über den Saturn tun<sup>[7]</sup>, obgleich einige Leute, die vielleicht meine vorherige Preisschrift gesehen haben, mich dazu animieren wollten. In ganz Basel gibt es kein astronomisches Buch, welches ich dazu gebrauchen könnte. Wenn ich viele Beobachtungsdaten hätte, hätte ich grosse Hoffnung, die wahre Theorie des Saturn finden zu können. Man kann zwar verschiedene Hypothesen aufstellen, müsste jedoch einen Teil der Beobachtungen verwenden, um die richtigen Hypothesen zu finden, und die übrigen Beobachtungen, um die Theorie zu bestätigen.

Hier möchte ich doch eine Tabelle anfügen, die ich – wenn auch nur grosso modo – berechnet habe unter der Hypothese, dass die Sonne vollkommen stillstünde und also eine gleichsam unendliche Trägheit hätte. Diese Tabelle will ich im folgenden erklären<sup>[8]</sup>.

In dieser Tabelle bedeutet  $T$  die mittlere Zeit, die einer Elongation von  $30^\circ$  entspricht, oder ungefähr  $603\frac{1}{3}$  Tage. Man kann diese Tabelle nicht zur Korrektur von anderen Tafeln verwenden, denn die Keplerschen Tafeln sind auf falschen Elementen aufgebaut, und die Elemente sind unbeständig. Deshalb muss man die Sache folgendermassen anpacken<sup>[9]</sup>: Man nimmt eine beliebige Konjunktion, welche man die erste nennt. Beträgt nun die Elongation zwischen Jupiter und Saturn  $150^\circ$  unmittelbar nach der ersten Konjunktion, so zeigt die Tabelle  $-0.010\,749\,T$  oder  $6\frac{1}{2}$  Tage. Das Minuszeichen zeigt an, dass der Saturn  $6\frac{1}{2}$  Tage früher seinen Ort erreicht hat, als er ihn erreicht hätte, wenn er nicht durch Jupiter beschleunigt worden wäre. Deshalb müsste man zur Beobachtungszeit  $6\frac{1}{2}$  Tage addieren, und ich sage nun: Ändert man alle Beobachtungszeiten, so wird die Bewegung mit den Keplerschen Gesetzen übereinstimmen. Doch die Tafeln gemäss den Keplerschen Gesetzen kann man ohne meine Tabelle nicht aufstellen, weil man die Beobachtungen korrigieren muss, um die zur Konstruktion der Tafeln erforderlichen Elemente zu bestimmen. Hier kann man aber fragen, welcher Unterschied denn bestehen könne zwischen der ersten, zweiten und dritten Konjunktion. Darauf antworte ich, dass allerdings ein Unterschied besteht, weil diese Konjunktionen nicht am selben Ort der Umlaufbahn eintreten. Zwar kann man jede Konjunktion als die erste annehmen, aber man muss diese dann beibehalten. Wollte man gleich zu Beginn eine andere Konjunktion als die erste annehmen, so wären unsere Korrekturen dennoch richtig, denn es würden andere Elemente herauskommen, nach welchen die Beschleunigungen und Verzögerungen des Saturn abgeschätzt werden müssten, so dass die Unterschiede beider Bewegungen dennoch die gleichen sein können. Ich weiss nicht, ob ich mich in so wenigen Worten richtig habe erklären können; wenn Sie es jedoch verstanden haben, so könnten Sie einige gute Beobachtungen gebrauchen, um die Elemente des Saturn zu bestimmen, und nachher sehen, ob die übrigen Beobachtungen meiner Tabelle ungefähr entsprechen. Bei diesen Beobachtungen muss man aber immer die entsprechenden Elongationen kennen, und zwar bezüglich der angenommenen ersten Konjunktion, so dass es einen Unterschied

macht, ob man eine Elongation von beispielsweise  $60^\circ$ , von  $420^\circ$  oder von  $780^\circ$  nimmt. Sollten nun meine obigen Korrekturen gar nicht den Abweichungen entsprechen, dann wäre das ein Zeichen dafür, dass man die Bewegung der Sonne um den Schwerpunkt des Systems noch mit in Betracht ziehen müsste. Ich bin aber sicher, dass meine Methode gut und richtig ist, denn sie stimmt auch mit vielen Phänomenen überein. Sollte sich ergeben, dass meine Korrekturen nicht ganz richtig wären, so wäre die Abweichung nur darauf zurückzuführen, dass ich in meinen letzten Rechnungen vieles nur oberflächlich ausgerechnet habe, was ich genau hätte bestimmen können, wenn ich alle Mühe hätte aufwenden wollen. Indes kommt es mir immer vor, als ob einige Dinge, die Sie mir geschrieben haben, sich mit meiner Theorie nicht vertragen könnten<sup>[10]</sup>.

Wenn Sie Bradleys Theorie über die von der Anziehung des Mondes und von der abgeplatteten Erdfigur verursachte Nutation der Erdachse<sup>[11]</sup> geprüft haben, dann teilen Sie mir doch bitte Ihre Meinung darüber mit. Mir scheint allerdings, diese Schwingungen der Erde müssten unablässig zunehmen, da ich nicht sehe, was für Widerstände diese Nutationen zu überwinden hätten<sup>[12]</sup>. Dass bei der letzten Sonnenfinsternis die Sonnenscheibe merkbar grösser geworden ist, habe ich vermutet. Ich zweifle aber noch, ob das einzig der Atmosphäre des Mondes zuzuschreiben ist, und glaube – weil das andere Phänomene beweisen –, es müsse der Anziehungskraft des Mondes, durch welche die Sonnenstrahlen abgelenkt werden, zugeschrieben werden<sup>[13]</sup>.

Über Herrn Maupertuis habe ich nur vernommen, dass er sich in Paris befinden soll.

Schliesslich bitte ich Sie, Ihre verehrte Familie von mir freundlich zu grüssen, ebenso auch die Herren Passavant und (R.) Battier. Es wundert mich, dass der erstere sich nicht bemüht, mir die Manuskripte zurückzuerstatten, die ich ihm geliehen habe.

Wie geht es Herrn Bruckner in Berlin?

Ich verbleibe mit grösster Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

- R 175 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Juni/Juli 1748  
 Basel, August 1748  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 146–147v  
 Publ.: Fuss 2, p. 634–637

[1] Cf. Brief Nr. 87, Anm. 4.

[2] Es existiert ein in (heute sehr veralteter) russischer Sprache geschriebener Brief Eulers an den Kanzlei-Assessor G.N. Teplov vom 9. April 1748, in welchem Euler zur Frage der Einladung D. Bernoullis nach Petersburg Stellung bezieht (*Eulers Briefwechsel* 2, p. 123). Die deutsche Übersetzung der diesbezüglichen Briefstelle lautet:

«Ich bin Ihnen ergebenst dankbar dafür, dass jetzt die Sache von Herrn Bernoulli zu seiner Genugtuung nahezu ein Ende gefunden hat. Dies freut mich um so mehr,

als Herr Bernoulli sich über mich heftig zu ärgern begann und in mir die alleinige Ursache für die ihm so unangenehmen Ereignisse sah, indem er glaubte, ich hätte Ihnen bezüglich seiner Absichten feste Hoffnungen machen wollen. Deswegen hat er sich bei den Herren Graf von Keyserling und de Maupertuis ziemlich über mich beschwert. Er war gegen mich derart erzürnt, dass er mich nicht einmal vom Tod seines Vaters in Kenntnis gesetzt hat und sich bis heute kaum beruhigen konnte, obwohl ich ihm bewiesen habe, dass ich Ihnen stets nur ganz vage und unverbindlich von seinen Absichten geschrieben hatte. Von diesen Vorwürfen brauche ich mich Ihnen gegenüber nicht zu befreien, da er mit seiner Entscheidung selbst hinreichend bewiesen hat, dass ich mich keinerlei Verstosses schuldig gemacht habe, denn er lehnte auf Grund der Intervention seines Vaters ab und beklagte sich nie darüber, ich hätte Ihnen über seine Absichten falsch berichtet. Ich zweifle auch nicht daran, dass er in jener Zeit, als er mir anfänglich darüber schrieb, wirklich nicht abgeneigt war, die Einladung der Kaiserlichen Akademie anzunehmen, denn ich weiss, dass er damals vom Basler Magistrat sehr empfindlich beleidigt worden war: In einem über einen gewissen Aufrührer erlassenen öffentlichen Dekret wurde erwähnt, Herr Bernoulli pflege mit jenem Aufrührer Beziehungen, was ihn sogleich derart verstimmt, dass er sein Vaterland unverzüglich verlassen wollte. Hernach aber bezeugte ihm der Basler Magistrat grösseres Wohlwollen, so dass er seine Absicht völlig änderte. Jetzt – nach dem Ableben seines Vaters – wurde Herr Bernoulli ein noch reicherer Mann, und da er nun hoch geachtet bleibt, kann man den Grund leicht vermuten, warum er jetzt keine so grosse Veränderung mehr unternehmen will. Übrigens schreibe ich ihm mit demselben Postabgang, dass – obwohl es Euer Erlaucht als höchst erstaunlich erschienen sein mag, dass er das Engagement früher zu akzeptieren beabsichtigte und nachher seine Absicht unerwarteterweise widerrief – nichtsdestoweniger seine Pension nicht verloren gehen wird; nur ist es nötig, dass er alles für die Kaiserliche Akademie Vorbereitete sofort abschicken werde, was er zweifellos bald tun wird.»

- [3] Cf. Brief Nr. 83, Anm. 6.
- [4] Nichtsdestoweniger erschien Eulers *Schiffswissenschaft* bereits im folgenden Jahr (1749) in Petersburg.
- [5] Cf. Brief Nr. 89, Anm. 10.
- [6] Zu der Preisfrage über die Meeresströmungen, welche die Pariser Akademie für das Jahr 1749 gestellt hatte, ging nur eine einzige Arbeit ein, die als unbefriedigend beurteilt wurde; erst nachdem die Frage für 1751 wiederholt worden war, reichte D. Bernoulli eine Preisschrift (1769, DB. 44) ein und gewann damit den doppelten Preis (cf. DBW 5, p. 489–490).
- [7] Auch die Preisfrage von 1748 über die Bewegungen von Saturn und Jupiter wurde 1750 um zwei weitere Jahre prolongiert. Wie aus D. Bernoullis Handschrift (Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 40r) hervorgeht, machte er sich dann doch wieder an die Ausarbeitung einer Preisschrift für 1752 (cf. Einleitung III.2.5.1.2, p. 50 h.v., insb. Fussnote 104).
- [8] Die Tabelle (cf. auch Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 24r) ist hier nur im Originaltext wiedergegeben.
- [9] Cf. Bibl. Basel, L Ia 33, Bl. 24v (§ 78).
- [10] Cf. Brief Nr. 82, Anm. 10.
- [11] Cf. die Abhandlung von Bradley (1748) über die Nutation der Erdachse.
- [12] Da es sich sowohl bei der Präzession als auch bei der Nutation um erzwungene Bewegungen handelt, erzeugt durch die Gravitationskräfte von Sonne und Mond, welche äussere Drehmomente auf die Rotationsachse der Erde ausüben, können diese «Schwingungen» nicht «unablässig zunehmen», wie D. Bernoulli hier falsch spekuliert. – Cf. Seidelmann (1992, p. 109).
- [13] D. Bernoulli antizipiert mit seiner Vermutung, dass die als ponderabel angenommenen Teilchen der Lichtstrahlen durch die Masse des Mondes abgelenkt werden und dadurch den Sonnendurchmesser scheinbar vergrössern, den wesentlichen Inhalt von Soldners Publikation aus dem Jahr 1801 (cf. Soldner 1801 sowie Jaki 1978).

89

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, ca. 15. September 1748<sup>[1]</sup>HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor

Eine kleine lustreiß und viele geschäfte haben mich abgehalten Ew. HEdgb. werthestes schreiben eher zu beantworten. Ich sage Denenselben schuldigsten danck wegen der vielen mühe, die Sie sich noch meiner pension halben geben. Dem H. Teplof, welcher mir nocheinmahlen eine förmliche vocation adressiert hatte, hab ich sehr höfflich geantwortet so wohl für ihne als für den H. Praesidenten (K. Razumovskij), und was meine pension anbetrifft, hab ich denselben *simpliciter* gebetten mich zu berichten weßen ich mich zu getrösten hette<sup>[2]</sup>; ich wäre mit einer einzigen jahrs pension zu frieden gewesen, wan man nicht ein mehrers hätte thun wollen, nur umb können für das künfftige versichert zu sejn; allein man hat mich keiner antwort gewürdiget. Ich kan doch so schlimme und nachtheilige rahtschläg, denen der H. Praesident gehör gibt, nicht begreifen. Man wird, ohne daß ich im geringsten etwas darzu contribuiren, erfahren, was dergleichen verderbliche rahtschlage nach sich ziehen werden. Man hat ja bereits die Academi zu ihrem unwiederersetzlichem schaden in einen abscheulichen miscredit gesetzt, so daß man mit 100 000 Rubles nicht mehr wird erzwingen können, was man mit 10 000 hätte aufrichten können, wan die Academi wäre recht dirigiert worden und anstatt der Kayßerin (Elizaveta Petrovna) und dem Reich den so wohl verdienten ruhm zu erwerben, hat man sich nur schand und spott mit so großem gelt erkaufft. Meinen rechtmäßigen praetensionen werde ich nicht renunciiren; die zeit komt vielleicht daß ich selbige werde können valieren machen. Was mich am meisten wunder nimt, ist daß mir der H. Praesident noch geschrieben und mich selber ein *Membre Honoraire Pensionnaire* nent, ohne daß man mir jemahls das geringste schickt; ich halte zwar für eine ehr, daß mich der H. Praesident eines brieffs gewürdiget; ich hab aber das *systema* gefast und werde es halten, kein wort zu schreiben, es wäre dan sach daß man sich formlich declariert habe weßen ich mich in ansehung meiner pension zu getrösten habe. In diesem brieff begehrt der H. Praesident, daß ich mich mit dem H. de L'isle nicht in das geringste *commercium Litterarium* einlaßen solle; ich habe noch viel zu viel attention für die ehr der Academi umb dieses einem menschen zu melden und wurde ich so gar Ew. HEdgb. solches verhälet haben, wan mir nicht der H. Praesident außdruckentlich gemeldet hätte, er habe eine gleiche erinnerung an alle außwärtige Membres Pensionnaires abgehen laßen<sup>[3]</sup>. Ich erkenne hier wieder den miserablen Schuemacher, der eine so spöttische rach erdenckt hat und mittel gefunden solchen werckstellig zu machen. Man könnte dem H. de L'isle nicht beßer das schwert in die hand geben umb sich zu rächen und die administration der Academi im höchsten grad ridicul zu machen, wan er solches erfahrte. Da Ew. HEdgb. in einem großen credit billicher maaßen bej der Petersburger Academi stehen, so



versehe ich mich daß Sie denselben anwenden werden umb dem H. Praesidenten solches zu remonstrieren, sonst ist es gewiß umb alles geschehen.

Vor ein paar monaten hat mir H. Schmid von Bern geschrieben umb mich rahts zu fragen, was er in ansehung seiner Petersb[urger] vocation thun solle; ich hab aber die parti genommen den brieff nicht zu beantworten und seithero hab ich nicht erfahren, ob H. Schmid sich in einen tractat eingelassen oder nicht<sup>[4]</sup>.

Ich höre daß der *tomus* von 1746 der *Memoires de l'Acad<sup>e</sup> de Berlin* außgegangen; da man mir den ersten *tomum* geschickt, wird man mir vielleicht die folgende auch schicken wollen; ich habe vor etwas zeit eine kleine piece von dem *principio virium vivarum magis generali* geschickt, welche der H. Praesident (Maupertuis) sehr gütig auffgenommen, weiß aber nicht ob selbige ist abgelesen worden<sup>[5]</sup>.

Ew. HEdgb. haben auch die gütigkeit gehabt mir zu melden, Sie wollen mir ein exemplar von H. d'Alemberts und meiner piece *Sur les vents* schicken. Sie werden mich dadurch obligieren und werde ich den werth davor mit danck bezahlen<sup>[6]</sup>.

Sie sagen alzeit ich solle pieces naher Petersburg schicken; ich sehe aber dieses nur für eine kahle außred an von seiten der Petersburger Academi, dan es sind noch genug pieces in Petersb[urg] von mir vorhanden, und zwar meine allerbeste pieces, welche nicht ohne nachtheil für meine reputation sind so lang auffgeschoben worden<sup>[7]</sup>. Wan solche nicht ehestens getruckt werden, werde ich solche ein wenig umbgießen und mit einer gantzen histori naher Paris schicken, worzu ich nunmehr als membre de l'Acad<sup>e</sup> das recht habe: ich vermuhete mit sehr vielen gründen, daß man Ew. HEdgb. sonderbahre merites wurde wenigstens das letzte mahl in consideration ziehen; es hat aber die partej von H. Bradley die Ihrige überwogen<sup>[8]</sup>; doch versichert man mich von allen orten, daß bey der nächsten vacantz, welche nicht mehr lang anstehen wird, Ew. HEdgb. erhalten werden, was Sie schon längsten hätten erhalten sollen. Meine erlangte ehr wird umb so viel vollkommener sejn, wan ich Ew. HEdgb. werde auch bey dieser Academi zum *Collega* haben.

Sie wurden mich obligieren, wan Sie mir eine kleine description von Ihrer verfertigten *Scientia navali* zu machen beliebten<sup>[9]</sup>. Meine gesundheit hat sich nunmehr zimlicher maaßen wieder hergestellt und werden mich Ew. HEdgb. erfrewen wan Sie mir von zeit zu zeit Dero herliche *inventa* communicieren wollen.

Verwichenen dienstag hat man einen *Professorem Matheseos* bestellt und hat H. Ramspeck solche erhalten; nebst ihm waren H. Wentz und H. (J.R.) Stähelin in der wahl<sup>[10]</sup>. Von H. Wentz hatte ich vor seinen abgelegten *speciminibus* gar eine weit größere opinion als nachgehends; doch ware er unstreitig der beste unter den praetendenten und wurde ich ihme meine stim auch gegeben haben, wan er nicht bereits in der ersten wahl gewesen wäre. Ich habe mich erbetten lassen das *Collegium physicum experimentale* an statt des H. D<sup>r</sup> (B.) Stähelins, der gantz kranck und übelmögend ist, zu halten<sup>[11]</sup>; solches geschihet zwar mit einem großen zulauff, da ich beständig über 100 *auditores* habe; es nimt mir aber auch sehr viel zeit weg und gedencke ich solches nicht länger als biß zu end dieses sommers zu halten.



Von Paris hat man mich berichtet daß 8 tag vor dem 1.7bris eine eintzige piece zu dem nächsten *praemio* eingegangen seje; wan Ew. HEdgb. *autor* darvon sind, so solte es Sie billich verdrießen, daß Ihnen niemand den *prix* disputiert<sup>[12]</sup>. Man hat mich starck encouragiert noch einen *commentarium* über meine piece *de Saturno* zu machen; ich kan mich aber nicht darzu resolvieren; eine gewiße theori zu formieren solte man *ex observationibus* viele *irregularitates* determiniert haben, umb zu sehen ob die theori darmit übereinstimme, da doch die *Astronomi* nur vage von diesen *inaequalitatibus* reden. Käme die sach auff bloße *calculos mathematicos* an, getrawete ich mir wohl nach unterschiedenen *hypothesibus* alles aufzurechnen und zu explorieren, welche *hypothesis* mit der natur übereinkomme.

H. Bradley hat seit kurtzem nun auch den *motum nutationis axis Terrae*, in so fern solcher von der *actione Lunae, obliquitate eclipticae* und *figura Terrae compressae* herkomt, determiniert<sup>[13]</sup>; die gantze *nutatio* soll sejn von 18'': will man die *densitatem Terrae uniformem* statuiren, glaube ich daß der *calculus* leicht sejn wurde über diese quaestion; da ich aber gewiß versichert bin daß die Erde gegen dem *centro densior* ist als bej der *superficie* so findet kein *calculus* mehr statt<sup>[14]</sup>.

Wan der H. de Maupertuis noch nicht verrejst ist, bitte demselben mein compliment zu machen und ihne zu bitten meinem bruder ⟨Johann II⟩ oder mir seine ankunfft in Paris zu notificieren samt seiner adresse. Den HH. ⟨R.⟩ Battier und Passavant bitte auch in meinem nammen mein compliment zu machen.

Ew. HEdgb. belieben mir auch einige *observationes* von der letsteren sonnenfinsternus sonderlich *observationes physicas* zu communicieren: hat man die *figuram disci Solis prope immersionem et emersionem* auch observiert? Da nemlich die *radii Solis a corpore Lunae* attrahiert werden, solte der *discus Solis* seine *perfectam rotunditatem* verlieren<sup>[15]</sup>.

Ich empfehle mich in Dero beständige gewogenheit und freundschaft und verbleibe mit aller ersinlichen hochachtung

Ew. HEdgb.

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

### Übersetzung

⟩...⟨

Eine kleine Vergnügungsreise und viele Geschäfte hielten mich davon ab, Ihr werthes Schreiben früher zu beantworten. Ich danke Ihnen für die grosse Mühe, die Sie sich noch immer meiner Pension halber geben. Herrn Teplov, der mir noch einmal eine formelle Berufung zugesandt hat, habe ich – auch zu Handen des Herrn Präsidenten ⟨K. Razumovskij⟩ – sehr höflich geantwortet, und was meine Pension betrifft, habe ich ihn nur einfach gebeten, mir zu berichten, womit ich mich zu trösten hätte<sup>[2]</sup>. Ich wäre mit einer einzigen Jahresrate zufrieden gewesen, wenn man nicht mehr hätte tun wollen, nur um für das Zukünftige sicher zu sein, doch hat

man mich keiner Antwort gewürdigt. Derart schlimme und nachteilige Ratschläge, auf die der Herr Präsident hört, kann ich einfach nicht begreifen. Man wird – ohne dass ich im geringsten etwas dazu beitrage – erfahren, was solch verderbliche Ratschläge nach sich ziehen werden. Man hat die Akademie ja bereits zu ihrem nicht wieder gutzumachenden Schaden in abscheulichen Misskredit gebracht, so dass man mit 100 000 Rubel nicht mehr wird erzwingen können, was man mit 10 000 hätte bewirken können, wenn die Akademie richtig geleitet worden wäre. Und anstatt der Kaiserin *Elizaveta Petrovna* und dem Reich den wohlverdienten Ruhm zu erwerben, hat man sich mit so viel Geld nur Schande und Spott erkaufte. Auf meine rechtmässigen Ansprüche werde ich nicht verzichten; die Zeit kommt vielleicht, in welcher ich diese werde geltend machen können. Am meisten verwundert mich, dass mir der Herr Präsident noch selbst geschrieben hat und mich ein *Membre Honoraire Pensionnaire* nennt, ohne dass man mich je im geringsten bezahlt. Zwar halte ich es für eine Ehre, dass mich der Herr Präsident eines Briefes gewürdigt hat, doch habe ich mir prinzipiell vorgenommen und werde mich daran halten, kein Wort zu schreiben – es sei denn, man habe ausdrücklich erklärt, womit ich mich hinsichtlich meiner Pension zu trösten habe. In diesem Brief verlangt der Herr Präsident, dass ich mich mit Herrn Delisle in keinerlei Briefwechsel einlassen soll. Ich achte die Ehre der Akademie noch viel zu sehr, als dass ich das irgendeinem Menschen mitteilen würde, und ich hätte es sogar Ihnen verheimlicht, wenn mir der Herr Präsident nicht ausdrücklich gemeldet hätte, er habe ein gleiches Memorandum an alle auswärtigen Membres Pensionnaires verschicken lassen<sup>[3]</sup>. Hier erkenne ich wieder den elenden Schumacher, der sich eine so spöttische Rache ausgedacht und Mittel und Wege gefunden hat, sie in die Tat umzusetzen. Man könnte Herrn Delisle nicht besser das Schwert in die Hand geben, um sich zu rächen und die Verwaltung der Akademie im höchsten Grad lächerlich zu machen, wenn er das erführe. Da Sie bei der Petersburger Akademie berechtigterweise ein grosses Ansehen geniessen, denke ich mir, dass Sie dieses nutzen werden, um dem Herrn Präsidenten das klarzumachen; sonst ist es sicher um alles geschehen.

Vor ein paar Monaten hat mir Herr Schmid aus Bern geschrieben, um mich um Rat zu fragen, was er im Hinblick auf seine Berufung nach Petersburg tun solle. Ich habe mich aber entschieden, den Brief nicht zu beantworten, und seither habe ich nicht erfahren, ob sich Herr Schmid in Verhandlungen eingelassen hat oder nicht<sup>[4]</sup>.

Ich höre, dass der Band der *Berliner Mémoires* für 1746 ausgeliefert worden ist. Da man mir den ersten Band geschickt hat, wird man mir vielleicht die folgenden auch zustellen. Vor einiger Zeit habe ich eine kleine Abhandlung über das verallgemeinerte Prinzip der lebendigen Kräfte eingeschickt, die der Herr Präsident *Maupertuis* sehr gütig aufgenommen hat, doch weiss ich nicht, ob sie vorgelesen wurde<sup>[5]</sup>.

Sie haben mir freundlicherweise auch geschrieben, Sie würden mir ein Exemplar von Herrn d'Alemberts und meiner Preisschrift über die Winde zuschicken. Damit würden Sie mich zu Dank verpflichten, und ich werde den Gegenwert gerne bezahlen<sup>[6]</sup>.

Sie sagen immer, ich solle Abhandlungen nach Petersburg schicken. Das betrachte ich aber als eine schäbige Ausrede seitens der Petersburger Akademie, denn in Petersburg sind noch genug Abhandlungen von mir vorhanden, und zwar meine allerbesten, die nicht ohne Nachteil für meine Reputation so lange aufgeschoben worden sind<sup>[7]</sup>. Wenn diese nicht nächstens gedruckt werden, werde ich sie ein wenig umgiessen und mit einer ganzen Geschichte nach Paris schicken, wozu ich jetzt als Membre de l'Académie das Recht habe. Ich vermutete mit vielen guten Gründen, dass man bei der letzten Wahl nun endlich Ihre besonderen Verdienste in Betracht ziehen würde, aber die Partei von Herrn Bradley hat die Ihrige überwogen<sup>[8]</sup>; jedoch versichert man mir von allen Seiten, dass Sie bei der nächsten Vakanz, die nicht mehr lange auf sich warten lässt, erhalten werden, was Sie schon längst hätten erhalten sollen. Die von mir erlangte Ehre wird um so vollkommener sein, wenn ich Sie auch in dieser Akademie zum Kollegen haben werde.

Ich wäre Ihnen sehr dankbar, wenn Sie mir eine kleine Beschreibung Ihres fertiggestellten Traktats über die Schiffswissenschaft anfertigen könnten<sup>[9]</sup>. Gesundheitlich bin ich jetzt wieder einigermassen hergestellt, und Sie würden mich damit erfreuen, wenn Sie mir von Zeit zu Zeit Ihre herrlichen Entdeckungen mitteilen könnten.

Am letzten Dienstag wurde die Professur für Mathematik mit Herrn Ramspeck besetzt; neben ihm waren Herr Wentz und Herr (J.R.) Stähelin in der engeren Auswahl<sup>[10]</sup>. Von Herrn Wentz hatte ich vor seiner Probevorlesung und der Disputation eine viel bessere Meinung als nachher, doch war er unstreitig der beste unter allen Anwärtern, und ich hätte ihm auch meine Stimme gegeben, wenn er nicht bereits in der ersten Wahl gewesen wäre. Ich habe mich durch Bitten überreden lassen, das Kolleg über Experimentalphysik zu halten anstelle von Dr. (B.) Staehelin, der sehr krank und in schlechter Verfassung ist<sup>[11]</sup>. Dieses ist zwar sehr gut besucht – ich habe ständig über 100 Hörer; es ist aber auch sehr zeitraubend, und ich gedenke es nicht länger als bis Ende dieses Sommers zu halten.

Aus Paris hat man mir berichtet, dass acht Tage vor dem 1. September nur eine einzige Schrift für den nächsten Preis eingetroffen sei. Wenn Sie ihr Autor sind, dann sollte es Sie zu Recht verdriessen, dass Ihnen niemand den Preis streitig macht<sup>[12]</sup>. Man hat mich sehr ermuntert, zu meiner Preisschrift über den Saturn noch einen Kommentar zu verfassen, doch kann ich mich nicht dazu entschliessen; um eine sichere Theorie zu bilden, sollte man aus Beobachtungen viele Irregularitäten bestimmt haben, um zu sehen, ob die Theorie damit übereinstimmt, aber die Astronomen sprechen nur vage von diesen Ungleichheiten. Käme es nur auf die rein mathematischen Berechnungen an, würde ich mir schon zutrauen, nach verschiedenen Hypothesen alles auszurechnen und zu ermitteln, welche Hypothese mit der Natur übereinstimmt.

Herr Bradley hat vor kurzem nun auch die Nutationsbewegung der Erdachse bestimmt, insofern sie von der Einwirkung des Mondes, der Schiefe der Ekliptik und der abgeplatteten Erdfigur stammt<sup>[13]</sup>. Die ganze Nutation soll 18'' betragen. Will man die Dichte der Erde als gleichförmig voraussetzen, dann würde – glaube ich – der Kalkül zu diesem Problem leicht sein. Da ich jedoch ganz sicher bin,

dass die Erde gegen das Zentrum hin dichter ist als an der Oberfläche, hört jeder Kalkül auf<sup>[14]</sup>.

Falls Herr Maupertuis noch nicht abgereist ist, lassen Sie ihn bitte von mir grüssen und bitten Sie ihn, meinem Bruder (Johann II) oder mir seine Ankunft in Paris samt seiner Adresse mitzuteilen. Grüssen Sie bitte auch die Herren (R.) Battier und Passavant von mir.

Teilen Sie mir bitte auch einige Beobachtungsdaten von der letzten Sonnenfinsternis mit, besonders physikalische Beobachtungen. Hat man auch die Gestalt der Sonnenscheibe beim Ein- und Auftauchen beobachtet? Da die Sonnenstrahlen vom Körper des Mondes angezogen werden, sollte die Sonnenscheibe nämlich ihre vollkommene Rundheit verlieren<sup>[15]</sup>.

Ich empfehle mich Ihrer ständigen Gewogenheit und Freundschaft und verbleibe mit aller denkbaren Hochachtung

} ... {

Daniel Bernoulli

R 176 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom August 1748

Basel, ca. 15. September 1748

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 149–150v

Publ.: Fuss 2, p. 638–640

- [1] Unsere Datierung stützt sich auf die im Brief erwähnte Wahl Ramspecks zum Professor der Mathematik («am letzten Dienstag»), die auf den 10. September 1748 fiel.
- [2] Weder der hier erwähnte Brief D. Bernoullis an Teplov noch ein eventuell beigelegtes Schreiben an Razumovskij sind erhalten geblieben.
- [3] Im Sommer 1748 wurde Delisle aus der Liste der Ehrenmitglieder der Petersburger Akademie gestrichen; seine Pension wurde zwischen G.W. Krafft und Heinsius aufgeteilt. Den Akademiemitgliedern wurde streng untersagt, weiterhin mit Delisle zu korrespondieren, und sie sollten alle früher von ihm erhaltenen Briefe und andern Papiere sofort der Akademischen Kanzlei übergeben (cf. *Materialy* 9, p. 273–276, 362f; *Chronik* 1, p. 343–344, 347). Der Grund dieser Ungnade lag unter anderem darin, dass Delisle in einem seiner Briefe an G.F. Müller die Akademie als «corps fantastic» bezeichnet hatte, weil diese nicht von den Gelehrten, sondern von der Schumacher unterstellten Kanzlei geleitet werde. Tatsächlich wurden gerade in dieser Zeit die Sanktionen, welche aufgrund der Beschwerden einer Gruppe von Akademiemitgliedern gegen Schumacher ergriffen worden waren, durch die staatlichen Behörden wieder aufgehoben (cf. *Materialy* 9, p. 314–329; *Chronik* 1, p. 346).
- [4] Cf. Brief Nr. 82, Anm. 4.
- [5] D. Bernoullis Abhandlung über das verallgemeinerte Prinzip der lebendigen Kräfte (1750, DB. 43) erschien im 4. Band der *Berliner Mémoires* für 1748, doch enthalten die *Registres* keine Angaben über deren Vorlesung.
- [6] Der Sammelband der Berliner Preisschriften über die Winde war zwar schon 1747 erschienen, doch Euler verzögerte dessen Versand an D. Bernoulli, wohl um seinen alten Freund damit möglichst spät zu enttäuschen. – Cf. Briefe Nr. 83, Anm. 6, und Nr. 84, Anm. 11.
- [7] Die Bände 11–13 der *Petersburger Commentarii* (für die Jahre 1739–43), welche sechs Abhandlungen D. Bernoullis enthalten, erschienen erst in den Jahren 1750–51.
- [8] Die Pariser Akademie wählte Bradley am 13. Juli 1748 als Nachfolger des verstorbenen Cervi zum Auswärtigen Mitglied.
- [9] Ob Euler dieser Bitte nachgekommen ist, wissen wir nicht.

- [10] Ramspeck erhielt am 10. September 1748 die Professur für Mathematik, tauschte diese jedoch am 7. Oktober offiziell mit Johann II Bernoulli gegen diejenige für Eloquenz.
- [11] Wegen des schlechten Gesundheitszustandes von Benedikt Stähelin übernahm D. Bernoulli am 17. November 1747 die Professur für Experimentalphysik.
- [12] Wie von Bernoulli erwartet, prolongierte die Pariser Akademie in der Folge die für 1749 gestellte Preisfrage über die Meeresströmungen um zwei Jahre (cf. Brief Nr. 88, Anm. 6). In Bezug auf den Preis für 1750 (cf. Brief Nr. 88, Anm. 7) schrieb Euler im Februar 1749 an Maupertuis: «Depuis quelque tems j'ai ramassé des materiaux pour une nouvelle piece sur Saturne, et je suis actuellement occupé à la mettre en ordre [...]» (O. IV A, 6, p. 126). Clairaut wartete mit Spannung auf Eulers Preisschrift, als er diesem am 28. März 1749 schrieb: «Je verrai les nouvelles recherches que vous enverrés sur Saturne avec tout le plaisir que j'ai à lire ce qui vient de vous [...]» (O. IV A, 5, p. 185). Euler reichte seine Preisschrift für 1750 im Juli 1749 ein. Am 26. Juli schrieb er an Goldbach: «Auf die wiederholte Frage aber vom Saturno habe ich schon eine neue Abhandlung übersandt: worüber auf künftige Ostern das Urtheil gefällt werden soll» (O. IV A, 4, p. 454 / 1001).
- [13] Cf. die Abhandlung von Bradley (1748) über die Nutation der Erdachse.
- [14] Cf. Bradley (1748) sowie Brief Nr. 88. Euler hat das Problem der gegen das Zentrum der Erde hin zunehmenden Dichte in seiner Abhandlung E. 171 dadurch modelliert, dass er einen sphäroidischen Kern supponiert, der gegenüber dem Mantel unterschiedliche Hauptträgheitsmomente aufweist.
- [15] Cf. Brief Nr. 88, Anm. 13.

## 90

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, Anfang 1749

HochEdelgebohrner Herr

Hochgeehrtester Herr Professor!

Ich bin Ew. HEdgb. obligiert für die bücher, welche Sie für mich dem H. (E.) Müller übergeben. Es war aber kaum mein letzter brieff abgegangen, alß ich den IX. und X. *tomum Comment[ariorum]* von der Acad. empfangen. Ich habe also diese 2 *tomos* unserer Bibliothec überlaßen, welche bereits die 3 erste *tomos* empfangen hatte; inzwischen habe ich Dero geehrtesten F. Mutter die 10 $\frac{1}{2}$  f. gegeben. Da nun unserer Bibliothec der 4., 5., 6., 7. und 8<sup>te</sup> *tomus Comment[ariorum]* *Petrop[olitanorum]* annoch mangeln, so hat man mir auffgetragen Ew. HEdgb. zu bitten unß solche auch zu verschaffen. Solte es sejn daß H. Müller dem H. Le Grand seine bücher noch nicht überschickt hätte, so könnten diese 7 letztere *tomis* samt den *pieces sur les vents* in ein paquet zusammen gethan und durch die beste gelegenheit überschickt werden. Den empfang der 2 letzten *tom. Comm[entariorum]* hab ich der Acad<sup>e</sup> in Petersburg nicht berichtet; wan solches Ew. HEdgb. nicht beschwärllich, könnten Sie solches bej sich ereignender gelegenheit thun<sup>[1]</sup>.

Ich bin Denenselben gehorsamst verbunden, daß Sie sich meiner pension halben noch einige wie wohl vergebene mühe geben; ich für mein theil hab schon längsten alle hoffnung so wohl für das vergangene als das künfftige verlohren, und überlaße der zeit was darauß entstehen werde. Die zeit hat schon vieles unvermuthete hervorgebracht und inzwischen kan ich gantz wohl ohne diese pension leben.

Ich habe viel weniger hoffnung als jemahls durch die *principia mechanica* die *irregularitates Saturni* heraufzubringen; aber ich kan Ew. HEdgb. versichern, daß ich diese materi genugsam einsehe umb hoffnung zu haben mit gleicher mühe so viel als andere heraufbringen zu können. Eine exacte solution ist unmöglich und alle approximationen so gefährlich daß es eine unüberwindliche mühe brauchte die *irregularitates* mit genugsamer exactitude und gewißheit zu bestimmen. Es nimt mich so gar an Ew. HEdgb. als deren autoritet ich sonst so sehr respectiere, [wunder] daß Sie mit einer so vollkommenen confiance praetendieren diese quaestion mit der äußersten praecision solviert zu haben. Sie sagen daß sich die *irregularitates Saturni* niemahls auff 9' belaufen, da meine *tabella* biß auff 33' abweiche *a motu Keppleriano*. Inzwischen redet M<sup>r</sup> le Monnier dans les *Institutions Astronomiques* publiées à Paris l'an 1746 gantz anderst in dem preliminar essay<sup>[2]</sup>, so daß man glauben kan die *errores* sejen bißweilen noch größer alß ich sie determiniere. Doch praetendiere ich keines wegs, daß meine *tabella* der natur sehr nahe kommen müße; sie kan nur dienen umb einige *inaequalitates* überhaupt und en gros gleichsam *physice* zu explicieren, wie dan gar viele observationen sehr schön durch meine theori expliciert werden können. Insonderheit aber sind alle methoden bej weitem nicht zulänglich umb den *motum apheliorum* oder *apogaei* zu determinieren; wan man nicht kan diesen *motum omni rigore geometrico* determinieren, so sind alle determinationen mejner meinung nach vergeblich, wan es auch schon scheint daß alles dasjenige was man negligiert habe für gantz nichts zu rechnen seje<sup>[3]</sup>. Ich habe hierüber dem H. Clairaut auß occasion seines *Memoire du Systeme du Monde*<sup>[4]</sup>, welches er mir mit der post geschickt, eine reflexion gemacht, welche mich in meiner meinung sehr stärcket. Man setze daß ein *corpus versus centrum virium* attrahiert werde *vi*  $\frac{aa}{xx}P$ ; *sit distantia initialis* = *a*, *projiciatur corpus velocitate C cum qua perfecte circulum describat circa centrum virium; superveniat vis infinite parva in centro virium quae sit* =  $\frac{aa}{xx}\Pi$ : so wird das *corpus* eine *ellipsin tantum non circularem* beschreiben, und die *excentricitas* sejn =  $\frac{\Pi}{P}a$  und diese *ellipsis* wird keinen *motum apsidum* haben; wan man aber an statt der *vis minimae*  $\frac{aa}{xx}\Pi$  supponiert  $\frac{a^3}{x^3}\Pi$ ; wer solte nicht gemeint haben, daß *eadem mutatio* herauskommen solte. Dieses affirmiert auch der H. Clairaut *positive* p. 363<sup>[5]</sup>, weilen nemlich  $\frac{aa}{xx}\Pi$  und  $\frac{a^3}{x^3}\Pi$  können für gleich angesehen werden; unterdeßen gibt die *hypothesis* von  $\frac{a^3}{x^3}\Pi$  eine *ellipsin cujus excentricitas infinites major* alß die *hypothesis* von  $\frac{aa}{xx}\Pi$ , und gibt zugleich einen *motum apsidum*, da die andere *hypothesis* gar keinen *motum apsidum* nach sich ziehet. Diese plötzliche und *relative* zu reden unendliche veränderung wird produciert von  $\frac{aa}{xx}\Pi - \frac{a^3}{x^3}\Pi$ , welches ein *infinite parvum secundi ordinis* ist. Diese und viele dergleichen consideration nebst der unüberwindlichen



mühe haben mich abgeschreckt weiters etwas über diese materi zu arbeiten; inzwischen bin ich doch Ew. HEdgb. sehr obligiert für die mir gütigst überschriebene tabellen<sup>[6]</sup>. Hätte ich solche vor 2 jahren gehabt, wurde ich getrachtet haben sie mir zu nutz zu machen; doch mercke ich daß nicht auff alle diese observationen wurde zu gehen gewest sejn. Ew. HEdgb. belieben mir zu melden, wan man die *observationes geocentricas* reduciert auff die *longitudines heliocentricas*, wie weit man auff diese reductionen zehlen könne; mich duncket daß wegen unterschiedenen correctionen diese *reductiones* bej etlichen *minutis primis* fehlen können.

Ich habe vor etlichen wochen die Pariser pieces sur les boussoles d'inclinaison et sur la theorie de l'aiman empfangen<sup>[7]</sup>. Auß Ew. HEdgb. piece über die boussole d'inclinaison hab ich ersehen, daß Sie die wahre difficultet nicht eingesehen und also derselben auch nicht abgeholfen haben<sup>[8]</sup>. Was aber die *theoriam magnetis* anbelangt, so hab ich mit verwunderung gesehen, daß Sie, M<sup>r</sup> du Tour, mein bruder (Johann II) und ich alle gleiche *principia* und explicationen gebrauchen<sup>[9]</sup>. In einem einzigen puncten ist Ihre piece mangelhaft, da Sie keine *vim* oder vielmehr eine falsche *vim* supponieren, welche die *materiam subtilem magneticam* durch die *meatus magneticos* mit einer großen rapiditet circulieren mache. Sie werden ja nicht statuiren, daß man einen hohlen *tubum cylindricum* construiren könne *cujuscunque figurae, longitudinis aut crassitiei et valvulis utcunque instructum, per quem aer elasticus sua sponte circuletur*. Sie sehen solches so wohl ein als ich; obschon wir übrige also weiter gegangen alß Ew. HEdgb. so wolte ich doch noch 1000 auff eines setzen, daß wir alle von der wahrheit noch weit entfernt sind da hingegen Ew. HEdgb. diese *theoriam* für *plane demonstratam* anzusehen mit vielen expressionen bezeugen<sup>[10]</sup>. Da ich aber Dero tieffe einsicht gar wohl kenne, so will ich [sol]ches einer puren politic zuschreiben.

Ew. HEdgb. melden auch Sie haben das wahre *tempus period[icum] Saturni* determiniert, da doch so wohl die theori alß die observationen confirmieren, daß die *tempora periodica alterna* mercklich unterscheiden sejen; hingegen hab ich demonstriert daß die *tempora periodica alterna inter se comparata* nicht *sensibiliter* unter sich differieren können. H. Le Monnier behauptet zwar auch hierin eine kleine differenz gefunden zu haben; ich zweiffle aber ob alle seine reductionen und correctionen so richtig sejen, daß man über diesen puncten den observationen genugsamen glauben bejmeßen könne<sup>[11]</sup>.

Wan Ew. HEdgb. das gelt für die 5 mitlere *tomos Comm[entariorum] Petrop[olitanorum]* lieber in Berlin als hier empfangen wollen, so belieben Sie nur darüber zu disponieren.

Schlieslichen bitte Dero geehrtesten Familien meine gehorsamste empfehlung zu machen und versicheret zu sejn, daß niemand mit mehrerer und wahrhaffterer hochachtung seje, als ich die ehre habe zu sejn,

Ewer HochEdelgebohrnen  
gehorsamer Diener

Daniel Bernoulli



### Übersetzung

>...<

Ich bin Ihnen sehr verpflichtet für die Bücher, die Sie Herrn <E.> Müller für mich übergeben haben. Kurz nach dem Abgang meines letzten Briefes an Sie erhielt ich aber auch von der Akademie den 9. und 10. Band der *Commentarii*. Diese beiden Bände habe ich also unserer Bibliothek überlassen, welche bereits die drei ersten Bände erhalten hatte. Inzwischen habe ich Ihrer verehrten Mutter die 10 $\frac{1}{2}$  Gulden ausgehändigt. Da nun der 4., 5., 6., 7. und 8. Band der *Petersburger Kommentare* unserer Bibliothek noch fehlen, hat man mich beauftragt, Sie zu bitten, uns diese auch noch zu verschaffen. Für den Fall, dass Herr Müller die Bücher von Herrn Legrand diesem noch nicht geschickt hat, könnten diese sieben letzteren Bände zusammen mit den Preisschriften über die Winde in ein einziges Paket verpackt und mit der besten Gelegenheit verschickt werden. Den Empfang der beiden letzten Bände der *Commentarii* habe ich der Petersburger Akademie nicht bestätigt; wenn es Ihnen nicht zu beschwerlich ist, könnten Sie das bei passender Gelegenheit tun<sup>[1]</sup>.

Ich danke Ihnen sehr dafür, dass Sie sich meiner Pension halber noch einige – wenn auch vergebliche – Mühe geben. Ich für mein Teil habe schon längst alle Hoffnung – sowohl für das Vergangene als auch für Künftiges – aufgegeben und überlasse es der Zeit, wie es sich entwickeln mag. Die Zeit hat schon viel Unvermutetes hervorgebracht, und inzwischen kann ich ganz gut ohne diese Pension leben.

Ich habe viel weniger Hoffnung denn je, die Irregularitäten des Saturn mittels mechanischer Prinzipien eruieren zu können, aber ich kann Ihnen versichern, dass ich genügend Einsicht in diese Materie habe, um die Hoffnung zu haben, mit gleicher Mühe ebenso viel wie andere herausbringen zu können. Eine exakte Lösung ist unmöglich, und alle Approximationen sind so gefährlich, dass es unüberwindliche Anstrengungen erforderte, die Irregularitäten mit hinreichender Genauigkeit und Gewissheit zu bestimmen. Ich wundere mich sogar über Sie, dessen Autorität ich sonst so sehr respektiere, dass Sie mit so völligem Selbstvertrauen beanspruchen, dieses Problem mit der letzten Präzision gelöst zu haben. Sie sagen, die Irregularitäten des Saturn beliefen sich niemals auf 9', während meine Tabelle bis zu 33' von der Keplerschen Bewegung abweicht. Indes spricht Herr Le Monnier im Einleitungstext seiner 1746 in Paris erschienenen *Institutions astronomiques*<sup>[2]</sup> ganz anders, so dass man glauben kann, die Abweichungen seien zuweilen noch grösser, als ich sie bestimme. Doch erhebe ich keineswegs den Anspruch, dass meine Tabelle der Natur sehr nahe kommen müsse; sie kann bloss dazu dienen, einige Ungleichheiten überhaupt und im Grossen gewissermassen physikalisch zu deuten, wie dann viele Beobachtungen durch meine Theorie sehr schön erklärt werden können. Im besonderen sind aber alle Methoden bei weitem nicht ausreichend, um die Bewegung der Aphelien oder des Apogäums zu bestimmen. Wenn man diese Bewegung nicht mit aller geometrischen Strenge bestimmen kann, dann sind meiner Meinung nach alle Bestimmungen vergeblich, wenn es auch scheinen mag, dass all das, was man vernachlässigt hat, völlig irrelevant sei<sup>[3]</sup>. Dazu habe ich

gegenüber Herrn Clairaut – anlässlich seines *Mémoire du système du Monde*<sup>[4]</sup>, das er mir per Post zugestellt hat – eine Überlegung geäussert, die mich in meiner Meinung sehr bestärkt. Man setze voraus, ein Körper werde von einer Kraft  $\frac{aa}{xx}P$  zum Kraftzentrum hingezogen; die Anfangsdistanz sei  $= a$ , und der Körper werde mit der Geschwindigkeit  $C$  angestossen, mit welcher er einen vollkommenen Kreis um das Kraftzentrum beschreibt. Wenn nun eine unendlich kleine Kraft im Kraftzentrum von der Grösse  $\frac{aa}{xx}\Pi$  dazukommt, so wird der Körper eine beinahe kreisförmige Ellipse mit der Exzentrizität  $\frac{\Pi}{P}a$  beschreiben, und diese Ellipse wird keine Apsidenbewegung haben. Ersetzt man nun aber die kleine Kraft  $\frac{aa}{xx}\Pi$  durch  $\frac{a^3}{x^3}\Pi$ : wer würde nicht denken, es käme dieselbe Veränderung heraus? Das bestätigt Herr Clairaut auch ausdrücklich auf Seite 363<sup>[5]</sup>, weil  $\frac{aa}{xx}\Pi$  und  $\frac{a^3}{x^3}\Pi$  nämlich als gleich betrachtet werden können. Indes ergibt die Hypothese von  $\frac{a^3}{x^3}\Pi$  eine Ellipse, deren Exzentrizität unendlichfach grösser ist als diejenige von  $\frac{aa}{xx}\Pi$ , und zugleich eine Apsidenbewegung, wo doch die andere Hypothese keine solche zur Folge hat. Diese plötzliche und, relativ gesagt, unendliche Veränderung entsteht durch  $\frac{aa}{xx}\Pi - \frac{a^3}{x^3}\Pi$ , was eine unendlich kleine Grösse zweiter Ordnung ist. Diese Betrachtung und weitere dergleichen haben mich nebst der unüberwindlichen Arbeit abgeschreckt, weiterhin etwas über diesen Gegenstand auszuarbeiten. Inzwischen bin ich Ihnen doch sehr verbunden für die mir freundlicherweise zugesandten Tabellen<sup>[6]</sup>. Hätte ich diese vor zwei Jahren zur Verfügung gehabt, so hätte ich danach getrachtet, sie mir zunutze zu machen, aber jetzt merke ich, dass man sich nicht auf alle diese Beobachtungen hätte verlassen können. Bitte melden Sie mir, wie weit man, wenn man die geozentrischen Beobachtungen auf die heliozentrischen Längen reduziert, auf diese Reduktionen zählen kann; mich dünkt, dass diese Reduktionen wegen verschiedener Korrekturen um etliche Minuten falsch sein könnten.

Vor einigen Wochen habe ich die Pariser Preisschriften über die Inklinationskompass und über die Theorie des Magneten erhalten<sup>[7]</sup>. Aus Ihrer Preisschrift über den Inklinationskompass habe ich ersehen, dass Sie die eigentliche Schwierigkeit nicht gesehen und derselben folglich auch nicht abgeholfen haben<sup>[8]</sup>. Was hingegen die Theorie des Magneten anbelangt, so habe ich mit Verwunderung gesehen, dass Sie, M. Dutour, mein Bruder (Johann II) und ich alle die gleichen Prinzipien und Erklärungen verwenden<sup>[9]</sup>. In einem einzigen Punkt ist Ihre Preisschrift mangelhaft, indem Sie keine Kraft oder vielmehr eine falsche Kraft unterstellen, welche die feine magnetische Materie mit grosser Geschwindigkeit durch die magnetischen Gänge zirkulieren lässt. Sie werden ja nicht behaupten, man könne ein hohles zylindrisches Rohr von beliebiger Gestalt, Länge oder Dicke und mit be-

liebigen Durchgangsklappen konstruieren, durch das die elastische Luft von selbst zirkuliert. Das sehen Sie ebensogut ein wie ich. Obwohl wir andern also weiter gekommen sind als Sie, so würde ich doch noch 1000 zu 1 wetten, dass wir alle von der Wahrheit noch weit entfernt sind, wohingegen Sie mit vielen Ausdrücken diese Theorie als durchwegs erwiesen bezeugen<sup>[10]</sup>. Da ich jedoch Ihre tiefe Einsicht sehr gut kenne, will ich das der reinen Taktik zuschreiben.

Sie melden mir, Sie hätten die wahre Umlaufzeit des Saturn bestimmt, obgleich doch sowohl die Theorie als auch die Beobachtungen bestätigen, dass aufeinander folgende Umlaufzeiten merkbar verschieden sind. Hingegen habe ich bewiesen, dass die alternierenden Umlaufzeiten, wenn man sie unter sich vergleicht, sich nicht wahrnehmbar unterscheiden können. Herr Le Monnier behauptet zwar, auch hier eine kleine Differenz gefunden zu haben, doch habe ich Zweifel, ob alle seine Reduktionen und Korrekturen derart richtig sind, dass man in diesem Punkt den Beobachtungen genügend Glauben schenken kann<sup>[11]</sup>.

Wenn Sie das Geld für die fünf mittleren Bände der *Petersburger Commentarii* lieber in Berlin als hier empfangen möchten, so disponieren Sie bitte nur ganz nach Ihren Wünschen.

Abschliessend bitte ich Sie, Ihre verehrte Familie von mir freundlich grüssen zu lassen und versichert zu sein, dass es niemanden mit grösserer und wahrhaftigerer Hochachtung für Sie gibt, als ich es bin.

} ... {

Daniel Bernoulli

R 177 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers von Ende 1748  
Basel, Anfang 1749  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 151–152v  
Publ.: Fuss 2, p. 641–644

- [1] Euler bestätigte den Empfang der hier erwähnten zwei Bände der *Petersburger Commentarii* durch D. Bernoulli in seinem Brief an Schumacher vom 19. April 1749 (*Eulers Briefwechsel* 2, p. 164).
- [2] Cf. Le Monnier (1746, p. liii–lxiii).
- [3] Wie Clairaut noch im selben Jahr 1749 zeigte, war die Lösung des Apsidenproblems darin zu finden, dass gewisse Terme, die er – wie alle andern – bis anhin als vernachlässigbar betrachtet hatte, sich als nicht «völlig irrelevant» herausstellten. – Cf. Waff (1976, p. 175–215, 1995, p. 45).
- [4] Cf. Clairauts *Du système du Monde* (1749a).
- [5] Cf. Clairaut (1749a, p. 363–364).
- [6] Vermutlich hatte Euler D. Bernoulli die Beobachtungsdaten zukommen lassen, die er aus mehreren Publikationen zusammengetragen hatte. – Cf. *Petersb. Ms.* Nr. 402, Bl. 182r–186v; E. 120, § 95; J. Cassini (1740a, p. 355–360); C.A. Wilson (1985, p. 223).
- [7] Cf. *Pièces qui ont remporté le prix de l'Académie royale des sciences en 1743 et 1746*, Paris 1748. Der Band enthält je zwei Preisschriften von D. Bernoulli (1748, DB. 39, 41) und von Euler (E. 108, 109) sowie die Preisschrift von Dutour (1748).
- [8] Eulers Preisschrift über die Inklination der Magnetnadel (E. 108) hatte bloss eine lobende Erwähnung der Jury erhalten, während D. Bernoullis Schrift (1748, DB. 39) der Preis zugesprochen wurde. – Cf. O. III, 10, p. LXIII f.

- [9] Cf. Brief Nr. 79, Anm. 9.
- [10] Cf. E. 109, § 60.
- [11] Cf. Le Monnier (1746, p. lvi–lix).

## 91

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 16. August 1749

HochEdelgebohrner  
Hochgeehrtester Herr Professor!

Ich soll billich allervorderst Ew. HEdgb. meine entschuldigung machen, daß ich Dero letsteres vom 24. may so lang unbeantwortet gelaßen und die sach wegen den überschickten *Comment[ariis] Petrop[olitanis]* noch nicht entrichtet habe. Eben diese *Commentarii* sind deßen schuld, indeme sich befunden daß so wohl in dem X. *tomo* alß in den nachgehends übersanten *tomis* vieles defect ist; auch ist der einte *tomus*, da man ihn hat collationieren wollen verlegt worden und ist inzwischen der H. *Bibliothecarius*, H. Prof. (J. H. II) Brucker verrejst; nach vielem hin und her schreiben muß ich endlich doch Ew. HEdgb. brieff beantworten, ohne daß ich den defect *positive* melden kan, weilen wir den 9. *tomum* nicht finden können. Ich will also nur den defect der übrigen hier anzeigen.

Im 5<sup>ten</sup> *tomo*, sage dem fünfften *tomo*, fehlet die vierte *tabula*.

Im achten *tomo* fehlen die bögen *Aaa*, *Bbb* und *Ccc* samt deme was vielleicht zu diesen 3 bögen gehöret.

Im zehenden *tomo* fehlt der bogen *Lll*.

Ob in dem verlegten 9<sup>ten</sup> *tomo* etwas fehlet, kan ich noch nicht sagen; inzwischen solle ich Ew. HEdgb. bitten, unß obbemeldeten defect zu schicken; das päcklein könnte dem H. (E.) Müller in Berlin zugestellt werden oder durch eine andere gelegenheit überschickt werden: wan wir solches empfangen, wird mir der *Vice Bibliothecarius* die 15 Rthl. gleich zustellen, welche ich alsdan auch gleich dem H. (D.) Falckhner nach Dero instruction übergeben werde. Sonsten muß ich noch für mein particular melden, daß alle übersanten *tomi* so liederlich conditioniert, das papier so verschmieret und so schlecht, daß die Academi sehr wenig ehr darvon hat, und ich für mein theil nicht einen halben gulden, will geschweigen 3 Rthl. geben wolte. Ew. HEdgb. belieben in übersendung des defects recht achtung zu geben, damit nicht mehr hin und her schreibens dieser sach halben nöhtig seje: inzwischen ist der 9<sup>te</sup> *tomus* gefunden und complet befunden worden, so daß es mit übersendung obbemeldeten defects seine richtigkeit haben wird. Sonsten hat sich auch in dem fünfften *tomo* die siebende taffel und in dem 7<sup>ten</sup> *tomo* die 13<sup>te</sup> *tabula* zu viel gefunden, welche zwej *tabulas* ich auff gutbefinden wieder zuruck senden kan.

Des H. Clairaut retractation über den *motum apogei lunaris* hat ein großes bruit gemacht und obschon meiner meynung nach ihme dieße sach eine doppelte ehr machen solte, so triumphieren doch seine *antagonistae* über die maaßen<sup>[1]</sup>.

Auch leidet Ew. HEdgb. *theoria Saturnina* einen großen stoß bei den *Academicis Parisinis*. Mir kommt noch eines und das andere suspect darin vor und weiß *dato* nicht, ob ich Ihrer oder meiner theori mehr trawen soll. Ich gestehe gantz gern daß meine theori nicht mit sufficienter exactitude ausgearbeitet ist; doch aber halte ich meine methode noch alzeit für richtig und so beschaffen, daß ich mit mehrerer mühe gewiß näher zur wahrheit hätte gelangen können<sup>[2]</sup>. Da ich die metaphysische betrachtungen über diese quaestionen alzeit gar wohl gemacht hatte und eingesehen wie leicht es seje sich von der wahrheit mehr zu entfernen als näher zu kommen, so erinnerte ich deßen den H. Clairaut vielfaltig und ermahnte ihn sich in seinen conclusionen nicht zu übereilen. Allein das unglück wolte daß Ew. HEdgb. und der H. d'Alembert auff den nehmlichen schluß gefallen waren. Ew. HEdgb. autoritet hat ihm billich eine große impression machen sollen; allein der H. d'Alembert hat bei mir *in rebus physico mechanicis* wenig gewicht; *in rebus physico hydraulicis* hat er raisonnirt wie ein kind *contra omnia experimenta*. Seine dissertation *Sur les vents* hat mir auch gar nicht gefallen wollen<sup>[3]</sup> und ist keine einzige physische reflexion schier darin und alles nur *in abstracto* geschrieben; ich hätte nicht gedacht daß die *Academici* sich ließen mit *formulis abstractis* abspeifen. Deßen allem ohngeacht hab ich für den H. d'Alembert eine sehr große und wahrhaftige großachtung und sehe ich vor, daß er mit dem alter seiner jugend bevues reichlich ersetzen wird.

Ew. HEdgb. hatten mir zu viel flattiert, da Sie mir gesagt haben, meine piece *Sur les vents* habe das so genante *accessit* erhalten, da sie doch nur alß eine piece qui a concouru getruckt worden, auff welche man keine weitere reflexion gemacht<sup>[4]</sup>; wan ich solches gewust hätte, wurde ich derselben truck nicht zugeben haben; dan da ich diese piece auß bloßer complaisance für Ew. HEdgb. in 2 oder 3 tagen geschrieben, so ist es nicht billich gewesen, daß man sich derselben bedienet habe pour servir de trophée.

Man schreibt mir auß Holland, daß der Robins seine *Artilleri* auff ein newes heraußgegeben und sich darin alß ein großer antagonist von Ew. HEdgb. erweijße<sup>[5]</sup>. Er könte aber übel anlauffen. Das brieff[lein] an Sivers hab ich recht bestellt. Ich kan auß diesem Baron Sivers nicht kommen; dan bei mir nente er sich Baron de l'Esperance<sup>[6]</sup>. Dero *Scientia navalis* erwarte mit großer ungedult und bedancke mich zum voraus dieses herlichen presents wegen.

H. (Johannes) Stehelin hat das unglück gehabt einen arm zu brechen; findet sich jetz aber gantz wohl auff.

Der H. Assessor Taubert ist vor etwas zeits hiedurch passiert; er ist alhier von allen leüten, so ihn gesehen, alß ein sehr verständiger und artiger Man admirirt worden: ich remonstrirte demselben ernstlich wie unrecht man mir in Petersburg gethan, wegen meiner pension, die man mir vermög eines contracts schuldig seje. Zulezt sagte ich ihme daß ich nichts mehr hoffte, als vielleicht die gelegenheit mich an dem urheber dieser gewaltthätigen ungerechtigkeit zu rächen. Der H. Taubert wuste mich aber zu besänfftigen und zu versichern, daß er noch alles zu meiner satisfaction außführen wolte. Auß höfflichkeit thate ich dergleichen, alß wan ich wieder etwas hoffte: ich weiß aber nur alzu wohl, daß nichts erfolgen wird<sup>[7]</sup>.

Ich zweifle ob H. Clairaut annoch mit Ew. HEdgb. übereinstimme, wegen allem so Sie mir *de orbitis planetarum* schreiben. Des H. Clairauts memoire, worin er den *motum apogei lunaris* außgerechnet, machte mir sehr wenig impression<sup>[8]</sup>: seine solution war sehr *indirecta*: ich hab ihm unterschiedene difficulteten formiert und er hat mir gemeldet, daß eine darvon avoit donné au but und daß er sich solche objection formiert habe, ehe er meinen brieff erhalten, und auch in einem memoire cacheté der Academi anonciert<sup>[9]</sup>.

Schließlichen habe die ehr mich Ew. HEdgb. schönstens zu empfehlen und aller meiner beständigen hochachtung zu versichern.

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 16. aug. 1749.

### Übersetzung

>...<

Zuerst muss ich mich bei Ihnen dafür entschuldigen, dass ich Ihren letzten Brief vom 24. Mai so lange unbeantwortet gelassen und die zugeschickten Bände der *Petersburger Commentarii* noch nicht bezahlt habe. Genau diese Bände sind die Ursache der Verzögerung, da sich herausgestellt hat, dass sowohl im 10. Band als auch in den später nachgeschickten Bänden vieles fehlt. Noch dazu ist der eine Band, als man ihn überprüfen wollte, verlegt worden, und inzwischen ist der Bibliothekar, Herr Prof. <J.H. II> Brucker, verweist. Nach vielem Hin- und Herschreiben muss ich nun doch endlich Ihren Brief beantworten, ohne dass ich mit Gewissheit melden kann, was fehlt, weil wir den 9. Band nicht finden können. So will ich also bloss die Defekte in den übrigen Bänden hier angeben:

Im 5. Band fehlt die vierte Tafel;

im achten Band fehlen die Bogen *Aaa*, *Bbb* und *Ccc* samt dem, was allenfalls zu diesen drei Bogen gehört;

im zehnten Band fehlt der Bogen *Lll*.

Ob in dem verlegten 9. Band etwas fehlt, kann ich noch nicht sagen. Inzwischen soll ich Sie bitten, uns die genannten fehlenden Stücke zu schicken. Das Päckchen könnte Herrn <E.> Müller in Berlin zugestellt oder uns bei einer anderen Gelegenheit geschickt werden; wenn wir es erhalten haben, wird mir der Vizebibliothekar die 15 Reichstaler sofort zustellen, die ich dann gemäss Ihrer Anweisung sogleich Herrn <D.> Falkner übergeben werde. Ansonsten muss ich von meiner Seite melden, dass alle uns zugeschickten Bände in derart liederlichem Zustand sind, das Papier so verschmiert und so schlecht, dass es der Akademie nicht zur Ehre gereicht und ich für mein Teil keinen halben Gulden, geschweige denn drei Reichstaler dafür geben

wollte. Geben Sie bitte bei der Übersendung der fehlenden Stücke gut acht, damit in dieser Angelegenheit kein weiterer Schriftverkehr nötig sein wird. Inzwischen ist der 9. Band zum Vorschein gekommen und für vollständig befunden worden, so dass mit der Übersendung der obenerwähnten Teile alles in Ordnung sein wird. Des weiteren waren die siebte Tafel des fünften Bandes und die 13. des siebten doppelt vorhanden; diese beiden Tafeln kann ich, wenn Sie es für gut befinden, wieder zurücksenden.

Herrn Clairauts Widerruf über die Bewegung des Mondapogäums hat grosses Aufsehen erregt, und obgleich ihm diese Sache meiner Meinung nach doppelte Ehre einbringen sollte, triumphieren dennoch seine Widersacher masslos<sup>[1]</sup>. Auch Ihre Saturntheorie erleidet bei den Pariser Akademikern eine heftige Erschütterung. Darin kommt mir einiges noch immer verdächtig vor, und ich weiss bis heute nicht, ob ich Ihrer Theorie oder der meinen mehr trauen soll. Ich gestehe gern zu, dass meine Theorie nicht mit hinlänglicher Genauigkeit ausgearbeitet ist, doch halte ich meine Methode noch immer für richtig und so beschaffen, dass ich mit grösserem Arbeitsaufwand der Wahrheit gewiss hätte näher kommen können<sup>[2]</sup>. Da mir die metaphysischen Betrachtungen zu diesen Fragen stets präsent waren und ich eingesehen hatte, wie leicht es ist, sich von der Wahrheit eher zu entfernen als ihr näherzukommen, erinnerte ich Herrn Clairaut mehrmals daran und ermahnte ihn, sich mit seinen Schlussfolgerungen nicht zu übereilen. Allein das Unglück wollte es, dass Sie und Herr d'Alembert zu demselben Schluss gekommen waren, und Ihre Autorität sollte ihn zu Recht stark beeindrucken. Bei mir hat Herr d'Alembert in physiko-mechanischen Belangen allerdings wenig Gewicht, und in physiko-hydraulischen hat er wie ein Kind gegen alle Experimente räsoniert. Seine Preisschrift *Über die Winde* wollte mir auch nicht gefallen<sup>[3]</sup>: sie enthält kaum eine einzige physikalische Überlegung, und alles ist nur abstrakt geschrieben; ich hätte nicht gedacht, dass die Akademiker sich mit abstrakten Formeln abspiesen liessen. Dessen ungeachtet habe ich vor Herrn d'Alembert eine grosse und aufrichtige Hochachtung, und ich sehe voraus, dass er mit zunehmendem Alter seine jugendlichen Schnitzer reichlich ausgleichen wird.

Sie hatten mir allzusehr geschmeichelt, als Sie mir sagten, meine Preisschrift *Über die Winde* habe das sogenannte *Accessit* erhalten, wo sie doch nur als eine pièce qui a concouru gedruckt worden ist, der man keine weitere Beachtung schenkt<sup>[4]</sup>. Hätte ich das gewusst, dann hätte ich dem Druck nicht zugestimmt. Da ich diese Abhandlung aus reiner Gefälligkeit Ihnen gegenüber in nur zwei oder drei Tagen geschrieben habe, war es nicht richtig, sich ihrer pour servir de trophée zu bedienen.

Aus Holland schreibt man mir, Robins habe seine *Artillerie* neu herausgegeben und erweise sich darin als Ihr grosser Antagonist<sup>[5]</sup>. Das könnte ihm aber schlecht bekommen! Den Brief an Sivers habe ich ordnungsgemäss zugestellt. Aus diesem Baron Sivers werde ich nicht ganz klug, denn bei mir nannte er sich Baron de l'Espérance<sup>[6]</sup>. Ihren Traktat über die Schiffswissenschaft erwarte ich mit grosser Ungeduld, und ich bedanke mich im voraus für dieses prächtige Geschenk.



Herr <Johannes> Stähelin hatte das Unglück, einen Arm zu brechen, aber jetzt geht es ihm wieder ganz gut.

Vor einiger Zeit war Assessor Taubert hier auf der Durchreise. Hier wurde er von allen Leuten, die ihn gesehen haben, als ein sehr verständiger und angenehmer Mann bewundert. Ich legte ihm ernsthaft dar, wie ungerecht man mich in Petersburg hinsichtlich meiner Pension, die man mir vertragsmässig schuldet, behandelt hat. Zuletzt sagte ich ihm, dass ich nichts mehr erhoffe ausser vielleicht die Gelegenheit, mich an dem Urheber dieser brutalen Ungerechtigkeit zu rächen. Herr Taubert konnte mich aber besänftigen und versicherte mir, dass er alles zu meiner Genugtuung unternehmen wolle. Der Höflichkeit zuliebe stellte ich mich, als hätte ich wieder etwas Hoffnung, doch weiss ich nur allzugut, dass nichts erfolgen wird<sup>[7]</sup>.

Ich zweifle daran, dass Herr Clairaut noch in all dem, was Sie mir über die Planetenbahnen schreiben, mit Ihnen übereinstimmt. Seine Abhandlung, in welcher er die Bewegung des Mondapogäums berechnet hat, hat mir wenig Eindruck gemacht<sup>[8]</sup>. Seine Lösung ist sehr indirekt. Ich habe ihm verschiedene Schwierigkeiten vorgelegt, und er schrieb mir, eine davon sei zutreffend und er sei selbst schon auf diesen Einwand gestossen, bevor er meinen Brief erhalten habe, was er in einer Abhandlung unter Verschluss bei der Akademie angezeigt habe<sup>[9]</sup>.

Abschliessend empfehle ich mich Ihnen schönstens und versichere Sie meiner ständigen Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 16. August 1749.

R 178 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom 24. Mai 1749  
 Basel, 16. August 1749  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 139–140v  
 Publ.: Fuss 2, p. 645–647

- [1] Die umstrittenen Aspekte der Theorie der Mondbewegung werden auch im Briefwechsel L. Eulers mit Clairaut besprochen (cf. O. IV A, 5, p. 6–9 und p. 156f).
- [2] Cf. Einleitung III.2.5.1.2, p. 49–54 h.v.
- [3] Cf. d'Alemberts Berliner Preisschrift über die Winde (1747a), sowie Brief Nr. 79, Anm. 7.
- [4] Cf. Brief Nr. 79, Anm. 2.
- [5] Robins plante 1749 tatsächlich eine stark erweiterte Neuausgabe seiner *Artillerie*, reiste aber gegen Ende desselben Jahres nach Indien ab, wo er 1751 starb. Daraus kann man schliessen, dass die Neuausgabe nie erschienen ist, was D. Bernoulli, der offenbar über deren Vorbereitung informiert war, nicht wusste (cf. J. Wilson 1761, vol. 1, p. xli).
- [6] Der im Elsass dienende Oberstleutnant Baron Sivers aus Montbéliard interessierte sich für die Mitglieder seiner weiteren Familie, die in russischen Diensten standen, und bat Euler um diesbezügliche Angaben. Der hier erwähnte Brief Eulers an Sivers (vom 24. Mai 1749), der wahrscheinlich entsprechende Informationen enthielt, ist uns unbekannt, doch Sivers' ursprüngliche Anfrage vom 21. April 1749 und zwei spätere Briefe an Euler sind erhalten geblieben (R 2584–2586; cf. O. IV A, 1, p. 427, wo übrigens die Angabe des Absendeorts in Guebwiller zu korrigieren ist).

- [7] Assessor Taubert hatte im August 1748 einen einjährigen Urlaub für eine Auslandsreise erhalten. Nebst persönlichen Angelegenheiten, die mit der Regelung des Nachlasses seines verstorbenen Vaters in Sachsen zusammenhingen, sollte er sich im Auftrag der Petersburger Akademie mit Wissenschaftlern in verschiedenen Ländern bekannt machen und zur Verbesserung des Buchhandels beitragen, für die Akademie Künstler und Graveure gewinnen etc. Eine detaillierte dienstliche Instruktion der Akademischen Kanzlei für Taubert ist erhalten geblieben (cf. *Materialy* 9, p. 363–366). Nach seiner Rückkehr nach Petersburg im Oktober 1749 legte er der Akademie einen ausführlichen Bericht über seine Besuche bei verschiedenen Institutionen und seine Kontakte mit europäischen Gelehrten und Buchhändlern vor, der in einem Auszug in russischer Sprache veröffentlicht ist (*Materialy* 10, p. 186–202). Unter anderem ist der Bericht den Verhältnissen einiger auswärtiger Akademiemitglieder (D. Bernoulli, J.G. Gmelin, Duvernois u. a.) gewidmet (*ibid.*, p. 193–197).
- [8] Cf. Clairauts Abhandlung über die Bewegung des Mondapogäums (1749a).
- [9] Es handelt sich um das Original-Manuskript zu Clairaut (1752a), das dieser am 21. Januar 1749 in einem versiegelten Umschlag bei der Pariser Akademie deponiert hatte. – Cf. Waff (1976, p. 226).

92

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 27. Oktober 1749

HochEdelgebohrner Herr

Hochgeehrtester Herr Professor!

Obschon Ewer HochEdelgebohrnen angebohrne güte und edles gemüht allen recommendationen vorkommt allen wohlverdienten leüten, sonderlich aber denjenigen die das glück haben Dero Landsleüte zu sejn, nach möglichkeit behülfflich zu sejn, so hab ich doch in ansehung der außnehmenden freundschaft, mit deren Sie mich sejt so langen jahren beehren, den HH. Gebrüderen Raillard dieses schreiben mit geben wollen umb dieselbe Ewer HochEdelgebohrnen bester maaßen anzubefehlen<sup>[1]</sup>. Wenigsten weiß ich, daß Ew. HEdgb. einige reflexion machen werden auff das zeügnuß ihrer meriten, und darff ich über diesen puncten dieselbe ohne bedencken praeoccupieren in erwartung daß die HH. Raillards die ehr haben bey Ew. HEdgb. beßer bekant zu sejn. Der jüngere H. ⟨L.⟩ Raillard besitzt alle gute qualiteten, die seinem Character eines *Candidati Theologiae* anständig sind; er hat dabey einen natürlichen trefflichen verstand und eine so große litteratur alß es immer sein alter erlaubt; vielleicht möchte er noch nicht die experience du monde haben, die sonst so nöhtig ist umb seine merites in der welt valieren zu machen und sich zu producieren; aber auch dieses wird ihne beliebt machen bey seinen umständen, indem er sich befleißt sich nach seines herzen idées und instruction völlig zu conformieren. Mit dem älteren H. ⟨J.J.⟩ Raillard hab ich eine genawer freundschaft gepflogen und zwar mit so viel mehrerem vergnügen, alß ich viele penetration bey demselben bemercket, sonderlich zu den mechanischen wissenschaften; er hat sich auff das genie meistens appliciert und scheinet seine kunst recht wohl zu verstehen. Er hat hierzu mehrere *principia theoretica* alß die Ingenieurs zu haben pflegen; er hat auch denjenigen gout und alle natürliche gaaben

die bey seiner profession können erfordert werden: es manglet ihm auch nicht an experienz, obschon er noch jung an jahren ist; da ihm aber unser kleine statt alzu eingeschränkt ist umb nach seinen merites können employirt zu werden, so hat er sich resolviert naher Berlin zu gehen, alwo heütiges tages die wißenschafften und der gute gout meistens florieren, theils umb sich mehrers zu perfectionieren, theils auch umb dorten ein anständiges etablissement zu suchen, welches ihm auch nicht fehlen wird so bald seine merites bekant sejn werden, sonderlich da er zugleich alle qualiteten hat umb sich beliebt zu machen und zu producieren. Ubrigens wißen auch Ew. HEdgb. daß diese 2 HH. Raillards von einem unserer besten haüßeren in Basel sind und keines wegs nöhtig hätten ihre fortun in der frembde zu suchen, wan sie nicht durch eine löbliche ambition und begierde ihre *talenta* valieren zu machen darzu triebe.

Ich muß noch einen anderen dienst von Ew. HEdgb. begehren; es ist mir nehmlich bejliegender brieff von Bern zugeschickt worden an einen H. Wyttenbach, deßen adresse man nicht ejgentlich weiß; man hoffet aber es werde sich derselbe an Ew. HEdgb. adressiert haben, so daß Sie diesen brieff ohne mühe werden bestellen können; solten Sie aber je diesen herren noch nicht kennen, so sind Sie dienst[fertigst] ersucht sich sinet wegen zu informieren; Sie werden dadurch so wohl mich alß ein gantzes sehr ansehnliches hauß in Bern obligieren; so bald Sie einige erfahrung von diesem H. Wyttenbach bekommen, bitte mich ohnbeschwärt deßen umstände zu berichten und so Sie demselben einige gefälligkeiten zu erweisen gelegenheit bekommen solten, auch in ansehung seiner Ihren Character nicht zu dementieren. Sie werden mich dadurch so viel mehr obligieren, alß mir diese commission mit vielem empressement ist auffgetragen worden<sup>[2]</sup>.

Ubrigens beruffe mich auff mein letsteres an Ew. HEdgb. abgelaßenes schreiben und bitte insonderheit den defect der überschickten *Comment[ariorum] Petropolitanorum* zu ergänzen und zu melden ob noch einige andere unkösten nebst den 15 Rthl. an H. (D.) Falckhner für Sie zu erstatten sejen. Die zeit erlaubt mir nicht mehrers bejzufügen; ich empfehle mich Ew. HEdgb. und Dero werthesten familien gütigstem angedencken, der ich lebenslang mit aller ersinlichen hochachtung verharre,

Ewer HochEdgb.

Meines Hochgeehrtesten Herren *Professoris*

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 27. 8bris 1749.

P.S. Der H. Witenbach solle auch für Ew. HEdgb. ein recommendation schreiben von H. (J.S.) König in Holland für Ew. HEdgb. mitgenommen haben, welches seinen Elteren auß Holland ist zugeschickt worden; ich zweiffle also nicht, es werde der H. Wyttenbach sich bereits bey Ihnen angemeldet haben, wan er je in Berlin angelangt ist<sup>[3]</sup>.

### Übersetzung

}...{

Obwohl Ihre angeborene Güte und Ihr Edelmut allen Empfehlungen dabei zuvorkommen, allen verdienten Leuten, besonders jedoch denjenigen, die das Glück haben, Ihre Landsleute zu sein, nach Möglichkeit behilflich zu sein, habe ich angesichts der besonderen Freundschaft, mit der Sie mich seit so vielen Jahren beehren, den Brüdern Raillard dieses Schreiben mitgegeben, um sie Ihnen bestens zu empfehlen<sup>[1]</sup>. Ich weiss zumindest, dass Sie dem Zeugnis ihrer Verdienste einige Beachtung schenken werden, und darf Sie deshalb in diesem Punkt ohne Bedenken so lange in Anspruch nehmen, bis die Herren Raillard die Ehre haben, Ihnen näher bekannt zu sein. Der jüngere Herr ⟨L.⟩ Raillard besitzt alle guten Eigenschaften, die einem Kandidaten der Theologie wohl anstehen. Dazu verfügt er über einen natürlichen, trefflichen Verstand und so grosse literarische Bildung, wie es sein Alter nur erlaubt. Vielleicht mag er noch nicht die Welterfahrung haben, die sonst nötig ist, um seine Verdienste in der Welt zur Geltung zu bringen und sich zu präsentieren, doch auch das wird ihn in seiner Umgebung beliebt machen, indem er sich befleissigen wird, sich gemäss den Ideen und der Bildung seines Herzens gut anzupassen. Mit dem älteren Herrn ⟨J.J.⟩ Raillard habe ich eine engere Freundschaft gepflegt, und zwar mit um so grösserem Vergnügen, als ich bei ihm – besonders in den mechanischen Wissenschaften – viel Einsicht bemerken konnte. Er hat sich am meisten den Ingenieurwissenschaften zugewandt und scheint seine Kunst sehr gut zu verstehen. Auch hat er darin mehr theoretische Kenntnisse, als die Ingenieure zu haben pflegen, wie auch den Geschmack und alle natürlichen Gaben, die seine Profession erfordert. Obwohl noch jung an Jahren, mangelt es ihm auch nicht an Erfahrung. Da ihm aber unsere kleine Stadt allzu eng ist, als dass er seinen Fähigkeiten entsprechend verwendet werden könnte, hat er sich entschlossen, nach Berlin zu gehen, wo heutzutage die Wissenschaften und der gute Geschmack am meisten florieren – teils um sich noch mehr zu vervollkommen, teils auch, um dort eine angemessene Stellung zu suchen, was er auch nicht verfehlen wird, sobald seine Fähigkeiten bekannt sind, besonders da er über alle Qualitäten verfügt, um sich beliebt zu machen und zu präsentieren. Übrigens wissen auch Sie, dass die beiden Herren Raillard aus einem unserer besten Basler Häuser sind und keineswegs nötig hätten, ihr Glück in der Fremde zu suchen, wenn sie nicht durch löblichen Ehrgeiz und die Begierde, ihre Talente umzusetzen, dazu getrieben würden.

Noch um einen anderen Dienst muss ich Sie bitten. Mir ist nämlich aus Bern der beiliegende Brief an einen Herrn Wyttenbach zugesandt worden, dessen genaue Adresse man nicht kennt. Man hofft jedoch, dieser werde sich an Sie gewandt haben, so dass Sie diesen Brief mühelos würden bestellen können. Sollten Sie diesen Herrn aber noch nicht kennen, so sind Sie höflich gebeten, sich nach ihm zu erkundigen. Dadurch werden Sie sowohl mich als auch eine ganze sehr ansehnliche Familie in Bern zu Dank verpflichten. Sobald Sie über diesen Herrn Wyttenbach etwas in Erfahrung gebracht haben werden, berichten Sie mir bitte unbeschwert dessen Umstände, und wenn Sie Gelegenheit dazu bekommen sollten, ihm einige

Gefälligkeiten zu erweisen, dann verleugnen Sie bitte auch in bezug auf Ihn Ihren guten Charakter nicht. Sie würden mich dadurch um so mehr verpflichten, als mir diese Kommission sehr nachdrücklich aufgetragen worden ist<sup>[2]</sup>.

Im übrigen beziehe ich mich auf meinen letzten Brief an Sie und bitte Sie insbesondere, die fehlenden Teile der zugeschickten *Petersburger Commentarii* zu ergänzen und zu melden, ob nebst den 15 Reichstalern an Herrn ⟨D.⟩ Falkner noch andere Unkosten für Sie zu erstatten sind. Die Zeit erlaubt mir nicht, Weiteres beizufügen.

Ich empfehle mich Ihnen und Ihrer werten Familie zu bestem Gedenken und verbleibe lebenslang mit aller denkbaren Hochachtung

⟩...⟨

Daniel Bernoulli

Basel, den 27. Oktober 1749.

P. S. Herr Wytttenbach soll auch ein Empfehlungsschreiben von Herrn ⟨J.S.⟩ König in Holland für Sie mitgenommen haben, das seinen Eltern aus Holland zugesandt worden ist. Ich zweifle also nicht daran, dass sich Herr Wytttenbach bereits bei Ihnen gemeldet haben wird, wenn er überhaupt in Berlin angekommen ist<sup>[3]</sup>.

R 179 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom September 1749

Basel, 27. Oktober 1749

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 141–142v

- [1] Der Briefwechsel Eulers aus der folgenden Zeit zeugt mehrfach von seiner Sorge um die Unterbringung der Brüder Johann Jakob und Lucas Raillard (cf. *Eulers Briefwechsel* 2 und 3, wo bei der Benutzung des Personenregisters darauf zu achten ist, dass der Name Raillard zuweilen falsch als Baillard transkribiert worden ist).
- [2] Um welches Mitglied der Berner Familie Wytttenbach es sich hier handelt, ist uns nicht bekannt.
- [3] Das Empfehlungsschreiben von J.S. König für Wytttenbach ist uns nicht bekannt.

HochEdelgebohrner Herr

Hochgeehrtester Herr Professor

Ewer HochEdgb. haben recht vermutet, daß ich Dero brieff durch H. Moula nicht empfangen habe, doch habe ich die defecten richtig erhalten<sup>[1]</sup>; ich weiß nicht durch welchen canal und kan nicht begreifen wie eines ohne das andere angekommen seje. So bald ich diese defecten bekommen, hab ich solche unserem

Herren *Vice-Bibliothecario* geschickt, welcher mir zugleich die 15 Rthl. dargegen geschickt; ich hab solche dem H. GH. Daniel Falckner übergeben laut bejliegendem schein vom 5. 9bris 1749 und werden hoffentlich Ew. HEdgb. die 22 f. 30 x von dem H. (E.) Müller längstens empfangen haben.

Ew. HEdgb. haben sich die hiesige Raillardische familien sehr verbunden durch die außnehmende höfflichkeit, und leistung vieler diensten, welche Sie den 2 HH. Raillarden gethan. Ich bin Denselben gleichfahls dafür obligiert, alß der ich die frejheit genommen Ihnen solche zu recommendieren. H. Raillard hat mir durch einen expressen brieff deswegen gedanckt, deme ich auch mit bejliegendem briefff[ein] antworthe<sup>[2]</sup>. Ich hab auch große ehr eingelegt bej der Wittenbachischen familien, daß Ew. HEdgb. den brieff so sorgfältig bestellt haben, und dancke deswegen gehorsamst.

Der Windsheim hat mir eine gewisse anzahl von ihren programmes geschickt mit bitte solche zu publicieren<sup>[3]</sup>. Ich kan nicht begreifen, wie man sich noch möge an mich adressieren zu commissionen; man muß meinen ich seje vollkommen unempfindlich: ich bitte Ew. HEdgb. ihnen zu melden, daß so lang man mir nicht will weder gantz noch zum theil satisfaction laisten, sie mich mit allen commissionen verschonen sollen: auch verlange ich nicht jemahls ihre *problemata* zu erfahren, will geschweigen etwa zu concurrieren. Es ist eine wunderliche sach eine solche quaestion zu proponieren, da sie niemand haben, der nur die *elementa* darvon verstehet<sup>[4]</sup>; wie wollen sie doch urtheilen, welches die beste piece seje. Man hätte meiner meinung nach beßer gethan *quaestiones physico-experimentales* zu proponieren, so hätte man doch mit einigem fug judicieren können. Es fehlen unß viele *theoriae*, welche durch experimenten müßen richtig gemacht werden und von großer wichtigkeit sind; man hätte durch dergleichen quaestionen großen nutzen und viel ehr verschaffen und erlangen können.

Ich habe Ew. HEdgb. piece über den *Saturnum* gesehen und *obiter* durchgegangen<sup>[5]</sup>; die materi eckelt mich schier; sonstn hätte ich sie mit aller attention gelesen; ich habe viele vortreffliche *artificia* darin bemercket; aber in der hauptsach glaube ich daß nohtwendig *paralogismi* müßen verborgen sejn; ich halte für gantz gewiß *in hypothesi non-excentricitatis*, daß die *inaequalitates* nicht *a simplici elongatione* dependieren noch *post singulas conjunctiones* recurrieren; wan solches wäre, so wurde meine arbeit 90 procento leichter worden sejn; aber es ist gewiß nicht: sondern der *periodus inaequalitatum* geschieht erst *post trinas conjunctiones* und auch alsdan nur *proxime*. Die *inaequalitates* sind auch *in hac hypothesi* gewiß viel größer als Sie meinen. Es ist auch unbegreiflich daß die *excentricitas* einen so großen effect thun könne; die bloße proposition choquiert<sup>[6]</sup>. Man gestehet nun in Paris, daß sich meine theori beßer soutenierte alß die ihrige und haben meine freünd alles gethan umb mich wieder concurrieren zu machen; aber die mühesame arbeiten sind nicht für mich; ich glaube einmahl daß nicht möglich ist dem *problemati* anderst als *per partes successivas* zu satisfacieren, weilen die *inaequalitates* dependieren *ab arcubus descriptis ab utroque planeta* und allen *elementis* so von diesen 2 *arcubus absolutis* dependieren und wan man wolte eine *seriem generalem* formieren, so müste diese *series* durch alle *dimensiones* von beiden *arcubus* und

nicht von einem *arcu* allein laufen; Ich glaube noch alzeit daß etwas unter Ihren approximationen steckt, welches nicht recht ist<sup>[7]</sup>; Ew. HEdgb. untersuchen alles noch einmahl mit gröster auffmerksamkeit und *scepticismo*; niemand kan es thun in der welt, alß Sie selbst. Meine arbeit kan ich nicht garantieren, da ich eine methode gebraucht, alwo ein einziger *error numericus* alles destruiert; aber meine methode halte ich für unfehlbar: ich hätte auch nicht sollen die *reactionem in Solem* negligieren, wie ich gethan, nur umb meine bereits geschehene *calculos* nicht zu repetieren<sup>[8]</sup>. Ew. HEdgb. nehmen mir nicht für übel, daß ich so frej rede und mir dißmahlen so viel außnehme; solches geschihet gewiß ohne die veneration die ich für Ihre merites, sonderlich in *mathematicis puris*, habe zu verletzen.

Obschon ich des H. Clairauts *theoriam lunarem* noch nicht gesehen<sup>[9]</sup>, so kan ich ihme doch meine praesumption nicht refusieren: ich kenne seine capacitet und bin darneben des hauptsatzes von der sufficienz der *theoriae Newtonianae* vollkommen überzeugt. Den H. d'Alembert halt ich für einen großen *mathematicum in abstractis*; aber wan er einen *incursum* macht in *mathesin applicatam*, so höret alle estime bej mir auff; seine *Hydrodynamica* ist viel zu kindisch<sup>[10]</sup>, daß ich einige estime für ihn in dergleichen sachen haben könnte. Seine piece *Sur les vents* will nichts sagen und wan einer alles gelesen, so weiß er so viel von den *ventis* als vorher<sup>[11]</sup>; ich vermeinte man verlange physische determinationen und nicht abstracte *integrationes*; es fangt sich ein verderbter gout an einzuschleichen, durch welchen die wahre wißenschafften viel mehr leiden als sie avanciert werden und wäre es oft beßer für die *realem physicam*, wan kein mathematic auff der welt wäre. Ich kan nicht begreifen, was der M<sup>r</sup> d'Alembert sagen will, in den *Memoires de Berlin*, mit seinen unendlich vielen *vibrationibus isochronis* und *curvaturis*<sup>[12]</sup>; man solte ihm sagen, *hic Rhodus, hic saltus!*<sup>[13]</sup>. Aber er bleibt alzeit in *abstractis* und bringt niemahls kein *exemplum specificum*; ich möchte doch wissen, wie er auß einer saiten, derer *sonus fundamentalis* 1 ist, einen anderen *sonum* als 1 oder 2, 3, 4 etc. heraußbringen will. Er hat Ew. HEdgb. nachäffen wollen, aber man sihet keinen gout in seinen productionen und wenig realitet.

Ich habe die ehr mit schuldigster hochachtung zu verharren

Ewer HochEdelgebohrnen

Gehorsamster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 26. jan. 1750.

### Übersetzung

>...<

Sie haben richtig vermutet, dass ich Ihren über Herrn Moula zugesandten Brief nicht erhalten habe, hingegen sind mir die fehlenden Stücke richtig zugegangen<sup>[1]</sup>. Ich weiss allerdings nicht, auf welchem Weg, und kann nicht verstehen, wie das



eine ohne das andere angekommen ist. Gleich nach Empfang dieser Stücke habe ich sie unserem Vizebibliothekar geschickt, der mir sogleich die 15 Reichstaler dafür übergeben hat. Diese gab ich, wie die hier beiliegende Quittung vom 5. November 1749 zeigt, Herrn Daniel Falkner; ich hoffe, Sie werden die 22 Gulden 30 Kreuzer von Herrn (E.) Müller längst erhalten haben.

Durch Ihre ausserordentliche Höflichkeit und die vielen Dienste, welche Sie den beiden Herren Raillard erwiesen haben, haben Sie sich die hiesige Familie Raillard sehr verpflichtet. Dasselbe gilt für mich selbst, der ich mir die Freiheit genommen habe, Ihnen diese zu empfehlen. Herr Raillard hat mir eigens durch einen Brief seinen Dank ausgesprochen, und ich antworte ihm mit dem hier beiliegenden kurzen Brief<sup>[2]</sup>. Auch bei der Familie Wyttenbach habe ich damit viel Ehre eingelegt, dass Sie den Brief so sorgfältig bestellt haben, und danke Ihnen sehr dafür.

Winsheim hat mir eine Anzahl ihrer Programme zugeschickt mit der Bitte, diese publik zu machen<sup>[3]</sup>. Es ist mir unbegreiflich, wie man sich noch mit Aufträgen an mich wenden kann: diese Leute müssen mich für vollkommen unempfindlich halten. Ich bitte Sie, ihnen zu melden, dass sie mich mit allen Besorgungen verschonen sollen, solange man mir nicht ganz oder zumindest teilweise Genugtuung leisten will. Es verlangt mich auch nicht danach, je wieder ihre Preisaufgaben zu erfahren, geschweige denn zu konkurrieren. Es ist eine seltsame Idee, eine solche Frage zu stellen, da sie niemanden haben, der auch nur die Grundlagen davon versteht<sup>[4]</sup> – wie wollen sie denn beurteilen, welche Preisschrift die beste sei? Meiner Meinung nach hätte man besser daran getan, Probleme der Experimentalphysik vorzuschlagen, die man doch wenigstens mit einigem Fug hätte beurteilen können. Uns fehlen viele Theorien, die durch Experimente in Ordnung gebracht werden müssen und von grosser Wichtigkeit sind. Durch solche Problemstellungen hätte man grossen Nutzen und viel Ehre einheimen können.

Ihre Preisschrift über den Saturn habe ich gesehen und flüchtig durchgesehen<sup>[5]</sup>. Dieser Gegenstand widert mich beinahe schon an, sonst hätte ich sie mit aller Aufmerksamkeit gelesen. Ich bemerkte darin viel vortreffliche Kunstfertigkeit, doch in der Hauptfrage glaube ich, dass notwendigerweise Fehlschlüsse darin versteckt sein müssen. Wenn man keine Exzentrizität annimmt, halte ich es für gewiss, dass die Ungleichheiten nicht einfach von der Elongation abhängen und auch nicht nach jeder Konjunktionen wiederkehren. Wäre dies der Fall, so wäre meine Arbeit um 90 % leichter geworden. Doch es ist gewiss nicht so, sondern die Periode der Ungleichheiten tritt erst nach drei Konjunktionen ein, und auch dann nur in Näherung. Auch sind die Ungleichheiten unter dieser Hypothese sicher viel grösser, als Sie meinen. Ferner ist es unbegreiflich, dass die Exzentrizität eine so grosse Wirkung zeitigen kann – die blosse Vorstellung ist schockierend<sup>[6]</sup>. In Paris gesteht man nun ein, dass sich meine Theorie besser halten lässt als die Ihrige, und meine Freunde haben alles versucht, damit ich wieder konkurriere, doch die mühseligen Arbeiten sind nichts für mich. Ich glaube nun einmal, dass es nicht möglich ist, dem Problem anders als schrittweise gerecht zu werden, weil die Ungleichheiten abhängen von den von beiden Planeten beschriebenen Bogen und von allen Bahnelementen, die von diesen zwei bereits durchlaufenen Bogen abhängen.

Wollte man eine allgemeine Reihe bilden, so müsste diese durch alle Abmessungen beider Bogen und nicht eines einzigen allein laufen. Ich glaube noch immer, dass etwas in Ihren Approximationen steckt, was nicht richtig ist<sup>[7]</sup>. Untersuchen Sie alles nochmals mit grösster Aufmerksamkeit und Skepsis; niemand in der Welt kann das tun als Sie selbst. Für meine Arbeit kann ich nicht garantieren, da ich eine Methode verwendet habe, wo ein einziger numerischer Fehler alles zunichte macht, aber meine Methode halte ich für unfehlbar. Ich hätte auch die Rückwirkung auf die Sonne nicht vernachlässigen sollen, wie ich es getan habe, bloss um meine bereits ausgeführten Rechnungen nicht wiederholen zu müssen<sup>[8]</sup>. Nehmen Sie mir nicht übel, dass ich so frei rede und mir diesmal so viel herausnehme; das geschieht gewiss, ohne die Verehrung zu verletzen, die ich für Ihre Verdienste – besonders in der reinen Mathematik – habe.

Obschon ich die Mondtheorie von Herrn Clairaut noch nicht gesehen habe<sup>[9]</sup>, kann ich ihm meine Zustimmung von vornherein nicht verweigern: Ich kenne seine Fähigkeiten und bin ohnehin vollkommen überzeugt von seiner Hauptaussage, dass die Newtonsche Theorie ausreicht. Herrn D'Alembert halte ich für einen grossen Mathematiker im Abstrakten, aber wenn er einen Anlauf in die angewandte Mathematik unternimmt, hört bei mir alle Wertschätzung auf. Seine *Hydrodynamik* ist viel zu kindisch<sup>[10]</sup>, als dass ich für ihn in solchen Fragen einige Achtung haben könnte. Seine Preisschrift über die Winde hat nichts zu bedeuten; wenn jemand alles gelesen hat, dann weiss er über die Winde gleich viel wie zuvor<sup>[11]</sup>. Ich vermeinte, man fordere physikalische Bestimmungen und nicht abstrakte Integrationen. Ein verdorbener Geschmack beginnt sich einzuschleichen, durch den die wahren Wissenschaften viel mehr leiden als vorangetrieben werden, und für die reale Physik wäre es oft besser, wenn keine Mathematik in der Welt wäre. Ich kann nicht begreifen, was Herr d'Alembert in den *Berliner Mémoires* sagen will mit seinen unendlich vielen isochronen Schwingungen und Krümmungen<sup>[12]</sup> – man sollte ihm zurufen: «*Hic Rhodus, hic saltus!*»<sup>[13]</sup>. Doch er bleibt immer im Abstrakten und bringt nie ein konkretes Beispiel. Ich möchte wirklich wissen, wie er aus einer Saite mit dem Grundton 1 einen anderen Ton als 1 oder 2, 3, 4 etc. herausbringen will. Er wollte Sie nachäffen, doch man erkennt in seinen Produktionen keinen Geschmack und wenig Realität.

Ich verbleibe mit schuldigster Hochachtung

>...<

Daniel Bernoulli

Basel, den 26. Januar 1750.

R 180 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief L. Eulers vom Dezember 1749<sup>[14]</sup>

Basel, 26. Januar 1750

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 143–144v

Publ.: Fuss 2, p. 648–650

- [1] Zu den fehlenden Bogen der *Petersburger Commentarii* cf. Brief Nr. 91.
- [2] Welcher der beiden Brüder Raillard an D. Bernoulli geschrieben hatte, ist nicht klar.
- [3] Der Mathematiker und Astronom Ch.N. von Winsheim war in den Jahren 1742–46 und 1749–51 Konferenzsekretär der Petersburger Akademie.
- [4] Die Preisfrage der Petersburger Akademie für 1751 war von Euler vorgeschlagen worden (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p. 173) und lautete: *An omnes inaequalitates, quae in motu Lunae observantur, theoriae Newtonianae sint consentaneae necne? Et quaenam sit vera theoria omnium harum inaequalitatum, unde locus Lunae ad quodvis tempus quam exactissime possit definiri?* (Sind alle bei der Bewegung des Mondes beobachteten Unregelmässigkeiten mit der Newtonschen Theorie vereinbar oder nicht? Und welches ist die wahre Theorie aller dieser Unregelmässigkeiten, aus der der Ort des Mondes zu jeder Zeit so genau wie möglich bestimmt werden kann?).
- [5] Cf. Eulers Pariser Preisschrift über die Bewegungen von Saturn und Jupiter (E. 120).
- [6] Cf. E. 120, Kap. IV (§§ 41–61) sowie Kap. V (§§ 62–81). In Kapitel IV betrachtet Euler die Jupiterbahn als kreisförmig und die Saturnbahn als elliptisch, in Kapitel V behandelt er den umgekehrten Fall. Euler löst dabei die jeweiligen gekoppelten Differentialgleichungssysteme zweiter Ordnung für die Bewegung des Saturn mit der Methode der unbestimmten Koeffizienten, wobei er in den Lösungsansätzen die jeweiligen Exzentrizitäten berücksichtigt. Es stellt sich heraus, dass der Effekt der elliptischen Bahnen in beiden Fällen zu durchaus nicht zu vernachlässigenden Ungleichheiten führt.
- [7] Die Probleme in Eulers Abhandlung E. 120 finden sich untersucht bei C.A. Wilson (1985, p. 91–96, 102–110, 225–226; 1995, p. 99). Es ist jedoch kaum anzunehmen, dass D. Bernoulli auf die dort analysierten Unzulänglichkeiten hinweisen konnte.
- [8] Cf. Einleitung III.2.5.1.2, p. 50 h.v.
- [9] Die von der Petersburger Akademie gekrönte Preisschrift von Clairaut (1752c) erschien erst zwei Jahre später im Druck. Betrefts Clairauts früherer Untersuchungen zur Mondtheorie cf. seine Abhandlung *Du système du Monde* (1749a), speziell den Abschnitt *Application des principes précédens à la théorie de la Lune* (*op. cit.*, p. 342–361). – Die Lösung des Apsidenproblems, die Clairaut bei der Pariser Akademie deponiert hatte (cf. Brief Nr. 91, Anm. 9), wurde dort am 15. März 1752 gelesen und noch im selben Jahr gedruckt. – Cf. Clairaut (1749a–d, 1752a–c).
- [10] Cf. d’Alemberts Traktat über das Gleichgewicht und die Bewegung der Flüssigkeiten (1744).
- [11] Cf. Brief Nr. 79, Anm. 7.
- [12] Cf. d’Alemberts Abhandlung über schwingende Saiten (1749a, b).
- [13] Frei nach der aesopischen Anekdote vom prahlerischen Weitspringer, aus der Erasmus von Rotterdam (*Adagia* 3, 3, 28) das bis heute so überlieferte «*Hic Rhodos, hic salta!*» schöpfte («Hier ist Rhodos, hier springe!»).
- [14] In einem Brief an Euler vom 25. Dezember 1749 aus Tübingen erwähnt G.W. Krafft, dass er Eulers Brief an D. Bernoulli über Johannes Stähelin weitergeleitet hat (cf. *Eulers Briefwechsel* 3, p. 170).

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, 7. Oktober 1753

J'assure Mons<sup>r</sup> le Prof. Euler de mes respects et de ma parfaite estime. Aprez avoir lû tout ce que Lui et M<sup>r</sup> d'Alembert ont donné dans les *Memoires de Berlin* sur les nouvelles vibrations des cordes, j'ai fait sur cette matiere un memoire qui à mon avis peut eclaircir tout ce que cette matiere a d'epineux et en quelque façon de mysterieux et qui la rend tres simple<sup>[1]</sup>. Si M<sup>r</sup> Euler ne s'est pas degouté de ces recherches, je pourrai faire copier mon memoire et le lui envoyer par telle occasion que je trouverai ou qu'il m'indiquera. Je souhaiterois aussi de savoir ce que l'on a imprimé jusqu'ici des *Memoires de Petersbourg*. J'ai actuellement douze tomes des anciens *Memoires* et un tome de *Commentarii novi*. Je suis surpris de n'y pas trouver encore mes pieces sur les vibrations et les sons des lames à ressort pendant que ceux qui ont traité cette matiere apre moi ont publié leurs memoires depuis un grand nombre d'années<sup>[2]</sup>. Je supplie donc M<sup>r</sup> Euler de m'apprendre si mes deux dissertations, qui m'ont couté tant de meditation et de peine, seront inserés dans les *Memoires de Petersbourg* ou non? En ce dernier cas je les enverrai ou à Paris ou à Berlin.

Je le prie encore de faire mes complimens à M<sup>r</sup> Formey et de lui dire que j'ai bien reçu les *Memoires de Berlin* de 1752; apparemment que ceux de l'année 1751 ne sont pas encor imprimés<sup>[3]</sup>. L'Academie, qui me fait la grace de m'envoyer ces *Memoires*, m'a fait tenir deux exemplaires pour l'année 1745 sans m'envoyer aucun exemplaire pour l'année 1746; c'est sans doute une bevue du marchand libraire et Mons<sup>r</sup> le Prof. Euler m'obligeroit de la reparer, comme c'est sans doute l'intention de Mons<sup>r</sup> le President (Maupertuis): je ferai de l'un des deux exemplaires de l'année 1745 ce que l'on m'ordonnera.

Je n'ai pas pû me dispenser de donner un attestat de l'habilité de M<sup>r</sup> Dietrich, mais quand meme on voudroit y faire quelque attention, ma conscience ne s'en trouveroit point chargée<sup>[4]</sup>.

DBernoulli

Bale ce 7 8bre 1753.

R 181    Brief D. Bernoullis an L. Euler  
           Basel, 7. Oktober 1753  
           Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 148–148v  
           Publ.: Fuss 2, p. 651–652

[1] Cf. die Abhandlungen über schwingende Saiten von Euler (E. 119, 140) und d'Alembert (1749a b, 1752). Am 28. Februar und am 14. März 1754 las Euler in der Berliner Akademie zwei Abhandlungen über schwingende Saiten von D. Bernoulli (1755, DB. 45, 46) vor (cf. *Registres*, p. 200), und am 25. April präsentierte er der Akademie seine eigenen neuen Untersuchungen auf diesem Gebiet (E. 213).

- [2] D. Bernoullis Abhandlungen über die Vibrationen und die Töne der Saiten (DB. 37, 38) waren bereits 1751 im 13. Band der *Petersburger Commentarii* gedruckt worden, doch hatte der Band D. Bernoulli noch nicht erreicht. Bereits am 17. Juli 1753 hatte Euler jedoch an Schumacher geschrieben: «H. Bernoulli, mit welchem schon eine geraume Zeit nicht mehr in Correspondenz stehe, ließ mich letstens bitten nachzufragen, ob ihm die *Commentarii* nicht weiter zugeschickt werden» (*Eulers Briefwechsel* 2, p. 315). Auf welchem Weg diese Bitte Bernoullis zu Euler gelangt war und ob möglicherweise der gegenwärtige Brief dieselbe indirekte Route genommen hat, ist uns nicht bekannt.
- [3] D. Bernoulli hat sich durch einen Druckfehler täuschen lassen: zumindest ein Teil der Auflage von Band VII der *Berliner Mémoires* für 1751, der 1753 gedruckt und ausgeliefert wurde, trägt auf dem Titelblatt fälschlich die Angabe «Année MDCCLII». Der Band für 1752 wurde erst 1754 veröffentlicht.
- [4] D. Bernoulli stellte dem durch seine künstlichen Magnete und Kompass bekannten Basler Goldschmied und Mechaniker Dietrich am 27. Dezember 1754 ein (im Original nicht erhalten gebliebenes) Zertifikat aus (cf. Wolf 3, p. 189f; *Journal Helvétique*, Février 1755, p. 201–207, wiedergegeben in DBW 7, p. 137–139). – Der Registerband O. IV A, 1 verzeichnet 28 Briefe von Dietrich an Euler aus den Jahren 1753–58 (R 530–557), doch wird dort kein einziger in der Gegenrichtung erwähnt. Hingegen zitiert Wolf (*loc. cit.*, p. 190) einen Brief Eulers an Dietrich vom 24. Juni 1755, in welchem dieser Dietrichs Inklinationskompass über die Massen lobt und mit dem eben erhaltenen Instrument die Inklination von Berlin «mit Zuverlässigkeit» zu  $71^{\circ} 30'$  bestimmt.

## 95

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, Ende August 1754

Je suis tout étonné, Monsieur, et je n'ai pas l'esprit assez tranquille pour répondre convenablement à l'Offre gracieuse que Vous me faites de la part de Sa Majesté (Friedrich II.). Mon âge et ma santé m'empêchent de l'accepter; le moindre travail m'épuise; je ne suis plus qu'un depontain; je n'apporterois en Prusse qu'un faible et inutile reste d'une vie presque consumée en Russie et en Suisse: quel contraste! J'adore cependant la Providence, qui m'a attiré dans l'obscurité de ma retraite des regards propices de notre Auguste Monarque<sup>[1]</sup>.

Je suis aussy extrêmement sensible, mon cher Monsieur, à tout ce que vous me dites d'obligeant à cette occasion. J'ai été charmé d'apprendre que l'Académie a reçu avec bonté mes deux mémoires<sup>[2]</sup>: votre suffrage sur tout m'est infiniment précieux; vous savez combien j'ai toujours respecté vos lumières et avec quelle déférence je me suis rendu à vos avis sur ces sortes de matières.

Voici quel est mon avis sur cette matière. Nous avons démontré que toute courbe exprimée par cette équation

$$y = \alpha \sin. \frac{\pi x}{a} + \beta \sin. \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin. \frac{3\pi x}{a} + \text{etc.}$$

satisfait à la condition dont il est question. Mais ne peut on pas dire que cette équation comprend toutes les courbes possibles; ne peut on pas moyennant les quantités arbitraires  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  etc. faire passer la courbe par autant de points qu'on

voudra donner de position: une equation de cette nature a-t-elle moins d'étendue, que l'equation indefinie

$$y = \alpha x + \beta xx + \gamma x^3 + \text{etc.}$$

Sur ce pied n'auroit-on pas démontré votre beau theoreme, que toute courbe a la propriété en question. Ainsi pour resoudre votre probleme «*data figura qualicunque initiali invenire motum secuturum*», je dis qu'il faut determiner les quantités  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  qui identifient la courbe donnée avec notre equation indefinie et on aura aussitot les vibrations isochrones particulieres, desquelles le mouvement cherché sera composé<sup>[3]</sup>.

Si j'ai pû par ma methode resoudre le probleme de determiner le mouvement d'un fil tendu chargé à des distances quelconques de poids quelconques tant en nombre qu'en masse, il me semble que ce probleme a encore plus d'étendue que le votre. Mais ce n'est pas dans ces sortes de questions abstraites que je fais consister ce que ma nouvelle theorie peut avoir d'utile. J'admire plutot le tresor phisique qui etoit caché; de pouvoir reduire des mouvemens qui sont dans la nature et qui ne paroissent assujetties à aucune loy, aux simples mouvemens isochrones, dont il paroît que la nature se sert dans la plupart de ses operations.

Je suis meme comme persuadé que les inegalités dans les mouvemens des corps celestes ne consistent que dans deux, trois, ou plusieurs simples mouvemens reciproques de differentes durées et excursions, par lesquels les corps paroissent alternativement accelerés ou retardés et qui peuvent coëxister dans un seul et meme corps pendant qu'il est mû suivant les loix de Kepler, car les petites forces, qui sont tantot affirmatives tantot negatives ne peuvent guere produire que des mouvemens reciproques et isochrones<sup>[4]</sup>.

Au reste je remarque par raport à la figure d'une corde tendue, qu'à moins de lui donner une courbure comprise immediatement dans l'equation

$$y = \alpha \sin. \frac{\pi x}{a} + \beta \sin. \frac{2\pi x}{a} + \text{etc.}$$

chaque element de la courbe doit faire une infinité de vibrations infiniment petites toutes differentes entre elles pendant une vibration totale.

Faites je vous prie mille complimens de ma part à notre cher President (Maupertuis); je vois qu'il me veut toujours beaucoup de bien; je reconnois son ouvrage; s'il peste contre mon invincible inertie, il ne fera que ce que je merite.

J'ai l'honneur d'etre avec toute la veneration qu'on doit à votre merite,

Monsieur, votre tres humble et tres-obeissant Serviteur

Daniel Bernoulli

P.S. Meinen brieff an Ew.HEdgb. habe ich so eingerichtet, daß derselbe wohl kan in original dem H.Praesidenten (Maupertuis) überschickt werden. In des H.(G.W.) Krafften *Biographia* hab ich gesehen, daß er unterschiedene dissertationen

in Petersburg hat trucken laßen<sup>[5]</sup>. Ich bitte Ew. HEdgb. mir dergleichen *scientifica*, wenn sie von einiger Wichtigkeit gegen bezahlung auch zukommen zu laßen.

R 182 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, Ende August 1754

Orig., 3 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 127–128, 129v

Publ.: Fuss 2, p. 653–655

- [1] Nach dem Ableben von Christian Wolff am 9. April 1754 befragte König Friedrich II. Euler nach möglichen «recht soliden und geschickten», vorzugsweise schweizerischen Kandidaten für eine Professur der Physik und Mathematik an der Universität Halle. Am 9. August informierte Euler den König dahingehend, er werde sich mit diesem Angebot an Daniel Bernoulli wenden. Dessen hier angeführte höfliche Absage übermittelte Euler dem König in seinem Schreiben vom 8. September 1754 (O. IV A, 6, p. 342).
- [2] Zwei Abhandlungen von D. Bernoulli über die Vibration von Saiten (1755, DB. 45, 46) erschienen im 9. Band der *Berliner Mémoires*. Diesen Abhandlungen war ein langer Kommentar von Euler (E. 213) beigegeben. – Cf. Brief Nr. 94, Anm. 1.
- [3] Cf. Einleitung III.2.3.6, p. 41 h.v.
- [4] Diese Äusserungen stehen vermutlich im Zusammenhang mit dem von der Pariser Akademie ausgeschriebenen Preis für das Jahr 1754 bzw. 1756, der von Euler mit seiner Schrift E. 414 gewonnen wurde (cf. Einleitung III.2.5, p. 54 h.v.).
- [5] Damit meint Bernoulli möglicherweise den Nachruf auf G.W. Krafft von Ch.F. Schott (1754), der den Herausgebern nicht zugänglich war.

## 96

JOHANN II BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 22. August 1758

Bâle ce 22 Aoust 1758

J'ai toujours de nouvelles graces à vous rendre, Monsieur mon cher Ami, des nouveaux témoignages que vous me donnés de votre souvenir et de vôtre amitié, qui m'est toujours également et, s'il étoit possible, de plus en plus précieuse; mais en même tems je suis bien confus de recevoir continuellement de vos présents sans être en état de les reconnoître, taxés moi de paresse tant que vous voudrés, mais au moins ne m'accusés pas d'ingratitude; j'ai lû avec le plus grand plaisir vôtre *Trigonometrie sphérique*<sup>[1]</sup> et j'y ai admiré comme j'admire dans tous vos écrits votre talent de donner la grace de la nouveauté et de l'aissance aux choses qui ont été traitées par d'autres d'une manière abstruse.

Je vous félicite de tout mon cœur de l'heureuse issue de vôtre procès<sup>[2]</sup> quoique je n'aye jamais été dans le cas, je sai[s] que ces sortes de disputes sont ordinairement celles qui causent le plus de chagrin.

Mais je vous félicite surtout, mon cher Ami, du rétablissement de vôtre santé, qui m'est confirmé par toutes les personnes à qui je m'en informe, je ne neglige aucune occasion d'apprendre de vos nouvelles et vous ne sauriés croire le plaisir que me font celles que j'apprens depuis quelque tems; il n'y a qu'une chose qui me



fasse de la peine c'est que vous ne me teniés pas la promesse que vous m'avés faite de me venir voir dès que votre santé vous le permettroit; vous ne sauriés jamais mieux prendre vôtre tems pour me faire ce plaisir qu'à présent que j'attens chaque jour la visite de M. de Maupertuis qui seroit déjà ici il y a longtems sans le mauvais état de sa santé qui le retient à Neuchâtel, cependant j'espère qu'il ne tardera pas à venir, s'il étoit venu un peu plustôt il s'y seroit rencontré avec Voltaire.

Je suis bien sensible à tout ce que vous me dites d'obligeant au sujet de mon fils (Johann III); depuis que je n'ai eu l'honneur de vous écrire il a reçu les degrés de maître ès arts et c'étoit précisément mon tour de les lui conférer comme vous verrés par le programme ci-joint; je n'y ajoute pas la harangue qu'il a recitée à cette occasion, parceque je ne crois pas que le sujet soit de votre gout; ce qui m'a fait le lui proposer c'est que c'est précisément le même qui venoit d'être proposé par l'Academie de Berlin pour le prix de l'année prochaine<sup>[3]</sup>.

Adieu mon cher Ami, je suis un peu pressé de finir; je vous prie de faire mes très humbles Compliments à Madame votre Epouse et d'être toujours bien persuadé de l'attachement inviolable avec lequel j'ai l'honneur d'être

Monsieur

Votre très humble et très obéissant serviteur

JBernoulli

R 229a Brief J. II Bernoullis an L. Euler  
Basel, 22. August 1758  
Orig., 1 Bl. – Bibl. Basel, G V 1, 49

- [1] Cf. L. Eulers Abhandlung über die sphärische Trigonometrie (E. 214).
- [2] Möglicherweise spielt Johann II Bernoulli hier auf eine juristische Auseinandersetzung an, in die Euler seit Ende 1755 verwickelt war: Der in Berlin wohnhafte Basler Kaufmann Nikolaus Brenner hatte wegen einer angeblichen Forderung gegen seine ehemalige Obrigkeit das Erbe eines anderen Basler Emigranten, des auf dem Weg von Schlesien nach Berlin verstorbenen J.N. Stupanus, durch den preussischen Staat blockieren lassen, worauf sich der Basler Rat mit der Bitte um Vermittlung an Euler wandte. Erst im Sommer 1758 zeichnete sich eine gütliche Erledigung der Angelegenheit ab, die schliesslich 1759 durch eine Verzichtserklärung der Witwe Brenners beigelegt wurde. Eulers ausführlicher Schriftwechsel in dieser Sache mit dem Basler Stadtschreiber François Passavant findet sich im Repertorium O. IV A, 1 unter den Nummern R 1929–1967.
- [3] Johann III Bernoulli wurde am 25. Mai 1758 unter dem Vorsitz seines Vaters Johann II zum *Magister artium* promoviert. Das hier erwähnte Programm konnten die Herausgeber nicht finden.  
Das Preisausschreiben der Berliner Akademie für 1759 verlangte eine Abhandlung über die gegenseitige Beeinflussung von Ansichten und Sprache eines Volks. Ob Johann III Bernoulli eine Preisschrift eingereicht hat, ist nicht bekannt; ausgezeichnet wurde der Beitrag des Göttinger Orientalisten Johann David Michaelis.

97

JOHANN II BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 4. August 1759

Bâle ce 4 Aoust 1759

Ce n'est pas, Monsieur, pour vous annoncer la perte que vôtre Académie et vous en particulier venés de faire que j'ai l'honneur de vous écrire cette lettre, vous n'aurés été que trop tôt informé de ce triste événement; c'est pour satisfaire aux ordres de nôtre cher et illustre Président (Maupertuis), qui n'ayant pas eu le plaisir de vous écrire depuis quelque tems m'a recommandé peu avant son trépas de le faire de sa part lorsqu'il seroit décédé, pour vous assurer qu'il avoit conservé pour vous jusqu'à son dernier moment les mêmes sentiments<sup>[1]</sup>. Cette attention Monsieur, doit vous flatter beaucoup de la part d'un homme tel que M. de Maupertuis et qui pendant sa vie vous a donné tant de preuves de son estime et de son amitié.

La lettre de M. Formey n'est arrivée ici qu'après sa mort<sup>[2]</sup>, sans quoi je ne doute point qu'il ne lui eut répondu ou fait répondre de la manière la plus satisfaisante; mais il me semble que le Directoire est très fort en état de lui donner la satisfaction qu'il désire et qu'il ne devoit pas la lui refuser. Oserois-je vous prier, Monsieur, de lui offrir mes très humbles Compliments, de même qu'à M<sup>e</sup> Euler si elle se souvient encore de son ancien serviteur. M<sup>rs</sup> vos fils, quoique je n'aye pas l'honneur d'être connu d'eux voudront bien agréer aussi l'assurance de ma parfaite estime.

J'ai l'honneur d'être avec la sincérité que vous me connoissés et qui vaut mieux que tous les compliments du monde

Monsieur

Vôtre très humble et très obéissant serviteur

Jean Bernoulli

R 230 Brief J. II Bernoullis an L. Euler

Basel, 4. August 1759

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 7, Bl. 154–154v, 155

[1] Maupertuis starb am 27. Juli 1759 in Basel, im Haus von Johann II Bernoulli.

[2] Der hier erwähnte Brief von Formey ist uns nicht bekannt.

[...]

Monsieur le Comte (Aleksandr A.) Golowkin, qui a une seigneurie en Suisse près de Morges<sup>[1]</sup>, informé de mes justes pretentions à l'Academie de Petersbourg m'a conseillé de dresser deux memoires l'un en forme de requete à S. M. I. (Katharina II.) de toutes les Russies, l'autre au President de l'Academie (K. Razumovskij), ce qu'ayant fait j'ai envoyé le tout à Mons<sup>r</sup> le Comte, qui a bien voulu l'envoyer à Madame (Marie) Kameke sa Sœur à Berlin en priant cette Dame de s'interesser pour moi à la Cour de Petersbourg<sup>[2]</sup>. Si vous avez occasion de voir Madame Kameke, je vous prie de Lui parler de cette affaire: On me dit que c'est une Dame d'un tres rare merite, et qui sait parfaitement bien les souterrains pour arriver à ses fins. J'aurai surement ma pension, si elle daigne s'interesser pour moi, d'autant plus que je ne demande que ce qui m'est du en vertu d'un contrat fait en 1733.

Je vous prie de presenter mes honneurs à M<sup>r</sup> (L.) Euler notre Illustre Compatriote. Il me fait plaisir d'examiner de nouveau toute ma theorie sur les vibrations des cordes, qui developpe merveilleusement les loix de la nature et dont on peut tirer tant d'utilité pour la physique generale. Il est bien extraordinaire, que n'étant que quatre qui avons ecrit sur cette matiere savoir Lui, M<sup>r</sup> de la Grange, M. D'Alembert et moi, aucun ne convienne avec les autres quoique nous soyons d'accord pour l'essentiel<sup>[3]</sup>. Je suis encor bien persuadé qu'il n'y a rien dans toute cette matiere qui ne soit compris dans ma theorie; je crois qu'on pourroit apliquer avec succès mes principes à determiner les petites aberrations astronomiques en les considerant comme un melange de petits balancemens, par lesquels les corps celestes s'eloignent et s'aprochent alternativement de leur orbite naturelle; il me semble encor que tous les phenomenes admirables sur la lumiere se deduisent fort naturellement de ma theorie, comme par ex[emple] les accès de facile transmission et reflexion des rayons de differente couleur; il n'y a qu'à supposer que les surfaces des deux verres doivent etre près d'un nœud du rayon de lumiere pour transmettre ce rayon. M<sup>r</sup> Euler entendra ce que je veux dire, quand il aura lû le grand memoire que j'ai envoyé à l'Academie de Paris sur les tons des tuyaux d'orgues de differente structure<sup>[4]</sup>; j'ai trouvé la facon de determiner les tons des tuyaux coniques, des tuyaux à cheminée etc. et toute ma theorie repond parfaitement aux experiences que j'ai faites et qui peuvent etre appliquées aux rayons de lumiere tout comme aux rayons sonores.

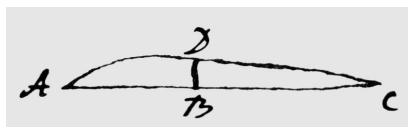
Je souhaiterois d'apprendre, si la theorie de M<sup>r</sup> Euler sur les courbures des cordes appliquée aux demi vibrations donne quelque cas qui ne soit pas compris dans cette aequation

$$y = a \sin. \text{Arc. } \frac{x}{l} \pi + b \sin. \text{Arc. } \frac{3x}{l} \pi + c \sin. \text{Arc. } \frac{5x}{l} \pi + \text{etc.},$$

où j'entends par  $l$  la longueur de la corde et par  $\pi$  le demicercle pour le rayon 1. Cette equation donne les courbes, qui remettent tous les points de la corde dans l'axe au meme instant outre qu'ils achevent au meme instant leur vibration dans le sens de M<sup>r</sup> Euler et de M<sup>r</sup> D'Alembert.

Mais ce qui eclaircit sur tout cette matiere epineuse et importante, c'est de resoudre le probleme sur les vibrations des cordes plus generalement en poussant la solution jusqu'aux cordes inegalement epaisses.

Voici un exemple.



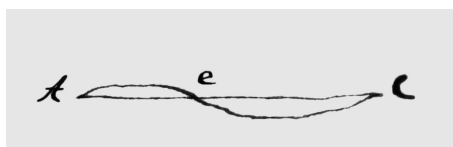
Soit la longueur de la corde  $AC = l$ ;  $AB = x$ ; le poids de  $AB$

$$= \frac{8}{7}g - \frac{8}{7} \times \left( \frac{l}{l+x} \right)^3 g$$

en entendant par  $g$  le poids total de la corde  $AC$ ; je dis que le pendule isochrone pour les vibrations du premier, du second, du troisieme ordre sera

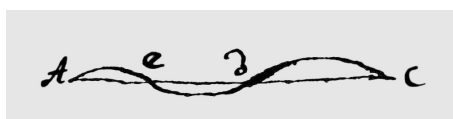
$$\frac{6}{7\pi\pi} \times \frac{g}{P} l; \quad \frac{1}{4} \times \frac{6}{7\pi\pi} \cdot \frac{g}{P} l; \quad \frac{1}{9} \times \frac{6}{7\pi\pi} \cdot \frac{g}{P} l \quad \text{etc.}$$

en entendant par  $P$  le poids qui tend la corde;



on aura aussi pour les vibrations du second ordre

$$Ae = \frac{1}{3}l \quad \text{et} \quad eC = \frac{2}{3}l.$$



Ensuite pour les vibrations du troisieme ordre je trouve

$$Ae = \frac{1}{5}l; \quad ed = \frac{3}{10}l; \quad dC = \frac{1}{2}l.$$

Il est donc bien remarquable, que les tems pour les vibrations de chaque ordre soient toujours sousmultiples des tems des vibrations fondamentales pour la corde

que je viens de supposer tout comme dans les cordes uniformement epaisses; on peut donc apliquer aussi à cette corde le theoreme de M<sup>r</sup> D'Alembert; mais le calcul m'a appris que presque toutes les autres cordes n'ont pas cette propriété.

Comme je respecte beaucoup les lumieres et la candeur de M<sup>r</sup> Euler, il me feroit beaucoup de plaisir s'il vouloit bien essayer sa methode sur les cordes inegalement epaisses. Si vous pouvez lire, mon cher Neveu, le griffonage de cette page pour ce qu'il y a de calcul, Vous me ferez plaisir de la copier et de communiquer la copie à M<sup>r</sup> Euler<sup>[5]</sup>.

J'ai communiqué votre lettre à Votre Pere (Johann II): il Vous aura repondu lui meme sur l'article que vous avez mis dans l'enveloppe. Voila une lettre bien longue; l'amitié que j'ai pour vous ne m'a pas permis de la faire plus courte. Je vous embrasse, mon cher Neveu; aimez moi toujours et croyez moi toujours tout à Vous.

DB

Bale ce 7<sup>e</sup> decembre 1763.

Exzerpt<sup>[6]</sup> eines Briefs von D. Bernoulli an J. III Bernoulli

Basel, 7. Dezember 1763

Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 21–22v

Exzerpierte Kopie, 2 Bl. – *ibid.*, Bl. 165–166v

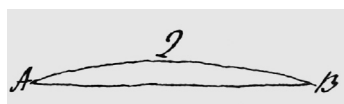
- [1] Unter dem Einfluss seiner Gattin Katharina, geb. Gräfin zu Dohna-Ferrassiere, wechselte Graf Aleksandr G. Golovkin seine Konfession und wurde protestantisch. 1754 erwarb er das Schloss Monnaz sowie ein Gut bei Lausanne, das nach seinem Tod (1760) in den Besitz seines jüngsten Sohnes Aleksandr A. Golovkin überging (cf. de S  very 1928).
- [2] Die Gräfin Marie von Kameke, Tochter des Grafen A.G. Golovkin, «war eine der Confidenzdamen des Königs, mit denen er bei der Schlesischen Huldigung in Breslau Staat machte» (von Kameke 1882, p. 356). – Von den hier erwähnten Briefen D. Bernoullis vom 30. (19.) Juli 1763 an die Kaiserin Katharina II. und an den Präsidenten Razumovskij ist der erstere in Anhang VII.3 als Nr. 23 (p. 975 h.v.) wiedergegeben.
- [3] Cf. Einleitung III.2.3.6, p. 41 h.v.
- [4] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über den Schall und die Töne der Orgelpfeifen (1764, DB. 53).
- [5] J. III Bernoulli überreichte Euler tatsächlich einen entsprechenden Auszug dieses Briefes, wie er in einem – bloss als Kopie eines Exzerpts erhaltenen – Brief von Anfang 1764 an D. Bernoulli schreibt (Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 167r):

«J'ai donné à M<sup>r</sup> Euler la Copie de l'article sur les cordes vibrantes, il étoit précisément occupé à traiter cette matière dans une lettre qu'il écrivoit à M<sup>r</sup> D'Alembert, et qu'il me communiqua; je vous en aurois envoyé une copie s'il ne m'avoit dit que vous conven  s de celle qu'elle contient».

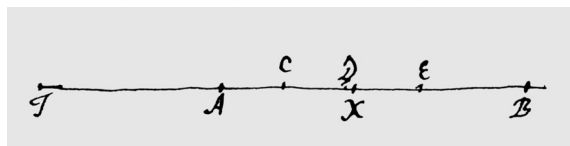
Damit ist Eulers Brief an d'Alembert vom 20. Dezember 1763 (O. IV A, 5, p. 234–238) gemeint. J. III Bernoulli f  hrt fort (*loc. cit.*):

«Il [Euler] y resout ce Problème:

*AB étant une corde fixée dans les points A et B la quelle a  t été forcée au commencement de son état naturel dans la situation AQB d'où étant subitement relachée, il s'agit de déterminer le mouvement qu'elle aura dans la suite à chaque instant.* Si vous croy  s que la solution puisse vous interresser, je pourrois toujours vous en envoyer une copie. Aureste voici ce que M. Euler m'a donné en reponse à l'extrait que je lui avois communiqué.»



Die hier erwähnte – im Regestenband O. IV A, 1 als ein selbständiger Brief R 230a qualifizierte – Notiz Eulers lautet (*ibid.*, Bl. 166v; 167v):



«Si l'épaisseur de la Corde  $AB$  en  $X$  est comme  $\frac{1}{JX^4}$ , et qu'on pose  $JA = a$ ,  $JB = b$ , le poids de la corde  $AB = P$ , et la tension = au poids  $T$ , et que  $g$  marque la hauteur d'où la gravité fait tomber les corps dans une seconde. Cela posé que cette corde étant ébranlée d'une manière quelconque rendra dans une seconde tant de vibrations

$$= \sqrt{\frac{2Tg(aa + ab + bb)}{3Pab(b-a)}};$$

or sous de certaines circonstances il peut arriver que ce nombre devienne 2, 3, 4 etc. plus grand. Alors les nœuds  $C, D, E$  etc. sont toujours disposés ensorte, que les lignes  $JA, JC, JD, JE \dots JB$  fassent une progression harmonique.

Je suis aussi assuré que cette espece de cordes est la seule, qui ait la même propriété que les cordes uniformément épaisses, c'est à dire que tous les ébranlemens produisent des vibrations régulières. Si l'épaisseur de la Corde en  $X$  est comme  $\frac{1}{JX^{4/3}}$ , ou  $\frac{1}{JX^{8/3}}$ , ou  $\frac{1}{JX^{8/5}}$  etc. selon les cas de l'équation de Riccati, je puis aussi déterminer les ébranlemens, qui ne deviennent réguliers que sous de certaines circonstances. Quant à ma méthode, je crois que le cas suivant levera tous les doutes.



Soit  $AB$  une Corde uniformément épaisse; et (qu)'en l'arretant en  $D$  on ébranle la partie  $AD$ , desorte que l'autre partie  $BD$  soit en repos, alors relachant la corde subitement en  $D$ , on demande comment le mouvement de la partie  $AD$  passera à la partie  $BD$ ?»

Das Exzerpt des oben zitierten Briefes von Johann III an Daniel Bernoulli schliesst mit den Worten (*ibid.*, p. 167):

«Il [Euler] prétend que par votre Théorie vous ne pourrés pas satisfaire à cette question ou du moins que la difficulté approcheroit de l'impossibilité parcequ'il faudroit continuer à l'infini cette suite de sinus.»

Eulers oben angeführter Hinweis auf die Riccatistische Gleichung hängt damit zusammen, dass die Riccatistische Gleichung  $dy + ay^2 dx = bx^m dx$  eine algebraische Lösung zulässt, wenn  $n$  gleich 0,  $-4$ ,  $-\frac{4}{3}$ ,  $-\frac{8}{3}$ ,  $-\frac{8}{5}$ ,  $-\frac{12}{5}$  etc. ist. – Cf. Eulers Abhandlung über die Riccatistische Gleichung (E. 284).

- [6] Der im Original erhaltene lange Brief D. Bernoullis enthält detaillierte Ratschläge an seinen Neffen, auf welche wissenschaftlichen Gebiete dieser seine Forschungen nach der Rückkehr von der Europareise richten könnte. Danach folgt der hier als Auszug angeführte Teil des Briefes, der D. Bernoullis Petersburger Geschäfte und Eulers Untersuchungen betrifft.

## 99

DANIEL BERNOULLI AN JOHANN III BERNOULLI

Basel, Anfang 1764

[...]

Je vous prie de presenter mes honneurs à notre cher et illustre Compatriote (L. Euler) et de l'assurer de ma parfaite estime; ce qu'il a eu la bonté de me repondre sur les vibrations des cordes est entierement conforme à ma theorie<sup>[1]</sup>; mais cette conformité meme fait voir et sentir au doigt la generalité de ma methode. Je crois donc que la combinaison infinie de toutes les courbes des Sinus donne toutes les courbes possibles, que peuvent former les vibrations, mais qu'il ne faut pas sortir de l'hypothese fondamentale de la petitesse infinie des vibrations; les  $y$  doivent etre considerés comme des infiniment petits, les  $dy$  comme des infiniment petits du second ordre et les  $ddy$  comme des infiniment petits du troisieme ordre et il me semble que les raisonnemens de M<sup>r</sup> D'Alembert pechent contre cette hypothese. Je ne crois pas par exemple que la corde puisse jamais faire et continuer ses vibrations sous la forme de deux lignes droites qui se couperoiient. Pour moi sans attaquer personne je defends une des plus belles loix de la nature, qui est la coexistence infinie des vibrations, sans qu'elles se troublent, que j'ai fait voir etre si utile dans la mecanique. J'avoue que je n'aime pas le langage, qu'on veut introduire en consequence du nouveau theoreme de M. D'Alembert, qui est d'exprimer le nombre des vibrations pour un certain tems indistinctement des circonstances. Si je fais faire à une corde uniforme les vibrations du troisieme ordre sans aucun melange avec aucune autre espece de vibrations, il est sûr que la corde fait alors trois fois plus de vibrations que si elle faisoit les vibrations du premier ordre sans melange; l'oreille entendra uniquement la douzieme dans le premier cas du son qu'elle entend dans le second cas; je ne comprends pas apres cela dans quel sens on peut dire que le nombre de vibrations est le meme de part et d'autre et par consequent qu'on entend le meme ton; au reste les cordes dont les epaisseurs sont proportionnelles à  $\frac{1}{(b+x)^4}$  ne sont pas les seules, comme M<sup>r</sup> Euler croit, à pouvoir produire des vibrations regulieres: j'en puis donner une infinité d'autres.

J'ai aussi examiné ce qui arrive, quand la corde est composée de deux bouts, chacun uniformement epaix, mais inegalement epaix entre eux. Je suis sûr que nous tomberions encor d'accord sur cette question; quelle realité peut-il donc y avoir dans les questions qui paroissent montrer quelque desaccord? Qui est-ce qui a mieux resolu que moi les questions où l'on considere la corde comme chargée



d'autant de points pesants qu'on veut. Je suis sûr que M<sup>r</sup> Euler rendra un jour justice à la generalité de mes principes; mais je n'attends rien des deux autres. Leur metaphysique est trop grotesque. Par exemple M. D'Alembert dit dans ses *Opuscules*<sup>[2]</sup> que  $n \times \frac{1}{n}$  n'est pas = 1 lorsque  $n = 0$ ; quand on en vient à ces sortes d'assertions, tout est dit.

M<sup>r</sup> Euler dit encor, que dans tous les cas de l'équation de Riccati, il peut déterminer les ebranlemens; je puis faire la meme chose; il peut comme moi marquer les circonstances pour lesquelles ces ebranlemens deviennent reguliers; mais ces circonstances ne reviennent elles pas à la condition de faire evanouir tout melange de vibrations et de n'en retenir qu'une seule, soit celle du premier ordre soit une autre d'un ordre inferieur<sup>[3]</sup> quelconque. Aprez tous ces merveilleux accords, je ne comprends pas comment M<sup>r</sup> Euler puisse soupconner ma methode d'être moins generale que la sienne et ne pas rendre justice à la simplicité de la nouvelle loy de la nature sur la composition des vibrations. Je dis plus; quand M<sup>r</sup> Euler rend regulieres les vibrations, qui generalement parlant ne le sont pas; c'est à dire, selon mon langage, quand il separe chaque ordre de vibration, n'est il pas obligé de considerer chaque courbure et ne trouve-t-il pas un nombre de vibrations different pour chaque ordre different? Cela etant generalement, pourquoi ne distingue-t-il plus les vibrations par la seule raison que leur durées sont exactement sous multiples de la durée de la vibration du premier ordre. Je ne scai pas si M<sup>r</sup> Euler a pensé à tout cela avant que je vous eusse ecrit sur les cordes inegalement epaisses; mais j'espere en tout cas qu'il sera revenu de l'idée qu'il a eue d'abord de ma methode; s'il s'est donné la peine d'examiner le tout sans prevention, je m'en remets à sa penetration et à sa bonne foy, auxquelles je rends justice. J'ajouterai encor, que je n'ai pas employé la nature de l'équation de Riccati pour trouver les cas dont nous avons parlé; peutetre que ma methode donne infiniment plus de cas: c'est ce que je n'ai pas encor examiné.

Vous me demandez, mon cher Neveu, de la part de ce grand homme mon avis sur un nouveau principe d'entretenir un feu, où il ne se perd rien de la chaleur qu'on en tire. J'accorde la circulation de l'air dont il parle; je crois vous avoir fait remarquer cette circulation sous la porte qui separe une chambre chaude d'avec une chambre froide; mais outre qu'il y a plusieurs raisons, qui empechent l'acceleration d'une telle circulation, qui sera toujours fort mediocre, il y a un obstacle physique, qui renverse tout le sisteme; c'est qu'aucun feu ni flamme ne peut subsister sans une affluence continuelle d'un air nouveau. Il y a d'autres obstacles physiques tirés de la nature de la fumée; on pourroit obtenir une circulation d'air dans un canal qui communiquat avec l'interieur de la chambre; mais tout cet air contenu dans une chambre seroit bientot epuisé de ce que les Physiciens apellent *pabulum ignis* et ce qui plus est l'homme ne sauroit vivre dans un tel air; il y est suffoqué dans l'instant<sup>[4]</sup>.

[...]

Je n'entends pas, pourquoi le Prince Dolghoroucki donne plus de force à ma pretention jusques en 1745 ou 46, que pour les années suivantes; sur quoi cette epoque est-elle fondée; j'avois stipulé une pension viagere et je ne l'ai recu, que jusques 1740 inclusivement. Mais M<sup>r</sup> Euler me fera plaisir d'assurer le Prince Dolghoroucki, que je serai content quoiqu'on fasse, soit pour le passé soit pour l'avenir.

Je Vous embrasse, Monsieur mon tres cher Neveu et suis toujours tout à vous.

Daniel Bernoulli

Exzerpt<sup>[5]</sup> eines Briefs von D. Bernoulli an J. III Bernoulli

Basel, Anfang 1764

Orig., 3 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 23–25v

- [1] Die hier erwähnte Antwort L. Eulers ist uns unbekannt.
- [2] Cf. d'Alembert, *Opuscules* (1768d).
- [3] Hier muss es *superieur* heissen statt *inferieur*.
- [4] D. Bernoulli erörtert hier Fragen Eulers über die von der Konvektion herrührende Luftzirkulation; diese stehen im Zusammenhang mit Eulers Untersuchung von Flüssigkeitsströmungen, welche durch Temperaturdifferenzen entstehen (cf. Brief Nr. 100, Anm. 2 und 3), und wahrscheinlich auch mit der Prüfung verschiedener Ofenkonstruktionen, welche sein Sohn Johann Albrecht damals vornahm. Im Jahre 1763 hatte nämlich das Berliner *Grand-Directory de Guerre et des Domaines* die Preisfrage nach der besten Konstruktion von Öfen hinsichtlich der Ersparnis von Brennholz gestellt, und J.A. Euler sollte – zusammen mit Sulzer und Beausobre – die eingegangenen Vorschläge analysieren. – Cf. J.A. Eulers Vorschlag zur Prüfung von Öfen (A. 21), den er am 18. April und 9. Mai 1765 in der Akademie vorlas und 1768 publizieren liess.
- [5] Der umfangreiche (erhaltene) Originalbrief D. Bernoullis enthält – neben der Gratulation zur Ernennung seines Neffen zum Ordentlichen Mitglied der Berliner Akademie am 5. Januar 1764 (cf. *Registres*, p. 293) – eine detaillierte Besprechung der elektromagnetischen Experimente J. III Bernoullis. Im Kontext der Untersuchung der Attraktions- und Abstossungskräfte fügt D. Bernoulli bei:

«Pour faire toutes ces experiences, vous pourriez vous associe avec M<sup>r</sup> Euler le fils, ce qui interessera en meme tems M<sup>r</sup> Euler le Pere, qui vous assistera de ses conseils, car il faut une infinité de petites adresses dans ces experiences, qu'on ne peut pas faire seul d'ailleurs; Vous assisterez M<sup>r</sup> Euler à votre tour dans ses recherches.»

Und weiter:

«Je suis sûr que toutes ces experiences seront beaucoup plus neuves que celles de Mess<sup>rs</sup> Euler.»

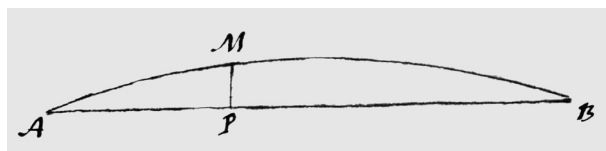
Hernach bespricht D. Bernoulli einige wahrscheinlichkeitstheoretische Probleme, welche die Veränderung von Populationen betreffen, dann solche über Thermometer und das Zerreißen von Fäden im Zusammenhang mit J. III Bernoullis Abhandlung *Recherches sur la force des fils* (1768). Darauf folgt der hier angeführte Euler betreffende Briefauszug. Am Ende des Briefes schlägt D. Bernoulli noch ein magnetisches Experiment vor.

100

L. EULER AN JOHANN III BERNOULLI  
Berlin, 24. Mai 1764

24 mai 1764

Je prie Monsieur Bernoulli d'asseurer M<sup>r</sup> Son Oncle (Daniel), que je suis infiniment sensible aux marques de bienveillance et d'amitié qu'Il a bien voulu me temoigner dans Sa derniere reponse sur le probleme des cordes. J'ai toujours regardé Son idée de decomposer le mouvement des cordes en des oscillations simples et regulieres comme la plus heureuse decouverte pour mettre dans son plus grand jour cette matiere epineuse, et quand il s'agit de determiner tous les mouvemens possibles, dont une corde est susceptible, il n'y a aucun doute, que cette methode ne nous fournisse tous les eclaircissemens, qu'on puisse desirer. Mais il est aussi permis d'envisager ce meme sujet d'un autre point de vüe, et de proposer la question ensorte:



Ayant imprimé d'abord à une corde donnée une courbure quelconque, comme par exemple celle d'un arc de cercle  $AMB$  et qu'on la relache subitement, determiner pour tous les instans suivans, la figure de la corde, où je suppose toujours, que les appliquées  $PM$  sont infiniment petites. Sous ce point de vüe on ne demande pas directement le mouvement oscillatoire de la corde, ou le son qu'elle rendra, mais il faut determiner la figure, que la corde aura à chaque instant.

Je ne veux pas nier absolument que l'equation composee d'une infinité de sinus ne renferme la solution de cette question, attendu qu'elle contient une infinité de coefficients arbitraires, qu'il seroit possible de determiner ensorte, que posant le tems  $= 0$ , elle produise precisement la courbe, qu'on aura imprimée à la corde au commencement. Mais M<sup>r</sup> Votre Oncle (Daniel) ne disconviendra point, que cette operation ne seroit infiniment embarrassante et meme impossible à executer, à cause de la multitude infinie des coefficients, qu'il faudroit determiner. Ce sera donc toujours une recherche bien digne de notre attention, et qui ne sera rien moins que superflue, que de trouver une methode aisée, qui nous dispense de la dite operation ennuyante de chercher les valeurs de cette infinité des coefficients, et qui nous mette en état d'assigner la veritable figure, que la corde aura à chaque instant. Une telle methode n'apportera certainement aucune atteinte à la beauté ni à la generalité de l'autre methode: elle nous procurera plutot les moyens d'appliquer celle-cy à tous les cas, qu'on puisse proposer, et sur tout à resoudre la question contenue dans les termes proposés. Or je me flatte que ma methode et la construction que j'en ai tirée remplit parfaitement cette condition, en nous decouvrant d'une maniere fort

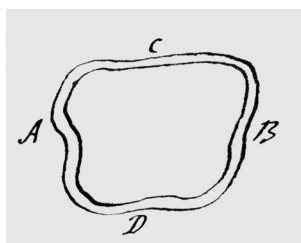
aisée la figure, que la corde aura à chaque instant quelle que soit celle qu'on lui aura imprimée au commencement<sup>[1]</sup>

Cependant on pourroit encore douter, s'il est toujours possible de déterminer les coefficients mentionnés ensorte, qu'ils satisfassent à toute figure initiale de la corde: l'exemple suivant me paroît très propre à décider cette question.



Ayant arrêté la corde  $AB$  au point  $D$  qu'on pince la seule partie  $AD$  ou qu'on la reduise dans la situation  $AMD$ , pendant que l'autre partie  $BD$  demeure dans son état naturel: cela posé en relachant subitement l'arrêt en  $D$ , on demande le mouvement suivant de la corde, et son état pour chaque instant. Pour ce cas il faudroit déterminer les coefficients de tous les sinus ensorte, que posant le tems  $= 0$  la valeur de l'appliquée  $PM$  evanouisse pour tous les points de la partie  $BD$ , et qu'elle exprime pourtant la courbure  $AMD$  de l'autre partie, du moins il me semble bien permis de douter, si cela seroit possible. Or ma methode fournit aussi aisement la solution de ce cas, que des autres cas plus ordinaires, et me fait voir, qu'à chaque instant il n'y a qu'une partie de la corde egale à  $AD$ , qui est en mouvement, et que cette partie se promene par toute la longueur de la corde de sorte quand elle sera parvenue à l'extrémité  $B$  elle en retourne vers  $A$  et ainsi de suite. Il me paroît encore douteux, si la methode de M<sup>r</sup> Votre Oncle (Daniel) se puisse appliquer à ce cas, et je souhaiterois fort d'être éclairci là dessus.

Par rapport à la circulation de l'air dans un tuyau fermé je suis parfaitement d'accord, que si le feu subsistoit dans le tuyau meme, la raison physique, que l'entretien d'un feu exige toujours un air rafraichi, s'opposeroit au succès.



Mais tant que le feu n'agit que par dehors sur le tuyau et d'un seul coté comme en  $A$ , la circulation de l'air ne manquera pas d'être perpetuelle dans le sens  $ACBD$ . Du moins l'ai-je démontré pour le cas, où le tuyau est rempli d'eau, comme j'ai fait voir dans mon memoire sur cette matiere, où j'ai meme déterminé ce mouvement par les premiers principes mecaniques<sup>[2]</sup>. Il est ici bien remarquable que tant que le tuyau n'est pas entierement ou presque entierement rempli d'eau, il y a toujours un état d'équilibre, non obstant, que l'eau en  $A$  est par la chaleur moins dense qu'autre part. Mais dès que le tuyau est plein d'eau jusqu'à un certain point

l'équilibre ne sauroit plus avoir lieu: il faut donc de toute nécessité qu'il en résulte un mouvement perpetuel, et c'étoit l'objet principal du memoire, que j'avois communiqué à l'Académie<sup>[3]</sup>.

En fin je prie Mons. Bernoulli, de presenter à M<sup>r</sup> son Oncle (Daniel) mes très humbles complimens, et de l'asseurer que rien ne sera jamais capable de diminuer les sentimens de reconnoissance et de respect, avec lesquels je Lui demeurerai eternellement attaché.

L. Euler

Berlin le 24 de May 1764.

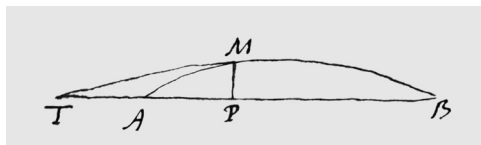
R 231 Brief L. Eulers an J. III Bernoulli  
 Berlin, 24. Mai 1764  
 Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 153–154v  
 Exzerpierte Kopie, 1 Bl. – *ibid.*, Bl. 172–172v

- [1] Wahrscheinlich genau auf diese Stelle bezieht sich ein kleiner Zettel von der Hand J. III Bernoullis (Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 155r), der im Regestenband O. IV A, 1 unter der Nummer 232a aufgeführt ist. Bernoulli fragte:

«Oserois-je Vous demander, Monsieur, si le sens de ce que [Vous] voulés dire dans la ligne marquée NB. s'y trouve en effet; il y a je crois une omission ou quelque chose de pareil.»

Eulers Antwort, die er gleich auf denselben Zettel notierte, lautet:

«Le mot de *soit* y etoit de trop, que j'ai effacé, je voulois dire, que non seulement toutes les appliquées *PM*, mais aussi les angles *PTM*, que font les tangentes *MT* avec l'axe, doivent etre infiniment petits.»



- [2] Cf. Eulers Abhandlung über die durch Temperaturdifferenzen entstehenden Flüssigkeitsbewegungen (E. 331).  
 [3] Euler las seine Abhandlung E. 331 am 23. Februar 1764 in der Berliner Akademie vor.

[...]

Il me semble que M. Lambert ne doit pas briguer beaucoup une pension de Petersbourg; on peut etre sûr de la perdre: je n'aurois plus pensé à la mienne sans M<sup>r</sup> Le C[omte] (Aleksandr A.) Galofkin et malgré sa protection, je vous avoue

que je ne me suis flatté de rien, quoique je n'aye demandé que le payement d'une dette et non une gratification. Il en coute peu à (K.) Rasoumofski de mettre une grande et Puissante Imperatrice au dessous d'un Milord Anglois, qui ne manque jamais à de pareils engagemens. Je me serois cependant contenté d'être remis dans mes droits sans arrerages, qui seroient allés bien loin. Ne vous occupez plus à cet egard, mon cher Neveu, que du soin de temoigner à Madame de Kamecke toute ma reconnoissance de ce qu'elle a daigné faire en ma faveur<sup>[1]</sup>.

[...]

Mille respects à M. Euler. Ce grand homme s'est rencontré avec moi sur les cordes, dont les epaisseurs sont reciproquement proportionelles à la quantité  $(b+x)^2$ . Je voudrois bien qu'il examinât aussi le cas où ces epaisseurs sont reciproquement proportionelles à  $(bb+xx)^2$ .

[...]

Daniel Bernoulli

Bale ce 22. Xbre 1764.

Exzerpt<sup>[2]</sup> eines Briefs von D. Bernoulli an J. III Bernoulli  
Basel, 22. Dezember 1764  
Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 26–27v

[1] Cf. Brief Nr. 98, Anm. 1 und 2.

In seinem nächsten Brief an J. III Bernoulli vom 26. Dezember 1764 wendet sich D. Bernoulli wieder dem Thema seiner Pension zu und schreibt (Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 28–28v):

«Je n'aurois pas cru, Monsieur mon tres cher Neveu, avoir encor à Vous parler de l'affaire de ma pension, qui ne sauroit avoir beaucoup d'agrement pour moi. Votre zele me met dans la necessité de le faire. J'ai tout dit dans ma Requete à S. M. I. (Katharina II.) et dans le memoire, dont je l'ai accompagnée, pour M<sup>r</sup> le President de l'Academie (K. Razumovskij). Voici une succincte recapitulation. Je fis mon second engagement 1730; je stipulois positivement une pension viagere de 200 Roubles, *qui ne m'engageat à rien*. Je partis de Petersbourg l'an 1733: ma pension fut payée sept fois; J'ai donc à pretendre celle de 1741 et toutes les suivantes jusqu'à ce tems.

Je sens bien que ce grand nombre d'arrerages rend mon affaire plus difficile. Je vous dirai donc, mon cher Neveu, que quelle tournure qu'on donne à la chose, je serai content et m'en louerai. Je me croirois dedommagé du passé et amplement dedommagé par la plus legere gratification, qui me reviendrait de la part de Sa Majesté Imperiale (Katharina II.). A Vous dire le vrai, une simple tabatiere d'or me feroit plus d'honneur et de plaisir que toutes ces pensions pour le passé. Voyez si vous aurez occasion de vous ouvrir là dessus, soit au P[rince] Dolgorouki ou au C<sup>te</sup> Woronzof ou à Mad<sup>e</sup> de Kameke. Sa Majesté Imperiale, qui a daigné temoigner à tout l'Univers, en la personne de M. Dalember, sa haute Protection pour la Republique des Lettres, cette Auguste Souveraine pourroit-elle me trouver indigne de Lui etre nommé à cette occasion?»

[2] Von diesem kurzen Brief D. Bernoullis werden hier nur die Passagen angeführt, welche dessen Petersburger Angelegenheiten und Euler betreffen.

102

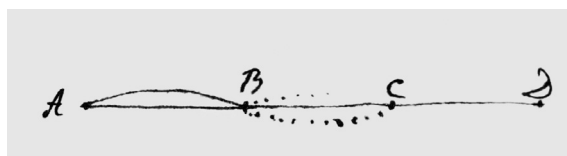
DANIEL BERNOULLI AN JOHANN III BERNOULLI  
Basel, 7. Mai 1765

Bâle ce 7 May 1765

Je Vous adresse, Monsieur mon tres cher Neveu, le memoire ci-joint, en Vous priant de le presenter de ma part à Votre Illustre Academie<sup>[1]</sup>; c'est uniquement pour Lui donner quelque marque de mes respectueuses attentions, car Vous jugez bien qu'à mon age on est bien éloigné de former encor des pretentions ou de vouloir se mesurer avec les premiers Geometres de ce tems, et sur tout avec notre respectable M. Euler. Je n'ai pu me dispenser dans mon memoire d'y inserer quelques passages, qui sont un peu personels. Je ne voudrois pas cependant qu'il y eut le moindre mot qui pût deplaire à ce grand homme. C'est pourquoi je vous prie, mon cher Neveu, avant toute chose de le communiquer à M<sup>r</sup> Euler et de le prier de lire le memoire et meme de l'examiner<sup>[2]</sup>; je souffrirai sans peine qu'il soit supprimé et à plus forte raison qu'il soit changé de la maniere qu'il prescrira. Je chers sa droiture autant que je haïs les vilains procedés de M<sup>r</sup> D'Alembert, que j'appellerois volontiers, vu le melange de son rare merite et de son fade demerite, *semivirumque bovem semibovemque virum*<sup>[3]</sup>: il n'y a en verité pas de sens commun dans ce qu'il dit sur les probabilités dans ses opuscules.

M<sup>r</sup> Euler aura sans doute vû l'année 1762 des *Memoires de Paris* et mon grand memoire qui s'y trouve sur les tuyaux d'orgues<sup>[4]</sup>; je suis sûr d'avoir son aprobation sur plusieurs points; car nous avons beaucoup raisonné sur ces matieres etant ensemble à Petersbourg. Mais les vibrations de l'air dans les tuyaux d'orgue ont un raport infini avec celles des cordes uniformement epaisses: j'étois donc reduit à parler encor de notre differend; tachez de voir, s'il s'en trouve offensé; car je pourrois facilement reparer mon tort dans le memoire, que je vous envoie ici et dont j'ai gardé mon original<sup>[5]</sup>. Je ne saurois me persuader encor, que la courbure primitive de la corde soit entierement arbitraire pour former des vibrations, qu'il appelle regulieres; on suppose par tout les  $y$  infiniment petites et il me semble que les raport[s]  $\frac{dy}{dx}$  et  $\frac{l ddy}{dx^2}$  doivent avoir la meme restriction.

Son idée sur la propagation des ondulations d'une corde indefinie, sur la quelle on suppose un seul bout ebranlé d'une façon quelconque, est tout à fait ingenieuse; cependant elle souffre la meme difficulté.



Qu'on suppose  $AB = BC = CD$  et que la courbure primitive  $AB$  soit par exemple un petit segment de cercle. Là dessus M<sup>r</sup> Euler dit, qu'au bout d'un certain petit



tems precis la petite portion  $AB$  se mettra en ligne droite et que la meme courbure se portera sur la seconde portion en  $BC$  et ensuite sur la troisieme  $CD$ , apres quoi les vibrations retrograderont etc. Mais quand la premiere portion  $AB$  et la derniere  $CD$  sont parfaitement droites et qu'il y a un petit segment de cercle sur  $BC$ , quelle raison peut-il y avoir pour que l'ebranlement sur  $BC$  se porte plutot vers  $D$  que vers  $A$ ? D'ailleurs quel est ici le raport  $\frac{l ddy}{dx^2}$  pour le point  $B$ ? Enfin je suis intimement persuade que mon principe sur la composition des vibrations renferme tout ce qu'il y a de reel sur cette matiere, qui par malheur est trop abstraite pour etre à la portée de tout le monde.

Votre Pere (Johann II), notre Recteur Magnif[ique] depuis hier<sup>[6]</sup>, a la bonté de me communiquer toutes les lettres que vous lui ecrivez; je vois, mon cher Neveu, que vous vous acquittez deja parfaitement bien de toutes les fonctions de votre emploi; c'est beaucoup à votre age et cela me fait un sensible plaisir: Voyez souvent M<sup>r</sup> Euler; *semper aliquid haeret*: si par hazard vous tombez sur des matieres, qui vous paroissent de ma competence, je serai charmé de pouvoir vous etre encor utile; Vous ne me donnerez pas cette peine pour longtems, car j'espere que vous me devancerez bientot.

[...]

Nous avons eu dans notre gazette, qu'on a ajugé à M<sup>r</sup> Euler 300 guinées en recompense de sa theorie lunaire et 3000 à la veuve (Maria Victoria) de M<sup>r</sup> le Prof. Mayer pour ses tables. Si ce fait est vrai, il fait bien de l'honneur à l'Angleterre, à la Geometrie et à M<sup>r</sup> Euler<sup>[7]</sup>. La meme gazette portoit encor que l'Imperatrice de Russie (Katharina II.) avoit acheté de M. Diderot sa bibliotheque pour 30 000  $\text{ₛ}$  de France<sup>[8]</sup>: De pareils traits font bien voir, que jusqu'à ce jour cette Souveraine n'a pas été informée du tort qu'on me fait. Je Vous suis cependant bien obligé de tout ce que Vous avez fait pour moi à cet egard. Il y a plus de 20 ans que j'ai renoncé à cette affaire; je ne scai comment il est arrivé, qu'on m'a fait faire de tems en tems des pas, que je savois parfaitement bien etre inutiles.

[...]

Exzerpt eines Briefes von D. Bernoulli an J. III Bernoulli

Basel, 7. Mai 1765

Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 30–31r

Kopie, 2 Bl. – *ibid.*, L Ia 689, Bl. 173–174r

- [1] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über schwingende Saiten von ungleicher Dicke (1767, DB. 54).
- [2] J. III Bernoulli verlas D. Bernoullis Abhandlung in der Berliner Akademie, ohne sie vorher Euler gezeigt zu haben (cf. Brief Nr. 103).
- [3] «einen Stier, der zur Hälfte ein Mann ist, und einen Mann, der halb ein Stier ist» (Ovid, *Ars amatoria* II, 24). Gemeint ist der Minotaurus.
- [4] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über den Schall und die Töne der Orgelpfeifen (1764, DB. 53), die im Band der *Pariser Mémoires* für 1762 erschien.
- [5] Cf. *supra* Anm. 1.

- [6] J. II Bernoulli war für das akademische Jahr vom Juni 1765 bis Juni 1766 zum Rektor der Universität Basel gewählt worden.
- [7] Anlässlich der Prämierung des Sechronometers von Harrison durch das britische Parlament im Jahre 1765 wurden auch die Mondtafeln von Tobias Mayer (1753a, b) und die himmelsmechanischen Untersuchungen der Mondbewegung von Euler (E. 187) prämiert. Der *Nouvelliste suisse, historique, politique, littéraire et amusant* brachte im April-Heft 1765 (p. 102–104) die Information aus England über die Prämierung «der Erben von Dr. Euler[!] und derjenigen von Dr. Mayer». Erst am 13. Juni 1765 wandte sich die englische Admiralität mit einem entsprechenden Würdigungsbrief direkt an Euler (O. I, 1, p. LXXXIII). – Cf. auch Forbes (1971, 1980).
- [8] Cf. *Nouvelliste suisse*..., Mai-Heft 1765, p. 123–124. – Diderot verkaufte 1765 seine Bibliothek zwecks Einrichtung einer Mitgift für seine einzige Tochter Marie-Angélique. Die Kaiserin Katharina II. – informiert und vertreten durch ihren Gesandten in Paris, Fürst Golitsyn – kaufte die Bibliothek für 15 000 Livres (diese Summe wird auch im *Nouvelliste suisse* angegeben) unter Gewährung lebenslanger Nutzniessung der Bibliothek für Diderot. Zudem setzte sie für denjenigen, der den Titel eines Kaiserlichen Bibliothekars erhalten sollte, eine jährliche Rente von 1000 Livres aus.

## 103

L. EULER AN JOHANN III BERNOULLI

Berlin, 6. Juli 1765

6 Juill. 1765

Monsieur

En Vous priant d'asseurer M<sup>r</sup> Votre Oncle ⟨Daniel⟩ de mes très humbles respects j'ai l'honneur de Vous marquer, que le Memoire que Vous nous lûtes jeudi passé est très excellent à tous égards<sup>[1]</sup>, et quoique j'aye aussi traité les cordes inegalement epaisses dans le IX Vol. des *Nouv/eaux/ Comment/aires/*<sup>[2]</sup>, je dois convenir que M<sup>r</sup> Votre Oncle a remarqué quelques cas interessans qui me sont echappés. Cependant je ne saurois encore me persuader que la methode elle me soit suffisante pour resoudre le probleme tel, que je me le suis proposé, où il s'agit de determiner le mouvement d'une corde, *sa figure initiale étant donnée* (en supposant toujours tant les appliquées que l'inclinaison de tous les elemens à l'axe infiniment petite). Car quand meme j'accorderai, que cette equation indefinie

$$y = A s[\text{in}] \frac{\pi x}{a} + B s[\text{in}] \frac{2\pi x}{a} + C s[\text{in}] \frac{3\pi x}{a} \text{ etc.}$$

renferme toutes les courbes possibles, qu'on puisse donner à la corde, M<sup>r</sup> ⟨Daniel⟩ Bernoulli m'accordera aussi, que pour en faire l'application à une courbe quelconque, la determination des coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , etc. est encore assujettie aux plus grands inconveniens que personne peut etre ne surmontera jamais. Ainsi quand la courbe initiale est donnée, la solution de M<sup>r</sup> Bernoulli ne sauroit etre regardée comme achevée, puisque l'application à la courbe donnée nous manque encore entierement. Il est vray que ce deffaut ne regarde que la partie analytique: mais puisque ma solution n'est pas affectée de ce côté-cy, et qu'elle determine le vray

mouvement de la corde, quelle qu'ait été sa figure initiale, il me semble, que du moins de ce côté, elle merite quelque attention, étant d'ailleurs très simple et naturelle.

Mais d'un autre côté j'ai encore de grands doutes, s'il est toujours possible de determiner les coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , etc. ensorte, que l'équation exprime une courbe donnée quelconque; et quand meme mes doutes ne seroient pas fondés, personne ne niera, que l'exécution ne soit quasi impossible. Il semble meme que M<sup>r</sup> (Daniel) Bernoulli en convient Lui meme dans le cas, où au commencement on n'a ébranlée qu'une partie quelconque de la corde comme  $AC$ , le reste  $BC$  ayant demeuré dans son état naturel<sup>[3]</sup>.

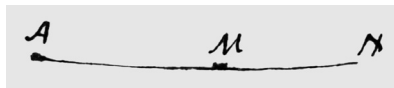


Et il me semble aussi que l'équation donnée

$$y = A \sin \frac{\pi x}{a} + B \sin \frac{2\pi x}{a} \text{ etc.}$$

ne sauroit être appliquée à ce cas. Mais ma methode en donne la solution aussi aisement que dans tous les autres cas, quoiqu'il se manifeste ici un phenomene singulier, dont l'explication ne sauroit être reduite à un pendule.

Le mouvement de la corde dans ce cas est analogue à la propagation du son, où le meme doute, que M<sup>r</sup> Votre Oncle (Daniel) a contre ma solution de ce cas, m'a tourmenté long tems. Car ayant trouvé, qu'un tremoussement étant excité dans l'air en  $A$  doit se repandre en tous sens je ne voyois pas, lorsque ce tremoussement est parvenu en  $M$ , pourquoi il n'est propagé que vers  $N$ ?



Mais j'ai trouvé le denouement de cette difficulté, et l'ai publié dans le II volume des *Actes de Turin*<sup>[4]</sup>. La meme Theorie de la propagation du Son m'a aussi d'abord conduit à l'explication du son des tuyaux d'orgues de meme qu'à celle de l'Echo, qui y est très etroitement liée: je Vous pourrai montrer tout cela dans un ouvrage, que j'ai composé sur ce sujet<sup>[5]</sup>. Au reste cette Theorie nous decouvre une partie tout à fait nouvelle de l'Analyse, dont nous ne connoissons presque encore que les premiers elemens, que j'ai développés dans la seconde partie de mon *Calcul integral*<sup>[6]</sup>, dont M<sup>r</sup> Jetzler de Schafhausen a pris une copie<sup>[7]</sup>.

L. Euler

Berlin ce 6 Juillet 1765.

22

Mais d'un autre côté j'ai encore de grands doutes, si l'est toujours possible de déterminer les coefficients  $A, B, C$ , etc. en sorte, que l'équation exprime une courbe donnée quelconque, et quand même mes doutes ne seroient pas fondés, personne ne sçait, que l'exécution ne soit quasi impossible. Il semble même, que M<sup>r</sup>. Bernoulli en conviendrait Lui-même dans le cas, où au commencement on n'a écarté qu'une partie quelconque de la corde comme  $AC$ , le reste  $BC$  ayant demeuré dans son état naturel. Et il me semble aussi, que l'équation donnée  $y = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \dots$  ne sauroit être appliquée à ce cas. Mais ma méthode en donne la solution aussi aisément que dans tous les autres cas, quoiqu'il se manifeste ici un phénomène singulier, dont l'explication ne sauroit être réduite à un pendule. Le mouvement de la corde dans ce cas est analogue à la propagation du son, où le même doute, que M<sup>r</sup>. Votre Oncle a contre ma solution de ce cas, m'a tourmenté long temps. L'an ayant trouvé, qu'un tremblement étant excité à un bout en  $A$  doit se répandre en  $A$  —  $M$  —  $N$  tous sens, je ne voyois pas, que lorsque ce tremblement est parvenu en  $M$  pour qu'il n'en soit propagé que vers  $N$ ? Mais j'ai trouvé le commencement de cette difficulté, et l'ai publiée dans le 11<sup>e</sup> volume des Actes de Turin. La même Théorie de la propagation du son m'a aussi d'abord conduit à l'explication du son des tuyaux d'orgues de même qu'à celle de l'Echa, qui y est très étroitement liée. Je vous pourrai montrer tout cela dans un ouvrage, que j'ai composé, par ce sujet. Cherchez cette Théorie nous découvrir une partie tout à fait nouvelle de l'acoustique, dont nous ne connoissons presque encore que les premiers éléments, que j'ai développés dans la seconde partie de mon Calcul intégral, dont M<sup>r</sup>. de la Roche Schaffhausen a pris une copie.

L. Euler

Berlin ce 6<sup>e</sup> Juillet 1765

Leonhard Eulers Brief Nr. 103 an Daniel Bernoulli, 6. Juli 1765:

letzte Seite mit Figuren und Unterschrift (Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 175v)



R 232 Brief L. Eulers an J. III Bernoulli  
 Berlin, 6. Juli 1765  
 Orig., 1 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 175–175v

- [1] Am 4. Juli 1765 hatte J. III Bernoulli in der Berliner Akademie D. Bernoullis Abhandlung über schwingende Saiten von ungleicher Dicke (1767, DB. 54) verlesen.
- [2] Cf. Eulers Abhandlung über schwingende Saiten von ungleicher Dicke (E. 287), die er in der Berliner Akademie bereits am 21. Februar 1760 vorgelesen hatte. Diese Abhandlung hatte Euler – zusammen mit zehn anderen seiner Werke – im Herbst 1760 durch den reformierten Pastor Dilthey, der sich damals nach Russland begab, von Berlin nach Petersburg übersandt (cf. *Eulers Briefwechsel* 1, p. 156f). Diese Abhandlungen wurden am 12. (1.) Dezember 1760 der Akademischen Konferenz vorgelegt; E. 287 wurde am 14. (3.) Dezember 1761 zum Druck im 9. Band der *Petersburger Novi Commentarii* vorgemerkt.
- [3] Cf. Einleitung III.2.3.6, p. 41 h.v.
- [4] Cf. Eulers Abhandlung über die Ausbreitung des Schalles (E. 268), die 1762 in den *Mélanges* der Turiner Akademie veröffentlicht worden war.
- [5] Cf. Eulers Abhandlung über die Ausbreitung des Schalles und das Echo (E. 340), die am 19. und 26. September 1765 in der Berliner Akademie vorgelesen und 1767 in Band 21 (für 1765) der *Berliner Mémoires* publiziert wurde.
- [6] Cf. den zweiten Band der *Integralrechnung* Eulers (E. 366), der zwar erst 1769 in Petersburg erschien, jedoch bereits im Jahre 1763 nahezu druckfertig vorlag.
- [7] Christoph Jetzler war – wie sein Vater – von Beruf Kürschner, doch seit seiner frühen Jugend der Physik und der Mathematik zugetan. Nach dem Tod seines Vaters, der ihm, seiner Mutter und seiner Schwester ein nicht unbeträchtliches Vermögen hinterliess, begab er sich im Frühjahr 1763 in der Gesellschaft Sulzers nach Berlin, um sein Idol Leonhard Euler kennen zu lernen, was ihm auch gelang (cf. Wolf 2, p. 207–230). Um sich in die höhere Mathematik einzuarbeiten, koptierte Jetzler handschriftlich das 1000seitige Manuskript von Eulers *Integralrechnung*. Dies hat Euler grossen Eindruck gemacht: er schildert das Faktum in einem Brief an Goldbach vom 17. Dezember 1763 mit den folgenden Worten (O. IV A, 4, p. 575 / 1134):

«Schon vor einigen Monathen habe ich mein Werk von dem *Calculo integrali*, woran ich schon seit vielen Jahren gearbeitet, völlig zu Stande gebracht, und die *Haudensche* Buchhandlung allhier ist willens dasselbe nächstens zu verlegen. Das Gerücht davon hatte einen jungen lehrbegierigen Menschen aus der Schweiz hieher getrieben, welcher sich nichts anders als die Erlaubniß ausgebeten, dieses Werk abzuschreiben, und ist darauf wieder zurückgereiset; das wunderbarste dabey ist daß dieser Mensch von seiner *Profession* ein Kürschner gewesen.»

Euler scheint danach mit Jetzler zumindest noch lockeren Kontakt gehalten zu haben: am 4. Mai 1765 sandte er ihm mit einem längeren Begleitbrief (R 1073) seine Theorie der Bewegung der Körper (1765, E. 289) zu. – Cf. Wolf 2, *loc. cit.*, und Fellmann (2003).

104

DANIEL BERNOULLI AN JOHANN III BERNOULLI  
Basel, 25. Juli 1765

[...]

Je Vous suis bien obligé de la peine que vous avez prise de lire à l'Académie mon memoire sur les cordes et je ne vous cacherai pas la joye que j'ai eue en aprenant l'aprobation, dont notre Illustre Compatriote (L. Euler) l'a honoré<sup>[1]</sup>: La matiere est fort epineuse et je ne me sens plus cette assurance que j'ai eue autrefois; aussy mon intention etoit elle que M<sup>r</sup> Euler le vit avant qu'il fut soumis au jugement de toute l'Academie afin de le supprimer ou de le changer selon l'ocurence et les remarques de ce grand Geometre. Je vois en effet, que je Lui dois quelque reparation; j'ai dit dans le premier paragraphe, que je me croyois le premier, qui ait traité cette matiere et M<sup>r</sup> Euler a là dessus la bonté de se contenter de dire de l'avoir deja fait dans le IX vol. des *Nouveaux Comment[aires]*<sup>[2]</sup>. C'est en verité ce que j'ignorois parfaitement; l'Acad<sup>e</sup> de Petersbourg a borné sa liberalité à m'envoyer les 6 premiers volumes de ses *Nouveaux Commentaires* outre 13 volumes des anciens<sup>[3]</sup>. J'etois en effet bien etonné, qu'une matiere de cette nature eut pu echaper aux lumieres perçantes du plus grand Geometre de notre siecle: Je vous recommande, Monsieur mon tres cher Neveu, de Lui en faire mes excuses et de redresser la chose soit par un petit changement dans le texte soit par une note<sup>[4]</sup>.

J'acorde tres volontiers à la methode de M<sup>r</sup> Euler les prerogatives qu'il lui attribue par dessus la mienne excepté la generalité: mais la mienne a d'autres prerogatives par dessus la sienne etant aplicable aux corps finis attachés aux cordes ou à d'autres sistemes de corps. Il me semble de plus en plus que ma methode est generale, quoique simplement en *puissance*, car je conviens que la determination de mes coefficients seroit le plus souvent au dessus de l'analyse ou plutot de sa portée<sup>[5]</sup>. Il ne suffit pas à mon avis, que les inclinaisons de la corde soyent par tout comme infiniment petites, il faut encor que le rayon osculateur soit par tout comme infiniment grand; c'est pourquoi je doute qu'on puisse donner à la corde la figure de deux lignes droites qui se coupent sous un angle extremement petit.

J'ai bien vu d'abord, que le corollaire de la theorie de M<sup>r</sup> Euler concernant l'ebroulement d'une partie de la corde indefiniment longue servoit immediatement à expliquer la propagation du son dans l'air. Je crois qu'outre le mouvement des parties de la corde perpendiculaire à l'axe il faut supposer encor un mouvement infiniment plus petit et reciproque dans la direction de l'axe et que surtout les noeuds ne sont pas d'abord dans un repos parfait et que ce repos parfait n'arrive que dans les sons formés et permanens<sup>[6]</sup>.

Il y a environ trente ans, que j'ai scu la façon dont l'air est ebranlé dans les sons des instrumens à vent et je vois maintenant que Mess<sup>rs</sup> Euler et de la Grange sont d'accord avec moi là dessus. Ce sera à present un beau probleme pour M<sup>r</sup> Euler de trouver le raport entre les tons d'un tuyau cylindrique et d'un tuyau conique d'une hauteur egale. Quand M<sup>r</sup> Euler aura reçu les *Memoires de Paris*

pour l'année 1762<sup>[7]</sup>, il m'oblige[ra] de me faire parvenir ses remarques sur cette matiere, que j'ai traitée dans un grand memoire tant pour le physique que pour le geometrique. Il me semble toujours que la theorie de la lumiere est fondée sur les memes principes que celle des sons; les experiences de M<sup>r</sup> Newton sur les accès de facile reflexion et transmission des rayons de differentes couleurs me paroissent favoriser cette idée.

Le mauvais succès de ma pretention à la pension de Petersbourg ne doit pas inquieter beaucoup un homme de mon age. Pour me conformer au conseil de Mons<sup>r</sup> le Prince Dolghorouki, je vous envoie une copie de mon contrat et s'il ne tient qu'à envoyer l'original, je pourrai le faire<sup>[8]</sup>. Les mauvais Administrateurs des fonds Academiques ont osé me reprocher, que j'avois été le premier à couper et à rompre avec l'Academie; il est sûr cependant que j'ai continué mes attentions et mes travaux pour l'Academie tres longtems apres qu'on ne m'a plus rien payé. Cela paroît meme par les *Commentaires* de l'Academie<sup>[9]</sup>: Il n'auroit tenu qu'à ces Messieurs à m'employer pour d'autres services qu'à fournir simplement des memoires. Dans mon second engagement j'ai succédé à M<sup>r</sup> Herman, qui avoit eu une pension de 2000 Roubles; on m'auroit accordé la meme pension; je me suis contenté de 1200 Roubles et il est sûr que je n'ai fait ce sacrifice qu'en consideration de ma petite pension viagere. Je ne doute pas que M<sup>r</sup> Euler ne se souvienne encor de tout cela. Si M<sup>r</sup> le Prince Dolghorouki vouloit bien informer S. M. I. (Katharina II.) des torts qu'on me fait à son insû, il est impossible qu'il ne me fasse obtenir par sa protection ce qui m'est dû et que je ne manquerois pas cependant de regarder comme une nouvelle grace.

[...]

Je n'ai pas encor vû le nouvel ouvrage de M<sup>r</sup> Euler<sup>[10]</sup>; je le parcourai aux premiers jours. J'ai de la peine à suivre les idées de M<sup>r</sup> Euler; celles que j'ai toujours eues m'ont assez reussi dans tout ce que j'ai entrepris, mais j'ai toujours évité les questions, qui ne sauroient nous éclairer et qu'on ne sauroit realiser. Les nouvelles productions de M<sup>r</sup> Euler ne pechent guere que par le defect d'être trop bonnes. On commence à perdre le bon gout dans les mathematiques. Je respecte et j'admire les Eulers; mais j'adore les Newtons et les Huguens.

[...]

Les mathematiens ont fait une grande perte par la mort de M<sup>r</sup> Clairaut et moi une plus grande que tous les autres; il m'aimoit tres sincerement et n'avoit rien de caché pour moi. Les vilains procedés de D. (d'Alembert) faisoient souvent le sujet de nos lettres. Je le trouve indigne d'avoir M. Euler pour antagoniste, son intention n'étant jamais que d'extenuer le merite d'autrui.

[...]



Exzerpt<sup>[11]</sup> eines Briefs von D. Bernoulli an J. III Bernoulli  
 Basel, 25. Juli 1765  
 Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 32–33v

- [1] D. Bernoullis Abhandlung über schwingende Saiten von ungleicher Dicke (1767, DB. 54) wurde am 4. Juli 1765 von J. III Bernoulli in der Berliner Akademie vorgelesen.
- [2] Cf. Eulers Abhandlung (E. 287) und Brief Nr. 103, Anm. 2.
- [3] Der 14. Band der *Petersburger Commentarii* wurde 1751 veröffentlicht, und die Bände 7–9 der *Novi Commentarii* erschienen in den Jahren 1761–64.
- [4] D. Bernoullis Abhandlung wurde bei ihrer Veröffentlichung mit folgender Fussnote versehen:  
 «J'ignorois lorsque j'écrivois ceci que Mrs. Euler et de la Grange eussent traité cette matiere, le premier dans le Tome IX des *Nouveaux Commentaires de Pétersbourg*, et le second dans le Tome II des *Mélanges de la Société Royale de Turin*. Je ferai remarquer aussi au sujet du second Mémoire de Mr. Euler inséré dans le Tome III des *Mélanges de Turin*, qu'il doit avoir fait ce Mémoire dans le même tems que je travaillois au mien, à savoir, au commencement de 1765. C'est ce que confirment les dates des lettres qui accompagnoient nos Mémoires».
- [5] Die Auseinandersetzungen um die Theorie der schwingenden Saiten bilden eines der fruchtbarsten und spannendsten Kapitel der Geschichte der Mathematik des 18. Jahrhunderts. Bekanntlich ging D. Bernoulli mit seiner – physikalisch konzipierten – Auffassung, dass sich eine völlig willkürliche Funktion in Form einer trigonometrischen Reihe darstellen lässt, aus dem Scharmützel gegen Euler, d'Alembert und Lagrange letztlich vor der Geschichte als Sieger hervor, wobei die hier angesprochene Bestimmung der Koeffizienten sich allerdings als das Schlüsselpapier erweisen sollte. Diese Koeffizientenbestimmung leistete bekanntlich erst Fourier in seiner 1822 veröffentlichten *Théorie analytique de la chaleur* aus den Jahren 1807 und 1811, und zwar nach der – rein formal analogen, in der Sache jedoch unterschiedlich konzipierten – Vorlage von Eulers Abhandlung E. 189 aus dem Jahr 1750. – Die Geschichte dieses wissenschaftlichen Streites ist schon verschiedentlich kompetent dargestellt worden: cf. Reiff (1889, p. 124–140); Burkhardt (1908); Truesdell (1960, p. 237–300); Szabó (1987, p. 317–350).
- [6] Auch später interessierte sich D. Bernoulli noch sehr für die Untersuchungen von Euler und Lagrange über schwingende Saiten von ungleicher Dicke. So schrieb er beispielsweise in einem Brief vom Herbst 1766 an J. III Bernoulli (Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 39v):  
 «Vous me ferez plaisir de marquer dans une note ce qui concerne Messieurs de la Grange et Euler sur les vibrations des cordes inegalement epaisses; on doit avoir pensé depuis longtems au probleme et nos solutions sont si differentes, qu'on ne sauroit soupconner de plagiat aucun de nous trois; si ma methode n'etoit tout à fait generale par raport à la combinaison des vibrations simples, ce seroit une chose bien singuliere, que je sois allé aussi loin que Mess<sup>rs</sup> de la Grange et Euler et peutetre plus loin. Je n'ai pas vû le V vol. des melanges de M. d'Alembert. Ma tete ne me permet plus de lire de pareils ouvrages. Je suis curieux de savoir ce que M<sup>r</sup> de la Grange en pense.»  
 Der 5. Band der *Opuscules* von d'Alembert erschien erst 1768.
- [7] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über den Schall und die Töne der Orgelpfeifen (1764, DB. 53), die in den *Pariser Mémoires* für 1762 erschienen war.
- [8] Am 19. Oktober 1765 schrieb D. Bernoulli an J. III Bernoulli einen langen Brief über verschiedene ballistische Probleme und fügte bei: «Je vous ai envoyé il y a quelques mois une copie de mon contrat passé à Petersbourg; je l'ai remis à mon frere [Johann II], qui l'a envoyé par quelque occasion à Leipsic» (cf. Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 35v).  
 D. Bernoullis Kontrakt von 1730 ist in Anhang VII.3 als Nr. 3 (p. 952 h.v.) wiedergegeben.
- [9] Die *Petersburger Commentarii* enthalten in den ersten sechs Bänden (für 1726–33) 17 Abhandlungen von D. Bernoulli, in den nachfolgenden sechs Bänden (für 1734–40) 8 und im 13. Band (für 1741–43) nochmals 4 Abhandlungen.

- [10] Nachdem J. III Bernoulli am 4. Juli 1765 die Abhandlung D. Bernoullis über die Schwingung von Saiten von ungleicher Dicke vorgelesen hatte, präsentierte Euler in der Sitzung der Berliner Akademie vom 18. Juli 1765 seine eigene Abhandlung über schwingende Saiten, welche nur in einem begrenzten Intervall aus der Gleichgewichtslage gebracht werden (E. 339). Diese Abhandlung Eulers wurde 1767 zusammen mit derjenigen D. Bernoullis im 21. Band der *Berliner Mémoires* (für 1765) gedruckt.
- [11] Der erhaltene Originalbrief von D. Bernoulli enthält – neben den hier angeführten Passagen – einige Bemerkungen über ballistische Versuchsanordnungen sowie über verschieden konstruierte Thermometer.

105

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 7. März 1767

Monsieur,

Si ma nouvelle reception au nombre des membres honoraires et pensionnaires etrangers de l'Academie Imperiale des sciences peut, en me rapprochant de vous, renouveler notre ancienne conoissance et amitié, je l'accepterai avec d'autant plus de confiance: je presume que c'est vous qui avez fait venir l'idée de cette reception à la Commission Imperiale pour la direction de l'Academie et à cet egard je la regarde comme votre ouvrage; c'est donc aussi à vous, mon genereux ami, à concourir avec moi pour me la faire meriter et à moi de vous en temoigner ma reconnoissance<sup>[1]</sup>. Je commence à me faire vieux et surement mes memoires sentiront l'age de l'auteur; peutetre meme ne serai-[je] pas toujours en etat d'en fournir. Vous me ferez plaisir de m'apprendre, à quoi il faudroit s'attendre en ce cas pour la pension: au reste je suis bien eloigné de considerer ces memoires comme le seul moyen, qui reste aux membres etrangers de se rendre utiles. Si vous voulez m'honorer d'un commerce de lettres un peu regulier, me confier les vues de l'Academie, deliberer sur la facon d'employer les membres et concerter les fonctions des Academiciens subalternes, s'il y en a, examiner ce qu'on peut faire de mieux dans les recherches les plus utiles soit à l'humanité en general soit à la Nation Russienne en particulier etc. Comme certainement nous ne manquons ni de zele ni d'experience, tout cela ne pourra manquer de faire un bon effet.

Commencez, Monsieur, par moi et prescrivez moi ce que vous souhaitez que je fasse pour le service de l'Academie. Si vous le trouvez bon, j'enverrai un petit memoire, la premiere fois que j'aurai l'honneur de vous ecrire; ayez la bonté de me marquer sous quelle adresse vous voulez que je vous fasse parvenir mes lettres et mes memoires. M<sup>r</sup> de Stehlin {Jakob von Stählin}, votre illustre confrere et Secretaire perpetuel de l'Academie, en m'apprenant ma nomination de la part de la commission Imperiale Academique me marque que ma pension me sera payée par semestre et qu'elle commencera depuis le commencement de cette année; il a meme eu l'attention obligeante de me demander par quelle voye je souhaite qu'on me fasse parvenir ma pension. Je lui reponds, que le plus court et le plus sûr, sera de m'envoyer une bonne lettre de change pour Amsterdam et qu'il me sera

facile de negocier ici la valeur de ces lettres<sup>[2]</sup>. Je prends la liberté, Monsieur, de recommander cet article à vos bons offices. Il faut aparemment faire les memoires en latin; cela me genera un peu, car depuis passé 20 ans je n'ai plus rien ecrit en latin.

Dans ce moment j'apprends par mon neveu <Johann III> de Berlin, que vous n'etes pas encor gueri de votre fluxion sur l'œil; quelle triste nouvelle pour la republique des lettres. Un vesicatoire, peutetre meme une fontanelle ou un *setaceum*, seroit sans doute le remede le plus salutaire contre un mal si opiniatre; mais aparemment vous l'aurez deja employé<sup>[3]</sup>. Je fais les vœux les plus ardens pour votre prompt retablissement et j'espere que le retour de la bonne saison y contribuera. J'ai eu pareillement mal aux yeux pendant tout cet hyver et je n'en suis pas encor entierement gueri; la moindre lecture à la chandelle m'est interdite; menagez vous à proportion, Monsieur mon tres cher Amy; servez vous d'une autre plume pour me repondre.

Au reste, Monsieur, je vous felicite de vous retrouver dans une espece d'ancienne Patrie et en meme tems au service d'une Princesse <Katharina II.> qui fait consister une grande partie de sa gloire et de sa magnificence à reconnoitre et à recompenser le merite d'une maniere si distinguée.

Si mon Neveu <Johann III> de Berlin veut suivre mon avis, il tachera d'entrer pareillement au service de cette grande Imperatrice plutot que de rester dans un service qui ne sauroit manquer de decourager un jeune homme de lettres. Si vous pouvez lui procurer une place en Russie avec une pension convenable, je serai le premier à lui conseiller de l'accepter à bras ouverts: j'ai toujours une predilection marquée pour ce pays, où j'ai jetté les premiers fondemens d'une vie heureuse et contente. Je suis persuadé que mon neveu ne seroit pas indigne de la place qu'on lui confieroit et meme qu'il lui feroit honneur avec le tems; je crois aussi, vû le besoin que vous avez, de vous menager, que vous pouriez vous servir de lui avec utilité soit pour faire des observations, des experiences, et des calculs soit pour vous preter sa plume qui n'est pas mauvaise. Mais s'il n'y a pas actuellement une telle place ouverte, je serois charmé qu'en attendant on voulut bien l'honorer du caractere d'Academicien etranger avec une pension pareille à celle qu'on vient de m'accorder; cette espece d'erres ne manqueroit pas de l'engager à se vouer au service de Sa Majesté Imperiale <Katharina II.> et par là meme ne chargeroit pas pour longtems les fonds de l'Academie; independamment des services literaires, que mon Neveu pouroit rendre, il me semble, que Berlin est à l'egard de S. Petersbourg une ville d'entrepot où il seroit bon d'avoir une personne de confiance et capable d'executer les commissions dont l'Academie Imperiale trouveroit bon de la charger. Aprez tout je prendrois cette faveur sur mon compte; je la regarderois meme comme un dedommagement des arrerages qu'on convient m'être dûs; j'éviterois de cette maniere dans le Public jusqu'à l'ombre de soupçon, que c'est par ma faute que j'ai été privé pendant plus de 25 ans d'une pension stipulée par forme de contrat. Au reste nous savons que vous avez pour ce jeune homme un amour vraiment paternel; je ne saurois vous exprimer, combien nous y sommes sensibles, son Pere <Johann II> et moi et combien il y est sensible lui meme<sup>[4]</sup>.

Faites je vous prie des complimens de ma part à nos anciennes connoissances, que vous aurez trouvés encor en vie; je serois bien aise de connoitre un peu la carte du paÿs sur tout pour ce qui concerne notre Academie. Y a-t-il encor quelque reste de la famille ou parenté de feu M<sup>r</sup> Schumacher? Quant aux grands qui m'ont honoré de leur bienveillance et meme de leur protection, je ne puis plus vous nommer que M<sup>r</sup> le Comte de Munich {Münnich}; je suis touché jusqu'aux larmes toutes les fois que les nouvelles publiques nous font mention de ce Seigneur. La cessation de ma pension a été manifestement une suite de sa fameuse disgrâce et me voici retabli peu de tems apres le retour de sa prospérité<sup>[5]</sup>.

Nous vous prions mon frere (Johann II) et moi, de presenter nos obeïssances à Mad<sup>e</sup> (Katharina) Euler et de saluer toute votre belle famille. Quant à moi en particulier, je vous prie d'être persuadé de la profonde veneration et de l'attachement inviolable, avec lesquels j'ai l'honneur d'être,

Monsieur,

Votre tres humble et tres obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 7<sup>e</sup> mars 1767.

R 183 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, 7. März 1767

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 51, Bl. 56–57v

Publ. (in russischer Übersetzung von A.P. Juškevič): Juškevič 1982, p. 101–103

- [1] Am 3. Februar (23. Januar) 1767 informierte der Ständige Sekretär der Petersburger Akademie, Jakob von Stählin, D. Bernoulli über dessen Bestätigung als Auswärtiges Ehrenmitglied der Akademie mit einer jährlichen Pension von 200 Rubeln, rückwirkend auf 1. Januar jenes Jahres. Stählins Brief ist in Anhang VII.3 als Nr. 24 (p. 976 h.v.) abgedruckt. Insgesamt sind zwölf Briefe aus der Korrespondenz zwischen Daniel Bernoulli und Jakob von Stählin aus den Jahren 1767–69 erhalten geblieben (cf. Anhang VII.3, Nr. 24–35, p. 976–995 h.v.). Diese Korrespondenz setzt diejenige zwischen D. Bernoulli und J.A. Euler fort.
- [2] D. Bernoullis Antwortbrief an Jakob von Stählin vom 7. März (24. Februar) 1767 ist in Anhang VII.3 als Nr. 25 (p. 978 h.v.) abgedruckt.
- [3] Zu Eulers Augenkrankheiten cf. R. Bernoulli (1983).
- [4] Johann III Bernoulli, der am 9. Januar 1777 (29. Dezember 1776) zum Auswärtigen Mitglied der Petersburger Akademie gewählt worden war, besuchte Petersburg im Sommer 1778.
- [5] Nach zwanzigjähriger Verbannung wurde Generalfeldmarschall von Münnich 1762 von Peter III. nach Petersburg zurückgerufen. – Cf. Brief Nr. 55, Anm. 3.

106

L. EULER AN D. BERNOULLI

Petersburg, Juni 1767

Mons. mon très-chèr et très-honoré Ami!

Après une longue maladie de plus de . . . mois<sup>[1]</sup>, je me retrouve enfin en état de répondre à l'obligeante lettre dont Vous m'avez bien voulu honorer à l'occasion du rétablissement de Votre pension; il ne falloit pour cela que rapporter à notre Chef le Comte Orlov les véritables circonstances qui Vous ont depouillié de Votre pension depuis si long tems, dont Il a été extrêmement indigné; et quoiqu'il eut souhaité de Vous faire payer tous les arrerages, il a trouvé la chose absolument impossible à cause de la Somme énorme que l'Academie seroit encore obligé de payer avec le même droit à quantité d'autres personnes. Vous en jugerez Vous même, Monsieur, quand Vous voulez bien considerer que quoique le fond annuel de l'Academie ait été augmenté au delà de 53 000 Roubles, le seul état des pensions surpasse 60 000 Roubles, sans conter tant d'autres dépenses, auxquelles on a suppléé par le profit de la librairie, qui n'étant pas assés fixe, Vous comprendrez aisement que nous avons trouvé l'état de l'Academie dans un terrible desordre et que nous sommes obligé de retrancher les depenses autant qu'il est possible; ce qui ne se peut pas executer si tôt. Cependant S. M. I. (Katharina II.) a d'abord cassé l'administration précédente<sup>[2]</sup>, et a bien voulu nommer moi avec mon fils (Johann Albrecht) et quelques autres Academiciens pour assister à notre nouveau Chef (Orlov), desorte que nous sommes obligés de passer toutes les matinées à la Chancellerie pour y regler toutes les affaires Academiques et les rediger dans un meilleur ordre. C'est une occupation que je pûs remplir non-obstant la foiblesse de ma vuë, qui me mêt hors d'état de lire et d'ecrire comme Vous verrez aisement, que cette lettre n'est pas ecrite de ma propre main: cependant je puis encore voir les objets d'une manière confuse qui me suffit pour frequenter les conférences et d'autres compagnies. Dans cet état je fûs même quelques fois auprès de S. M. I. dont j'ai pû assés bien distinguer la personne. Je ne remarque pas que mon état ait été empiré depuis.

A ma première sortie après ma maladie, ayant été à notre eglise je suis allé diner chez notre venerable vieillard le Feld-Marechal Comte de Munnich {Münnich} avec ma femme et ma fille ainée (Katharina Helene), où S. E. s'est bien voulu souvenir de Vous, Monsieur, et me charger de Vous présenter ses complimens.

Pour M<sup>r</sup> Votre neveu (Johann III) je suis très mortifié que les circonstances présentes ne permettent pas de lui offrir une place convenable, attendû que toutes les places qui lui conviendroient sont déjà remplies, et il s'en faut beaucoup qu'on puisse créer une nouvelle en sa faveur. Jusqu'ici nous n'avons fait que remplir les places vacantes indispensablement necessaires comme la Botanique, l'Anatomie, et l'Histoire naturelle, et il ne nous manque plus que la Chimie pour laquelle nous n'avons pû encore trouver un bon sujet<sup>[3]</sup>. Si M<sup>r</sup> Votre neveu s'etoit appliqué à l'Astronomie et qu'il fût disposé de faire des courses continuelles par l'empire de

Russie, il-y-auroit moyen de le bien placer, puisque S. M. I. (Katharina II.) vient d'ordonner que le passage de Venus soit observé en huit differens endroits de l'empire, ce qui demande bien des Astronomes que S. M. I. après l'année 1769 a dessein d'envoyer successivement dans toutes les provinces de Son empire pour la perfection de la Geographie de Russie.

Au reste j'ai la satisfaction de Vous marquer, Monsieur, que je me trouve ici dans la jouissance de tous les avantages avec toute ma famille que je n'aurois jamais osé esperer: je possède une des plus agreables maisons située à Wasiliostrow dans la dixième ligne sur les bords de la Grande Newa, qui est de pierre à deux étages et 13 fenêtres de front, desorte que toute ma famille y est logé assés au large<sup>[4]</sup>.

Pendant ma maladie mon fils (Johann Albrecht) m'a lû Votre excellent memoire que Vous venez d'envoyer à notre Academie<sup>[5]</sup>, que j'ai entendû avec bien de la Satisfaction; et j'attends avec impatience les autres memoires auxquels celui-cy doit servir de preparation, et je Vous puis assurer que notre Academie fera toujours le plus grand cas de tout ce que Vous voudriez bien lui communiquer.

Dieu veuille que Vous puissiez longtems jouïr de cette pension renouvelée. Toute ma famille Vous présente, Monsieur, ses très-humbles complimens, demême qu'à M<sup>r</sup> Votre frère (Johann II) et à toute la famille.

J'ai l'honneur d'être avec le plus respectueux attachement

Monsieur et très honoré Ami

Votre etc.

L. Euler

à S<sup>t</sup> Petersburg ce ...<sup>[6]</sup> Juin 1767.

R 184 Brief L. Eulers an D. Bernoulli  
Petersburg, Juni 1767

Entwurf von der Hand J.A. Eulers, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 136, op. 2, Nr. 21, Bl. 1–2  
Publ. (in russischer Übersetzung von A.P. Juškevič): Juškevič 1974, p. 61–62

- [1] Im erhaltenen Entwurf befindet sich hier eine Lücke. – Nach einer fast vier Monate währenden Abwesenheit besuchte Euler erst am 6. Juli (25. Juni) 1767 wieder eine Sitzung der Akademischen Konferenz (cf. *Protokoly* 2, p. 607).
- [2] Gemäss dem Kaiserlichen Befehl vom 10. November (30. Oktober) 1766 wurde an der Akademie eine unter der Leitung des Grafen V.G. Orlov stehende Kommission eingesetzt mit dem Zweck, alle akademischen Departemente nach Untersuchungen und Umgestaltung in einen besseren Zustand zu bringen. Diese Kommission bestand aus dem Konferenzsekretär Jakob von Stählin, Leonhard und Johann Albrecht Euler, Kotel'nikov, Lehmann und Rumovskij.
- [3] Im Jahre 1767 kamen S.G. Gmelin aus Tübingen (für die Botanik), C.F. Wolf aus Berlin (Anatomie und Physiologie) und P.S. Pallas (Naturgeschichte) als neue Mitglieder der Akademie nach Petersburg; der Lehrstuhl für Chemie wurde erst 1770 durch E.G. Laxman besetzt.
- [4] Ein Ausschnitt aus einem axonometrischen Plan von Petersburg (1766), der Eulers Haus zeigt, findet sich im *Euler-Gedenkband* 1958 (p. 599). Im Frühling 1771 brannte das Haus nieder, wurde aber wieder aufgebaut und später um ein Stockwerk erhöht; es existiert noch

heute. Eine moderne Photographie und eine zeichnerische Rekonstruktion des Originalzustandes sind im *Euler-Gedenkband* 1988 wiedergegeben (p. 40, in der englischen Übersetzung von 2007 p. 30–31).

- [5] Ende Mai oder Anfang Juni 1767 sandte D. Bernoulli seine Abhandlung über die Anwendung von Infinitesimalmethoden in der Wahrscheinlichkeitstheorie (1768, DB. 55) nach Petersburg. – Cf. den Brief von Jakob von Stählin an D. Bernoulli vom 18. (7.) Juli 1778 (Anhang VII.3, Nr. 26, p. 979 h.v.).
- [6] Lücke im Entwurf.

107

D. BERNOULLI AN L. EULER  
Basel, Herbst 1767

Monsieur mon tres cher et tres honoré Ami

J'envoie par cet ordinaire à notre Academie mon second memoire; la geometrie sublime n'y a presque aucune part, mais vous y trouverez une heureuse application de mon memoire precedent à un sujet nouveau<sup>[1]</sup>. Ce sujet regarde proprement la population, dont la source est l'état de mariage, que je me suis proposé d'apretier suivant l'âge des nouveaux mariés. Il ne me convenoit pas de traiter mon sujet dans son vrai point de vue et j'ai cru beaucoup plus convenable de l'exposer sous un certain air de geometrie; il est certain que ces matieres meritent beaucoup plus l'attention des geometres, qu'ils n'en ont eu jusqu'ici, surtout dans un aussi grand Empire que celui de toutes les Russies: il seroit à souhaiter que l'Academie, soutenue par le ministere, s'en fit un de ses principaux devoirs. Par exemple, il seroit tres facile de savoir annuellement pour les differentes Provinces de ce vaste Empire le nombre des naissances et des enfans qui meurent dans leur premiere année d'âge; dans toutes les listes ce dernier nombre fait les  $\frac{3}{10}$  du premier; si de ces  $\frac{3}{10}$  on pouvoit seulement sauver le tiers, il n'y auroit plus aucune depopulation à craindre et peutetre y a-t-il des provinces où il n'en meurt que les  $\frac{2}{10}$ ; en ce cas il faudroit s'informer exactement de la maniere d'élever les enfans de cette province, qui pourroit bien lui etre particuliere. Comment gouverne-t-on la premiere enfance à la Chine où le peuple surabonde? Il est sûr que la polygamie n'est rien moins que favorable à la population. Quoiqu'il en soit, je souhaite, Monsieur mon tres Honoré Ami, que vous ayez la bonté de vous faire faire la lecture de mon memoire; vous n'aurez point de difficulté de le suivre de point en point; j'ose me flatter de votre suffrage pour le fond de la chose; mais peutetre y trouverez vous des changemens à faire ou des articles à supprimer ou d'autres à éclaircir. En ce cas je vous prie de me le marquer avec cette liberté qui caracterise les grands hommes. Vous meme vous avez trouvé cette matiere digne de vos recherches dans les *Memoires de Berlin* pour l'année 1760<sup>[2]</sup>; vous entrerez d'autant plus facilement dans les miennes. Vous rendriez sans doute un grand service soit à l'Academie soit à l'Etat, si vous continuiez ces recherches et que vous tachassiez de les realiser. Il faudroit avant toute chose introduire l'usage des listes mortuaires, batistaires et matrimoniales,



mais le modele de ces listes demanderoit un mûr examen afin de les rendre utiles tant pour la medecine que pour l'œconomie publique<sup>[3]</sup>.

Je suis fâché, qu'il n'y ait rien à esperer chez vous pour mon neveu (Johann III) de Berlin et d'autant plus fâché que je suis persuadé que l'Academie ne s'en seroit pas mal trouvé; je me suis informé de toute part, s'il n'y auroit pas par hasard un *bon Chimiste qui voulut s'engager à l'Academie* Imp[eria]le de Petersbourg, sans avoir pû rien decouvrir; c'est plutot dans les paÿs du nord, qu'il faut les chercher. Mais comme vous me dites qu'on pourroit employer encor un Astronome pour observer exactement le passage de Venus sur le disque du Soleil, cela m'a engagé à faire l'ouverture à Mons<sup>r</sup> de Stehlin {Jakob von Stählin} d'un excellent sujet, qui preteroit ses services et qui seroit extremement capable de s'aquiter avec tout le succès possible de cette commission, car il ne lui manque ni theorie ni pratique ni ce zele ardent que le seul temperament naturel peut donner<sup>[4]</sup>. Je ne scai si on a fait quelque reflexion chez vous sur ma proposition et sur celle de M<sup>r</sup> Mallet; mais je suis bien aise en tout cas de vous dire qu'on peut se fier entierement à ce que j'ai marqué à M<sup>r</sup> de Stehlin.

Vous avez la bonté de me parler des arrerages de ma pension et de me dire que notre Chef, Mons<sup>r</sup> le Comte Orloff, reconnoit que ces arrerages me reviennent et me sont dus dans toutes les regles de la Justice; je ne saurois plus douter de la bienveillance dont ce Seigneur m'honore. S. E. m'a fait l'honneur de m'ecrire la lettre du monde la plus gracieuse et la plus obligeante<sup>[5]</sup>; mais vous dites qu'il se trouve trop de personnes dans le meme cas par raport à ces arrerages, et qu'il faudroit satisfaire tous ces gens-là; permettez moi de vous faire observer à cet egard, que je doute s'il y a un seul homme dans mon cas: ma pension etoit stipulée et faisoit l'article le plus essentiel de mon second engagement de 1730<sup>[6]</sup>. Si j'avois fait un pareil contrat avec un simple Gentilhomme Anglois, j'aurois été regulierement payé toute ma vie et y-a-t-il aucune comparaison à faire d'un milord sujet à la plus grande Souveraine du monde; il faudroit que je fusse bien peu de chose si cette bienfaisante Souveraine pouvoit me trouver indigne d'un contrat passé entre l'Academie et moi. Je ne saurois faire, sans fremir, cette reflexion et sans me faire horreur à moi meme: mais je n'accuse que l'arret de ma fatalité.

Je me console facilement quand je pense que S. M. I. (Katharina II.) ne sauroit etre informée de ma cause et qu'un President ne sauroit redresser tous les torts de ses Predecesseurs. Je n'insisterai pas sur cet article; mais il y en a un autre, sur lequel je ne saurois m'empecher de m'expliquer avec toute la liberté d'un homme de près de 70 ans. C'est que M<sup>r</sup> de Stehlin {Jakob von Stählin} m'a donné le choix de recevoir ma petite pension par semestres ou par années, là dessus j'ai repondu que j'acceptois le payement par semestre<sup>[7]</sup>; je vous avoue donc que j'ai été extremement surpris de ce sinistre commencement, car je n'ai encor rien reçu; si je ne puis conter sur le jour du payement avec la meme certitude que les astronomes peuvent conter sur leurs predictions, je ne vous cacherai pas que ma pension ne me fait pas le moindre plaisir. Les pretentions et les esperances ne valent pas la peine qu'on y fasse attention à mon age; je passe sur les autres reflexions, qui regardent l'Academie elle meme; je vous prie de faire là dessus mes tres humbles remontrances

à notre genereux Chef <Orlov> et suppliez le de ma part d'ordonner qu'on me paye ma premiere année au commencement de la nouvelle année et qu'ensuite *on me paye au milieu de chaque anée, c'est à dire, à la fin de chaque mois de juin pour l'année entiere*; c'est ici toute la faveur que je demande. Vous m'obligerez, mon Illustre compatriote, de me repondre positivement sur cet article.

Je ne sai, si vous savez que nous possedons ici S[on] A[ltesse] S[erenissime] <Friedrich August> Frere de S. M. I. <Katharina II.> quoiqu'*incognito*.

Je vous fais mes complimens de tout mon cœur de l'etat de prosperité et de contentement où vous vous trouvez à Petersbourg au sein de votre chere famille; la posterité la plus reculée en benira la Providence; je reconnois pareillement toutes les benedictions divines dont je jouis et dont j'ai joui pendant toute ma vie: Dieu veuille me conduire jusqu'au bout de ma carriere.

Je vous plains plus que personne du malheur que vous avez eu de perdre presque entierement la vue; souvenez vous cependant, que les yeux de l'ame valent infiniment plus que ceux du corps et qu'à cet egard personne n'a la vue plus perçante que vous. Ce qui me console encor est de voir la resignation et la grandeur d'ame avec laquelle vous avez pris cette affliction aprez les grands maux que vous avez soufferts.

Je suis infiniment flatté de l'honneur que Mons<sup>r</sup> le Feldmarechal Comte de Munnich {Münnich} m'[a] fait de se souvenir de moi et je vous prie de saisir la premiere occasion de me recommander à la continuation de ses bonnes graces. Faites aussi mes complimens à Mad<sup>e</sup> <Anna Dorothea> Schumacher et remerciez la de la bonté qu'elle a eue de me faire parvenir les siens.

Votre aprobation de mon premier memoire<sup>[8]</sup> m'a fait un tres sensible plaisir et je serai charmé de travailler pour l'Academie dans votre gout; on me fera toujours plaisir de m'employer pour toutes les fonctions dont on me jugera capable.

La philosophie experimentale me paroît une des plus belles occupations pour les Academies; je ne scai qui remplit cette tache chez vous ni qui s'est chargé des observations meteorologiques. Il me semble que les observations barometriques sont absolument inutiles par elles memes, mais peutetre d'un grand usage si on en avoit plusieurs listes correspondantes faites dans des paÿs fort éloignés tant en longitude qu'en latitude. Ne vous paroît il pas surprenant que la hauteur barometrique moyenne soit presque la meme dans les plus grands froids et dans les plus grandes chaleurs; dans les paÿs du nord et dans la zone torride; il me semble qu'il s'ensuit qu'à des hauteurs tres mediocres depuis la surface de la Terre, l'air qui l'environne a la meme chaleur. Je voudrois qu'on remit une bonne boussole conjointement avec ma boussole d'inclinaison à celui qui fera le plus long voyage pour observer Venus dans son passage au Soleil; on trouveroit peutetre quelque relation entre les variations de l'une et l'autre aiguille.

Je finirai aprez vous avoir demandé pardon du desordre de cette lettre; vous voyez qu'elle est tres familiere; j'espere que vous la brulerez aprez l'avoir lue, puisqu'elle ne sauroit plus etre d'aucune utilité; il est bon de se precautionner là dessus.

J'ai demandé à M<sup>r</sup> <Christoph I> Gengenbach s'il n'a rien à vous mander; il ne m'a encor rien envoyé. Je presente mes honneurs à Mad<sup>e</sup> <Katharina> Euler et à toute votre belle famille, quoique je n'aye pas l'honneur d'en etre connu. Mon frere <Johann II> m'a chargé aussi de mille complimens pour vous.

J'ai l'honneur d'etre avec le plus sincere attachement et toute la veneration qui vous est due,

Monsieur et tres honoré Ami,  
Votre tres humble et tres obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

R 186 Brief D. Bernoullis an L. Euler  
Basel, Herbst 1767  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 52, Bl. 12–13v  
Publ. (in russischer Übersetzung von A.P. Juškevič): Juškevič 1982, p. 103–104

- [1] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die mittlere Dauer von Ehen (1768, DB. 56). Das Originalmanuskript dieser Abhandlung Bernoullis befindet sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 20), ebenso ein Entwurf in französischer Sprache unter dem Titel *Probleme sur la durée moyenne des mariages contractés entre des personnes d'un age donné quelconque avec quelques reflexions sur les differens etats de l'humanité*.
- [2] Cf. Eulers Abhandlung über die Sterblichkeit und die Fortpflanzung des Menschengeschlechts (E. 334).
- [3] Zu D. Bernoulli als Statistiker cf. F. Huber (1958, p. 68f).
- [4] In seinem Brief an Stählin vom 12. September 1767 empfahl D. Bernoulli einen seiner Schüler, den Genfer Jacques André Mallet, als Astronomen für die Beobachtung des für 1769 erwarteten Durchgangs der Venus vor der Sonne (cf. Anhang VII.3, Nr. 28, p. 981 h.v.). Mallet wurde 1768 tatsächlich für diese Aufgabe nach Russland geholt. – Cf. Candaux (2005).
- [5] Dieser Brief von Orlov an D. Bernoulli ist nicht erhalten geblieben.
- [6] Der Kontrakt der Petersburger Akademie mit D. Bernoulli vom 12. (1.) September 1730 ist in Anhang VII.3 als Nr. 3 (p. 952 h.v.) wiedergegeben.
- [7] Das widerspricht dem Brief D. Bernoullis an Stählin vom 20. Januar 1768 (cf. p. 985 h.v.).
- [8] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Anwendung der Analysis auf die Wahrscheinlichkeitstheorie (1768, DB. 55).

108

L. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 3. Dezember (22. November) 1767

Monsieur, mon tres honoré Confrere et Ami,

Une nouvelle maladie vient de me mettre hors d'état d'entrer dans l'examen de quelque matiere, que ce soit; mais je n'en suis pas moins convaincu de la solidité et de l'importance de Vos nouvelles recherches sur la population<sup>[1]</sup>. Quelques recherches, aux quelles je me suis trop appliqué, m'ont mis dans cette situation et

peut-etre le temps reviendra-t-il encore, que je pourrai étendre mes recherches à plusieurs sujets differens.

Par rapport à Votre pension, il se trouve ici une circonstance bien facheuse, c'est que par un arret formel du Hetmann (K. Razumovskij) Votre pension a été rayée de sorte qu'il faudroit reprendre l'examen de cet affaire avant que de Vous rendre justice, ce qui meneroit trop loin; cependant je ne manquerai pas de veiller à Vos interets.

Je suis fâché, qu'il ne se presente pas encore aucune occasion favorable pour procurer une bonne place à Ms. Votre Neveu (Johann III) de Berlin. C'est dans l'histoire naturelle, que Sa Majesté Imperiale (Katharina II.) a ordonné d'engager même quelques membres surnuméraires et maintenant nous espérons d'avoir aussi bientôt un bon chimiste<sup>[2]</sup>. Ms. Mallet doit être appelé pour l'observation de Venus<sup>[3]</sup>.

Vers la fin de cette année Vous recevres certainement Votre pension pour l'année échûe et à l'avenir les ordres sont déjà donnés de Vous envoyer au bout de chaque semestre la somme de 100 Rbl.

Je Vous suis infiniment obligé, Monsieur, que Vous aves bien voulu avertir ma famille, je Vous prie de les informer de mon retablissement, puisque notre correspondance n'a plus d'autre objet; mais je Vous supplie particulièrement de vouloir bien assurer Ms. le Prof. Spreng de ma tres parfaite reconnaissance de toutes les assurances, qu'il veut bien me donner de son amitié et bienveillance. Je suis touché tout à fait de tous les presens, dont il a bien voulu me combler et regrette de tout mon cœur, que je suis entierement hors d'état de lui rendre le moindre service.

Je Vous prie de presenter mes tres humbles respects à Ms. Votre Frere (Johann II) et à tous ceux de Vos amis, qui me veulent du bien. Toute ma famille Vous presente ses tres humbles complimens.

J'ai l'honneur d'être avec le plus sincere attachement et la plus respectueuse consideration

Monsieur,

Votre tres humble et tres obeissant Serviteur,

L. Euler

Petersbourg ce 22 de Novemb. 1767.

R 185 Antwort L. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 107  
Petersburg, 3. Dezember (22. November) 1767  
Orig. von fremder Hand, 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 156–157v  
Publ. (in russischer Übersetzung von A.P. Juškevič): Juškevič 1982, p. 105

[1] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die mittlere Dauer von Ehen (1768, DB. 56).

[2] Cf. Brief Nr. 106, Anm. 3.

[3] Cf. Brief Nr. 107, Anm. 4.

109

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, April 1768

Monsieur, mon tres honoré Confrere et Ami

Je suis touché, on ne peut pas plus, du mauvais état de Votre santé; Dieu veuille que la présente vous trouve parfaitement retabli. Si je ne vous ai pas répondu plutôt à votre dernière du 22 novembre 1767, c'est par attention pour votre santé et pour votre entière tranquillité, qui me sont si chères. Reposez vous à l'ombre de vos lauriers et contentez vous de diriger les travaux des autres par vos conseils et vos avis.

J'ai reçu, conformément à ce que vous avez eu la bonté de me marquer, ma pension pour l'année passée, et la lettre de change est partie avant la fin de l'année. Je vous suis bien obligé de vos bons offices: vous avez même l'amitié de me parler des arrérages de ma pension: c'est beaucoup plus que je n'espère; le seul rétablissement dans mes anciens droits suffira pour convaincre le public, qu'il n'y avoit aucun reproche à me faire. C'est une grande consolation pour ceux qui ont quelque réputation dans le monde à perdre.

Vous savez sans doute, que mon Neveu (Johann III) s'est jeté entre les bras de l'astronomie; comme il ne manque pas de talents, j'espère que cette nouvelle destination pourra lui devenir avantageuse à plusieurs égards.

C'est M<sup>r</sup> Mallet, qui aura l'avantage de vous remettre cette lettre. De tous les motifs, qui lui ont fait entreprendre son pénible voyage, ce n'étoit pas un des moindres, de connoître personnellement celui qui fait tant d'honneur à notre nation et à notre siècle; je suis bien persuadé aussi qu'il gagnera encore à être connu de vous plus particulièrement et qu'il saura tirer tout le profit possible de vos lumières et de vos bons avis relatifs à son importante destination.

J'ai remis aussi à M<sup>r</sup> Mallet un mémoire pour l'Académie qui m'a coûté assez de peine<sup>[1]</sup>. J'ai tâché d'appliquer ma nouvelle méthode d'employer le calcul infinitésimal pour la théorie des combinaisons, à quelque nouveau problème remarquable tant pour la méthode ordinaire que pour l'autre; leur accord mutuel m'a paru mériter l'attention de tous les géomètres à cause de l'extrême diversité entre les deux méthodes, qui semblent n'avoir rien de commun. Mais je suis bien éloigné de vouloir vous engager à vous faire lire mon mémoire, à moins que vous ne soyez entièrement retabli; je sais par moi-même, combien la moindre application de l'esprit peut nuire à la santé du corps, pour peu que celle-ci soit dérangée.

Je n'ai pas manqué de m'acquiescer de votre commission pour votre chère famille de Bale, et l'on m'a chargé de mille complimens pour vous; toute la maison se porte bien; je ne sçai si vous avez déjà appris que votre Neveu (Christoph II Gengenbach) a emporté la charge d'organiste à S<sup>t</sup> Leonhard, ce qui fait un poste assez avantageux en attendant mieux. J'ai aussi communiqué à M<sup>r</sup> le Prof. Spreng, tout ce que vous m'avez marqué d'obligeant pour son compte; il m'a paru qu'il y étoit fort sensible.

Le Pere Frisi Barnabite residant à Milan, m'a envoyé l'annonce d'un ouvrage qu'il fait actuellement imprimer, et qui doit sortir de la presse dans trois ou quatre mois: il traite de la pesanteur en general et il l'applique aux plus sublimes recherches de l'astronomie<sup>[2]</sup>; personne n'en pourra mieux juger que vous.

Que dites vous des enormes platitudes du grand D'Alembert sur les probabilités; comme je me trouve, trop souvent, injustement traité dans ses ouvrages, j'ai pris la resolution depuis assez longtems de ne rien lire qui sorte de sa plume; j'ai pris cette resolution à l'occasion d'un memoire sur l'inoculation, que j'ai envoyé à l'Academie de Paris il y a 8 ans et qui par la nouveauté de l'analyse avoit été reçu avec un grand accueil<sup>[3]</sup>; c'etoit, si j'ose le dire, comme une nouvelle province incorporée au corps des mathematiques; il semble que le succès de cette nouvelle analyse lui fit mal au cœur; il la critique de mille façons toutes egalemeut ridicules et apres l'avoir bien critiquée il se donne pour premier auteur d'une theorie qu'il n'avoit pas seulement entendu nommer. Il savoit cependant que mon memoire ne pouvoit paroître que dans sept ou huit ans et il ne pouvoit en avoir connoissance qu'en qualité d'Academicien et à cet egard mon memoire devoit etre sacré jusqu'à ce qu'il fut rendu public. *Dolus an virtus quis in hoste requirat?*<sup>[4]</sup>

J'ai mille complimens à vous presenter de la part de mon frere (Johann II); nous prions aussi, lui et moi, toute votre belle famille d'agréer nos obeïssances. C'est toujours avec un attachement inviolable et la plus parfaite veneration, que j'ai l'honneur d'être

Monsieur mon tres honoré Confrere et Ami,  
Votre tres humble et tres-obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce ... avril 1768<sup>[5]</sup>.

R 187 Brief D. Bernoullis an L. Euler

Basel, April 1768

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 51, Bl. 150–151v

Publ. (in russischer Übersetzung von A.P. Juškevič): Juškevič 1982, p. 105–107

[1] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Anwendung der Infinitesimalrechnung in der Wahrscheinlichkeitsrechnung (1768, DB. 55).

[2] Cf. den Traktat von Frisi über die universelle Schwere der Körper (1768).

[3] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Pockenschutzimpfung (1766, DB. 51).

[4] «Ob List, ob Mut – wen kümmert's angesichts des Feindes?» (Vergil, *Aeneis* 2, 390).

[5] Das genaue Datum fehlt im Original.

110

L. EULER AN D. BERNOULLI

Petersburg, 18. (7.) Oktober 1768<sup>[1]</sup>

Il y a bien longtemps, que j'ai différé de répondre aux Lettres, dont Vous avez bien voulu m'honorer: mais l'impuissance où je me trouve d'écrire moi meme suffit sans doute de m'excuser.

J'ai entendu lire avec beaucoup de satisfaction les profondes meditations, dont vous venez d'enrichir nos *Commentaires* et elles sont déjà imprimées dans le XII<sup>me</sup> volume, qui va paroître incessamment<sup>[2]</sup>.

Quoique je suis hors d'état tant de lire que d'écrire, je n'ai pas été oisif depuis ma dernière maladie: mais à l'aide de M<sup>r</sup> (W.L.) Krafft, que Vous avez vû à Bâle, j'ai repris mes anciens travaux sur la *Dioptrique*, et nous y avons travaillé avec tant de succès, que l'ouvrage est apreset tout à fait achevé. Il sera même composé de 3 Vol. dont le 1<sup>er</sup> contient les principes de cette Science, où toutes les bonnes qualités des Instrumens Dioptriques, qu'on exige, sont développés<sup>[3]</sup>. desorte que cet ouvrage paroitra bientôt après mon *Calcul integral*, qui sera aussi composé de 3 Volumes<sup>[4]</sup>.

J'y ai aussi principalement tenu compte des différentes especes de verres, qu'on vient de decouvrir en Angleterre<sup>[5]</sup>. Dans le 2<sup>de</sup> Vol. j'en ai fait l'application aux lunettes ou Telescopes, et dans le 3<sup>me</sup> aux Microscopes. Dans l'un et l'autre ayant redigé ces Instrumens à certaines Classes, j'ai réussi de porter ces Instrumens au plus haut degrés de perfection, dont ils sont susceptibles, où j'ai détaillé toutes les Constructions ensorte, que les ouvriers en puissent profiter.

Maintenant je fais travailler à de tels instrumens, et l'Acad<sup>e</sup> a déjà donné ordre d'imprimer tous les 3 vol. quasi à la fois: desorte que cet ouvrage paroitra bientôt après mon *Calcul integral*, qui sera aussi composé de 3 Volumes<sup>[6]</sup>.

Pour apreset nous sommes uniquement occupés à la theorie de la Lune, où j'ai trouvé moyen, de surmonter les plus grands obstacles que j'y avois rencontré autrefois, et qui ont été cause, que même les meilleures tables lunaires, qui ont été publiées depuis quelque tems, ont été encore fort defectueuses. Mais le developement de mes Idées demande les plus pénibles calculs, dont mon fils (Johann Albrecht) et M<sup>r</sup> (W.L.) Krafft veulent bien se charger<sup>[7]</sup>.

Dailleurs je me porte àpreset si bien, que je suis en état de paroître même à la Cour de tems en tems, où S. Maj. Imp. (Katharina II.) me daigne du plus gracieux accueil. etc. etc.

P. S. Ma maison est située à Wasiliostroff sur la grande riviere au bout de la dixieme ligne, et par conseq[uen]t fort proche de celle d'où Vous etez parti d'ici. Elle est fort grande et de pierre, ayant 13 fenetres en front<sup>[8]</sup>. Vous vous souviendrez que cette situation ne sauroit être plus agreable, puisque tous les vaisseaux qui arrivent et qui partent, doivent passer devant les fenêtres. Cependant je ne me plains pas de ne pouvoir profiter de cette belle vue.



*M<sup>r</sup> D'Alembert* sera sans doute aussi très fâché d'une de mes pièces qui se trouvent dans le dernier Volume, que l'Acad<sup>e</sup> de Berlin vient de publier<sup>[9]</sup>. Où il s'agit du mouvement d'une Corde, qui au Commencement n'a été ébranlée que dans une partie, le reste aiant conservé son état naturel. Ce cas me parut très propre à faire disparoitre tous les doutes sur ce sujet, et j'espere que Vous ne serez pas fâché de ce que j'ai dit là dessus à V[ot]re egard<sup>[10]</sup>. Au moins je puis Vous assurer, qu'en écrivant cette pièce comme toujours j'ai été rempli de la plus respectueuse estime tant pour vos merites que pour v[ot]re Amitié.

On me mande de Berlin que je suis de nouveau fort attaqué dans le IV<sup>me</sup> Vol. des *Opuscules* de M<sup>r</sup> D'Alembert<sup>[11]</sup>: mais comme je suis hors d'état de le lire, je n'aurai garde d'en entendre la lecture. Ce sera sans doute le meilleur parti de n'y pas répondre.

- R 188 Brief L. Eulers an D. Bernoulli  
 Petersburg, 18. (7.) Oktober 1768  
 Exzerpt von fremder Hand, 2 Bl. – Russ. Nationalbibl. (Petersburg), Archiv J.J. Stählin, Nr. 892, Bl. 1–2  
 Publ. (in russischer Übersetzung von A.P. Juškevič): Juškevič 1982, p. 107–108

- [1] Das Datum ist vom Kopisten angegeben.
- [2] Der im Jahre 1768 erschienene 12. Band der *Petersburger Novi Commentarii* enthält zwei wahrscheinlichkeitstheoretische und statistische Untersuchungen von D. Bernoulli (1768, DB. 55, 56).
- [3] Der erste Band von Eulers *Dioptrik* (E. 367) erschien im Jahre 1769, die beiden nächsten Bände (E. 386, 404) 1770 und 1771.
- [4] Die dreibändige *Integralrechnung* Eulers (E. 342, 366, 385) erschien in den Jahren 1768–70. Ein vierter Band (E. 660) erschien postum 1794.
- [5] Damit ist die englische Erfindung der Kombination von Flint- und Kronglas zur Hebung des Achromasiefehlers bei Linsen durch Dollond und seine Vorgänger gemeint. – Cf. Fellmann (1973, 1983b).
- [6] Cf. *supra* Anm. 4.
- [7] Eulers *Neue Theorie der Mondbewegung* (E. 418) erschien erst 1772. – Über die Entdeckung einer neuen Methode zur genaueren Berechnung der Mondbewegung informierte Euler im Oktober 1768 die Petersburger, die Berliner und die Pariser Akademie sowie die Londoner Royal Society (cf. *Protokoly* 2, p. 655; R 1977, R 87, R 1452). In seinem Brief nach Berlin schrieb er (*Eulers Briefwechsel* 3, p. 27):

«Mon fils a déjà commencé de réduire mes formules à des tables astronomiques, dont la forme sera entièrement différente de celles qu'on a faites jusqu'ici, et j'ose assurer qu'elles détermineront aussi beaucoup plus exactement le lieu de la Lune.»

Die Arbeiten an diesem Werk müssen aber bis kurz vor der endgültigen Drucklegung ange-dauert haben, wie aus L. Eulers zehntem *Notizbuch* (cf. *Petersb. Ms.* Nr. 406) und aus seinem Brief an Lagrange vom 20. Mai 1771 hervorgeht (cf. O. IV A, 5, p. 488; p. 490, Anm. 3). Das definitive Manuskript wurde am (29.) 18. März 1771 der Petersburger Akademie übergeben. Die Akademischen Protokolle verzeichnen unter diesem Datum (*Protokoly* 3, p. 10f):

«Die Herren Adjuncti Krafft und Lexell übergaben *Determinatio inaequalitatum motus lunaris*, ein Werk welches Sie mit grosser Sorgfalt und vieler Mühe unter der Aufsicht des ältern Herrn Euler verfertigt haben. Es wurde hierauf einmütig beschlossen dasselbe so gleich dem Druck zu übergeben: die Auflage wurde auf 400 festgesetzt, und das Werk soll so wie die *Commentarien* in Quarto gedruckt werden.»

Wie auf dem Titelblatt des 1772 erschienenen Druckes erwähnt wird, haben Eulers Sohn Johann Albrecht sowie Eulers Assistenten Krafft und Lexell zu diesem Werk wesentlich beigetragen, indem sie die umfangreichen Rechnungen durchführten (auch die Eintragungen im Notizbuch (*Petersb. Ms.* Nr. 406, Bl. 30r–38r) stammen teils von Euler, teils von der Hand eines dieser drei Gehilfen). Euler löste das gekoppelte Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung wiederum mit der sehr rechenaufwendigen Methode der unbestimmten Koeffizienten und berechnete daraus neue, gegenüber jenen von 1746 (E. 87) wesentlich verbesserte Mondtafeln (cf. *Novae tabulae lunares* am Schluss von E. 418).

- [8] Cf. Brief Nr. 106, Anm. 4.
- [9] Cf. Eulers Abhandlung über schwingende Saiten (E. 339).
- [10] In seiner Abhandlung E. 339 geht Euler mehrfach auf D. Bernoullis Lösungsmethode ein, besonders in den §§ 7–12.
- [11] Cf. d'Alemberts Artikel *Sur l'analyse des jeux, Sur la durée de la vie, Sur un Mémoire de M. Bernoulli concernant l'inoculation*, sowie *Premier supplément* zur Abhandlung *Nouvelles réflexions sur les vibrations des cordes sonores* im 4. Band seiner *Opuscules* (1768a–e).

111

D. BERNOULLI AN L. EULER

Basel, 23. November 1768

Bale ce 23 novembre 1768

Monsieur,  
mon tres cher et tres honoré Ami

S'il y a longtemps, que je n'avois pas reçu de vos nouvelles, la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, m'a fait d'autant plus de plaisir. M<sup>r</sup> de Stehlin {Jakob von Stählin} me marque, que vous vous portez mieux que jamais et meme que vous n'avez pas perdu entierement la vue; il m'assure positivement que vous pouvez distinguer les lettres ecrites en gros caracteres, sur tout le blanc sur noir<sup>[1]</sup>. J'ignore encor de quelle maniere ce fatal accident [s'est produit]<sup>[2]</sup>; si c'est par un ecolement des humeurs, ou par [un sai]sissement ou par un dessechement du globe ou [quel]que obstruction dans le nerf optique. Le mal est-il absolument sans remede? C'est un grand soulagement pour vous que le secours de M<sup>r</sup> (W.L.) Kraft, qui joint à ses lumieres et ses connoissances beaucoup de douceur et de complaisance<sup>[3]</sup>. Je l'ai vu ici avec un tres sensible plaisir; je vous prie de lui faire mille complimens de ma part; il ne sauroit mieux servir le Public qu'en vous secondant de toutes ses forces ni employer mieux son tems pour sa propre instruction.

Je prends beaucoup de part à vos grands succès pour la perfection des instrumens dioptriques et pour le dernier acomplissement de la theorie de la Lune<sup>[4]</sup>. Les deux articles feront eternellement l'eloge de l'humanité et celui de notre siecle; je vous prie, mon cher et illustre ami, que je sois un des premiers à apprendre le succes des instrumens de dioptrique que vous faites faire sur vos principes. Je ne scai si nous connoissons assez tous les ressorts d'une vision distincte; il me semble toujours que les heureux succès de M<sup>r</sup> Dollond tiennent plus à quelque bonne physique qu'à des connoissances mathematiques. Dans quel point doit on se proposer

de réunir les rayons simples chromatiques; cette réunion imite-t-elle la nature du rayon achromatique? On obtient la réunion par une convergence, qui passée un point redevient divergence, pendant que le rayon blanc composé retient toujours l'union parfaite de ses rayons simples. Le meilleur art est sans doute ici d'imiter la nature le plus parfaitement qu'il est [possible] et il n'y a que l'expérience qui puisse nous [apprendre] si nous avons atteint ce dernier degré de perfection<sup>[5]</sup>.

Quant à la theorie de la Lune, je suis tenté de croire que les meilleures tables renferment toujours plusieurs differentes especes de petites erreurs, qui à la verité se detruisent le plus souvent les unes les autres et ne laissent qu'une très petite erreur finale mais que par un concours de hazards cette erreur finale peut rester très sensible, parce que les memes circonstances ne reviennent jamais parfaitement. Je me souviens qu'en travaillant autrefois sur les inegalités de Saturne, il m'a paru, qu'on ne pouvoit guere y proceder que par portions et non en embrassant le mouvement indefini; je fais des aproximations terriblement ennuyeuses et penibles: cependant en m'avisant de considerer les revolutions, non sur le centre du Soleil mais sur le centre de gravité du Soleil, de Saturne et de Jupiter, j'ai trouvé apréz des formules faciles à integrer presque la meme chose, que ce que j'avois trouvé par toutes mes aproximations. Depuis ce tems inutilement employé, je n'ai jamais pu me resoudre à de nouvelles recherches de cette nature, me sentant une antipathie invincible pour ces terribles calculs numeriques<sup>[6]</sup>.

{Que dites vous du memoire de M<sup>r</sup> de Lalande sur une acceleration de Saturne, *Mem[oires] de l'Acad.* 1765, pag. 361.}<sup>[7]</sup>

Mon Neveu (Johann III) est reellement parti de Berlin pour faire quelque sejour dans sa Patrie; il a poussé sa route jusqu'à Manheim où il a demeuré un couple de jours. Là il a fait connoissance avec un M<sup>r</sup> de Valtravers (Vautravers) Suisse, qui s'en alloit en Angleterre et qui lui a inspiré le gout d'y aller avec lui pour se perfectionner dans tout ce qui regarde l'astronomie pratique; il nous marque, qu'il conte d'arriver ici dans trois mois. Je n'ai pas entendu dire qu'à Berlin on attende des instrumens d'astronomie d'Angleterre; mon Neveu a proposé d'observer le passage de Venus; il y a aparence que l'Acad<sup>e</sup> a mieux aimé s'en tenir aux observations des autres<sup>[8]</sup>.

J'ai envoyé votre incluse à Mad<sup>e</sup> votre sœur<sup>[9]</sup> en lui faisant dire que si elle vouloit repondre dans [l'h]uitaine, elle n'avoit qu'à m'envoyer sa lettre; mais voilà pres de 15 jours passé sans qu'elle m'ait rien envoyé.

Je vous suis bien obligé de vos nouvelles, auxquelles j'ai pris beaucoup d'interet. Je me suis proposé depuis assez longtems, et je l'ai tenu, de ne plus rien lire qui sorte de la plume de D'Alembert. Le passage de votre memoire sur les vibrations des cordes inseré dans le dernier volume des *Memoires de Berlin*, qui releve le mauvais procedé de M. D'Alembert, m'a causé des eclats de rire; d'un trait de plume vous l'avez caracterisé au mieux<sup>[10]</sup>. Pour s'aproprier le bien d'autrui, sa grande maxime est de crier que c'est de la fausse monnoye. Ce que vous dites de moi dans ce memoire, bien loin de m'en offenser, je l'ai trouvé plein de bonne foy et d'amitié pour moi<sup>[11]</sup>. J'ai toujours eu la meme idée que vous sur la propagation des ondulations et je crois l'avoir dit dans quelques uns de mes memoires. J'ai

vu cette succession des ondes à Petersbourg en regardant lancer un vaisseau à la Neva. Mais qu'arrivera-t-il si la corde est d'abord ebranlée exactement dans son milieu et avec une parfaite égalité des deux côtés?

Mes respects et compliments à toute votre belle famille; n'oubliez pas M. votre fils l'Academicien (Johann Albrecht).

J'ai l'honneur d'être avec le plus inviolable et le plus respectueux attachement,

M[onsieur] M[on] T[rès] C[her] E[t] T[rès] H[onoré] Ami,  
v[otre] t[rès] h[umble] et t[rès] o[béissant] Serviteur

Daniel Bernoulli

- R 189 Antwort D. Bernoullis auf L. Eulers Brief Nr. 110  
Basel, 23. November 1768  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 51. Bl. 234–235v  
Publ.: *Gelehrte Korr.* (1937), p. 396–401

- [1] Cf. Brief Nr. 105, Anm. 3.
- [2] Hier und in der Folge sind Textteile, die bei der Entfernung des Siegels abgerissen wurden, sinngemäss in eckigen Klammern ergänzt.
- [3] Cf. Brief Nr. 110, Anm. 7.
- [4] Cf. Brief Nr. 110, Anm. 3 und 7.
- [5] Cf. Brief Nr. 110, Anm. 5.
- [6] Cf. Brief Nr. 81, Anm. 10.
- [7] Dieser Satz wurde nachträglich zwischen zwei Absätzen des Briefs eingeschoben.  
Cf. die Abhandlung von Lalande (1768), p. 361, 365. Offenbar hatte Lalande übersehen, dass bereits Kepler, Flamsteed und Le Monnier eine lange Periode von etwa 800 Jahren gefunden hatten (cf. Kepler 1596, p. 8–9; Flamsteed 1683, p. 254; Le Monnier 1746, p. li).
- [8] Cf. Anhang VII.3, Nr. 34, Anm. 1 (p. 993 h.v.).  
Zur Bedeutung und Geschichte der Venustransits cf. Woolf (1959) und Verdun (2004). Der zweite und letzte Venustransit des 18. Jahrhunderts fand am 3./4. Juni 1769 statt. Die Erfahrungen aus den Beobachtungen des Transits von 1761 hatten gezeigt, dass die Messgenauigkeit (v. a. die Bestimmung der Kontaktzeiten) durch sogenannte Achromate verbessert werden könnte. In der Folge wurden für die Expeditionen des bevorstehenden Transits von 1769 zahlreiche solcher Instrumente aus England bestellt und eingesetzt. Obwohl die vielen von verschiedenen Orten der Erde aus durchgeführten Beobachtungen wegen des «Tropfeneffektes» auf den ersten Blick wieder unbefriedigend ausfielen, gelang es Euler dennoch in einer umfangreichen Abhandlung (E. 397), die er vor dem 20. August 1770 der Petersburger Akademie vorlegte, die mittlere Sonnenparallaxe aus diesen Beobachtungen zu 8.8'' zu bestimmen.
- [9] Welche der beiden Schwestern Eulers hier gemeint ist, ist nicht klar; weder die Beilage zu Eulers Brief noch eine Antwort ist erhalten geblieben.
- [10] Cf. Eulers Abhandlung über schwingende Saiten (E. 339).
- [11] Cf. Brief Nr. 110, Anm. 10.

112

L. EULER AN JOHANN III BERNOULLI  
[Petersburg, 1772]

Pour Monsieur Bernoulli,  
Astronôme et membre de l'Academie Royale des Sciences de Prusse.  
De la part de son très humble et très obéissant serviteur L. Euler.

Ayant lu avec bien du plaisir vos recherches<sup>[1]</sup> sur les nombres de la forme  $10^p \pm 1$  j'ai l'honneur de vous communiquer les critères par lesquels on peut juger pour chaque nombre premier  $2p+1$  laquelle de ces deux formules  $10^p - 1$  ou  $10^p + 1$  sera divisible par  $2p + 1$ .

Pour cet effet il faut distinguer les deux cas suivants.

1<sup>er</sup> Cas. Si  $2p+1 = 4n+1$  on n'a qu'à considérer les diviseurs de ces 3 nombres  $n$ ,  $n-2$ , et  $n-6$ , et si parmi eux on trouve ou les 2 nombres 2 et 5 ou aucun d'eux, c'est une marque que la formule  $10^p - 1$  sera divisible, mais si parmi les dits diviseurs ne se trouvent que le nombre 2 ou 5 alors la formule  $10^p + 1$  sera divisible. Ainsi pour le nombre premier  $2p+1 = 53 = 4n+1$  on aura  $n = 13$ , et nos 3 nombres seront 13, 11, 7, donc ni 2 ni 5 est diviseur et partant la formule  $10^{26} - 1$  sera divisible par 53.

2<sup>d</sup> Cas. Si  $2p+1 = 4n-1$  on doit considérer ces 3 nombres  $n$ ,  $n+2$ , et  $n+6$ , et si parmi leurs diviseurs se rencontrent ou tous les 2 nombres 2 et 5, ou aucun d'eux, alors la formule  $10^p - 1$  sera divisible, mais si seulement l'un des nombres 2 ou 5 s'y trouve, alors la formule  $10^p + 1$  sera divisible. Comme si  $2p+1 = 59 = 4n-1$  et partant  $n = 15$ , nos 3 nombres sont 15, 17, 21 où 5 est parmi les diviseurs et non pas 2, donc la formule  $10^{29} + 1$  sera divisible par 59.

Ces regles sont fondées sur un principe dont la demonstration n'est pas encore connue<sup>[2]</sup>.

Le plus grand nombre premier que nous connoissions est sans doute  $2^{31} - 1 = 2\,147\,483\,647$  que Fermat a déjà assuré être premier, et moi je l'ai aussi prouvé<sup>[3]</sup>; car puisque cette formule ne sauroit admettre d'autres diviseurs que de l'une ou de l'autre de ces 2 formes  $248n + 1$  et  $248n + 63$  j'ai examiné tous les nombres premiers contenus dans ces deux formules jusqu'à 46 339 dont aucun ne s'est trouvé diviseur.<sup>[4]</sup>

Cette progression 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131 etc. dont le terme general est  $41 - x + xx$  est d'autant plus remarquable que les 40 premier[s] termes sont tous des nombres premiers<sup>[5]</sup>.

R 233 Exzerpt eines Briefs von L. Euler an J. III Bernoulli  
[Petersburg, 1772]

Auszug ohne Orts- und Datumsangabe, 1 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 159  
Publ.: N. Mém. Berlin 3 (1772), 1774, p. 35–36; O. I, 3, p. 335–337 (E. 461)

- [1] Cf. J. III Bernoulli (1773).
- [2] Damit will Euler wohl sagen, dass der Beweis bislang noch nicht publiziert worden ist.
- [3] Zur Frühgeschichte der Zahlentheorie, speziell dieses Problemkreises, cf. die Anmerkungen von Rudio im entsprechenden Band von L. Eulers *Opera omnia* (O.I, 3, p. 335–337), sowie Dickson (1919) und Weil (1983a, Ch. II, §§ 3–11).
- [4] Nach dem von Euler angeführten Theorem von Fermat müssten einerseits die Teiler von  $2^{31} - 1$  von der Form  $62n + 1$  sein, andererseits können die ungeraden Teiler von  $2(2^{31} - 1) = 2^{32} - 2 = (2^{16})^2 - 2$  nur von der Form  $8n \pm 1$  sein, wie Euler in einer fast dreissig Jahre älteren Arbeit gezeigt hatte (E. 164: O.I, 2, Theorem 42, p. 211). Durch Kombination dieser Fakten findet man, dass jeder Teiler von  $2^{31} - 1$  notwendig von einer der beiden Formen  $248n + 1$  oder  $248n + 63$  sein muss. – Cf. auch Legendre (1830, p. 228–229).
- [5] Diese Aussage ist in einem noch allgemeineren Theorem bezüglich der quadratischen Formen enthalten und von Frobenius (1912) bewiesen worden.

## V. EINLEITUNG ZUM BRIEFWECHSEL JOHANN ALBRECHT EULERS MIT DANIEL BERNOULLI

### V.1. Zur Biographie von Johann Albrecht Euler<sup>1</sup>

Johann Albrecht Euler war das erste von dreizehn Kindern des Ehepaars Leonhard und Katharina Euler-Gsell<sup>2</sup>. Er wurde am 27. (16.) November 1734 in Petersburg geboren und in der evangelisch-reformierten Kirche getauft – auf die Vornamen seines ersten Paten Johann Albrecht von Korff, der im selben Jahr Präsident der Petersburger Akademie geworden war<sup>3</sup>. Im Jahre 1741 übersiedelte die kleine Familie nach Berlin, da Leonhard Euler dem Ruf Friedrichs II. an die dortige Akademie folgte.

Über die Kindheitsjahre Johann Albrechts wissen wir wenig. Sein erster wissenschaftlicher Versuch war eine Abhandlung über hydraulische Maschinen (A. 2), der am 9. November 1754 ein Preis der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen zugesprochen wurde. Diese Abhandlung ist keineswegs originell; sie wiederholt praktisch die bereits publizierten oder der Berliner Akademie vorgelegten Arbeiten seines Vaters<sup>4</sup>. Doch war diese Abhandlung offenbar für Maupertuis als Präsidenten der Akademie ein hinreichender Grund, den kaum zwanzigjährigen Johann Albrecht in der Akademiesitzung vom 28. November 1754 als Mitglied der mathematischen Klasse der Berliner Akademie vorzuschlagen; eine Woche später wurde er offiziell als Akademiemitglied registriert.

Ein Jahr später beteiligte sich Johann Albrecht an der für 1755 gestellten Preisfrage der Petersburger Akademie, bei der es darum ging, «die wahre Ursache der Elektrizität zu erforschen und deren wahre Theorie zu begründen» (*ut in veram electricitatis causam inquiratur, veraque ejus condatur theoria*). Merkwürdigerweise wurde die kurze Abhandlung Johann Albrechts (A. 1) am 17. (6.) September

- 1 Die einzige im 20. Jahrhundert erschienene inhaltsreiche Darstellung zu Leben und Werk dieses Euler-Sohnes stammt von Paul Stäckel (1910) und wurde im Kontext der Diskussion um die Aufnahme der Werke Johann Albrecht Eulers in die *Opera omnia* seines Vaters verfasst. Stäckels diesbezüglicher Artikel ist hier ohne detaillierte Hinweise benutzt worden. Interessantes und nützliches Material bietet ferner die Übersicht über J.A. Eulers Briefwechsel aus der Feder von Wilhelm Stieda (1932), dem damals besten Kenner der Geschichte der Petersburger Akademie.
- 2 Cf. die genealogische Liste der ersten Generationen der Nachkommenschaft von L. Euler (Amburger–Hecker–Mikhajlov 1994).
- 3 In einem kurzen Brief von Ende 1734 meldet L. Euler an G.F. Müller, der sich damals auf Expedition in Sibirien befand, u. a. folgendes: «Endlich ist auch meine Liebste d. 16ten Nov. mit einem jungen Sohn niedergekommen, welchen der Herr Kammerherr Korff aus der Taufe zu heben und ihm den Nahmen Joh[ann] Albert zu geben die Gnade gehabt.» (*Eulers Briefwechsel* 1, p. 37).
- 4 Schon vor zwei Jahrhunderten kommentierte Murhard (1804, p. 292): Diese Abhandlung Johann Albrecht Eulers «stimmt ganz mit den Gedanken des älteren Euler überein, ja dieser scheint selbst bei Ausarbeitung dieser Abhandlung mit Hand angelegt zu haben, wie aus dem der Societät übersandten Mscrpt. erhellet, in dem sich an manchen Stellen Leonhard Eulers eigene Handschrift erkennen lässt». – Cf. Blanc-de Haller 1979, p. XV.



1755 prämiert. Die Herausgeber des Bandes O. III, 10, wo diese Abhandlung ediert worden ist, geben der Vermutung Ausdruck, dass der Name des Verfassers auf irgend eine Weise dem Preisgericht im voraus bekannt wurde, obwohl die Beteiligung sicher hätte anonym bleiben sollen.

Fünf Jahre später, am 17. (6.) September 1760, erhielt Johann Albrecht Euler wiederum einen Akademiepreis aus Petersburg, diesmal für eine Untersuchung der täglichen Rotationsbewegung der Planeten, insbesondere der Venus, um ihre Achsen. Johann Albrecht hatte die Abhandlung, die dann ausgezeichnet wurde (A. 6), bereits im Mai 1757 nach Petersburg gesandt; dazu ist zu bemerken, dass das Problem der Planetenrotation in jener Zeit Leonhard Euler ganz speziell interessierte, der seine diesbezügliche Abhandlung (E. 293) der Berliner Akademie im Januar 1758 vorlegte.

Einen weiteren Petersburger Preis erhielt J.A. Euler 1762 für seine Abhandlung über die Kometenbewegung (A. 7)<sup>5</sup>, doch diesmal wurde der Preis zwischen ihm und Clairaut geteilt. Die Preisschrift von Clairaut (1762) wurde – gemäss dessen Briefwechsel mit dem Konferenzsekretär G.F. Müller – der Petersburger Akademie so vorgelegt, dass der Name des Autors dem Preisgericht sicher bekannt war. Die Herausgeber der Korrespondenz Leonhard Eulers mit Clairaut kommentierten diesen Sachverhalt folgendermassen: «[L]’Académie de Pétersbourg partagea le prix entre Clairaut et Joh.-Albrecht Euler [...] Comme l’on savait à l’époque que toutes les recherches de J.-A. Euler étaient dirigées, contrôlées, voire mises en forme, par son père, il s’agissait donc bien là d’une nouvelle rencontre entre ce dernier et Clairaut sur un problème de mécanique céleste» (cf. Juškevič–Taton 1980: O. IV A, 5, p. 10–11).

Während seiner fast zwölfjährigen Tätigkeit in der Berliner Akademie präsentierte Johann Albrecht in deren Sitzungen gegen 20 Abhandlungen. Diese behandelten verschiedene Probleme der Mechanik, der Himmelsmechanik (einschliesslich der Theorie der Mondbewegung), der Elektrizität und des Magnetismus; dreizehn davon wurden in den *Berliner Mémoires* für 1755–62, sieben weitere in den *Abhandlungen der Churfürstlich-baierischen Akademie der Wissenschaften* für 1764–68 publiziert. Ausserdem bewarb sich J.A. Euler während seines Berliner Aufenthaltes erfolgreich noch um zwei weitere Preise, nämlich bei der Pariser Akademie (1761) mit einer Abhandlung über die Beladung von Schiffen (A. 27) und bei derjenigen in München (1762) mit einer solchen über die Mondbewegung (A. 19). Sämtliche wissenschaftlichen Abhandlungen Johann Albrechts liegen auf der Linie der Forschungsaktivitäten seines Vaters, und die gedankliche Selbständigkeit dieser Arbeiten steht sozusagen immer in Frage. Ein besonders krasses Beispiel dafür ist J.A. Eulers Artikel *Sur les diverses manières de faire avancer les vaisseaux, sans employer la force du vent* (A. 15), der 1766 in den *Berliner Mémoires* für 1764 publiziert wurde: Tatsächlich handelt es sich dabei bloss um eine französische Übersetzung einer Preisschrift seines Vaters (E. 413), welcher von der

5 Fälschlicherweise figuriert J.A. Euler für 1762 nicht in den Listen der Preisträger der Petersburger Akademie (*Manuscripta Euleriana* 1; Fajšnejn 2003).

Pariser Akademie 1753 ein *Accessit* zuerkannt worden war und deren lateinischer Originaltext in Paris erst 1771 mit sehr grosser Verspätung gedruckt wurde. Der fürsorgliche Vater hatte also hier – wie öfters – dem Sohn das geistige Eigentum an seiner Arbeit abgetreten. Als selbständiger einzuschätzen sind wohl vor allem Johann Albrechts Untersuchungen über die Elektrizität.

Am 27. April 1760 heiratete Johann Albrecht Euler in Berlin die um ein halbes Jahr ältere Anna Sophie Charlotte Hagemeister, eine Tochter des Königlich Preussischen Oberkassallans und Hofrats Paul Rudolf Hagemeister und der Anna, geb. Bonafous. Durch seine Schwiegermutter, der er nie begegnet ist (sie war schon 1737 gestorben), kam Johann Albrecht in ein «Verwandtschaftsverhältnis» zu dem Sekretär der Berliner Akademie, J.H.S. Formey, dessen erste Gattin Susanne Bonafous († 1743) eine Tante von Johann Albrechts Frau gewesen war, weshalb dieser später Formey brieflich stets als seinen Onkel anredete.

Die Mitglieder der Berliner Akademie wurden – mit Ausnahme der Mitarbeiter der Administration – für ihre Arbeit praktisch nicht bezahlt. So erhielt Johann Albrecht Euler seit 1756 lediglich eine jährliche Entschädigung von 200 Talern, die erst acht Jahre später auf 600 Taler erhöht wurde. Der somit finanziell ganz von seinem Vater abhängige Johann Albrecht empfand seine berufliche Situation – besonders nach seiner Heirat – als bedrückend und versuchte, irgendwo eine bessere Stelle zu bekommen. Aus seinem Briefwechsel mit W.J.G. Karsten wissen wir, dass er im Jahre 1763 eine Einladung (zu den «vorteilhaftesten Bedingungen») nach Petersburg erhielt, aber der Ort war ihm «viel zu weit und zu kalt und zu unruhig» (Karsten 1854, p. 342). Er hätte Göttingen bevorzugt, doch dort gab es für ihn keine passende Stelle; und von Friedrich II. wurde er mit vagen Versprechungen hingehalten. In jener Zeit verschlechterte sich nach und nach auch das Verhältnis zwischen dem König und Leonhard Euler, so dass sich dieser schliesslich entschied, das Angebot der Kaiserin Katharina II. anzunehmen, Berlin zu verlassen und an die Petersburger Akademie zurückzukehren; Johann Albrecht scheint diesen Entschluss nun aktiv unterstützt zu haben.

Am 9. Juni (29. Mai) 1766 verliess Leonhard Euler Berlin, zusammen mit seiner Gattin, fünf Kindern, Verwandten und Dienerschaft – insgesamt einem Tross von 18 Personen. Nach kurzem Aufenthalt in Warschau, wo der polnische König Stanislaus August Euler höchst ehrenvoll empfing, erreichte die Familie am 28. (17.) Juli Petersburg. Johann Albrecht bekam sogleich eine Stelle bei der Akademie und wurde bereits im August zum Ordentlichen Mitglied und Professor der Physik ernannt.

Im Herbst 1766 wurde Johann Albrecht gemeinsam mit seinem Vater in die Kommission zur Überprüfung aller Abteilungen der Akademie eingeführt, die unter der Leitung des neuen Direktors Vladimir Orlov stand. Im Oktober legte er der Akademie seine erste Abhandlung (A. 26) über die Rotation der Sonne vor; ab Herbst 1768 übernahm er die meteorologischen Beobachtungen in Petersburg, und im März 1769 trat er das Amt des Konferenzsekretärs der Akademie an. Danach versank er völlig in den laufenden Angelegenheiten der Akademie und im gesellschaftlichen Leben von Petersburg. Systematisch bereitete er nur noch meteorolo-

gische Nachrichten für die akademischen Jahresbände vor; ausserdem verfasste er nur noch 1780 einen kleinen Artikel (A. 31) für die *Petersburger Acta*. Im übrigen steht sein Name auf dem Titelblatt der von Leonhard Euler 1772 veröffentlichten *Neuen Mondtheorie* (E. 418) – in alphabetischer Ordnung an erster Stelle von L. Eulers drei Mitarbeitern, also vor W.L. Krafft und A.J. Lexell.

Ungeachtet seiner vielfältigen, öffentlich anerkannten Wirksamkeit war Johann Albrecht mit seiner Situation in Petersburg nicht völlig zufrieden: Um die Mitte der 1770er Jahre sondierte er bei Formey bereits wieder die Möglichkeit, in Berlin eine bessere Stellung zu erlangen.

Ab 1776 war Johann Albrecht auch Studiendirektor des Petersburger Infanterie-Kadettenkorps, und 1799 erreichte er den relativ hohen Rang eines Staatsrates. Der Ruhm seines Vaters und die Position des Konferenzsekretärs der Petersburger Akademie verschafften ihm auch ausserhalb Russlands Ansehen. Er wurde in einige ausländische Gesellschaften gewählt und 1784 nach dem Tod seines Vaters zu dessen Nachfolger als Auswärtiges Mitglied der Pariser Akademie ernannt.

Johann Albrecht hatte zehn Kinder, von denen acht (vier Söhne und vier Töchter) das Erwachsenenalter erreichten. Am 6. Mai (25. April) 1784 heiratete seine zweite Tochter Albertine Niklaus Fuss, den ehemaligen Gehilfen Leonhard Eulers, der seit kurzem Ordentliches Mitglied der Petersburger Akademie war und ab 1800 als Nachfolger von Johann Albrecht deren ständiger Sekretär wurde. Der älteste Sohn aus dieser Ehe, Paul Heinrich Fuss, folgte seinem Vater in der Stellung des ständigen Sekretärs der Petersburger Akademie nach, so dass diese während fast einem Jahrhundert unter der wissenschaftsorganisatorischen Leitung der Familie Euler-Fuss blieb. Johann Albrecht starb in Petersburg am 18. (6.) September 1800 in seinem 66. Lebensjahr.

Während Jahrzehnten führte Johann Albrecht Tagebücher, in die er täglich die Einzelheiten seines bewegten Privatlebens und die Beschreibung der wichtigsten Ereignisse in Petersburg eintrug. Diese Tagebücher, wie auch fast alle seine Familienpapiere, sind nicht erhalten geblieben, doch er sandte regelmässig – während mehr als einem Vierteljahrhundert – Auszüge daraus an seinen «Onkel» Formey. Der grösste Teil dieser – meist langen – Briefe (insgesamt gegen 500) ist erhalten geblieben und wird vorwiegend in Berlin aufbewahrt. Leider fehlen uns Briefe für einige längere Zeitintervalle<sup>6</sup>, so z. B. für die Jahre 1772, 1778, 1782–84 und 1791–93. Die Briefe enthalten detaillierte Informationen über Johann Albrechts Familien- und Gesellschaftsleben, die Tätigkeit der Petersburger Akademie sowie die Gebräuche und Sitten in der Petersburger Oberschicht und stellen eine unschätzbare Quelle für die Erforschung der Kulturgeschichte Russlands im späten 18. Jahrhundert dar<sup>7</sup>.

6 Es ist schwierig, den genauen Zeitpunkt des Verlusts dieser Teile der Korrespondenz festzustellen. Zu Anfang der 1930er Jahre fehlten sie in der damaligen «Preussischen Staatsbibliothek» bereits.

7 Diese Briefe boten sogar Material für eine Untersuchung mit dem Titel *Les nourritures terrestres en Russie, ou l'Art de vivre de Johann Albrecht Euler* (Taurisson 1999).

Der erste, der die Briefe Johann Albrecht Eulers an Formey aufmerksam durchgesehen hat, war C.G.J. Jacobi, der sie in den 1840er Jahren aus der damaligen Königlichen Bibliothek zur Einsicht nach Hause entleihen konnte. Am 24. Oktober 1847 schrieb er an P.H. Fuss über «eine ungeheure Correspondenz, welche das tägliche Privatleben Ihres mütterlichen Großvaters betrifft, welches den von aller Arbeit am weitesten entfernten und im Zerstreuungswirbel untergehenden, aber sehr wohlwollenden und besonders streng kirchlichen Gelehrten zeigt» (Stäckel–Ahrens 1908, p. 24–25). Die Königliche Bibliothek in Berlin hatte in jener Zeit diesen wichtigen brieflichen Nachlass von den Erben Formeys geschenkt bekommen. Antwortbriefe Formeys an J.A. Euler liegen im Archiv der Akademie in Petersburg. Dieser hochinteressante Briefwechsel wartet schon seit langem auf eine tüchtige Herausgeberschaft.

## V.2. Allgemeine Charakteristik des Briefwechsels

Der Briefwechsel J.A. Eulers mit Daniel Bernoulli erstreckt sich über neun Jahre (1769–77). Er nahm seinen Anfang mit der Ernennung J.A. Eulers zum Konferenzsekretär der Petersburger Akademie im Frühjahr 1769. Sein Inhalt ist durch zwei Hauptaspekte geprägt: Einerseits betrifft er das offizielle Verhältnis Bernoullis zur Akademie, andererseits beleuchtet er dessen persönliche Beziehungen zur Familie seines alten Freundes Leonhard Euler.

Die Korrespondenz umfasste ursprünglich etwa 55 bis 60 Briefe, von denen uns allerdings heute bloss 33 vorliegen. Verloren gegangen sind vor allem Briefe von Johann Albrecht, weil Daniel Bernoulli sich nicht um die vollständige Erhaltung seines Briefwechsels zu kümmern pflegte. Bernoullis Briefe sind hingegen beinahe vollzählig erhalten und in den Dossiers der allgemeinen wissenschaftlichen Korrespondenz der Akademie in deren Petersburger Archiv verwahrt<sup>8</sup>.

In seinem ersten – nicht erhalten gebliebenen – Brief vom Sommer 1769 informierte J.A. Euler D. Bernoulli über seine neue akademische Stellung und beantwortete partiell dessen letzte Briefe an den ihm im Amt vorangegangenen Konferenzsekretär Jakob von Stählin, mit welchem Bernoulli seit der Wiederaufnahme seiner Beziehungen mit der Petersburger Akademie während zweier Jahre aktiv korrespondiert hatte<sup>9</sup>.

Der Briefwechsel betrifft in der Hauptsache die Situation der Petersburger Akademie, deren Tätigkeit, Beziehungen zwischen Basel und Petersburg im Allgemeinen sowie familiäre Angelegenheiten. Wissenschaftliche Fragen behandeln die Briefpartner nur selten.

<sup>8</sup> Es existieren kurz annotierte Inventare des wissenschaftlichen Briefwechsels der Petersburger Akademie für die Jahre 1766–1800 (*Gelehrte Korr.* 1937, 1987).

<sup>9</sup> Zwölf Briefe dieser inhaltsreichen Korrespondenz sind in Anhang VII.3 als Nr. 24–35 (p. 976–995 h.v.) wiedergegeben. Von besonderem Interesse ist dort die Darstellung der Publikationsgeschichte von L. Eulers sehr bekannten *Briefen an eine deutsche Prinzessin* (E. 343, 344, 417), die Euler erst auf Stählins Initiative hin veröffentlichte (cf. Anhang VII.3, Nr. 32, p. 988 h.v.).

In den ersten Briefen der Korrespondenz (Nr. 1–4) interessiert sich Daniel Bernoulli für die Ergebnisse der verschiedenen Expeditionen zur Beobachtung des Durchgangs der Venus vor der Sonne im Jahr 1769. Bernoulli hatte seit dem Sommer 1767 die Organisation dieser Beobachtungen, unter anderem auch die diesbezüglichen Einladungen an die Schweizer Astronomen Mallet und Pictet und deren Tätigkeit, mit dem früheren Konferenzsekretär von Stählin besprochen (cf. Anhang VII.3, Nr. 27–35, p. 980–995 h.v.).

Ein anderes astronomisches Thema der ersten Briefe (Nr. 2–4) betrifft die Beobachtungen und die Bahnbestimmung des (heute unter dem Namen seines Entdeckers Messier bekannten) Kometen, der im Herbst 1769 überall in Europa gesehen werden konnte. Bernoulli schickte bei dieser Gelegenheit seine diesbezügliche kurze Abhandlung (1770a), die er im *Nouveau Journal helvétique* publiziert hatte, nach Petersburg und kritisierte später die Abhandlung von Lalande (1773) über die der Erde nahe kommenden Kometen (cf. Brief Nr. 15).

Einen bedeutenden Stellenwert nimmt im Briefwechsel zwischen J.A. Euler und Daniel Bernoulli das Problem des Antriebs von Schiffen mit Hilfe des von Bernoulli in seiner Pariser Preisschrift von 1751 (1769, DB. 47) vorgeschlagenen Ruder-systems ein (Briefe Nr. 6–9, 14, 25, 26). Bernoulli erläutert einige theoretische Aspekte der Berechnung von dessen Effizienz und engagiert sich sehr für die experimentelle Erprobung seiner Ruder, die auch in Petersburg unter praxisnahen Bedingungen durchgeführt wurde.

In einigen Fällen kommentiert Bernoulli den Inhalt seiner nach Petersburg gesandten Abhandlungen, etwa über den Zusammenstoss von Körpern oder die Schwingungen elastischer Streifen (1771, DB. 61; cf. Brief Nr. 5). Später bespricht er mit J.A. Euler die Theorie der Saitenschwingungen und berührt dabei auch einige allgemeine Aspekte (Briefe Nr. 22, 32).

Im Kontext der Preisfrage der Petersburger Akademie für 1776 greift Bernoulli das Problem der Töne von Orgelpfeifen auf (cf. Brief Nr. 26). Ferner bringt er einige Bemerkungen an zu Problemen der geometrischen und physikalischen Optik, einschliesslich der achromatischen Linsensysteme (Briefe Nr. 5, 25, 26), und diskutiert einige Aspekte der menschlichen Sehstärke (Brief Nr. 32). Zur Sprache kommen auch meteorologische Beobachtungen, insbesondere solche von extremen Werten der Temperatur und des Luftdrucks (cf. u. a. Briefe Nr. 22, 27, 32)<sup>10</sup>. Im Brief Nr. 22 streift Bernoulli die Untersuchungen von G.M. Lowitz über die Möglichkeit, die Flüsse Wolga und Don durch einen Kanal zu verbinden.

Diese Erörterungen wissenschaftlicher Fragen und Probleme kommen überwiegend in den Briefen Bernoullis vor, während sein Briefpartner sich für gewöhnlich – wenigstens in den erhalten gebliebenen Briefen – nicht in fachliche Details zu vertiefen pflegt. Eine Ausnahme bildet die Besprechung des Ruderantriebs, für den

10 D. Bernoullis meteorologische Beobachtungen hat Johann Albrecht Euler von Zeit zu Zeit in den *Petersburger akademischen Jahrbüchern* und auch in der *Gazette littéraire de Berlin* publiziert.

Johann Albrecht ein gewisses inhaltliches Interesse bekundet und dabei sogar eine scharfblickende kritische Einsicht beweist.

Systematisch informiert J.A. Euler seinen Basler Gesprächspartner über Angelegenheiten der Petersburger Akademie: deren Situation im Allgemeinen, finanzielle Gesichtspunkte und aktuelle Veränderungen in der Organisation und den Leitungsgremien. Zur Sprache kommt regelmässig die Einreichung von Abhandlungen D. Bernoullis zur Publikation in Petersburg und deren Aufnahme in der Akademischen Konferenz, ebenso die Übersendung von Druckwerken der Akademie für Bernoulli. Seit 1767 wird auch Bernoullis Pension endlich wieder regulär ausbezahlt: ein Umstand, auf den er – anders als in den vorangegangenen Jahren – mehrfach erfreut und mit hohem Lob zu sprechen kommt.

Interessant ist die Schilderung der Feierlichkeiten zum 50jährigen Jubiläum der Petersburger Akademie im Dezember 1775 (Briefe Nr. 24f). In diesem Zusammenhang erinnert sich Daniel Bernoulli an die ersten Jahre seiner Tätigkeit an der Akademie, legt einem seiner Briefe eine kurze Autobiographie bei (cf. Brief Nr. 30, Anm. 5, und Anhang zum Brief Nr. 30, p. 920–927 h.v.) und lässt für den Konferenzsaal der Akademie ein neues Porträt von sich anfertigen.

Von Zeit zu Zeit beschreibt Johann Albrecht Euler den Verlauf von naturwissenschaftlichen Forschungsreisen im Auftrag der Akademie (Briefe Nr. 7, 18, 20–24); dabei kommen etwa auch tragische Ereignisse zur Sprache wie der Tod von S.G. Gmelin in Geiselhaft, die Ermordung von G.M. Lowitz durch aufständische Kosaken und der Suizid von J.P. Falck. Seit 1773 (Brief Nr. 11) erwähnt Bernoulli regelmässig die Person von Niklaus Fuss, dessen Vorbereitung auf die Reise nach Petersburg und die nachfolgende Arbeit in der Akademie. Besprochen werden ferner einzelne Angelegenheiten betreffs französischer Gelehrter, wie der Nachlass von La Condamine (1774/75, Briefe Nr. 18–22) oder die Werke von Marguerie (1773a–d, Briefe Nr. 19–21).

Daneben kommen auch verschiedene Basler Aktualitäten zur Sprache, so etwa ein spektakulärer Grossbrand im Jahre 1775 (Brief Nr. 26), diverse mit dem Versand von Büchern verbundene pekuniäre Regelungen sowie einige Details der privaten Lebensumstände Bernoullis.

Der Briefwechsel tangiert auch Familienangelegenheiten. Geschildert wird der Gesundheitszustand Leonhard Eulers und speziell seine Augenoperation (Brief Nr. 10); Bernoulli beurteilt aus der Ferne das Sehvermögen seines Freundes und dessen Schwarz-Weiss-Lesefähigkeit mit Kerzenbeleuchtung (Brief Nr. 32). Auch informiert er J.A. Euler des öfteren über das Leben und die Tätigkeit seines Nefen Johann III Bernoulli in Berlin.

Der Ton der ganzen Korrespondenz ist beidseitig immer höchst respektvoll und freundlich. Dennoch kam sie zu einem jähen Ende: Im Sommer 1777 brach Bernoulli den Briefwechsel erzürnt ab, nachdem J.A. Euler ihm hatte bekennen müssen (Brief Nr. 33), dass die Akademie am Ausbleiben von Bernoullis Pension für das vergangene Jahr völlig unschuldig war und er selbst deren Überweisung verzögert hatte, um das Kapital zur «Überbrückung» einer privaten finanziellen Krise zu verwenden. Der betagte Daniel Bernoulli war verständlicherweise zutiefst empört:

seine Petersburger Pension, um die er während Jahrzehnten – oft erfolglos – hatte kämpfen müssen, bedeutete ihm auch aus Prestigegründen viel. Am 20. September 1777 erhob er beim Direktor der Petersburger Akademie, S.G. Domašnev, Anklage gegen J.A. Euler wegen dieser Veruntreuung (cf. Anhang VII.3, Nr. 43, p. 1020 h.v.). Die weitere Entwicklung der Situation ist uns unbekannt; jedenfalls scheinen von Seiten der Akademie keine rigorosen disziplinarischen Massnahmen gegen den fehlbaren Sekretär ergriffen worden zu sein. Wir kennen auch keine direkte Reaktion, weder von Daniel Bernoulli auf Johann Albrecht Eulers Geständnis noch von Euler auf Bernoullis Beschwerdeschreiben; anscheinend sind zwischen den beiden keine weiteren Briefe mehr gewechselt worden.



# VI. DER BRIEFWECHSEL JOHANN ALBRECHT EULERS MIT DANIEL BERNOULLI

(Sommer 1769 – 25. (14.) Juli 1777)



## VI.1. Johann Albrecht Euler – Daniel Bernoulli: Verzeichnis der Briefe

In eckige Klammern gesetzte Briefnummern beziehen sich auf nachweisbare, aber nicht erhalten gebliebene Briefe.

[0]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Sommer 1769

1  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 13. September 1769

2  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 19. (8.) September 1769

3  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 29. (18.) Dezember 1769

4  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 31. Januar 1770

5  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 8. September 1770

[5a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 22. (11.) Januar 1771

6  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 16. Februar 1771

7  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 7. Mai (26. April) 1771

8  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 8. Juni 1771

9  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 9. Juni 1771

[9a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 4. Oktober (23. September)  
1771

[9b]  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 9. Oktober 1771

10  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 2. November 1771

[10a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 15. (4.) Januar 1773

11  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 17. Februar 1773

[11a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 12. (1.) März 1773

12  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 10. April 1773

13  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 20. April 1773

14  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 28. Juli 1773

15  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 6. November 1773

16  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 22. Dezember 1773

[16a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 24. (13.) Dezember 1773

17  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 5. Februar 1774

- [17a]  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, Januar 1776
- [17b]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Februar 1774
- 18  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 8. März (25. Februar) 1774
- 19  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 6. April 1774
- 20  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 20. (9.) Mai 1774
- 21  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 10. September 1774
- [21a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 16. (5.) Dezember 1774
- 22  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 21. Dezember 1774
- 23  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 27. (16.) Januar 1775
- 24  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 18. März 1775
- [24a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, April 1775
- [24b]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 20. (9.) Mai 1775
- 25  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 12. August 1775
- [25a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Juli 1775
- [25b]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, Oktober 1775
- 26  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 11. November 1775
- [26a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 2. Januar 1776 (22. Dezember 1775)
- 27  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 24. Februar 1776
- [27a]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 9. Februar (29. Januar) 1776
- 28  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 16. März 1776
- 29  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 14. (3.) Mai 1776
- 30  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 6. Juli 1776
- 31  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 24. August 1776
- [31a]  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 9. November 1776
- [31b]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 24. (13.) Dezember 1776
- [31c]  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 17. (6.) Januar 1777
- 32  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, [Februar] 1777
- [32a]  
D. Bernoulli an J.A. Euler  
Basel, 7. Juni 1777
- 33  
J.A. Euler an D. Bernoulli  
Petersburg, 25. (14.) Juli 1777

1

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
Basel, 13. September 1769

Monsieur

C'est avec un tres sensible plaisir, que j'ai reçu la lettre que Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire<sup>[1]</sup>. Il semble que c'est en qualité de nouveau Secrétaire de l'Académie, que vous m'en avez honoré; elle m'est sans doute bien chere à cet egard. Cependant j'aime tout autant à la regarder comme m'adressée par le fils de la personne du monde ⟨L. Euler⟩ que depuis plus de 40 ans j'ai toujours respectée et chérie d'avantage.

Je Vous fais, Monsieur, mille complimens sur votre nouvelle dignité de Secrétaire de l'Académie, dont vous venez d'être revêtu; j'aurois bien souhaité que vous m'eussiez marqué ce qui a occasionné ce changement: Est ce quelque avancement de l'ancien Secrétaire ou bien l'accumulation des affaires, qui demande deux secrétaires. En tout cas je prie Mons<sup>r</sup> de Stehlin {Jakob von Stählin} d'agréer ici mes honneurs que je lui presente<sup>[2]</sup>.

Il y a environ trois mois, que je me donnois celui de lui adresser un memoire pour etre lû à l'Académie des sciences, intitulé *Commentationes Physico-Mechanicae de frictionibus, variis illustratae exemplis*<sup>[3]</sup>. Les questions que j'y traite sont nouvelles et m'ont paru interessantes. J'espere que ce memoire sera parvenu à bon port et que l'Académie l'aura reçu avec son indulgence ordinaire. Voici, Monsieur, un autre memoire; j'ai cho[i]si la matiere, dont il s'agit, pour me conformer au gout Anglois, cette Nation si éclairée aime tout ce qui a du raport à l'arithmetique politique; il m'est revenu qu'ils ont fort goûté ma nouvelle espece d'analyse pour représenter le double tableau de l'humanité, l'un exposé au ravage de la petite verole et l'autre exempt de ce terrible mal, et qu'on y est curieux de voir de quelle maniere je m'y suis pris pour calculer la durée moyenne de l'état de mariage contracté entre deux personnes d'un age donné; les recherches sans etre ni sublimes ni epineuses me paroissent interessantes et telles qui conviennent aux *Memoires* d'Académie<sup>[4]</sup>.

J'ai reçu les observations du P. ⟨Christian⟩ Mayer, avec tout le plaisir que la nouveauté et l'importance de la matiere meritent<sup>[5]</sup>: je vois beaucoup de circonspection et de reserve dans les expressions du P. Mayer, mais je doute qu'elles le sauvent de la critique des Astronomes. Lorsqu'il vit subitement à 9<sup>h</sup> 9' 39'' t[ems] v[rai] la planete toute noire, cette expression paroît indiquer qu'elle étoit déjà toute entiere sur le disque du Soleil; mais comment s'est il fait, qu'il n'en ait remarqué aucun vestige pendant son entrée; il ne dit pas d'ailleurs, comment il vit la planete; étoit-ce précisément au contact extérieur; il le suppose pag. 14 en indiquant la durée entiere du passage; mais je ne sçai si dans ce moment on pouvoit distinguer la planete toute noire; il faut supposer que la clarté du ciel autour du Soleil étoit assez grande pour distinguer la place que Venus cachoit. La comparaison des observations de cet habile astronome à celles des autres astronomes decidera de leur

prix; il me semble que le dernier contact, que vous avez observé à  $15^h 43' 30'' 7$ , tient un juste milieu entre toutes les determinations.

Nous avons vu dans la gazette de Schaffhouse un article de Petersbourg, qui marque que M<sup>r</sup> Aepinus a fait les memes observations aux environs de Petersbourg en presence de Sa Majesté Imperiale (Katharina II.), avec tout le succès qu'on pouvoit se promettre<sup>[6]</sup>; dans une autre gazette on marque de Vienne du 23 aoust, que le P. Hell a pû faire toutes les observations essentielles avec beaucoup d'exactitude, quoique le Soleil, hors de ces momens decisifs, ait été presque toujours caché avant et apres le phenomene et meme durant le passage de Venus. Il y a eu encor dans d'autres gazettes une lettre du Prof. Rumovski à Son Exc. Mons<sup>r</sup> le Comte d'Orlov, par la quelle il lui marque qu'il n'a eu que du desastre pendant toute la durée du phenomene<sup>[7]</sup>: cependant Vous me dites, Monsieur, qu'«il a eu le plus de bonheur». L'observation de M<sup>r</sup> (W.L.) Kraft qui doit avoir été faite avec la derniere precision, sera d'un prix infini, puisque M<sup>r</sup> Pictet «n'a vu que de la pluye» et que M<sup>r</sup> Mallet n'a pu voir que l'entrée. A tout prendre je ne doute pas, qu'on pourra tirer des observations faites en Russie tout le fruit possible sur cette importante matiere<sup>[8]</sup>. Avouez que nous ne devons ces grands avantages ni aux Newtons ni aux Eulers, mais bien à la plus grande Souveraine du Monde; les astres formeront le monument eternel de sa gloire.

Je vous prie, Monsieur, de faire mes tres humbles remercimens à l'Academie des ouvrages Academiques, dont Elle veut bien me regaler: Je prie aussi Mons<sup>r</sup> Votre Pere d'agréer mes obeïssances et mes complimens sur toutes les nouvelles decouvertes dont il enrichit continuellement la Republique des lettres. Son nouveau calcul integral, sa dioptrique, sa nouvelle theorie de la Lune etc. distingueront eternellement le dixhuitieme siecle<sup>[9]</sup>; je souhaite que le dix neufvieme y mette le comble. Je me souviens que ce cher Compatriote me dit un jour à Petersbourg, dans un de ces agreables entretiens, dont je ne perdrai jamais la memoire, qu'il s' imagine que nos connoissances aquises dans ce monde nous seront des axiomes pour le sejour, que nous ferons apréz cette vie; jusqu'où n'ira-t-il pas avec de tels axiomes innés?

J'ai l'honneur d'être avec toute la consideration possible,  
Monsieur,  
Votre tres humble et tres obeïssant serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 13 septembre 1769.

- A. 1     Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief von J.A. Euler vom Sommer 1769  
           Basel, 13. September 1769  
           Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 53, Bl. 135–136r  
           Randnotiz: «reçu ce 18 Octobre 1769, lû à l'academie ce 19 Octobre»  
           Am 30. (19.) Oktober von J.A. Euler in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 710)

- [1] Dieser Brief ist nicht erhalten geblieben.
- [2] Am 5. März (22. Februar) 1769 wurde Jakob von Stählin «auf sein eigenes Ersuchen hin» der Stelle als Konferenzsekretär enthoben, und am 8. März (25. Februar) wurde J.A. Euler offiziell an seine Stelle gesetzt (cf. *Protokoly* 2, p. 669; *Chronik* 1, p. 562). – Johann Albrecht Euler sagt in seinen Berichten an Formey, Graf Orlov, der Direktor der Akademie, sei in letzter Zeit mit Stählin als Konferenzsekretär sehr unzufrieden gewesen und habe deshalb ihn für diese Stelle vorgeschlagen. Johann Albrecht nahm diesen Vorschlag an, jedoch mit einigen Bedingungen; deren erste war, dass Stählin den Posten einvernehmlich abtreten würde (cf. den Brief J.A. Eulers an Formey vom 4. April (24. März) 1769 – Bibl. Berlin, Formey, Bl. 79–80v).
- [3] Es handelt sich um D. Bernoullis Abhandlung über die Reibung (1770, DB. 60). Cf. Brief Nr. 2, Anm. 1.
- [4] Die Rede ist von D. Bernoullis statistisch-demographischer Abhandlung (1768, DB. 56).
- [5] Cf. Ch. Mayer (1769). – J.A. Euler sandte diese Abhandlung am 30. Juni 1769 an D. Bernoulli (cf. Brief Nr. 2).
- [6] Die Kaiserin Katharina II. sanktionierte die akademischen Expeditionen zur Beobachtung des Venustransits und bekundete lebhaftes Interesse für dieses Phänomen. Wie J.A. Euler in seinen systematischen Berichten an Formey über das Leben in Petersburg mitteilte, forderte die Kaiserin von der Akademie einen Astronomen, der ihr in dieser Sache assistieren sollte. Dazu wurde der Staatsrat Aepinus, der Erzieher des zukünftigen Kaisers Paul I. und «Kabinettsdechiffreur», ausersehen. In diesem Kontext vermerkte J.A. Euler in seinem Brief an Formey vom 4. Juli (23. Juni) 1769:
- «Sa Majesté notre très gracieuse Souveraine a observé Elle même ces deux phénomènes à une maison de Campagne située près d’Oranienbaum où Elle a passé le 23 de Mai depuis 6 heures du Soir jusqu’au 11 heures de lendemain, toujours occupée à contempler les Astres. Ms. Aepinus a eu l’honneur de L’assister [...] S. M. I. lui doit avoir fait present d’une tabatière d’or pour L’avoir assisté à l’observation.»
- Über die Beobachtungen des Venustransits durch die Kaiserin Katharina II. wurde in der Schaffhauser *Post und Ordinari Samstags-Zeitung* vom 26. August 1769 (Nr. 68) berichtet, wie uns R. Specht, Direktor der Stadtbibliothek Schaffhausen, freundlicherweise mitgeteilt hat.
- [7] Es existiert ein Brief von Rumovskij an den Grafen Orlov vom 15. (4.) April 1769, in dem er über die Vorbereitung der astronomischen Beobachtungen in Kola berichtet und das dortige schlechte Wetter erwähnt (Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 53: 18). Dieser Brief wurde in den *Vermischten Nachrichten* – einer Beilage zur Schaffhauser *Hurterischen Zeitung* – vom 11. August 1769 (Nr. 66) publiziert. Diese Information verdanken wir ebenfalls R. Specht.
- [8] Cf. Brief Nr. 5, Anm. 7.
- [9] Gemeint sind damit die ersten drei Bände von L. Eulers *Integralrechnung* (E. 342, 366, 385), die ersten beiden Bände der *Dioptrik* (E. 367, 386) und die – damals noch nicht im Druck erschienene – *Neue Mondtheorie* (E. 418).



2

J.A. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 19. (8.) September 1769

à St Petersburg ce  $\frac{8}{19}$  Septembre 1769

à Monsieur Daniel Bernoulli à Bâle

Monsieur et très-illustre Confrère,

L'Academie Impériale des Sciences a reçu avec beaucoup de plaisir le mémoire excellent, Monsieur, que Vous lui avez envoyé sur le frottement. On en a fait la lecture dans une des dernières Séances, et il a eu toute l'approbation que méritent les productions d'un génie aussi supérieur que le Vôtre<sup>[1]</sup>. C'est un nouveau ornement, dont il Vous a plu, Monsieur, d'enrichir nos *Commentaires*. L'Academie le reconnoît comme elle le doit et me charge de Vous en faire ses remerciemens.

Le 30 Juin j'eus l'honneur de Vous envoyer, Monsieur, l'exposition de l'observation du passage de Venus devant le disque du Soleil, comme elle a été faite ici par le P. (Christian) Mayer<sup>[2]</sup>. J'ai depuis, pour Vous épargner les ports de lettres, chargé M<sup>rs</sup>. Mallet et Pictet à Vous remettre, Monsieur, les observations de ce phénomène faites à Kola, Ponoï, Oumba {Umba} et Orenbourg<sup>[3]</sup>, et j'attendrai auprès Vos ordres pour Vous envoyer aussi celles, que mon frere (Christoph) a faites à Orsk'<sup>[4]</sup>. Mon pere a fait calculer les latitudes et longitudes de ces endroits et de Cajanebourg {Kajaneborg} et il a trouvé<sup>[5]</sup>

	latitude	longitude	} à l'orient de Paris.
Kola	68° 52' 56"	2 <sup>h</sup> 2' 65"	
Ponoï	67 4 30	2 35 23	
Oumba	66 45 2	2 7 41	
Orenbourg	51 45 57	3 31 5	
Orsk'	51 12 0	3 43 40	
Cajanebourg	64 13 30	1 41 20	

Il nous manquent encore les observations de Gurief et Jakoutz {Jakutsk}. M<sup>r</sup> (G.M.) Lowitz nous a bien mandé qu'il a observé avec beaucoup de succès, mais ce qu'il nous en marque ne suffit pas encore à en faire usage: nous en attendons avec impatience une relation plus détaillée<sup>[6]</sup>.

Je Vous ai dit, Monsieur, que M<sup>rs</sup>. Mallet et Pictet Vous remettront les observations qu'on a publié ici. Ils sont parti, il y a déjà trois semaines, et ils ont choisi la route par la Prusse et par Berlin, où ils comptent de s'arrêter quelques jours. Ensuite ils iront tout droit à Bâle<sup>[7]</sup>.

Mes occupations présentes m'ayant empêché à finir le calcul des nouvelles Tables de la Lune, je me suis contenté à composer un mémoire que j'ai envoyé à l'Academie de Paris pour concourir au prix de l'année 1770. J'attendrai tranquillement son jugement, et ce ne sera qu'après ce terme que je me déterminerai, ou

en appellant au jugement des autres Academies ou en publiant les tables, dont je réprendrai le calcul vers la fin de cette année<sup>[8]</sup>.

La *Dioptrique* de mon père va être achevée; le premier volume en a déjà paru, comme aussi le dernier volume de son *Calcul integral*. Ces deux ouvrages et le XIII Tome de nos Commentaires Vous seront envoyées l'année prochaine avec les premiers vaisseaux. Pour le XII Tome des *Commentaires* et les deux premiers volumes du *Calcul Integral*, Vous devez les avoir déjà reçues.

Je joins ici l'observation de la comète qui a été visible depuis le 16 du mois passé, et qui probablement reparoitra pour la seconde fois dans une trentaine de jours, lorsqu'elle aura passé son périhelie<sup>[9]</sup>.

Je finis esperant que Mssrs. Mallet et Pictet ne tarderont pas de Vous satisfaire pleinement, Monsieur, sur tout ce qui régarde l'academie et le succès de ses entreprises.

Mon pere Vous présente ses amitiés et se recommande à Votre chér souvenir. Je suis avec la plus parfaite estime

Monsieur et très-illustre Confrère<sup>[10]</sup>

#### A. 2 Brief J.A. Eulers an D. Bernoulli

Petersburg, 19. (8.) September 1769

Entwurf, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 54, Bl. 98

Randnotiz: «à Monsieur Daniel Bernoulli à Bâle»

- [1] D. Bernoullis Abhandlung über die Reibung (1770, DB. 60) wurde am 29. (18.) August 1769 von Lexell in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 697–698).
- [2] Cf. Ch. Mayer (1769).
- [3] Cf. Rumovskij (1769, 1770), Mallet (1769, 1770), Pictet (1769, 1770) und W.L. Krafft (1770).
- [4] Cf. Ch. Euler (1769, 1770).
- [5] Band 14:2 der *Petersburger Novi Commentarii* (cf. *infra* Nr. 5, Anm. 7) gibt (p. 6) leicht abweichende Koordinaten der erwähnten Orte, und zwar  $68^{\circ} 52' 28''$  und  $2^{\text{h}} 2' 52''$  für Kola,  $67^{\circ} 4' 30''$  und  $2^{\text{h}} 34' 57''$  für Ponoï,  $66^{\circ} 39' 47''$  und  $2^{\text{h}} 7' 21''$  für Umba,  $51^{\circ} 46' 0''$  und  $3^{\text{h}} 31' 5''$  für Orenburg und  $51^{\circ} 12' 32''$  und  $3^{\text{h}} 44' 30''$  für Orsk; Kajaneborg fehlt in dieser Liste, die zusätzlich Koordinaten für Jakutsk, Petersburg und Gurief enthält.
- [6] Cf. G.M. Lowitz (1770).
- [7] Mallet und Pictet verliessen Petersburg am 20. (9.) September 1769 und trafen am 9. November (29. Oktober) in Genf ein. Während seiner Reise in Russland führte Pictet ein Tagebuch (*Journal d'un Voyage en Russie et en Laponie fait pendant les années 1768 et 1769 à l'occasion du Passage de Venus sur le disque du Soleil*), das 360 Quartseiten umfasst. Auszüge finden sich bei Wolf (1858–62, Bd. 2, p. 253–266), eine Edition der Reisetagebücher von Mallet und Pictet in Candaux (2005).
- [8] Johann Albrecht Euler beteiligte sich an der Berechnung der Mondtafeln, die im zweiten Teil der *Neuen Mondtheorie* seines Vaters (E. 418) publiziert wurden. Er reichte der Pariser Akademie seine diesbezügliche Preisschrift für den Wettbewerb von 1770 im Juni 1769 mit dem Hinweis ein, sein Vater sei dabei der *inventeur* und er selbst der *exécuteur* gewesen (cf. J.A. Eulers Brief an Formey vom 4. Juli (23. Juni) 1769 – Bibl. Berlin, Formey, Bl. 96–98). Die Pariser Akademie sprach den beiden Euler im Frühjahr 1770 «zur Ermutigung» eine Summe von 2500 Livres zu und liess für 1772 dieselbe Preisfrage mit verdoppelter Preissumme stehen.

- [9] Cf. *Recherches sur la vraie orbite elliptique de la Comète de l'an 1769*, den von Lexell verfassten Bericht über die Bahnberechnungen, die er unter L. Eulers Leitung ausgeführt hatte (Lexell 1770 = E. 389).
- [10] Die Unterschrift fehlt im Entwurf.

## 3

J.A. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 29. (18.) Dezember 1769

Saint-Petersbourg ce 18 Decembre v. st. 1769

Monsieur et très-illustre Confrère,

Si c'est un avantage d'être né d'un pere qui fait l'admiration de son siecle, il en est un plus grand encore d'oser partager avec lui l'amitié de ces grands hommes respectables par leur savoir et une probité distinguée. Telle est la situation glorieuse, Monsieur, où je me trouve après avoir été honoré de Votre dernière lettre du 13 Septembre n. s.<sup>[1]</sup> et dans la quelle Vous me dites les choses les plus obligeantes du monde. Si je ne les mérite pas, comme j'ai tout lieu de le croire, je tâcherai au moins de n'être pas indigne de la précieuse amitié que Vous m'y offrez si généreusement.

Je viens aux autres articles de Votre obligeante lettre, Monsieur, et je vais y répondre dans le même ordre qu'ils se suivent.

M<sup>r</sup> de Stählin ayant la Direction de la petite Academie des Arts qui est combinée à notre Academie des Sciences<sup>[2]</sup>, les fonctions de Secrétaire commencent à lui devenir trop à charge. Voyant surtout que les affaires academiques s'accumuleroient encore de beaucoup par la correspondance exacte, qu'il faudroit entretenir avec les différentes expéditions envoyées par l'Academie pour le progrès de l'Astronomie, la Géographie et l'Histoire naturelle, il pria S. E. Mr. le Comte Orlov, notre Chef, de vouloir bien le démettre de cette charge et de nommer un autre en sa place. La dessus le Comte se rendit à ses instances et me nomma Secrétaire, en attendant qu'il puisse trouver un autre qui soit mieux en état et qui ait de la capacité pour en remplir dignement les fonctions<sup>[3]</sup>.

Il y a près de trois mois que j'eus l'honneur de Vous accuser, Monsieur, la réception de Votre savant mémoire sur le frottement. Monsieur Votre neveu (Johann III) nous a envoyé depuis de Berlin celui qui est intitulé *Mensura sortis ad fortuitam successionem rerum naturaliter contingentium applicata*. L'un et l'autre ont été lû avec cette attention que méritent toutes les profondes recherches qui sortent de Votre plume, et qui ne cessent de remplir d'admiration les plus illustres mathématiciens<sup>[4]</sup>. L'Academie a été surtout bien charmé que Votre dernier mémoire soit encore arrivé à tems, Monsieur, pour pouvoir faire avec les deux précédens, l'ornement du XIV<sup>me</sup> Tome de ses *Commentaires* qui actuellement est sous presse<sup>[5]</sup>.

Je me flatte, Monsieur, que Vous aurez déjà vû Mssrs. Mallet et Pictet, et qu'ils Vous auront remis de la part de mon père l'instrument d'inclinaison avec les aiguilles magnetiques pour les rendre à la veuve Dietrich: quelque peine que mon pere se soit donné pour le vendre, il n'a pas pû y réussir, d'ailleurs il manque beaucoup que cet instrument ait toutes les perfections requises<sup>[6]</sup>. Ces messieurs Vous auront aussi remis de la part de notre Academie les observations du passage de Venus faites par ses astronomes à Oumba {Umba}, Ponoï, Kola et Orenbourg<sup>[7]</sup>. J'ai encore à Vous faire parvenir celles, Monsieur, que mon frère <Christoph> a faites à Orsk' et pour l'envoi desquelles je n'attends qu'une occasion favorable. En attendant Vous trouverez sur la feuille ci-jointe l'essentiel des observations de Russie, auxquelles je ferai ajouter encore quelques autres nouveautés astronomiques qui pourront Vous faire plaisir<sup>[8]</sup>.

On nous a aussi marqué de Copenhague que le Pere Hell a fait une observation complete du passage de Venus à Wardhuys, et on a promis de nous la communiquer. M<sup>r</sup> le Professeur Roumovski {Rumovskij} avoit en quelque maniere raison de se plaindre du désastre qu'il a eu pendant toute la durée du phénomène, car il ignoroit que les autres Observateurs envoyés en Lapponie en aient vû encore moins et que relativement à ceux-ci il ait en effet eu le plus de bonheur<sup>[9]</sup>. Non obstant ces désastres, il n'auroit point été douteux que les seules observations faites en Russie auroient été suffisantes pour en tirer tout le fruit possible sur cette importante matiere, si l'observation de Jakoutzk' avoit mieux répondu à notre attente. Mais malheureusement le Capitaine Islenief {Islen'ev}, qui y a été envoyé, n'a pû observer que la sortie de Venus, et encore est-elle assujettie à quelque incertitude, comme Vous le jugerez aisément, Monsieur, lorsque Vous jetterez les yeux sur le résultat de ces observations, dont un extrait détaillé est actuellement sous presse<sup>[10]</sup>. Cependant un grand nombre des positions que M<sup>r</sup> Islenief a déterminé avec une grande exactitude pendant le passage de la planète devant le disque de Soleil, nous pourra être de quelque utilité et nous dédommager des contacts dans l'entrée. Mais cela demande des calculs assés pénibles. La beauté celeste semble avoir pris cette fois-ci le modele sur celles qui nous environnent. Soit caprice, soit coutume, elles ne se rendent pas aux premieres attaques, il leur faut offrir des soins et des soins assidûs et pénibles.

Vous ne serez pas content, Monsieur, si je ne Vous disois pas un môt de l'observation du Prof. <G.M.> Lowitz à Gurief. Je crois Vous avoir déjà mandé qu'il y a observé la sortie de Venus avec beaucoup de succès: à savoir le premier contact à 16 heures 52' 57'' et le second à 17 heures 11' 9'' tems vray en comptant depuis le midi du 3 de Juin. Mais M<sup>r</sup> Lowitz s'obstine à ne nous pas envoyer les observations nécessaires pour déterminer exactement la latitude de son observatoire, et nous cause par là le sensible chagrin de ne pouvoir pas soumettre au calcul son observation importante. Pour la longitude de Gurief, comme M<sup>r</sup> Lowitz y a observé très exactement l'eclipse du Soleil, il ne seroit pas difficile de la déterminer avec la dernière précision, sur tout que les élémens de cette eclipse sont tous parfaitement connus<sup>[11]</sup>.

Le XIII<sup>me</sup> Volume de nos *Commentaires*, le III<sup>me</sup> du *Calcul Integral* et le I<sup>er</sup> de la *Dioptrique* de mon pere viennent d'être achevés; je compte pouvoir Vous les envoyer avec les premiers vaisseaux au printemps prochain.

Mon pere a été occupé ce tems-ci à calculer les observations qu'on a faites de la comète apparüe aux mois d'Aout, Septembre et Octobre derniers. Ses recherches lui ont fourni une nouvelle méthode pour déterminer avec une grande précision l'orbite d'une comete quelconque et qui fera le sujet d'un ouvrage que M<sup>r</sup> l'Adjoint Lexell va composer sous sa direction<sup>[12]</sup>. Comme je ne doute pas que tout ce dont Votre ancien ami de quarante ans enrichit le monde savant, Vous interesse et Vous fasse plaisir, Monsieur, j'ai fait coucher sur la feuille ci-jointe le résultat de ces profondes recherches. C'est la copie d'un article littéraire que je viens d'envoyer à Berlin pour l'y insérer dans la *Gazette* de Francheville<sup>[13]</sup>.

Le sentiment de mon pere, suivant lequel nos connoissances acquises dans ce monde nous seront des axiomes pour le séjour que nous ferons après cette vie, ne pourra que plaire à la plupart des hommes. Outre que ce-ci paroisse très vraisemblable, il flatte l'amour propre et l'esperance de voir un jour ses travaux récompensés de la manière la plus satisfaisante pour l'humanité. Il n'y a personne qui n'ait acquis quelques connoissances ici bas; nous avons tous avec cela le doux espoir inné de revivre un jour et de recommencer une nouvelle carriere: quelle consolation ne produira donc pas dans notre ame l'idée que nous ne recommencerons plus notre existence comme la première fois, mais que nous serons munis dès-lors de ce degré de perfection que nous avons en quittant le monde présent?

En attendant les années s'écoulent et heureux si nous nous plaisons à les passer en élargissant les domaines de nos connoissances – mais il est tems de finir. Agréez, Monsieur et très-illustre Confrère, les vœux bien sincères que je fais pour Votre félicité au renouvellement d'année prochain. Le Ciel veuille Vous conserver encore longtemps à la satisfaction de tous Vos contemporains et Vous combler de ses plus précieuses bénédictions. Mon père en particulier m'a chargé de Vous présenter ses devoirs et tendres amitiés. Comptez le toujours parmi Vos plus dévoués amis et daignez voir revivre en moi, si ce n'est l'homme célèbre par sa profonde érudition, toute fois le plus zélé de Vos serviteurs et amis

Jean-Albert Euler

J'ai l'honneur de Vous envoïer avec la présente une lettre de change de la valeur de 200 roubles pour la pension annuelle qui Vous a été accordée, et je Vous prie, Monsieur, de m'en accuser la réception sur un bout de papier détaché, servant à ma décharge.

- A. 3     Antwort J.A. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 1  
           Petersburg, 29. (18.) Dezember 1769  
           Orig., 2 Bl., Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 191–192v  
           Entwurf<sup>[14]</sup>, 4 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 54, Bl. 139–142v  
           Am 15. (4.) Dezember von J.A. Euler in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 718)

- [1] Cf. Brief Nr. 1.
- [2] Bereits im Mai 1757 war Stählin im Rahmen der Akademischen Kanzlei zum «Direktor der Künste» ernannt worden (cf. *Protokoly* 2, p. 379).
- [3] Cf. Brief Nr. 1, Anm. 2.
- [4] Cf. D. Bernoullis Abhandlungen über Reibung (1770, DB. 60) und über Wahrscheinlichkeitstheorie (1770, DB. 59a), die von Lexell am 29. (18.) August und am 30. (19.) Oktober 1769 in der Akademischen Konferenz vorgelesen worden waren (cf. *Protokoly* 2, p. 697–698 und 710).
- [5] D. Bernoullis wahrscheinlichkeitstheoretische Abhandlung (1770, DB. 58) erschien tatsächlich noch in Band 14:1 (für das Jahr 1769) der *Petersburger Novi Commentarii*.
- [6] Cf. D. Bernoullis Antwortbrief Nr. 4 sowie die Anm. 4 zu seinem Brief Nr. 94 an Leonhard Euler (p. 775 h.v.).
- [7] Cf. Brief Nr. 2, Anm. 3.
- [8] Diese Beilage ist nicht erhalten geblieben.
- [9] Cf. Brief Nr. 1, Anm. 7.
- [10] Cf. Islen'ev (1770).
- [11] Band 14:2 der *Petersburger Novi Commentarii* (cf. *supra* Nr. 2, Anm. 5) gibt die folgenden Werte für die Koordinaten von Gur'ev an:  $47^{\circ} 7' 7''$  und  $3^{\text{h}} 18' 47''$ .
- [12] Cf. Brief Nr. 2, Anm. 9.
- [13] Die Beilage zum Brief ist nicht erhalten geblieben. – Die Herausgeber hatten keine Möglichkeit zur Nachprüfung der *Gazette littéraire de Berlin* für 1770; die allgemeine Übersicht der *Gazette* von Labbé (2004) enthält keinen diesbezüglichen Hinweis. Aus J.A. Eulers Briefwechsel mit Formey wissen wir jedoch, dass er über Formey systematisch verschiedene Informationen für Franchevilles *Gazette* übermittelte.
- [14] Der Entwurf unterscheidet sich nicht wesentlich vom definitiven Text des Briefes.

## 4

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
Basel, 31. Januar 1770

Bale ce 31 janv. 1770

Monsieur mon tres cher Confrere

La lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire du 18 Decembre v. st. 1769 m'a rempli de joye<sup>[1]</sup>. Assurement vous m'aimez et je reconnois tout le prix de cette amitié de votre part pour un pauvre vieillard dont le plus grand merite est de s'être attiré quelque part à l'estime de M<sup>r</sup> Votre Illustre Pere. Digne Pere et Digne fils! que je vous respecte, admire, estime et aime: Vos prosperités sont les miennes; votre gloire renvoie quelques rayons sur moi; vous me faites participant des dons les plus pretieux que la Providence repand sur vous et votre chere famille; on ne sauroit prendre plus de part à tout ce qui vous regarde; agréez toujours les hommages de mon cœur; j'ose dire de ma tendresse.

Si votre nouvelle charge de Secretaire de l'Academie est fort importante et honorable, on ne sauroit disconvenir qu'elle est extremement penible: mais songez, Monsieur, que vous etes à la vigueur de votre age et qu'il n y a pas au monde de joye plus vraie et plus pure que de se rendre utile à la societé; chaque jour de travail vous facilitera celui du lendemain; en forgeant on devient forgeron, ne

sentez vous pas actuellement la verité de ce proverbe? Pour moi je souhaite qu'il plaise à S. E. Monsieur le Comte Orlov, notre Digne Chef, de vous laisser dans ce poste tant que vous y trouvez de l'avantage.

J'apprends avec plaisir, que mon petit memoire *De mensura sortis etc.* soit arrivé à bon port, et je suis flatté, on ne peut pas plus, que l'Academie ait bien voulu l'honorer de ses suffrages. En Angleterre on est curieux de ces sortes de matieres, qui tendent à la perfection des calculs politiques; mais il me semble qu'on ne l'est gueres en France; pour moi je n'ecouterai que les suffrages de l'Academie de S<sup>t</sup> Petersbourg: je me mettrai donc incessamment à dresser un second memoire, où j'examinerai la seconde hypothese en supposant, conformément à l'experience, la naissance des garçons plus nombreuse que celle des filles. La reduction de ce probleme n'est pas des plus faciles; mais le plus grand obstacle, que je trouve à surmonter, c'est mon grand age, qui reclame ses droits; les vertiges et foiblesses de tete ne me permettent presque plus la moindre aplication. Je me repose sur l'amitié de M<sup>r</sup> Votre Pere, qui ne doit pas se faire de la peine à m'avertir, qu'il est tems que je cesse d'ecrire, reflexion humiliante de se connoitre si peu soi meme et peutetre encor plus consolante.

Mess<sup>rs</sup> Mallet et Pictet m'ont remis la boussole d'inclinaison et je l'ai fait remettre à la Veufe Dietric {Dietrich}; ces deux Astronomes me paroissoient desolés du peu de succès, qu'ils ont eu de leur penible voyage: Vous avez bien raison de vous reiner contre les caprices de Venus. Ils m'ont remis aussi de la part de l'Academie les relations imprimées des observations faites à Oumba {Umba}, Ponoï, Kola et Orenbourg; je vous prie de Lui en temoigner ma reconnoissance; j'attends avec impatience les observations faites par M<sup>r</sup> Votre frere {Christoph} à Orsk'. Le Pere Hel {Hell} doit avoir eu un succès complet, ce qui joint à son habileté extraordinaire, donnera un grand prix à ses observations: j'espere que toutes les circonstances concourront à y pouvoir rapporter toutes les observations, qui meritent quelque attention: jusqu'ici je n'ai entendu parler d'aucune observation qui ait eu ce grand avantage: à celles de Kola il manque le second contact de la sortie: cependant l'observation des deux contacts d'entrée jointe à celle du premier contact de sortie suffisent pour determiner à peu près le moment du second contact de sortie. Je vous suis infiniment obligé, mon cher Confrere, du prospectus dont vous m'avez regalé de toutes les observations faites au Nord; quand on aura une table pareille complete, on pourra fort raisonnablement rectifier les observations les unes par les autres, lorsqu'il ne s'agira que d'un petit nombre de secondes.

J'ai admiré la grande harmonie entre les observations faites à Stockholm et à Upsal<sup>[2]</sup>; les observations de Petersbourg ne s'accordent pas tout à fait si bien entre elles. Generalement parlant, il semble que le contact exterieur est plus vague que l'interieur; à Petersbourg le plus grand desaccord pour le contact interieur n'etoit que de 14'' et dans le second contact, il se trouve de 27''. À Stockholm ce desaccord est pour le contact interieur de 3'' et pour l'exterieur de 16''; à Upsal de 6'' et de 11''. Si ce n'est pas là un effet du hazard, il me semble que le choix des observations du contact interieur est preferable aux autres. C'est grand damage que l'observation de Jakoutzk ait eu si peu de succès à tous egards. Il me semble que le second contact



du P. (Christian) Mayer a été marqué trop tard et qu'il est difficile de saisir le vrai moment du contact extérieur. Quand il s'agit de prendre un milieu entre les résultats de plusieurs observations, je ne suis pas content de la règle dont on se sert de prendre le milieu arithmétique entre toutes les observations: par là on donne un même prix à chaque observation, pendant que souvent tout le monde conviendra qu'une observation mérite plus d'attention que l'autre: cependant un plus habile observateur peut avoir eu du malheur dans son observation et le moins habile du bonheur; il me semble que le meilleur parti à prendre c'est de prendre d'abord le milieu arithmétique et de juger du prix de l'observation et de l'attention qu'elle mérite par son éloignement depuis ce milieu arithmétique; plus elle s'en éloigne moins je lui accorderois de prix; ensuite je multiplierois chaque observation par son prix et diviserois la somme des produits par la somme des prix. L'observation du Prof. (G.M.) Lowitz à Gurief sera fort importante, quand on saura bien la position de Gurief.

Je recevrai avec toute la reconnaissance possible les excellens ouvrages dont vous me parlez; Vous m'aviez déjà annoncé quelques autres ouvrages Académiques dans votre avantdernière; mais je n'en ai pas reçu de nouvelles de Leipsic, quoique je m'en sois informé.

J'ai une grandissime idée de la nouvelle méthode de M<sup>r</sup> Votre Pere de déterminer tous les élémens des comètes par trois bonnes observations<sup>[3]</sup>. La méthode du P. Mayer d'observer les lieux de la comète me paroît fort bonne. J'enverrai tout cela à Neufchatel pour être inséré dans un ouvrage périodique qu'on y imprime; on ne sauroit trop répandre ces sortes de nouvelles littéraires<sup>[4]</sup>.

J'ai reçu le billet de change de la valeur de 200 Roubles et j'ai l'honneur de vous en envoyer le récépissé ci-joint. Les conjonctures présentes, à jamais glorieuses au Règne d'à présent et à la Nation de Russie, me rendent cette marque de bienveillance bien précieuse. Je vous supplie, Monsieur, d'en témoigner toute ma reconnaissance à Son Excellence, Monsieur le Comte Orlov: l'appréhension d'importuner ce Seigneur m'empêche de lui faire moi-même mes très humbles remerciemens. Je vous fais aussi le depositaire de mes sentimens de respect et d'attachement pour M<sup>rs</sup> Votre Pere, Madame Votre Mere et toute leur chère Famille, en vous priant de les leur faire agréer comme venant de leur plus ancien et plus zélé serviteur et ami.

Le style cordial de cette lettre vous aura fait remarquer, qu'elle ne doit pas être envisagée comme écrite d'un Académicien au Secrétaire de l'Académie; ce n'est pas, comme vous voyez bien, un dépôt à faire aux Archives de l'Académie. Tout ce que je souhaite est que vous me regardiez toujours comme le plus dévoué de Vos serviteurs et le plus zélé de vos amis.

Daniel Bernoulli

- A. 4 Antwort D. Bernoullis auf J.A. Eulers Brief Nr. 3  
 Basel, 31. Januar 1770  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 57, Bl. 21–22v  
 Randnotiz: «reçu ce 11 fevrier 1770, lû à l'Academie ce 26 fevrier 1770»  
 Am 9. März (26. Februar) in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 735)
- [1] Cf. Brief Nr. 3.  
 [2] Die Beobachtungen des Venusdurchgangs vor der Sonne wurden in Stockholm von Ferner, Wilcke und Wargentin vorgenommen, in Uppsala von Strömer, Melander und anderen Astronomen (cf. Wargentin 1769a; derselbe Band 59 der *Philosophical Transactions* enthält auch weitere Mitteilungen über die Beobachtungen der Venus in verschiedenen Ländern).  
 [3] Cf. die unter L. Eulers Leitung zusammengestellte Abhandlung von Lexell zur Berechnung der elliptischen Kometenbahnen (1770), die auf Eulers entsprechender Theorie beruht und sich deshalb (als E. 389) im Eneström-Verzeichnis findet.  
 [4] Cf. D. Bernoullis Artikel (1770a) über den Kometen von 1769, der hier als Anhang abgedruckt ist.

## 4A

Anhang zum Brief D. Bernoullis an J.A. Euler vom 31. Januar 1770

**Observations astronomiques  
 sur la Comète, qui a paru l'année dernière,  
 communiquées par M. le professeur Bernoulli de Bâle**

(Nouveau Journal Helvetique, Mars 1770, p. 355–358)

Le célèbre M. Leonard Euler vient de découvrir une nouvelle méthode pour calculer avec beaucoup de précision l'orbite d'une Comète, dont on a fait trois bonnes observations. L'habile M. Lexell, Adjoint de l'Académie Impériale des Sciences, en a fait l'application à la Comète remarquable qui a paru l'année dernière et dont on a plusieurs observations faites avec une grande exactitude, tant avant qu'après son passage par le périhélie. Nous nous croions d'autant plus obligés d'annoncer les résultats de ces calculs, qu'il est certain que jusqu'ici aucune orbite de Comète n'a été déterminée aussi exactement que celle-ci.

En voici d'abord les principaux élémens:

I. Longitude du nœud ascendant

$$V^s. 25^{\circ}, 3', 26'' + 0,7'' \cdot \alpha - 1,8'' \cdot \beta.$$

II. Inclinaison de l'orbite à l'écliptique

$$40^{\circ}, 49', 58'' + 26''\alpha - 34''\beta.$$

III. Elongation du Périhélie au nœud ascendant

$$30^{\circ}, 46', 54'' - 10''\alpha + 41''\beta.$$

## IV. Demi-Paramètre

$$0,244986 - 0,000068 \cdot \alpha - 0,000168 \cdot \beta.$$

## V. Excentricité

$$0,997489 + 0,000023 \cdot \alpha - 0,000002 \cdot \beta.$$

## VI. Distance du périhélie au Soleil

$$0,182644 - 0,000032 \cdot \alpha + 0,000041 \cdot \beta.$$

## VII. Demi-axe transverse

$$48,86336 + 0,44664 \cdot \alpha - 0,02385 \cdot \beta.$$

En supposant la distance moyenne du Soleil à la terre = 1.

## VIII. Tems périodique

$$341,566 + 4,599 \cdot \alpha - 0,160 \cdot \beta \text{ années.}$$

## IX. Passage par le Périhélie

$$A^{\circ}. 1769, \text{ Oct. le } 7, \text{ nouv. st. à } 15 \text{ heures } 6 \text{ minutes } - 4,11' \cdot \alpha + 4,81' \cdot \beta.$$

Tems à Paris.

Les lettres  $\alpha$  et  $\beta$  marquent ici des quantités indéterminées, ou positives ou negatives, qui se rapportent à l'incertitude des observations; ensorte que si les erreurs des observations ne surpassent pas une minute de grand cercle, les lettres  $\alpha$  et  $\beta$  sont plus petites que l'unité, et si les erreurs dans les observations montoient à deux ou trois minutes, ces lettres pourroient aussi atteindre jusqu'à deux ou trois unités. D'où l'on voit que, pourvû que les erreurs dans les observations ne surpassent pas une minute, le tems périodique ne s'écartera pas de la verité au-delà de cinq ans.

Au reste, il est bon d'ajouter ici, que ces élémens de l'orbite de la Comète sont fondés sur trois observations que M. Messier en a faites à Paris le 8e. Août, 4e. Septembre et 24e. Octobre.

Il est aussi à propos de communiquer ici les observations de cette Comète que le célèbre P. (Christian) Mayer, Astronome de S. A. S. l'Electeur Palatin, a faites à l'observatoire de l'Académie Imp. de S. Pétersbourg. Où l'on remarque qu'il s'étoit d'abord glissé une erreur dans le calcul de la dernière observation du 22e. Octobre, telle qu'elle se trouve insérée dans la *Gazette de Pétersbourg*, et dont il sera aisé de se convaincre en repassant le calcul. On a eu soin de redresser cette faute, comme on le verra par la Table suivante.

**OBSERVATIONS de la Comète faites à l'Observatoire de l'Académie Impériale de S. Pétersbourg, par le P. MAIER, Astronome de S. A. S. Mgr. l'Electeur Palatin.**

Mois & Jours	Temps vrai.	La Comète étant comparée avec	Asc. droite	Déclinai. Bor.	Longitude	Latitude Austr.
nouv. stile.	h. m. s.		dégr. m. s.	dégr. m. s.	sign. dégr. m. s.	dégr. m. s.
Août 31.	14, 18, 6	Aldebaran	66, 44, 54	8, 14, 46	2, 6, 19, 39	13, 19, 49
Sept. 3.	14, 17, 2	$\alpha$ d'Orion	77, 4, 32	6, 14, 19	2, 16, 34, 56	16, 37, 48
- - - 5.	12, 54, 22	$\alpha$ d'Orion	85, 7, 28	4, 28, 46	2, 24, 51, 42	18, 54, 10
- - - 6.	15, 38, 51	$\alpha$ d'Orion	90, 25, 3	3, 23, 33	3, 0, 25, 37	20, 4, 34
- - - 7.	15, 48, 12	$\alpha$ d'Orion	95, 6, 49	2, 12, 2	3, 5, 28, 50	21, 10, 16
- - - 9.	15, 34, 33	Alhajoth	105, 30, 42	A.O. 9, 11	3, 16, 51, 13	22, 43, 6
- - - 10.	15, 37, 45	Procyon	109, 58, 13	1, 28, 42	3, 21, 50, 51	23, 26, 37
Octob. 22.	6, 40, 13	$\epsilon$ d'Hercule, épaule droite.	228, 36, 50	1, 16, 34	7, 16, 30, 58	B. 16, 9, 31

5

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 8. September 1770

Monsieur mon tres honoré Confrere!

J'ai l'honneur de Vous adresser les deux memoires ci-joints pour notre Academie<sup>[1]</sup>. Des vertiges continuelles et d'autres infirmités ne m'ont pas permis de le faire plutot; j'ai bien peur qu'ils ne sentent ma caducité: sur tout celui qui traite de *motu mixto laminarum elasticarum a percussione*. Je voudrois que cette matiere fut traitée par une main plus habile que la mienne. Quand on envisage les ressorts comme materiels et par consequent pesans, on tombe tout d'un coup dans de grandes difficultés: imaginez Vous une suite de corps rangés en ligne droite et liés ensemble par des ressorts immateriels intermediaires et que le premier de ces corps soit choqué ou qu'on lui imprime tout d'un coup une vitesse donnée, dans la direction de la longueur du sisteme; comment cette vitesse et ce mouvement se distribueront ils aux autres corps? Cette question deviendra encor beaucoup plus difficile, si les ressorts intermediaires ont des longueurs considerables et qu'ils soient envisagés comme materiels: mais ne supposez que deux corps egaux avec un seul ressort entre d[eux]; supposez meme que ce ressort soit immateriel et qu'il n'admette qu'une compression infiniment petite; je demande, si dans ce cas on peut considerer les deux corps unis ensemble, comme ne faisant qu'une seule et meme masse? Je vois en general, qu'il y aura un double mouvement; l'un progressif, par lequel le centre de gravité est mû uniformement; l'autre vibratoire, par lequel chaque corps s'approche et s'éloigne alternativement du centre de gravité; mais si les vibrations font des excursions infiniment petites, doivent elles etre negligées? ou bien entrent-elles toujours en ligne de compte à cause de la rapidité infinie

de leur succession? Il me semble encor que lorsque le premier corps est choqué jusqu'à prendre une vitesse donnée, il faut necessairement avoir egard au petit tems que le choq dure: c'est pourquoi je suppose que ce premier corps prend sa vitesse  $c$  dans un instant et si le ressort intermediaire est supposé admettre la plus petite compression, l'autre corps peut etre censé demeurer en repos pendant cet instant de sorte que la force vive est simplement  $= cc$ ; dans cet instant la vitesse du centre de gravité sera  $= \frac{1}{2}c$  et, sans doute, cette vitesse demeure ensuite la meme de sorte que la force vive du mouvement progressif ne sera que  $\frac{1}{2}cc$  et la force vive qui resulte du mouvement de vibration sera pareillement  $= \frac{1}{2}cc$ ; si on ne faisoit pas attention à ce mouvement de vibration, en supposant le ressort intermediaire absolument incapable de la moindre compression, il faudroit donner au mouvement progressif la vitesse  $= c\sqrt{\frac{1}{2}}$ ; mais tous les corps ont un petit degré de compressibilité; c'est pourquoi je croirois que la moitié de la force vive est toujours employée au mouvement de vibration, quelque insensible qu'il puisse etre.

Voilà comme on est souvent arrêté par des elemens, dont on connoit l'existence sans connoitre leur façon d'exister. Il semble que nous ne connoissons pas assez ni la lumiere ni l'organe de la vue; on forme des hypotheses, qui ne sont pas exactement vraies: l'ouvrage mathematique est superieurement excellent et le physique assez mediocre. Dans les lunettes achromatiques, il est facile de reunir dans un meme point les rayons de differentes couleurs partis d'un meme point; on suppose alors que l'image est entierement la meme que l'objet; il y a cependant une difference qui est peutetre essentielle; le rayon rouge et le violet, partis d'un meme point de l'objet, se croisent à l'endroit de l'image, pendant qu'ils demeuroient unis en partant de l'objet; ces deux rayons se dispersent une seconde fois et frappent deux differens points sur la retine ou sur la choroïde. La distance entre ces deux points peut etre extremement petite, mais comparée avec la grandeur de l'image peinte au fond de l'œil elle pourroit bien faire un effet sensible; c'est peutetre au fond de l'œil, qu'il faut tacher de redresser la dispersion de chaque rayon primitif; encore ce point de reunion seroit-il le sommet d'un cone au lieu d'etre l'extremité d'une ligne: Un negre blanc seroit plus propre à consulter qu'un autre sur la question, si dans les lunettes de Dollond c'est la seule grandeur de l'ouverture qu'on peut donner à leur objectif, qui les rende si superieures aux autres; car ce negre blanc devroit trouver ces autres lunettes tout aussi bonnes, qu'on trouve celles de Dollond. C'est bien dommage, que cet habile opticien ne veuille pas declarer le mot de l'enigme. Le parlement devroit acheter ce secret et le publier. J'ai un peu travaillé autrefois sur cette matiere et j'ai eu la meme idée que Mons<sup>r</sup> Votre Pere dans les *Memoires* de l'Academie de Berlin pour l'année 1766 pag. 119, en laissant un intervalle entre deux verres, qui formoient l'objectif<sup>[2]</sup>. Il me semble meme avoir trouvé alors que les deux lentilles pouvoient etre taillées de la meme espece de verre et que toutes mes formules ressembloient beaucoup à celles de M<sup>r</sup> votre Pere et m'avoient conduit aux memes conclusions: mais je ne me souviens de tout cela que tres confusement; tout ce que je puis dire est que j'avois prié M<sup>r</sup> le D<sup>r</sup> Risler de Mulhousen, habile Artiste, de me construire des lunettes suivant les dimensions que mes principes

m'avoient indiquées; je crois que le foyer étoit d'environ 34 pouces et la distance entre les deux verres autour de 15 l[ignes]. Le premier verre étoit plan et concave, le second concave et convexe. J'avois, par hasard, cette lunette d'approche chez moi, quand mon Neveu de Berlin (Johann III) étoit à Bale; il l'essayoit sur Jupiter; la planète lui a paru fort tranchante et sans couleur; mais il ne voyoit aucun satellite; il est vrai que l'oculaire avoit un foyer, à mon avis, de beaucoup trop grand. Enfin je ne fus point content de mon premier essay. Je me souviens aussi qu'en examinant moi même la lunette sur des objets éloignés d'environ 200 pieds (c'étoient des traits noirs d'un cadran solaire) je les voyois sans couleur; mais aussitôt que mes foibles yeux étoient fatigués, les traits noirs étoient bordés des couleurs prismatiques; ainsi les couleurs accessoires ne sont pas toujours l'effet de la lunette. Je souhaite, Monsieur, que quelque grand artiste, digne de travailler sur les idées de Mons<sup>r</sup> votre Pere, mette ses differens devis en execution et que ce soit avec un succès qui reponde enfin à la solidité de la theorie; mon zele pour la gloire du Geometre ne peut etre comparé qu'avec celui que j'ai pour le bien public et pour l'avancement des sciences.

J'ai reçu de Berlin les *Memoires* des années 62, 66 et 67: J'ai lu avec autant de plaisir que d'instruction les savans memoires de Mess<sup>rs</sup> Euler. Celui de M<sup>r</sup> Votre Pere sur l'effet du frottement dans l'équilibre<sup>[3]</sup> a. 1762 ne differe pas essentiellement d'un memoire de mon frere (Johann II), qui a remporté le prix sur les cabestans, proposé il y aura environ 30 ans<sup>[4]</sup>. Vos cinq memoires sur les refractions sont aussi des morceaux bien pretieux<sup>[5]</sup>, particulièrement pour moi qui aime beaucoup la physique experimentale. Les experiences du cinquieme memoire meritent bien qu'on les repete, car les variations observées me paroissent encor trop irregulieres; on pourroit peutetre imaginer d'autres methodes plus sures. Vous dites, Monsieur, dans la seconde experience, pag. 329, que le thermometre de M<sup>r</sup> de Reaumur (partagé en 80<sup>d</sup> depuis la congelation jusqu'à l'eau bouillante) montroit dans l'air libre 34<sup>d</sup>, c'étoit le 23 aoust à midi. Voilà une chaleur qui me paroît excessive; car la plus grande chaleur que j'aye vu citée pour tout le globe de la Terre n'a montré que 28<sup>d</sup>, c'étoit au Senegal a. 1734. Si le thermometre, lors de votre observation, a été exposé aux rayons du Soleil dans un beau jour, vous avez oublié de le marquer.

Vous ne croyez pas, Monsieur, que l'augmentation de la refraction causée par celle du froid doive etre attribuée à l'augmentation de la densité des matieres refringentes. M<sup>r</sup> Risler m'envoya un jour 8 ou dix sortes de verres differens, en me marquant pour chaque sorte la refraction, qu'il étoit persuadé avoir observée avec beaucoup d'exactitude, et en me priant d'en prendre les pesanteurs specifiques: c'est ce que j'ai fait, aidé d'un de mes amis, avec beaucoup de precision, etant fort bien outillé pour cet effet. Dans chaque morceau de verre, la pesanteur specifique fut trouvée d'autant plus grande, que sa force refractive avoit été déterminée plus grande; il y avoit même un morceau de cristal d'Angleterre; il étoit specifiquement le plus pesant, comme il étoit le plus refractif. Cependant je scai bien que l'extension du verre par la chaleur est fort petite, et votre decision doit l'emporter sur celle de tous les autres, qui n'est fondée sur aucune experience, à moins qu'on

ne voulût dire que le froid puisse aplatir un peu les lentilles, ce qui ne me paroît pas vraisemblable. Avec tout cela j'avoue, que cet effet contraire pour les lentilles simples et pour vos menisques remplis de divers fluides me surprend et qu'il conviendrait de le confirmer encor d'avantage<sup>[6]</sup>.

J'ai reçu, il n'y a pas longtems, le XII. Vol. de vos *Memoires* et mon Neveu de Berlin (Johann III) me marque qu'il a reçu pour moi le treizieme volume de ces *Memoires*, avec les observations de M<sup>r</sup> Votre frere (Christoph), de M<sup>r</sup> Islenief {Islen'ev} et un ouvrage du P. (Christian) Meyer {Mayer}; je vous prie, Monsieur, d'en faire mes tres humbles remerciemens là où il convient; j'attends avec impatience ces pretieux presens litteraires<sup>[7]</sup>. L'Academie n'a-t-elle rien reçu de Mess<sup>rs</sup> Mallet et Pictet, depuis leur arrivée à Geneve? Le premier m'avoit promis de me donner de ses nouvelles; mais je n'en ai eu aucune directement. Les observations du P. Hell, dont vous saurez sans doute à present le resultat, suppléeront aparemment au peu de succès qu'ont eu les Astronomes qui ont été envoyés en Lapponie<sup>[8]</sup>. Je suis charmé de l'heureux succès de M<sup>r</sup> le Prof. (G.M.) Lowitz à Gurief; vous ne devez plus ignorer à present le detail de toutes ses observations; quand tout cela aura passé par les mains de M<sup>r</sup> votre Pere, nous saurons à quoi nous en tenir. Je vous prie de presenter à ce grand homme mes hommages de veneration, de respect et du plus parfait devouement. Peut on etre penetré de ces sentimens, autant que je le suis, sans les etendre à tout ce qui a le bonheur de lui appartenir? Ses bontés et les votres m'attendrissent jusqu'aux larmes. Je Vous embrasse et tant que je vivrai je ne cesserai d'être le plus devoué et le plus zélé de vos serviteurs et de vos amis.

Daniel Bernoulli

Basle ce 8 sept. 1770.

P. S. Vous aurez sans doute reçu, Monsieur, le recepissé, que j'ai eu l'honneur de vous envoyer au commencement de cette année, de ma pension; je vous prie, lorsqu'il s'agira de me remettre ma pension, de faire marquer mon nom de signature (Daniel Bernoulli) par écrit au Banquier, car jusqu'ici le Banquier l'a toujours estropié et quelques fois cela occasionne des difficultés.

Les nouvelles publiques sont toujours à souhait. Si vous saviez combien on y prend part dans toute la Suisse, vous seriez bien content de notre petit coin de la terre, qui fait votre Patrie et la mienne, quoique nés l'un et l'autre bien loin de ces Cantons, vous à Petersbourg et moi à Grœningue.

A. 5 Brief D. Bernoullis an J.A. Euler

Basel, 8. September 1770

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 57, Bl. 155–156v

Am 8. Oktober (27. September) in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 765)

[1] Damit sind D. Bernoullis Abhandlungen über Wahrscheinlichkeitstheorie (1771, DB. 59b) und über elastische Streifen (1771, DB. 61) gemeint. Die Originalmanuskripte dieser Abhandlungen Bernoullis befinden sich in der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 26, 28), ebenso deren Entwürfe (C. 25, 27).



- [2] Cf. L. Eulers Abhandlung über die Öffnungsfehler von Linsen (E. 353). Dieser Abhandlung über die sphärische Aberration einfacher Linsen folgten unmittelbar einige weitere dioptrische Arbeiten Eulers, die schliesslich in einer allgemeinen Theorie (E. 844) gipfelten und deren Ergebnisse in dem gross angelegten Lehrbuch *Dioptrik* (E. 367, 386, 404) ihren Niederschlag fanden. – Cf. Habicht (1983), Fellmann (1983b).
- [3] Cf. L. Eulers Abhandlung über die Reibung (E. 382).
- [4] Cf. J. II Bernoullis Pariser Preisschrift (1745).
- [5] Cf. J.A. Eulers Abhandlungen über die Refraktion in Flüssigkeiten (A. 28).
- [6] D. Bernoulli kannte möglicherweise den Vorschlag von G.H. Grummert (1747) aus Bjala in Polen, durch Glasplatten und Hohlzylinder begrenzte Wasserlinsen herzustellen, deren Brennweiten mittels des Wasserdrucks variiert werden könnten. Es ist kaum zu fassen, dass Grummert – im Zeitalter Eulers! – an den sphärischen Charakter dieser Linsenoberflächen glaubt und deshalb den unbestreitbaren Vorteil der asphärischen Durchbiegung übersieht. – Cf. Fellmann (1963, p. 170).
- [7] Sämtliche Materialien der in Russland durchgeführten Beobachtungen des Venusdurchgangs wurden in einem separaten Band der *Petersburger Novi Commentarii* (Bd. 14:2) gedruckt. Dieser Band enthält Beschreibungen der Beobachtungen von Mallet in Ponoï, Pictet in Umba, Rumovskij in Kola, G.M. Lowitz in Gur'ev, W.L. Krafft in Orenburg, Ch. Euler in Orsk und Islen'ev in Jakutsk (cf. die Bibliographie) sowie eine ausführliche Instruktion von L. Euler für die Auswertung der Beobachtungen (E. 397). Informationen über diese Materialien wie auch über die Beobachtungen von Ch. Mayer wurden in russischer Sprache mit einer umfangreichen Einleitung von Rumovskij (1771) veröffentlicht.
- [8] Cf. Hell (1770).

## 6

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 16. Februar 1771

Monsieur mon tres-honoré Confrere

Je viens de recevoir la lettre de change, que Vous avez eu la bonté de m'envoyer de la part de l'Academie Imperiale des sciences en payement de ma pension de l'année passée. Il est vrai que le dechet de ces pensions est considerable; de mon tems le change etoit ordinairement autour de 54 stub. p. Rbl. mais ce qu'il y a de plus facheux c'est que tous les besoins de la vie ont rencheri au double: cela veut dire que l'argent ne vaut plus que la moitié de ce qu'il valoit il y a 40 ans. Ce n'est pas tout, quant à mon petit particulier. Les negocians de cette ville, qui se chargent de nos fonds, ont souvent la modestie de se declarer insolubles; j'avois converti autrefois quelque partie de mon patrimoine en rentes viageres en France, auxquelles on s'avise de tems en tems de faire quelque nouvelle amputation. Accoutumé à de pareils revers, je suis bien eloigné d'avoir quelque regret aux petites reductions de ma pension Academique; j'admire plutôt l'exactitude du payement. Vous savez que la corne d'abondance se trouve rarement à coté des trophées. Je suis donc plus sensible que jamais aux bontés, que l'Academie continue à me marquer. Je vous prie, mon tres-honoré Confrere, de Lui en temoigner ma reconnaissance, sur tout à Son Excellence Monsieur le Comte Orlov. Je joindrai à la presente, la

reconnaissance du paiement de ma pension telle que je l'ai faite ci-devant, comme vous me marquez de le faire.

Je ne m'attendois pas en verité au favorable accueil que l'Academie a daigné faire à mes deux derniers memoires: mes foiblesses et embaras de tete ne me quittent plus; la precaution meme de ne prendre mon vol que terre à terre, commence à me devenir inutile.

La derniere perfection de la theorie de la Lune etoit donc reservée à M<sup>r</sup> votre tres Illustre Pere. On ne sauroit prendre plus de part, que je le fais, à sa gloire; je vous prie de Lui en faire mes complimens et de Lui dire de ma part tout ce qui pourra Lui exprimer mes sentimens d'affection, de tendresse et de la plus profonde veneration. Il me semble que le parfait accord entre sa theorie et les phenomenes est un grand argument pour prouver que les mouvemens des astres se font avec une liberté parfaite et que la moindre resistance devoit se manifester dans les petites inegalités et perturbations de la Lune, dont le volume est si petit et qui est si proche de la Terre et de son atmosphere.

M<sup>r</sup> Mallet ne m'a pas ecrit depuis son dernier passage à Bale; est on un peu content chez vous de ses memoires et de ceux de M<sup>r</sup> Pictet? Il n'y a personne à Bale qui tienne le *Journal encyclopedique* ni la *Gazette litteraire de Berlin*; j'en accuse l'indolence de nos marchands libraires. Si j'avois scu, que vous enrichissés ces ouvrages periodiques de vos tresors et de ceux de l'Academie, je me serois arrangé pour les avoir regulierement; j'ecrirai là dessus à mon neveu (Johann III).

Je n'ai pas encor reçu le XIII. vol. des *Commentaires* ni le reste de l'envoy dont vous me parlez, mais j'espere de le recevoir par la premiere occasion: je recevrai les ouvrages de M<sup>r</sup> votre Pere avec toute la reconnaissance imaginable: j'y puiserai de nouvelles instructions et j'en serai redevable à la personne du monde que je chers et respecte au delà de toute expression: je regrette tout le tems de ma vie, que je n'ai pas passé avec cet Illustre Compatriote. Depuis la mort de feu mon Pere je n'ai pas eu occasion de parler un mot de mathematique, qui eut pu réchauffer l'esprit de recherches.

Le portrait que vous me faites du grand Prince Henri {Heinrich} de Prusse repond parfaitement à tout ce que j'en avois deja entendu dire; les gazettes nous ont appris la magnifique reception, qu'on lui a faite à Petersbourg, egalemeut digne de la plus auguste Souveraine (Katharina II.) et du plus grand Prince. L'entretien, que ce Prince a eu avec M<sup>r</sup> Votre Pere, le Prince de tous les Geometres, et avec d'autres Academiciens fait une brillante epoque pour notre Academie, qui etoit assemblée en Corps. C'est le second Frere du Roi (Friedrich II.), qui a fait cet honneur à l'Academie, mais tous les Freres de Roi ne sont pas des Princes Henry de Prusse <sup>[1]</sup>.

Vous aurez sans doute reçu le 8<sup>e</sup> volume du *Recueil des pieces qui ont remporté des prix de Paris*: il y en a une de moi sur la maniere la plus avantageuse de suplérer à l'action du vent sur les grands vaisseaux a. 1753<sup>[2]</sup>. Je vous avoue que j'ai toujours eu quelque predilection pour ce memoire; il y a des idées toutes neuves sur l'œconomie des forces animales, sur l'action la plus avantageuse des rames, qui dans la theorie n'admettent d'autre perfection que l'agrandissement des pales,

mais dont on peut faire un mauvais usage. J'ai été conduit par une theorie bien etablie, si je ne me trompe, pour les vaisseaux à haut bord, à une nouvelle espece de rames: ce sont des rames suspendues verticalement balancées avec force dans un plan perpendiculaire à la quille, le plan de la pale faisant un angle avec la quille d'environ 70<sup>d</sup> et la suspension etant telle que cette pale se renverse d'elle meme au moment que la rame est poussée ou tirée en sens contraire de maniere qu'elle presente à l'eau alternativement l'une ou l'autre de ses deux surfaces, en faisant une rotation d'environ 40<sup>d</sup>. Ne pourroit-on pas engager l'Academie à honorer ce memoire de quelque attention et peutetre à faire faire un petit essay de deux ou de quatre de ces rames sur un boyer: je pourrais en ce cas donner tous les eclaircissemens necessaires en conformité de ma theorie<sup>[3]</sup>.

Vous aurez sans doute appris la succession de votre Cousin (Christoph II Gengenbach) à la charge de feu M<sup>r</sup> votre Oncle (Christoph I Gengenbach); je vous en fais mes compliments. C'est notre Université qui nomme à cette charge qui donne le titre de Professeur en Musique à cause des leçons publiques qui y sont attachées.

Nous avons possédé pendant un couple de jours le Celebre M<sup>r</sup> de Lalande: il etoit surtout curieux de voir les Parens du grand Euler; ce sont les termes dont il s'est servi.

Je finis en vous priant de m'honorer toujours de votre chere amitié et d'être assuré que je ne negligerais rien pour la meriter et pour vous temoigner l'attachement inviolable et l'estime toute particuliere, avec laquelle j'ai l'honneur d'être,

Monsieur mon tres Honoré Confrere  
 Votre tres humble et tres-obeïssant Serviteur  
 Daniel Bernoulli

Bale ce 16 fevrier 1771.

J'ai reçu hier votre derniere du 22 janv. n.st. avec la 2<sup>de</sup> lettre de change et l'incluse pour M<sup>de</sup> (Anna Maria) Gengenbach, à qui je l'ai envoyée dans le moment en lui faisant dire que si elle avoit une reponse à faire, elle n'avoit qu'à me l'envoyer ce matin. Je n'ai encor rien reçu et la poste va partir. Dans ce moment je recois la ci jointe.<sup>[4]</sup>

A. 6      Brief D. Bernoullis an J.A. Euler  
 Basel, 16. Februar 1771  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 58, Bl. 11–12v  
 Randnotiz: «reçu ce 27 fevrier 1771, lû à l'academie ce 28 fevrier 1771»  
 Am 11. März (28. Februar) in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 9)

- [1] Prinz Heinrich von Preussen besuchte die Petersburger Akademie am 27. (16.) Oktober 1770, bei welcher Gelegenheit ihm alle Akademiemitglieder persönlich vorgestellt wurden (cf. *Protokoly* 2, p. 768).
- [2] Cf. D. Bernoullis Pariser Preisschrift (1769, DB. 47).

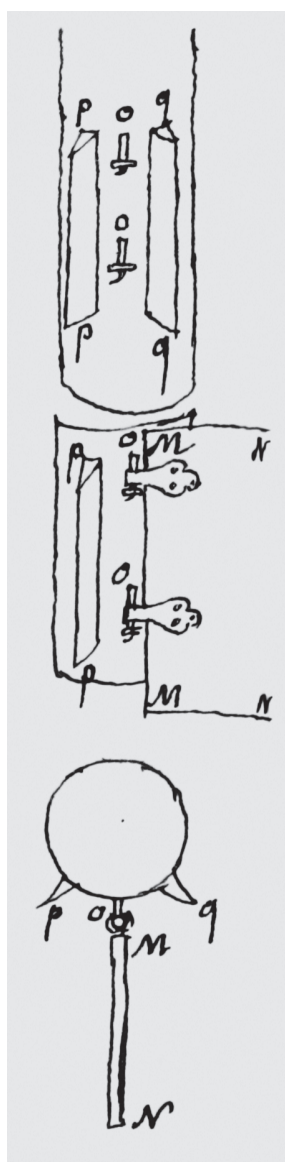
- [3] Gemäss den Akademischen Registern forderte Generaldirektor Orlov am 15. (4.) März 1771 ein Gutachten über den von D. Bernoulli in seinem Brief gemachten Vorschlag an, die von ihm erfundene neue und verbesserte Art von Schiffsrudern an einem grossen Boot anzubringen (*Protokoly* 3, p. 9).
- [4] J.A. Eulers Brief an D. Bernoulli vom 22. (11.) Januar 1771, die Beilage für seine Tante Anna Maria Gengenbach-Euler und deren Antwortbrief, den D. Bernoulli seinem Brief beilegte, sind alle nicht erhalten geblieben.

## 7

J.A. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 7. Mai (26. April) 1771

Monsieur et très-illustre Confrère,

je n'aurois pas tardé de répondre à Votre très-gracieuse lettre du 16 fevrier, si le Comte Orlov, à qui j'en avois fait la lecture, ne l'avoit pas demandée et gardée chéz lui plusieurs semaines de suite. Ce que Vous y ditez de la nouvelle espèce de rames que Vous avez proposée dans Votre excellent mémoire au quel l'Academie de Paris a adjugé le prix l'an 1753<sup>[1]</sup>, a surtout excité l'attention du Comte et la curiosité de toute la cour. On demanda d'abord le sentiment de l'Academie sur cette importante découverte, et je me chargeai de faire un extrait de Votre piece pour la mettre en état de l'apprecier: je le fis avec d'autant plus de plaisir que j'avois aussi travaillé sur cette matiere il y a quelque tems, ayant fait voir dans un mémoire inseré dans les *Memoires* de l'Academie de Berlin, que quelques commodes que paroissent aussi les rames ordinaires pour la navigation, il seroit toute fois très avantageux de substituer à leur place des roües, pourvû qu'on n'en multiplie pas trop le nombre des pales et que les autres déterminations soient conformes aux résultats que nous donne la théorie combinée avec les experiences etc.<sup>[2]</sup>. Je lûs donc avec la plus grande attention Votre écrit couronné à si justes titres, Monsieur, et quoique dans l'exemplaire que j'en possède, et qui est l'unique qu'on trouve à Petersbourg, la seconde et principale planche de figures manquoit, je me vis bientôt en état d'y suppléer et d'en faire un extrait qui soit à la portée des artistes<sup>[3]</sup>. L'Academie en parût très contente et fit mettre dans le rapport qu'elle en fit à son chef, qu'elle croyoit qu'il vaudroit bien la peine de faire un essais de quatre ou six de Vos nouvelles rames sur une de ces *Jachts* à 8 Canons, dont S. M. I. (Katharina II.) se sert ici pour la promenade, souhaitant cépendant que Vous Vous donniez la peine, Monsieur, de lui fournir encore quelques lumieres sur la maniere la plus convenable d'appliquer Vos nouvelles rames à un tel vaisseau, pour qu'on les puisse rétirer sans difficulté et rémettre dans l'eau lorsqu'on en aura bésöin, sans qu'elles embarrassent le cordage. Quant aux rames mêmes, j'ai eu l'idée qu'au lieu de les composer de deux pieces, comme Vous le proposez dans Votre mémoire, Monsieur, on leur pourroit donner la structure suivante, que je soumêt entierement à Votre jugement.



Pour moi il me paroît au moins qu'on en retireroit le même avantage, c'est à dire que les pales se tourneront à propos d'elles mêmes et présenteront toujours leur faces contre l'eau. Je voudrois donc que la rame ne fût que d'une seule piece, mais pourvûe en bas de deux arrêts éloignés entre'eux d'un arc de 60 degrés. Je pratiquerois entre ces deux arrêts dans la ligne verticale éloignée également de chaqu'un d'eux, deux crochets *o, o*, et j'y suspenderois la pale *MN*, en sorte qu'elle puisse se mouvoir librement, comme une portiere, autour de ces crochets. Et alors il me semble que de cette façon ce sera toujours la force de l'eau même qui en poussant la pale *MN* alternativement contre l'un et l'autre arrêt *p, q*, la mettra à chaque allée et venue dans la situation requise pour faire avancer le vaisseau sans interruption. Ce n'est qu'une idée, et c'est à Vous, Monsieur, d'en faire usage ou de la rejeter entierement en cas que Vous ne la trouviez pas applicable<sup>[4]</sup>.

On est très content ici de Mssrs. Mallet et Pictet et de leurs mémoires qu'on a inserés dans le Volume de nos *Commentaires* qui vient de paroître<sup>[5]</sup>. Dès que l'Academie sera en droit d'élire de nouveaux membres étrangers, elle ne manquera point de penser à eux et aux services qu'ils lui ont rendûs<sup>[6]</sup>.

Le vaisseau sur le quel j'ai fait emballer le dernier envoi academique, a été obligé de passer l'hyver au port baltique, ainsi Monsieur Votre neveu (Johann III), auquel j'ai adressé les ouvrages que notre Academie Vous envoie, Monsieur, ne les recevra au plus tôt que vers la fin du mois de May. Je compte encore d'expedier sous la même adresse avec le premier vaisseau qui cette année-ci fera voile pour Stettin, le XIV<sup>me</sup> Tome de nos *Nouveaux Commentaires* en deux Volumes, le Calcul Integral 3 Volumes, la Dioptrique 3 Volumes, La Theorie des Comètes<sup>[7]</sup> et peut-être encore d'autres ouvrages de notre Academie, en cas qu'ils paroissent avant ce départ.



en Moldavie et Valachie: M. Lowitz observe à Mosdok; L'Évêque Frohodoff à Dmitrofsk', et M. Falck avec son aide, M. Georgi, examineront les provinces orientales de la Sibirie. Les premières parties des voyages de M<sup>rs</sup>. Gmelin, Pallas, Lapechin et Rytschkoff ont déjà paru, et contiennent beaucoup de recherches très intéressantes. On a commencé ces jours-ci à imprimer la nouvelle théorie des inégalités de la lune de mon père; ce la fera un ouvrage de deux volumes in quarto avec les tables qui actuellement, sans être encore corrigées par les observations, donnent déjà la lieu de la lune à un demi minute de près.

Mon père vous assure de ses plus tendres amitiés et j'ai l'honneur de vous témoigner l'estime toute particulière, avec laquelle je ne cesse d'être

Monsieur et très-illustre Confrère

écrit à la hâte  
à St. Pétersbourg  
ce 26<sup>e</sup> avril 1771.  
7 May

Votre

très-humble et très-obéissant serviteur  
Jean-Albert Euler

Nous avons appris avec beaucoup de satisfaction la succession de mon cher Cousin Gengenbach à la charge de feu M. son père, et j'aurai le plaisir de lui en féliciter au premier jour. Les Glaces de notre Neva s'en sont allées cette année-ci le 19 de ce mois vieux stile. Jusqu'à présent nous avons encore de très fortes gelées pendant les nuits, mais d'ailleurs des jours superbes pour la promenade.

Le Comte Orlov mon chef, dévênu depuis peu Chambellan de S. M. l'Impératrice, va partir dans peu de semaines avec Mad. son épouse et ses deux enfans, pour l'Allemagne, où il compte de passer 2 à trois ans: il ne s'est pas encore déterminé à ce que je sache, pour quelque endroit particulier; mais selon toutes les apparences fera t'il aussi un tour en Suisse, et alors il ne manquera pas de Vous venir voir: au moins paroît il avoir un grand désir de faire Votre connoissance, et de voir la Suisse<sup>[8]</sup>.

L'Academie a depuis peu reçu membres ordinaires les quatres adjoints, Krafft, Lexell, Lepechin {Lepekhn} et Guldenstaedt<sup>[9]</sup>; le premier pour la Physique expérimentale, le 2<sup>me</sup> pour l'Astronomie et les deux autres pour l'histoire naturelle. Les deux premiers sont avec nous et travaillent sous la direction de mon père: M<sup>r</sup> Lepechin va cet été à Archangel {Arkhangel'sk} et M<sup>r</sup> Guldenstaedt continuera à parcourir la Georgie et les Monts Caucases. M<sup>r</sup> {S.G.} Gmelin examine les produits des côtes de la Mèr Caspienne. M<sup>r</sup> Pallas conte de faire un voyage en Chine. Le Cap[itaine] Islenief {Islen'ev} fera des observations astronomiques en Moldavie et Valachie; M<sup>r</sup> {G.M.} Lowitz observe à Mosdok; l'Adjoint Inohodsoff {Inokhodcev} à Dmitrefsk {Dmitrievsk}, et M<sup>r</sup> Falck avec son aide, M<sup>r</sup> Georgi, examineront les provinces orientales de la Siberie. Les premières parties des *Voyages* de Mssrs. Gmelin, Pallas, Lepechin et Rytschkoff {Ryčkov} ont déjà parû et contiennent beaucoup de recherches très interessantes. On a commencé ces jours-ci à imprimer la *Nouvelle théorie des inégalités de la Lune* de mon père; cela fera un ouvrage de deux volumes *in quarto* avec les tables qui actuellement, sans être encore corrigées par les observations, donnent déjà le lieu de la lune à un demi minute de près<sup>[10]</sup>.

Mon père Vous assure de ses plus tendres amitiés et j'ai l'honneur de Vous témoigner l'estime toute particuliere, avec laquelle je ne cesserai d'être

Monsieur et très-illustre Confrere  
 Votre très-humble et très-obeïssant serviteur  
 Jean-Albert Euler

écrit à la hâte

à S<sup>t</sup> Petersbourg ce  $\frac{26 \text{ Avril}}{7 \text{ May}}$  1771.

Nous avons appris avec beaucoup de satisfaction la succession de mon chér Cousin {Christoph II} Gengenbach à la charge de feu M<sup>r</sup> son père {Christoph I Gengenbach}, et j'aurai le plaisir de lui en feliciter au premier jour.

Les Glaces de notre Neva s'en sont allées cette année ci le 19 de ce mois vieux stile. Jusqu'aprèsant nous avons encore de très fortes gélées pendant les nuits, mais d'ailleurs des jours superbes pour la promenade.



- A. 7 Antwort J.A. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 6  
 Petersburg, 7. Mai (26. April) 1771  
 Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 193–193v, 195r

- [1] Cf. D. Bernoullis Pariser Preisschrift (1769, DB. 47).
- [2] Die hier erwähnte Abhandlung über den Antrieb von Schiffen, die unter dem Namen von J.A. Euler in den *Berliner Mémoires* 1766 publiziert worden war (A. 15), ist tatsächlich eine französische Übersetzung von L. Eulers Pariser Preisschrift von 1753 (E. 413), die erst 1771 veröffentlicht wurde.
- [3] Wie D. Bernoulli in seinem Antwortbrief anmerkt (cf. Nr. 8, Anm. 3), fehlt die zweite Tafel mit den Figuren 6–8 zu seiner Preisschrift nicht bloss in dem Petersburger Exemplar, sondern in der gesamten Auflage der Pariser Preisschriften. Die beiden in der Universitätsbibliothek Basel erhaltenen Manuskripte – ein autographischer Entwurf und eine Reinschrift von der Hand Daniel II Bernoullis (Bibl. Basel, L Ia 752, D. 11, 12) – enthalten ebenfalls nur die Figuren 1–5, die auf Tafel I der gedruckten Fassung erscheinen. Da die spärlichen Angaben im Text der Preisschrift keine Rekonstruktion der zusätzlich vorgesehenen Figuren 6–8 erlauben, fehlen sie leider auch in der neuen Ausgabe der *Werke* von Daniel Bernoulli (DBW 8, 2004).
- [4] Die folgende Anmerkung ist von Frans Cerulus (Leuven) entworfen worden. Ein ausführlicherer Kommentar zu Bernoullis Theorie der Ruder, in moderner Formulierung, findet sich bei Cerulus (2004, p. 60–63).  
 Ein nach dem Vorschlag Daniel Bernoullis konstruiertes Ruder besteht aus einem Brett, das etwa einen Fuss breit und drei Fuss lang ist. Es ist mit einer Stange verbunden, die wie ein Pendel an einer Art Galgen aufgehängt ist, der aus dem Oberdeck herausragt. Dieses Pendel schwingt in der Ebene senkrecht zum Kiel und wird von einem auf dem Unterdeck sitzenden Ruderer gezogen bzw. geschoben. Das Brett bildet mit der Ebene einen Winkel  $\alpha$  beim Ziehen und einen Winkel  $180^\circ - \alpha$  beim Stossen. Bernoulli hatte sich eine Verbindung zwischen Brett und Stange ausgedacht, die das Umklappen dieser Konstruktion bei den Umkehrpunkten bewirken soll. Johann Albrecht Euler schlägt nun eine Verbindung vor, die ähnlich wie ein Torflügel in einem Rahmen aufgehängt ist und von zwei Zapfen begrenzt wird. Er hat jedoch nicht berücksichtigt, dass das Brett beim Rollen des Schiffes und bei starkem Seegang leicht aus den Angeln gehoben wird. Bernoulli meint in seinem Antwortbrief, man solle sich mit solchen mechanischen Problemen an erfahrene Schiffbauer, Mechaniker und Seeleute wenden. Zudem macht er einen neuen Vorschlag: Damit sich das Ruder streng in der gewünschten Ebene bewegt, soll die Stange zwischen zwei Gleitschienen geführt werden, die senkrecht auf der Schiffswand montiert sind, und an den Umkehrpunkten sollen zwei Federn die Stösse aufnehmen.
- [5] Cf. die Abhandlungen von Mallet und Pictet (1770).
- [6] Mallet wurde erst am 3. Januar 1777 (23. Dezember 1776) zum Auswärtigen Mitglied der Petersburger Akademie gewählt.
- [7] Die Rede ist von L. Eulers *Integralrechnung* (E. 342, 366, 385), *Dioptrik* (E. 367, 386, 404) und *Kometentheorie* (E. 389).
- [8] Am 10. Juni (30. Mai) 1771 verabschiedete sich Orlov in der Petersburger Akademie, um seine Europareise anzutreten, und präsentierte der Akademie Rževskij als seinen neuen Stellvertreter im Amt des Generaldirektors. Orlov besuchte D. Bernoulli 1771 in Basel (cf. Brief Nr. 10, p. 868 h.v.). Ab dem 5. November (25. Oktober) 1773 war er wieder als Generaldirektor der Akademie tätig.
- [9] Die Adjunkten W.L. Krafft, Lexell, Lepekhin und Gölldenstädt wurden am 19. (8.) April 1771 zu Ordentlichen Mitgliedern der Petersburger Akademie gewählt, ebenso der ausserordentliche Professor Protasov (cf. *Protokoly* 3, p. 11–12; *Chronik* 1, p. 585).
- [10] Damit ist L. Eulers *Neue Mondtheorie* (E. 418) gemeint.

8

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 8. Juni 1771

Monsieur, mon tres honoré Confrere

On ne sauroit rien imaginer de plus obligeant, que ce que Vous venez de faire pour moi. Je n'avois fait que vous dire en passant, à l'occasion de mon memoire sur le vrai usage des rames, qu'il seroit à souhaiter que l'Academie en fit faire quelques essays conformes à ma nouvelle theorie et que je serois curieux en ce cas d'apprendre le resultat de ces experiences, que vous ne balancez plus de lire mon memoire, de l'examiner, d'en faire un extrait raisonné, d'en parler à S. Exc. Mons<sup>r</sup> le Comte Orlow, d'obtenir son aprobation, et ensuite celle de tout le corps de l'Academie. Je suis sensible, on ne peut pas plus, à toutes ces bontés et amitiés de votre part. Je continuerai donc à vous parler avec la meme franchise. Je desirois à la verité avec ardeur, qu'on fit quelques essays prealables, mais je suposois, que ce seroit simplement une affaire entre les Academiciens, qui savent combien il est facile de rencontrer des inconveniens imprevis; ne m'exposerai je pas à la risée des Spectateurs, si on annonce et qu'on execute mes projets sur une *Jacht* Imperiale au scu de toute la cour. Sans craindre l'examen le plus rigide des plus grands mecaniciens, je crains l'evenement.

Vous savez, mon Cherissime Confrere, combien l'evenement a trompé l'attente des plus grands hommes de ce siecle, sur la construction des lunettes achromatiques. D'un autre coté, je scai que le grand age inspire de la timidité; à mon age de 30 ans j'étois le premier à dire que l'effort d'une veine d'eau contre un plan est le double de ce que l'on croyoit; j'avois toute la Republique des Geometres contre moi et nommement Mess<sup>rs</sup> Herman, Bulfingre {Bülfinger} etc.; j'avois le courage de soutenir mon sentiment et l'experience le confirma dans la suite; je n'hésitai pas de la faire pour la premiere fois en presence des Academiciens de S. Petersbourg<sup>[1]</sup>. Quoiqu'il en soit je m'en remets pour le tout à la decision de l'Academie et je m'y conformerai en tout ce qui dependra de moi: Les premiers resultats me fourniront de grands eclaircissemens. Pour entrer en matiere, j'aurai d'abord l'honneur de Vous dire, que jettant un coup d'œil sur mon memoire en question, ce que je n'avois pas encor fait avant votre letre, j'en ai trouvé toute l'impression extremement remplie de fautes; les formules sont souvent irreconnaissables, les nombres alterés; la seconde table y manque; M<sup>r</sup> de Lalande me marque qu'elle a été detournée etc. et tout cela apres un delay de 18 ans.<sup>[2]</sup>

Quant à l'essay de mes nouvelles rames, mon dessein etoit qu'on le fit simplement sur une chaloupe ou sur un boier avec deux rames; mais si l'Academie m'honore assez de sa confiance pour se charger de l'evenement sur une *Jacht* avec six rames, je n'en serai que plus charmé. Pour prendre ses mesures au mieux, il faudroit sur tout connoitre le plan, dont la resistance fut la meme que celle de la *Jacht*; faute de cette connoissance je choisirai les mesures, que je crois les plus convenables; je donnerois donc à chaque pale 3 pieds de hauteur sur un pied de

largeur; j'appliquerois à chaque rame ou plutot à chaque manivelle deux hommes, ce qui feroit en tout 12 rameurs; je donnerois à chaque pale une inclinaison de 60 degrés avec la quille; je placerois la manivelle au milieu de la rame, en prenant les mesures depuis le milieu de la pale; chaque allée et venue de la manivelle devroit etre d'environ deux pieds et demi et par consequent de cinq pieds pour le milieu de la pale. Je crois qu'avec ces mesures les rameurs ne seront pas surchargés de fatigue en faisant chaque allée ou venue dans une seconde de tems et que par ce travail ils donneront à la Jacht une vitesse de deux pieds ou de deux pieds et demi par seconde; une telle vitesse fournie par douze rameurs ne doit pas etre meprisée; la question n'est pas de rencherir sur l'action et l'emploi ordinaire des rames, mais de trouver le moyen d'en faire usage sur les vaisseaux à haut bord; cependant on pourroit ensuite attacher à la Jacht une chaloupe, dans la quelle on mettroit les memes douze rameurs pour remorquer la Jacht, en recommandant aux rameurs de faire des efforts equivalens à ceux qu'ils avoient faits sur la Jacht; par là on seroit mis à meme de comparer ensemble les deux façons de ramer; si l'on suposoit la resistance de la chaloupe considerable par raport à celle de la Jacht, on pourra, pour rendre toute chose egale, reprendre la premiere experience, apres avoir attaché la chaloupe à la proue de la Jacht. Pour peu que le succès reponde à mon attente, je serai charmé d'en apprendre tout le detail, esperant de me mettre par là en etat de perfectioner mes idées.

Que n'a-t-on pas fait pour l'observation du passage de Venus par le disque du Soleil, quoiqu'on fut incertain si le tems permettroit de faire l'observation ou non.

Quant à la maniere de renverser la pale au commencement de chaque allée et venue, il sera bon de consulter là dessus les ouvriers et les artistes, surtout ceux de l'Admirauté, des pilotes, des matelots. La maniere, que vous proposez, n'est pas à negliger. Si on adopte la mienne, il faut remarquer que la piece inferieure doit entrer dans la superieure, comme l'aissieu d'un carosse dans le moyeu de la roue et il faut sans doute y mettre la meme attention en tout pour procurer une liberté entiere au renversement, en doublant les deux pieces de fer bien poli et en les graissant: pour rendre l'assemblage plus solide, il me semble que la piece inferieure doit entrer dans l'autre de la longueur de 10 à 12 pouces. Ce que je dis (page 87 à la fin du § 30) me paroît meriter beaucoup d'attention: je voudrois donc que moyennant un ressort bien fort, on fit comme rebondir la rame au bout de chaque allée et venue: Pour cet effet on pourroit faire aller la rame dans une maniere de conducteur de fer, fortement uni au bord du navire, et saillant en guise de pincettes, mais fermées des deux cotés, dont la longueur permettroit à la rame des allées et venues de soixante degrés, faisant deux pieds et demi, et le corps de chaque rame seroit garni, des deux cotés, d'un ressort à l'endroit où la rame viendrait à heurter contre les extremités du conducteur. Il faut que les rameurs agissent de concert et qu'ils fassent leurs saccades à point nommé; il faut les instruire et les accoutumer à ce travail; il convient, que le moment du renversement de la pale se fasse precisement avec celui de l'achopement de la rame et de son rebroussement. S'il arrive apres ces premiers essais, qu'ils ne renversent pas manifestement mon sisteme, il sera assez tot de penser aux inconveniens, dont vous faites mention,

comme celui d'oter et de remettre ces rames, d'en prevenir tout embaras, sur tout pour le cordage. Les constructeurs de vaisseaux repondront beaucoup mieux à de pareilles questions que nous autres: que n'a-t-on pas fait jusqu'ici pour se menager, dans la construction de differens navires, de certains avantages aussitot qu'on les a pris à cœur<sup>[3]</sup>.

Si notre Chef, Mons<sup>r</sup> le Comte Orlow, se trouve encor à Petersbourg, je Vous prie de lui faire ma Cour et de lui temoigner la part que je prends aux nouvelles marques de bienveillance, que Sa Majesté Imperiale (Katharina II.) vient de lui donner, en l'elevant à la Dignité de Chambellan. Si j'ai le bonheur de voir ce Seigneur à son passage à Bale, ce jour là sera pour moi un des plus beaux de toute ma longue vie.

Je fais aussi mille complimens aux quatre nouveaux Academiciens, ci devant ajoints de l'Academie. Si M<sup>r</sup> (W.L.) Kraft, chargé de la physique experimentale, est le meme que j'ai eu l'honneur de voir à Bale, son avancement me fait d'autant plus de plaisir<sup>[4]</sup>. Priez le de ma part de me communiquer les nouvelles experiences, que sa charge lui fera faire de tems en tems. Si M<sup>r</sup> Kraft est en meme tems destiné à faire les observations meteorologiques, je serois d'avis qu'il seroit bon de construire à la fin de chaque année pour le barometre une table pareille à celle que je viens precisement de trouver dans ce moment sous ma main; elle etoit faite pour l'année 1765, pendant laquelle on a fait trois observations chaque jour; une seule suffiroit, faite à midi; la table marque pour chaque mois, combien de fois le barometre s'est trouvé à une certaine hauteur; par exemple, la treizieme colonne marque, qu'il a été 229 fois dans l'année à la hauteur de 27 pouces deux lignes et 38 fois au mois de juin. La hauteur moyenne du barometre au port du Rhin est de 27 p. 1 l. à Bale<sup>[5]</sup>.

J'ai reçu depuis peu le Vol. XIII des *Nouveaux Commentaires*, avec l'excellent ouvrage du Pere (Christian) Mayer, que je prie ici d'agréer mes honneurs, l'extrait des observations faites à Orsk par Mons<sup>r</sup> Christoph Euler, l'un des dignes Fils du grand Euler<sup>[6]</sup>, et de pareilles observations ecrites en langue Russienne, que je n'entends pas. Je vous prie, Monsieur, de faire mes tres humbles remercimens, là où il convient, de tous ces pretieux presens. Je recevrai avec la meme reconnoissance les autres ouvrages Academiques que vous m'annoncez. Quand Vous aurez des fraix à payer vous aurez la bonté de les retenir sur ma pension. Je me fais par avance une grande fete de profiter de la lecture de tous ces ouvrages; jusqu'ici je n'ai encor trouvé aucun moment de loisir pour la commencer. Je vous fais mille complimens et j'en fais mille fois mille à Mons<sup>r</sup> Votre Pere sur le succès etonnant que cet Incomparable Geometre a enfin eu dans sa theorie lunaire. J'avoue qu'un succès aussi parfait m'a toujours paru impossible, parcequ'il n'y a point de parfait retour pour toute la combinaison des elemens qui determinent cette theorie; quelle gloire pour Lui, pour sa posterité, pour l'Academie, pour notre siecle; j'ose dire pour le Regne de Catherine la Grande! Je devrois finir par cet article pour ne point faire de chute.

Permettez moi cependant de dire encor un mot sur les rames, qui ont occasioné cette grande lettre. J'observerai donc que les dimensions, que j'ai nommées, sont fondées sur la resistance de la Jacht, dont on se servira; quelques circonstances

m'ont engagé à la supposer egale à celle d'un plan de 18 pieds de France quarrés. Si par hazard ce batiment etoit plus leger ou meilleur voilier, les douze rameurs pourroient la faire aller avec une vitesse un peu plus grande, que je n'ai marqué; cependant on pourroit encor retenir les dimensions adoptées, pourvu qu'on donnât aux pales un peu moins d'inclinaison, comme, par exemple, celle de 55<sup>d</sup> entre la direction de la quille et celle du plan de la pale. Si l'on obtient à peu près l'effet, que je me promets, pourvu qu'on satisfasse au prompt renversement des pales, il y aura beaucoup d'autres experiences à faire.

Mais aprez le depart de notre Chef, qui est ce qui prendra ces experiences à cœur et quel Mecene aurons nous à sa place à la Cour.

J'embrasse de tout mon cœur Mons<sup>r</sup> Votre cher Pere et toute sa respectable Famille en faisant toujours des vœux tres ardens pour votre commune conservation: aimez moi toujours et soyez persuadé que tant qu'il me restera à vivre, je ne cesserai d'être avec tout le zeile imaginable et toute l'estime possible

Monsieur mon tres cher et tres honoré Confrere  
 Votre tres humble et tres obeïssant serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 8 juin 1771.

J'ajoute ce mot pour avoir l'honneur de Vous recommander un jeune homme de merite, qui s'est fait aimer et estimer de tous ceux qui l'ont connu: c'est M<sup>r</sup> Bientz de Geneve, apellé à Petersbourg pour la direction des jeunes gens de l'Ecole militaire, où il doit enseigner le dessin et les elemens de l'architecture militaire; il partira d'ici dans peu de jours.<sup>[7]</sup>

- A. 8     Antwort D. Bernoullis auf J.A. Eulers Brief Nr. 7  
 Basel, 8. Juni 1771  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 58, Bl. 53–54v  
 Randnotiz: «reçu ce 19 Juin 1771, lû à l'academie ce 20 du même Juin»  
 Am 1. Juli (20. Juni) in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 21–22)

- [1] In seiner Abhandlung (1741, DB. 26b) vom Jahre 1735, die infolge von Publikationsschwierigkeiten der Petersburger Akademie erst 1741 – also *nach* der *Hydrodynamik* – publiziert wurde, stellte D. Bernoulli fest, dass der wahre Wert des von Wasserstrahlen ausgeübten Drucks das Doppelte der zuvor allgemein verwendeten Bemessung ausmacht, die er früher auch selbst vertreten hatte.
- [2] D. Bernoulli bezieht sich hier auf seine Pariser Preisschrift von 1753 über den Antrieb von Schiffen (1769, DB. 47). Eine detaillierte Analyse dieser Arbeit hat F. Cerulus in seiner Einleitung zu Band 8 der *Werke* von Daniel Bernoulli gegeben (2004, p. 35–72). Die Druckfehler der Originalausgabe wurden in dieser Edition vermerkt und korrigiert; die dort fehlenden Figuren (cf. Brief Nr. 7, Anm. 3) konnten jedoch nicht rekonstruiert werden. Ebenfalls in der oben erwähnten Einleitung findet sich die Analyse der theoretischen Fehler in Bernoullis Preisschrift (DBW 8, p. 60–63). In Anm. 1 zum Anhang des vorliegenden Briefes fasst Cerulus Bernoullis Theorie knapp zusammen.
- [3] Die Akademischen Protokolle enthalten bezüglich dieses Briefes die folgende Notiz (*Protokoly* 3, p. 21–22):

«[Daniel Bernoulli] antwortet auf die nähere Erläuterungen, welche die Academie von ihm über seine neue Art Ruder verlangt hat, und gibt die gehörige Abmessung aller Teilen derselben, vor eine Jacht mit sechs dergleichen Rudern. Der H. Etats-Rath v. Stählin both sich an vorläufig dieser neuen Ruder wegen mit dem Admiral Knowles zu reden, um von ihm zu vernehmen, ob er wohl glaube dass dieselben bequem angebracht werden könnten, zu welchem Endzwecke der Conferenz-Secretair ihm die Auszüge der beiden letzten Briefen des Hrn. Bernoulli, so wohl als seine Abhandlung selbstn nebst den Auszug aus denselben mitteilen wird.»

Die Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel besitzt einen Entwurf D. Bernoullis *Sur l'usage des rames obliques suspendues* (Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 194–194v), der Details zur Theorie der im vorliegenden Brief an J.A. Euler erwähnten Ruderkonstruktion enthält. Diese Notiz wird deshalb hier als Anhang zum vorliegenden Brief abgedruckt und in Anm. 1 zu diesem Anhang analysiert.

- [4] Uns ist nichts von einem Besuch W.L. Kraffts in Basel bekannt. Möglicherweise liegt eine Verwechslung mit dem dänischen Mathematiker Jens Kraft vor, der in den 1740er Jahren tatsächlich bei D. Bernoulli studiert hatte (cf. dessen Brief Nr. 76 an L. Euler, *supra* p. 663 h.v.).
- [5] Kurze Berichte über die Petersburger meteorologischen Beobachtungen wurden in den *Petersburger Novi Commentarii* publiziert. Bis zum Jahr 1768 wurden sie von J.A. Braun vorbereitet; nach dessen Tod übernahm J.A. Euler 1769 diese Aufgabe (cf. *Protokoly* 2, p. 656).
- [6] Cf. Ch. Euler (1769, 1770).
- [7] Bientz hatte sich am 3. Juli 1770 in Basel als «Jacobus Bientz Genevensis» zum Studium der Philosophie immatrikuliert.

## 8A

Anhang zum Brief D. Bernoullis an J.A. Euler vom 8. Juni 1771

### Sur l'usage des rames obliques suspendues<sup>[1]</sup>

(Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 194–194v)

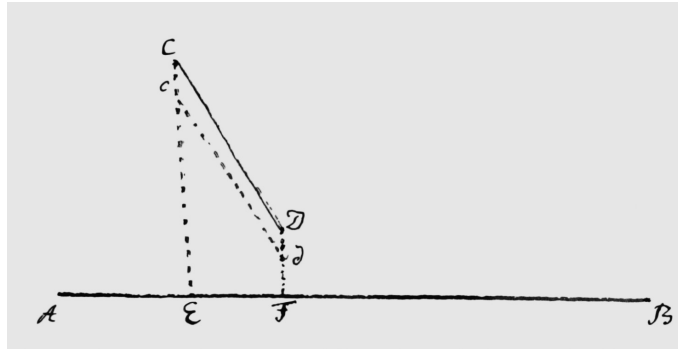
V[oir] mon mémoire qui a eu le prix de 1753<sup>[2]</sup>.

1. Soit  $AB$  la direction du navire et sa vitesse  $= c$ .

2. Soit  $CD$  une des pales obliques, suspendue de maniere qu'elle puisse balancer librement par un mouvement parallele à elle meme, toute plongée sous l'eau. Soit la vitesse de la pale, exprimée par  $Cc$  ou  $Dd$ ,  $= C$ . Soit aussi l'angle  $ECD = a$  et la somme des surfaces de toutes les pales  $= L$ .

3. Il est clair, que les eaux frapant les pales, exerceroient, dans le cas que  $CD$  fut parallele à  $AB$ <sup>[3]</sup>, une force  $= LCC$ ; mais l'obliquité des pales facilite leur agitation de sorte que la force des eaux, contre toutes les pales obliques deviendra<sup>[4]</sup>  $= LCC \times \text{Cub. Sin. } a$ . C'est cette force que le rameur doit exercer.

4. De l'obliquité des pales et de la dite force employée par les rameurs, il resulte une autre force qui agit parallelement à  $AB$  et qui pousse le navire dans cette meme direction: Cette force utile devient  $= LCC \times \square \text{ Sin. } a \times \text{Cos. } a$  et elle imprime au navire peu à peu sa derniere vitesse  $c$  dans la direction  $AB$ .



5. Aussitot que le navire est mis en mouvement, les eaux frappent les pales plongées  $CD$  en dehors de  $B$  vers  $A$  parallèlement à  $BA$ : cette force retarde le mouvement du navire et elle est  $= Lcc \times \text{Cub. Cos. } a$ ; mais deplus, apres avoir été legitiement decomposée, elle fournit une nouvelle force par laquelle chaque pale est poussée directement et perpendiculairement au navire: elle seconde l'action des rameurs et doit etre censée  $= Lcc \times \square \text{ Cos. } a \times \text{Sin. } a$ . Ainsi la force absolue que les rameurs doivent employer devient  $= LCC \times \text{Cub. Sin. } a - Lcc \times \square \text{ Cos. } a \times \text{Sin. } a$  (§ 3). Et ainsi c'est cette force finale qui doit agir avec la vitesse  $C$ , et le produit de l'une par l'autre exprimera le travail requis pour donner au navire la vitesse  $c$ .

6. La resistance des eaux contre le navire consiste en deux parties. La *premiere* est le choc des eaux contre les pales pris dans la direction parallele à  $BA$ ; la *seconde* est la resistance de l'eau contre le navire, en subs[t]ituant à la proue un plan d'une resistance egale: La resistance contre les pales pour la direction parallele à la longueur du navire est  $= Lcc \times \text{Cub. Cos. } a$ ; la resistance contre la proue du navire  $= Ncc$ , en entendant par  $N$  le plan substitué, et la resistance entiere est  $= Lcc \times \text{Cub. Cos. } a + Ncc$ , laquelle doit etre egale à la force des pales, entant qu'elle est parallele à  $AB$ , et qui (§ 4) est  $= LCC \times \square \text{ Sin. } a \times \text{Cos. } a$ .

7. Les §§ 4 et 6 donnent cette equation

$$Lcc \times \text{Cub. Cos. } a + Ncc = LCC \times \square \text{ Sin. } a \times \text{Cos. } a.$$

Voici à present quelques remarques sur l'oeconomie des forces requises et du travail absolu des rameurs.

8. Commencons par la resistance essentielle du navire supposé etre poussé avec la vitesse  $c$ . Si le navire n'avoit aucune resistance exprimée par  $Ncc$  (§ 6), il faudroit faire  $N = 0$  et le plus petit travail imaginable devroit suffire pour faire aller le navire avec sa vitesse  $c$ . Dans cette supposition, l'equation du § 7 donneroit  $c \text{ Cos. } a = C \text{ Sin. } a$  et le § 5 donneroit la force absolue des rameurs, apres avoir substitué pour  $c$  sa valeur  $C \times \frac{\text{Sin. } a}{\text{Cos. } a}$ , aussi  $= 0$ . Si l'on se proposoit de faire aller un tel navire avec la meme vitesse qu'on agiteroit les pales, il faudroit leur donner une inclinaison de  $45^{\text{d}}$ ; si on demandoit  $c = 2C$ , il faudroit faire  $\text{tang. } a = 2$  ou bien l'angle  $a = 63^{\circ} 27'$ . Plus le navire marche legerement, qu'on employe un grand



nombre de rameurs, qu'on augmente la surface des pales, plus il faudra s'approcher de nos proportions.

8.<sup>[5]</sup> Pour prendre generalement les mesures les plus convenables, nous supposons les quantités  $c$ ,  $N$  et  $L$  comme données; il faudra d'abord, par le moyen de l'equation du § 7, prendre la valeur de  $C$  et nous aurons

$$LCC = \frac{Lcc \text{ Cub. Cos. } a + Ncc}{\square \text{ Sin. } a \times \text{Cos. } a}.$$

En vertu de cette equation, on peut exprimer la valeur de  $C$  par la valeur donnée  $c$ , apres quoi le § 5 donnera la force absolue des rameurs

$$= \frac{Lcc \text{ Cub. Cos. } a \times \text{Cub. Sin. } a + Ncc \text{ Cub. Sin. } a}{\square \text{ Sin. } a \times \text{Cos. } a} - Lcc \times \square \text{ Cos. } a \times \text{Sin. } a:$$

Il est remarqua[ble] que cette formule assez compliquée en apparence, apres son evolution donne simplement la force absolue des rameurs  $= \frac{Ncc \times \text{Sin. } a}{\text{Cos. } a}$  et on observera que la quantité  $Ncc$  marque la resistance absolue du navire mû avec la vitesse  $c$ : Ce n'est pas cependant sur cette force requise des rameurs qu'il faut exercer son œconomie; c'est sur le travail des rameurs qu'il faut porter cette attention, c'est à dire, sur le produit de la dite force par sa vitesse

$$C = c \sqrt{\frac{\text{Cub. Cos. } a + \frac{N}{L}}{\square \text{ Sin. } a \cdot \text{Cos. } a}}.$$

Ce produit, si essentiel à notre theorie, devient donc

$$= Nc^3 \sqrt{\left( \frac{\text{Cub. Cos. } a \times \square \text{ Sin. } a}{\square \text{ Sin. } a \times \text{Cub. Cos. } a} + \frac{\frac{N}{L}}{\text{Sin. } a \square \text{ Cos. } a} \right)},$$

ou bien

$$\begin{aligned} &= Nc^3 \sqrt{\frac{\text{Cub. Cos. } a \square \text{ Sin. } a + \frac{N}{L} \text{ Sin. } a \times \text{Cos. } a}{\square \text{ Sin. } a \times \text{Cub. Cos. } a}} \\ &= Nc^3 \sqrt{\left( 1 + \frac{\frac{N}{L}}{\text{Sin. } a \times \square \text{ Cos. } a} \right)}. \end{aligned}$$

9. Comme toutes les quantités  $N$ ,  $L$  et  $c$  sont données et que le seul angle  $a$  reste arbitraire, il faut le prendre sous les circonstances les plus avantageuses et tel qui donne la plus petite valeur possible au dit travail essentiellement requis dans notre sisteme; il faut donc que  $\frac{1}{\text{Sin. } a \times \square \text{ Cos. } a}$  fasse un *minimum*. Cette

condition fait  $\sin. a = \sqrt{\frac{1}{3}}$  et  $a = 35^{\text{d}}, 15^{\text{m}} = \text{ang. } DCE$ . Là dessus on obtient le travail des rameurs requis, pour donner au navire la vitesse  $c$ ,

$$= Nc^3 \sqrt{\left(1 + \frac{N\sqrt{27}}{2L}\right)} = Nc^3 \sqrt{\left(1 + \frac{2.6N}{L}\right)}.$$

10. Observons que le facteur  $Nc^3$  marque l'effet entier de la resistance des eaux contre le plan  $N$  substitué à la proue du navire et que le travail des rameurs devroit etre continuellement egal à la dite resistance; ainsi le travail  $Nc^3 \sqrt{\left(1 + \frac{2.6N}{L}\right)} - Nc^3$  est en pure perte dans la navigation que je propose: le travail essentiellement requis est donc au travail réel des rameurs comme 1 à  $\sqrt{\left(1 + \frac{2.6N}{L}\right)}$ ; c'est là une perte, mais il y en a dans toutes le manieres de voguer et de plus fortes. Je me contenterai de dire que la perte devient comme insensible, si on fait les pales aussi grandes que les circonstances le comportent et si on augmente le nombre des rames autant qu'on le peut faire, en choisissant en meme tems des especes de navire les plus legeres à la nage relativement à leur volume et au nombre de rameurs, qu'on y peut employer. Si on suppoit  $L = 13N$ , ce qu'on pourra à mon avis obtenir assez facilement, on auroit  $\sqrt{\left(1 + \frac{2.6N}{L}\right)} = \sqrt{1 + 0.2} =$ , à peu près,  $\frac{11}{10}$ : ainsi la perte ne seroit qu'un dixième du travail essentiellement requis et cette petite perte ne retarderoit le navire que de  $\frac{32}{1000}$  de sa vitesse entiere possible; les vitesses du navire etant comme les racines cubiqu[es] du travail des rameurs.

11. Il y a un autre inconvenient; c'est la grande vitesse qu'il faut appliquer aux pales; il faudra à cet egard donner une grande saillie aux bras qui portent, à leur extremité, les rames, à fin de pouvoir donner de grandes vibrations aux pales et employer moins d'une seconde pour achever chaque allée ou venue. Mais, à fin de faire travailler les rameurs avec des mouvemens naturels, il sera bon en meme tems d'attacher les manches, par lesquelles les rameurs doivent tirer et repousser les rames, d'une maniere qu'elles ne soyent eloignées du point de la suspension des rames, que de 3, 4 ou 5 pieds suivant la longueur des rames; les rameurs en seront obligés de tirer ou pousser plus fort, mais avec moins de vitesse. – Si pour un petit bateau on suppose  $N = \frac{1}{2}$  et  $L = 4$  distribués sur deux rames on trouve le travail  $\frac{1}{2} c^3 \sqrt{1,3250} = 0,575 c^3$ : si  $c = 4$ , on aura le travail requis  $= \frac{1}{2}$  pied. cub. pour les deux rameurs et ma formule demande 0.575 pour les deux rameurs.<sup>[6]</sup>

[1] Die folgende Anmerkung ist von Frans Cerulus (Leuven) entworfen worden. Sie enthält eine Skizze von Daniel Bernoullis Vorschlag für eine neue Art von Rudern sowie eine detaillierte Analyse des Manuskripts von Bernoulli, das hier als Anhang zu Bernoullis Brief an J.A. Euler vom 8. Juni 1771 (Nr. 8) veröffentlicht wird. Ein ausführlicherer Kommentar zu Bernoullis Theorie der Ruder, in moderner Formulierung, findet sich bei Cerulus (2004, p. 60–63). Hier werden die Grundideen dieser Theorie zusammenfassend dargelegt.

Es sei  $AB$  (vgl. die Figur zu Bernoullis Anhang, p. 861) die – von oben betrachtete – Bordwand eines Schiffs, das in Richtung  $AB$  fährt;  $CD$  sei ein rechteckiges Brett, das vertikal unter dem Winkel  $\alpha$  zum Lot  $CE$  auf  $AB$  im Wasser untergetaucht ist. Gefragt wird, welche Kräfte wirken und auf das Schiff übertragen werden, wenn das Brett in die Lage  $cd$  an das Schiff herangezogen wird.

Die «effektive Fläche des Brettes» sei  $S$ , die Geschwindigkeit von  $C$  in Richtung  $E$  (oder von  $D$  in Richtung  $F$ ) nennen wir  $v_0$ , die Schiffsgeschwindigkeit sei  $v_s$  (Bernoulli verwendet  $L$  für  $S$ ,  $C$  für  $v_0$  und  $c$  für  $v_s$ ).

Ein Brett, das mit der Geschwindigkeit  $v$  senkrecht zu seiner Fläche durchs Wasser gezogen wird, erfährt einen Widerstand  $f = Sv^2$ ; die «effektive Fläche»  $S$  ist proportional zum Flächeninhalt des Bretts, und Bernoulli hat immer betont, dass der Proportionalitätsfaktor experimentell ermittelt werden muss. Die Ruderer, die das Brett heranziehen, üben eben dieselbe Kraft  $f$  auf das Schiff aus; es ist auch die Kraft, die eine Fläche erfahren würde, die in einer Strömung der Geschwindigkeit  $-v$  ruht.

Ist die Lage der Fläche eine schräge, d. h.  $\alpha \neq 90^\circ$ , dann ist nur die dazu senkrechte Komponente der Strömung zu betrachten (die Dicke des Bretts und die Viskosität werden hier vernachlässigt). Die auf das Brett wirkende Kraft ist demzufolge immer senkrecht zu diesem. Nennt man den Einheitsvektor senkrecht zum Brett  $\mathbf{n}$  und dessen Geschwindigkeit relativ zum Wasser, die sich aus den Komponenten  $v_0$  und  $v_s$  zusammensetzt,  $\mathbf{v}$ , so ergibt sich für die Kraft

$$\mathbf{f} = S (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})^2 \mathbf{n}. \quad (1)$$

Diese Kraft wird nun zerlegt nach der Fahrtrichtung  $AB$  und ergibt die Kraft  $f_s$ , die das Schiff vorantreibt, und eine senkrechte Komponente, die der Grösse nach die Kraft  $f_0$  darstellt, welche die Ruderer ausüben. Man bekommt:

$$f_s = S (v_0 \sin \alpha - v_s \cos \alpha)^2 \cos \alpha \quad (2)$$

$$f_0 = S (v_0 \sin \alpha - v_s \cos \alpha)^2 \sin \alpha \quad (3)$$

(cf. DBW 8, p. 233, und Cerulus 2004, p. 61).

Im Anhang zu Brief Nr. 8 leitet Bernoulli die Theorie aufs neue ab, offenbar ohne sich seine 18 Jahre zurückliegende Arbeit zu vergegenwärtigen. Die Paragraphen 3–11 lassen sich in unserer Notation wie folgt zusammenfassen:

§ 3. Wenn das Schiff relativ zum Wasser in Ruhe ist, d. h. für  $v_s = 0$ , ist die von den Ruderern ausgeübte Kraft  $S v_0^2 \sin^3 \alpha$ . Das folgt auch unmittelbar aus (3).

§ 4. Immer noch für ein Schiff in Ruhe ist die antreibende Kraft  $S v_0^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha$ , was aus (2) ebenfalls folgt.

§ 5. Hier wird das Bezugssystem geändert: Man betrachtet das Schiff in Bewegung, wobei die Ruderer untätig sind und das Schiff die seitlichen Bretter einfach mitschleppt. Die Ruderer erfahren einen Widerstand in der Fahrtrichtung und werden zum Schiff herangedrückt.

§ 6. In diesem Fall erfährt das Schiff selbst einen Widerstand  $A v_s^2$ , wo  $A$  sein effektiver Querschnitt ist. Dazu kommt der Widerstand, den die mitgeschleppten Bretter erfahren.

§ 7. Bei stationärer Fahrt mit Geschwindigkeit  $v_s$  ist der Widerstand des Schiffes gleich der antreibenden Kraft. Bernoulli setzt nun den Widerstand aus § 6 mit der Kraft aus § 4 gleich (wobei  $S$  jetzt die Gesamtfläche aller Bretter bedeutet). Das heisst jedoch, dass er die in unterschiedlichen Bezugssystemen abgeleiteten Resultate vermischt: deshalb gelangt er zu der irrigen Gleichung

$$A v_s^2 = S v_0^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha - S v_s^2 \cos^3 \alpha; \quad (4)$$

anstelle der richtigen Form

$$A v_s^2 = S (v_s \cos \alpha - v_0 \sin \alpha)^2 \cos \alpha, \quad (5)$$

die er in der Preisschrift von 1753 hergeleitet hatte. Es gibt nicht den geringsten Hinweis darauf, dass er den Unterschied bemerkt hätte.

§ 8 und § 8bis. Hier betont Bernoulli den Hauptpunkt seiner ursprünglichen Arbeit: die Rolle der Leistung und die Einführung der Effizienz. Letztere definiert er als das Verhältnis der «von Natur aus» (zur Überwindung des Widerstandes  $A v_s^2$ ) geforderten Leistung und der tatsächlichen Leistung der Ruderer, die durch das angewendete Antriebssystem bedingt ist. Bernoulli stützt jedoch sein Argument auf die falsche Formel (4). Ausserdem verwechselt er bei der Kürzung einen Cosinus-Faktor mit einem Sinus und schreibt für die Leistung der Ruderer

$$A v_s^3 \sqrt{1 + \frac{A/S}{\sin \alpha \cos^2 \alpha}} \quad (6)$$

anstatt

$$A v_s^3 \sqrt{1 + \frac{A/S}{\cos^3 \alpha}}; \quad (7)$$

die richtige Formel, die sich aus oben erwähnten Korrektur von (4) zu (5) ergibt, wäre

$$A v_s^3 \left( 1 + \sqrt{\frac{A/S}{\cos^3 \alpha}} \right). \quad (8)$$

§ 9. Aus (6) leitet Bernoulli ab, dass es bei vorgegebenen  $v_s$ ,  $S$  und  $A$  einen optimalen Winkel  $\alpha$  gibt, der die Effizienz maximiert; ein Schluss, der nur auf dem Kürzungsfehler beruht. In Wirklichkeit wird sie für  $\alpha = 0$  maximal, was schon aus (7) folgen würde; da dann aber zugleich  $v_0 = \infty$  ist, folgt, dass das optimale  $\alpha$  einen Kompromiss zwischen Theorie und praktischer Ausführbarkeit darstellt; auch das hatte Bernoulli 1753 schon erkannt.

- [2] Cf. Bernoullis Pariser Preisschrift von 1753 über den Antrieb von Schiffen (1769, DB. 47).
- [3] *Lapsus calami*: Der betrachtete Fall ist derjenige, wo das Ruder senkrecht auf der Bordwand steht, also sollte Bernoulli etwa schreiben: «que  $CD$  fit un angle droit avec  $AB$ ».
- [4] Hier und in der Folge verwendet Bernoulli die – damals schon einigermassen obsoleten – Notationen  $\square \sin. a$  für  $\sin^2 a$  und  $\text{Cub. Sin. } a$  für  $\sin^3 a$ .
- [5] Die Absatznummer 8 ist im Manuskript versehentlich wiederholt; in der kommentierenden Anmerkung 1 erscheint dieser Paragraph als 8bis.
- [6] Wie Frans Cerulus (Leuven) bemerkt hat, ist der letzte Satz offenbar in Eile geschrieben: der Wert 4 für  $c$  (unser  $v_s$ ) wird nirgends verwendet. Der Ausdruck « $\frac{1}{2}$  pied. cub.» ist zu verstehen als  $\frac{1}{2} (\text{pied/sec})^3$ .

## 9

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 9. Juni 1771

Monsieur, mon tres honoré Confrere

J'ai eu l'honneur de Vous ecrire du 8. juin par la poste<sup>[1]</sup> et j'ai pris la liberté de vous recommander M<sup>r</sup> Bientz de Geneve, jeune homme de merite apellé en Russie pour etre employé à l'Ecole Militaire; je Vous prie, Monsieur, de l'assister de vos bons Conseils et de le recommander Vous meme à Vos amis qui pourront lui etre utiles, sur tout du coté de son etablissement.

Dans ma lettre precedente je me suis fort etendu sur mes nouvelles rames. Je vois qu'il y aura encore beaucoup à perfectioner sur cette matiere, qui est susceptible de plusieurs recherches, que je n'ai pas encore bien aprofondies; l'inclinaison des pales la plus avantageuse doit encor etre examinée avec plus d'aplication: quelques nouvelles considerations me font presumer, qu'on fera mieux de commencer

les essais avec une inclinaison de 45 degrés. Dans ce moment, Monsieur Bientz entre chez moi et me dit qu'il est sur le point de partir: je suis donc obligé de finir; ce sera toujours par les assurances du respectueux attachement avec le quel j'ai l'honneur d'être,

Monsieur mon tres Honoré Confrere,  
 Votre tres humble et tres obeïssant serviteur,  
 Daniel Bernoulli

Bale ce 9. juin 1771.

A.9      Brief D. Bernoullis an J.A. Euler  
           Basel, 9. Juni 1771  
           Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 59–60  
           Randnotiz: «reçu ce 12 Aout 1771»

- [1] Cf. Brief Nr. 8, der vom 8. Juni 1771 datiert. Offenbar hat Bernoulli bereits am darauffolgenden Tag das vorliegende kurze Empfehlungsschreiben verfasst, um es Bientz (cf. Brief Nr. 8, Anm. 7) vor seiner Abreise nach Petersburg persönlich mitzugeben.

10

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
 Basel, 2. November 1771

Monsieur mon tres Honoré Confrere!

La grande nouvelle, que vous venez de me marquer, m'a touché jusqu'aux larmes de joye et de contentement: jugez si vous aviez raison de Vous hater de me l'apprendre: comme c'est le plus grand bien qui pût encor arriver à Mons<sup>r</sup> Votre Pere, le meilleur de mes Amis, les complimens que vous aurez la bonté de Lui en faire de ma part, tachez de les y proportioner et de Lui exprimer toute la part que je prends à son bonheur; puisse-t-il en jouir un grand nombre d'années et que la vie de ce grand homme ne soit plus troublée par aucun revers de fortune: Je fais aussi mes complimens à tous ceux qui ont le bonheur de Lui appartenir et à Vous en particulier, mon tres honoré Confrere; c'est une vraie ressuscitation; je vois également un Pere rendu à sa famille et une famille rendue au Pere. Vous dites que l'operation s'est faite le 15. sept. v. st. et votre lettre est datée du 23. Voilà donc les 8 premiers jours passés sans aucun accident facheux; d'ailleurs la methode, connue depuis assez peu de tems, dont le Baron Venzel {M.J.B. de Wenzel} s'est servi, a cet avantage qu'il n'y a plus de cristallin qui puisse remonter, ce qui arrivoit assez souvent aprez l'operation ordinaire. J'espere donc qu'il n'y a plus rien à craindre; c'est encor un bonheur que Mons<sup>r</sup> Votre Pere ait eu, si je ne me trompe, la vue un peu courte<sup>[1]</sup>.



recu ce 14 Novembre 1771- 108

~~114~~

Monsieur mon tres honoré Confrere!

54

La grande nouvelle, que vous venez de me marquer, m'a touché jusqu'aux larmes de joye et de contentement: jugez si vous aviez raison de vous hater de me l'apprendre: comme c'est le plus grand bien qui pût encor arriver à Mon<sup>r</sup>. Votre Pere, le meilleur de mes amis, les compliments que vous aurez la bonté de lui en faire de ma part, tâchez de les y proportionner et de lui exprimer toute la part que je prends à son bonheur; puisse-t-il en jouir un grand nombre d'années et que la vie de ce grand homme ne soit plus troublée par aucun revers de fortune: Je fais aussi mes compliments à tous ceux qui ont le bonheur de lui appartenir et à vous en particulier, mon tres honoré Confrere; c'est une vraie resuscitation; j'en vois également un Pere rendu à sa famille et une famille rendue au Pere. Vous dites que l'opération s'est faite le 15. sept. v. st. et votre lettre est datée du 23. voilà donc les 8. premiers jours passés sans aucun accident fâcheux; d'ailleurs la methode, comme depuis après peu de tems, dont le Baron Venzel s'est servi, a cet avantage qu'il n'y a plus de cristallin qui puisse remonter, ce qui arrivoit après souvent après l'opération ordinaire. J'espere donc qu'il n'y a plus rien à craindre; c'est encor un bonheur que Mon<sup>r</sup>. Votre Pere ait eu, si je ne me trompe, la vue un peu soulevée.

J'ai eu l'honneur de vous écrire le 9. octobre et de vous envoyer deux petits memoires pour l'Academie; j'espere que vous les aurez reçu et que l'Academie agréera toujours mes foibles efforts pour lui complaire. Je n'ai pas manqué d'en voyer aussitôt votre lettre à Mad<sup>e</sup>. Gengenbach et elle m'a promis une réponse avant le depart de la poste; si elle le fait, je ne manquerai pas de la joindre à la presente. Mon<sup>r</sup>. le C. Orlov, le Chef de notre Academie, est arrivé ici le 18. octob. et parti le 21. pour Lausanne: il m'a fait l'acueil du monde le plus gracieux. il conte de passer l'hiver soit à Lausanne ou à veray soit à Geneve. J'ai l'honneur d'être avec tous les sentimens de la plus parfaite estime et du plus sincere devouement,

Monsieur et tres honoré Confrere,

Bâle ce 2. novemb. 1771.

Votre tres humble et tres obéissant serviteur  
Daniel Bernoulli.

J'ai eu l'honneur de vous ecrire le 9. octobre et de Vous envoyer deux petits memoires pour l'Academie; j'espere que vous les aurez reçu et que l'Academie agréera toujours mes foibles efforts pour Lui complaire<sup>[2]</sup>. Je n'ai pas manqué d'envoyer aussitot votre lettre à Mad<sup>e</sup> (Helena) Gengenbach et elle m'a promis une reponse avant le depart de la poste; si elle le fait, je ne manquerai pas de la joindre à la presente. Mons<sup>r</sup> le C[omte] Orlow, le Chef de notre Academie, est arrivé ici le 18. octob. et parti le 21. pour Lausanne: il m'a fait l'acueil du monde le plus gracieux. Il conte de passer l'hyver soit à Lausanne ou à Vevay soit à Geneve<sup>[3]</sup>.

J'ai l'honneur d'être avec tous les sentimens de la plus parfaite estime et du plus sincere devouement,

Monsieur et tres Honoré Confrere,  
Votre tres humble et tres obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 2. novemb. 1771.

- A. 10    Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief J.A. Eulers vom 4. Oktober (23. September) 1771  
           Basel, 2. November 1771  
           Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 108–109  
           Randnotiz: «reçu ce 17. Novembre 1771»

- [1]    Betreffs der Augenoperation L. Eulers cf. J. Wenzel (1786, p. 135–138) und R. Bernoulli (1983). Bezüglich des Barons M.J.B. de Wenzel cf. Wyman (1991). – Die Basler *Mittwochs-Zeitung* informierte über die erfolgreiche Augenoperation L. Eulers schon am 30. Oktober 1771.
- [2]    D. Bernoullis Brief an J.A. Euler vom 9. Oktober 1771 ist nicht erhalten geblieben. Er wurde am 4. November (24. Oktober) 1771 in der Konferenz der Petersburger Akademie vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 37). Wie wir von dort wissen, enthielt der Brief Informationen über einige Versuche, welche Mallet bei Genf über D. Bernoullis neue Art von Rudern angestellt hatte. Zudem übersandte Bernoulli mit diesem Brief zwei neue Abhandlungen über die Summation von Reihen (1772, DB. 62) und über Saitenschwingungen (1772, DB. 63) zum Druck in den *Petersburger Novi Commentarii*. Die Originalmanuskripte beider Abhandlungen befinden sich in der Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 30, 31), ebenso ein Entwurf der ersteren (*ibid.*, C. 29). Die Handschrift der zweiten Abhandlung enthält mehrere längere Passagen, die ausgestrichen wurden und im Druck fehlen.
- [3]    Cf. Brief Nr. 7, Anm. 8.



11

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 17. Februar 1773

Bale ce 17 fevr. 1773

Monsieur mon tres cher et tres honoré Confrere

J'ai l'honneur de vous accuser par la presente la reception de la votre du  $\frac{4}{15}$  janv.<sup>[1]</sup> avec les pieces qui y etoient incluses et nommement une lettre de change sur Amsterdam pour la somme de 602 R<sup>o</sup> 46 Cop. à 40 $\frac{1}{2}$  stuv. d'hollande; M<sup>r</sup> Ambourger trouvant bon de retenir 2 R<sup>o</sup> pour ports de lettres et 7 R<sup>o</sup> 54 Cop. pour commission et courtage. J'ai trafiqué cette lettre à M<sup>r</sup> le Conseiller Bernoulli et fils<sup>[2]</sup> qui m'a fait un petit avantage parce que je promettois quelques avantages reciproques; nous sommes convenus qu'il me payeroit au commencement du mois d'avril en argent de France la somme de 2592 Livres et 9 sols. De cette somme je ferai l'emploi que vous me prescrivez. Nous nous sommes manqués deux fois, M<sup>r</sup> Chretien de Mechel et moi. J'y ai envoyé mon laquais, pour le prier de m'envoyer une note de ce que je lui devois remettre, mais il ne l'a pas trouvé chez Lui; là dessus il est venu chez moi sans me trouver; je le payerai aussi tot que je saurai positivement le montant et je remettrai aux deux Wichser les deux tiers du reste sans la moindre deduction.<sup>[3]</sup> Je prendrai la precaution de ne leur rien donner que dans la derniere semaine de leur depart: mais aussi alors je remettrai toute la somme à l'Ainé: J'ai bien pensé si je ne ferois pas mieux de leur donner des assignations pour Francfort et Lubec {Lübeck}; mais j'ai fait reflexion ensuite, que comme ils ont plusieurs dettes, ils ne partiront qu'avec 250 R<sup>o</sup> environ; que si je leur donnois 180 R<sup>o</sup> à leur depart il ne leur resteroit que 650 R<sup>o</sup> et qu'il faudroit toujours leur donner une lettre de credit pour 100 R<sup>o</sup> sur Francfort, qu'ils ne manqueroient pas de retirer parce qu'aparement ils ne feroient leur mauvais coup qu'entre Francfort et Lubec, s'ils en avoient formé le noir projet; tout cela bien pesé j'ai cru qu'il ne valoit pas la peine de leur montrer cette mefiance et, ce qui a achevé à me determiner, c'est que la plus part de Banquiers sont des harpies insatiables et que chaque pas de precaution seroit en pure perte pour les pauvres Wichser. D'ailleurs l'ainé, qui se chargera de toute la somme, me paroît un fort honnete homme, sans quoi j'aurois peutetre été plus scrupuleux, le Cadet (jeune homme de 19 ans mais bien entendu à ce qu'on me dit dans son metier) n'étant pas en odeur de sainteté, ce qui m'est revenu trop tard. Je crois donc que la Commission Academique ne fera pas mal de donner à l'Ainé toute l'autorité sur le Cadet, tout comme si celui-ci n'étoit que simple garçon apprentif de l'autre à fin de rendre l'Ainé responsable de l'autre: Sur ce pied je crois que l'Academie aura lieu d'être content des deux freres et le tems apprendra ce qu'il faut faire pour l'avenir. Ils seront à meme de partir vers le milieu du mois d'avril et ils pourront être à Lubec {Lübeck} vers le mi-may: je souhaite que ma petite negociation tourne au contentement de l'Academie; de mon côté j'aurai toujours fait ce qu'on pouvoit

attendre de moi. Ci-joint vous trouverez ma quittance pour la pension de 200 r<sup>o</sup> et pour la reception de la lettre de change; je la crois conforme aux circonstances et je pourrai toujours y suppléer, si Vous le trouvez necessaire<sup>[4]</sup>. Quand je vous ai proposé M<sup>r</sup> Ambourger pour me faire tenir la somme dont il seroit question, mon intention étoit qu'il m'envoyat une lettre de change tirée par lui-meme sur Mess<sup>rs</sup> Fäsch, Stickelberger et Christ de cette ville<sup>[5]</sup>; cela m'auroit epargné bien de la peine, sans conter les 9 R<sup>o</sup> 54 Cop. inutilement employés. Je suis cependant bien obligé à M<sup>r</sup> Ambourger et Vous prie, Monsieur, de lui faire bien des complimens de ma part, avec quoi les lettres qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire, l'une par votre canal et l'autre par celui de Mess<sup>rs</sup> Fäsch, Stickelberger et Christ, ne demanderont point d'autre reponse.

Dans ce moment M<sup>r</sup> de Mechel vient de sortir de chez moi; il ne m'a demandé que 45 L[ivres] de Fr[ance] que je lui ai payé contre la quittance que j'ajouterai à cette lettre; il vous revient donc quelque chose sur les 12 R<sup>o</sup> que vous avez destinés pour cet article. Le dit M<sup>r</sup> de Mechel est beaufre à M<sup>r</sup> Haass; quand il aprit qu'il n'y avoit plus rien à changer à l'affaire de Wichser, il me fit un peu la mine et vouloit y mettre obstacle par la dette de Wichser; je lui dis que je m'engageois à la payer avant son depart, esperant que M<sup>r</sup> Haass le retiendrait à son service jusqu'à ce tems là; le lendemain M<sup>r</sup> de Mechel m'aporta un conte montant à 229 florins signé par Wichser et me proposa d'en garantir le payement; je le fis aussitot et M<sup>r</sup> Haass congedia le meme jour le pauvre Wichser sans avoir aucun reproche à lui faire, que je sache; à mon avis M<sup>r</sup> Haass ne pouvoit donner un congé plus honorable à son ouvrier.

Je vous remercie, Monsieur mon tres cher Confrere, des sentimens d'amitié que vous me temoignez et je fais pour vous et pour toute votre illustre famille les vœux les plus ardens; je souhaite que les jours de tous ceux, qui portent le grand nom d'Euler, soient filés d'or et de soye et qu'ils me conservent leur bienveillance tant que dureront les miens. Je suis fâché qu'il n'y ait plus rien à faire pour le jeune M. Fues {Fuss}; notre bon Compatriote M. ⟨Peter⟩ Grimm avoit tout fraîchement resuscité ses esperances et je croyois l'affaire remise sur un tres bon chemin. J'apprends avec un sensible plaisir, que M. Bientz se trouve fort bien placé; il m'a fait l'honneur de m'écrire une lettre fort obligeante; mais je ne saurois comment m'y prendre pour lui faire parvenir ma reponse. Si vous avez occasion de lui dire ou faire dire deux mots pour moi, vous m'obligerez de le faire. Il y a trois ou quatre semaines, que M<sup>r</sup> ⟨Jakob⟩ Noerbel {Nörbel} Gantier est venu chez moi et me dit qu'il avoit écrit à M<sup>r</sup> Votre Pere sans savoir s'il a reçu sa lettre en me priant de m'en informer quand j'ecrirois à Petersbourg; je lui repondis que je m'en chargeois avec plaisir. Ce que Vous me marquez, Monsieur, sur l'indulgence de Mess<sup>rs</sup> de l'Academie Imperiale pour mes petits memoires, m'a infiniment flatté; je vous supplie de leur presenter mes tres humbles respects et mes remercimens de leur exactitude à me faire tenir ma pension à point nommé. J'ai l'honneur d'être avec toute la consideration possible et la plus parfaite estime,

Monsieur mon tres cher et tres honoré Confrere  
 Votre tres humble et tres obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

P. S. Il faut que je vous fasse encor observer, Monsieur, que je n'ai traité qu'avec l'ainé des Wichser pour lui et pour son frere, n'ayant jamais vû le Cadet, qui se trouve actuellement dans son paÿs natal; mais l'Ainé m'a assuré positivement qu'il seroit ici avant le mois d'avril. Je serois bien embarrassé s'il ne se presentoit pas: il n'y auroit point d'inconvenient à faire partir l'ainé sans le Cadet, mais le payement de ses dettes ne lui laisseroit pas assez d'argent pour faire le voyage. Il y a bien cent à parier contre un, que le cas n'arrivera pas; mais s'il arrivoit, faudroit-il rompre le marché avec tous les deux ou bien avancer à l'Ainé une centaine de R<sup>o</sup> sauf à lui retenir, peu à peu, cette somme sur ses gages? Je peserai toutes les circonstances et je ferai ce que je jugerai le mieux à faire; je vous avoue cependant, que je serois fâché d'etre réduit à faire des choses à ma tete sans ordres precis, quoique l'Academie m'ait donné plein pouvoir. Si vous croyez que je puisse avoir une reponse avant le 5 avril n. st. je pourrai me regler en toute chose sur vos ordres.

- A. 11 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief J.A. Eulers vom 15. (4.) Januar 1773  
 Basel, 17. Februar 1773  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 60, Bl. 36–37v  
 Randnotiz: «reçû le 28 fevrier 1773»

- [1] Dieser Brief ist nicht erhalten geblieben.
- [2] Es handelt sich wohl um Daniel Bernoullis Cousin Franz Bernoulli-Linder (1705–1777), der seit 1753 Mitglied des Basler Grossen Rates war und seit 1760 seine Grosshandelsfirma «Zum Dolder» gemeinsam mit seinem Sohn Hieronymus führte (cf. Bernoulli-Sutter 1972, p. 80–81).
- [3] Von den Brüdern Wichser ist im weiteren Verlauf dieser Korrespondenz öfters die Rede; es war jedoch nicht möglich, weitere Quellen zu ihrer Biographie zu finden. Offenbar waren die beiden Brüder durch Bernoullis und von Mechels Vermittlung als Handwerker für die Petersburger Akademie engagiert worden – zumindest der ältere von ihnen wohl für deren Druckerei. Bei der Überweisung, von der hier die Rede ist, handelt es sich zweifellos um einen Gehaltsvorschuss für die Reise nach Russland.
- [4] Es ist nur eine Empfangsquittung D. Bernoullis vom 22. (11.) Februar 1773 für seine Pension des vorangegangenen Jahres erhalten.
- [5] Die ausgedehnten Basler Bankier- und Kaufmannsfamilien Faesch, Stüchelberger (Stickelberguer) und Christ waren verschwägert; möglicherweise bezieht sich Bernoulli hier auf die international tätige Firma des Seidenwarenhändlers Johann Rudolf Stickelberguer-Christ (1740–1798).

12

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 10. April 1773

Monsieur mon tres Honoré Confrere

J'ai reçu le 5<sup>e</sup> de ce mois votre dernière du 12 mars n.st.<sup>[1]</sup> et je n'ai pas manqué d'envoyer aussitôt l'incluse à son adresse. Je viens de finir avec les frères Wichser et j'ai fait de mon mieux pour m'acquitter de la commission de l'Académie à sa satisfaction; quoique l'aîné me paraisse fort honnête homme et que je l'aie toujours trouvé véridique, je n'ai pas laissé pour plus grande précaution, de lui retenir son congé de M<sup>r</sup> Haass sachant bien que sans un tel congé aucun maître ne le recevrait chez lui. Je me suis servi du prétexte que M<sup>r</sup> le Président de l'Académie (K. Razumovskij) souhaitait de savoir que Wichser soit libre et, pour cet effet, de voir son congé que je devois lui envoyer par la poste; j'ajouterai donc le dit congé à cette lettre, ayant assuré notre homme qu'on le lui rendrait à son arrivée à Petersbourg. Voici à présent mon compte sur l'argent que l'Académie m'a fait tenir.

J'ai reçu le 9 fevr. 1773 une lettre de change pour la somme de 602 R<sup>o</sup> 46 Cop. à 40 $\frac{1}{2}$  stuv. de Hollande; j'ai trafiqué cette lettre sur le pied de 51<sup>sr</sup> d'Empire par g., ce qui étoit fort avantageux; cela fait 1037 fl, moins un cruche<sup>[2]</sup>, qui convertis en argent de France, à raison de 2 $\frac{2}{5}$  fl par ecu de 6<sup>th</sup> de France, donnent la somme de 2592 Livres 9 sols, dont j'ai fait l'employ qui suit:

payé	à M <sup>r</sup> de Mechel Graveur	£.	45.	—.	—
	à M. Haag pour le volume de Moreri		6.	15.	—
	à M. Haas sur le compte de Wichser		516.	1.	6
	à l'Ouvrier Wichser lui même		1177.	14.	6
	à moi même pour ma pension de 1772		846.	18.	—
		S <sup>e</sup> £.	2592.	9.	—

Vous me dispensez sans doute, Monsieur, de vous envoyer les pièces justificatives; mais s'il arrivoit quelque difficulté ou qu'il fut besoin de quelque éclaircissement, je pourrai toujours vous satisfaire.

La famille Wichser doit être partie le 7<sup>e</sup> de ce mois et je compte qu'il pourra arriver à Lubec {Lübeck} avant la fin de ce même mois; il vous apportera le volume du supplément de Moreri que vous avez demandé<sup>[3]</sup>. Je ne lui ai point remis de lettre pour Vous, parce que je lui ai dit que j'aurois l'honneur de vous écrire par la poste. J'espère que la lettre de change de M<sup>r</sup> Ambourguer aura été honorée à Amsterdam; dans les règles du commerce d'Hollande ce n'est que le 12<sup>e</sup> de ce mois, que les risques ne nous regardent plus; les marchands ne s'accusent pas les payemens, qui se supposent; mais en cas d'accident ils font monter à des sommes terribles les frais de protest. Voilà pourquoi j'avois souhaité une lettre de change de M<sup>r</sup> Ambourguer sur Mess<sup>rs</sup> Fäsch, Stickelberguer et Comp<sup>g</sup><sup>e</sup>.

Le jeune M<sup>r</sup> Fues {Fuss} a été chez moi le 5<sup>e</sup> de ce mois; il venoit de recevoir la lettre de M<sup>r</sup> <Peter> Grimm et me la donna à lire; je remarquois de sa part une grande envie de profiter des bontés de M<sup>r</sup> Votre Pere et je lui en temoignois mon contentement; mais son Pere <Johann Heinrich Fuss> ne s'étoit pas encor déterminé; en tout cas, il m'a paru qu'il ne partiroit que dans quelques mois. À peine fut il sorti de chez moi qu'on vint m'apporter celle que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire. Je ne crois pas que le Pere de M<sup>r</sup> Fues craigne les fraix de voyage, mais il se pourroit bien qu'il appréhendat l'incertitude de l'avenir: cependant je n'ai aucune commission de sa part. Je ne doute pas, que le fils ne reponde tout au long à M<sup>r</sup> Grim et si je puis etre de quelque utilité dans cette affaire, je serai exact à executer les ordres que vous me prescrirez. Mille complimens à M<sup>r</sup> Votre Pere. J'ai l'honneur d'être avec tous les sentimens de la plus parfaite consideration,

Monsieur mon tres honoré Confrere

Votre tres humble et tres-Obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 10 avril 1773.

Au moment que je finis ma lettre, voici M<sup>r</sup> Fues {Fuss} qui entre et qui m'annonce qu'il est tout décidé de partir pour S<sup>t</sup> Petersbourg dans une quinzaine de jours. C'est Mad<sup>e</sup> <Anna Maria> Gengenbach, qui a achevé de le determiner ou plutot la lettre que M<sup>r</sup> son frere <Leonhard Euler> lui a ecrite et qu'elle a bien voulu lire à M<sup>r</sup> Fues, qui etoit allé chez Elle. Je me suis chargé de vous apprendre cette nouvelle et il ne manquera pas, avant son depart, de repondre au Sieur <Peter> Grimm, en lui marquant tout le detail de son dessein. Comme il m'a paru, que M<sup>r</sup> Votre Pere avoit beaucoup à cœur de posseder ce jeune homme, je suis bien aise que Mad<sup>e</sup> Gengenbach y ait mis la derniere main en l'honorant en meme tems de son aprobation. Elle m'a promis de m'envoyer une lettre pour M<sup>r</sup> Votre Pere et je m'assure qu'Elle lui parlera tout au long de cette affaire. M<sup>r</sup> Fues me dit aussi que Wichser n'est pas parti le 7<sup>e</sup>; il avoit loué un bateau commode qui devoit le conduire jusqu'à Mayence et quand il vint au port il fut tout etonné de ne trouver qu'une petite nacelle qui n'eut pas pû contenir sa famille, ce qui l'a obligé de differer son depart pour trouver un autre bateau et pour mieux prendre ses mesures. On m'a raporté qu'il est parti le lendemain et M<sup>r</sup> Fues a fixé son depart au 21<sup>e</sup> de ce mois<sup>[4]</sup>; il se pourroit fort bien qu'ils se retrouvassent à Lubec {Lübeck} et qu'ils s'y embarquassent sur le meme vaisseau: j'en serois bien aise, parce que M<sup>r</sup> Fues pourroit, en cas de necessité, faire credit aux Wichsers pour une quarantaine de Roubles; je me flatte qu'ils se comporteront tous d'une maniere à s'attirer votre bienveillance et celle de M<sup>r</sup> Votre Pere, c'est dans cette esperance, que je vous les recommande à l'un et l'autre.

- A. 12 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief J.A. Eulers vom 12. (1.) März 1773  
 Basel, 10. April 1773  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 60, Bl. 60–61r  
 Randnotiz: «reçu ce 22. Avril 1773»

- [1] Dieser Brief ist nicht erhalten geblieben.  
 [2] In der Waadt übliche Bezeichnung für Kreuzer (cf. HLS, Artikel «Kreuzer»).
- [3] Das dreibändige *Supplement* (1743–45) zur Basler Publikation des *Grand dictionnaire historique* von Moréri (1731, 1740) war von den Gebrüdern Brandmüller als luxuriöse Subskriptionsausgabe konzipiert und propagiert worden. Während der Herstellung kam es jedoch zu mehreren Handänderungen: Nach dem Tod von Johannes Brandmüller dem Jüngeren im Dezember 1741 übernahm sein Schwiegersohn Johannes Christ das Geschäft, und nach dessen Ableben im März wurde es 1743 von seiner Frau fortgeführt.
- [4] Niklaus Fuss verliess Basel am 21. April 1773 und führte während seiner siebenwöchigen Reise ein Tagebuch, dessen Text er seinen Eltern nach Basel schickte (Bibl. Basel, A λ I 14).

## 13

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
 Basel, 20. April 1773

Monsieur mon tres honoré Confrere

Je ne laisserai pas partir le jeune M<sup>r</sup> Fues {Fuss} sans lui remettre une lettre pour Vous, qui conjointement avec M<sup>r</sup> Votre Pere l'avez invité à venir à Petersbourg. J'ai admiré l'ardeur de M<sup>r</sup> Fues à accepter cette honorable invitation; elle ne lui a pas permis de deliberer et je n'ai pas eu besoin de l'encourager: je n'ai pas été moins ravi de voir la facilité de M<sup>r</sup> {J. H.} Fues le Pere à y donner son consentement et à entrer dans toutes les depenses necessaires assez considerables. C'est à present à Vous, Monsieur, et à Votre Illustre famille d'achever votre ouvrage: pour moi, sans avoir jamais eu la moindre liaison personnelle avec Mess<sup>rs</sup> Fues, depuis que cette affaire m'a procuré leur connoissance, je m'interesserais toujours dans tout ce qui les regarde: je ne saurois concevoir aucun intervalle entre l'estime et l'amitié et je serai sensible à tout ce qu'on fera pour le jeune M<sup>r</sup> Fues<sup>[1]</sup>.

J'ai eu l'honneur de Vous ecrire le 10<sup>e</sup> de ce mois pour vous donner avis du depart des deux Ouvriers Vichser {Wichser}: j'espere que vous aurez reçu ma lettre à laquelle je me raporte pour le reste<sup>[2]</sup>: je finis donc la presente en priant M<sup>r</sup> Votre Pere et tous ceux qui ont l'avantage de lui appartenir d'agréer mes respects, complimens et amitiés et en vous assurant en particulier, que tant qu'il me reste à vivre je ne cesserai d'être avec tous les sentimens du plus parfait devouement et de la plus haute estime,

Monsieur mon tres honoré Confrere

Votre tres humble et tres-obeissant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 20 avril 1773.

- A. 13 Brief D. Bernoullis an J.A. Euler  
 Basel, 20. April 1773  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 293–294  
 Randnotiz: «reçu ce 28. Mai 1773»

- [1] D. Bernoulli hat bereits kurz nach Fuss' Ankunft in Petersburg im Sommer 1773 einen Briefwechsel mit ihm begonnen, der bis 1778 andauerte. Zehn Briefe dieser Korrespondenz – darunter Daniel Bernoullis letzter bekannter Brief überhaupt – sind im Anhang dieses Bandes wiedergegeben (cf. Anh. VII.3, Nr. 36–42, 44–46, p. 995–1027).  
 [2] Cf. D. Bernoullis Brief Nr. 12.

## 14

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
 Basel, 28. Juli 1773

Monsieur mon tres Honoré Confrere

J'ai été charmé, on ne peut pas plus, d'apprendre l'heureuse arrivée tant des freres Wichser que du jeune M<sup>r</sup> Fues {Fuss}<sup>[1]</sup>; il est heureux que Vous en soyez content; j'espere que les Wichser se comporteront, sur tout l'Ainé, d'une maniere à s'attirer de plus en plus les bonnes graces de l'Academie; s'ils le font, j'ose vous recommander ces bonnes gens, qui se sont à jamais expatriés pour respirer l'air de Russie et pour y gagner leur vie. Ce n'etoit pas là le motif de M<sup>r</sup> Fues; cheri de ses Parens, jouissant de tous ses aises et estimé de tous ceux qui le connoissoient, il n'a pas hesité de faire un voyage de 600 lieues de France et de franchir la mer la plus orageuse pour aller chercher les Grands Eulers, qui le mettroient à meme de se rendre utile à la Societé. J'espere que cette Illustre famille prendra à tache de seconder les vues de ce jeune homme.

Je vous prie de presenter à l'Academie mes tres-humbles devoirs et remerciemens du nouveau present litteraire, dont elle vient de me regaler; mon neveu (Johann III) à qui Vous l'avez adressé ne manquera pas de me le faire tenir au plutot possible; tous ces nouveaux ouvrages, que j'attends avec impatience, me seront infiniment pretieux; si je ne puis plus les digerer pour en tirer tout le suc, que j'aurois fait autrefois, du moins je les savourerai avec cet appetit, qui à ce que j'espere ne me quittera jamais. Il m'est revenu differentes critiques contre le Pere Hell et connoissant d'ailleurs les lumieres de M<sup>r</sup> Lexelli, toutes les aparences sont pour ce dernier<sup>[2]</sup>. Il n'appartient qu'à M<sup>r</sup> Votre Pere, accoutumé à puiser dans la source, de rassembler dans un ouvrage de 20 à 30 feuilles une theorie complete sur la construction et la manoeuvre des vaisseaux et de mettre le tout à la portée des navigateurs un peu entendus<sup>[3]</sup>; je crois d'avoir été le premier à donner une bonne theorie sur l'action des rames en etablissant et demontrant une espece de conservation dans les forces vives animales et la necessité de n'en faire aucun emploi inutile pour le but qu'on se propose<sup>[4]</sup>. Je suis toujours persuadé, que dans bien d'occasions l'employ des rames obliques pourroit etre fort utile, mais il faudroit commencer par faire de



bonnes experiences sur de simples barques, qui seroient tres peu couteuses. On n'a epargné ni travaux ni argent pour la perfection de l'astronomie et cette derniere perfection fera eternellement la gloire de notre siecle; peutetre qu'il y auroit pareillement encor beaucoup à gagner pour la mecanique civile, si on la cultivoit avec des soins tant soit peu proportionés. Je serois curieux, par exemple, de savoir quel degré de vitesse on pourroit donner à une barque, moyennant deux petites roues ailées, posées dans un plan vertical perpendiculairement à la longueur de la barque, une à chaque coté, que deux personnes tourneroient par des manivelles, en donnant tres peu d'inclinaison aux ailes. Il est vrai qu'en general l'usage des roues tournantes pour la navigation doit etre absolument rejetté, suivant mes principes. Cependant la petite experience dont je viens de parler nous fourniroit de nouveaux eclaircissemens sur l'usage des rames obliques.

Je vous demande pardon, Monsieur, de la liberté que je prends de joindre à cette petite lettre une autre assez volumineuse de M<sup>r</sup> {J.H.} Fues {Fuss} le Pere à son fils<sup>[5]</sup>; il a cru que de cette maniere la lettre luy parviendroit avec plus de sureté; je n'ai donc pas voulu lui refuser ce petit plaisir; le fils avoit envoyé au Pere une ample relation de son grand voyage, qui nous a bien divertis et qui aparement aura donné matiere à beaucoup de reflexions<sup>[6]</sup>. Mille respects, compliments et amitiés par tout où vous savez et agreez sur tout les assurances du parfait devouement et de l'estime infinie, avec lesquelles j'ai l'honneur d'être en toute verité,

Monsieur mon tres Honoré Confrere  
Votre tres humble et tres-obeissant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 28 juill. 1773.

A. 14 Brief D. Bernoullis an J.A. Euler  
Basel, 28. Juli 1773  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 374–375  
Randnotiz: «reçu ce 9 Aout 1773»

- [1] Niklaus Fuss erreichte Petersburg am 8. Juni (28. Mai) 1773. – Cf. Brief Nr. 12, Anm. 4, und Fuss' Brief an seine Eltern vom 25. (14.) Juni 1773 mit der Beschreibung der ersten Tage seines neuen Lebens in Petersburg bei Grimm und seiner Arbeit bei Euler (Bibl. Basel, A λ I 14).
- [2] Zu Lexells Kontroverse mit Hell über dessen Darstellung des Venusdurchgangs cf. Stén (2014, p. 72–78).
- [3] Cf. L. Eulers *Théorie complete de la construction et de la manœuvre des vaisseaux* (E. 426).
- [4] Cf. D. Bernoullis Preisschrift über den Antrieb von Schiffen (1769, DB. 47) sowie Brief Nr. 8, Anm. 2–3, und Anhang zu Brief Nr. 8, insb. Anm. 1.
- [5] Dieser Brief ist heute unbekannt. Ein gleichzeitig an N. Fuss abgesandter Brief D. Bernoullis wurde von dessen Sohn P.H. Fuss 1843 erstmals publiziert (Fuss 2, p. 659–660) und ist im Anhang dieses Bandes wiedergegeben (cf. Anh. VII.3, Nr. 36, p. 995).
- [6] Cf. Brief Nr. 12, Anm. 4.

15

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
Basel, 6. November 1773

Bale ce 6. novemb. 1773

Monsieur mon tres honoré Confrere

Je prends la liberté de Vous adresser les deux memoires ci-joints<sup>[1]</sup>; j'espere qu'étant présentés à l'Academie par un Savant de Votre ordre, elle en sera plus disposée à les recevoir avec indulgence. Quand la multiplicité de vos occupations Vous permettra de m'honorer d'une reponse à la presente pour m'en accuser la reception, je vous prie, Monsieur, de continuer à me donner des nouvelles de la santé de Mons<sup>r</sup> Votre Pere et de toute votre respectable famille, que j'assure ici de mes tres humbles respects. Je ne saurois Vous marquer encor la reception des ouvrages, dont l'Academie a eu la bonté de me regaler et qu'il vous a plu d'expedier à l'adresse de mon neveu ⟨Johann III⟩ de Berlin. Ce jeune homme a passé tout l'été à la campagne dans l'esperance d'y retablir sa santé extremement delicate: il y a aparence que son absence aura retardé l'expedition de sa commission. La derniere que je me suis donné l'honneur de vous ecrire, etoit du 28 juillet; quelques nouvelles de ville, qui me sont parvenues obliquement, m'ont fait connoitre, que cette lettre, qui en renfermoit d'autres, vous a été rendue; elle ne contenoit rien d'ailleurs, qui put exiger precisement une reponse. J'apprendrai avec plaisir que les freres Wichser se comportent toujours d'une maniere à s'attirer de plus en plus la bienveillance de l'Academie; ce n'est que dans cette suposition, que je m'interesse pour ces pauvres gens. Je vous avois prié, il y a quelques années, que si vous pouviez apprendre des nouvelles d'un certain M<sup>r</sup> Karguer {Karger}, fils unique de bonne famille de cette ville, de m'en faire part: Les parens de ce jeune homme viennent d'en recevoir une lettre ecrite de Berlin, parlaquelle il leur annonce son prochain retour: cette nouvelle les a penetré de la plus consolante satisfaction; peutetre que M<sup>r</sup> Grim{Grimm} saura de quelle maniere ce M<sup>r</sup> Karguer s'etoit etabli à Moscou<sup>[2]</sup>.

M<sup>r</sup> de LaLande m'a fait l'honneur de m'envoyer son memoire sur les cometes et leurs funestes effets physiques, s'il passoient trop près de la Terre, comme, par exemple, à la distance de 4 ou 5 diametres de la Terre; ce memoire a rempli de frayeur presque toute l'Europe, sans que l'Auteur y ait donné lieu; je ne scai sur quel fondement on annonçoit dans le public le 2 octobre comme le dernier pour l'humanité; cette terreur panique m'a attiré quelques lettres remplies de puerilités, qu'il m'a fallu traiter avec un grand serieux pour rassurer les gens.<sup>[3]</sup>

Je trouve cependant en traitant cette question, dans les principes des probabilités, qu'on peut estimer à  $\frac{1}{600\,000}$  pour chaque année le risque, que quelque comete s'approche d'aussi près de la Terre que M<sup>r</sup> de LaLande le suppose. Mais ce que nous apellons hazard n'est, relativement à l'homme, qu'une ignorance des circonstances qui determinent les evenemens, dont il est question et qui peuvent etre telles qu'il soit à jamais impossible, que ces evenemens arrivent.

J'ai l'honneur d'être avec tous les sentimens de la plus parfaite estime et d'un attachement inviolable,

Monsieur mon tres honoré Confrere,  
Votre tres humble et tres-Obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

P.S. Apres avoir fini cette lettre, j'en ai reçu une de M<sup>r</sup> Fues {Fuss} par la voye de Nurenberg<sup>[4]</sup> avec une incluse pour M. son Pere<sup>[5]</sup>, qui vient de me remettre la reponse ci-jointe, que nous vous prions de remettre à M. Fues en lui faisant mille complimens de ma part.

- A. 15    Brief D. Bernoullis an J.A. Euler  
           Basel, 6. November 1773  
           Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 340–341r  
           Publ.: *Gelehrte Korr.* 1987, p. 159  
           Randnotiz: «reçu ce 18 Novembre 1773 et lû à l'Academie le 22 du même mois»  
           Am 3. Dezember (22. November) in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 107)

- [1] Es handelt sich um D. Bernoullis Abhandlungen über Reihentheorie (1774, DB. 66) und über das Schwingungszentrum von aufgehängten Körpern (1774, DB. 67).
- [2] Auf welchen Angehörigen der Basler Familie Karger sich diese Passage bezieht, ist nicht klar. Ein früherer Brief Daniel Bernoullis, der auf Karger Bezug nimmt, ist uns nicht bekannt.
- [3] Cf. die Abhandlungen von Lalande (1773, 1777) über erdnah passierende Kometen. Tatsächlich hatte die Präsentation von Lalandes erster Abhandlung in der Pariser Akademie im Mai 1773 bei Teilen der Öffentlichkeit heftige Befürchtungen ausgelöst, ein katastrophaler Kometeneinschlag stehe unmittelbar bevor (als Datum stand der 20. Mai im Vordergrund). Lalande sah sich zu einem Dementi in der *Gazette de France* genötigt, und Voltaire mokierte sich in einer *Lettre sur la prétendue comète* über die Weltuntergangssängste der «quelques Parisiens, qui ne sont pas Philosophes, et qui, si on les en croit, n'auront pas le temps de le devenir». – Cf. Guillemin (1875, p. 375–379).
- [4] Dieser Brief, den N. Fuss am 13. (2.) September 1773 an D. Bernoulli gerichtet hatte, wie wir aus seinem Brief vom selben Datum an seinen Vater wissen, ist nicht erhalten geblieben.
- [5] Seit seiner Ankunft in Petersburg unterhielt Niklaus Fuss eine rege Korrespondenz mit seinem Vater, in deren Verlauf er gegen 200 Briefe geschrieben hat. Ob diese Korrespondenz im Original noch erhalten ist, ist uns nicht bekannt; hingegen wurden – wahrscheinlich in der Zeit zwischen den beiden Weltkriegen – aus mehreren Briefen Exzerpte angefertigt, von denen Kopien sowohl in Basel als auch in Leipzig aufbewahrt wurden. Eine Transkription dieser Auszüge, die durch O. Spiess in Auftrag gegeben wurde, befindet sich heute im Bernoulli-Euler-Zentrum an der Universitätsbibliothek Basel.

16

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 22. Dezember 1773

Monsieur mon tres Honoré Confrere!

On ne sauroit etre plus vifement frappé que je le fus à la nouvelle, si peu attendue, de la mort de Mad<sup>e</sup> Votre Mere (Katharina Euler-Gsell); depuis ce moment je me rapelle sans cesse l'image de la defunte telle que j'ai eu l'honneur et l'avantage de la connoitre pendant mon sejour de S<sup>t</sup> Petersbourg; sa douceur, ses vertus et tout le merite, qui peut orner son sexe, luy attiroient les respects et l'estime de tout le monde. Destinée en suite à etre l'Epouse du grand Euler et Mere de son Illustre famille, chérie de la Providence, elle a atteint cet age après lequel la vie n'est plus qu'un tissu de misere et de souffrances. Mais que cette bienheureuse defunte a laissé de malheureux apres elle! On ne sauroit regretter trop une personne si distinguée par tant de titres. Mes regrets en particulier se redoublent, quand je me represente la desolation de Mons<sup>r</sup> Votre Pere et celle de toute sa chere Famille. Recevez tous mes condoleances, comme partant d'un cœur le plus compatissant que la vraie amitié connoisse; et Dieu veuille, la seule source de toutes les consolations, Vous aider tous à supporter votre douleur avec fermeté et resignation, la moderer et la calmer.

J'ai eu l'honneur, le 6<sup>e</sup> du mois passé, de Vous envoyer deux memoires pour l'Academie, que vous devez avoir reçu peu de jours apres la date de la votre<sup>[1]</sup>. J'ai envoyé aussitot les incluses à leur adresse et on m'a promis de m'envoyer la reponse pour ce soir. J'ai l'honneur d'etre avec tous les sentimens du plus sincere devouement et de la plus parfaite estime,

Monsieur mon tres Honoré Confrere,  
 Votre tres humble et tres-Obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 22. decemb. 1773.

A. 16 Brief D. Bernoullis an J.A. Euler  
 Basel, 22. Dezember 1773  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 412  
 Randnotiz: «reçu ce 2 Janvier 1774.»

[1] Cf. D. Bernoullis Abhandlungen (1774, DB. 66, 67), die am 3. Dezember (22. November) 1773 der Akademischen Konferenz vorgelegt wurden (cf. *Protokoly* 3, p. 107).

17

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 5. Februar 1774

Monsieur mon tres honoré Confrere,

Voici une reponse de M. Votre Cousin (Christoph II Gengenbach); j'y ajoute ce mot de lettre pour moi. J'ai appris avec plaisir, que mes deux petits memoires sont arrivés à bon port et que l'Acad<sup>e</sup> en ayt été un peu contente<sup>[1]</sup>. Vous aurez reçu ma lettre de condoleance quelques jours apres avoir fait partir Votre derniere du 24. decembre. J'ai envoyé aussitot à Mad<sup>e</sup> Gengenbach (Anna Maria G.-Euler) l'oraison funebre et la lettre y jointe en faisant prier Mons<sup>r</sup> Votre Cousin de passer chez moi, quand il en auroit le loisir; il n'y a pas manqué et nous avons beaucoup parlé ensemble sur l'idée que vous avez d'envoyer M<sup>r</sup> Votre fils (Johann Leonhard) à Bale pour y recevoir l'education et les instructions conformes à l'Etat qu'il doit un jour embrasser. Mad<sup>e</sup> Gengenbach et toute sa famille feront tout leur possible pour vous confirmer dans cette idée. Comme tout est excessivement cher dans notre ville, il ne sera guere possible d'y entretenir le jeune M<sup>r</sup> Euler à moins de 400 florins d'Empire, qui font environ 40 Louisd'or neufs de France, y compris la pension, le logement, le blanchissage et toutes les leçons qu'il doit prendre. Tout ce que M<sup>r</sup> Votre Cousin m'a répondu à plusieurs questions que je lui ai faites, m'a fait voir que lui, sa femme (Helena Gengenbach-Burckhardt) et Mad<sup>e</sup> sa Mere (Anna Maria G.-Euler), ont pris cette affaire fort à cœur et qu'ils sont bien éloignés de vouloir y gagner pour ce qui les regarde. Quant à moi, Monsieur et tres honoré Confrere, je vous offre de grand cœur tout ce qui dependra de moi; j'aurai toujours l'œil à tout. Marquez moi seulement toutes vos intentions, tout au long; je m'y conformerai de toutes mes forces et je ne manquerai pas de vous donner avis de tout ce qui conviendra que vous sachiez, sans causer au reste aucun ombrage à qui que ce soit et sans rien brusquer. Prevenez là dessus le jeune aimable Sergeant et parlez lui quelques fois de moi comme d'un ami de la maison, en qui il pourra mettre toute sa confiance; Je le recommanderai à tous ses maitres et j'espere qu'ils auront quelque egard à ma recommandation.

Je vous fais mes complimens sur l'heureux accouchement de Mad<sup>e</sup> Euler (Anna Sophie Charlotte E.-Hagemeister)<sup>[2]</sup>. Elle vient donc de vous regaler encor d'un aimable rejetton de votre famille et de votre nom; je lui scais un gré infini de Vous donner toutes ces marques distinctives de son amitié et de son amour conjugal. Dieu veuille toujours combler de ses plus pretieuses benedictions tout ce qui a le bonheur d'appartenir au grand Euler. À propos! Marquez moi aussi, car il faut penser à tout, si le jeune Sergeant<sup>[3]</sup> a deja eu la petite verole.

Je suis affligé, on ne peut pas plus, du triste etat où s'est trouvé Wichser l'ainé lors du depart de votre lettre. Dieu veuille qu'il en soit heureusement revenu! Mais s'il a fallu qu'il succombat à la violence de sa maladie, vous ferez une œuvre de charité de procurer à sa famille desolée tous les secours que vous pourrez imaginer. Bien des respects et complimens, à M<sup>r</sup> Votre Pere, à toute votre respectable famille,

à M<sup>r</sup> Fues {Fuss} etc. Vous trouverez dans celle de M<sup>r</sup> <Christoph II> Gengenbach une incluse pour ce dernier. Quand vous aurez la bonté de me faire la remise de ma pension Academique, n'oubliez pas de donner par écrit mon nom, qui dans des lettres de change ne doit jamais être estropié.

J'ai l'honneur d'être avec la plus parfaite estime et tout l'attachement possible

Monsieur mon très honoré Confrère

Votre très humble et très obéissant

Serviteur,

Daniel Bernoulli

Bale ce 5. fevr. 1774.

- A. 17 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief J.A. Eulers vom 24. (13.) Dezember 1773  
 Basel, 5. Februar 1774  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 422–422v  
 Randnotiz: «reçu le 10 Fevrier 1774, 88 Cop.»<sup>[4]</sup>

- [1] Cf. D. Bernoullis Abhandlungen über Reihen und über das Schwingungszentrum von aufgehängten Körpern (1774, DB. 66, 67). Die zweite dieser Abhandlungen wurde in der Akademischen Konferenz am 18. (7.) und 21. (10.) Februar vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 116). Die Originalmanuskripte dieser Abhandlungen Bernoullis befinden sich in der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 36, 37). Beide Handschriften enthalten einige ausgestrichene Passagen, die im Druck fehlen.
- [2] J.A. Eulers Tochter Charlotte Anna Wilhelmine – die vierte, die das Erwachsenenalter erreichte – wurde am 26. (15.) November 1773 geboren. Am 10.5.1789 heiratete sie in Petersburg Daniel Bernoullis Neffen Jakob II Bernoulli, der jedoch nur zwei Monate später bei einem Badeunfall ums Leben kam. Im Jahr darauf schloss Charlotte Euler eine zweite Ehe mit dem reformierten Geistlichen David Collins. Insgesamt hatte J.A. Euler zehn Kinder, von denen vier Söhne und vier Töchter das Erwachsenenalter erreichten (cf. Amburger–Hecker–Mikhajlov 1994).
- [3] Damit ist Johann Albrecht Eulers Sohn Leonhard gemeint.
- [4] Hier – und in einigen weiteren Fällen – sind in Randnotizen auch die Portokosten in Kopeken vermerkt.

18

J.A. EULER AN D. BERNOULLI  
 Petersburg, 8. März (25. Februar) 1774

à Saint-Petersbourg ce 25 fevrier v. st. 1774

Monsieur mon illustre Confrère

La reponse obligeante, dont Vous venez d'honorer ma lettre du 24 Decembre 1773<sup>[1]</sup>, et les offres gracieuses que Vous me faites en cas que j'envoiasse mon fils <Johann Leonhard> à Bâle, me pénètrent de la plus vive reconnaissance: et

comme les obligations, que je Vous en ai, Monsieur, sont trop au dessus de toute expression, pour que je puisse les depeindre, daignez agréer simplement mes très-humbles remerciemens, et faites moi la justice de croire qu'ils sont aussi sincères que parfaits. La somme de 400 florins d'empire, à la quelle Vous évaluez, Monsieur, l'entretien et les maîtres de mon fils, ne me paroît pas assés grande pour me faire désister du dessein de l'envoyer pour quelques anneés à Bâle. Mais j'ai trouvé depuis une autre difficulté, qu'il me faudroit applanir auparavant: c'est que mon pere paroît le desapprouver. Je tâcherai donc avant toute chose de persuader mon pere, pour qu'il consente à ce voyage, en lui étalant toutes les raisons qui m'y déterminent, et qui me paroissent assés fortes, puisque toutes n'aboutissent qu'au vrai bonheur de mon enfant. Ensuite je devrai attendre une bonne occasion pour faire partir mon fils, que je ne voudrois confier qu' à une personne dont la probité me soit bien connue. Mais aussi une fois parvenue à ce point, le sort de mon enfant ne m'inquieteroit plus, en aucune maniere, et j'aurai alors le doux bonheur d'être entierement tranquille sur son sujet. Il y a déjà près de 4 ans que je lui ai fait inoculer la petite verole, et depuis ce tems là sa santé a toujours été des meilleures. On peut même dire qu'il est robuste, quoiqu'il n'en aie pas l'air: il a avec cela quelques bonnes qualités, et il aime surtout l'ordre jusqu'à être même pointilleux sur cet article. Mais il a aussi quelques défauts, de l'entêtement et de la paresse: il ne veut point être corrigé par la rigueur, mais on gagne beaucoup par la douceur et par l'ambition. C'est assés de lui et je passe aux autres articles de Votre gracieuse lettre du 5 de ce mois.

Nous Vous rémercions, Monsieur et très illustre Confrère, de la part que Vous avez bien voulu prendre au dernier accouchement de ma femme, et nous Vous prions de vouloir bien continuer à nous honorer de Votre bienveillance et amitié, qui nous est toujours très précieuse. J'ai eu l'honneur de Vous mander dans ma derniere lettre la mort inattendue du S<sup>r</sup> Wichser l'ainé. La veuve a risqué depuis de se rémarier avec un maître ménusier, mais heureusement pour elle et pour lui, la chose a retrogradé: je dis *heureusement*, puisque cette union auroit fait le malheur de l'un et de l'autre. Le plus grand bien qu'on puisse rendre à cette femme, c'est de la renvoyer dans la patrie, et nous tâcherons aussi de le faire dès que des vaisseaux pourront partir.

M<sup>r</sup> Fuess {Fuss} est bien le plus aimable garçon que j'ai connu, et je m'estimerai un jour bien heureux si mes fils lui ressemblent. Il étudie avec une vraie passion, et il rend à mon père des services très importants. Son père (J.H. Fuss) s'est aussi offert de prendre mon enfant chez lui, en cas que je voulûs l'envoyer à Bâle et le lui confier. C'est un offre qui m'a véritablement pénétré d'estime pour cet homme quoique je ne puisse point l'accepter, surtout comme il s'est déclaré qu'il ne voudroit pas prendre un sous pour l'entretien et la pension de mon fils. Sans cette condition j'aurois la plus grande confiance en lui, surtout, si cela se pouvoit faire sans chocquer mes parens, de la probité et de la bonne volonté desquels je suis d'ailleurs assés persuadé pour changer d'avis. M<sup>r</sup> (Peter) Grimm fait très bien ses petites affaires, et il vit content avec sa femme et sa belle sœur (V. Landerer).



Le 14 de ce mois j'ai eu l'honneur de Vous envoyer la première lettre de change contenant la valeur de Votre pension académique pour l'année passée: Je joins à ces lignes la seconde de change et deux incluses que je Vous supplie, mon illustre confrère, de faire remettre à leur adresses.

Mon pere qui Vous présente ses tendres devoirs et amitiés, se porte graces à Dieu, très bien: il s'est démis de la charge de membre de la commission académique, et j'ai suivi son exemple, puisque notre Chef (Orlov) depuis le retour de ses voyages, commençoit de diriger ce College en maître despotique; envoyant des ordres et punissant les membres de son propre chef, ayant surtout en dernier lieu mis à l'amende d'un mois de Gage le Conseiller de Etat de Stehlin {Jakob von Stählin}; ce qui est toujours très revoltant pour des gens, qui n'ont pas appris de ramper sous des maîtres. Nous ne frequentons donc plus que les Conférences Académiques, où les ordres de ce maître terrible n'ont pas percé jusqu'à présent<sup>[2]</sup>.

Mon frère (Christoph) le Capitaine est parti pour l'armée: L'autre frère (Karl) demeure avec nous dans la même maison, et nous jouissons tous d'une parfaite santé, vivant ensemble dans la meilleure harmonie et une douce union.

M<sup>r</sup> Diderot est parti pour la Haye, sans avoir eu un moment de reste pour nous venir voir. Il voyage sous le nom emprunté de *Denis*, par crainte que les princes d'Allemagne ne l'arrêtent sur son passage, en voulant jouir de sa bonne compagnie. Quelle vanité, et quel amour propre! D'ailleurs on dit que cet homme a le cœur très mauvais, et qu'il se fait gloire d'être un Athée. M<sup>r</sup> (F.M.) de Grimm son admirateur ne doit pas être meilleur: n'est ce pas une belle acquisition pour notre Académie<sup>[3]</sup>? J'ai perdu par la mort de M<sup>r</sup> de la Condamine un respectable ami, avec lequel j'ai été pendant ces dernières années dans une correspondance des plus agréables.

Le XVII<sup>me</sup> Tome de nos *Commentaires* pour l'année 1772 a parû, et on imprime actuellement au volume suivant, où seront inserés Vos deux derniers mémoires avec quelques autres de mon pere et de M<sup>r</sup> Lexell qui s'y rapportent<sup>[4]</sup>.

J'aurai l'honneur d'envoyer à Mr. Votre Neveu à Berlin (Johann III) l'exemplaire de ce XVII<sup>me</sup> Tome qui Vous est destiné avec quelques autres ouvrages académiques, parmi lesquels sera la *Theorie de la Construction des vaisseaux* par mon père<sup>[5]</sup>. Les Académiciens Pallas, Falck et Guldenstaedt comptent de révenir de leurs voyages vers la fin de cette année. Le 2<sup>d</sup> Volume du journal des voyages du premier a parû: Le 3<sup>me</sup> Tome des *Voyages* de M<sup>r</sup> (S.G.) Gmelin sera achevé l'été prochain, et le 2<sup>d</sup> Tome des ces mêmes *Voyages*, que nous n'avons reçu que depuis quelques mois, est sous presse<sup>[6]</sup>.

Voici à peu près, tout ce que j'avois à Vous écrire, Monsieur; le bout du papier m'oblige de finir; je me recommande avec tous les miens à la Continuation de Votre précieuse bienveillance et j'ai l'honneur de me dire avec un profond respect, et une reconnoissance des plus parfaites

Monsieur, mon illustre Confrère

Votre très-humble et très-obeïssant Serviteur

Jean-Albert Euler

- A. 18 Antwort J.A. Eulers auf einen nicht erhalten gebliebenen Brief D. Bernoullis Petersburg, 8. März (25. Februar) 1774  
Orig., 1 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 196–196v
- [1] Weder dieser Brief von J.A. Euler noch D. Bernoullis Antwort sind erhalten geblieben.
  - [2] Zu dem Zusammenstoss zwischen Orlov und Stählin, in den in Wirklichkeit auch J.A. Euler selbst verwickelt war, cf. Stén (2014, p. 124–127).  
Leonhard Euler reichte das Gesuch um seine und Johann Albrechts Entlassung aus der Akademischen Kommission am 12. (1.) Februar 1774 ein und bestätigte zwei Tage danach, dass sie beide den Sitzungen der Kommission in Zukunft fernbleiben würden. Die offizielle Entlassung erfolgte per 31. (20.) März 1774. Am 13. (2.) Februar bat L. Euler auch um seine Entlassung aus der Tätigkeit im Geographischen Departement der Akademie.
  - [3] Der Besuch von Diderot und F.M. Grimm in Petersburg, wo sie am 5. November (25. Oktober) 1773 zu Auswärtigen Mitgliedern der Akademie ernannt wurden (cf. *Protokoly* 3, p. 104–105), ist beschrieben bei Stén (2014, p. 119–122). Dort wird auch – in Anlehnung an die Berichte Lexells – die unsinnige, aber hartnäckige Anekdote analysiert, wonach L. Euler Diderot mit einem mathematischen «Gottesbeweis» in Verlegenheit gebracht hätte.
  - [4] In dem 1774 erschienenen Band 18 der *Petersburger Novi Commentarii* (für das Jahr 1773) finden sich zwei Abhandlungen von D. Bernoulli (DB. 66, 67), vierzehn von L. Euler (E. 447–460) und vier von Lexell.
  - [5] Cf. L. Eulers *Théorie complete de la construction et de la manœuvre des vaisseaux* (E. 426). Die Akademische Konferenz entschied am 30. (19.) Mai 1774, dieses Werk an D. Bernoulli, d'Alembert und Lalande zu schicken (*Protokoly* 3, p. 130).
  - [6] Cf. die Reisebeschreibungen von Pallas (1771–1776) und S.G. Gmelin (1770–1784).

## 19

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 6. April 1774

Monsieur mon tres honoré Confrere!

Je dois avant toute chose Vous accuser la reception de la lettre de change de 200 Roubles en payement de ma pension de 1773, et j'ai l'honneur de vous en envoyer ci-joint ma reconnoissance, en vous priant de faire à l'Academie mes tres humbles remercimens. Je sens en meme tems tout ce que je vous dois en particulier et j'en suis penetré: Vous avez pour moi des attentions si cordiales et si pleines d'affection, que je ne pourrai jamais les reconnoitre autant que mon cœur le desire.

Les premieres nouvelles de la mort prématurée de l'ainé des deux freres Wichser me sont parvenues par une lettre, que le S<sup>r</sup> {Peter} Grimm a ecrite à un Balois aux services de M<sup>r</sup> Haass. Cette mort est certainement tout ce qui pouvoit arriver de plus funeste et de plus accablant à la famille du defunt. Les bontés charitables dont l'Academie honore la memoire de cet ouvrier qu'Elle vient de perdre jointes à ses bienfaits consoleront à ce que j'espere la pauvre Veufe. Je crois comme Vous que son meilleur parti à prendre est celui de s'en retourner dans sa Patrie. Si son mari etoit mort dans notre ville, il seroit mort insolvable, et comme je l'ai toujours pris pour un parfaitement honnete homme, sa conscience en auroit été allarmée;

Sa veuve doit d'autant moins regretter le parti qu'il avoit pris, d'offrir ses services à l'Academie. Par tout, il etoit entre les mains de la Providence.

Vous m'avez fait un sensible plaisir de me marquer l'etat de santé de M<sup>r</sup> Votre Pere et celui de toute sa chere famille. Vous savez, Monsieur, combien cette nouvelle est interessante pour moi en particulier et pour tous les bon Citoyens de la republique des lettres en general; je recus le meme jour la meme nouvelle de mon Neveu de Berlin (Johann III), qui me marque que «Mess<sup>rs</sup> Euler se portent parfaitement bien et travaillent beaucoup. . . . Le Pere va donner un abregé de sa *Scientia Navalis*<sup>[1]</sup> ». Il me parle aussi

«d'un nouveau phenomene qui paroît dans la sphere superieure du monde geometrique; c'est un M. de Marguerie, qui sans qu'on ait pres- que rien scu de lui vient de publier, dans le 1. vol. des *Memoires de Marine*, differens memoires, qui dame le pion aux calculateurs les plus profonds et les plus infatigables<sup>[2]</sup>»;

il paroît meme que mon Neveu n'a fait qu'emprunter ses expressions et les modeler sur les sentimens de M. de la Grange. Quelles seront donc enfin les limites des connoissances humaines? Voici la France où l'on n'osoit, il y a 40 ans, se servir du mot de force vive, ni de celui d'attraction. J'ai reçu aussi depuis peu un ouvrage de Marine fait par M. d'Eveux de Fleurieux, jeune Officier de Marine<sup>[3]</sup>; c'est une relation tres detaillée et faite avec beaucoup d'intelligence et connoissance de cause, d'un grand voyage fait par ordre du Roi, pour eprouver en mer les horloges marines inventées par M. Ferdinand Berthoud, auxquelles on a trouvé un tres grand succès, jusqu'à determiner les longitudes à un quart de degré pres apres des traversées non interrompues de six à sept semaines. Notez que ce M. Ferdinand Berthoud fait un de vos Concitoyens, car la Suisse se parera toujours du grand nom d'Euler et reclamera ceux qui le portent comme ses plus Illustres Republicains, quoique nés à 700 lieus de distance.

Je n'ai pas manqué d'envoyer les deux incluses à leur adresse et j'ai fait dire à M<sup>r</sup> (Christoph II) Gengenbach votre Cousin, qu'il n'avoit qu'à m'envoyer sa reponse avant le 6<sup>e</sup> de ce mois en cas qu'il se propose de repondre pour ce tems là. M<sup>r</sup> Fues {J.H. Fuss} est venu lui meme chez moi; je lui ai fait la meme offre et assurement il ne manquera pas d'en profiter. J'ai vû par la lettre du jeune M. Fues qu'il m'a donnée à lire, que la Veuve Wichser s'est actuellement mariée avec le Menuisier dont Vous m'avez parlé; je suis bien aise que l'Academie en soit debarassée; si cette femme a fait un mauvais choix, ce ne sera plus que sa faute. Je vois, Monsieur, par votre derniere du 20 fevr. v. st.<sup>[4]</sup> que vous n'etes pas encor décidé sur l'article de M. Votre fils (Johann Leonhard); le consentement de M<sup>r</sup> Votre Pere, qui connoit, quoique de fort loin, les etres de notre Ville, merite bien qu'on l'attende; peutetre, qu'en envisageant le projet d'un autre point de vue, il ne balancera plus à y consentir. Il y a aussi aparence que vous trouverez facilement quelque bonne occasion jusqu'à Berlin et il arrive souvent quelque autre bonne occasion pour faire le voyage en toute sureté de Berlin à Bale. Mon Neveu de Berlin (Johann III) nous fait esperer qu'il viendra ici vers la fin de l'année. Le

jeune M. <Johann Leonhard> Euler seroit aussy, à ce que je crois, fort bien chez M<sup>r</sup> <J.H.> Fues {Fuss} et il seroit aisé d'aplanir les difficultés que vous alleguez: je crois que c'est votre Cousin <Christoph II Gengenbach>, qui le prendroit chez lui; il me paroît un peu sombre, mais d'ailleurs homme de merite et d'une vie sans tache. Il faut à la jeunesse de certaines recreations innocentes, que le jeune M. Euler trouveroit avec plus de facilité chez M. Fues: En tout cas, il sera bon d'avoir une retraite devant soi pour tous les cas qui peuvent arriver.

Vous avez pris le bon parti en faisant de bonne heure inoculer vos enfans et je vous en fais mes complimens de tout mon cœur; c'est sans contredit, ce que tous les Peres qui savent faire usage de leur raison, devroient faire; mais combien de fois la raison ne se trouve-t-elle pas en contradiction avec le cœur trop tendre et trop Paternel. Je suis sur que sans le zele infatigable de feu M. de la Condamine l'inoculation auroit été presqu'entièrement bannie de l'Europe, excepté l'Angleterre; un grand nombre de detestables Medecins ont remué ciel et terre et employé mille artifices frauduleux pleins de mensonges les plus impudens pour detourner un aussi grand bien. Mais enfin la verité a percé et aujourd'hui on a recours à cette operation dans toutes les bonnes maisons: Mon frere <Johann II> a aussi fait inoculer quatre de ses enfans<sup>[5]</sup>; cela a occasionné une liaison intime avec M. de la Condamine: je regrette toujours cet aimable et respectable ami; c'étoit un bel esprit sans en avoir les defauts et qui avoit le rare talent de l'allier avec les belles lettres et les sciences les plus sublimes: cheri des Muses et aimant la vertu, c'étoit l'antipode de celui dont Vous faites mention dans votre derniere lettre<sup>[6]</sup>. Vous m'annoncez encor des ouvrages infiniment pretieux, sortis de la presse de l'Academie ou prêts à la quitter. J'atends avec impatience le XVII vol. des *Commentaires* et la *Theorie* de M<sup>r</sup> Votre Pere de la *construction des vaisseaux*<sup>[7]</sup> avec les autres ouvrages que l'Academie a eu la bonté de me destiner; je Vous prie de lui temoigner ma sensibilité des bontés, qu'Elle ne discontinue pas d'avoir pour moi.

Je suis flatté, on ne peut pas plus, de l'honneur que S. E. M. le Senateur Adoudourov {Adodurov} me fait de se souvenir de moi et je vous prie de l'assurer de mon respectueux devouement; dès les premiers momens que j'eus l'honneur de le connoître, j'augurois de lui qu'il étoit né pour fournir une belle et glorieuse carrière. Je souhaite une heureuse campagne à M<sup>r</sup> Votre frere <Christoph> le Capitaine; dites aussi un mot pour moi au Medecin Aulique <Karl Euler>; j'espere que ma qualité d'Ami et Serviteur de la maison le lui fera prendre en bonne part. Ne m'oubliez pas, sur tout, auprès de M. Votre Pere, que j'honore comme le mien, quoique je sois son aîné de près de huit ans. Je fais mille et mille vœux pour la conservation et prosperité de toute votre chere famille. Je suis bien aise que M. Fues {Fuss} se comporte d'une maniere à s'attirer l'amitié et l'estime de tous ceux qui le connoissent; faites lui mes complimens. J'ai l'honneur d'être avec tous les sentimens que je vous dois à tant de titres,

Monsieur mon tres honoré Confrere  
 Votre tres humble et tres  
 obeissant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 6 avril 1774.

- A. 19 Brief D. Bernoullis an J.A. Euler  
 Basel, 6. April 1774  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 446–447v  
 Randnotiz: «reçu le 18 Avril 1774, communiquée à l'Academie le 28 du même»  
 Am 9. Mai (28. April) 1774 in der Akademischen Konferenz partiell vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 126)

- [1] Eulers *Schiffswissenschaft* (E. 110–111).
- [2] Cf. Marguerie (1773a–d).
- [3] Cf. Claret de Fleurieu d'Eveux (1773).
- [4] Damit ist wohl J.A. Eulers Brief Nr. 18 vom 8. März (25. Februar) 1774 gemeint.
- [5] Johann II Bernoullis fünf Söhne waren damals zwischen 14 und 29 Jahre alt; zwei von ihnen waren bereits 1756 mit 5 bzw. 7 Jahren gegen Pocken geimpft worden. Später wurde die Impfung auch bei Johann II selbst, zwei weiteren seiner Söhne und seinem Bruder Daniel vorgenommen (cf. Bernoulli-Sutter 1972, p. 74–77).
- [6] Dieser Seitenhieb Bernoullis bezieht sich zweifellos auf Diderot (cf. Brief Nr. 18, Anm. 3).
- [7] Cf. L. Eulers *Théorie complete de la construction et de la manœuvre des vaisseaux* (E. 426).

20

J.A. EULER AN D. BERNOULLI  
 Petersburg, 20. (9.) Mai 1774

à S<sup>t</sup> Petersburg ce  $\frac{9}{20}$  Mai 1774

Monsieur mon illustre Confrère,

j'ai reçu dans son tems Votre très-obligeante lettre du 6 Avril, dans laquelle Vous m'accusez la reception de la lettre de change de 200 roubles, en y joignant pour l'Académie Votre reconnoissance, que je lui ai remise tout de suite. C'est toutes les fois avec une satisfaction bien grande que notre Académie Vous envoie cette legere marque de sa haute estime pour Votre personne et de la vive reconnoissance qu'elle Vous doit pour tous les services que Vous lui avez rendus jusqu'ici. Je souhaite que Vous en puissiez jouir encore bien longtems, et outre que par là je me range du coté de la pluralité des voix, je m'y sens encore porté bien d'avantage par le sacré devoir de l'amitié qui m'attache à Vous.

Ce M<sup>r</sup> de Marguerie, dont Vous parle Mons. Votre neveu <Johann III>, vient aussi de m'écrire une lettre sur les progrès qu'il a fait dans les mathématiques, et en particulier dans la resolution des équations du 5<sup>me</sup> degré; il nous mande aussi qu'il s'occupe actuellement à la redaction d'un 1<sup>er</sup> Volume de *Dictionnaire de Marine* entrepris par l'Académie de Brest, et il parle avec beaucoup de connoissance et de jugement sur la resistance des fluides<sup>[1]</sup>. Nous attendons donc avec impatience ses memoires dont il nous annonce le départ et que nous recevrons avec la caisse de livres que M<sup>r</sup> de Lalande me marque avoir déjà expédiée par Roïen. Nous attendons aussi avec cette même occasion l'ouvrage de marine fait par M<sup>r</sup> d'Eveux de Fleurieux <sup>[2]</sup>, dont Vous me faites l'éloge.

La situation de mes affaires actuelles ne me permet plus de penser à envoyer mon fils <Johann Leonhard> en Suisse: j'ai fait des pertes considérables et j'ai même été obligé de contracter des dettes. Cependant je ne perdrai point ce projet de vûie, qui ne sauroit qu'être avantageux à mon enfant, et je tâcherai de l'exécuter aussitôt que mon sort se sera un tant soit mieux amélioré. En attendant je le fais étudier ici, et si son voyage ne pourra pas avoir lieu cet été, ce sera pour l'été prochain. Nous avons il y a quelques semaines fait inoculer la petite vérole à mes trois cadèts, dont la toute petite, qui est une fille, n'avoit pas encore 5 mois<sup>[3]</sup>. Le succès a été des plus heureux. Mais aussi en général, on n'a point d'exemple dans nos contrées, où l'inoculation est pourtant si généralement introduite, qu'aucun des inoculé soit mort, ou qu'il y ait eu des suites facheuses.

J'ai aussi regretté beaucoup M<sup>r</sup> de la Condamine avec lequel j'ai eu l'honneur d'être en correspondance pendant les deux dernieres années, et de qui j'avois encore reçu un petit billet, qu'il doit avoir écrit peu de jours avant sa mort. Il avoit composé la vie et un extrait des ouvrages de feu M<sup>r</sup> de Maupertuis, qu'il avoit remis à l'Abbé de la Ville {La Ville} (aujourd'hui Evêque de Trichonium) que celui devoit envoyer à l'Abbé Durant {F.M. Durand} Envoyé de la Cour de France à la nôtre, qui encore dût la remettre à mon père pourqu'il y apporta quelques corrections et additions. Feu M<sup>r</sup> de la Condamine souhaitoit tant de voir ces mémoires imprimés, mais je ne sais par quel accident, nous ne l'ayons pas encore reçus: et comme M<sup>r</sup> Durant nous assure n'avoir rien reçu de l'Abbé de la Ville, je crains que ce morceaux sans doute très intéressant ne se soit entierement perdu<sup>[4]</sup>.

Je vais encore Vous communiquer, Monsieur et illustre Confrère, les dernières nouvelles que notre Académie a reçu des deux des ses expéditions, qui ont, comme Vous le verrez, pris une fin bien tragique. D'abord M<sup>r</sup> <S.G.> Gmelin, après avoir cottoyé heureusement le bord oriental de la Mèr Caspienne, et échappé aux plus grands perils, il forma malheureusement le dessein de retourner par terre à Astrachan. Il lui falloit donc traverser les états des peuples Lesgiens, et demander à leur Souverain qui se nomme Usmey Chan, un libre passage: ce qui lui fût aussi accordé: mais à peine M<sup>r</sup> Gmelin eut-il mis le pied sur son Territoire, que ce traître de Chan le fit saisir et conduire en prison avec toute son expédition: à l'exception de son escorte russe qu'il envoya à Kislär {Kizljär}, forteresse appartenant à la Russie, avec la déclaration, que si le Professeur Gmelin étoit chér à l'Impératrice <Katharina II.>, elle n'auroit qu'à le racheter bien vite, en faisant rendre au Chan

près de 300 familles de ses sujets, qui, il-y-a environ 40 ans, avoient quitté ses états pour aller se domicilier en Russie. À présent, il faut voir ce que notre cour fera, mais je crains beaucoup que nous ne réverrions plus cet Académicien, qui au reste est si mal tenû, que ce seroit un miracle, s'il échappoit.

En voici maintenant l'autre nouvelle. Le Prof. Falck, Suedois de nation et disciple du Grand Linné: très habile Botaniste mais hypochondre au dernier degré, s'est dans un accès de melancolie noire brulé la cervelle, à Casan {Kazan'} le 31 de Mars. L'Académie lui avoit l'an 1768 confié une expedition d'histoire naturelle, esperant qu'un semblable voyage le pourroit guerir de l'hypochondrie. On lui permit même d'aller à Kislär pour s'y servir des bains chauds qui y sont, et qui lui avoient effectivement fait beaucoup de bien. Mais sur son retour, étant déjà à Casan, le mal revint subitement avec tant de violence, que ses étudiants et autres compagnons de voyage furent obligés d'éloigner de lui tout outil, par lequel il pût se faire du mal. Ils croyoient donc avoir par de telles précautions détourné tout malheur et comme le Prof. Falck aimoit d'être seul, après avoir bien barricadé les fenêtres etc., ils le laisserent et se tranquilliserent entierement sur son sujet. De l'autre coté M<sup>r</sup> Falck faignit de se remettre et prit en leur présence de la bonne humeur. Mais sans doute avoit-il déjà depuis longtems médité le projet terrible de se trancher la vie, et par conséquent pris toutes les mesures pour bien cacher une pétite barrique de poudre à canon, un pistolet et un rasoir, qu'on avoit trouvé à ses cotés lorsqu'il fût mort. En examinant son corps, on trouva qu'il avoit d'abord essayé de se couper la gorge avec le rasoir, et qu'ensuite il s'étoit appliqué le pistolet au col, et chassé la bale à travers de la tête, de façon qu'elle en est ressortie par l'occiput.

Je crains encore pour le Prof. Guldenstaedt qui actuellement doit être en Crimée. Mais comme je sais que celui-ci est un garçon bien sage et prudent, je me flatte qu'il emploiera tous les moyens pour ne pas tomber entre les mains des brigands dont cette ile fourmille, et qu'il ne s'exposera en aucune maniere. M<sup>r</sup> Pallas reviendra cet automne: et le Prof. (G.M.) Lowitz sera probablement rappelé, puisque son entêtement terrible l'empêche de faire la moindre chose. Son expédition coute à la couronne déjà près de 15 000 roubles, et elle n'en a encore retiré aucun fruit. Car son observation du passage de Venus, et sa détermination géographique des quelques endroits de l'empire ne peuvent pas venir en ligne de compte. Mon frère (Christoph) le Capitaine qui n'est point Astronome de profession, a dans l'espace de deux ans fait la même chose, et encore beaucoup plus avec mille roubles de dépenses, que M<sup>r</sup> Lowitz n'a fait en 5 ans.

Je vais finir: mon pere jouit actuellement d'une parfaite santé: on croiroit même qu'il rajeunit. Il Vous présente ses tendres devoirs et amitiés. Mon frère (Karl) le medecin est aussi infiniment sensible à Votre gracieux souvenir et il se recommande à Votre précieuse bienveillance. Sa femme (Anna Emilie Euler-von Bell) vient de lui donner une quatrieme fille (Natalie); et comme nous attendons de jour en autre la nouvelle de l'accouchement de ma sœur la Baronne de Delen<sup>[5]</sup>; mon pere se verra bientôt Grandpère des 19 petits enfans, dont il n'y a que deux de morts.



M<sup>r</sup> Fuess {Fuss} en Vous présentant ses respects Vous supplie de vouloir bien envoyer à leurs adresses les deux incluses ci-jointes.

Je me recommande à la continuation de Votre gracieuse bienveillance et j'ai l'honneur d'être avec la plus vive reconnaissance pour toutes les bontés que Vous me témoignez, et avec un profond respect

Monsieur et très honoré Confrère

Votre très-humble et très-obeissant serviteur

Jean-Albert Euler

A. 20 Antwort J.A. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 19  
Petersburg, 20. (9.) Mai 1774  
Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 689, Bl. 197–198r

- [1] Cf. die Abhandlungen von Marguerie vom Jahre 1773. Der von der Marine-Akademie in Brest unter seiner Leitung zur Publikation vorbereitete *Dictionnaire de marine* konnte wegen der politischen Ereignisse jener Zeit letztlich nicht erscheinen.
- [2] Cf. die Reisebeschreibung von Claret de Fleurieu d'Eveux (1773).
- [3] J.A. Eulers jüngere Söhne waren damals dreieinhalb bzw. knapp zwei Jahre alt; bei der jüngsten Tochter, die im November 1773 geboren war, handelt es sich um Charlotte Anna Wilhelmine (cf. Brief Nr. 17, Anm. 2).
- [4] Der Abbé de La Ville war im April 1774 verstorben. Die erwähnte Schrift La Condamines über Leben und Werk seines Freundes Maupertuis ist nie veröffentlicht worden und scheint in der Tat verloren zu sein. Die Absicht, insbesondere die Auszüge aus Maupertuis' Abhandlungen L. Euler zur Kontrolle vorzulegen, wird erwähnt in La Condamines Brief an Johann II Bernoulli vom 30. Mai 1772 (Bibl. Basel, L Ia 685, p. 629-634). – Cf. *infra* Nr. 21, Anm. 4, und Nr. 22, Anm. 9.
- [5] Natalie Euler war am 15. (4.) Mai 1774 geboren, Elisabeth Christine Eleonore van Delen folgte am 24. (13.) Mai.

21

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 10. September 1774

Bale ce 10 septembre 1774

Monsieur mon tres honoré Confrere

Il y a bien longtemps que j'ai reçu l'honneur de votre dernière lettre et si, comme je m'en flatte, vous m'aimez toujours, vous devez trouver ma réponse un peu tardive: mon excuse n'est que trop légitime; de pointin depuis quinze ans, les années commencent à m'acabler et à m'interdire jusqu'aux moindres applications. Mais que cela ne vous empêche pas, mon généreux Confrere, de m'honorer de vos lettres toutes les fois que la multiplicité de vos importantes occupations vous le permettra, surtout quand l'occasion se présentera de pouvoir vous être utile, soit à Vous soit à l'Académie soit enfin à tout ce qui vous appartient; vos ordres, bien loin de me peiner, me restaureront comme autant de témoignages de Votre chère

amitié. Ce que vous me faites l'honneur de me dire de M. Marguerie annonce à la vérité un grand Geometre<sup>[1]</sup>; cependant les expressions de mon Neveu {Johann III}, ou plutot celles du celebre M. de la Grange, me paroissent encor bien fortes; que ne doit on pas attendre d'un jeune homme, qui fait une entrée aussi brillante dans le monde literaire? Quant à M. d'Eveux de Fleurieu, son vaste ouvrage<sup>[2]</sup> ne roule que sur son objet principal qui etoit de mettre en usage tous les moyens d'astronomie pour essayer les horloges marines de Messieurs Berthoud et le Roi {Le Roy} et il m'a paru fournir sa tache avec un zele infatigable et avec une connoissance de cause admirable dans un homme de son metier: un autre ouvrage, qui doit vous interesser plus particulierement, est *La Cosmographie physique et mathematique* du P. Paullus Frisius tom. 1<sup>[3]</sup>: il me paroît rempli de recherches les plus profondes, mais que M<sup>r</sup> Votre Pere a deja toutes traitées avec tout le succès possible; faites moi le plaisir de m'apprendre, si M<sup>r</sup> votre Pere a trouvé du neuf dans les resultats ou dans les methodes de ce savant Auteur.

Je vous fais mes complimens sur l'heureux succès de l'inoculation de vos chers Enfans. Je benirai toujours les Parens qui ont assez de force d'esprit pour donner ce secours salutaire à leurs enfans, malgre la repugnance naturelle à s'y determiner: on ne sauroit imaginer toutes les fourberies et charlataneries mises en usage par une foule de medecins et de moines, indignes de leur etat, pour priver l'humanité de ce grand bien, qui, comme on scait, sauve sur chaque generation la douzieme ou la treizieme partie, en supposant l'inoculation devenue generale; la population se doubleroit donc au bout de neuf generations, qu'on peut evaluer à 180 ans. Il seroit à souhaiter, en admettant les fraudes pieuses, qu'on put faire de l'inoculation un article de foy, qui la rendit aussi generale que la circoncision l'est parmi les Mahometans, car il est constant, que l'Europe deperit. La mort de Louis XV et l'inoculation de Louis XVI et celle de toute la famille Royale, ce grand contraste, a enfin ouvert les yeux à toute la France; tout le monde y court au remede; pourquoi notre pauvre de la Condamine, n'a-t-il pas atteint ce memorable evenement dans sa Patrie, luy qui dans la meilleure des causes a essuyé tant d'outrages?

Je crains bien, que les memoires, dont vous me parlez ne se soyent perdus<sup>[4]</sup>; ce seroit grand dommage, car M<sup>r</sup> de la Condamine savoit donner un air d'importance à tout ce qui passoit par ses mains: si M. de Lalande vouloit se charger de ces perquisitions auprez de M. l'Abbé de la Ville {La Ville}, il y a aparence qu'on en retireroit quelques lumieres: Messieurs de Maupertuis et de la Condamine etoient grands Amis; l'un et l'autre ne pouvoient ni parler ni ecrire sans que toutes les graces vinrent voltiger autour d'eux; leur vie, leurs mœurs, leurs talents et connoissances, tout etoit sur le meme ton et chacun paroissoit avoir pris l'autre pour son modele; personne n'etoit donc plus en etat, que M. de la Condamine de donner une juste idée de la vie et des ouvrages de M. de Maupertuis, comme la chose eut été reciproque, si ce dernier avoit survecu à son Ami. J'ai lu dans un de nos journaux l'eloge de M. de la Condamine fait par M. le Marquis de Condorset<sup>[5]</sup>; mais je n'ai pas trouvé la meme conformité entre le Panegiriste et son heros: Le Marquis, formé par M. D'Alembert pour la Geometrie, ne me paroît pas en avoir emprunté toutes les autres qualités.

Je plains amèrement le triste sort de M<sup>r</sup> ⟨S.G.⟩ Gmelin, que je crois avoir eu l'honneur de voir chez moi peu de tems avant son depart pour S. Petersbourg; tous les livres de voyages, faits dans le sein des nations barbares, font mention de pareils traits de barbarie, qui auroient dû servir d'avis au malheureux missionnaire; mais rien n'est plus difficile que d'échaper à son destin. Sa situation paroît desesperée, mais on peut tout attendre de l'optimisme du glorieux et bienheureux Regne present. Je tire le rideau sur la catastrophe du Prof. Falck; Quant aux autres Academiciens missionnaires, nous avons appris par les gazettes, qu'ils ont été tous rapellés; je n'en fus point surpris, parce que vous m'aviez prevenu sur cet article, surtout à l'égard de M. le Prof. ⟨G.M.⟩ Lowitz; il faut esperer, que celui-ci reviendra avec un grand tresor de nouvelles observations, dont il se sera proposé de vous surprendre agreablement et d'en regaler l'Academie.

Vos bonnes nouvelles sur la santé de M<sup>r</sup> Votre Pere et sur l'accroissement de sa respectable famille, m'ont ravi de joye; puisse ce grand nom etre doublement immortel! Quant à mon petit individu, il me semble, que je ne fais plus que vegeter; cependant je prends encor la liberté de vous adresser ci-joint un double memoire, en vous priant de le montrer prealablement à M<sup>r</sup> Votre Pere; s'il trouve qu'il puisse meriter d'être présenté à l'Academie, vous aurez la bonté de le faire; si non, il faudra le supprimer et je vous en aurai encor plus d'obligation; mon memoire est devenu un peu polemique, sans que j'en eusse formé le dessein; à cet egard M<sup>r</sup> Votre Pere est encor le maitre d'effacer, changer, corriger tout ce qu'il n'approuvera pas, car il ne fait pas bon d'être d'un sentiment different avec lui<sup>[6]</sup>. Au reste je vois que cette matiere est plus importante qu'elle ne paroît d'abord et qu'elle peut servir pour connoître plusieurs especes de mouvemens, d'aberrations, de retours periodiques etc.; d'ailleurs personne ne s'etoit encor donné la peine de la developper. Je voudrois bien savoir si M<sup>r</sup> Votre Pere tombe d'accord avec moi sur l'explication d'un phenomene mecanique, qui m'a paru fort curieux: c'est celui dont je parle au § 12 de la seconde partie. Si vous voulez imiter l'experience dont je parle, il vous sera facile de le faire. Le jeune M<sup>r</sup> Fues {Fuss} se loue, on ne peut pas plus, des bontés qu'on a pour lui dans votre famille, sur tout de celles de M<sup>r</sup> Votre Pere; il brule d'ardeur de profiter de ses sublimes instructions et aspire actuellement au titre glorieux d'Auteur en rassemblant en un corps tout ce que M<sup>r</sup> Votre Pere lui a expliqué en detail sur la dioptrique: Cet ouvrage fait sous la direction d'un tel maitre ne sauroit qu'avoir un brillant succès; Cependant les Dollonds font toujours les meilleurs instrumens avec beaucoup moins de theorie; il y a aparence qu'on ne connoit pas encor assez bien toutes les circonstances qui doivent concourir pour former la vue la plus distincte ni les changemens que les rayons souffrent en parcourant le globe de l'œil.

M<sup>r</sup> ⟨Niklaus⟩ Fues {Fuss} a marqué aussi à M. son Pere ⟨Johann Heinrich⟩, avec un transport de joye, que S.E. Monsieur le Comte d'Orlow lui avoit fait temoigner par M<sup>r</sup> votre Pere beaucoup de bienveillance et qu'il osoit se flatter d'être recu à l'Academie aux premiers jours<sup>[7]</sup>; cela me feroit beaucoup de plaisir tant pour lui que pour le bien de l'Academie. Si vous avez occasion, vous ou M<sup>r</sup> Votre Pere, de

faire ma cour à Son Excellence ⟨Orlov⟩ et de me recommander à la continuation de ses bonnes graces, Vous m'obligerez de ne la point laisser echaper.

Je fais aussy, de tout mon cœur, mes complimens à M<sup>r</sup> Fues {Fuss} en vous priant de lui remettre le billet ci-joint; c'est la copie d'une juste pretention de Mad<sup>elle</sup> Linder contre un certain M<sup>r</sup> Christof Bourcard {Burckhardt} Graveur en pierres pretieuses, qui s'est etabli à Petersbourg, montant à environ quinze Roubles; M<sup>r</sup> Fues pourra concerter avec son Compatriote, M<sup>r</sup> ⟨Peter⟩ Grim, quelle sera la meilleure maniere, de s'en procurer le payement, soit à la fois ou par parties: M<sup>r</sup> Bourcard est honnête homme, d'une bonne famille mais malheureuse et la situation de Mad<sup>elle</sup> Linder la Creanciere est à peu près la meme et comme je suis son Parrein, il est de mon devoir de lui procurer tout le bien qui depend de moi<sup>[8]</sup>. Je crois que M<sup>r</sup> ⟨J.H.⟩ Fues aura deja prevenu M<sup>r</sup> son fils sur cet article. Si vous persistez dans l'idée de nous confier M<sup>r</sup> Votre fils ⟨Johann Leonhard⟩, il n'y perdra rien pour avoir passé les premieres années de son adolescence dans le sein de sa respectable famille et sous les yeux de Mess<sup>rs</sup> son Pere et Grand Pere, les meilleurs maitres qu'il puisse avoir. Rejoissons nous de la paix infiniment glorieuse et unissons nos vœux pour la conservation des jours de S. M. I. ⟨Katharina II.⟩ consacrés au bien de l'humanité et autant d'epoques dans le temple de memoire.

Mille respects et complimens à toute votre illustre et belle famille et agréez toujours le respectueux et inviolable attachement avec lequel j'ai l'honneur d'être,

Monsieur mon tres honoré Confrere,  
Votre tres humble et tres obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

- A. 21 Antwort D. Bernoullis auf J.A. Eulers Brief Nr. 20  
Basel, 10. September 1774  
Orig., 3 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 503–504  
Randnotiz: «reçu le 25 Septembre 1774»  
Publ.: *Gelehrte Korr.* 1987, p. 160–162

- [1] Cf. die Abhandlungen von Marguerie vom Jahre 1773.
- [2] Cf. die Reisebeschreibung von Claret de Fleurieu d'Eveux (1773).
- [3] Cf. die *Kosmographie* von Frisi (1774).
- [4] Cf. *supra* Nr. 20, Anm. 4.
- [5] Cf. Condorcet (1778a).
- [6] Die Rede ist von D. Bernoullis Abhandlungen über die Zerlegung von Schwingungen (1775, DB. 68, 69). Beide wurden der Akademischen Konferenz zusammen mit einer eigens verfassten Abhandlung L. Eulers (E. 468) am 14. (3.) Oktober 1774 vorgelegt. Die zweite von D. Bernoullis Abhandlungen wurde durch W.L. Krafft in der Akademischen Konferenz am 21. (10.) November, diejenige L. Eulers am 28. (17.) November vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 159, 160). Die Originalmanuskripte dieser Abhandlungen Bernoullis befinden sich in der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 38, 39).
- [7] Zum Briefwechsel von N. Fuss mit seinem Vater cf. *supra* Nr. 15, Anm. 5. N. Fuss wurde am 24. (15.) Januar 1776 zum Adjunkt, 1783 zum Ordentlichen Mitglied der Petersburger Akademie ernannt.

- [8] Um welche Mitglieder der weit verzweigten Basler Familien Burckhardt und Linder – die letztere war mit den Bernoulli mehrfach verschwägert – es sich hier handelt, konnte nicht ermittelt werden.

22

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
Basel, 21. Dezember 1774

Bale ce 21 decemb. 1774

Monsieur, mon tres honoré Confrere

Je suis infiniment sensible à l'aprobation dont M<sup>r</sup> Votre Pere a honoré les deux memoires que j'ai eu l'honneur de presenter à l'Academie; je vous avoue que ce n'etoit pas sans quelque retenue timide, que j'ai osé m'engager dans ces recherches, qui demandent une attention dont je me defiois un peu. Me rapellant d'ailleurs la liaison intime entre ma theorie en question et celle des vibrations des cordes tendues et uniformement epaisses, je n'ai jamais pu obtenir sur moi de traiter de l'une sans l'autre; c'est ce zele pour la grande utilité de mon principe, qui comme un torrent m'a entraîné malgré moi à revendiquer la generalité de ma methode apliquée aux vibrations des cordes quoique je sçusse que j'avois, à cet egard, M<sup>r</sup> votre Pere contre moi: A fin donc de concilier des motifs aussi oposés j'ai pris le parti de soumettre mes deux memoires aux lumieres et à la discretion de cet Incomparable Geometre et de les supprimer au cas, qu'il ne les aprouvat pas ou d'en changer les expressions à sa volonté: L'evenement a justifié ma precaution, car je vois que M<sup>r</sup> votre Pere, bien loin de desaprouver mes pretentions ou de s'en offenser, s'est apliqué, avec tout le succès imaginable, à faire voir toute l'importance et toute l'utilité de mon principe. Les seuls titres des six memoires, que vous avez eu la bonté de me communiquer, me font voir clairement qu'il a entierement epuisé tout ce que cette matiere avoit encor de plus caché. À present donc qu'il connoit parfaitement bien toute la force et toute l'etendue de mon principe, je m'en remets entierement à lui, s'il suffit ou non, pour determiner toutes les courbures initiales des cordes uniformement epaisses propres pour l'isochronisme: du moins est-il certain qu'il n'y a que ma methode qui donne une idée claire de la chose, et qui sauve toutes les incongruités dans les denominations et les consequences: il n'y a aussi jusqu'à present que ma methode, si je ne me trompe, de resoudre sur cette matiere les problemes pour un nombre de corps fini: je fais une autre reflexion; c'est que toutes les verités, qui decoulent de mes solutions, ne sont que physiquement vraies, puisque des vibrations infiniment petites ne sont qu'un repos parfait; toutes les vibrations extremement petites peuvent entrainer des erreurs, quoiqu'extremement petites; convient il donc sur de telles matieres d'alleguer des aberrations infiniment petites, d'une methode à l'autre; car enfin ma methode s'etend à la rigueur, *in abstracto*, à un nombre de corps quelconque; elle ne sauroit donc souffrir que des aberrations réellement infiniment petites. Je souhaiterois

de savoir le sentiment de M<sup>r</sup> votre Pere sur le probleme que voici; je suppose la courbure de la corde exprimee par cette equation  $y = \alpha \text{Sin.} \frac{x}{l} \pi + \beta \text{Sin.} \frac{2x}{l} \pi$  en prenant pour  $\alpha$  et  $\beta$  des quantités extrêmement petites, mais cependant telles que je ne veuille negliger que les erreurs du second ordre affectées des petites quantités  $\alpha\alpha$  et  $\beta\beta$ : C'est ainsi, par exemple, que j'ai trouvé autre fois, que les tems d'une oscillation d'un pendule simple decrivant de part et d'autre des arcs  $\alpha$ , sont comme les quantités  $1 + \frac{1}{8} \text{Sin. Vers.} \frac{\alpha}{l}$  en entendant par  $l$  la longueur du pendule simple ou bien comme  $1 + \frac{\alpha\alpha}{16ll}$ . Je demande donc si on peut donner un semblable theoreme sur les cordes vibrantes, qui ne manqueroit pas de repandre beaucoup de lumiere sur la question agitée jusqu'ici. Il me semble à moi, qu'il y a plus de logomachie dans cette dispute qu'on ne pense, tant que l'on ne convient pas exactement sur les quantités qu'on se propose de negliger et si on ne vouloit rien negliger il faudroit absolument suposer un repos parfait dans les cordes vibrantes, ce qui seroit contradictoire. Je ne disconviens pas cependant, à cet egard, de la superiorité de la methode de M<sup>r</sup> votre Pere, comme etant plus directe et je n'en aurai aucune peine à me raporter à son sentiment dès qu'il aura pesé mes raisons: j'aime mieux croire à l'infailibilité du divin Euler, qu'à celle du Pape; du reste, quand meme je fais abstraction de la sublimité des decouvertes de M<sup>r</sup> Votre Pere et de ses recherches, je ne saurois comprendre son extreme facilité dans ses calculs et dans la composition de ses memoires. On ne concevra jamais et les mathematiciens moins que les autres, que les six memoires dont vous me parlez, ayent pu etre medités, calculés et composés dans une quinzaine de jours<sup>[1]</sup>.

Je passe, Monsieur mon tres honoré Confrere, aux autres articles de votre chere lettre. Mon Neveu (Johann III) est arrivé ici avec toute sa famille, il y a environ 6 semaines<sup>[2]</sup>; je ne l'ai vû qu'une fois que nous etions tete à tete diner ensemble; nous avons trop de choses à nous dire pour penser aux livres que vous avez eu la bonté d'adresser pour moi à mon Neveu et je comptois de le voir presque tous les jours: Il revint effectivement le surlendemain chez moi, mais c'etoit pour me dire, qu'il avoit concerté une entrevue avec M. Mallet et qu'il etoit pret à partir pour Geneve, mais qu'il ne feroit qu'une absence de 15 jours. Il est donc parti et passant à Lausanne, il n'a pas manqué d'aller voir notre fameux medecin, M. Tissot, et de le consulter sur son etat valetudinaire; celui-ci lui conseilla, à ce que mon Neveu nous a marqué de Geneve, d'aller faire un tour dans les pays meridionaux, de se rendre d'abord à Marseille et de s'y embarquer, apres quelque sejour dans cette ville, pour Genes, esperant que ce petit trajet sur mer lui feroit plus de bien que de mal, comme cela etoit arrivé à quelques Anglois etc. Du depuis il nous a ecrit de Lion: je souhaite de tout mon cœur, qu'il retire de ce voyage, entrepris et fait au plus fort d'un rude hyver, tout le fruit, qu'il s'en promet.

Le 8<sup>e</sup> de ce mois le thermometre de M. De l'isle est descendu ici jusqu'au 180. degré; ce grand froid est extrêmement rare dans nos paÿs, surtout au commencement du mois de decembre, auquel il est rare que les eaux se gellent<sup>[3]</sup>. À propos de cette remarque meteorologique! Que dites vous de l'idée de dresser deux

calendriers meteorologiques, l'un thermometrique et l'autre barometrique, exposés dans la *Connoissance des tems* pour l'année 1775. Ces tables marquent l'état moyen pour chaque jour de l'année, tiré des observations d'un grand nombre d'années: la premiere thermometrique me paroît bien imaginée et peut etre de quelque utilité; mais la seconde barometrique me semble bien inutile, parceque les hauteurs barometriques ne paroissent absolument point affectées aux saisons; la hauteur barometrique moyenne, prise sur un tres grand nombre d'années, doit etre, selon toutes les aparences, la meme pour tous les jours de l'année; il est donc inutile d'en faire une table pour chaque jour de l'année; ce calendrier barometrique se trouve à la page 344. La plus grande difference de toutes les hauteurs moyennes pour chaque mois de l'année n'est que d'environ 3 lig[nes] tandis que pour une seule année elle est ordinairement à Paris de 15 à 16 lignes. Je suis sûr que la dite plus grande difference de 3 lig[nes] seroit devenue encore considerablement plus petite, si on avoit employé la correction qu'exige l'état du thermometre mis à coté du barometre; car le mercure, exposé au froid, etant plus dense et plus pesant doit diminuer la hauteur barometrique et cette diminution peut bien aller à 3 lig[nes]. Aussy voit on que les plus grandes hauteurs moyennes barometriques repondent au mois de juillet, le plus chaud de l'année, et les plus petites au mois de decembre, le plus froid, et que les premieres surpassoient les autres d'environ 3 lig[nes]. On peut donc poser en fait, que les pressions de l'air, dans leur etat moyen, sont les memes pendant toute l'année, du moins à tres peu près; cependant l'air est beaucoup plus dense en hyver qu'en été, et cela au moins en raison de 5 à 4 à Petersbourg. Ce phenomene n'est pas facile à expliquer d'une maniere bien satisfaisante.

Mon neveu, l'astronome (Johann III), a laissé un frere (Daniel II) à Berlin, qui a reçu, aprez le depart du premier, le paquet de livres, qui m'est destiné; il me promet de me l'expedier par la premiere bonne occasion qui se presentera. Il est medecin et son Pere (Johann II Bernoulli) l'a envoyé à Berlin pour s'y perfectioner dans son art. Vous me parlez d'un grand nombre d'ouvrages, tous excellens et originaux, qui s'impriment dans Votre typographie Academique: je me rejouis par avance de lire ceux qui sont à ma portée; faites je vous prie mes complimens à notre cher M. Fues {Fuss} sur son important ouvrage<sup>[4]</sup>; on ne sauroit faire une plus belle entrée dans la republique des sciences et des arts; j'espere aussi, qu'il en sera acueilli aussi favorablement qu'il le merite; c'est dommage qu'on n'ait encor rien fait pour assurer sa possession. Je me souviens que M. Votre Pere se trouvoit dans le meme cas, il y a environ 47 ans, malgré toutes les peines que je me donnois; dans ce tems là Mess<sup>rs</sup> Bulfingre {Bülfinger} et Herman faisoient la pluie et le beau tems et ils prevoyoient que leur foible lumiere seroit eclipsée, si ce nouvel astre commençoit à paroître sur leur horizon; il arriva par bonheur, que M<sup>r</sup> Bulfingre, par son esprit d'intrigues, commençoit à donner de l'ombrage à M. Schumacher, ce qui engagea celuici, qui s'etoit emparé de l'esprit de M. Blumentrost, à donner son consentement à la vocation de M. Votre Pere, en qualité d'Eleve ou d'ajoint avec une pension de 200 R<sup>s</sup>. Voilà comme les grands evenemens doivent souvent leur origine à de petites choses, qu'il ne faut pas toujours negliger. J'ai peur que si la denomination de M. Fues ne se termine pas avant le depart de la Cour pour



Moscow, ce jeune homme plein d'ardeur à devenir un Membre utile de la Societé, n'en soit absolument decouragé.

La triste mort de l'infortuné {S.G.} Gmelin s'est d'abord repandue dans toute l'Europe; je ne fais pas une grande difference entre le vilain traître, qui en est la cause, et le detestable Pougatschew {Pugačev}. Je ne comprends pas, que ce malheureux Chan ait d'abord relaché les compagnons du pauvre Gmelin apres la mort de cet infortuné Martir; avoit-il quelque rancune particuliere contre lui? Il est bon que ses manuscrits aient été sauvés; ils feront le plus beau monument du defunt, qui eternisera sa memoire mieux qu'un autre de marbre erigé à Kislar {Kizljar} ou à Kiakent {Kajakent}<sup>[5]</sup>. Je tremble pour le sort du Prof. {G.M.} Lowitz: quelle longueur seroit on obligé de donner au canal projeté qui doit joindre les deux petites rivières Kamyschenka {Kamyšinka} et Ilawla {Ilavlja}<sup>[6]</sup>; je ne scai si les refractions, qui ne sauroient manquer d'être extremement irregulieres près de terre ne jetteront pas des erreurs trop sensibles sur le nivellement; vous aurez vu sans doute l'ouvrage de M. de Luc {Deluc} de Geneve<sup>[7]</sup>, qui moyennant des observations barometriques pretend de pouvoir reconnoitre des differences de hauteur de 5 pieds; mais je le crois un peu gascon; une bonne carte topographique, qui marquât exactement le cours des deux petites rivières et leur communication avec la Volga et le Don, pourroit aussi montrer en quelque facon les differentes pentes naturelles du terrain et faire presumer celles des environs; enfin, à mon avis, on ne doit commencer les operations geometriques qu'apres avoir bien reconnu tout le local des environs: je ne doute pas, que le savant Prof. Lowitz n'ait fait les memes reflexions. Vous devez avoir vu à present l'ouvrage du P. Frisi<sup>[8]</sup>; je suis curieux d'apprendre, ce que Vous en pensez, Vous et M. Votre Pere.

Nos gazettes revoquent en doute le voyage du Prince Henry {Heinrich} de Prusse.

La veuve {Rose Victoire de} La Baumelle {Beaumelle} a tort de supprimer le manuscrit de feu M. de la Condamine; le vieux philosophe de Ferney {Voltaire} est trop accoutumé à être déchiré, pour s'en embarasser<sup>[9]</sup>.

M<sup>r</sup> Fues {Fuss} le Pere a payé exactement les 60 Livres de France à M<sup>delle</sup> Linder contre la reconnaissance qu'elle avoit de M. {Christoph} Bourcard {Burckhardt}; on m'a toujours parlé avec eloge de cet habile artiste et il ne s'est pas démenti dans cette occasion. M<sup>r</sup> Votre frere le Medecin {Karl} ne s'est point trompé sur le pronostic de la mort de M<sup>elle</sup> Landerer, non plus qu'il n'avoit fa[il] de celle du pauvre Wichser; comment se comporte son cadet? Je souhaite pour la satisfaction de l'Academie qu'il soit revenu de ses etourderies de jeunesse.

Je Vous suis infiniment obligé de vos bons offices auprez de Mons<sup>r</sup> le Comte Vlad. Orlov; tachez toujours de me maintenir dans ses bonnes graces et assurez le de mes tres humbles respects. De toutes les nouvelles, que vous avez eu la bonté de m'apprendre et dont je vous fais mes remercimens, celle de l'état florissant de santé et de prosperité de toute votre chere et illustre famille a été pour moi la plus interessante: je fais mille et mille vœux pour sa conservation et specialement pour la nouvelle année que nous allons commencer suivie d'un grand nombre d'autres. Si mes interets, comme je l'espere, vous sont toujours chers, à Vous et à M<sup>r</sup> Votre

Pere, vous m'honorerez de votre amitié tant qu'il me reste à vivre; je tacherai à la meriter par tous les devoirs d'une amitié reciproque de meme que par les sentimens de respect et de veneration, avec lesquels j'ai l'honneur d'être,

Monsieur mon tres honoré Confrere,  
Votre tres humble et tres obeissant Serviteur

Daniel Bernoulli

A. 22 Brief D. Bernoullis an J.A. Euler

Basel, 21. Dezember 1774

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 530–531v

Randnotiz: «reçu le 31 decemb. 1774»

- [1] Unter den sechs Abhandlungen L. Eulers über Saitenschwingungen, auf die sich D. Bernoulli bezieht, befinden sich mindestens fünf (E. 439–443), die bereits im Herbst 1772 der Akademischen Konferenz vorgelegt worden waren.
- [2] Nach wiederholten Urlaubsgesuchen hatte Johann III Bernoulli die Bewilligung zu einer fünfmonatigen Reise erhalten und Berlin am 2. Oktober 1774 verlassen. Seine Reiseroute führte ihn durch Deutschland, die Schweiz, Südfrankreich und Italien. Danach erreichte er am 27. Juli 1775 nochmals Basel und kehrte erst im August – ziemlich verspätet – nach Berlin zurück.
- [3]  $180^\circ$  nach Delisle entsprechen einer Temperatur von  $-20^\circ\text{C}$ .
- [4] Zweifellos bezieht sich Bernoulli auf Fuss' *Instruction détaillée* zur Anwendung von L. Eulers Dioptrik auf die Konstruktion von Fernrohren und Mikroskopen (E. 446), die der Petersburger Akademie im Juni 1774 vorgelegt worden war.
- [5] Während seiner Forschungsreise wurde S.G. Gmelin auf dem Weg von Derbent nach Kizljär – im heutigen Dagestan – am 17. (6.) Februar 1774 von dem tatarischen Khan Usmeý gefangengenommen. Dieser forderte von der russischen Regierung ein horrendes Lösegeld für die Freilassung des Gelehrten. Die Verhandlungen zogen sich in die Länge und endeten erfolglos; am 7. August (27. Juli) 1774 starb Gmelin in Geiselhaft an der Ruhr. Danach liess der Khan Gmelins Mitarbeiter frei, die ihn auf dem Weg nach Kizljär in Kajakent begruben. Gmelins letzte Reise- und Forschungsberichte wurden mit Hilfe des Kaufmanns Nikolaus von Rentel in Astrachan, des Stiefvaters von Gmelins Frau, nach Petersburg übersandt und von der Petersburger Akademie 1770–84 in vier Bänden veröffentlicht. – Cf. *Protokoly* 3, p. 131, 133, 136, 141f, 148f; *Chronik* 1, p. 615, 617f.
- [6] G.M. Lowitz erforschte die Möglichkeit, die Wolga und den Don über diese beiden Nebenflüsse durch einen Kanal zu verbinden, worüber er der Akademie berichtete (cf. *Protokoly* 3, p. 146f). Am 24. (13.) August 1774 wurde er am Fluss Ilovlja von aufständischen Kosaken ermordet (cf. *Protokoly* 3, p. 159, 165, 167).
- [7] Cf. Deluc (1772).
- [8] Cf. die *Kosmographie* von Frisi (1774).
- [9] Laurent La Beaumelle war am 17. November 1773 in Paris im Haus von La Condamine verstorben, dieser selbst am 4. Februar 1774. Beide hatten in ihren letzten Lebensjahren an ausführlichen Maupertuis-Biographien gearbeitet; Daniel Bernoulli war offenbar über diese Projekte durch die Korrespondenz seines Bruders Johann II mit La Condamine (cf. *supra* Nr. 20, Anm. 4) detailliert im Bild. Zweifellos darauf gestützt nimmt D. Bernoulli hier an, La Condamines Entwurf befinde sich – wie die erst ein Jahrhundert später teilweise veröffentlichten (qualitativ sehr schlechten) Abschriften von grossen Teilen des Briefwechsels von Maupertuis – in den Händen von La Beaumelles Witwe, und diese unterlasse die Veröffentlichung mit Rücksicht auf Voltaires Reaktion.

La Condamines Text scheint heute verloren zu sein; La Beaumelles eigene Maupertuis-Biographie wurde hingegen Mitte des 19. Jh. wieder aufgefunden und veröffentlicht (La Beaumelle 1856; cf. Le Sueur 1896, p. 5–10).

23

J.A. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 27. (16.) Januar 1775

à St Petersburg ce  $\frac{16}{27}$  Janvier 1775

Monsieur mon illustre Confrère,

On m'apporte trop tard la lettre de change ci-jointe, pourque je puisse me donner la satisfaction de Vous entretenir aujourd'hui aussi amplement que je le souhaiterois et Vous repondre à tous les points interessans de Votre obligeante lettre du 21 Decembre<sup>[1]</sup>: je tacherai d'y remedier et d'être plus long, lorsque dans la huitaine j'aurai le plaisir de Vous adresser la seconde de Change.

Le Comte Vladimir Orlov a eu son congé le 5 du mois passé, ce qui a de nouveau retardé l'engagement de notre ami, le jeune Fuss à l'Académie. Et comme Sa Majesté l'impératrice (Katharina II.) doit être partie pour Moscou ce soir, si Elle n'a point nommé encore dans ce dernier moment un Chef ou Directeur de l'Académie des Sciences, il est probable que nous resterons encore longtemps avant de recevoir un<sup>[2]</sup>.

Le Professeur (G.M.) Lowitz a eu le malheur de perdre sa vie le  $\frac{13}{24}$  Aout. Les rebelles l'ont empalé. Son fils (Tobias Johann) et l'Adjoint Inohodsov {Inokhodcev} se sont sauvés, après avoir eu le bonheur de pouvoir s'emparer de tous les écrits du défunt Professeur et encore des plusieurs instrumens. Ceux-ci sont arrivés à Moscou vers la fin de l'année passée; et actuellement nous les attendons ici journellement.

Le Prof. Guldenstadt est aussi de retour; mais il est encore à Moscou, une inflammation des yeux [...]<sup>[3]</sup>

A. 23    Antwort J.A. Eulers auf D. Bernoullis Brief Nr. 22  
Petersburg, 27. (16.) Januar 1775  
Entwurf, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 59, Bl. 413–413v  
Randnotiz: «von Euler»

[1] Cf. den vorangehenden Brief D. Bernoullis Nr. 22.

[2] Graf Orlov erhielt den Abschied von seiner Stellung bei der Akademie gemäss dem Ukas Katharinas II. vom 16. (5.) Dezember 1774; die Akademie wurde davon am 26. (15.) Januar 1775 unterrichtet. Über die Ernennung von S.G. Domašnev zum neuen Direktor der Akademie wurde diese erst am 2. August (22. Juli) 1775 durch Domašnev selbst in Kenntnis gesetzt (cf. *Protokoly* 3, p. 195).

[3] Der erhaltene Entwurf bricht hier mitten in der Zeile ab.

24

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
Basel, 18. März 1775

Monsieur, mon tres honoré Confrere

Je n'ai reçu que le 1. mars Votre chere lettre du  $\frac{16}{27}$  janv.<sup>[1]</sup> avec la premiere lettre de change de 200 Roubles sur Amsterdam datée du  $\frac{13}{24}$  janv. pour laquelle j'ai l'honneur de vous envoyer ci-jointe ma reconnaissance et que j'ai trouvé occasion, dès le lendemain, de negocier assez avantageusement. Je vous prie d'en faire mes tres humbles remercimens à l'Illustre Academie avec l'assurance de tous les sentimens de respect et de veneration que je lui dois à tant de titres. Je ne reconnois pas moins ce que je vous dois en particulier de vos bons offices et des marques, que vous me donnez dans toutes les occasions, de votre bienveillance.

La demission du Comte Vladimer Orlov ne pouvoit se dater plus sinistrement pour notre Ami, le jeune M. Fues {Fuss}, qui sans cette fatale demission devoit etre proposé à S. M. I. (Katharina II.) et, appuyé par les suffrages unanimes de l'Academie, ne pouvoit manquer d'avoir aussitôt la place qu'il ambitionne tant et qu'il merite si bien; j'espere que cet etat Anarchique ne durera pas longtems; il feroit bientot tomber l'Academie dans une dangereuse lethargie: Cependant il me semble qu'au defaut d'un Vice Directeur immediatement autorisé par le Souverain, ce devoit etre M<sup>r</sup> Votre Pere, qui gerat toutes les Affaires purement Academiques et qui eut le droit de convoquer extraordinairement le Corps de l'Academie pour deliberer ensemble sur les occurrences, apres quoi tous les Corps residens à S<sup>t</sup> Petersbourg doivent savoir à qui il faut s'adresser pour faire parvenir, si le cas le requiert, aux pieds du Trone Imperial le resultat de leurs deliberations.

Je vous suis bien obligé des nouvelles publiques que vous avez eu la bonté de m'apprendre; tirons le rideau sur les horreurs inouies executées par des barbares et des rebelles sur quelques malheureux Missionnaires Academiques<sup>[2]</sup>.

Apres ces horreurs qui revoltent l'humanité on se trouve en quelque facon soulagé d'apprendre, que le jeune (T.J.) Lowitz conjointement avec M. Inchodsoff {Inokhodcev} ayent trouvé le moyen de se sauver et de sauver tous les memoires et ecritures du malheureux Martir.

Il y a longtems, que M. (G.J.) Decker de Berlin doit m'avoir expédié le paquet des ouvrages, dont l'Academie Imperiale m'a fait la grace de me regaler; je ne l'ai pas encor reçu, mais je l'attends tous les jours. Mon neveu (Johann III), l'Astronome, ennuyé d'une vie trop uniforme, se flattant d'ailleurs, qu'un climat bien chaud acheveroit de retablir sa santé fort chancelante et emporté par sa passion de voyager et de faire de nouvelles connoissances literaires, a pris la resolution de faire le voyage d'Italie apres avoir traversé la France meridionale. Il nous a cependant laissé ici sa femme (Veronika) et ses aimables enfans<sup>[3]</sup>: je crains bien qu'il ne poursuive sa pointe tant qu'il en aura l'agrement du Roi (Friedrich II.); mais je ne scai pas exactement, pour quel tems il en a obtenu son congé<sup>[4]</sup>.

J'ai encor devant moi celle du  $\frac{5}{16}$  decemb. 1774; j'ai differé d'y repondre pre-voyant bien, que vous ne tarderiez guere à m'envoyer ma pension ce qui me don-neroit occasion de repondre en meme tems aux deux lettres. Je n'ai pas manqué d'envoyer à Mad<sup>elle</sup> votre Cousine (Elisabeth Gengenbach) au premier moment celle qui lui etoit adressée.

Vous me dites, mon cher et Illustre Compatriote, à l'occasion du nouvel an qui s'aprochoit alors, tant de choses obligeantes et flatteuses, que toute l'effusion de mon cœur ne suffit pas pour vous exprimer ma sensibilité et toute ma recon-noissance; ne doutez pas du parfait retour de ma part; vous etes l'objet de mes vœux les plus ardens durant toute l'année et vous le serez tant que je vivrai: C'est aussi par cette lettre que vous m'apprenez le jubilé Academique, dont on a actuel-lement formé le projet<sup>[5]</sup> et vous me demandez à cette occasion si je me souviens de l'installation qui s'est faite le 27. dec. 1725 suivie d'un grand festin chez le Duc (Karl Friedrich) de Holstein<sup>[6]</sup>; tout etoit brillant à la Cour et cependant la Du-chesse (Anna Petrovna) presente eclipsoit tout: les Academiciens furent etonnés, les regards gracieux du Duc et de la Duchesse les rassurerent bientot et ils oserent se livrer à la douce joye d'une aussi gracieuse reception: je me souviens de tout cela et me croirez vous, si je vous dis que je m'en souviens mieux, que le soir meme de la fete; car nous finissions par etre yvres morts.

Ici je quitte la plume pour attendre celle que vous m'avez annoncée pour la huitaine et que j'esperois de recevoir le 8 de ce mois; si cependant je n'en recevois point avant le 18<sup>e</sup> de ce mois je ferai partir la presente telle qu'elle est, pour vous accuser du moins la reception de votre premiere lettre de change.

La lettre attendue etant encore à venir, il ne me reste qu'à finir la presente pour l'envoyer à la poste; mes complimens et hommages de respect et de devouement à M<sup>r</sup> votre Pere et à toute son Illustre Famille, avec quoi j'ai l'honneur d'etre avec respect et toute l'estime qui vous est due,

Monsieur mon tres honoré Confrere,  
Votre tres humble et tres Obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 18 mars 1775.

- A. 24 Antwort D. Bernoullis auf J.A. Eulers Brief Nr. 23  
Basel, 18. März 1775  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 81–82v  
Randnotiz: «reçu le 31 mars 1775»

- [1] Cf. den vorangehenden Brief J.A. Eulers Nr. 23.  
[2] Cf. Brief Nr. 22, Anm. 5 und 6.  
[3] Johann III Bernoullis erste zwei Kinder waren damals vier Jahre bzw. acht Monate alt; später kamen aus zwei Ehen zwölf weitere Kinder dazu (cf. Bernoulli-Sutter 1972, p. 87–88).  
[4] Cf. Brief Nr. 22, Anm. 2, sowie Brief Nr. 25.

- [5] Die Feier zum fünfzigsten Jahrestag der Gründung der Petersburger Akademie war ursprünglich für den 27. Dezember 1775 (a. St.) vorgesehen, wurde jedoch letztlich erst am 29. Dezember 1776 in Anwesenheit der Kaiserin Katharina II. abgehalten.
- [6] Herzog Karl Friedrich von Holstein war der Gatte Anna Petrovna's, der ältesten Tochter Peters des Grossen. Sie nahm bis zum Tod der Kaiserin Katharina I. eine der höchsten Stellen am kaiserlichen Hof ein.

25

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 12. August 1775

Bale ce 12. aoust 1775.

Monsieur mon tres honoré Confrere

La date de vos deux dernieres lettres que j'ai devant moi me couvrirait de confusion, si j'avois negligé la moindre chose pour votre service<sup>[1]</sup>; je n'aurai jamais rien de plus pressé que de vous rendre mes devoirs et de me conformer à vos intentions; je me flatte d'ailleurs que vous en etes persuadé et qu'ainsi vous aurez supposé que je n'aurai pas manqué à ce que vous m'aviez fait l'honneur de me marquer. Dans la premiere de ces deux lettres il y avoit une *seconde* lettre de change pour une ville de France en payement des provisions que vous en aviez fait venir; cette lettre etoit dans une enveloppe avec son adresse mais que vous aviez oublié de cacheter; je l'ai donc cachetée de mon cachet et l'ai envoyée à la poste le lendemain apres l'avoir recue: quant aux lettres, que vous m'avez fait le plaisir de m'adresser ensuite pour Mad.<sup>e</sup> Votre Tante (Anna Maria Gengenbach) et pour M.<sup>r</sup> Fues {J.H. Fuss} je les ai envoyées aussitot à leur adresse: Le depart de la presente depend encor de mon Copiste pour le double memoire, que je compte d'y ajouter pour l'Academie, si tant est que vous ou M.<sup>r</sup> Votre Pere l'en trouviez digne<sup>[2]</sup>. Si vous faites attention aux infirmités d'age, qui ne font grace à personne de leur ressort, vous sentirés aisement que ce n'est pas là un compliment de fausse modestie.

Je ne crois pas de vous avoir encor accusé la reception du gros paquet d'ouvrages Academiques, que vous aviez adressé à mon Neveu (Johann III) de Berlin: je l'ai recu bien conditionné il y a cinq ou six mois: C'est un vrai tresor, duquel je ne saurois assez temoigner à l'Academie toute ma reconnoissance. Soyez, je vous prie, Monsieur mon tres honoré Confrere, l'interprete de mes sentimens pleins de respect, de veneration et de gratitude pour cette Illustre Compagnie en general et pour tous ses dignes membres en particulier; pourquoi a-t-il fallu qu'un Corps deja distingué par tant de titres, le fut encor comme vous me l'avez marqué, par le martire de quelques uns de ses savans Missionnaires: les vraies sciences seroient elles saintes comme la Religion, qui en tout paÿs se pare de son martirologe. Quant à moi, j'aime mieux pour la gloire de ce siecle savant et éclairé, qu'on cite des evenemens tels que celui de M. Votre Pere feté par un des plus grands

Monarques (Louis XVI) et honoré d'un present<sup>[3]</sup> de 6000<sup>fr</sup>. Voilà une gratification toute Royale et toute la Republique des lettres s'en rejouit; jugez de la part que j'y prends moi qui depuis un demisiecle suis lié d'amitié avec cet Illustre Savant, son confrere par tant d'endroits et sur tout son Co-citoien de Bale. Notre Gazetier, en annonçant cette nouvelle au Public, n'a pas manqué d'observer, que M. Euler est Citoyen de notre Republique de Bale; c'est aussi aux heureux auspices de notre Patrie commune, que j'attribue la pension honoraire, que je tiens de l'auguste Liberalité de S. M. I. Catherine la Grande, qui convertie en fonds capital va bien au delà de 6000<sup>fr</sup> de France et qui m'a été accordée lorsque j'y pensois le moins.

Avec ces heureux auspices j'espere que la fortune se lassera enfin de persecuter notre pauvre et savant Opticien, je veux dire M.<sup>r</sup> Fues {Fuss} si peu encouragé jusqu'ici et si digne de l'être efficacement: M.<sup>r</sup> (J.H.) Fues le Pere m'a remis de la part de son fils un exemplaire de son ouvrage optique qui m'a fait un tres sensible plaisir<sup>[4]</sup>; je vous supplie, de lui en temoigner avec les termes les plus energiques mes remerciemens et mes felicitations. Cet ouvrage deviendra indispensablement necessaire à tous ceux qui voudront faire des telescopes et des lunettes achromatiques et excitera tous ceux qui auront l'art de bien tailler les lentilles à les entreprendre, de sorte qu'elles deviendront tout à fait communes et qu'on n'aura plus besoin de recourir aux Dollonds pourvu que le bon flintglass devienne plus commun et qu'on ne soit plus obligé de le faire venir d'Angleterre trop jalouse de sa possession. Est il bien constaté que generalement parlant les lunettes de Dollond meritent une preference marquée? Au cas que cela soit, à quoi faut il l'attribuer, car je suis sûr que les formules de M.<sup>r</sup> Votre Pere satisfont au mieux aux conditions qu'il se propose; mais peutetre que Dollond a eu le bonheur de saisir quelques circonstances, que d'autres negligent et qui concourent essentiellement à la formation de la vue distincte; peutetre faudroit-il considerer le globe de l'œil comme faisant partie de la lunette en se proposant de ne réunir, qu'au fonds de l'œil, les rayons partis d'un meme point, qui avoient été separés par leurs differentes refrangibilités: encor cette réunion se feroit elle sous un petit angle qui n'existeroit pas sans la diverse refrangibilité, et cela pourroit bien faire un effet different, sur tout lorsque la réunion des rayons separés se fait hors du globe de l'œil, puisque les rayons se croisant, se separeroient de nouveau dans l'œil<sup>[5]</sup>.

J'ai parcouru avec beaucoup de plaisir la theorie navale complete de M.<sup>r</sup> Votre Pere<sup>[6]</sup>, d'autant plus que j'avois traité moi meme plusieurs questions, en differens memoires, que l'Academie de Paris avoit proposées et ces memoires ont eu un succès, qui m'a infiniment flatté, sur tout ayant été jugé, entre autres, par le grand M.<sup>r</sup> Bouguer, si connu par beaucoup d'ouvrages qu'il a écrits sur ces matieres et sur beaucoup d'autres. Il paroît que la derniere perfection de toutes les importantes recherches est toujours reservée à M.<sup>r</sup> Votre Pere et sa theorie navale est certainement digne du succès glorieux qui l'a couronnée. Quant à la theorie des rames en particulier, je suis sûr que j'en ai developpé tous les vrais principes par une bonne œconomie des forces animales à laquelle personne n'avoit encore pensé: toute la mecanique se reduit au precepte de faire les pales des rames aussi grandes qu'il est possible sans tomber dans de nouveaux inconveniens et les leviers



peuvent etre entierement negligés pour la theorie en ne consultant que l'experience qui approprie au mieux le travail à l'organisation de l'homme. Il y auroit bien des experiences à faire sur les differentes manieres d'employer les rames, qui seroient aussi simples qu'utiles, en se contentant de faire agir deux rames sur de petits bateaux<sup>[7]</sup>.

Je vous fais, mon tres Honoré Confrere, mes complimens de condoléance sur la perte que vous avez faite par la mort de M.<sup>r</sup> Model, votre Ami de cœur, lequel en vous constituant son Exécuteur testamentaire vous a donné la plus grande marque non seulement de son amitié mais encor de sa confiance en votre dextérité, probité et desintéressement; c'est faire une grande perte, que de perdre un tel ami: mais aussi la justice, qu'il vous a rendue à l'heure meme de sa mort, doit vous en adoucir l'amertume et calmer vos regrets.

L'idée que vous me donnez de l'état de l'Académie m'effraie; mais j'espere que tout aura été retabli depuis votre dernière du 9. may<sup>[8]</sup>: je sens que l'Académie ne pourroit subsister sans etre continuellement vivifiée par des regards propices de S. M. I. (Katharina II.) et tout le monde le sent autant que moi; comment seroit il possible que cette meme Académie Imperiale, qui s'est distinguée par les plus sublimes et les plus importantes decouvertes de ce siecle éclairé, put etre oubliée ou abandonnée par cette Auguste Souveraine, qui sait si bien appretier et proteger les sciences.

Dans ce moment M.<sup>r</sup> (J.H.) Fues {Fuss} vient m'apprendre la nouvelle de la gratification de 200 R.<sup>o</sup> que M.<sup>r</sup> son fils (Niklaus) a reçu de l'Académie et dont il se loue d'etre uniquement redevable à la recommandation de M.<sup>r</sup> Votre Pere<sup>[9]</sup>. Cet acte de generosité de la part de l'Académie ne montre pas l'état anarchique que je craignois: En tout cas, voilà une distinction extremement flatteuse pour M.<sup>r</sup> Fues le fils et qui doit ranimer ses esperances et son zele; je lui en fais mes complimens de tout mon cœur.

Est-ce que l'Académie persiste dans son idée de celebrer son jubilé semi-seculaire? Il m'est, sans doute, infiniment glorieux d'etre le Doyen, comme Vous dites, de cette Illustre Compagnie; c'est dommage que cette gloire ne soit qu'un ephemer; quelle que soit cependant sa caducité, je ne laisse pas de faire bien des vœux pour que vous y parveniez, en souhaitant en meme tems beaucoup de santé et de vie à tous ceux qui vous precedent.

Mon Neveu (Johann III) l'Astronome est revenu ici le 27. Juillet, se proposant de s'en retourner à Berlin apres une quinzaine de jours; son voyage dans les païs meridionaux a fait beaucoup de bien à sa santé; il a poussé sa route jusqu'à Rome; dans chaque ville il a eu occasion de voir et souvent d'examiner tout ce qu'il y a de rare et de remarquable; il se loue infiniment de l'accueil et des bons offices de tous les savans, dont il a fait la connoissance, surtout des Astronomes, des Geometres, Physiciens, mecaniciens etc. qui lui ont fait voir des tresors de tout genre; meme les grands Artistes se sont empressé à lui rendre son voyage utile et agreable, sans parler de l'avantage qu'il a eu de voir le Pape (Pius VI.), l'Empereur (Joseph II.), le Grand Duc de Florence (Leopold II.), les Cardinaux les plus distingués, des Ambassadeurs etc. Enfin il n'est pas possible de faire le voyage qu'il a fait avec

plus d'agremens, de succès et de nouvelles connoissances. Je lui ai montré l'article de votre lettre du 9.<sup>e</sup> may, qui le regarde et qui l'a flatté tres sensiblement; il m'a chargé de vous faire ses complimens et ses respects à Vous, à M.<sup>r</sup> Votre Pere et à tout ce qui a l'avantage de vous appartenir.

Comment se porte M.<sup>r</sup> Votre Illustre Pere; a-t-il bien conservé sa vue pour autant qu'elle lui a été rendue par l'operation de la cataracte? Je lui presente ici, de meme qu'à vous et à toute votre belle famille tous les hommages, qui peuvent partir du cœur le plus tendre et le plus penetré de respect et de zele pour votre gloire commune; c'est avec ces sentimens que j'ai l'honneur d'etre,

Monsieur mon tres honoré Confrere,  
 Votre tres humble et tres obeïssant Serviteur,  
 Daniel Bernoulli

- A. 25 Antwort D. Bernoullis auf zwei nicht erhalten gebliebene Briefe J.A. Eulers  
 Basel, 12. August 1775  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 48–49  
 Randnotiz: «reçu le 23 Aout 1775»  
 Am 4. September (24. August) in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 199)

- [1] Die beiden hier erwähnten Briefe J.A. Eulers sind nicht erhalten geblieben.
- [2] Cf. D. Bernoullis zwei Abhandlungen über Kettenbrüche (1776, DB. 70, 71), die am 4. September (24. August) 1775 der Akademischen Konferenz vorgelegt wurden (cf. *Protokoly* 3, p. 199). Die Originalmanuskripte dieser Abhandlungen befinden sich in der Universitätsbibliothek Basel (Bibl. Basel, L Ia 751, C. 40, 41).
- [3] Damit ist die Gratifikation von 6000 Livres gemeint, welche die Regierung Ludwigs XVI. L. Euler für sein Handbuch der Schiffstheorie (E. 426) zugesprochen hatte (cf. Fuss 1786: O. I, 1, p. LXX–LXXI, wo auch der Brief des zuständigen Ministers Turgot an Euler vom 15.10.1775 wiedergegeben ist).
- [4] Cf. das nach Eulers *Dioptrik* zusammengestellte Werk von N. Fuss (1774).
- [5] Cf. die Untersuchungen von Habicht (1983) und Fellmann (1983b).
- [6] Cf. L. Eulers Werk über die Schiffstheorie (E. 426).
- [7] In den vorangehenden, nicht erhalten gebliebenen Briefen hatte J.A. Euler seinen Briefpartner mutmasslich über die von W.L. Krafft geplanten Experimente mit Rudern der von D. Bernoulli vorgeschlagenen Konstruktion informiert (über diese «neue Art von Rudern» cf. D. Bernoulli 1769, DB. 47, sowie *supra* Brief Nr. 7, Anm. 4, und Nr. 8, Anm. 3). Diese Pläne wurden in der Akademischen Konferenz am 17. (6.) Juli 1775 besprochen. Krafft unternahm gleichzeitig eine theoretische Abschätzung der Effizienz der neu konstruierten Ruder (1776); ob er tatsächlich entsprechende Experimente durchgeführt hat, wissen wir jedoch nicht. – Cf. *Protokoly* 3, p. 194, 213, 215.
- [8] Dieser Brief ist nicht erhalten geblieben. Wahrscheinlich hatte sich J.A. Euler darin über die unklare Situation in der Akademie nach der Entfernung des Grafen Orlov vom Posten des Direktors (cf. Brief Nr. 23, Anm. 2) beklagt.
- [9] N. Fuss hatte seinem Vater von dieser Gratifikation in seinem Brief vom 27. (16.) Juni 1775 berichtet (zur Überlieferung dieser Korrespondenz cf. *supra* Nr. 15, Anm. 5):  
 «Vor einiger Zeit erfuhr ich, dass die akademische Kanzlei (dass es durch Antrieb H. Prof. Eulers geschehen, ist offenbar) mir eine Gratifikation von 200 Rubeln ausgesetzt habe, um den Fleiss, wie H. Prof. sagt, zu belohnen, der in 61 für ihn gefertigten und zum Druck bereiteten Abhandlungen deutlich vor Augen liege [...] Letzten Freitag [habe ich] diese Summe wirklich empfangen.»

26

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
Basel, 11. November 1775

Monsieur mon tres Honoré Confrere!

J'ai deux de Vos lettres devant moi, auxquelles je dois reponse: elles sont comme à l'ordinaire marquées au coin de cette amitié et bienveillance dont Vous m'honorez: plus j'avance en age, plus je m'aplaudis et me felicite de l'affection que me porte, au milieu de sa florissante vie, une personne de votre nom et de votre merite.

Je vous suis bien obligé du programme de l'Academie pour les deux prix de l'année 1776, que Vous avez eu la bonté de me communiquer<sup>[1]</sup>. Les deux questions me paroissent fort bien imaginées, sur tout la premiere, quoique peutetre il n'y aura qu'un petit nombre de personnes, qui en voyent toute l'importance. J'ai beaucoup étudié cette matiere, il y a une quinzaine d'années, tant pour le physique que pour l'analytique, et j'ose dire que plusieurs experiences ont confirmé exactement tous les points de ma theorie, qui a été inserée dans les *Memoires* de l'Academie de Paris pour l'année 1762<sup>[2]</sup>. J'ai bien pensé alors au probleme particulier dont il s'agit à present, mais j'avoue que je n'ai rien pu imaginer qui me satisfait. C'est donc avec une prudence digne de l'Academie Imperiale, qu'elle exige qu'on confirme la theorie proposée par de bonnes experiences decisives et satisfaisantes. Il se pourroit meme, que les circonstances fussent telles que le plus habile joueur ne sauroit plus tirer aucun ton de la flute ou du tuyau, surtout si on ne veut admettre que des tons musicaux, moileux, soutenus et bien nourris, qu'il faut sans doute distinguer d'avec les bruits momentanés et mal assurés, qui pourroient echaper. Il y a aparence, qu'il faut toujours partager la longueur du tuyau en parties egales de maniere que le trou lateral se trouve au milieu entre deux nœuds, mais alors la grandeur du trou ne fera pas changer le ton. Je crois aussi, qu'à moins que le trou ne soit extremement petit, le ton peut etre simplement mesuré par la longueur de la partie embouchée jusqu'au trou: ce seroit alors le ton fondamental; mais si le trou n'avoit pas seulement un quart de ligne en diametre, il se pourroit bien que le plus souvent il fut impossible de faire parler le tuyau, sur tout si le trou se trouvoit placé vers le milieu. Cette matiere se refuse souvent à toute loy de continuité et rend l'application des mathematiques extremement difficile et ingrate. Une solution generale et directe sera, à mon avis, fort scabreuse et peutetre, en certains cas physiquement impossible sans que cette impossibilité soit indiquée par les formules. Dans le programme, colonne 2, lig. 6, il ne me paroît pas clair ce qu'il faut entendre par le mot *talis*, si c'est un tuyau bouché par un bout ou un tuyau entierement ouvert, mais la propriété citée n'est que pour la premiere classe et la seconde donne tous les nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, etc.; le programme ajoute, *ipsos tamen hos sonos ceteroquin ab iis tibiatarum valde discrepaturos*; je ne vois pas ce qu'il faut entendre ici par les mots *ab iis tibiatarum*, car les tons sont absolument les memes dans les tuyaux ouverts des deux cotés et dans les tuyaux bouchés des deux cotés; les uns et les autres sont representés par la progression des

nombres naturels<sup>[3]</sup>. Je suis fâché que votre lettre ne me soit pas parvenue quelques jours plutôt, comme elle le devoit par sa date; elle me fut apportée précisément le lendemain du départ de mon Neveu (Johann III): j'aurois pu l'animer à concourir pour ce prix, quoique je sache bien que sa longue absence ne sauroit avoir manqué d'accumuler ses occupations.

Je viens à votre seconde lettre. Rien n'est plus capable de me soutenir encor, que les assurances de bonté et de bienveillance que vous me donnez de la part de l'Academie, et votre belle plume y met cet assaisonnement, qui en releve le prix. Soyez toujours mon bon Patron auprez de cette Illustre et Respectable Compagnie. Je ferai toujours de grand cœur les commissions, que vous aurez la bonté de me confier; celles que j'ai faites jusqu'ici n'en meritent pas le nom. Vous ne sauriez croire le service que nous rendons à M. (J.H.) Fues {Fuss}, quand nous lui faisons tenir une lettre de son cher Fils (Niklaus); la dernière sur tout l'a comblé de joye par les assurances positives, que notre nouveau Directeur, M.<sup>r</sup> de Domaschnev, vous a données de rendre justice aux deux dignes élèves de M.<sup>r</sup> Votre Pere<sup>[4]</sup>: M.<sup>r</sup> Fues m'a promis de m'envoyer une lettre pour M. son fils. Le beau present de 200 R.<sup>o</sup> que la Commission Academique a fait à ce dernier doit, dans sa situation douteuse, lui avoir relevé le cœur et ses esperances. À present je ne doute plus moi meme qu'elles ne soient accomplies aprez l'arrivée de M.<sup>r</sup> de Domaschnev. Je souhaite d'autant plus que l'Academie soit bientôt mise en possession de ce nouveau Chef si ardemment désiré.

S'il est bien constaté que les lunettes achromatiques de Dollond ne doivent leur grande et inimitable perfection qu'à l'entiere sphericité de ses verres, je suis surpris que parmi tant d'autres des plus habiles ouvriers, qui tous se sont apliqués à remplir une condition aussy essentielle, il n'y en ait eu aucun, qui ait jamais pu atteindre au meme degré de perfection; ne seroit-ce pas là un faux-fuiant imaginé par Dollond pour depaïser ceux qui voudroient l'imiter: c'est cette reflexion qui m'a fait douter s'il n'y auroit pas dans l'organe de la vue quelque mecanisme caché, sur lequel il faille regler la construction exacte des lunettes: c'est en ce sens que j'ai dit qu'il convient de considerer le globe de l'œil comme faisant partie de la lunette.

J'apprendrai avec un tres sensible plaisir le succès des experiences sur les rames suspendues, que j'ai proposées autre fois dans un memoire adressé à l'Academie de Paris<sup>[5]</sup>. J'en ai encor assez bonne opinion; mais mon principe meme sur la conservation des forces vives animales ne promet pas un succès bien superieur à celui des rames ordinaires, lesquelles perdent à peine le quart de la vitesse, qu'elles devroient fournir dans la supposition que l'action entiere des rameurs est employée utilement; le principal usage des rames suspendues etoit, dans mes idées, celui de pouvoir etre employées sur les vaisseaux à haut bord. Je prends aussi pour certain que les experiences faites sous la direction de l'Academie meneront peu à peu à de nouvelles verités curieuses et utiles. Il n'y a que le renversement des pales qui pourra causer de la peine pour l'execution; en ce cas on pourroit s'en passer, en faisant servir de pale un assemblage de trois petites planches sous la figure d'un prisme triangulaire isoscele, dont la base seroit tournée vers la proue et exactement perpendiculaire à la longueur du bateau; les deux cotés du prisme, tournés vers

la poupe, serviroient d'eux memes alternativement à fraper l'eau; il est vrai qu'on feroit dans l'usage de ces rames une perte dans les forces employées; mais l'effet n'en sauroit etre douteux et doit, sous des circonstances bien menagées, devenir assez sensible, malgré la perte causée par la repulsion des eaux contre la base du prisme.

Personne de Votre Parenté ni de votre connoissance n'a rien souffert par le furieux incendie arrivé dans notre ville<sup>[6]</sup>; pour moi j'étois assez proche des plus terribles flammes; c'étoit lorsque l'incendie avoit commencé à gagner le grand arsenal dont je n'étois plus éloigné que d'environ cent cinquante pieds. Dans ces momens critiques tout fut préparé pour etre sauvé; jamais demenagement n'eut été plus expeditif; j'en fus quitte pour la peur et pour le desordre de ma maison. Le dommage causé par cet incendie ne s'est pas trouvé aussi important qu'on l'avoit cru d'abord; il pourra, tout au plus, monter à la valeur de cent mille Roubles; il n'y a eu que 5 ou 6 maisons de particuliers endomagées ou consumées; cette perte ne peut pas etre comparée à celle de notre republique; le grand arsenal, plusieurs magasins, greniers, ateliers etc. dans un vaste contour, furent la proie des flammes. Je ne m'etendrai pas d'avantage sur ce malheureux accident, ne doutant pas que M.<sup>r</sup> (J.H.) Fues {Fuss} n'en ait marqué tout le detail à M.<sup>r</sup> son fils (Niklaus).

Vous ne pouviez m'apprendre de plus agreables nouvelles, que celles que vous me marquez sur la bonne santé de M.<sup>r</sup> Votre Pere, cette santé si pretieuse à toute sa belle famille et si interessante à ceux qui savent apretier et estimer le merite: Le foible reste de vue, que Vous me decrivez si bien, m'a consolé parceque je le croyois tout à fait privé de ce sens. Si le degat de ses yeux ne permet plus d'esperer aucun retour, je prie Dieu de lui conserver ce reste infiniment pretieux quoiqu'extremement foible.

M.<sup>r</sup> (J.H.) Fues {Fuss} attend tous les jours le portrait de cet Illustre ornement de notre siecle; il n'a pu me refuser, sur ma priere, la satisfaction, d'abord apres qu'il l'auroit reçu, d'ouvrir le paquet pour me montrer cette chere image que, malgré notre separation depuis quarante deux ans, j'ai toujours eu presente à ma memoire et à mes yeux. Je ferai ensorte que ma curiosité ne retarde pas le depart du paquet, apres son rabillage, pour Berne qui est le lieu de sa destination<sup>[7]</sup>.

Mille tendres respects à ce respectable Chef de toute Votre Illustre Famille, mon Ancien Ami; quels sentimens aussy ne vous dois-je pas à vous en particulier de meme qu'à tous ceux qui vous apartiennent et qui ont la bonté de m'honorer de leur gracieux souvenir. Penetré de ces respectueux sentimens je Vous apliquerai un des vers qui se trouvent à la tete des ouvrages du grand Huguens {Huygens}, *Euleride Decus Euleridum Fratrum Patrisque*<sup>[8]</sup>. J'ai l'honneur d'etre avec autant de verité que de zeile

Monsieur, mon tres Honoré Confrere,  
 Votre tres humble et tres obeissant Serviteur  
 Daniel Bernoulli

Bale ce 11.<sup>e</sup> novemb. 1775.

- A. 26 Antwort D. Bernoullis auf zwei nicht erhalten gebliebene Briefe J.A. Eulers  
 Basel, 11. November 1775  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 180–181v  
 Randnotiz: «reçu ce 23 Novembre 1775. / Lettre à M. Fuss – 88 Cop. »  
 Am 4. und 8. Dezember (23. und 27. November) durch J.A. Euler in der Akademischen  
 Konferenz in Auszügen vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 215)
- [1] Die Petersburger Akademie schlug für 1776 zwei Preisfragen vor: über die Töne von Pfeifen und über die Blutbildung.
- [2] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Töne von Orgelpfeifen (1764, DB. 53).
- [3] Die entsprechende Preisfrage lautete (*Manuscripta Euleriana* 1, p. 406): *Explicare qualis sit indoles sonorum a tubis aequaliter amplis superne inflatis et in latere foramine instructis editorum, et quanam sit horum sonorum varietas respectu gravitatis et acuminis, pro diversa istius foraminis positione et amplitudine.* – Der Preis wurde letztlich keiner der eingereichten Abhandlungen zugesprochen.
- [4] N. Fuss und M. Golovin wurden am 26. (15.) Januar 1776 – gemeinsam mit J.G. Georgi – zu Adjunkten der Petersburger Akademie ernannt (cf. *Protokoly* 3, p. 223).
- [5] Cf. D. Bernoulli 1769, DB. 47, sowie *supra* Brief Nr. 25, Anm. 7.
- [6] In Basel hatte sich am 18./19. August 1775 ein Grossbrand ereignet: Das Zeughaus am Petersplatz – am Ort des heutigen Kollegienhauses, also in unmittelbarer Nähe zu D. Bernoullis Wohnhaus, dem Kleinen Engelhof, und zum Stachelschützenhaus mit der Instrumentensammlung der Universität, wo Bernoulli seine Experimentalvorlesungen zu halten pflegte – brannte völlig aus (cf. Bohny 2003, p. 162–163; Blum–Nüesch 1913, p. 19–20).
- [7] Über dieses Porträt von Leonhard Euler, seinen Urheber und seinen Verbleib ist nichts weiter bekannt.
- [8] Mit dieser vollmundigen Anrede (zu übersetzen etwa als «Euler-Spross, du Zierde der Euler, der Brüder, des Vaters») variiert D. Bernoulli die Huldigungs-Ekloge *Daphnis*, die Vallius der Erstausgabe von Huygens' *Horologium Oscillatorium* (1673) vorangestellt hatte. Dort heisst die Anrede in Vers 9: «*Hugenide, decus Hugenidum, fratrumque patrisque*» (cf. Huygens, *Œuvres*, t. 5, p. 292–298).

## 27

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
 Basel, 24. Februar 1776

Monsieur mon tres honoré Confrere

J'ai reçu, il n'y a pas longtemps votre dernière du 2<sup>e</sup> janvier n.st.<sup>[1]</sup>. Je m'empresse d'y répondre par la présente pour y joindre celle que je me donne l'honneur d'écrire à notre nouveau Chef (Domašnev) pour m'aquitter des hommages que je lui dois en qualité de membre de l'Académie; ayez la bonté de la lui remettre et de lui faire ma cour dans toutes les occasions<sup>[2]</sup>. J'ai lu dans nos gazettes le beau discours qu'il a adressé à Messieurs les Académiciens et la réponse bien tournée que vous lui fîtes au nom de cette Illustre Compagnie<sup>[3]</sup>; tout cela a été fort applaudi de nos connoisseurs et j'en augure beaucoup de bien pour l'Académie et pour l'avancement des sciences.

J'ai reçu aussi de la part de l'Académie un nouveau présent de livres; ce sont les deux volumes de l'excellent ouvrage de M. Georgi; le traité dioptrique de notre

Ami, M. Fuss<sup>[4]</sup>, et le dix huitieme tome des *Nouveaux Commentaires*. Je vois avec la plus vife sensibilité, que l'Academie ne laisse echaper aucune occasion de me donner des marques de l'Affection toute particuliere dont elle m'honore: Le seul moyen qui me reste pour la reconnoitre, c'est mon respect et mon zele pour sa gloire.

Le dit tome des *Commentaires* est, comme à l'ordinaire, riche de fort belles recherches; j'aime les memoires de M<sup>r</sup> Lexel egalemeut profonds et interessans<sup>[5]</sup> et dont le prix est encore relevé par cette rare modestie qui sied si bien aux grands hommes. Nous sommes si peu instruits, dans notre petit coin de la Suisse, que j'ignore quelle est la Patrie de ce savant Geometre et Astronome. J'ignore pareillement le nom de l'Academicien, qui fournit les sommaires des memoires; on y voit toujours briller cette connoissance de cause, cette justesse dans ses reflexions et ce stile simple et elegant, qui doivent caracteriser ces sortes d'ouvrages; j'ai à me louer de ses politesses. Vos observations et vos reflexions meteorologiques sont aussi fort curieuses<sup>[6]</sup>, extremement sensées et systematiques. Cependant malgré la multiplicité infinie de ces observations, on est encor bien peu avancé sur cette matiere. À mon avis les observations les plus utiles consistent à rapporter ensemble les observations faites en meme tems en plusieurs endroits, tels qu'Archangel {Arkhangel'sk}, S<sup>t</sup> Petersbourg, Moscou, Berlin etc. J'ai vû dans Scheuchzer<sup>[7]</sup> une echelle de comparaison pour Zurich et pour le mont fort haut de S<sup>t</sup> Gothard, où il y a un couvent de Capucins. Ces deux endroits ne sont pas fort éloignés entre eux, mais l'elevation du sol differe extremement: j'ai examiné et comparé la marche barometrique et thermomet[r]ique correspondante et j'en ai pû tirer plusieurs conclusions assez interessantes, que j'ai fait inserer dans les *Acta Helvetica* qui s'imprimoient alors assez regulierement dans notre ville<sup>[8]</sup>.

Je vous suis bien obligé, Monsieur, de la peine que vous avez prise de m'expliquer le sens de quelques termes, qui se trouvent dans le programme de l'Academie<sup>[9]</sup>; je les avois pris dans le meme sens que vous dites mais je n'étois pas assez sûr de mon interpretation. Je souhaiterois que M. de la Grange, qui est à la fleur de son age, voulut bien se donner la peine d'examiner la question dont il s'agit.

J'espere à present, comme vous, depuis que Mons<sup>r</sup> de Domaschnev se trouve actuellement à S<sup>t</sup> Petersbourg et qu'il a pris possession de sa Dignité, que l'affaire de M. Fuss sera decidée à ses souhaits: il n'est pas douteux que son memoire, qui doit lui servir d'épreuve, ne soit tres beau, et Mess<sup>rs</sup> les commissionaires, qui ont été nommés pour l'examiner, n'auront assurément pas manqué de rendre justice au jeune Candidat: Il y auroit bien du guignon si apres tout cela et apres une si longue attente son avancement souffroit encor la moindre difficulté.

Je trouve la lettre de Mons<sup>r</sup> Turgot extremement gracieuse et delicatement tournée dans toute son etendue<sup>[10]</sup>; c'est en quoi la Nation Francoise excelle. La derniere pensée «honorer les sciences par ses mœurs» a deja été employée par un ancien Poete, qui dit: *didicisse fideliter artes, emollit mores nec sinit esse feros*<sup>[11]</sup>; effectivement un vrai savant doué d'un genie superieur sera toujours modeste et honnete, seul à ignorer sa superiorité et toujours prompt à rendre justice, meme à relever le merite des autres etc. Vous voyez, Monsieur mon tres honoré Confrere,



par ce petit commentaire, ce que M<sup>r</sup> Turgot a voulu insinuer subtilement; j'en fais mes complimens, à M<sup>r</sup> votre Pere et à toute sa belle Famille; cependant la prudence demande, comme vous dites fort bien, d'en faire un secret et je vous suis d'autant plus obligé de votre confidence; je serois bien ingrat, si je trompois votre confiance. Au reste vous evaluez mille Roubles à 5000 Livres de France; mais suivant les lettres de change pour ma pension et leur cours ordinaire je ne trouve que 4200 Livres un peu plus ou moins. La grande exactitude, qu'on a toujours eu à me payer cette pension, depuis que j'ai été remis dans mes droits, me fait esperer que j'aurai de vos nouvelles aux premiers jours; c'est ce qui est la cause, que je n'ai point fait avertir M<sup>r</sup> Fuss le Pere de ma depeche presente. En attendant je vous prie de faire mes complimens à M. son Fils (Niklaus), de lui dire que toute sa famille se porte fort bien et, s'il est actuellement Àjoint de l'Academie, de l'en feliciter de ma part.

Je n'ai pas manqué de faire votre commission auprez de Mad<sup>e</sup> (Anna Maria) Gengenbach, votre chere Tante; il m'a paru qu'elle etoit fort sensible à votre souvenir, en me chargeant à son tour de mille complimens pour vous et pour tous ceux qui vous apartiennent.

Nous avons eu ici au commencement de cette année des froids extraordinaires: le plus grand froid s'est fait sentir le 30 janv. n. st. Le thermometre de M. Du Cret {Micheli du Crest} est descendu jusqu'au 27<sup>d</sup> et par consequent 17<sup>d</sup> au dessous de la congelation marquée par 10<sup>d</sup>. Suivant mon echelle 27<sup>d</sup> de mon thermometre repondent à 185<sup>d</sup> du thermometre de M. de L'Isle<sup>[12]</sup>. Je me sers aussi d'un thermometre à air, par lequel je vois que depuis la congelation jusqu'au dit froid de 27<sup>d</sup>, l'elasticité de l'air qui conserve [const]amment<sup>[13]</sup> la meme densité, diminue à fort peu près de sa treizieme partie, les dite[s] elastic[ités] etant comme 13 à 12. Dans l'air libre, l'elasticité n'auroit pas changé, et l'eff[et] du froid eut été de condenser l'air en raison de 12 à 13: je compte pour la variation annuelle entiere les densités de l'air, la hauteur du barometre etant supposée egale, pour les plus grandes chaleurs de l'été et les plus grands froids de l'hyver, comme 4 à 5 et je crois qu'elles sont comme 3 à 4 à S<sup>t</sup> Petersbourg. Le dit froid a duré chez nous pendant une quinzaine de jours consecutifs et le vent etoit presque toujours N. E. Je serai bien aise de savoir si ces froids nous ont été amenés par les vents, qui nous sont venus de vos regions et si vous avez eu le plus grand froid avant le 30. janv. n. st.

Je finis enfin par les vœux les plus ardens que je fais pour votre conservation et pour celle de toutes les cheres personnes qui vous apartiennent et que j'honorerai et respecterai tant que je vivrai. Ne m'oubliez pas auprez de M<sup>r</sup> Votre Pere et tachez de me conserver sa chere amitié. J'ai l'honneur d'être avec autant d'attachement, que d'estime et de consideration,

Monsieur mon tres honoré confrere,  
 Votre tres humble et tres-obeïssant serviteur  
 Daniel Bernoulli

Bale ce 24. fevr. 1776.

- A. 27 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief J.A. Eulers vom 2. Januar 1776 (22. Dezember 1775)  
 Basel, 24. Februar 1776  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 289–290v  
 Randnotiz: «reçu le 11 Mars 1776. / 88 Cop.»  
 Am 22. (11.) März durch J.A. Euler in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 232)

- [1] Dieser Brief ist nicht erhalten geblieben.
- [2] Dieser Brief D. Bernoullis an Domašnev scheint nicht erhalten geblieben zu sein.
- [3] Domašnev hielt seine Antrittsrede in der Akademischen Konferenz am 22. (11.) Dezember 1775 (cf. *Protokoly* 3, p. 217–219, wo die Rede auch abgedruckt ist).
- [4] Cf. Georgi (1775) und N. Fuss (1774).
- [5] Cf. Lexell (1774a–d).
- [6] Cf. J.A. Eulers meteorologische Beobachtungen (1774).
- [7] Cf. Scheuchzer (1731, 1732).
- [8] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über barometrische Messungen (1751a, 1755a).
- [9] Cf. Brief Nr. 26, Anm. 3.
- [10] Cf. das ehrenvolle Schreiben des französischen Ministers Turgot an L. Euler vom 15. Oktober 1775, dessen Kopie J.A. Euler wohl seinem vorigen Brief beigelegt hatte. Das Schreiben ist abgedruckt in Fuss' *Éloge* auf Euler (cf. O. I, 1, p. LXXI).
- [11] «[M]it redlichem Sinne die Künste erlernt zu haben, mildert die Sitten und verhindert ihre Verwilderung» (Ovid, *Epistulae ex Ponto* 2, 9, 47f).
- [12] 185° nach Delisle entsprechen einer Temperatur von  $-23^{\circ}\text{C}$ .
- [13] Einige kleinere Textverluste am Rand des originalen Briefs sind hier in eckigen Klammern restituiert.

## 28

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
 Basel, 16. März 1776

Monsieur et tres honoré Confrere

J'ai eu l'honneur de Vous écrire le 24. fevr. C'étoit principalement pour donner cours à l'incluse pour M.<sup>r</sup> de Domaschnev notre nouveau Directeur<sup>[1]</sup>, ne voulant pas differer les hommages, que je devois à cet Illustre Chef de l'Academie et dont j'avois tant de plaisir à m'aquitter, quoique je previsse bien, que le payement de ma pension Academique me mettroit, aux premiers jours, à meme de Vous écrire une autre lettre pour Vous en accuser la reception: cela est effectivement arrivé comme je l'avois prévu, ayant reçu, le 4. mars, la lettre de change sur Amsterdam destinée au dit payement. Voici, comme à l'ordinaire, ma reconnaissance écrite de ma main; en la remettant à l'Academie, tachez, mon cher ami, de lui caracteriser celle de mon cœur. Je vous ai pareillement bien des obligations à vous meme: toutes les graces gagnent à passer par vos mains, par l'art que vous avez de les assaisonner. Le double cours, celui de S.<sup>t</sup> Petersbourg à Amsterdam et celui d'Amsterdam à Bale ont été également avantageux, les deux cent Roubles m'ont valu dans notre ville 932<sup>7</sup>/<sub>100</sub> 14<sup>s</sup><sup>[ols]</sup> en argent de France; c'est près de 39 Louisd'or de Fr[ance].

La grace inestimable, si peu attendue et encore moins meritée, dont vous dites que Votre Auguste Souveraine (Katharina II.) veut bien m'honorer, m'a si fort frappé d'étonnement, que je ne me sens pas capable de Vous exprimer les differens sentimens, dont je suis penetré; tout ce que je pourrois vous dire seroit tellement au dessous de la realité que j'aime mieux me renfermer dans un humble et respectueux silence que d'en parler trop foiblement; je ne me croyois plus susceptible de vanité; mais comment pourrois je y resister, moi petit republicain caché dans un coin de la Suisse et surpris par Minerve pour etre placé à coté de l'immortel Voltaire?<sup>[2]</sup>

J'ai appris avec un tres sensible plaisir l'avancement de notre cher Ami et Compatriote, M.<sup>r</sup> Fuss: il me l'a notifié lui meme et je lui en fais mes complimens dans la reponse ci-jointe, que je vous prie de lui remettre<sup>[3]</sup>: il n'oubliera jamais que c'est uniquement à M.<sup>r</sup> Votre Pere, qu'il est redevable soit de sa nouvelle charge soit de l'etat où il se trouve de la remplir si dignement; je ne suis pas moins sûr, que M.<sup>r</sup> Votre Pere, son bienfaiteur, son Promoteur et son Protecteur n'en ressent de son coté toute la satisfaction imaginable; je lui en fais donc pareillement mes complimens de meme qu'à tous ceux qui portent l'Illustre nom d'Euler, qui tous, à l'envi les uns des autres, l'ont honoré de leur bienveillance et comblé d'amitiés. Qu'il me soit encor permis d'adresser mes complimens à l'Academie Elle meme de la triple aquisition qu'elle vient de faire, quoique je n'aye pas l'honneur de connoître si particulierement Messieurs Georgi et Gollovin. M.<sup>r</sup> Fuss se loue aussi infiniment des bonnes graces de M.<sup>r</sup> de Domaschnev; il en a fait une ample description à M.<sup>r</sup> son Pere, qui a eu l'amitié de me faire la lecture de sa lettre<sup>[4]</sup>. Je me souviens qu'au retour de la fameuse flotte de l'Archipel, quelques Officiers distingués, passant à Bale, m'ont fait l'honneur de me venir voir et, si j'ai bien compris, M.<sup>r</sup> de Domaschnev lui meme a été du nombre<sup>[5]</sup>. Si cela est, je serai bien aise de m'en faire rapeller quelques circonstances. J'ai passé bien des heures avec son Predecesseur, M.<sup>r</sup> le Comte d'Orlow: mais j'étois prevenu sur son arrivée et il m'avoit fait l'honneur de se nommer.

Je vous prie aussi, Monsieur mon tres honoré Confrere, de temoigner à M.<sup>r</sup> de Domaschnev, combien je suis sensible à l'honneur qu'il me fait de me demander mon portrait pour l'Academie, qu'il honore en meme tems qu'il la dirige. Nous n'avons actuellement dans notre ville aucun Peintre, qui sache s'élever au dessus de la derniere mediocrité; mais j'ai appris par M.<sup>r</sup> de Mechel, habile graveur, que vous connoissez, je crois, de reputation, qu'il doit arriver dans peu de tems un fort bon Peintre; en ce cas je profiterai de son sejour à Bale pour executer au mieux possible une commission qui me fait tant d'honneur. J'ai quelques portraits, bons ou mauvais, qu'on pourroit mettre à profit; mais il y a plus de 16 ans que le dernier et le meilleur a été tiré ; si vous croyez, Monsieur, qu'il seroit plus agreable à l'Academie d'avoir mon portrait du tems present, comme repondant mieux au caractere, qui me distingue, d'en etre le plus ancien membre et d'y avoir été apellé par Pierre le Grand dès les commencemens de sa premiere fondation, vous me ferez plaisir de m'en marquer votre avis; s'il vient à tems je ne manquerai pas de m'y conformer.

Vous me dites, Monsieur, que vous etes actuellement occupé à fouiller dans les archives de l'Academie; c'est une penible occupation pour un homme accoutumé à rechercher plutot les secrets de la nature et des sciences, que de vieilles paperasses. Je suis bien fâché de n'avoir rien à vous offrir sur cet article pour vous soulager. Je n'ai jamais rien noté et j'ai toujours eu la memoire tres foible: d'ailleurs les anecdotes des deux ou trois premieres années ne seroient pas toujours à l'avantage de l'Academie de ce tems-là; ce n'est pas encor cette Illustre Compagnie du tems present. Aprez ces premieres années, vous savez que M.<sup>r</sup> Votre Pere a été recu à l'Academie lui meme, qui pourra donner les meilleures lumieres. Si on coule legere-ment sur ces premiers commencemens et qu'on date depuis l'arrivée de M.<sup>r</sup> Votre Pere, l'Academie ne s'en trouvera que mieux relativement à quelques circonstan-ces particulieres. Si par hazard, dans vos recherches vous etes tombés sur quelques papiers, qui ayent excité votre curiosité et sur lesquels vous me jugez en etat de vous donner quelques eclaircissemens, pourvû que vous veuilliez vous donner la peine de les bien detailler et specifier, je ferai tout mon possible pour me les re-mettre. Par exemple, je ne crois pas qu'avant le 12. Nov. 1725, il y ait eu aucune conference Academique dans les formes<sup>[6]</sup>. Je ne saurois vous nommer positivement ceux qui etoient deja arrivés; il me semble que M.<sup>r</sup> Blumentrost, notre President, a toujours été present à nos premieres assemblées; Mess.<sup>rs</sup> Herman et Bulfinger {Bülfinger} n'y manquoient jamais, non plus que feu mon frere {Niklaus II} et moi; les deux premiers faisoient la pluye et le beau tems; tous les autres etoient des *Dii minorum gentium*; il y en avoit meme dont on etoit assez mecontent et dont on tachoit à se debarrasser honnetement. Je crois que les Adjoints, Mess.<sup>rs</sup> {F.Ch.} Mayer, {G.W.} Kraft, Weitbrecht assistoient pareillement aux premieres conferences, de meme que M.<sup>r</sup> Bayer de Koenigsberg Academicien pour les belles lettres. M.<sup>r</sup> Beckenstein, Jurisconsulte, n'est arrivé, à ce que je crois, que quelque tems après. Le fameux M.<sup>r</sup> Buxbaum n'a été de retour de son voyage du Levant que vers l'année 1730 et il est parti de Petersbourg 1733. M.<sup>r</sup> d'Yvernois {Duvernois} Academicien Anatomiste, M.<sup>r</sup> Leutman pour la mecanique, M.<sup>r</sup> {J.G.} Gmelin n'etoient pas des premiers venus, mais ils les ont suivis d'assez prés: Ensuite est venu M.<sup>r</sup> Goldbach, qui faisoit une des meilleures aquisitions. Je n'ai pas besoin de vous rappeler M.<sup>r</sup> Schumacher et son Beaufrere M.<sup>r</sup> Henninger. Voilà tous les noms dont je me souviens dans ce moment et peutetre en ai-je estropié quelques uns, car je n'oserois me fier à ma memoire<sup>[7]</sup>.

J'apprends avec un tres sensible plaisir, que M.<sup>r</sup> Votre Pere continue à se bien porter; j'admire la facilité de ce grand homme à composer tant de differens memoires, dont chacun demande les plus profondes recherches et souvent des calculs, qui effrayeroient les plus habiles geometres et les plus routinés; c'est là la plus forte preuve d'une santé la mieux affermie, sans laquelle la santé de l'ame n'est jamais bien assurée. Je pose ici ma plume pour attendre la seconde lettre de change.

J'ai recu hier cette seconde lettre renfermée dans celle de M.<sup>r</sup> {Niklaus} Fues {Fuss}; une autre petite incluse à M. son Pere {Johann Heinrich} lui a été remise ce matin, parcequ'il etoit trop tard quand je rentrois chez moi. J'espere que M. Fues me fera tenir une reponse à M.<sup>r</sup> son Fils, que je joindrai à la presente en y ajoutant

une petite lettre de ma part, que vous aurez l'amitié de lui remettre. Ce jeune Eleve de M.<sup>r</sup> votre Pere etoit bien digne d'avoir un tel maitre, qui à son tour ne sauroit manquer de s'applaudir de l'avoir eu pour Eleve.

Je vous embrasse, mon cher Confrere, et aimez moi toujours, comme vous avez fait jusqu'ici; je me recommande aussi au bon souvenir de votre chere et belle Famille; tout ce qui vous appartient et ce qui porte votre nom m'interesse infiniment et fera toujours l'objet de mes vœux; c'est avec ces sentimens pleins de zele, de respect et d'estime, que j'ai l'honneur d'etre,

Monsieur et tres honoré Confrere,  
Votre tres humble et tres obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 16. mars 1776.

P. S. Il sera bon de me marquer, par quelle occasion et route je pourrai envoyer le portrait en question jusqu'à S.<sup>t</sup> Petersbourg.

- A. 28 Antwort D. Bernoullis auf den nicht erhalten gebliebenen Brief J.A. Eulers vom 9. Februar (29. Januar) 1776  
Basel, 16. März 1776  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 239–240v  
Randnotiz: «reçu le 1<sup>er</sup> Avril 1776, communiqué à l'Academie le 15 Avril 1776. 76 Cop.»  
Am 26. (15.) April durch J.A. Euler in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 236)

- [1] Dieser Brief D. Bernoullis an Domašnev scheint nicht erhalten geblieben zu sein.
- [2] D. Bernoulli bezieht sich hier vermutlich darauf, dass die Kaiserin ihm – als einem von nur sieben auswärtigen Gelehrten – eine goldene Medaille zur Erinnerung an den Friedensschluss mit den Türken vom Sommer 1774 zum Geschenk gemacht hat, wie er durch eine heute verlorene Mitteilung von J.A. Euler erfahren hat (cf. *infra* Nr. 30, Anm. 3, und Anhang VII.3, Nr. 39, p. 1002 h.v.). Bernoulli erwähnt diese Ehrengabe, obwohl er sie zu jenem Zeitpunkt immer noch nicht erhalten hat, auch am Ende der Autobiographie, die er der Akademie anlässlich ihres Jubiläums 1776 zugesandt hat (cf. *infra* Anhang zum Brief Nr. 30, p. 923 / 927 h.v.).
- [3] Der hier erwähnte Brief, in dem N. Fuss D. Bernoulli seine Beförderung zum Adjunkten der Petersburger Akademie mitteilt, ist wohl nicht erhalten geblieben (cf. Anhang VII.3, Nr. 37, Anm. 1, p. 997 h.v.). Bernoullis Antwort- und Gratulationsbrief vom 16. März 1776 ist hingegen in der Briefedition von P.H. Fuss (1843, vol. 2, p. 664–667) veröffentlicht worden und wird in Anhang VII.3 dieses Bandes als Nr. 39 abgedruckt (cf. p. 1002 h.v.).
- [4] Ein Auszug aus dem diesbezüglichen Brief von N. Fuss an seinen Vater vom 16. (5.) Februar 1776 ist erhalten geblieben (cf. Brief Nr. 15, Anm. 5).
- [5] Bernoulli bezieht sich hier auf die Expedition der russischen Flotte in die Ägäis (*Archipel*) und auf die Peloponnes (*Morea*) unter der Leitung von Graf A.G. Orlov im Verlauf des russisch-türkischen Krieges 1768–74. Domašnev nahm tatsächlich daran teil und scheint zu einer kleineren Gruppe von Marine-Offizieren gehört zu haben, die nach dem Ende der Feindseligkeiten über Westeuropa nach Russland zurückkehrte.
- [6] Die erste Sitzung der Akademiemitglieder, von der wir Kenntnis haben, fand am 13. (2.) November 1725 statt. Hermann sprach in dieser Sitzung über die sphäroidische Figur der Erde nach Newton, und Bülfinger antwortete darauf (cf. *Protokoly* 1, p. 2).

- [7] D. Bernoullis Aufzählung der ersten Mitglieder der Petersburger Akademie ist tatsächlich nicht ganz vollständig – die auffälligste Lücke ist das Fehlen des 1748 in Ungnade gefallenen J.N. Delisle (cf. *supra* Brief L. 89, Anm. 3) –, und auch seine Angaben über die Reihenfolge, in der sie in Petersburg eintrafen, sind ungenau.

29

J.A. EULER AN D. BERNOULLI

Petersburg, 14. (3.) Mai 1776

à S<sup>t</sup> Petersburg ce  $\frac{3}{14}$  Mai 1776

Monsieur et très-honoré Confrère

j'ai reçu dans leur tems les deux lettres infiniment obligéantes que Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire le 24 fevrier et le 16 mars<sup>[1]</sup>: j'y aurois repondû plutôt si la nouvelle place de Directeur des Etudes au Corps impérial des Cadets de Terre qu'on m'a confié<sup>[2]</sup> ne m'avoit pas donnée une foule d'occupations, qui ne m'ont gueres laissées un instant de reste pour écrire des lettres. Mais je recommence à reprendre halaine, et quoique je n'aie aujourd'hui qu'une demi heure, elle me suffira pourtant pour Vous dire, Monsieur et très-honoré Confrère ce que j'ai du plus essentiel à Vous marquer.

Il s'agit ici d'abord de Votre Portrait pour la Sale de conférences de notre Académie: On souhaite beaucoup de Vous y voir tel que Vous êtes actuellement, et on demande que ce Portrait soit de 32 pouces de haut sur 27 de large, mesure de Londres. Vous êtes donc prié, Monsieur, de Vous faire peindre dans cette Grandeur, toujours en Grandeur naturelle, ce qui fera un Portrait jusqu'aux coudes, le cadre n'y est point compris, et de ne rien épargner parce qu'on Vous bonifiera le tout avec mille remercimens.

Ensuite l'Académie Vous prie de lui envoyer si tôt qu'il le sera possible un précis de Votre vie si interessante pour la litterature et si précieuse pour l'humanité.

M<sup>r</sup> Lexell est Suedois, natif d'Abo en Finlande: il peut avoir tout au plus quarante ans, et c'est lui qui a fait dans nos *Commentaires* les extraits des Vos mémoires.

On m'appelle encore pour aller au Corps des Cadets, je suis donc obligé de finir ici et de remettre à un autre tems la reponse à Vos lettres.

Mon père Vous présente ses amitiés, et M<sup>r</sup> Fuss en se recommandant à la continuation de Votre gracieux Souvenir Vous prie très-humblement de vouloir bien envoyer l'incluse ci-jointe à M<sup>r</sup> son pere<sup>[3]</sup>.

J'ai l'honneur d'être avec une consideration des plus parfaites et un attachement respectueux

Monsieur et très-honoré Confrère

Votre très-humble et très-obeïssant Serviteur

Jean Albert Euler

- A. 29 Antwort J.A. Eulers auf D. Bernoullis Briefe Nr. 27 und 28  
 Petersburg, 14. (3.) Mai 1776  
 Orig., 1 Bl. – Bibl. Basel, Bernoulli-Archiv, II. Briefe an die Bernoulli: Daniel (1700–1782), Nr. 2

- [1] Cf. die vorangehenden Briefe Nr. 27 und 28.  
 [2] J.A. Euler erhielt die Stelle des *Directeur des études* am Kaiserlichen Landkadettenkorps am 9. März (27. Februar) 1776.  
 [3] Von N. Fuss ist ein Brief an seinen Vater vom 19. (8.) April 1776 bekannt (cf. Brief Nr. 15, Anm. 5).

## 30

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
 Basel, 6. Juli 1776

Monsieur et tres-honoré Confrere

Que toutes vos lettres me sont cheres! Elles m'apprenent toujours quelques bonnes nouvelles: votre derniere du 14. may n. st.<sup>[1]</sup> m'en apprend une infiniment interessante; c'est celle de Votre nouvel avancement à la Dignité de Directeur des Etudes au Corps Imperial des Cadets de terre. Je vous en fais, mon cher Ami, mes complimens de tout mon cœur: j'espere que les apointemens repondront à la noblesse de l'employ; mais je ne comprends pas comment vous pouvez suffire seul à tant de choses; on peut vous appliquer, mieux qu'à personne, la devise «*nec pluribus impar*». Que je me trouve humilié quand je me mets à coté des Eulers; en verité toute ma vie ne me paroît plus qu'une longue vegetation; cependant l'Academie, cette florissante Academie, sous les auspices de laquelle tout prospere, veut bien, en temoignage de son indulgence, me demander mon portrait et ma biographie: j'obéirai à ses ordres sans me meconnoître. Je vais, Monsieur et tres honoré Confrere, vous rendre compte du portrait; j'aurai donc l'honneur de vous dire, que nous avons ici un excellent peintre, nommé Abenius natif de Hanau; tous ceux qui pretendent se connoître en peintures, conviennent unanimement, que ses portraits sont d'une exactitude, d'une expression et d'une verité parfaites; mais cet habile Artiste est d'une lenteur etonnante; il avoue lui meme qu'il ne s'impatiente jamais tant qu'il se sent en etat d'ajouter le moindre degré de perfection à son ouvrage; il m'a fait subir une dizaine de seances, chacune de trois mortelles heures, sans que je sache encor, quand il trouvera bon de me donner l'absolution; sur le pied qu'il me traite il feroit à peine dix ou douze portraits par an, meme en travaillant assidument; aussi n'accorde-t-il son pinceau, que par grace et preference; ce qui me fait le plus de peine, c'est qu'il n'a pas voulu trancher le mot pour le prix de son ouvrage, quoique j'aye employé un homme de beaucoup de consideration et de sa connoissance pour s'en informer; j'aurois risqué un refus, si j'avois voulu insister; il me semble qu'il veut paroître ou meme qu'il est sensible à l'honneur de travailler pour l'Academie Imperiale des sciences de S<sup>t</sup> Petersbourg; je verrai comment on



pourra s'y prendre pour finir honnetement cette affaire. Le portrait aura à tres peu près la grandeur, que vous avez eu l'attention de me prescrire. Quant à l'attitude et à la draperie je m'en suis rapporté à la fantaisie du Peintre, qui m'a assuré que la destination des portraits n'y entroit pour rien.

Je tacherai pareillement d'exécuter les ordres de l'Academie par raport à ma biographie; on ne demande sans doute qu'un précis littéraire, car il ne conviendrait pas d'y meler le moral ou d'autres pareilles circonstances. On a publié autrefois à Augsbourg, sous le titre de *Pinacotheca*, ou *Gallerie de tableaux*, une longue suite de portraits de gens de lettres et tous ces portraits gravés ont été accompagnés d'une description de vie<sup>[2]</sup>. Si ce grand ouvrage se trouve à S<sup>t</sup> Petersbourg, on y verra ma vie toute decrite jusqu'à mon age qui precede la vieillesse; mais comme je ne suis pas sûr, que vous l'ayez, je prierai mon Neveu, M. le Docteur Daniel (II) Bernoulli, d'indiquer legerement les principaux points qui y sont marqués et d'y ajouter ensuite la continuation jusqu'au tems present. Je prendrai toujours pour le plus beau jour de ma vie celui où Sa Majesté Imperiale, Caterine La Grande, qui fera eternellement l'admiration de la posterité comme Elle fait les delices du monde vivant, a daigné me nommer pour me faire tenir une de ces memorables medailles dont vous m'avez parlé<sup>[3]</sup>. Mais d'où vient, Monsieur, que je n'aye pas encor reçu cette medaille, pas meme un mot d'avis de quel canal on s'est servi pour me l'envoyer, pendant que suivant les gazettes il y a près de trois mois que M<sup>r</sup> Formey a reçu la sienne; apprenez moi, je vous prie, tout ce que vous saurez sur cette affaire; vous m'aviez flatté aussy, que notre Illustre Directeur, Monsieur de Domaschnew, me feroit l'honneur de me notifier Lui meme l'ordre qu'il avoit reçu là dessus de la part de Sa Majesté Imperiale (Katharina II.); une telle faveur de la part de notre Chef eut mis le comble à ma felicité; peutetre recevrai je la lettre en meme tems que la medaille. En tout cas il est bon que vous sachiez l'etat de la chose; je vous prie de faire ma cour à Monsieur de Domaschnew toutes les fois que l'occasion s'en presentera; Vous savez que je me suis donné l'honneur de Lui écrire pour Lui presenter les hommages que je Lui devois: oserois-je me flatter que ma demarche ne Lui aura pas deplu?

Je suis charmé de connoître un peu plus particulierement M<sup>r</sup> Lexell; la Suede a toujours été feconde en grands hommes et M<sup>r</sup> Lexell soutient, on ne peut pas mieux, la gloire de sa Patrie. Mille complimens à notre jeune Geometre (N. Fuss); j'ai envoyé sa lettre à M<sup>r</sup> son Pere (Johann Heinrich) avant que de lire la mienne et c'est ce que je fais toujours; il trouvera la reponse ci-jointe<sup>[4]</sup>. Je pose ici la plume, pour la reprendre, quand je serai mis en etat de vous accuser des nouvelles plus positives du portrait et de l'arrangement que je pourai prendre pour vous le faire tenir bien conditionné.

Je reprends enfin la plume pour ne pas retarder d'avantage le depart de cette lettre. Le portrait n'est pas encor fini, mais il ne manque que d'y mettre la derniere main; j'espere qu'il pourra partir dans une quinzaine de jours. M<sup>r</sup> (Niklaus I) Fus {Fuss} est sans doute le seul juge competant sur la ressemblance; il m'est bien douloureux, que ce portrait ne pourra plus servir à me rapeller le souvenir de M<sup>r</sup> Votre Pere, mon plus Ancien Ami, à moins que sa vue ne se soit un peu fortifiée

depuis la dernière fluxion survenue de nouveau après l'heureuse opération de la cataracte. M<sup>r</sup> Preisverck {Preiswerk} vis à vis la Douane, que M<sup>r</sup> Fus connoît fort bien, s'est chargé, d'expédier la caisse, dans laquelle on m'a conseillé d'enfermer le portrait, pour Petersbourg et il m'a promis de la faire bien recommander partout où elle passera; je ne doute donc pas que le tout n'arrive bien conditionné; quand vous l'aurez recue (car je me servirai de votre adresse) vous me ferez plaisir de m'en accuser la réception et de m'apprendre si j'aurai fait la commission de l'Académie à son gré; du moins y ai-je mis tout ce qui dependoit de moi.

J'ai l'honneur aussi, Monsieur mon très honoré Confrère, de vous envoyer ci-joint un petit abrégé de ma vie, que mon Neveu {Daniel II} s'est donné la peine de coucher par écrit sur les notices que je lui ai fournies<sup>[5]</sup>. Je ne sçai dans quelle vue l'Académie m'a fait l'honneur de me le demander; si, par hasard, j'avois omis quelques circonstances, tant soit peu essentielles, il n'y auroit qu'à m'en faire souvenir et je tâcherai d'y suppléer.

De la manière dont vous parlez de mes deux précédentes du 24 février et du 16 mars, il se pourroit facilement, que la présente se croisât avec une des vôtres: mais cela ne m'empêchera pas d'y répondre, si la chose le demande: je me conformerai aux occurrences.

Voilà, Monsieur, ce que j'avois à répondre à l'honneur de votre dernière; j'ajoute les remerciemens que je vous dois de toutes vos bontés et marques de la plus sincère amitié dont vous m'honorez. Mille tendres et respectueux complimens de ma part à tout ce qui participe du grand nom d'Euler; Vous connoissez les sentimens dont je suis pénétré pour vous en particulier; c'est avec tous ces sentimens, pleins de respect et d'estime, que j'ai l'honneur d'être,

Monsieur mon très honoré Confrère,  
Votre très humble et très-obéissant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 6. juillet 1776.

P.S. Dans ce moment M<sup>r</sup> {J.H.} Fues {Fuss} m'apporte la lettre pour M<sup>r</sup> son fils {Niklaus} et me dit que M<sup>r</sup> {Peter} Grimm est arrivé hier au soir dans notre ville, le 5<sup>e</sup> juill.

- A. 30    Antwort D. Bernoullis auf J.A. Eulers Brief Nr. 29  
           Basel, 6. Juli 1776  
           Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 311–312r  
           Randnotiz: «reçu le 21 Juillet 1776 [v. st.]. 76 Cop.»  
           Am 23. (12.) August durch J.A. Euler in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 250)

- [1] Cf. den vorangehenden Brief Nr. 29 von J.A. Euler.  
 [2] Cf. Brucker – Haid (1741–1755).  
 [3] Höchstwahrscheinlich ist hier von der Medaille die Rede, die anlässlich des russischen Sieges im Krieg gegen die Türkei den Akademiemitgliedern und Adjunkten in der Akademischen

Konferenz vom 13. (2.) Mai 1776 in silberner Ausprägung überreicht worden war (cf. *Protokoly* 3, p. 240). In seinem Brief an Formey vom 18. (7.) Oktober 1776 erwähnte J.A. Euler, ein in Gold geprägtes Exemplar dieser Medaille sei durch den Genfer Konsul in Paris an D. Bernoulli übersandt worden sei, worüber L. Euler ihn bereits informiert habe (cf. Brief A. 28, Anm. 2). Die Medaille zum fünfzigsten Jubiläum der Gründung der Petersburger Akademie scheint etwas später im selben Jahr geprägt worden zu sein.

- [4] Der Brief von N. Fuss an seinen Vater vom 21. Mai 1776 ist bekannt (cf. Brief Nr. 15, Anm. 5); der hier ebenfalls erwähnte Brief an D. Bernoulli und dessen Antwort scheinen nicht erhalten geblieben zu sein.
- [5] Diese autobiographische Skizze wurde in der Akademischen Konferenz am 23. (12.) August 1776 vorgelesen. Das originale Manuskript von der Hand Daniel II Bernoullis ist erhalten geblieben (Archiv Petersburg, f. 1, op. 2, 1776, Nr. 7, Bl. 13–14v). Im Anhang der russischen Ausgabe von D. Bernoullis *Hydrodynamik* (1959, p. 427–432) ist der Text in russischer Übersetzung publiziert. Der lateinische Originaltext und eine deutsche Übersetzung werden hier als Anhang zum vorliegenden Brief erstmals abgedruckt.

## 30A

Anhang zum Brief D. Bernoullis an J.A. Euler vom 6. Juli 1776

Daniel Bernoullius,  
Ph[ysicae] et Med[icinae] D[oc]tor]  
Phys[icae] Prof[essor] P[ublicus] O[r]dinar[us]  
in Acad[emia] Basil[iensi]<sup>[1]</sup>

Editus est in lucem IV. Calend. febr. st. v. anno MDCC<sup>[2]</sup> Parentibus *Joanne Bernoullio*, tum apud Groeningenses cathedram mathematicam ornante, et *Dorothea Falkneria*, itidem ex illustri et perantiqua Basileensium familia orta.

Anno aetatis sexto in Patriam a Parentibus reductus est, ubi postquam linguam germanicam didicerat, et per Gymnasii Basileensis classes solitum cursum perfecerat, a. 1713 dignus est judicatus, qui praelectionibus academicis posset destinari.

Confirmandi dein Gallicae linguae usus gratia Curtlariae pastori cuidam Gallico<sup>[3]</sup> alendus traditus est. Anno vero vertente in patriam rediit, ubi Magister Philosophiae a. 1716 declaratus est.

Deinde arti salutari nomen dedit, et Medicos tunc Basileae docentes sedulo audivit; a. 1718 autem ad academiam Heidelbergensem transiit, in qua Nebelium, praestantissimum medicum, praeceptorem nactus, Medicinae partes omnes accurato studio perquisivit. Anno sequente in Argentoratense Musarum domicilium discessit, in quo Anatomia et Chirurgia a praestantissimis viris excolebatur; anno vero 1720 in patriam redux, habita inaugurali Dissertatione *de Respiratione*<sup>[4]</sup>, Licentiatus Medicinae renunciatus est.

Sed traxerunt eum exempla domestica, Parentis nimirum et fratris natu majoris Nicolai, et propria animi inclinatio, ad artes mathematicas et scientiam naturalem; quibus studiis totus quasi se immersit, medica tamen non negligens, hancque ob causam a. 1723 Venetias adiit, ut ductore celeberrimi nominis medico, Michelottio,

in artis salutaris usu et exercitatione confirmaretur. A. 1724 aliquot Exemplaria libelli alicujus, pro maxima parte polemici, cui titulus: *Danielis Bernoullii Exercitationes mathematicae*<sup>[5]</sup> Venetiis imprimi suis sumptibus curavit nobilis Venetus, auctori amicus. Ab eo tempore omnes abhorruit controversias Bernoullius noster, quod multifaria ejus opuscula, inde edita, aperte testantur.

Interea coeperat laudatissimo consilio Academia Scientiarum Parisina quaestiones Philosophis, promisso amplissimo praemio, proponere, Geometriam, Astronomiam, Mechanicam plurimum adjuvante[s]<sup>[6]</sup>; earum prima, quae practicam partem spectabat, sententiam Philosophos aperire jubebat *de optimo modo construendi clepsydras*, ut a navigantibus adhiberi commode possent. Ad hoc igitur Problema solvendum sese etiam accinxit Bernoullius, misitque ad Academiae Secretarium (Fontenelle) dissertationem, quae postquam, collectis deinde judicum sententiis, praemium reportasset, typis edita est<sup>[7]</sup>.

Invitatus porro fama summi viri Jo. Bapt. Morgagnii, Patavium accessit. Vix autem ejus limina attigerat, cum vehementissima febris corripere, cujus tamen vim vicit industria praestantissimorum Medicorum, Valisnerii, Morgagnii et Cogrossii. Ita vero vires depaverat morbus, ut in semestri apud Patavinas musas mora, vix eas colligere, neque proficere in literarum studio quicquam posset. Novum tamen honoris gradum, ei in Italia versanti paravit Bononia, in qua urbe laudabile institutum scientiarum promovendarum tunc Academiam eruditam genuerat: illi enim a. 1724 membrum adscriptum est.

In illustri quoque Republica Genuensi similia erigendae societatis philosophicae consilia agitabantur, cujus Academiae directio Bernoullio offerebatur. Ast ille modestius de se judicabat, et nimis difficilem istam provinciam sibi diffidendo ratus, primo haerebat, et dum dubius fluctuat, alia ipsi a divina Providentia offertur sparta. Fundata nempe nuper a Petro magno, Russorum Imperatore celeberrima Academia scientiarum Petropolitana, a. 1725 Petroburgum vocatur, una cum fratre Nicolao, qui vero jam post octimestre spatium humanitatis partes explendo vita decessit.

Ipsa vero elapso demum Quinquennio, in quod tempus operam Academiae addiderat, propter vires sanitatis minus firmas, missionem petere, inque patriam redire secum constituit. Sed vi quadam ab Academia retentus est, nec sine insigni gloria; ex dimidia enim parte auctum stipendium, designatus honorarius Professor Academiae, addicta pensio annua in dies vitae, cum libertate manendi Petropoli, quamdiu ex re ipsius esset. Quibus clementiae imperatoriae speciminibus velut vinculis detentus est, ut triennium amplius in Petropolitana Academia perduraret, donec vacillantis valetudinis conditio tandem eum de reditu in patriam serio cogitare cogeret. In ea autem, quam in istis terris fecit, mora, totus fuit, ut fines, quos obtinere cupiebat gloriosae memoriae fundator, attingeret. Jusserat autem Princeps optimus Academicos argumentum aliquod humanae vitae utile, at nondum satis elaboratum, excutere atque perficere. Scripsit igitur Bernoullius *Hydrodynamicam* suam, sive *de viribus et motibus fluidorum Commentarios*, idque opus ante abitum Academiae obtulit, auctumque demum a. 1738 Argentorati imprimi curavit<sup>[8]</sup>.

Cumque paulo ante discessum suum intellexisset, quaestionem ab Academia scient[iarum] Parisiensi anno 1732 propositam *de inclinatione mutua Orbitalium Planetarum*, et a nemine digna praemio ratione solutam, duplex praemium soluturo promittere, ipse decertandum sibi quoque esse ratus est. Adeo vero praemii splendor excitavit Philosophos, ut peculiari Programme monuerit Academia, fuisse complures, quibus aegre illud denegaverit; tribus Academiae assensus et elogia tributa sunt, duobus addictum praemium duplex dividendum. Facta vero symbolorum manifestatione apparuit, patrem filiumque Bernoullios illud reportasse. Itaque Dan[ielis] quoque Bernoullii Dissertatio latine scripta ab eo in Gallicum sermonem translata, et in utraque lingua ab Academia edita est.<sup>[9]</sup>

Iniit iter in patriam a. 1733 comite fratre natu minore Joanne, tunc in itinere literario versante. Periculosa navigatione Dantiscum delati ad Batavos, postea quoque Lutetiam Parisiorum abierunt.

Interim Academia patria publicum Anatomiae et Botanicae professorem Daniëlem declaravit. Quanquam autem, quod totum se naturali et mathematicae scientiae tradidisset, Medicinae studium parcius tum respexerat, patriae tamen amore commotus, vocationem istam accepit, et pristina studia recoluit. Exspirante vero anno 1733 Basileam ingressus, jura honoresque Doctoris Medicinae more majorum capessivit, et spartam traditam adiit. Postea tamen, cum vacaret in eadem Universitate patria Cathedra physica, consensu cum illustris hujus Reipublicae magistratus, tum et ampli senatus academici, mutavit sedem medicam cum sibi gratiore physica.

Interea Academiae Petropolitanae professor honorarius declaratus cum stipendio quum esset, huic muneri satisfacere, transmissis dissertationibus maxime mechanici argumenti, studebat, et ad hunc usque diem studere pergit. Aliis opimis splendidisque muneribus quae passim ei oblata sunt, otia literaria et amorem patriae praetulit; cum eruditis tamen extraneis assiduum commercium epistolicum colens, inter quos celeberrimi Viri Maupertuisius, Bouguerius, Leonhardus Eulerus, Claeraltius (Clairaut) et Joan[nes] Alb[ertus] Eulerus prae caeteris hic nominari merentur.

Praeter binas superius recensitas dissertationes, quibus praemium ab Academia scientiarum Parisiensi reportavit Bernoullius, alia plura retulit praemia, et sequentia quidem:

*De optimo modo construendi anchoras*; anno 1736.<sup>[10]</sup>

*De fluxu et refluxu maris*; a. 1740.<sup>[11]</sup>

*De optimo modo construendi acus magneticas inclinatorias*; a. 1743.<sup>[12]</sup>

*De optima methodo mari inveniendi temporis*, pro annis 1745 et 1747.<sup>[13]</sup>

Item *de Theoria Magnetis* aa. 1742, 1744 et 1746.<sup>[14]</sup>

A. 1751 praemio duplicato affectus est *sur la Théorie des Courans, et la meilleure manière de les observer*.<sup>[15]</sup>

A. 1753 retulit praemium *sur la manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les grands vaisseaux*.<sup>[16]</sup>

et A. 1757 aliud *sur la meilleure manière de diminuer le roulis et le tangage d'un Navire*.<sup>[17]</sup>

Istae dissertationes omnes typis editae sunt.

Commemorandum quoque est, Bernoullium in Universitate patria variis honoribus atque dignitatibus a civibus suis affectum esse, siquidem bis, nimirum aa. 1744 et 1756, Rector Academiae electus fuit; a. 1754 autem denominatus est Decanus Capituli Petrini Basileensis, postquam anno praecedente Capitulo huic aggregatus fuerat<sup>[18]</sup>.

Praeter Institutum illud Bononiense, cui, ut diximus, jam a. 1724 adscriptus, et Academiam Imper[ialem] Petropolitanam, cujus a. 1730 Professor honorarius designatus erat, in complures alias et celeberrimas quidem Academias ac societates literarias extraneas cooptatus est, et a. 1747 quidem in Academiam regiam scientiarum Berolinensem.

a. 1748 in Acad[emiam] Reg[iam] Scient[iarum] Paris[iensem], cujus octo tantum membra extranea sunt.

a. 1750 in Academiam Londinensem.

a. 1762 in societatem oeconomicam Bernensem.

a. 1764 in societatem oeconomicam Tigurinam.

a. 1767 in Academiam Electoralem Palatinam.

Neque illud tandem silentio praetereundum, eum in numero septem illorum Eruditorum extraneorum esse, quibus clementissima ac potentissima Russorum Imperatrix hodie regnans Numismatis illius aurei, nuper in gloriosae pacis cum Turcis initae memoriam cusi, exemplar nominatim donare dignata est<sup>[19]</sup>. Quod pretiosissimum felicitatis suae monumentum avide simulque gratissima mente propediem expectat.

Supra jam mentionem fecimus operum quorundam a Bernoullio typis editorum; quae ab eo tempore conscripsit Schediasmata novi argumenti Philosophico-Physico-Mathematica, illa vid[entur] in novis Comment[ariis] Acad[emiae] Imp[erialis] Petropol[itanae], Reg[iae] Paris[iensis], Berolin[ensis].

## Übersetzung

Daniel Bernoulli,  
Doktor der Physik und der Medizin,  
Ordentlicher öffentlicher Professor der Physik  
an der Universität Basel<sup>[1]</sup>

Ans Licht der Welt gelangte er am 29. Januar (alten Stils)<sup>[2]</sup> 1700; seine Eltern waren *Johann Bernoulli*, der damals in Groningen den mathematischen Lehrstuhl zierte, und *Dorothea Falkner*, ebenfalls Spross einer bekannten alten Basler Familie.

Im sechsten Lebensjahr brachten ihn die Eltern in die Heimat zurück; nachdem er dort die deutsche Sprache erlernt und den üblichen Lehrgang des Basler Gymnasiums durchlaufen hatte, wurde er 1713 für reif befunden, die Vorlesungen an der Universität besuchen zu können.

Zur Festigung im Gebrauch der französischen Sprache wurde er daraufhin einem französischen Pfarrherrn in Courtelary<sup>[3]</sup> in Kost gegeben. Nach einem Jahr kehrte er in seine Heimatstadt zurück, wo er 1716 zum Magister der Philosophie ernannt wurde.

Danach schrieb er sich in der Heilkunst ein und hörte fleissig bei den Medizinnern, die damals in Basel lehrten. Im Jahr 1718 wechselte er an die Universität Heidelberg, wo er den hervorragenden Mediziner Nebel zum Lehrer bekam und alle Gebiete der Medizin in gründlichem Studium durchforschte. Im folgenden Jahr ging er an den Strassburger Musentempel, an dem die Anatomie und Chirurgie von ausgezeichneten Männern gepflegt wurde; und 1720 kehrte er in seine Heimat zurück, hielt seine Inauguraldissertation über die Atmung<sup>[4]</sup> und wurde zum Lizentiaten der Medizin ernannt.

Die Vorbilder, die er zu Hause an seinem Vater und seinem älteren Bruder Niklaus vorfand, ebenso wie die Neigung seines eigenen Geistes zogen ihn zu den mathematischen Künsten und zur Naturwissenschaft: in diese Studien vertiefte er sich nun fast gänzlich, ohne jedoch die Medizin zu vernachlässigen. Im Jahr 1723 reiste er deshalb nach Venedig, um sich unter der Anleitung des berühmten Arztes Michelotti in der praktischen Ausübung der Heilkunst zu vervollkommen. 1724 liess ein mit dem Verfasser befreundeter venezianischer Adliger in Venedig auf eigene Kosten ein paar Exemplare eines gewissen, hauptsächlich polemischen, Büchleins drucken, das den Titel *Danielis Bernoullii Exercitationes mathematicae* trägt<sup>[5]</sup>. Seit damals verabscheut unser Bernoulli jegliche Kontroversen, wie seine vielfältigen seitdem veröffentlichten Arbeiten deutlich belegen.

Unterdessen hatte die Pariser Akademie der Wissenschaften das löbliche Vorhaben begonnen, den Philosophen unter Ausschreibung eines grossen Preises Fragen vorzulegen, welche der Geometrie, Astronomie und Mechanik sehr zugute kamen<sup>[6]</sup>. Die erste davon, die auf die praktische Seite abzielte, forderte die Philosophen auf, sich zur besten Konstruktionsweise für Wasseruhren zu äussern, damit diese von Seefahrern bequem zu verwenden seien. An die Lösung dieses Problems machte sich auch Bernoulli und schickte eine Abhandlung an den Akademiesekretär (Fontenelle), die später, nachdem die Urteile der Jury eingeholt waren, den Preis davontrug und gedruckt wurde<sup>[7]</sup>.

Angezogen vom Ruf des grossen Giambattista Morgagni ging er nach Padua; kaum aber war er dort angekommen, als ihn ein heftiges Fieber überfiel, dessen Gewalt erst der Einsatz der herausragenden Ärzte Vallisneri, Morgagni und Crogrossi zu bezwingen vermochte. Die Krankheit hatte jedoch seine Kräfte dermassen aufgezehrt, dass er sie während seines sechsmonatigen Aufenthalts an der Universität Padua kaum wiederherzustellen, geschweige denn im Studium der Wissenschaften im geringsten voranzukommen vermochte. Dennoch verlieh ihm während seines Aufenthalts in Italien die Stadt Bologna, wo der löbliche Vorsatz der Wissenschaftsförderung damals eine Gelehrtenakademie gezeugt hatte, einen neuen Ehrenrang: er wurde nämlich 1724 dort als Mitglied aufgenommen.

Auch in der vornehmen Republik Genua wurden ähnliche Pläne erörtert, eine philosophische Gesellschaft zu errichten, und die Leitung dieser Akademie wurde



Bernoulli angeboten. Dieser schätzte sich selbst jedoch bescheidener ein und zögerte zunächst, weil er sich dieses allzu schwierige Amt nicht zutraute; doch während er noch zweifelt und schwankt, wird ihm von der göttlichen Vorsehung eine andere Aufgabe zugewiesen. Er wird nämlich, nach der eben erfolgten Gründung der berühmten Akademie der Wissenschaften in Petersburg durch den russischen Kaiser Peter den Grossen, im Jahr 1725 nach Petersburg berufen, zusammen mit seinem Bruder Niklaus, den jedoch bereits acht Monate später das Los der Menschheit ereilte und aus dem Leben riss.

Er selbst nahm sich nach Ablauf der fünf Jahre, für die er der Akademie seine Mitarbeit zugesagt hatte, wegen seiner wenig verlässlichen Gesundheit vor, um seinen Abschied zu bitten und in seine Heimat zurückzukehren. Er wurde jedoch von der Akademie schon fast gewaltsam zurückgehalten, wenn auch mit besonderer Ehre: sein Gehalt wurde um die Hälfte erhöht, er wurde zum Ehrenprofessor der Akademie ernannt, eine lebenslängliche Pension wurde ihm mit der Freiheit zugesagt, so lange in Petersburg zu bleiben, wie ihm das passe. Durch diese Zeichen der kaiserlichen Gunst wurde er gleichsam wie durch Fesseln festgehalten, so dass er drei weitere Jahre an der Petersburger Akademie überdauerte, bis ihn endlich der Zustand seiner schwankenden Gesundheit doch dazu zwang, ernstlich über eine Rückkehr in die Heimat nachzudenken. Während der Dauer seines Aufenthalts in jenem Land setzte er sich ganz und gar dafür ein, die Ziele zu verwirklichen, welche der Gründer glorreichen Angedenkens zu erreichen gewünscht hatte. Jener grosse Fürst hatte ja angeordnet, die Akademiker sollten ein Thema, das der Menschheit von Nutzen, aber noch nicht genügend erarbeitet sei, erforschen und vollenden. Bernoulli verfasste folglich die *Hydrodynamik*, seine *Kommentare über die Kräfte und Bewegungen von Flüssigkeiten*, vertraute dieses Werk vor seinem Weggang der Akademie an und liess es erst 1738 in einer erweiterten Fassung in Strassburg drucken<sup>[8]</sup>.

Als er kurz vor seinem Abgang vernahm, dass die Pariser Akademie für die Lösung der Frage nach der gegenseitigen Neigung der Planetenbahnen, die sie 1732 gestellt hatte und für die niemand eine preiswürdige Lösung eingereicht hatte, einen doppelten Preis aussetzte, befand er für gut, sich auch darum zu bewerben. In der Tat spornte der Glanz des Preises die Philosophen dermassen an, dass die Akademie in einem besonderen Flugblatt daran erinnerte, sie habe ihn einigen nur ungern verweigert; drei Arbeiten erhielten von der Akademie Zustimmung und Lob, zwei bekamen den doppelten Preis zu gleichen Teilen zugesprochen. Als die Kennwörter eröffnet wurden, zeigte sich, dass Vater und Sohn Bernoulli den Preis davongetragen hatten. Auch Daniel Bernoullis lateinisch verfasste Abhandlung wurde deshalb ins Französische übertragen und von der Akademie in beiden Sprachen vröffentlicht<sup>[9]</sup>.

Im Jahr 1731 begab er sich auf die Heimreise in Gesellschaft seines jüngeren Bruders Johann, der damals auf Bildungsreise war. Nach einer gefährlichen Seefahrt bis Danzig gelangten sie in die Niederlande, danach auch nach Paris.

Inzwischen hatte die heimische Universität Daniel zum öffentlichen Professor der Anatomie und Botanik ernannt. Obwohl er, ganz der Naturwissenschaft und

der Mathematik zugewandt, bis dahin die Medizin nur wenig berücksichtigt hatte, akzeptierte er diese Berufung aus Liebe zum Vaterland und nahm seine ursprüngliche Studienrichtung wieder auf. Am Ende des Jahres 1733 in Basel eingetroffen, übernahm er nach althergebrachter Sitte die Rechte und Ehren eines Doktors der Medizin und trat das übertragene Amt an. Als jedoch später an der Universität seiner Vaterstadt der Lehrstuhl der Physik frei wurde, tauschte er – mit Zustimmung sowohl des Rats dieses erhabenen Staatswesens als auch der hohen Regenz der Universität – den Sitz der Medizin mit dem ihm angenehmeren der Physik.

Da er inzwischen von der Petersburger Akademie zum Professor ehrenhalber mit Gehalt ernannt worden war, trachtete er – und trachtet bis zum heutigen Tag weiter – danach, dieser Aufgabe durch Übersendung von Abhandlungen meist mechanischen Inhalts gerecht zu werden. Den andern einträglichen und glanzvollen Ämtern, die ihm immer wieder angetragen wurden, zog er die Musse für die wissenschaftliche Arbeit und die Liebe zur Heimat vor. Dennoch pflegt er einen intensiven Briefwechsel mit ausländischen Gelehrten, von denen hier die berühmten Maupertuis, Bouguer, Leonhard Euler, Clairaut und Johann Albrecht Euler vor andern genannt zu werden verdienen.

Ausser den beiden oben erwähnten Abhandlungen, mit denen er den Preis der Pariser Akademie der Wissenschaften davontrug, gewann er mehrere weitere Preise, nämlich die folgenden:

*Über die optimale Konstruktionsweise von Ankern* (1736)<sup>[10]</sup>

*Über Flut und Ebbe* (1740)<sup>[11]</sup>

*Über die optimale Konstruktionsweise von Neigungskompassen* (1743)<sup>[12]</sup>

*Über die beste Methode, auf See die Zeit zu bestimmen* (für 1745 und 1747)<sup>[13]</sup>

ebenso *Über die Theorie des Magneten* (1742, 1744 und 1746)<sup>[14]</sup>

1751 wurde er mit einem doppelten Preis bedacht für die *Theorie der Strömungen und die beste Methode, sie zu beobachten*<sup>[15]</sup>

1753 erhielt er den Preis für die *vorteilhafteste Methode, auf grossen Schiffen die Kraft des Windes zu ersetzen*<sup>[16]</sup>

und 1757 noch für die *beste Art, das Schlingern und Stampfen eines Schiffs zu verringern*<sup>[17]</sup>

Alle diese Abhandlungen sind gedruckt.

Zu erwähnen ist auch, dass Bernoulli an seiner heimischen Universität von seinen Mitbürgern mit verschiedenen Ehren und Würden betraut worden ist; so wurde er zweimal, nämlich 1744 und 1756, zum Rektor der Universität gewählt. 1754 wurde er zum Dekan des Kapitels von St. Peter in Basel ernannt, nachdem er im Jahr zuvor Mitglied dieses Kapitels geworden war<sup>[18]</sup>

Neben jenem Institut in Bologna, in das er – wie gesagt – schon 1724 aufgenommen wurde, und der Kaiserlichen Akademie in Petersburg, von der er 1730 zum Ehrenprofessor ernannt wurde, ist er in mehrere andere Akademien und gelehrte Gesellschaften im Ausland – darunter die renommiertesten – kooptiert worden, und zwar

1747 in die Königliche Akademie der Wissenschaften in Berlin,

1748 in die Königliche Akademie der Wissenschaften in Paris, zu der nur acht ausländische Mitglieder gehören,

1750 in die Londoner Akademie,

1762 in die Ökonomische Gesellschaft in Bern,

1764 in die Ökonomische Gesellschaft in Zürich,

1767 in die Kurfürstlich Pfälzische Akademie.

Schliesslich soll auch nicht mit Schweigen übergangen werden, dass er zu der Zahl jener sieben ausländischen Gelehrten gehört, welchen die gnädigste und mächtigste gegenwärtig herrschende Kaiserin der Russen persönlich ein Exemplar jener Goldmünze zu verleihen geruht hat, die kürzlich zum Gedenken an den ruhmreichen Frieden mit den Türken geprägt wurde<sup>[19]</sup>. Dieses kostbare Denkmal seines Glücks erwartet er von Tag zu Tag ebenso sehnsüchtig wie dankbaren Gemüts.

Oben haben wir schon einige Werke erwähnt, die von Bernoulli veröffentlicht worden sind; seine seit jener Zeit verfassten philosophisch-physikalisch-mathematischen Schriften über neue Gegenstände finden sich in den Abhandlungen der Kaiserlichen Akademie in Petersburg und der Königlichen Akademien in Paris und Berlin.

A. 30A Anhang zum Brief D. Bernoullis an J.A. Euler vom 6. Juli 1776

Orig. von der Hand Daniel II Bernoullis, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 2, 1776, Nr. 7, Bl. 13–14v

Vermerk am Kopf der ersten Seite: «reçu le 21 Juillet 1776 / ad. N° 125».

- [1] Diese autobiographische Skizze lag D. Bernoullis Brief an J.A. Euler vom 6. Juli 1776 bei (cf. *supra* Nr. 30, Anm. 5). Der lateinische Originaltext wird hier nach dem im Petersburger Archiv erhaltenen Manuskript von der Hand Daniel II Bernoullis erstmals abgedruckt. Die Übersetzung ins Deutsche stammt von M. Mattmüller.
- [2] In Groningen wie in Basel war bis zum Ende des Jahres 1700 der julianische Kalender in Gebrauch: Daniel Bernoullis Geburtsdatum ist also der 8. Februar (29. Januar) 1700.
- [3] In Courtelary im Berner Jura amtierte damals als reformierter Pfarrer Pierre Chiffelle, der ab 1683 – gleichzeitig mit Johann I Bernoulli – in Basel studiert hatte.
- [4] Cf. D. Bernoulli (1721, DB. 1).
- [5] Cf. D. Bernoulli (1724, DB. 4).
- [6] Das Manuskript hat «adjuvante»; Korrektur nach dem gedruckten Nachruf von Daniel II Bernoulli (1783, p. 13).
- [7] Cf. D. Bernoulli (1725, DB. 8).
- [8] Cf. D. Bernoulli (1738, DB. 31).
- [9] Cf. D. Bernoulli (1735, DB. 24).
- [10] Cf. D. Bernoulli (1737, DB. 28).
- [11] Cf. D. Bernoulli (1741, DB. 33).
- [12] Cf. D. Bernoulli (1748, DB. 39).
- [13] Cf. D. Bernoulli (1750, DB. 42).
- [14] Cf. D. Bernoulli (1748, DB. 41).
- [15] Cf. D. Bernoulli (1769, DB. 44).
- [16] Cf. D. Bernoulli (1769, DB. 47).
- [17] Cf. D. Bernoulli (1771, DB. 48).
- [18] Hier handelt es sich um das Leitungsgremium der Basler Kirchgemeinde St. Peter, in der Daniel Bernoulli wohnte.
- [19] Cf. *supra* Nr. 28, Anm. 2.

31

D. BERNOULLI AN J.A. EULER

Basel, 24. August 1776

Monsieur mon tres honoré Confrere

La presente servira pour vous donner avis que mon portrait est parti au commencement du mois d'aoust; on m'a fort conseillé de le faire passer à Berlin; c'est ce que M<sup>r</sup> Preiswerck de notre ville a fait sous l'adresse de mon Neveu l'Astronome (Johann III): Ce sera donc à lui que vous pourrez vous adresser pour en avoir des nouvelles; mais j'espere que mon Neveu vous prevendra en vous marquant la route qu'il aura choisie pour faire passer la caisse de Berlin à S<sup>t</sup> Petersbourg<sup>[1]</sup>. Je ne doute nullement, que l'Academie n'honore ce tableau de toute son aprobation, car suivant l'opinion de tous ceux qui l'ont vu, c'est un chef d'œuvre et l'artiste, informé de sa destination, n'a rien epargné pour lui donner le dernier degré de perfection possible; aussi y a-t-il mis près de trois mois de travail et d'un travail assidu et moi, vraiment etonné de son zele, je me suis preté à toutes les seances, qu'il m'a demandées avec toute l'honneteté imaginable; Vous vous attendez sans doute, Monsieur mon tres honoré Confrere, apres ce preambule à un prix exorbitant de la part de l'Artiste et je vous avoue, que j'étois tout décidé, pour l'honneur de l'Academie, à lui donner telle recompense qu'il me demanderoit; j'ai pris meme toutes les precautions pour le mettre à son aise sur cet article; il me rendit compliment pour compliment, mais il finit par des protestations tres positives que jamais il ne recevroit ni recompense ni present et qu'il étoit trop payé de son ouvrage par le plaisir de l'avoir fait. Je Vous prie, Monsieur, quand vous aurez reçu le portrait bien conditionné, de m'en donner un mot d'avis et si l'Academie juge à propos de me charger de quelque commission pour M<sup>r</sup> Abenius, qui est le nom de notre habile Peintre et de cet homme extraordinaire que je viens de Vous decrire, je m'en aquiterai tres exactement.

S[on] A[ltesse] S[érénissime] Madame la Princesse (Friederike Auguste Sophie) d'Anhalt Zerbst, que nous avons le rare bonheur, quoique sous un parfait incognito, de posseder dans notre ville, a voulu voir ce tableau dans le tems que M<sup>r</sup> Abenius l'avoit encor entre ses mains et il m'est revenu, qu'Elle en a egalemeut admiré l'art et la ressemblance; elle me connoit fort bien; meme j'ai eu une fois l'honneur de faire en sa presence plusieurs experiences physiques et ses lumieres naturelles aprofondissoient mieux plusieurs differentes questions, que n'auroient fait les raisonnemens de plusieurs Physiciens preoccupés.

Je n'ai encor reçu aucune nouvelle de la medaille que Sa Majesté Imperiale (Katharina II.) m'a fait la grace de me destiner; M<sup>r</sup> (Peter) Grim m'a appris, qu'on l'avoit remise à M<sup>r</sup> le Major (Peter) Perret; cela m'a engagé d'en parler à M<sup>r</sup> Schweighauser, oncle maternel de M<sup>r</sup> Perret et fort de mes amis: celui-ci me fit voir plusieurs medailles en argent, qu'il venoit de recevoir de M<sup>r</sup> Perret ajoutant que cette emplette de son Neveu pouvoit avoir occasionné, à son avis, la fausse nouvelle de M<sup>r</sup> Grim, puisqu'il étoit sûr que M<sup>r</sup> Perret n'auroit pas

manqué d'ajouter ma medaille aux siennes; mais qu'en tout cas il ne manqueroit pas d'écrire à M<sup>r</sup> Perret pour savoir positivement ce qui en est. Vous me ferez un tres sensible plaisir, mon cher Monsieur, de m'apprendre exactement tout ce que vous saurez là dessus: Etant à la source personne n'est plus en etat que Vous de me donner les eclaircissemens que je demande; d'ailleurs Vous devez etre en grande relation avec M<sup>r</sup> Perret, d'autant plus que ce digne Officier doit avoir un emploi tres distingué dans le meme corps Imperial des Cadets de terre, dont on vous a confié si honorablement la direction des etudes. Je serai bien aise d'apprendre en quoi consiste proprement la fonction de M<sup>r</sup> Perret, dont on m'a toujours parlé avec de grands eloges; j'espere que M<sup>r</sup> Grimm sera actuellement arrivé chez Vous et j'ai été tres charmé de faire sa connoissance, car je ne lui avois jamais parlé auparavant; c'est un homme qui gagne à etre bien connu.

La derniere que j'ai eu l'honneur de vous écrire, étoit datée du 6 juillet; j'y avois joint ma biographie que vous avez bien voulu me demander: vous aurez sans doute reçu ma lettre. La dite biographie doit vous avoir paru assez seche, parcequ'il ne me convenoit pas d'y meler de ces traits et petites anecdotes qui souvent caracterisent mieux et en peu de paroles qu'une longue description personnelle.

Avez vous reçu, Monsieur, quelques bons memoires sur la question de cette année proposée par l'Academie pour les tuyaux et les sons qu'on en peut tirer? Je vous avoue que j'en doute<sup>[2]</sup>. Les Eulers, sont exclus par les loix communes à toutes les Academies: M<sup>r</sup> de la Grange n'adopte pas tous les principes, qui me paroissent essentiels: M<sup>r</sup> d'Alembert a peu traité ces matieres. Il y a plusieurs grands mathematiciens en Italie et qui aiment la physique experimentale, trop negligée en France; mais je doute que ces grands Genies Italiens ayent assez de relation avec les Savans des paÿs septentrionaux surtout avec les Academiciens de Petersbourg; le trop grand eloignement pourroit bien les avoir empechés de concourir: toutes ces reflexions jointes avec l'avantage, que j'avois, d'avoir deja étudié cette matiere de longue main, m'auroient peutetre encouragé à me mettre sur les rangs, si mon grand age m'avoit laissé assez de forces pour le faire: ma pauvre petite tete commence à se refuser à la moindre aplication et m'avertit qu'il est tems de me retirer et de quitter le teatre où ma destinée m'avoit placé: quelle que soit mon existence, j'espere tant qu'elle durera, que mes amis, sur tout ceux qui portent votre illustre nom, m'aimeront toujours; je me souviendrai sans cesse de l'entretien delicieux que j'ai eu avec M<sup>r</sup> Grimm touchant toute votre belle famille: ne m'oubliez pas auprez de ce cher compatriote et saluez le de ma part.

Je serai bien aise aussi de savoir si l'Academie persiste dans l'idée de celebrer son jubilé mi-seculaire: L'époque d'une fondation aussi glorieuse merite bien qu'on ne laisse pas tomber cette idée sans des obstacles invincibles. Si l'on jette un coup d'œil sur les progrès incroyables, que les sublimes sciences et les arts utiles ont fait pendant ce dernier demi siecle, on en est tout etonné et bien tenté de croire qu'il n'est plus possible de le surpasser: mais il y a aparence qu'on trouvera moyen d'etendre encor d'avantage l'usage qu'on peut faire des connoissances et des methodes d'aujourd'hui; les Savans du premier ordre, que vous devez mieux

connoître que tout autre, garderont certainement bien longtems leur rang, si bien mérité ces tems.

Je vous prie [de pr]esenter mes respects et tendres amitiés à M<sup>r</sup> Votre Pere et à tous ceux qui vous interessent; je serois bien aise de savoir si M<sup>r</sup> votre Pere approuve en tous ses points la table qui se trouve dans la *Connoissance des tems* pour l'année 1775 page 276, sur tout les nombres qui expriment les densités des corps par raport à la Terre, qui forment la seconde colonne de la partie inferieure: ma curiosité ne consiste proprement qu'à savoir la densité, que M<sup>r</sup> Votre Pere suppose actuellement à la Lune<sup>[3]</sup>.

Encor un mot sur le portrait. Je ne sçai si notre admirable Peintre (Abel) a mis son nom sur le revers du Portrait; s'il ne s'y trouve pas, on pourroit le marquer encor; on sera toujours curieux de le connoître. Si on veut y ajouter l'age de l'original, vous le trouverez dans ma biographie; c'est dans le cours de ma soixante dix septieme année que le portrait a été fait.

J'embrasse de tout mon cœur notre aimable Ami, M<sup>r</sup> Fuss. Je n'ai pas manqué de faire savoir à M<sup>r</sup> son Pere (Johann Heinrich), que j'écrirois à Petersbourg le 24 de ce mois; j'espere qu'il m'enverra encor aujourd'hui une lettre pour M<sup>r</sup> son Fils; en ce cas vous la trouverez ci-jointe; si non j'enverrai simplement la mienne. Dans ce moment M<sup>r</sup> Fues {Fuss} m'apporte cette lettre; il ne me reste qu'à Vous assurer avec toute la verité de mon cœur, qu'on ne sauroit rien ajouter aux sentimens pleins d'estime, de zele et d'attachement avec les quels j'ai l'honneur d'être,

Monsieur mon tres honoré Confrere,  
Votre tres humble et tres obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 24 aoust 1776.

A. 31 Brief D. Bernoullis an J.A. Euler  
Basel, 24. August 1776  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 327–328v  
Randnotiz: «reçu le 9 Septembre 1776»

- [1] Tatsächlich teilte Johann III Bernoulli J.A. Euler in einem Brief vom 29. (18.) August 1776 (Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 325–326v) mit, er habe das in Öl gemalte Porträt seines Onkels in einer Kiste mit der Postkutsche an den Kaufmann Matthias Sievers in Lübeck geschickt mit der Bitte, die Sendung zu Schiff nach Petersburg weiterzuleiten.
- [2] Cf. *supra* Nr. 26, Anm. 3.
- [3] Die von der Pariser Akademie publizierte Ephemeridentafel *Connoissance des temps pour 1775* enthält, p. 276, eine Tabelle *Dimensions des Planètes, calculées d'après les Observations du Passage de Vénus, qui donnent la parallaxe du Soleil de 8 secondes et demie*; dort ist die relative Dichte des Mondes mit 0.68706 angegeben (der heutige Wert ist 0.606).

32

D. BERNOULLI AN J.A. EULER  
Basel, [Februar] 1777

Monsieur mon tres honoré Confrere

J'ai reçu votre chere reponse, du 24. decembre n. st., à mes deux lettres du 24.<sup>e</sup> Aoust et du 9. novembre<sup>[1]</sup>; dans cette reponse, toujours obligeant et prevenu de votre bienveillance pour moi, Vous me faites esperer une seconde reponse pour suplérer à ce que Vous pourriez avoir omis dans votre premiere ecrite, à ce que vous insinuez un peu à la hate et dans l'unique intention d'accompagner celle de M.<sup>r</sup> Fuss à M.<sup>r</sup> son Pere (Johann Heinrich) (que je n'ai pas manqué d'envoyer aussitot à son adresse)<sup>[2]</sup>: un tel procedé de votre part est certainement bien obligeant, surtout dans une lettre qui me temoigne si amplement et si energiquement toute l'amitié dont Vous m'honorez. Les complimens que vous me faites à l'occasion du dernier renouvellement d'année m'ont bien autrement touché le cœur que ces complimens ordinaires, qu'on prodigue à cette epoque. Recevez les miens avec la meme sensibilité; ils ne sauroient etre ni plus sinceres ni plus ardens, et soyez bien persuadé que les sentimens que j'ai pour Vous et pour tout ce qui vous touche, pleins de respect, d'estime et d'attachement, dureront tant que j'existerai.

J'ai reçu de la part de l'Academie Imp. le troisieme volume des *Voyages* de M. Pallas<sup>[3]</sup> conjointement avec le XIX volume des *Nouveaux Commentaires*: Je n'ai pas besoin de vous dire combien ce nouveau present m'est cher et pretieux; ayez donc la bonté d'y proportionner les tres humbles et respectueux remercimens que j'ai l'honneur d'en faire à cette Illustre et respectable Compagnie. M.<sup>r</sup> Pallas (pag. 418) nous donne une tres belle description des changemens qui arrivent au mercure dans le tems precis de sa congelation; on voit, que dans cet etat le thermometre de M.<sup>r</sup> de L'Isle ne montre guere que le 235.<sup>e</sup> degré, qui repond à peu près au 65.<sup>d</sup> de celui de Fahrenheit au dessous de la congelation forcée; un tel degré de froid, quoique fort considerable, est cependant bien plus petit que celui qu'on a observé à Petersbourg en forçant le mercure à se durcir entierement. Je ne me souviens plus quel etoit ce dernier degré de froid artificiel, mais je me souviens bien, qu'il sortoit hors de toute vraisemblance et qu'une diminution ou augmentation de froid, imperceptible aux sens, selon M.<sup>r</sup> (J.G.) Gmelin, avoit produit, dans des circonstances pareilles, des variations subites inconcevables. De tout cela il faut, à mon avis, conclure que le mercure pret à se congeler souffre une alteration subite entierement contraire à celle de l'eau qui se gele; le mercure fait un saut en avant pour se condenser beaucoup d'avantage avec une sorte de precipitation et l'eau, au lieu de se condenser d'avantage en gelant fait brusquement un saut en arriere en se dilatant tres considerablement.

J'ai parcouru les excellens memoires du XIX Vol. des *N[ouveaux] Commentaires*, et je me propose de lire une seconde fois et avec plus d'attention ceux de M.<sup>r</sup> Votre Pere, si tant est que ma santé me permette encor de le faire: je ne saurois me louer assez des bontés que ce grand homme me temoigne en parlant de



mes principes et de mes methodes sur les sujets qui nous sont communs<sup>[4]</sup>. Quant aux merveilleux balancemens des deux bassins d'une balance, qu'un pur hazard m'avoit fait remarquer, depuis tres longtems, j'en ai toujours eu les memes idées, que M.<sup>r</sup> votre Pere a si bien developées; les balancemens intermediaires du fleau, commun aux deux bassins, font sans doute la partie la plus essentielle du sisteme.

Il y a dans la nature plusieurs mouvemens pareils, composés d'un certain nombre d'elancemens inegaux, successifs et periodiques, qui semblent reconnoitre le meme principe: il faut apparemment mettre de ce nombre ces brisans, près de certaines cotes de la mer, qui forment successivement un certain nombre de brises ou de flots, apres lequel ils reviennent dans le meme ordre, chacun avec la force qui lui est propre: il semble que les perturbations astronomiques tiennent à peu près aux memes loix: je n'ai plus la tete assez libre ni le corps assez bien portant pour m'engager dans de nouvelles discussions; je me dedomme par des lectures plus faciles et souvent plus utiles: vos observations meteorologiques, vos reflexions et vos remarques sont egalelement instructives et amusantes pour les amateurs, surtout quand on est à meme d'en faire un parallele avec celles d'un autre paÿs; nos plus grandes variations barometriques annuelles ne sont guere que de 15 à 16 lignes; la hauteur moyenne est chez nous de 27<sup>po</sup><sup>[uces]</sup> 1 ligne dans les endroits elevés d'environ 50 pieds depuis la surface du Rhin; je n'ai jamais vu dans l'espace de 24<sup>h</sup> plus de six lig[nes] de variation, pendant que votre echelle montre une variation de près d'un pouce en 24<sup>h</sup> du 19.<sup>e</sup> au 20.<sup>e</sup> decembre; nos variations annuelles thermometriques sont le plus communement depuis 97 jusqu'à 170; je me souviens cependant, que nous avons eu une fois (c'etoit un 7.<sup>e</sup> janv.) un froid de 192<sup>d</sup>; mais ces froids excessifs sont infiniment rares dans nos paÿs. Ces grandes condensations du mercure par le froid en font donc un fluide dont la pesanteur specifique est un peu variable et cette variation peut bien causer, dans la hauteur barometrique, une variation de deux lignes par la seule difference annuelle de la chaleur de l'air libre: il ne faudroit donc pas negliger de donner une legere description du lieu, où l'on tient son barometre, par raport aux changemens de froids qui peuvent y arriver. Je suis encor dans l'opinion, que toute la masse d'air qui se range autour de la Terre est tantot plus tantot moins grande, parce que la Terre dans son interieur en absorbe et retient une portion plus ou moins grande; ce principe est d'un grand secours pour expliquer toutes les observations barometriques; mais il demande encor d'autres, qui ont du raport aux grands courrants qu'on doit supposer dans l'atmosphere et qui rendent tres difficile la determination de la pression de l'air et son elasticité.

Si la lumiere de chandelles vous offusque la vue, il ne faut plus ecrire à la chandelle ou du moins tres rarement et par intervalles; il semble que la vue est souvent troublée par une impression trop vive des rayons obliques et lateraux, qui partent des objets qu'on ne regarde point ou qu'on ne fixe pas: Vous m'avez dit que M.<sup>r</sup> votre Pere voit encor le blanc sur noir sans voir le noir sur blanc. Dans les chandelles allumées les flamboyemens ou elans de lumiere m'ont quelquesfois causé des eblouissemens, que je n'aurois peutetre pas sentis, si je m'etois servi de lampes au lieu de chandelles. Au reste, mon cher Monsieur, je n'ai absolument rien

remarqué dans votre lettre, qui fit voir le moindre desordre; tous les caracteres et toutes les lignes sont ecrits et arrangés dans le dernier degré de precision; je compte pour rien cet elargissement que Vous donnez aux marges laterales en descendant; ce n'est là qu'une habitude que vous avez prise et qui ne signifie rien.

J'ai fait tout mon possible, quoiqu'inutilement, pour m'aquiter de la commission de Mons.<sup>r</sup> Guldenstaedt: j'ai employé plusieurs de mes amis, qui ont employé les leurs; ceux-ci sont tous dans l'opinion, qu'on ne pourra jamais avoir, ni en Suisse ni dans les Grisons, aucun vrai Capricorne; Vous en jugerez vous meme par quelques extraits de lettres, que je joindrai à la presente: Si par hazard M.<sup>r</sup> Guldenstaedt faisoit attention au troisieme article il pourroit s'adresser immediatement à M.<sup>r</sup> Wegelin de S.<sup>t</sup> Galle, à qui je ferai passer la lettre, s'il veut se servir de cette route<sup>[5]</sup>.

Je me dessaisirai sans la moindre peine d'un exemplaire que j'ai trouvé dans ma petite bibliotheque de mes *Exercitationes Mathematicae*<sup>[6]</sup> pour l'envoyer à l'Academie Imperiale, quoiqu'il ne merite pas l'honneur d'etre présenté à Ce respectable Corps; ce n'est qu'un pot pourri, dont les ingrediens sont assez fades. J'aurai du moins l'attention de ne l'envoyer que par quelque bonne occasion, comme vous me l'insinuez et c'est en quoi Vous avez fort bien fait; je m'imagine que les fraix du transport de mon portrait ont occasioné cette insinuation; comme ce portrait a dû necessairement passer par les mains d'un grand nombre de commissionnaires, dont aucun ne se sera oublié, les fraix doivent s'etre extremement accumulés malgré l'attention que j'ai eue pour son depart depuis Bale.

Les gazettes n'ont pas manqué de nous apprendre la deputation de Mons.<sup>r</sup> de Domaschnev à la cour de Berlin et mon Neveu (Johann III) nous en [a inf]ormé plus amplement<sup>[7]</sup>. Je pose ici ma plume pour attendre la seconde lettre, que [vous] me faites esperer.

Je viens de la [recev]oir, cette seconde lettre datée du  $\frac{6}{17}$  janv.; je Vous fais mes complimens s[ur] les grands succès du jubilé academique<sup>[8]</sup>: Notre cher et aimable M.<sup>r</sup> Fuss m'en a fait une description toute détaillée et fort bien composée<sup>[9]</sup>; l'aggregation du grand Frederic (Friedrich II.) fait le comble de la gloire de l'Academie et on voit bien par sa lettre à M.<sup>r</sup> de Domaschnev, que cette Academie ne sauroit assez reconnoitre ce qu'elle doit là dessus à son Directeur en Chef. Les autres receptions sont glorieuses aux nouveaux recus, tous gens d'un merite superieur reconnus pour tels depuis longtems. Quant à la nomination de mon Neveu (Johann III), vous jugez bien que j'y suis sensible d'une maniere particuliere et je vous supplie d'en faire agréer mes tres humbles remercimens à l'Illustre Academie<sup>[10]</sup>. Je Vous prie aussy de temoigner à M.<sup>r</sup> Fuss, combien je suis sensible à ses amitiés et ses attentions à m'obliger; plein d'affection et d'estime pour sa personne et pour son rare merite, je me croirois bien heureux si jamais l'occasion se presentoit de lui donner des marques de mon parfait attachement.

L'indisposition<sup>[11]</sup>, dont mon cher Oncle fait mention dans cette lettre, l'ayant à la fin obligé de garder le lit, c'est par son ordre que j'aurai l'honneur de la

signer pour lui, après vous avoir assuré du respectueux devouement, avec lequel j'ai l'honneur d'être

Monsieur

Votre très humble et très obeïss.<sup>t</sup> serviteur

Daniel Bernoulli, le Jeune.

T[ournez] S[il] V[ous] P[laît]

P.S. Puisque M. Fuss vient de faire l'acquisition d'un fragment de squelet d'une tête de Capricorne avec ses cornes entières, il seroit superflu de charger cette lettre des extraits relatifs à la Commission de M.<sup>r</sup> Guldenstaedt, que mon cher Oncle vouloit y joindre uniquement pour se disculper du mauvais succès de ses recherches.

Mon cher Père (Johann II Bernoulli), quoique n'ayant pas l'honneur d'être connu de Vous, se flatte cependant que Vous voudrés bien agréer ses très humbles Complimens, et faire agréer ses hommages à M.<sup>r</sup> votre illustre Père, dont il se glorifie d'être le plus ancien ami<sup>[12]</sup>.

- A. 32 Antwort D. Bernoullis auf die beiden nicht erhalten gebliebenen Briefe J.A. Eulers vom 24. (13.) Dezember 1776 und vom 17. (6.) Januar 1777  
 Basel, [Februar] 1777  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62, Bl. 406–407v  
 Randnotiz: «reçu le 9 Mars 1777.»  
 Am 21. (10.) März durch J.A. Euler in der Akademischen Konferenz in Auszügen vorgelesen (cf. *Protokoly* 3, p. 229)

- [1] Von den drei hier erwähnten Briefen ist nur derjenige von D. Bernoulli an J.A. Euler vom 24. August 1776 (Brief Nr. 31) erhalten geblieben. Der heute verlorene Brief D. Bernoullis vom 9. November 1776 wurde am 9. Dezember (28. November) durch J.A. Euler in der Akademischen Konferenz vorgelesen. In derselben Sitzung wurde auch D. Bernoullis wahrscheinlichstheoretische Abhandlung (1778, DB. 72) vorgelegt und durch N. Fuss vorgelesen. – Cf. *Protokoly* 3, p. 268.
- [2] Auszüge aus einem Brief von N. Fuss an seinen Vater, der vom 17. (6.) Januar 1777 datiert, sind erhalten geblieben (cf. Brief Nr. 15, Anm. 5).
- [3] Cf. Pallas (1771–1776).
- [4] In seiner Abhandlung (E. 469) über die Schwingungen einer Waage mit am Waagbalken angehängten Gewichten bezeichnet L. Euler D. Bernoullis Betrachtungen als höchst beachtenswert und zitiert dabei die im selben Band der *Petersburger Novi Commentarii* veröffentlichte Abhandlung Bernoullis über die Bewegung von Pendeln (1775, DB. 69).
- [5] Während seiner langjährigen Reisen stellte Gölldenstädt breite Untersuchungen zur Flora und Fauna an; dabei entdeckte er den Westkaukasischen Steinbock, dem er den wissenschaftlichen Namen *Capra caucasica* gab (cf. seine Reisebeschreibungen 1787–91). In diesem Zusammenhang interessierte sich Gölldenstädt auch für die schweizerischen Steinböcke. Im folgenden Brief (Nr. 33) übermittelt J.A. Euler den tief empfundenen Dank Gölldenstäds an Daniel Bernoulli für den Schädel eines Alpensteinbocks, den er durch Peter Grimm erhalten hatte. Wie aus dem PS des vorliegenden Briefs hervorgeht, scheint der St. Galler Stadtarzt S.S. Wegelin, dessen Sohn 1776 in Basel bei der Bewerbung von Daniel II Bernoulli um den Lehrstuhl für Anatomie als Respondent mitgewirkt hatte, letztlich an der Beschaffung des Präparats nicht beteiligt gewesen zu sein. – Cf. Kopelevič (1997).
- [6] Cf. D. Bernoullis *Exercitationes mathematicae* (1724, DB. 4).

- [7] In seinem Brief an J.A. Euler vom 6./9. November (26./29. Oktober) 1777 (Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 62: III, Nr. 55) beschreibt Formey Domašnevs Aufenthalt in Berlin, dessen Empfang bei Friedrich II. in Potsdam und das Diner beim russischen Gesandten, dem Fürsten Vladimir Dolgorukij. Am 7. Februar 1777 war Domašnev zum Auswärtigen Mitglied der Berliner Akademie gewählt worden.
- [8] Der fünfzigste Jahrestag der Gründung der Petersburger Akademie war – mit einjähriger Verspätung – am 9. Januar 1777 (29. Dezember 1776) gefeiert worden (cf. *Protokoly* 3, p. 277–282).
- [9] Der hier angesprochene Brief von N. Fuss an D. Bernoulli vom 17. (6.) Januar 1777 ist erhalten geblieben und wird im Anhang wiedergegeben (cf. Anhang VII.3, Nr. 40, p. 1004 h.v.).
- [10] Johann III Bernoulli war am 3. Januar 1777 (23. Dezember 1776) – zugleich mit Friedrich II. und neunzehn weiteren Gelehrten aus ganz Europa – zum Auswärtigen Mitglied der Petersburger Akademie gewählt worden.
- [11] Der Schluss des Briefes stammt von der Hand Daniel II Bernoullis.
- [12] Tatsächlich war Johann II Bernoulli Leonhard Euler zweifellos schon 1720 begegnet, gleich zu Beginn von dessen Grundstudium in Basel und der Privatlektionen bei Johann I; beide wurden am 8. Juni 1724 zu Magistern promoviert. Der zehn Jahre ältere Daniel setzte während jener Zeit seine medizinischen Studien zunächst in Strassburg, dann in Venedig und Padua fort; es ist zweifelhaft, ob er Euler während seiner kurzen Aufenthalte in Basel bereits näher zur Kenntnis genommen hat.

## 33

J.A. EULER AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 25. (14.) Juli 1777

à S<sup>t</sup> Petersbourg ce  $\frac{14}{25}$  Juillet 1777

Monsieur mon très-honoré Confrère,

Ce n'est pas l'Académie qui cette fois-ci a retardé de payer les pensions des Académiciens externes: j'avois reçu la Votre encore avant le commencement du mois de Fevrier; mais c'est moi, mon très-honoré Confrère, qui suis ce malheureux et qui par un revers sinistre et singulier m'ai vû dans la triste nécessité de la retenir jusqu'ici. Je sens bien que j'aurai dû Vous en avertir d'abord, mais l'espérance trompeuse de pouvoir Vous envoyer Votre pension d'un jour de poste à l'autre m'a arrêté jusqu'ici. Maintenant il n'y aura plus rien qui me rétiendra, et quoi qu'il en arrivera pour moi d'humiliant ou de facheux, je vais dans quelques jours d'ici acheter et Vous envoyer une lettre de change pour la dite pension de deux-cent roubles. Vous la recevrez, et comme Vous avez de tout tems eu tant de bontés pour moi, j'ose presque me flatter que Vous me pardonneriez ma faute, et que Vous voudrez bien m'épargner une honte publique en antidatant de quelques mois Votre quittance pour notre Académie. Enfin comme ce n'est pas tant par faute que par inavertance que j'ai essuyé le malheur dont je me plains, je sens très bien que je pourrais le divulguer sans craindre d'être méprisé ou même abandonné<sup>[1]</sup>.

Je vais maintenant répondre à la lettre très-gracieuse que Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire le 7 de Juin<sup>[2]</sup>, et que je sens à mon grand regret de n'avoir pas

mérité. Mr. ⟨Peter⟩ Grimm qui est réparti d'ici avec son épouse ⟨Maria Magdalena Grimm-Landerer⟩ et sa belle sœur Landner {Landerer} pour sa patrie, ne nous a pas apporté pour notre Bibliothéque Académique les *Exercitationes mathematicas*, qu'elle Vous avoit demandées: sans doute que son départ a été plustôt que Vous ne l'aviez pensé. Le Prof. Guldenstaedt a reçu de lui avec une reconnoissance presque inexprimable la tête du Capricorne des Alpes, qu'il avoit tant souhaité de posséder, et il m'a chargé de Vous présenter surtout ses très-humbles remerciemens pour toutes les peines que Vous Vous aviez données pour lui procurer cette piece.

Je me flatte que le Sieur Hechelmüller, qui aussi a été chargé de notre Ami M<sup>r</sup> Fuss de bien de choses pour M<sup>r</sup> son père ⟨Johann Heinrich⟩, Vous aura remis, Monsieur, les médailles et les jettons d'argent que notre Académie ou plustôt M<sup>r</sup> de Domaschnev Vous envoie et à M<sup>r</sup> Abélius le peintre, comme une légère marque de sa parfaite reconnoissance et entiere satisfaction<sup>[3]</sup>. J'avoüe que j'aurois dû écrire à ce dernier et le remercier au nom de notre Académie du beau et excellent portrait qu'il a fait pour elle d'un des ses plus anciens et plus estimables Associés: mais le jettif présent d'une médaille d'argent me couvre de honte, et je ne sçai que lui en écrire ni même de quelle façon tourner l'excuse: Encore si M<sup>r</sup> de Domaschnev avoit ordonné de frapper la médaille en Or – alors ce présent auroit encore été honorable.

Mr. Fuss m'ayant dit, Monsieur, que Vous souhaitiez voir un des ces billets, dont notre Académie se sert dans les occasions solennelles pour inviter ses membres et les autres personnes à leur Assemblée: je me fais honneur d'en joindre à cette lettre un qui n'est pas encore inscrit. Nous avons eu cette année-ci deux telles Assemblées extraordinaires et solennelles. Dans la première qui s'est tenue le  $\frac{6}{17}$  Juin, Mons. de Domaschnev déclara à l'Académie que S. M. le Roy de Pologne ⟨Stanislaus August⟩ a bien voulu permettre, qu'elle le reçoive au nombre des Ses Associés externes; je lûs la lettre de S. M. qu'Elle a eu la grace d'écrire à ce sujet à notre Directeur ⟨Domašnev⟩, et que Vous aurez sans-doute lûe dans les papiers publics<sup>[4]</sup>. La seconde Assemblée le 23 Juin ou 4 Juillet n. st. fût très brillante et nombreuse à cause de la présence du Roi de Suede ⟨Gustav III.⟩ qui y vint comme Comte de Gothland. Le Directeur, le Prof. Protassov comme Secrétaire de la Commission et moi, nous le reçumes au bas de l'escalier à la portiere de son carosse: nous le précédames ensuite jusqu'à la Sale d'Assemblée; et là le Comte de Gothland refusant la place d'honneur que M<sup>r</sup> de Domaschnev Lui avoit offert, il se mit dans la seconde rangée des chaises, derriere les Académiciens, pèle-mêle avec les autres personnes. J'ouvris la séance et je lûs (comme à l'ordinaire) le Protocolle de la séance précédente: (car le Comte de Gothland avoit dit qu'il ne vouloit rien d'extraordinaire, et qu'il souhaitoit seulement assister à une des ces séances, qui se tiennent ordinairement: ce fût aussi par cette raison qu'il choisit un vendredi avant-midi pour venir à l'Académie.) Le Prof. Pallas lût ensuite ses observations et réflexions sur l'origine et la naissance des montagnes: M<sup>r</sup> de Domaschnev prononça un discours en honneur du Roy de Suede et de la nation, que le Comte de Gothland entendit patiemment: M<sup>r</sup> de Stehlin {Jakob von Stählin}

enfin termina cette séance par la lecture d'une lettre qu'il venoit de recevoir de Pe-King du P. Cibot, concernant l'histoire des Champignons; et accompagnée d'un mémoire sur le même sujet dont la lecture fût remise à la séance prochaine. Après que tous furent levés, Mr. de Domaschnev présenta au Comte de Gothland 1<sup>o</sup> les Académiciens qui en même tems sont de l'Académie de Stockholm, 2<sup>do</sup> les autres Académiciens et Adjoints. Le Comte ne parla qu'à mon pere en lui témoignant la satisfaction qu'il avoit de le voir et le connoître personnellement: il lui envoya aussi le lendemain la médaille d'or frappée sur le Tribunal de Vasa, et le reçût ensuite chez lui. Mssrs. Lexell et Pallas ont eu la même médaille. Mais je reviens à la journée du [23] Juin<sup>[5]</sup>. La séance fût terminée à midi et demi; et le Comte de Gothland vit ensuite encore la Bibliothèque, les Cabinets d'histoire naturelle, des curiosités, des médailles etc. et enfin aussi le fameux Globe de Gottorp et les autres départemens de l'Académie. Il reçût dans la Bibliothèque, tous les ouvrages académiques reliés en maroquin, dans le Cabinet d'histoire naturelle un morceau de ce fêr crû, que le Prof. Pallas a découvert en Sibérie, dans une boîte d'argent ornée de figures allegoriques et des armes de Gothland; dans le Cabinet de Médailles, la médaille et le jetton du jubilé en or; dans le Cabinet des curiosités, un cahier avec les armes de Gothland contenant des dessins de la Chine: dans le département de Géographie, la nouvelle carte générale de la Russie, et un grand Portefeuille avec les armes de Gothland, contenant toutes les Cartes géographiques qui ont été executées à l'Académie. Dans l'imprimerie des estampes, le Comte Gothland fût le plus agréablement surpris de voir que les Ouvriers tirèrent et lui présenterent son propre portrait, nouvellement gravé, quoique très à la hâte mais assés ressemblant. Ce Portrait est un médaillon et on lit autour «Monsieur le comte de Gothland etc. etc. etc.»; en bas les armes de Gothland (un agneau avec l'étendard de Christ dans un champ de gueule) et ces petits vers

«Des talens des vertus veut-on peindre les traits

On le fait aisement en tirant son portrait.»

On lui présenta aussi dans ce même département un portefeuille (toujours avec les armes de Gothland) dans lequel se trouvent tous les portraits, prospects, plans et autres estampes gravées à notre Académie. Dans l'imprimerie des livres, il vit toutes les Presses occupées à tirer des exemplaires des petits vers composés à sa louange en diverses langues. Enfin étant voir le Globe de Gottorp, et lorsqu'il y entra pour voir l'intérieur, il y trouva la table mise décorée de fleurs et servies de toutes sortes des fruits; il s'y mit avec ses cavaliers et M<sup>r</sup> de Domaschnev les servit. Cela dura jusqu'à 3 heures après-midi.

Mais moi je me retirai déjà à l'heure pour aller arranger et préparer tout au Corps des Cadets, où le Comte de Gothland vint ce même après midi vers 5 heures, et où il resta jusqu'à 7. Ce fût là que je le regalai avec un petit Examen des tous les Cadets dans les langues et sciences qu'ils apprennent. Il me témoigna sur cela sa satisfaction; mais aussi fût-ce tout. M<sup>r</sup> de Domaschnev a été décoré de l'Ordre de Wasa, et il faut lui rendre la justice qu'il a aussi tout fait pour s'attirer la grace du Roy: quelles attentions n'a t'il pas eu pour lui! J'avois encore oublié de dire,

que le Roi à l'entrée de la Bibliothèque Académique, trouva toutes les murailles peintes en fresco représentant les bustes des Savans les plus célèbres de la Suede, de Linné, de Wallerius, Wargentin etc. etc. Tout cela a été fait à la plus grande hâte, et uniquement pour cette seule journée.

Le papier m'oblige de finir: mon père Vous assure, Monsieur, de son amitié inviolable; il se porte très bien, de même que toute ma famille. Je me recommande à la continuation de Votre gracieuse bienveillance surtout à Votre indulgence, étant avec le plus profond respect et une reconnoissance tres parfaite

Votre très-humble et très-Obeïssant Serviteur

Jean-Albert Euler

- A.33 Antwort J.A. Eulers auf den nicht erhalten gebliebenen Brief D. Bernoullis vom 7. Juni 1777  
 Petersburg, 25. (14.) Juli 1777  
 Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, Bernoulli-Archiv, II. Briefe an die Bernoulli: Daniel (1751–1834), Nr. 8

- [1] Diese gewundene Erklärung für das Ausbleiben der Daniel Bernoulli zugedachten Pension hat diesen dermassen empört, dass er sich am 20. September 1777 – als immer noch kein Wechsel in Basel eingetroffen war – mit einem scharfen Beschwerdebrief an den Direktor der Petersburger Akademie, S.G. Domašnev, wandte (cf. Anhang VII.3, Nr. 43, p. 1020 h.v.). Ob dieser Brief, dessen Text nur in Basel erhalten ist, überhaupt nach Petersburg abgesandt wurde, ist unklar; auf alle Fälle bricht die Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und J.A. Euler mit dem vorliegenden Brief vom 25. (14.) Juli 1777 ab.  
 Auch in den Protokollen der Petersburger Akademie wird deren Kontakt mit D. Bernoulli nach diesem Datum nur noch einmal erwähnt: Am 24. (13.) August 1778 präsentierte N. Fuss in der Akademischen Konferenz eine letzte von D. Bernoulli eingesandte Abhandlung über die Kompensation von Fehlern bei der Zeitmessung (1780, DB. 73) – zugleich seine letzte zu Lebzeiten gedruckte Arbeit überhaupt. Bei dieser Gelegenheit entschied die Akademie «mit wahrem Vergnügen», D. Bernoulli vier Bände der *Commentarii* nachzuliefern, die ihm noch fehlten (cf. *Protokoly* 3, p. 367).
- [2] Dieser Brief ist nicht erhalten geblieben.
- [3] Am 24. (13.) März 1777 waren die anlässlich des Jubiläums der Akademie geprägten silbernen Medaillen und Abzeichen verteilt worden. Ursprünglich war vorgesehen, damit zwölf ausländische Akademiemitglieder sowie den Maler Abel auszuzeichnen. Am 11. April (31. März) wurde die Liste der Begünstigten etwas abgeändert und um eine grössere Anzahl ergänzt, die bronzene Medaillen erhalten sollten. – Cf. *Protokoly* 3, p. 293, 296–299.
- [4] Zur Ausserordentlichen Versammlung der Akademie vom 17. (6.) Juni 1777 cf. *Protokoly* 3, p. 305f. – Der hier erwähnte Brief des Königs von Polen Stanislaus August vom 21. April 1777 ist erhalten geblieben (Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 63: 43)
- [5] Im Original steht hier fehlerhaft «6 Juin»; die Rede ist jedoch weiterhin von der Sitzung vom 4. Juli (23. Juni) 1777.



VII. ANHANG:  
DER BRIEFWECHSEL DANIEL BERNOULLIS  
MIT AMTSTRÄGERN DER PETERSBURGER AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN UND MIT NIKLAUS FUSS

**VII.1. Verzeichnis der Briefe**

Die erhaltene wissenschaftliche Korrespondenz zwischen Daniel Bernoulli und den Professoren der Akademie (Goldbach, Heinsius, Krafft u. a.) ist hier nicht eingeschlossen, ebensowenig die Korrespondenz D. Bernoullis mit Johann Albrecht Euler, ab 1769 ständiger Sekretär der Akademie, die in Abschnitt VI.2 dieses Bandes (p. 831–938) vollständig ediert ist. Alle verzeichneten Dokumente befinden sich im Petersburger Archiv der Akademie der Wissenschaften Russlands; das Bernoulli-Euler-Zentrum an der Universitätsbibliothek Basel besitzt Transkriptionen davon. Die zusätzlichen (fett gedruckten) Nummern in der zweiten Spalte verweisen bei den 42 Briefen, die in Anhang VII.3 (p. 951–1027 h.v.) wiedergegeben sind, auf deren dortige Numerierung. Die Briefe **2**, **4**, **14** und **20** des Anhangs gehören nicht dem Briefwechsel von Daniel Bernoulli, sondern demjenigen von Leonhard Euler an und sind in der folgenden Liste nicht aufgeführt.

1. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
14. Juni 1725  
(bevorstehende Reise D. Bernoullis nach Petersburg)
2. L. von Blumentrost an D. Bernoulli  
17. (6.) Juli 1725  
(bevorstehende Reise Bernoullis nach Petersburg)
3. Der Kleine Rat von Basel an Katharina I.  
1. September 1725  
(Reise der Brüder N. I und D. Bernoulli nach Petersburg)
4. **1** L. von Blumentrost an D. Bernoulli  
21. (10.) September 1726  
(Einladung an L. Euler)
5. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
7. Dezember (26. November) 1726  
(J. I Bernoullis Abhandlung und finanzielle Ansprüche; Brief von L. Euler)
6. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
6. November (26. Oktober) 1727  
(J. I Bernoullis finanzielle Ansprüche)
7. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
21. (10.) Dezember 1727  
(Gehaltserhöhung)

8. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
22. (11.) Dezember 1727  
(Gehaltserhöhung)
9. J.D. Schumacher an D. Bernoulli  
2. April (22. März) 1728  
(Druck verschiedener wissenschaftlicher Abhandlungen)
10. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
15. (4.) Mai 1728  
(Abhandlungen von Michelotti)
11. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
26. (15.) September 1728  
(geplante Vorbereitung eines Traktats über Physiologie)
12. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
16. (5.) Juni 1729  
(Vorbereitung des Traktats über die Bewegung des Wassers und zur Physiologie; bevorstehende Abreise nach Basel)
13. Dokumente zu D. Bernoullis «Zänkereien» mit Bülfinger  
Juli–Oktober 1729  
(teilweise veröffentlicht in *Materialy* 1, p. 532, 536, 537, 539–552, 556–557, 561–587, sowie in DBW 1, p. 434–441)
14. D. Bernoulli an die Akademieverwaltung  
25. (14.) August 1729  
(Bericht über seine wissenschaftliche Arbeit an der Akademie)
15. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
21. (10.) September 1729  
(Streit mit Bülfinger)
16. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
24. (13.) April 1730  
(mögliche Verlängerung seines Vertrags mit der Akademie über Juli 1730 hinaus)
17. L. von Blumentrost an D. Bernoulli  
12. (1.) Juni 1730  
(Verlängerung des Vertrags)
18. **3** D. Bernoullis Vertrag mit der Akademie  
12. (1.) September 1730  
(veröffentlicht in *Materialy* 1, p. 636–637)
19. D. Bernoulli an eine nicht genannte einflussreiche Persönlichkeit  
16. (5.) November 1730  
(Differenzen in der Leitung der Akademie)
20. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
3. Februar (23. Januar) 1731  
(Entscheidung und Bemerkungen zum neuen Kontrakt)

- 
21. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
15. (4.) Februar 1731  
(Bemerkungen zum neuen Kontrakt)
  22. L. von Blumentrost an die Akademie  
26. (15.) Februar 1731  
(Beschluss zu D. Bernoullis Antrag)
  23. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
9. März (26. Februar) 1731  
(beiläufige Korrespondenzen mit Schweizern)
  24. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
11. März (28. Februar) 1731  
(mögliche Abreise nach Basel und damit verbundene Pension)
  25. Unbekannt an D. Bernoulli  
ca. 12. (1.) März 1731  
(mögliche Abreise nach Basel)
  26. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
15. (4.) März 1731  
(mögliche Abreise nach Basel)
  27. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
27. (16.) Juni 1731  
(Beschwerde gegen einen Diener)
  28. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
3. Dezember (22. November) 1731  
(geplante Abreise nach Basel in 6 Monaten)
  29. D. Bernoulli an verschiedene Personen (3 Briefe)  
18. (7.) Juni 1732  
(geplante Abreise; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 137–140)
  30. Unbekannt an D. Bernoulli  
27. (16.) Juni 1732  
(Teilnahme Johann II Bernoullis an den Akademischen Sitzungen,  
Staatsrang für Daniel Bernoulli)
  31. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
3. Juli (22. Juni) 1732  
(Staatsrang oder Abreise nach Basel; veröffentlicht in *Materialy* 2,  
p. 145–146)
  32. L. von Blumentrost an D. Bernoulli  
12. (1.) Juli 1732  
(Staatsrang oder Abreise nach Basel; veröffentlicht in *Materialy* 2,  
p. 147)
  33. D. Bernoulli an Anna Ioannovna  
30. (19.) Juli 1732  
(Staatsrang oder Abreise nach Basel; veröffentlicht in *Materialy* 2,  
p. 155–156, russisch)

- 34. L. von Blumentrost an Anna Ioannovna  
30. (19.) Juli 1732  
(Gesuch von D. Bernoulli; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 158, russisch)
- 35. D. Bernoulli an die Akademieverwaltung  
14. (3.) Oktober 1732  
(Entwurf der *Hydrodynamik*)
- 36. D. Bernoulli, Delisle und Duvernois an den Senat  
2. Dezember (21. November) 1732  
(Situation der Akademie; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 189–194, russische Übersetzung)
- 37. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
15. (4.) Januar 1733  
(Abreise nach Basel; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 251–252)
- 38. J.D. Schumacher an D. Bernoulli  
26. (15.) Januar 1733  
(Abreise nach Basel und Entlassungsschreiben; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 254)
- 39. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
27. (16.) Januar 1733  
(Abreise nach Basel; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 254)
- 40. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
3. Februar (23. Januar) 1733  
(Abreise nach Basel; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 261)
- 41. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
13. (2.) März 1733  
(Abreise nach Basel; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 303)
- 42. L. von Blumentrost über D. Bernoullis Pension  
3. April (23. März) 1733  
(veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 312)
- 43. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
April 1733  
(Pension und Entlassung; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 316–319)
- 44. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
20. (9.) April 1733  
(Unzufriedenheit mit den Bedingungen seiner Entlassung)
- 45. D. Bernoulli an Anna Ioannovna  
25. (14.) April 1733  
(Pension und Entlassung; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 322–323)
- 46. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
25. (14.) April 1733  
(Bernoullis Gesuch an Anna Ioannovna; veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 323)

- 
47. J.D. Schumacher an D. Bernoulli  
7. Juni (27. Mai) 1733  
(Pension nach der Abreise)
48. D. Bernoulli an L. von Blumentrost  
Juni 1733  
(Unzufriedenheit mit den Bedingungen seiner Entlassung)
49. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
23. (12.) Juni 1733  
(Reisepass, finanzielle Bagatelle)
50. J.D. Schumacher an D. Bernoulli  
23. (12.) Juni 1733  
(Reisepass, veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 334)
51. J.D. Schumacher über die Abreise von Daniel und Johann II Bernoulli  
30. (19.) Juni 1733  
(veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 335–336)
52. D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
1734  
(erwartete Nominierung zum Auswärtigen Akademiemitglied)
53. **5** J.A. von Korff an D. Bernoulli  
[Herbst 1735]  
(Akademische Diplome, Abhandlung von C.M. de La Croix)
54. **6** D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
12. September 1736  
(Akademische Pension, Abhandlung von C.M. de La Croix)
55. J.A. von Korff über D. Bernoullis Pension  
29. (18.) März 1737  
(veröffentlicht in *Materialy* 2, p. 357, russisch)
56. D. Bernoulli an J.A. von Korff  
18. Mai 1737  
(Dankschreiben)
57. **7** D. Bernoulli an J.A. von Korff  
29. September 1737  
(betr. J.S. König, J. und G. Hermann)
58. **8** J.A. von Korff an D. Bernoulli  
Oktober 1737  
(betr. J.S. König)
59. **9** D. Bernoulli an J.A. von Korff  
28. Dezember 1737  
(betr. J.S. König)
60. **10** D. Bernoulli an J.A. von Korff  
24. Mai 1738  
(Übersendung der *Hydrodynamik* nach Petersburg)

- 61.   **11**   D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
24. Mai 1738  
(Gratulation, Lob für Schoepflin und Maupertuis)
- 62.   **12**   D. Bernoulli an J.A. von Korff  
9. August 1738  
(betr. J.S. König, Empfehlung für Maupertuis)
- 63.   **13**   D. Bernoulli an J.A. von Korff  
7. März 1739  
(Maupertuis' Akademiemitgliedschaft, Verlust der zugesandten Exemplare der *Hydrodynamik*)
- 64.   **15**   J.A. von Korff an D. Bernoulli  
12. (1.) Mai 1739  
(Überreichung der *Hydrodynamik* an den Herzog von Kurland)
- 65.   **16**   D. Bernoulli an J.A. von Korff  
16. Mai 1739  
(*Hydrodynamik*)
- 66.         D. Bernoulli an J.A. von Korff  
2. Januar 1740  
(Neujahrsgratulation)
- 67.   **17**   D. Bernoulli an J.A. von Korff  
26. März 1740  
(Akademische Pension, Gezeitenbeobachtungen)
- 68.         Ukas Elizaveta Petrovnas an die Akademie betreffs D. Bernoullis Pension  
3. Februar (23. Januar) 1743  
(veröffentlicht in *Materialy* 5, p. 493, russisch)
- 69.         Akademische Verwaltung über D. Bernoullis Pension  
4. März (23. Februar) 1744  
(veröffentlicht in *Materialy* 5, p. 538–539, russisch)
- 70.   **18**   D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
15. August 1744  
(Bernoullis Abhandlungen in den *Petersburger Commentarii*, Akademische Pension)
- 71.   **19**   D. Bernoulli an K.G. Razumovskij  
12. November 1746  
(Abhandlung von S. Ferretti, L. Euler, Akademische Pension)
- 72.   **21**   [J.D. Schumacher] an D. Bernoulli  
2. Dezember (21. November) 1747  
(Einladung für D. Bernoulli nach Petersburg)
- 73.   **22**   [J.D. Schumacher] an D. Bernoulli  
6. April (26. März) 1748  
(Einladung nach Petersburg)

- 
74. Bericht von J.K. Taubert über die in Basel mit D. Bernoulli geführten Verhandlungen über dessen Beziehungen zur Petersburger Akademie 1749  
(veröffentlicht in *Materialy* 10, p. 192–193, russisch)
75. D. Bernoulli an die Verwaltung der Akademie  
März 1757  
(Empfehlung für A. Socin als Professor an die Moskauer Universität)
76. D. Bernoulli an K. Razumovskij  
29. April 1762  
(Akademische Pension)
77. D. Bernoulli an Peter III.  
29. April 1762  
(Akademische Pension)
78. D. Bernoulli an K. Razumovskij  
30. Juli 1763  
(Akademische Pension)
79. **23** D. Bernoulli an Katharina II.  
30. Juli [1763]  
(Akademische Pension)
80. **24** J. von Stählin an D. Bernoulli  
3. Februar (23. Januar) 1767
81. **25** D. Bernoulli an J. von Stählin  
7. März 1767
82. **26** D. Bernoulli an J. von Stählin  
30. Mai 1767
83. **27** J. von Stählin an D. Bernoulli  
18. (7.) Juli 1767
84. **28** D. Bernoulli an J. von Stählin  
12. September 1767
85. **29** D. Bernoulli an J. von Stählin  
28. Oktober 1767
86. **30** J. von Stählin an D. Bernoulli  
1. Dezember (20. November) 1767
87. **31** D. Bernoulli an J. von Stählin  
20. Januar 1768
88. **32** J. von Stählin an D. Bernoulli  
18. (7.) Oktober 1768
89. **33** D. Bernoulli an J. von Stählin  
23. November 1768
90. **34** D. Bernoulli an J. von Stählin  
18. Februar 1769



- 91.   **35**   D. Bernoulli an J. von Stählin  
            28. Juni 1769
- 92.   **36**   D. Bernoulli an N. Fuss  
            28. Juli 1773
- 93.   **37**   D. Bernoulli an N. Fuss  
            [1775]
- 94.   **38**   N. Fuss an D. Bernoulli  
            16. (5.) Februar 1776
- 95.   **39**   D. Bernoulli an N. Fuss  
            16. März 1776
- 96.   **40**   N. Fuss an D. Bernoulli  
            17. (6.) Januar 1777
- 97.   **41**   D. Bernoulli an N. Fuss  
            7. Juni 1777
- 98.   **42**   N. Fuss an D. Bernoulli  
            25. (14.) Juli 1777
- 99.   **43**   D. Bernoulli an S.G. Domašnev  
            20. September 1777  
            (Anschuldigungen gegen J.A. Euler)
- 100.   **44**   N. Fuss an D. Bernoulli (Entwurf)  
            [Anfang 1778]
- 101.   **45**   N. Fuss an D. Bernoulli (Entwurf)  
            [vor März 1778]
- 102.   **46**   D. Bernoulli an N. Fuss  
            18. März 1778

## VII.2. Einleitung zum Briefwechsel mit Amtsträgern der Petersburger Akademie der Wissenschaften und mit Niklaus Fuss

Der Text von 42 der in Abschnitt VII.1 verzeichneten Briefe und Dokumente aus dem Briefwechsel Daniel Bernoullis mit der Petersburger Akademie wird im folgenden Abschnitt VII.3 wiedergegeben; daneben wurden drei Briefe Leonhard Eulers an Amtsträger der Akademie und einer des Akademie-Präsidenten K.G. Razumovskij an Euler aufgenommen, die D. Bernoulli unmittelbar betreffen<sup>1</sup>.

Daniel Bernoulli korrespondierte zwischen 1725 und 1778 mit mehreren Amtsträgern der Petersburger Akademie: mit den Präsidenten L. Blumentrost (1 Brief), J.A. von Korff (10 Briefe) und K.G. Razumovskij (1 Brief), mit dem Kanzleichef J.D. Schumacher (5 Briefe), mit dem Direktor S.G. Domašnev (1 Brief), mit dem Konferenzsekretär J. von Stählin (12 Briefe) und mit dessen Nachfolger J.A. Euler<sup>2</sup>.

Bis zur Mitte der 1760er Jahre betreffen diese Schreiben durchwegs dienstliche Fragen; insbesondere geht es oft um die Pension, welche die Akademie D. Bernoulli 1730 vertraglich zugesagt hatte<sup>3</sup>, aber dann nach seinem Weggang aus Petersburg während mehr als dreissig Jahren nicht ausbezahlt wurde. Bernoulli nahm diese Verweigerung als unerträgliche Kränkung wahr und wandte sich deshalb 1763 brieflich sogar direkt an die Kaiserin Katharina II.<sup>4</sup>

Erst 1767 wurde dieser Konflikt endlich gelöst, und ab Anfang jenes Jahres bekam Bernoulli seine Pension regelmässig ausbezahlt<sup>5</sup>. Obwohl von einer rückwirkenden Überweisung des grossen Betrags, den ihm die Akademie dreissig Jahre lang schuldig geblieben war, angesichts ihrer knappen Finanzen nicht die Rede sein konnte, war D. Bernoullis über lange Zeit belastetes Verhältnis zur Petersburger Akademie damit wiederhergestellt. Allerdings wurde Bernoullis Pension für das Jahr 1776 durch den jetzt für die Überweisung zuständigen Akademiesekretär J.A. Euler veruntreut, was zum irreparablen Bruch zwischen den beiden und zu einer heftigen Beschwerde Bernoullis bei Direktor Domašnev führte<sup>6</sup>; danach scheint Bernoulli jedoch die Pension wieder, wie ursprünglich zugesagt, bis an sein Lebensende erhalten zu haben.

1 Cf. *infra* Nr. 2, p. 951 h.v., Nr. 4, p. 954 h.v., Nr. 14, p. 965 h.v., und Nr. 20, p. 971 h.v.

Insgesamt umfasst der Briefwechsel Leonhard Eulers mit Amtsträgern und Kollegen an der Petersburger Akademie Hunderte von Briefen, die in den Jahren 1959–76 in drei Bänden dokumentiert und zum Teil veröffentlicht wurden (*Eulers Briefwechsel* 1–3).

2 Die 33 Briefe, die D. Bernoulli mit J.A. Euler gewechselt hat, sind in Teil VI.2 dieses Bandes (*supra* p. 831–938) gesondert wiedergegeben.

3 Cf. *infra* Nr. 3, p. 952 h.v.

4 Cf. *infra* Nr. 23, p. 975 h.v.

5 Cf. J. von Stählins Brief Nr. 24, p. 976 h.v.

6 Cf. *supra* Brief A. 33, Anm. 1, p. 938 h.v., und *infra* Nr. 43, p. 1020 h.v.

Die zwölf erhalten gebliebenen Briefe von D. Bernoullis Korrespondenz mit Jakob von Stählin aus den Jahren 1767–69 (Nr. 24–35) drehen sich überwiegend um die Veröffentlichung von wissenschaftlichen Abhandlungen Bernoullis in den Zeitschriften der Akademie sowie um die Planung für die Beobachtung des Venusdurchgangs im Jahre 1769. Aus einem Brief des Konferenzsekretärs erfahren wir nebenbei, dass der Druck von Leonhard Eulers berühmten *Lettres à une Princesse d'Allemagne* auf inständige Bitten Stählins erfolgte, der das Manuskript bei ihm hatte einsehen können<sup>7</sup>.

Eine besondere Rolle spielt in unserm Zusammenhang die Korrespondenz, welche Daniel Bernoulli zwischen 1773 und 1778 mit seinem ehemaligen Basler Studenten Niklaus Fuss führte. Dieser war mit 18 Jahren als Hilfskraft für den stark sehbehinderten Leonhard Euler nach Petersburg gegangen, wurde in der Folge zu einem unverzichtbaren Mitarbeiter Eulers und machte auch als Mitglied der Petersburger Akademie eine beachtliche Karriere<sup>8</sup>.

In der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und N. Fuss – der einzigen dieses Abschnitts, in der wissenschaftliche Themen auch inhaltlich zur Sprache kommen – werden Fragen aus verschiedenen Gebieten v. a. der angewandten Mathematik erörtert: Kettenbrüche (Nr. 38), die Töne von Orgelpfeifen (Nr. 38–40), Probleme des Brückenbaus und diesbezügliche Erfindungen des Mechanikers der Akademie, Ivan Kulibin (Nr. 40–42, 46). Einer der Briefe von Fuss (Nr. 40) enthält weiter einen Augenzeugenbericht von den Festlichkeiten zum fünfzigjährigen Jubiläum der Petersburger Akademie, der wegen der zahlreichen Details von grossem historischem Interesse ist.

Schliesslich ist zwischen Bernoulli und Fuss – im Anschluss an entsprechende Untersuchungen L. Eulers – auch von Fragen der Demographie und der Versicherungsmathematik die Rede. Die folgenden Bemerkungen zu diesem Themenkreis wurden von Oscar Sheynin (Berlin) entworfen.

Die erste Untersuchung zur Bevölkerungsstatistik findet sich in einer Publikation des Londoner Kaufmanns John Graunt von 1663 (1662). In der Folge sind die Sterbetafeln von Halley (1693) zu erwähnen, auf deren Basis de Moivre (1725) ein kontinuierliches, gleichmässiges Gesetz zur Prognose der Sterblichkeit für Lebensalter ab 12 Jahren vorschlug. Halley, der die Sterberegister der Stadt Breslau zum statistischen Standard erhob – merkwürdigerweise sind die Differenzen zu London gering –, hatte jedoch den Einfluss systematischer Fehler unterschätzt.

<sup>7</sup> Cf. *infra* Nr. 32, p. 988 h.v.

<sup>8</sup> Cf. Ožigova (1981). – Fünf Briefe D. Bernoullis an N. Fuss aus den Jahren 1773–78 hat dessen Sohn P.H. Fuss 1843 veröffentlicht (Fuss 2, p. 657–677); der heutige Standort der Originale ist uns nicht bekannt. Drei Briefe von N. Fuss an D. Bernoulli aus den Jahren 1776–77 sind in der Universitätsbibliothek Basel erhalten geblieben; Entwürfe dieser drei Briefe und von zwei weiteren, deren Originale nicht erhalten geblieben sind, befinden sich im Petersburger Akademiearchiv. Diese insgesamt zehn Briefe sind hier als Nr. 36–44 und 46 (*infra* p. 995–1027) wiedergegeben.

Im weiteren Verlauf des 18. Jahrhunderts befassten sich dann zahlreiche weitere Gelehrte mit Fragen der Demographie, der Lebens- und der Rentenversicherung, darunter D. Bernoulli und L. Euler, später auch Laplace.

Eulers gewichtigste Abhandlung über die Vermehrung der Menschheit und die Sterblichkeit entsprang, wie man heute weiss, weitgehend seiner Zusammenarbeit mit dem Berliner Konsistorialrat Johann Peter Süssmilch, einem Mitglied der Berliner Akademie und bedeutenden Pionier der demographischen Statistik. Süssmilchs theoretische Berechnungsmodelle sind zwar öfters irrig, doch seine Sterbetafeln blieben noch bis ins 19. Jahrhundert in Gebrauch. In einem Traktat von 1758 erkannte er richtig, dass Armut und Unwissenheit die Ausbreitung von Epidemien fördern, und begründete eine «moralische Statistik», welche Verbrechen, Suizide und uneheliche Geburten zu erfassen suchte.

Zur zweiten Auflage (1761/62) von Süssmilchs Hauptwerk *Die göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts* trug Euler ein zentrales Kapitel bei, das Süssmilch – unter korrekter Nennung von Eulers Urheberchaft – auf der Basis der damals noch ungedruckten Abhandlung E. 334 für seine Zwecke redigiert hat<sup>9</sup>. Euler zeigt dort (wenn auch mit etwas fragwürdiger Begründung), dass eine Population ohne äussere Schranken in geometrischer Progression zunimmt – eine heute noch gültige Feststellung, als deren erste Belegstelle oft Malthus (1798) ausgegeben wird.

In ihren Briefen von 1777 (Nr. 40–42) erörtern D. Bernoulli und N. Fuss nun im Anschluss an die genannten Autoren einige damals höchst aktuelle Probleme der Demographie: die Verfügbarkeit verlässlicher Geburts- und Totenregister, die Mortalität verschiedener Altersgruppen der Bevölkerung, den Unterschied in der Sterblichkeit zwischen Männern und Frauen sowie zwischen Stadt- und Landbevölkerung sowie die Schlussfolgerungen, die aus diesen Daten für die Berechnung von Rentenversicherungssystemen (Tontinen) zu ziehen sind. Diesen Problemen hatten L. Euler und D. Bernoulli bereits in den 1760er Jahren einige Untersuchungen gewidmet<sup>10</sup>.

Fuss beginnt die Diskussion mit der Erwähnung von zwei Arbeiten, die er kurz zuvor unter Eulers Anleitung zusammengestellt und veröffentlicht hat (Fuss 1776a = E. 473; Fuss 1776b). Sie sind einem neuen System der «Tontine»<sup>11</sup> gewidmet, einer Form von Rentenversicherungsvertrag, bei der eine Gruppe von Einzählern den Ertrag ihrer Einlagen jährlich unter den noch lebenden Mitgliedern verteilt. Die länger überlebenden Beteiligten konnten dabei mit beträchtlichen Summen profitieren, ebenso die – staatlichen oder privatwirtschaftlichen – Garanten, denen das Kapital der Tontine nach dem Ableben des letzten Mitglieds zufiel. Fuss

9 Süssmilchs Publikation ist zwar in Eneströms Verzeichnis der Euler-Werke nicht vermerkt; in dem Band von Eulers *Opera omnia*, der sich mit Statistik befasst, wurde die entsprechende Textpassage jedoch abgedruckt (O. I, 7, p. 507–532).

10 Cf. Sheynin (1972, 2007); Sofonea (1957).

11 Die Bezeichnung rührt von dem italienischen Bankier Lorenzo de Tonti her, der um die Mitte des 17. Jahrhunderts in Frankreich ein solches Versicherungssystem vorgeschlagen hatte (cf. McKeever 2009).

schlug nun – vermutlich auf eine Anregung Eulers hin – eine *ewige* Tontine mit veränderlichen Einlagen und der Möglichkeit des Eintretens neuer Mitglieder vor; diese wurde jedoch, soweit wir wissen, nicht realisiert.

D. Bernoulli und N. Fuss erwähnen in ihrem Briefwechsel zahlreiche frühere Untersuchungen: Halley (1693a, b), Smart (1726), Kersseboom (1742; cf. Heuschling 1857), Simpson (1742, 1743, 1752), Deparcieux (1746, 1760; cf. Ptoukha 1938), Hodgson (1747), Dupré de Saint-Maur (1749), Süssmilch (1758, 1761–1762; cf. Birg 1986), Struyck (1762; cf. Struyck 1912, van Haaften 1925), Wargentin (1766, 1769b; cf. Nordenmark 1929) und Lambert (1772; cf. Sheynin 1971)<sup>12</sup>. Insbesondere Fuss zeigt damit, dass er Eulers Anweisungen sehr ernst genommen hat und sich auf der Höhe der aktuellen Diskussion befindet.

12 Eine inhaltsreiche Übersicht all dieser Werke findet sich in der fundamentalen Monographie von Pearson (1978), manchmal verbunden mit recht unkonventionellen Bewertungen der Beiträge einzelner Autoren. So qualifiziert er Simpson, wegen dessen schon früher bekannter Abhängigkeit von de Moivre, als «a most disreputable character» und «unblushing liar» (p. 145, 184) und schätzt Struyck als den bedeutenderen Vorgänger der modernen Wissenschaft ein als Süssmilch (p. 347).

**VII.3. Der Briefwechsel Daniel Bernoullis und Leonhard Eulers  
mit Amtsträgern der Petersburger Akademie  
der Wissenschaften (Auswahl) und mit Niklaus Fuss**

1

L. VON BLUMENTROST AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 21. (10.) September 1726

A Mons. Bernoulli ce 10. 7bre 1726 in p<sup>to</sup> S<sup>r</sup> Euler

Vous m'avez fait un si beau portrait du S<sup>r</sup> Euler que je me flatte qu'il rendra de bons services à l'Academie. Il s'engagera par 5 années en qualité d'Academicien et travaillera sur les sciences sous un Membre de l'Academie qu'on jugera apropos. Il jouira d'une pension annuelle de 300 Roubl. par an à conter du jour de son arrivée à S<sup>t</sup> Petersbourg et on luy donnera 100 Roubl. pour les fraix de son voyage payables à Hambourg chez Ernst Goverts Peterson. Vous luy marquerez Mons. qu'après les 5 années il avancera dans ses apointemens à mesure qu'il aura fait des progres dans les sciences.

Nr. 1    L. von Blumentrost an D. Bernoulli  
Petersburg, 21. (10.) September 1726  
Kanzleiabschrift, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 2, Bl. 361v–362r  
Publ.: Mikhajlov 1957, p. 26

2

L. EULER AN L. VON BLUMENTROST  
Basel, 9. November 1726

Monsieur

L'honneur que votre Excellence m'a fait de me recevoir dans Votre tres Illustre Academie m'oblige à vous ecrire et Vous faire mon compliment. Monsieur (Daniel) Bernoulli qui est à St. Petersbourg m'a envoyé la lettre que votre Excellence lui avez ecrite, où vous faites connoître les conditions sous lesquelles Vous m'offerez l'engagement chez Votre Academie, lesquelles je m'ay resolu de recevoir, et si la tempête le permettroit, je partirois encor ce mois pour vous offrir en présence mon devoir, et me sacrifier tout à fait au service de l'Academie. Mais parce que l'hyver m'empeche maintenant à partir, je m'ay proposé de commencer le voyage le printems qui vient et même bien tot au mois Mars s'il ainsi plaira à votre Excellence. J'employerai cependant tous mes efforts pour me rendre plus habile à remplir mes devoirs et à bien servir l'Academie. Je ne souhaite que devenir en etat où je pourrai à Votre Excellence rendre grace ainsi comme je me connois être

obligé et remercier cette marque de votre affection, que vous m'avez fait l'honneur de me donner. Si je Vous pourrai faire quelque plaisir qu'il soit dans le chemin, que je prendrai par où Vous plaira, ce me sera très agreable et je tacherai de vous satisfaire de tous mes Efforts. Enfin je suis et je demeure avec un très profond respect

Monsieur  
de Votre Excellence  
le très obeissant et  
très obligé serviteur

Leonh. Euler

Bâle le 9. Novemb. A. 1726

Nr. 2 L. Euler an L. von Blumentrost  
R 268 Basel, 9. November 1726  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 13, Bl. 241–242r  
Publ.: Mikhajlov 1957, p. 14–15 (Faksimile), 26; Eulers Briefwechsel 3, p. 28

3

L. VON BLUMENTROST / D. BERNOULLI

**Vertrag mit der Petersburger Akademie**

Petersburg, 12. (1.) September 1730

Auf Ihro Majestät unserer allergnädigsten Kayserin und *Souverainin* von gantz Rußland *Anna Joannowna* allergnädigsten Befehl ist zwischen Dero Leib*Medico* und der *Academie Presidenten*, *Laurentio Blumentrost*, und dem *Professori Daniel Bernoulli* folgendes verabredet, und geschlossen worden.

Nachdeme der zwischen des Herrn Grafen (A.G.) *Gollowkin* {Golovkin} *Excel.* und ihm den 9ten *Julii* 1725 getroffene *Contract* zu Ende geloffen, so *engagirt* sich aufs neue gedachter *Daniel Bernoulli* bey der *Academie* der Wißenschafften als *Professor Matheseos sublimioris*, und verspricht Ihro Kayserl. Mayt. Hohes *Interesse* und der *Academie* Aufnehmen und Ehre auf alle Art und Weyse zu befördern, die Wißenschafften zu *excoliren*, und zu *perfectioniren*, die *studirende* Jugend und diejenige *disciples*, als welche ihm etwa ins besondere zur Unterricht möchten gegeben werden, treulich zu *informiren*, denen *Conventibus academicis* fleißig beyzuwohnen und darinn dasjenige zu *praestiren*, was einem Mitglied der *Academie* vermöge derselben Gesetzen zu thun obliegt.

Dahingegen solle ihm *Daniel Bernoulli* ein jährliches *salarium* von zwölfthundert Rubel aus der *Academie Cassa Tertialsweise*, wie denen übrigen *Professoribus* gereicht werden.



Solte er nach Verfließung einiger Jahren in dem Lande zu bleiben keine Lust haben, so solle ihm, wann er sich ein halbes Jahr zuvor an gehörigem Ort gemeldet, sein Abschied und *Passeport* ohne *Tergiversation* gegeben, und sowohl in *Consideration* seiner der *Academie* bißhero treu geleisteten Diensten, als derjenigen, welche er derselben auch außerhalb des Landes zu leisten verspricht, der *character* eines *Professoris Honorarii* mit einer jährlichen *pension* von zweyhundert Rubel, welche ihm auf seine *ordre* jederzeit, wann die *academie* ausbezahlet wird, bezahlet werden sollen gereicht werden.

Zu Erkänthlichkeit deßen aber will gedachter *Daniel Bernoulli* der *Academie Interesse* und Ehre auch außerhalb des Reiches auf das beste befördern, mit selbiger fleißig *correspondiren*, auch die *Correspondence*, welche er mit andern *Academien* oder *Privat* Gelehrten *cultiviren* wird, der hiesigen *Academie* zu nutze machen, und davon sowohl als von seinen übrigen *Laboribus litterariis rapport* abstaten.

Wann ihm *Experimenta* und *observationes* zu machen, oder andere *Commissions* solten aufgetragen werden, dieselbe will er ohne Entgeldt (es seye denn, daß sie allzu kostbahr wären, in welchem fall er sich ein billiges *recompens* ausgedungen haben will) nach möglichkeit getreulich ausrichten, und sich als ein getreuer Diener von Ihro Kays. Mayt. jederzeit aufführen.

Zu mehrer Bekräftigung habe dieses eigenhändig unterschrieben, und mit meinem Pittschafft besiegelt. So geschehen St. Petersburg den 1ten *Septembris* 1730.

Dieses unterschreibe ich und bekräftige solches mit meinem Pittschafft unter der einigen verwahrung, daß auff die Wort nach verfließung einiger jahren, als welcher in der verabredung keine meldung geschehen, keine *reflexion* zu *praejudiz* meines frejen auffenthalts könne gemacht werden, obgleich sonst denselben williglich nachzukommen gedencke<sup>[1]</sup>.

*Daniel Bernoulli.*

- Nr. 3 Vertrag zwischen D. Bernoulli und der Petersburger Akademie, vertreten durch L. von Blumentrost  
 Petersburg, 12. (1.) September 1730  
 Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, Bernoulli-Archiv III b, Nr. 1  
 Kanzleiabschrift mit eigenhändiger Unterschrift D. Bernoullis, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 3, op. 1, Nr. 700, Bl. 223–224v  
 Publ.: *Materialy* 1, p. 636–637 (nach der Abschrift); *Bernoulli-Gedenkbuch*, p. 104–105 (nach dem Original)

[1] Der letzte Absatz von der Hand D. Bernoullis fehlt in der Abschrift, die jedoch ebenfalls D. Bernoullis eigenhändige Unterschrift und Siegel trägt.

## 4

L. EULER AN J.A. VON KORFF  
Petersburg, 14. (3.) Februar 1735

Hochwohlgebohrner Herr Kammer-Herr, gnädiger Herr!

In dem letzten von dem H. Prof. (Daniel) Bernoulli aus Basel erhaltenen Schreiben hat er mich berichtet daß sein *Tractatus Hydrodynamicus*, welchen er noch allhier geschrieben, in Straßburg durch den Druck in kurzem werde herauskommen, und daß er willens sey denselben Ihro Kaiserl[ichen] Majestät (Anna Ioannovna) allerunterthänigst zu dediciren; weswegen er mich gebeten bey Ew. Excellenz gehorsamst anzufragen, ob er bey diesem Vorhaben kein Bedencken zu tragen nöthig habe.

Wann ferner Ew. Excellenz für gut befinden sollten einem auswertigen Mitgließe von der Mathematischen Classe der hiesigen Academie eine jährliche Pension von 200 Rub. zu accordiren, so wie solche vormahls der H. Prof. Herman genossen, so recommendirt er dazu gehorsamst seine Person und verspricht, für solche hohe Gnade<sup>[1]</sup> nicht nur jederzeit seine eigene Arbeiten an die Academie fleissig zu überschicken, sondern auch deswegen mit den berühmtesten Mathematicis grössere Correspondenz anzustellen<sup>[2]</sup>, und daraus alles merkwürdige zu communiciren.

Er schreibt mir auch von den grossen Progressen welche der junge H. Clairaut von Paris in der Mathematic schon allbereits gemacht, und von welchem man sehr grosse Hoffnung haben könne<sup>[3]</sup>; denselben recommendirt er Ew. Excellenz als ein sehr taugliches Subjectum für die hiesige Academie.

Diese Puncten habe nun Ew. Excellenz im Nahmen des Hn Prof. Bernoullis in aller Unterthänigkeit vortragen sollen, der ich mit tiefsten Respect bin

Hochwohlgebohrner Herr Kammer-Herr, gnädiger Herr,  
Eurer Excellenz unterthänig gehorsamster Diener

Leonhard Euler.

Nr. 4 L. Euler an J.A. von Korff

R 1263 Petersburg, 14. (3.) Februar 1735

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 3, op. 1, Nr. 433, Bl. 145

Entwurf, 1 Bl. – *ibid.*, f. 136, op. 2, Nr. 1, Bl. 66

Publ.: *Materialy* 2, p. 592; *Eulers Briefwechsel* 3, p. 128–129

[1] Anstelle von «für solche hohe Gnade» hat der Entwurf «in solchem Falle».

[2] Anstelle von «deswegen mit den berühmtesten Mathematicis grössere Correspondenz anzustellen» hat der Entwurf «deswegen seine Correspondenz mit auswertigen Mathematicis zu vermehren».

[3] Die Worte «und von welchem man sehr grosse Hoffnung haben könne» fehlen im Entwurf; dieser fährt fort: «und recommendirt denselben [...]».

## 5

J.A. VON KORFF AN D. BERNOULLI  
Petersburg, [Herbst 1735]

Monsieur

S. M<sup>té</sup> Imp. ⟨Anna Ioannovna⟩ m'ayant il y a quelques mois, déclaré Chef de l'Academie des Sciences de Petersbourg, je vous aurois aussitôt fait part de cette nouvelle pour vous épargner la peine de l'apprendre par les Gazettes<sup>[1]</sup>, si je n'avois jugé à propos d'accompagner ma notification d'un Diplome scellé, comme vous voyez, du grand Sceau de l'Academie (le quel a resté quelques Semaines entre les mains du Graveur) et de lever en même temps un des griefs de quelques Membres de notre Societé qui s'étoient plaints de n'avoir pas reçu leurs Diplomes. Si vous avez encore d'autres griefs contre l'Academie, je vous prie de me les exposer sans aucun deguisement et d'être persuadé que je serai charmé de votre franchise. Je suis,

Monsieur,  
votre trèshumble serviteur

P.S. Mr. de la Croix m'a envoyé l'extrait ci-joint de son traité du Mechanisme des mouvemens des corps flottants<sup>[2]</sup>, pour apprendre le sentiment de l'Academie sur cette matiere; j'espere que Vous voudrez bien me communiquer les reflexions que vous y aurez faites.<sup>[3]</sup>

Nr. 5 J.A. von Korff an D. Bernoulli  
Petersburg, ohne Datum [Herbst 1735]  
Kanzleiabschrift, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 19, Bl. 34r  
Entwurf, 1 Bl. – *ibid.*, Bl. 32v  
Randnotiz: «Appr. m. Oct.»

[1] Im Entwurf steht an Stelle dieses Briefanfangs die folgende, durchgestrichene Passage:

«Je Vous aurois deja fait part moi même de la resolution que S. M<sup>e</sup> Imp. ⟨Anna Ioannovna⟩ avoit prise de me declarer Chef de l'Academie des Sciences de Petersbourg, pour vous épargner la peine d'apprendre cette nouvelle par les gazettes [...]»

Am Rand des Entwurfs ist die Textfassung nachgetragen, die in den (verlorenen) Brief, der nach Basel geschickt wurde, und dessen Kanzleiabschrift übernommen wurde.

[2] Cf. La Croix (1735).

[3] Dieses Postskriptum ist nur im Entwurf erhalten und fehlt in der Kanzleiabschrift. D. Bernoullis Brief an Euler vom 10. März 1736 (cf. *supra* L. 18, Anm. 3, p.190 h.v.) macht jedoch zumindest wahrscheinlich, dass La Croix' Traktat mit dem vorliegenden Brief von Korffs nach Basel geschickt wurde.

## 6

D. BERNOULLI AN J.D. SCHUMACHER

Basel, 12. September 1736

HochEdelgeborner

Insonders Hochgeehrter Herr *Bibliothecarius*!

Nachdeme ich vernommen, daß nicht nur meine bewuste pension mir ist rectificiert worden, sondern auch Ew. HEdgb. auff meine bitt hin sich selber gütigst erbotten, die erste ausbezahlung derselben, auff die dem H. Prof. Euler von mir vorgeschlagene manier, ohne fernere auffschub zu procurieren, als gebe mir die ehre gegenwärtige Zeilen an Ew. HEdgb. abgehen zu laßen, umb denselben meine erkantlichkeit zu erweisen, nebst Versicherung meiner wahren estime und ergebenheit. Dieselbe belieben mir ihre pretiose freundschaft ferner zu continuiren und versichert zu seyn, daß selbige auff alle weise zu meritiren trachten werde. Wollen Sie mich mit einem schreiben beehren und mich Dero ordres, im fahl zu einigen diensten solte geschickt befunden werden, würdigen, wird es mir eine sonderbahre frewd erweken und werde solches als eine ohnzweifelhaffte prob dero freundschaft auffnehmen.

Haben Ew. HEdgb. die unverschamte *Lettres Moscovites* von dem Roccaforte<sup>[1]</sup> gesehen? Verwichenen Sontag hat der H. Margraff von Durlach (Karl Wilhelm) in Gegenwart des H. Ambassadors Mr. le M[arquis] de Prié und vieler Vorneh[men] HH. mich darüber befragt, ja raillieren wollen; hab aber ohne mühe des *Auctoris* lächerliche impudenz gewiesen. Der H. Plapperet ist in Franckfurt verheurahtet und hat alhier von dem H. Margraffen den titul Seines Residenten gesucht und erhalten. Er war alhier so prächtig, daß ich ihn, da ich ihn das erste mahl ohnvermuhtet an dem hoff sahe, kaum kante.

Newlich hat mir der H. Marquis de Bonac {Bonnac} von Solothurn ein neues tractätl. von Mr. de la Croix geschickt, welches *eclaircissemens* über des *Auctoris* ersteres tractätl. (so mir der H. Kammerherr von Korff umb solches zu examinieren zu schicken beliebt hat) enthaltet<sup>[2]</sup>; wan es beliebig, werde auch über diese *eclaircissemens* meine *notata* schicken, und das tractätlein selber beyfügen, im fahl solches bey der Academie nicht befindlich wäre.

Ich nehme mir die freyheit Ew. HEdgb. bestermaaßen zu recommendieren einen von Meinen Nächsten Anverwanten, nammentl. H. Dr. Respinger<sup>[3]</sup>; sein alter ist ohngefähr 27 jahr; seine conversation und physionomi revenant: hat gar schöne *studia*; er ist gewiß ein trefflicher *Anatomicus* und auch ein guter *practicus*. Er ist mein *Prosector* und mein *Vicarius* umb den Spittahl zu versorgen und hat beyderseits einen großen *applausum*. Er verstehet auch die theorie gar wohl und hat bey meinem Vatter (Johann I Bernoulli) lange jahre *Collegia Mathematica* gehalten. Die unglückl. umständ seiner familien (die vorhero in großem flor und ansehen gewesen) zwingen ihn frembde dienste zu suchen. Können Ew. HochEdgb. Ihme entweder bey der Academie oder aber bey der Medicin Kantzley zu einem

honorablen dienst behülfflich seyn, so kan ich Sie versichern, daß Sie ehr mit ihm einlegen und bejderseits allen danck verdienen werden.

Schließlichen verharr mit vieler hochachtung,

Ewer HochEdelgebornen

Meines insonders hochgeehrten Herrn *Bibliothecarii*

Ergebenster Diener

Daniel Bernoulli

Basel den 12. 7bris 1736.

Nr. 6 D. Bernoulli an J.D. Schumacher

Basel, 12. September 1736

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 23, Bl. 25–26v

- [1] Damit ist das anonym veröffentlichte, gegen Russland gerichtete Pamphlet *Lettres moscovites* (Locatelli 1736) gemeint (Locatelli hatte auf seiner Reise in Russland den Decknamen Roccaforte benutzt). Das recht umfangreiche Werk wurde in französischer Sprache – mit zwei verschiedenen Titelblättern, auf denen als Druckorte Paris und Königsberg genannt waren – und gleichzeitig auch in englischer Übersetzung in London publiziert. Das Buch provozierte in Westeuropa derart heftige antirussische Reaktionen, dass beispielsweise der russische Gesandte in London, Fürst Kantemir, von der englischen Regierung zu einer offiziellen Stellungnahme aufgefordert wurde. Zwei später erschien, ebenfalls anonym, eine deutschsprachige Ausgabe mit einer heftigen polemischen Replik, die Ch.F. Gross zugeschrieben wird (Locatelli 1738).
- [2] La Croix (1736); cf. *supra* Nr. 5, Anm. 2–3, sowie L. 18, Anm. 3, p.190 h.v.
- [3] Tatsächlich waren Respinger und Daniel Bernoulli über ihre Mütter Vettern ersten Grades.

7

D. BERNOULLI AN J.A. VON KORFF

Basel, 29. September 1737

Monsieur,

Je viens de recevoir une lettre de Mr. ⟨J.S.⟩ Koenig de Berne<sup>[1]</sup>, à qui Mr. ⟨Christian⟩ Wolff de Marpurg doit avoir offert il y a quelques années une place dans l'Academie des sciences par Vos ordres: il me prie de Vous temoigner, Monsieur, la disposition où il seroit à present d'accepter une telle place, si l'on étoit encore dans les idées où l'on a été à son egard<sup>[2]</sup>. Comme j'estime beaucoup Mr. Koenig, j'ai crû qu'il falloit Vous en informer, profitant d'ailleurs avec un tres sensible plaisir de toutes les occasions de Vous marquer mes tres humbles respects.

Il me semble que le frere ⟨German⟩ de feu Mr. le Prof. ⟨Jakob⟩ Herman ne veut rien faire de bonne grace par raport aux manuscrits du defunt: mais je crois qu'il seroit facile de lui apprendre raison, s'il importoit à l'Academie d'avoir ce qui lui est dû.

J'ai l'honneur d'être avec le plus respectueux devouement,  
 Monsieur,  
 Votre tres humble et tres obeissant serviteur,  
 Daniel Bernoulli.

Bale ce 29 7bre 1737.

- Nr. 7 D. Bernoulli an J.A. von Korff  
 Basel, 29. September 1737  
 Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 25, Bl. 144r  
 Randnotiz: «Prod. et prael. in Acad. Scient. d. 7 Octb. 1737»  
 Am 18. (7.) Oktober in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 428)

- [1] Von der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und J.S. König sind keine Briefe erhalten geblieben.  
 [2] Cf. *supra* Brief L. 26, Anm. 12.

## 8

J.A. VON KORFF AN D. BERNOULLI  
 Petersburg, Oktober 1737

M<sup>r</sup>

J'ai reçu la lettre que Vous m'avez ecrite du 29 Sept. et je vous prie de faire sçavoir de ma part à M<sup>r</sup> (J.S.) Koenig que s'il lui plait d'envoyer ici les Solutions des problemes qu'il promit autrefois au Public par un Avertissement imprimé<sup>[1]</sup>, ou quelque autre Memoire de sa façon sur lequel cette Academie puisse juger de sa Capacité pour m'en faire un rapport dans les formes, si outre cela M<sup>r</sup> votre Pere et vous, Monsieur, voulez bien attester que Mr. Koenig merite à cause de son sçavoir distingué en la Geometrie Sublime la place d'un Membre de l'Academie des Sciences, je serai bien aise de l'y recevoir,<sup>[2]</sup> et je suis parfaitement,

Monsieur

à St. Petersburg ce <sup>[3]</sup> Octob. 1737.

- Nr. 8 J.A. von Korff an D. Bernoulli  
 Petersburg, Oktober 1737  
 Kopie, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 22, Bl. 206r  
 Kanzleiabschrift, 1 Bl. – *ibid.*, Bl. 155v, 157r  
 Entwurf, 1 Bl. – *ibid.*, Bl. 156r

- [1] Cf. Brief L. 14, Anm. 14.  
 [2] Im Entwurf folgt hier, durchgestrichen: «lui accorder pour cinq ans consecutifs une pension annuelle de quatre cent et soixante Roubles avec le titre de Professeur Extraordinaire».  
 [3] Die Tageszahl fehlt in der Kopie; die beiden anderen Fassungen sind undatiert.

## 9

D. BERNOULLI AN J.A. VON KORFF

Basel, 28. Dezember 1737

Monsieur,

Je me donne l'honneur de Vous adresser celle-ci à l'occasion de la nouvelle année où nous allons entrer; pour Vous témoigner les vœux que je fais pour Votre conservation, qui est si précieuse et si nécessaire pour l'Académie et pour tous ceux qui en dépendent. Comme c'est à Vous, Monsieur, que je suis redevable de l'honneur que j'ai d'être du nombre, j'espère que mes respects et mon zèle Vous seront toujours agréables.

Je n'ai pas manqué de marquer à Mr. ⟨J.S.⟩ Kœnig de Berne ce que Vous m'avez ordonné: il m'a répondu qu'il est un peu occupé pour le présent, mais qu'il aura l'honneur d'envoyer dans peu une ou deux pièces de sa façon à l'Académie.

J'ai l'honneur d'être très respectueusement,

Monsieur,

Votre très humble

et très obéissant serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 28 10br. 1737

Nr. 9 D. Bernoulli an J.A. von Korff

Basel, 28. Dezember 1737

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 25, Bl. 168v

Randnotiz: «Pr. d. 21 Apr. 1738»

Am 2. Mai (21. April) 1738 in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 474)

## 10

D. BERNOULLI AN J.A. VON KORFF

Basel, 24. Mai 1738

Monsieur,

Je me donne l'honneur de Vous donner avis par la présente, que j'ai remis il y a 3 semaines à un Marchand d'ici une Caisse signée B:K: qu'il m'a promis de Vous envoyer francé jusqu'à Hambourg ou Lubec {Lübeck}: j'espère que Vous la recevrez peu de temps après celle-ci. Vous y trouverez, Monsieur, onze exemplaires de mon ouvrage hydrodynamique, desquels je Vous supplie de présenter quelquesuns à S. A. S. Monseigneur le Duc de Courlande ⟨E.J. Biron⟩, à qui j'ai pris la liberté de le dédier sur l'assurance, que Vous m'avez fait donner que ce Prince ne prendrait pas de mauvaise part ces marques de ma soumission.



Il y a aussi une lettre pour S. A. scellée sous un cachet volant, laissant à votre choix de la Lui remettre ou de la supprimer, s'il y avoit quelque chose qui put ne Vous etre pas agreable ou à l'Academie, que je ne perds jamais de vue. Oserois-je Vous prier aussi de remettre de ma part un exemplaire avec mes plus profonds respects à S. E. M[on]s[ei]g[neur] le C[omte] D'Osterman, dont j'ai l'honneur d'etre connu.

J'espere aussi, Monsieur, que Vous meme, qui etes le Chef de cette Academie, sous les auspices de laquelle l'ouvrage a eté composé, accorderez bien une place à un exemplaire parmi vos Livres. Pour les autres, Vous les distribuerez à votre bon plaisir: s'il n'y en a pas assez pour en donner un à Mess<sup>rs</sup> Schuemacher, Goldbach, Delisle, Euler et (G.W.) Kraft {Krafft}, j'en enverrai encore quelques exemplaires. Si j'avois occasion de faire presenter un exemplaire à Mons<sup>r</sup> le Baron de Keyserling, je ne manquerois pas d'en profiter. Vous m'obligerez, Monsieur, infiniment, si vous vouliez employer votre autorité pour faire examiner cet ouvrage par l'Acad<sup>e</sup> et me faire communiquer ses remarques, dont je profiterai avec toute la docilité et reconnaissance possibles dans l'Edition françoise, qui doit se faire bientot<sup>[1]</sup>. J'ai l'honneur d'etre avec un profond respect,

Monsieur,  
Votre tres humble et tres  
obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 24. May 1738.

Nr. 10 D. Bernoulli an J.A. von Korff

Basel, 24. Mai 1738

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 26, Bl. 58–59r

Randnotiz: «Prod. et praelect. d. 2 Jun. 1738»

Am 13. (2.) Juni 1738 in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 485)

[1] Die Herausgabe einer französischen Übersetzung der *Hydrodynamik* verzögerte sich zunächst aus verlegerischen Gründen. Nach dem Erscheinen der vordatierten *Hydraulik* seines Vaters verzichtete der schwer gekränkte Daniel Bernoulli endgültig auf eine Neuausgabe seines Hauptwerks (cf. die Briefe L. 30 und L. 33 sowie Mikhajlov 2002, p. 34–35).

11

D. BERNOULLI AN J.D. SCHUMACHER

Basel, 24. Mai 1738

Bale ce 24. May 1738

HochEdelgeborner,  
Hochgeehrtester Herr *Bibliothecari*.

Von H. Prof. Euler habe ich vernommen, daß I[hro] K[ayserliche] M[a]jestaet[  
⟨Anna Ioannovna⟩ Ewer HochEdelgb. den titul und die dignitet eines Rahts bey der  
Acad<sup>e</sup> allergnädigst conferiert: worzu ich Denselben (wie auch dem H. Justiz Raht  
Goldbach, deme eine gleiche ehr solle wiederfahren seyn) von hertzen gratuliere,  
und wünsche daß diese stapfel Ew. HEdgb. nach Dero meriten noch höher füh-  
ren möge<sup>[1]</sup>. Dem H. Kammerh. ⟨von Korff⟩ deme ich einige exemplar von meiner  
*Hydrodynamic* überschickt, habe ich angedeütet, daß mir wurde lieb seyn, wan er  
Ew. HEdgb. und dem H. Goldbach eines praesentierete; wan Dieselbe mehrere ex-  
emplar verlangten umb vielleicht solche als ein *opus Academicum* einigen Herren  
zu offerieren, belieben Sie nur zu disponieren, wie mir dan jederzeit nicht nur hier-  
in sondern auch in allen übrigen stucken eine sonderbahre freude machen werde,  
Ew. HEdgb. einige marques meines deuouements geben zu können.

Es hat mir newlich H. Prof. Schoepflin zu verstehen geben, daß da er erschen  
daß man in unsere Academie auch leüt auffnehme die die belles lettres profitieren,  
er sich eine ehr daraus machen wurde auch auffgenommen zu werden. Ich habe  
ihme geantwortet, daß solches nunmehr viel schwärer seye als bey dem Etablis-  
sement und neuen Reglement der Acad.<sup>e</sup> und zu verstehen gegeben daß hierzu nicht  
nur die meriten und die berühmtheit in den wißenschafften erfordert werden, son-  
dern auch einige meriten gegen die Acad.<sup>e</sup> und diejenigen, darvon Sie dependiert  
worzu er genugsame gelegenheit gehabt hätte in seinen jährl[ichen] *panegyricis in*  
*Ludovicum* ⟨Louis XV⟩, welche sehr aestimiert werden und durch die gantze welt  
lauffen<sup>[2]</sup>; vielleicht wurde er für das künfftige sich mehr laßen angelegen seyn alles  
was Rußland *Glo[r]iam* exaltieren kan. Es ist mir leyd gewesen, da sie in Paris  
einige Membra angenommen, sie den H. de Maupertuis nicht darunter gerechnet,  
welcher ohne zweiffel *inter Academicos Parisinos* der gröste *mathematicus* ist und  
der accreditierteste, und der mit mir als mit der Rußischen Acad<sup>e</sup> Correspondant  
eine genawe correspondenz wurde entreteniert haben, die ich getrachtet hätte zum  
besten der Rußisch-Kayserl[ichen] Acad.<sup>e</sup> zu wenden. Er wird von seinem buch, so  
er über die Lapländische expedition verfertigt<sup>[3]</sup>, einige exemplar naher Rusland  
schicken. Es hat mich aber alhier gedunckt, als wan dieser H. Maupertuis und der  
H. Del'isle nicht in einer alzugenawen verständnuß seyen, welches vielleicht mag die  
ursach gewesen seyn, daß dazumahl des H. Maupertuis nicht ist gedacht worden.  
Mes respects et obeïssances à Mad.<sup>e</sup> Schuemacher et Mons<sup>r</sup> et Mad.<sup>e</sup> Henninger.  
N'oubliez pas non plus je Vous prie Mons<sup>r</sup> Goldbach. Si je puis Vous etre utile à  
quelquechose dans ce paÿs je Vous prie de m'honorer de Vos ordres, afin que je

puisse Vous faire voir plutot par des effets que de simples assurances ce parfait attachement avec lequel j'ai l'honneur d'etre,

Monsieur  
Votre tres humble et tres  
obeïss[ant] serviteur,  
Daniel Bernoulli]

P.S. Ich habe vor etwas zeits dem H. ⟨J.S.⟩ Koenig in *Bern* auff des H. KammerH. ⟨von Korff⟩ befehl bedeütet, er solle einige *specimina* auff Petersburg schicken, welches er versprochen: weiß aber nicht ob solches geschehen ist<sup>[4]</sup>.

Nr. 11 D. Bernoulli an J.D. Schumacher  
Basel, 24. Mai 1738  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 23, Bl. 178–179r

- [1] Schumacher und Goldbach hatten im Spätherbst 1737 den Titel eines Kollegienrats (6. Rang nach der offiziellen Rangtabelle) erhalten. Schumacher wurde 1754 zum Staatsrat (5. Rang), Goldbach 1766 sogar zum Geheimrat (3. Rang) ernannt.
- [2] Als Professor der Eloquenz an der Universität Strassburg pflegte Schoepflin ab 1722 zum Geburtstag des Königs Ludwig XV. und zu anderen Feierlichkeiten in der königlichen Familie Festreden zu halten, die jeweils auch an die aktuellen politischen Ereignisse anknüpften und deren Verbreitung im Druck ihm den Ruf eines gewandten Redners eintrug.
- [3] Cf. Maupertuis (1738a).
- [4] Cf. die Briefe Nr. 8 und 9 dieses Anhangs.

## 12

D. BERNOULLI AN J.A. VON KORFF  
Basel, 9. August 1738

Monsieur,

Il y a plusieurs semaines que j'ai reçu la lettre, que Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire<sup>[1]</sup> et je sens que je serois fort blamable d'avoir tant tardé à y repondre, s'il avoit été en mon pouvoir de m'aquitter plutot de mon devoir. Je dois, Monsieur, Vous remercier avant toutes choses des nouvelles marques de Votre bienveillance, dans laquelle je vois que j'ai le bonheur de m'affermir de plus en plus; j'espere que Vous ne douterez point de ma reconnoissance et de l'application que j'aurai toujours à m'en rendre digne, s'il est possible.

Mons<sup>r</sup> ⟨J.S.⟩ Koenig de Berne paroît avoir changé de dessein de chercher de l'emploi à l'Academie<sup>[2]</sup>.

J'espere, Monsieur, que Vous aurez reçu ma derniere lettre, par laquelle je me donnois l'honneur de Vous donner avis de l'envoi des exemplaires de mon *Hydrodynamique* et que meme Vous aurez reçu actuellement la caisse<sup>[3]</sup>.

J'ai reçu du depuis une lettre de Mr. de Maupertuis, qui m'a demandé si je croiois que son livre seroit bien reçu à Petersbourg s'il se donnoit l'honneur d'y

envoyer quelques exemplaires, sur tout à Vous, Monsieur, qu'il sait etre le Chef de l'Academie<sup>[4]</sup>. Comme c'est un livre extremement interessant et fort bien ecrit à tous egards, je l'ai plutot confirmé que detourné dans ses desseins; je crois qu'il y ajoutera un exemplaire pour S. A. S. Monseigneur le Duc de Courlande (E.J. Biron) et peutetre meme pour S.M.I. (Anna Ioannovna) outre l'Academie et quelques Academiciens et je Lui ai marqué Votre adresse sachant, comme je fais, combien vous estimez et protegez le vrai merite par tout, où il se trouve. Peutetre, Monsieur, voudrez Vous lui faire voir, que Vous avez pris en bonne part ses attentions: En ce cas oserois-je prendre la liberté de Vous faire une proposition qui est de l'aggreger à l'Academie; il le merite autant que personne au monde et je suis seur, qu'il y seroit sensible autant qu'on peut et qu'on doit l'etre: je crois aussi que cette aquisition seroit bien avantageuse à notre Academie et j'espererois à mon particulier d'en avoir plus d'occasion de pouvoir la servir avec quelque succès. Au reste quoique je sois fort Ami de Mr. de Maupertuis, c'est plutot le zele pour notre Academie, qui me fait faire cette proposition, que toute autre vue, Vous suppliant, Monsieur, tres humblement au cas, qu'il y eut quelque obstacle, de la supprimer<sup>[5]</sup>. Mons<sup>r</sup> (Jacques) Cassini s'etoit d'abord revolté contre les Observations faites en Laponie, mais du depuis il est devenu plus docile et a baissé pavillon, desorte que l'aplatissement de la terre paroît etre mis à present hors de doute.

J'ai l'honneur d'etre avec toute la veneration et respect possible,

Monsieur,  
 Votre tres humble et tres  
 obeissant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 9 aoust 1738.

P.S. J'envoye ci-joint à Mess<sup>rs</sup> De L'isle et Euler des memoires, qui concernent l'Academie<sup>[6]</sup>.

Nr. 12 D. Bernoulli an J.A., von Korff

Basel, 9. August 1738

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 26, Bl. 89–90r

Randnotiz: «Prod. et prael. d. 28 Aug. 1738»

Am 8. September (28. August) 1738 in der Akademischen Konferenz vorgelesen

[1] Dieser Brief ist nicht erhalten geblieben.

[2] Cf. *supra* Brief Nr. 7.

[3] Cf. *supra* Brief Nr. 10.

[4] Von Maupertuis ist bloss ein Brief vom 27. (16.) April 1738 erhalten geblieben, in welchem er D. Bernoulli mitteilt, der Druck seiner *Figure de la Terre* (Maupertuis 1738) sei abgeschlossen und er werde das Buch an Bernoulli senden, sobald die Druckbogen getrocknet seien (Bibl. Basel, L Ia 710, Bl. 133–133v).

[5] Cf. *infra* Brief Nr. 13, Anm. 1.

[6] Von D. Bernoullis Brief an Delisle vom selben Datum hat sich in der Universitätsbibliothek Basel ein Auszug erhalten, in dem die Methode zur Bestimmung der Gestalt der Erde

mittels Vermessung eines Längengrads skizziert wird (Bibl. Basel, L Ia 676, Bl. 135). Der Brief an Euler, dem Bernoullis Abhandlung über die Anwendung des Prinzips der lebendigen Kräfte auf die Bewegung der Himmelskörper (1747, DB. 29) beilag, ist in Petersburg erhalten geblieben (cf. *supra* Brief L. 33, insb. Anm. 8).

## 13

D. BERNOULLI AN J.A. VON KORFF

Basel, 7. März 1739

Monsieur,

La maniere gracieuse, avec laquelle Vous avez bien voulu faire recevoir Mr. de Maupertuis à l'Academie des sciences, m'est une preuve de la continuation de Votre bienveillance et que Vous n'avez point été offensé de la liberté que j'avois prise de Vous en faire la proposition, quoique je sache bien au reste, que le merite seul de ce Savant a été un motif plus que suffisant pour Vous y déterminer. Je ne saurois Vous dire, Monsieur, combien il m'a temoigné d'être sensible à l'honneur qu'on vient de Lui faire et il ne manquera pas de Vous le temoigner lui meme aussitot apres son retour à Paris, où il trouvera la patente, que Vous avez eu la bonté de lui envoyer<sup>[1]</sup>.

Je suis fâché, que la caisse qui contenoit une douzaine d'exemplaires de mon ouvrage, ne soit pas arrivé à Petersbourg et je le serois sur tout, si Son Altesse Serenissime, MonSeigneur le Duc de Courlande (E.J. Biron) étoit informé de ce que je me suis donné l'honneur de le lui dedier, sans qu'il sçut la raison, pourquoi on ne lui en a point encore offert de ma part. Si cette caisse arrive encore, je me flatte toujours que Vous me ferez la grace de lui presenter autant d'exemplaires, que Vous trouverez à propos<sup>[2]</sup>.

Faites moi aussi celle d'être persuadé que je suis avec tout le respect imaginable, Monsieur,

Votre tres humble et tres  
obeïssant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 7. mars 1739.

Nr. 13 D. Bernoulli an J.A. von Korff

Basel, 7. März 1739

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 28, Bl. 55–55v

Randnotiz: «Prod. et prael. d. 16 Mart. 1739»

Am 27. (16.) März 1739 in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 540)

- [1] Maupertuis war am 8. September (28. August) 1738 zum Ehrenmitglied der Petersburger Akademie ernannt worden; das entsprechende Diplom wurde ihm durch den russischen Gesandten in Paris, Fürst Kantemir, zugestellt (cf. *Protokoly* 1, p. 496, 519).
- [2] Infolge von Schwierigkeiten beim Transport – vermutlich zu Schiff – erreichten die gedruckten Exemplare der *Hydrodynamik* Petersburg erst Ende März oder Anfang April 1739, fast ein Jahr nach der Veröffentlichung. – Cf. *infra* Brief Nr. 15 sowie Mikhajlov (2002, p. 25f).

## 14

## L. EULER AN DIE PETERSBURGER AKADEMIE

Petersburg, [März 1739]

Gehorsamstes Memorial an die Kaiserl. Academie der Wissenschaften.

Weilen der Hr. Professor Daniel Bernoulli auss Basel mit der letzten post mir ausdrückliche vollmacht gegeben, ihme seine pension vom vorigen jahre, so bald dieselbe ausgezahlt wird, per wexel zu übermachen, wie aus seinem eigenen hier beygefügtten briefe zu ersehen<sup>[1]</sup>; als ersuche gehorsamst, obgedachte pension des Hrn. Prof. Daniel Bernoulli an mich, wie bissher geschehen, gegen quittanz auszahlen zu lassen, damit ich ihm dieselbe mit erster antwort remittiren könne<sup>[2]</sup>.

Leonhard Euler

Nr. 14 L. Euler an die Petersburger Akademie

R 1970c Petersburg, ohne Datum [März 1739]

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 3, op. 1, Nr. 45, Bl. 161

Randnotiz: «Prst. in cancell. acad. d. 17 martii 1739»

Publ.: *Materialy* 4, p. 53

- [1] Der hier erwähnte Brief D. Bernoullis ist uns nicht bekannt.
- [2] Dieser Eingabe ist eine «Kanzley-Resolution» beigelegt:

«Resol. Weilen unterm d. 12-ten vorigten monaths resolviret worden, zu bezahlung derer vorjährigen schulden 14873 Rbl. 76 Cop. in ausgabe zu bringen, so soll dieser Posten von 200 Rbl. aus obiger summa genommen, gegen quitung in rechnung ausgebracht und die ordres dazu expediret werden.

Hoffmann, act.»

Hinsichtlich des Eingangs von D. Bernoullis Pension für 1738 in Basel cf. *supra* Brief L. 39.

15

J.A. VON KORFF AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 12. (1.) Mai 1739

Monsieur

Je ne Vous écris cette Lettre que pour Vous faire savoir que j'ai rendu moi-même à S. A. S. Monseigneur Le Duc de Courlande (E.J. Biron) et à la Famille Ducale les exemplaires du livre que Vous Leur aviez destinés, et que j'ai fait distribuer les autres à quelques uns de nos Academiciens. Ils Vous en temoignent tous leur reconnoissance, et je Vous remercie de tout mon Coeur de l'exemplaire dont Vous m'avez fait présent.

Ayant ainsi satisfait à ce que Vous aviez désiré de moi, je serai bien aise de Vous temoigner en plus d'occasions que je suis parfaitement

Monsieur

Votre tres humble et très  
obeïssant Serviteur

de Korff

à St Petersburg le 1 Mai 1739.

Nr. 15 J.A. von Korff an D. Bernoulli  
Petersburg, 12. (1.) Mai 1739  
Kopie, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 27, Bl. 133r  
Kanzleiabschrift, 1 Bl. – *ibid.*, Bl. 168v  
Randnotiz: «A Mons<sup>r</sup> Dan. Bernoulli»  
Randnotiz auf der Kopie: «Concordat. Tiedeman»

16

D. BERNOULLI AN J.A. VON KORFF  
Basel, 16. Mai 1739

Bale ce 16 may 1739

Monsieur,

Je viens d'apprendre par Mons<sup>r</sup> Euler la gracieuse reception, que Son Altesse Serenissime Monseigneur le Duc de Courlande (E.J. Biron) a faite à mon ouvrage<sup>[1]</sup>. Si cette nouvelle m'a rempli de joye, elle ne m'a pas inspiré moins de reconnoissance pour Vous, sachant, Monsieur, que c'est à Vous que j'en suis redevable. Je Vous fais aussi mes tres humbles remercimens pour la pension, que Vous avez eu la bonté de me faire remettre pour l'année 1738. Je Vous supplie, Monsieur, de me fournir des occasions pour me rendre un peu digne, s'il est possible, des graces continuelles, qu'on me fait en Russie: mon zele saura toujours suppleer à mon peu de merite.



Si Vous trouviez à propos, Monsieur, qu'on presentat encore d'autres exemplaires de mon livre, je Vous prie de me le faire savoir, j'en pourrai à present envoyer autant qu'on me demandera et je n'aurois pas manqué d'en envoyer d'abord un plus grand nombre, si j'en avois eu alors d'avantage.

J'ai l'honneur d'être avec tout le respect possible,

Monsieur,

Votre tres humble et tres-  
obeissant serviteur

Daniel Bernoulli

Nr. 16 D. Bernoulli an J.A. von Korff

Basel, 16. Mai 1739

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 28, Bl. 105

Randnotiz: «Prod. et prael. d. 25 May 1739»

Am 5. Juni (25. Mai) 1739 in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 474)

- [1] Euler hatte den Empfang der Widmungsexemplare der *Hydrodynamik* und deren wohlwollende Aufnahme durch Biron also vermutlich in seinem heute verlorenen Brief vom 4. April (24. März) 1739 bestätigt, der auch den Prima-Wechsel für D. Bernoullis Pension enthielt (cf. Brief L. 39, Anm. 1).

17

D. BERNOULLI AN J.A. VON KORFF

Basel, 26. März 1740

Monsieur,

À peine avois-je reçu l'honneur de Votre gracieuse lettre, que j'en ai senti les effets par la remise de ma pension pour l'année precedente. Je Vous en fais, Monsieur, mes tres humbles actions de graces et Vous supplie d'agréer toujours mes attentions et les petits services que je pourrai rendre à l'Academie. Vous me verrez certainement toujours embrasser avec plaisir toutes les occasions pour Vous temoigner mon respect et ma soumission à Vos ordres.

Mr. Euler m'a marqué les ordres que Vous avez donnés pour de nouvelles observations sur les marées, qui ne manqueront pas, à ce que j'espere, de decider cette question aussi ancienne que l'existence des hommes<sup>[1]</sup>. C'est une grande obligation que Vous Vous etes attiré du public. Il est vrai qu'il n'est pas possible de deviner au juste ce qui doit arriver aux ports septentrionaux de Russie, où l'on doit faire ces observations, à cause de la grande irregularité de l'Ocean et d'une infinité de circonstances accidentelles; je crois pourtant que la theorie suffit pour y determiner les marées en gros et pour en predire les proprietés principales. Si j'avois une copie des instructions dressées par Mr. Euler<sup>[2]</sup> et une legere ebauche de la situation d'Archangel {Arkhangel'sk}, de Kilduin et de la mer qui baigne ces endroits,

je ne desespererois pas d'en venir à bout. Vous savez sans doute, Monsieur, que Mons<sup>r</sup> l'Ambassadeur de Russie (A.D. Kantemir) a fait recevoir de l'Academie de Paris la piece de Mr. Euler, quoiqu'arrivée à ce qu'ils disent aprez le terme<sup>[3]</sup>. Il a franchi par là le plus grand obstacle.

Je prends la liberté de joindre ici ce billet pour Mr. Euler<sup>[4]</sup>, en attendant que j'aye l'honneur de lui ecrire.

Je suis avec un profond respect,  
Monsieur,  
Votre tres humble et tres  
obeissant serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 26. mars 1740.

P.S. Je n'ai pas reçu la seconde du billet de change: ce qui cependant n'a été d'aucune consequence.<sup>[5]</sup>

Nr. 17 D. Bernoulli an J.A. von Korff  
Basel, 26. März 1740  
Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 29, Bl. 33–33v  
Randnotiz: «Prod. et prael. d. 25 Apr. 1740»  
Am 6. Mai (25. April) 1740 in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 1, p. 608)<sup>[6]</sup>

- [1] Zur Planung und Auswertung dieser Beobachtungen im hohen Norden cf. die Briefe L. 40, 41 und 43.
- [2] Cf. Brief L. 43, Anm. 3.
- [3] Es handelt sich um Eulers Pariser Preisschrift über die Gezeiten (E. 57), die in der Post verloren gegangen war und deren nachträglich über Kantemir eingereichte Kopie erst nach einer Intervention Korffs beim Sekretär der Pariser Akademie doch noch zum Wettbewerb zugelassen wurde (cf. Brief L. 43, Anm. 3).
- [4] Die hier erwähnte Beilage für Euler scheint nicht erhalten geblieben zu sein.
- [5] Cf. Brief L. 39, Anm. 1 und PS.
- [6] Bereits am 4. Mai (23. April) 1740 war K. von Brevern zum neuen Präsidenten der Petersburger Akademie ernannt worden; D. Bernoullis Brief an seinen Vorgänger J.A. von Korff wurde in der Akademischen Konferenz dennoch vorgelesen.

18

D. BERNOULLI AN J.D. SCHUMACHER  
Basel, 15. August 1744

Ex litteris Cl. Danielis Bernoulli ad Ampl. Dn. Consil[iarium] Schumacherum datis de Bâle 15 Aout 1744.

Vous me ferez plaisir, Monsieur, d'insérer dans le X Tome de nos *Memoires* toutes les pieces qui restent encore de moi, si vous le jugez convenable<sup>[1]</sup> et je fournirai de nouveaux memoires pour les autres tomes. Comme je suis le premier Auteur de plusieurs matieres que je traite dans les pieces qui sont actuellement à l'Academie, elles perdroient la grace de la nouveauté, si on differoit de les imprimer. Je me donne l'honneur conformement à ce que Vous avez la bonté de me marquer d'écrire à S. A. M[on]s[ei]g[neu]r Le Prince Trubezkoi {Trubeckoj} et mon intention ayant été principalement de diriger mes vues plutot du côté de l'Academie en general que de celui des Professeurs Pensionnaires Etrangers, j'ai jugé à propos de vous l'envoyer *sub sigillo volante* me remettant entierement à vous d'envoyer ma lettre à S. A. ou de la supprimer si elle n'étoit pas conforme à vos intentions, etc.

Nr. 18 D. Bernoulli an J.D. Schumacher

Basel, 15. August 1744

Exzerpierte Kopie, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 1, Bl. 197r

Randnotiz: «Prod. et prael. 1744 d. 7 Dec.»

Am 18. (7.) Dezember 1744 in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 43)

- [1] Weil der 10. Band der *Petersburger Commentarii* nur Abhandlungen aus dem Jahr 1738 enthalten sollte, wurden dort nur zwei Arbeiten D. Bernoullis publiziert (1747, DB. 29, 30). Sechs weitere Abhandlungen Bernoullis, die Petersburg später erreicht hatten, erschienen erst 1750/51 in den Bänden 11–13 (für die Jahre 1739, 1740 und 1741–43). – Cf. Brief L. 69, Anm. 5.

19

D. BERNOULLI AN K.G. RAZUMOVSKIJ  
Basel, 12. November 1746

Monsieur!

J'ai reçu les deux lettres, qu'il a plû à Votre Excellence de m'adresser et j'ai été également sensible à l'une et à l'autre<sup>[1]</sup>. Comme rien ne m'est plus pretieux que l'honneur de Votre bienveillance, rien aussi ne sauroit egaler la satisfaction que je sens en me trouvant honoré de Vos ordres. J'ai lû et examiné le projet de M.<sup>r</sup> Ferretti pour resoudre la question des longitudes et je l'ai trouvé tel que Votre Excellence a prévu que je le trouverois, c'est à dire, tout à fait chimerique<sup>[2]</sup>. Si notre homme est tant soit peu raisonnable, je me flatte que les remarques, que

j'ai l'honneur de ci-jointre, le desabuseront, s'il s'agit de bonne foy, on lui feroit voir qu'il s'est adressé fort mal, s'il nous a pris pour des dupes. Votre Excellence voudra-t-elle bien me permettre, de Luy dire, qu'Elle a trop de bonté pour ces sortes de gens. Si vous voulez, Monsieur, par un excés de complaisance ecouter de semblables gens, vous serez continuellement accablé de longitudes, de quadratures du cercle, de mouvemens perpetuels et d'autres projets semblables. Depuis longtems on n'ecoute plus ces gens-là ni à Paris ni à Londres. Je supplie au reste Votre Excellence de continuer à m'employer de quelle maniere, qu'Elle le trouvera convenable. Je ne manquerai pas non plus, Monsieur, de concerter avec M.<sup>r</sup> Euler, ce qu'on pourra faire pour donner plus de lustre aux memoires, qu'on doit inserer à l'avenir dans les *Commentaires* de l'Academie, qui se sont soutenus jusqu'ici avec toute la dignité possible; comme il y a encore plusieurs pieces de ma façon, qui n'ont point été imprimées, il seroit en quelque façon superflu d'en envoyer d'autres; mais je le ferai aussitot, qu'il n'y en aura plus. On me feroit grand plaisir de mettre precisement la date à celles que j'ai actuellement envoyées, lorsqu'elles s'imprimeront, parcequ'elles contiennent des nouvelles decouvertes, que d'autres à qui je les avois communiquées, ont trouvées dignes pour s'en parer, comme M.<sup>r</sup> Euler en est parfaitement bien informé et qui sera toujours pret à me rendre justice.

Oserois-je, Monsieur, m'adresser encore à la protection de Votre Excellence pour ma pension, que je n'ai point reçue depuis la fin de l'année 1740, quoiqu'elle me soit due en vertu d'un contrat et non en pure donation, comme aux autres Pensionnaires Etrangers. Si le fonds de l'Academie ne permet pas de payer actuellement les arrerages, je m'en remets entierement à la generosité, qui est si particuliere à Votre Excellence, de me faire remettre tout ce qu'elle voudra faire en ma faveur. Ce me sera un tres sensible plaisir d'en etre uniquement redevable à la protection de Votre Excellence à la quelle je prends tout mon refuge. Mais je supplie tres humblement Votre Excellence, que si la situation des affaires ne permet pas encore de faire absolument rien pour moi, de continuer egaleement à m'honorer de ses ordres, qui me seront toujours le plus grand fruit de mes travaux et de mes attentions, ayant l'honneur d'etre avec un profond respect,

Monsieur,  
De Votre Excellence  
le tres humble et tres  
obeissant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 12. 9bre 1746.

Je dois encore informer Votre Excellence, que je n'ai reçu l'honneur de sa dernière, que mardy passé. Si vous voulez, Monsieur, donner ordre, qu'on me fasse tenir aussi le 9.<sup>e</sup> tome des *Commentaires*, je serai bien sensible à cette marque de Votre bienveillance.

Nr. 19 D. Bernoulli an K.G. Razumovskij

Basel, 12. November 1746

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, r. V, op. B-15, Nr. 4, Bl. 1–2v

- [1] Keiner der erwähnten Briefe ist erhalten geblieben.
- [2] Es handelt sich um eine Abhandlung über die Ermittlung der geographischen Länge mit Hilfe der Sonnenparallaxe, die der sonst unbekannte italienische Astronom Stefano Ferretti der Petersburger Akademie zur Beurteilung eingereicht hatte (cf. *supra* Brief L. 82, Anm. 17). Die Schrift (Ferretti 1746) wurde dort am 23. (12.) September vorgelegt und am 21. (10.) Oktober vorgelesen. Das Archiv der Akademie besitzt darüber ein – ebenfalls sehr kritisches – Gutachten aus der Feder von L. Euler (*Petersb. Ms.* Nr. 380). Die im folgenden erwähnten Bemerkungen D. Bernoullis scheinen hingegen nicht erhalten geblieben zu sein.

20

K.G. RAZUMOVSKIJ AN L. EULER

Petersburg, 24. (13.) Juni 1747

à M<sup>r</sup> Euler

ce 13 Juin 1747

Monsieur

La lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire le 13 de may m'a ete d'autant plus agreable que la resolution de M<sup>r</sup> <Daniel> Bernoulli dont elle fait mention m'a charmé<sup>[1]</sup>.

Comme j'ay beaucoup d'Estime pour ses merites et son savoir, j'ay bien voulu en donner [d]es preuves reelles, en luy accordant des avantages que j'auois bien de la peine d'accorder [à] un autre qu'à luy. Ayant donc luy déclaré rondement mon sentiment, j'espere qu'il [n]e se donnera pas la peine de marchander avec moy.

Au reste je remets cette negotiation entre vos mains sans scrupule, etant bien persuadé que vous n'avez moins d'ardeur pour l'avancement des Sciences dans le Nord, que j'en ay moy même, et que vous [s]entez bien, avec quel plaisir vos compatriotes apprendront, que deux d'entre eux y ont le plus de part.

Je suis

Monsieur<sup>[2]</sup>

P. P.<sup>[3]</sup>

1. Il s'engage comme Membre et Geometre de l'Academie des Sciences de St. Petersburg pour ..... Annees.

2. Il travaillera pour les *Commentaires* et dirigera les conferences et la correspondance avec les sçavans sous les ordres du President et dans son absence sous ceux de la Chancellerie.

3. Il sera dispensé de donner des leçons, mais en echange il formera deux ou trois sujets capables dans sa science.

4. L'Academie aucontraire luy accorde par ordre de Sa Majesté Imp[eriale] <Elizaveta Petrovna> un salaire annuel de 1200 R<sup>s</sup> qui luy seront regulierement payés tous les quatre mois de la somme de l'Academie sans en rabattre quelque chose et le payement commencera au jour de son arrivée à St. Petersb[ourg].

On luy remettra 300 R<sup>s</sup> pous les fraix de son voyage.

[Et] il disposera luy meme de sa Pension de Membre honoraire [e]n faveur de son Pere ou de son frere <Johann II> comme il luy plaira. Et on luy payera les arrerages après son arrivée à St. Petersb[ourg] ou plutôt si cela se pourra.

Nr. 20 K.G. Razumovskij an L. Euler

R 2042 Petersburg, 24. (13.) Juni 1747

Kopie, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 33, Bl. 176–177v

- [1] L. Eulers Brief vom 13. Mai 1747 an K. Razumovskij konnte bisher nicht aufgefunden werden (cf. *Eulers Briefwechsel* 2, p.100). Offenbar hatte Euler darin – etwas voreilig – D. Bernoullis prinzipielle Zusage für ein erneutes Engagement an der Petersburger Akademie übermittelt (cf. *supra* Brief L. 83, Anm. 2, und L. 86, Anm. 1).
- [2] Grussformel und Unterschrift fehlen in der erhaltenen Kopie.
- [3] Die Floskel «P[raemissum] P[raemittendum]» bezieht sich zweifellos auf die (nach einheitlichen Vorgaben formulierte) Präambel des Vertragsentwurfs, die in der erhaltenen Kopie fehlt.

## 21

[J.D. SCHUMACHER]<sup>[1]</sup> AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 2. Dezember (21. November) 1747

Monsieur,

L'amitié qui est entre nous m'oblige absolument de vous donner avis d'une Resolution prise à la Chancellerie, entierement contraire à vos intérêts, et d'un discours sur votre chapitre lorsqu'on y traitoit de nouveaux engagements des Academiciens invités pour prendre place à l'Academie. Le President <K. Razumovskij> montrant votre lettre, que vous avez ecrite à M<sup>r</sup> Euler<sup>[2]</sup>, nous disoit, qu'il ne se fâchoit pas tant de votre refus, chacun etant maitre de sa fortune, que de son inconsideration d'avoir parlé à Sa Maj<sup>te</sup> Imp[eriale] <Elizaveta Petrovna> qui se souvenoit de vous, et à d'autres Seigneurs de la Cour, de cet engagement comme deja fait, y ayant été entraîné par votre silence et par des avis qu'il recevoit du dehors. Pour l'amour de Dieu prenez courage Monsieur, et venez icy pour recueillir les honneurs et les richesses qui vous attendent. Pour colorer votre demarche, marquez je vous prie Monsieur au President, que M<sup>r</sup> votre Pere <Johann I Bernoulli> touché de vos prieres, avoit consenti à la fin que vous puissiez vous absenter de Bâsle pour deux ou trois ans; que Son Excell. aye la grâce de joindre à la place de geometrie celle de secretaire dont M<sup>r</sup> Goldbach a été pour autre fois. Vous sçavez Monsieur combien elle est honorable dans une Academie; j'ajoute qu'Elle vous sera

aussi profitable. Car elle vous donnera l'occasion de vous mettre bien avant dans les graces de Son Excell., qui est un Seigneur de Consequence à la Cour, à qui ne manquent pas des moyens de vous procurer des avantages considerables ou icy, ou alors, quand vous voudrez vous retirer d'icy. Proposez en même temps si vous le trouvez apropos, M<sup>r</sup> Votre frere Jean (Johann II Bernoulli) pour la place de Mechanicien à 800 R<sup>es</sup> par an, et priez son Excell. de vouloir vous accorder une Pension de 1500 R<sup>es</sup> et celle de 200 R<sup>es</sup> à M<sup>r</sup> votre Pere comme membre honoraire. Voicy des avantages reels. Reflechissez donc Monsieur ladessus, et donnez moy votre reponse incessamment. En attendant je menageray les ordres qui doivent etre expediés au Commissaire pour qu'ils n'ayent pas leurs effets jusqu'au temps où je crois que vos lettres puissent arriver en reponse de celle cy à St. Petersburg.

Je suis avec beaucoup de Consideration  
Monsieur  
Votre très humble et  
très obeissant Serviteur<sup>[3]</sup>

à St. Petersb. ce 21 Nov. 1747.

Nr. 21 [J.D. Schumacher] an D. Bernoulli  
Petersburg, 2. Dezember (21. November) 1747  
Kanzleiabschrift, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 33, Bl. 173–174v  
Randnotiz: «A Mr Daniel Bernoulli à Basle»

- [1] Der Name des Verfassers dieses Briefs fehlt in der erhaltenen Kanzleiabschrift. Sowohl die darin enthaltenen Insider-Informationen aus der Führung der Akademie als auch die Tatsache, dass der Text in einer Abfolge von Briefen Schumachers in die Kopierbücher der Akademie abgeschrieben wurde, machen jedoch dessen Autorschaft wahrscheinlich. Zudem erwähnt Schumacher in einem Brief vom selben Tag an Euler, er habe D. Bernoulli vor den Konsequenzen seines Verhaltens gewarnt, mit dem er «gar kein Egard vor das Aufnehmen der Academie» beweise und nicht nur Razumovskij, sondern auch den Hof gegen sich einnehme (cf. R 2151: Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 33, Bl. 168–169v; *Eulers Briefwechsel* 2, p. 110).
- [2] Hier ist wahrscheinlich D. Bernoullis Brief an L. Euler vom 16. (5.) August 1747 (L. 84) gemeint. – Die Protokolle der Akademischen Konferenz für die Zeit vom 25. (14.) August 1747 bis zum September 1748 fehlen.
- [3] Die Unterschrift fehlt in der erhaltenen Kanzleiabschrift (cf. *supra* Anm. 1).



[J.D. SCHUMACHER]<sup>[1]</sup> AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 6. April (26. März) 1748

Monsieur

Son Excell. M<sup>r</sup> le President ⟨K. Razumovskij⟩ ne comprenant pas comment vous pouvez refuser par de raisons si foibles des avantages si considerables qu'Elle vous a offerts par un nouvel engagement, et ayant une juste apprehension, qu'il y ait dans cette negociation quelque mes-entendû, qui vient ou de vous ou de ceux à qui Elle en a donné la commission; Elle m'a ordonné de m'adresser à vous Monsieur immediatement, pour vous faire sçavoir son intention sans aucune ambiguité et sans reserve, et pour apprendre de vous même, vôtre derniere resolution. Son Excell. donc souhaite, que vous vous engagiez à l'Academie pour deux ou trois ans ou pour autant d'années que vous voulez, en qualitez de Geometre et de Secretaire des Conferences. Elle vous accorde un salaire annuel de 1600 R<sup>s</sup> et 300 R<sup>s</sup> pour les fraix de votre voyage. Elle vous permet de choisir tel que vous voulez, qui jouira de Votre Pension pendant que vous serez icy. Quand vous retournerez dans Votre Patrie la meme Pension vous sera continuée, et à Votre arrivée à S<sup>t</sup> Petersbourg vos arrerages vous seront payés sans delay. Vous serez exempt de donner des leçons, et vous ne serez chargé d'aucun travail etranger. Au sur plus si vous croyez, qu'une lettre de notre ministere de la part de Sa Maj<sup>te</sup> Imp. ⟨Elizaveta Petrovna⟩ aux Seigneurs de la Ville de Bâle vous pourra etre utile, ou à acclereler votre depart, ou à conserver votre Place de Professeur, Son Excell. la vous procurera. Si vous persisterez Monsieur dans le refus après vous avoir offert des propositions si raisonnables, vous mettrez Monsieur le President dans des soupçons qui pourront etre nuisibles à bien d'Autres. C'est ce que j'ay l'honneur de vous mander Monsieur par ordre de Son Excell. en attendant votre reponse. Je suis très parfaitement

Monsieur<sup>[2]</sup>

S<sup>t</sup> Petersbourg 26. Mars 1748.

Nr. 22 [J.D. Schumacher] an D. Bernoulli  
Petersburg, 6. April (26. März) 1748  
Kanzleiabschrift, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 36, Bl. 260–261r

[1] Der Name des Verfassers dieses Briefs fehlt in der erhaltenen Kanzleiabschrift; der Inhalt macht jedoch Schumachers Autorschaft wahrscheinlich.

[2] Grussformel und Unterschrift fehlen in der erhaltenen Kanzleiabschrift (cf. *supra* Anm. 1).

## 23

D. BERNOULLI AN KATHARINA II.

Basel, 30. Juli [1763]

Trés Auguste, très-Haute et très Puissante Imperatrice  
Tres Gracieuse Souveraine.

Le Suppliant sous-signé, ci-devant Professeur ordinaire, actuellement honoraire de l'Academie des sciences de Votre Majesté Imperiale, encouragé par les actes de Justice, de Clemence et de la plus profonde Sagesse, dont Elle sait illustrer chaque moment de son Auguste Regne, ose du fonds de la Suisse s'aprocher du Pied de Son Trone Imperial et s'y prosterner pour Luy presenter avec la plus respectueuse soumission cette très-humble requête.

C'est, très-Haute, très Puissante et tres-Auguste Imperatrice, sous le Regne de Sa Majesté Imperiale Pierre Premier de Glorieuse et Immortelle Memoire, que j'eus l'honneur d'être apellé à l'Academie Imperiale des Sciences l'an 1725 conjointement avec mon frere (Niklaus II), qui mourut à Petersbourg l'année suivante et dont l'Auguste Imperatrice Catharine de Glorieuse Memoire (Katharina I.) ordonna très-gracieusement, qu'on fit les funerailles avec distinction et à ses fraix. Mon engagement fut pour 5 ans, aprez lesquels le foible etat de ma santé fut cause, que je demandai ma demission; mais le depart des Sieurs Herman et Bulfinger rendoit le mien plus difficile; on me pressa fort de rester encor quelque tems et on eut la generosité de me laisser le maitre des conditions: Vaincu par un procedé si gracieux je me determinai malgré mon peu de santé à me conformer aux desirs que l'on vouloit bien me temoigner; mes demandes furent, premierement que je serois libre en tout tems de partir; en second lieu qu'on augmenteroit ma pension de 400 Roubles et enfin qu'aprez mon depart je jouirois du titre de Professeur honoraire et pensionnaire de l'Academie Imperiale des sciences avec une pension viagere de 200 Roubles sans que cette pension m'engageat à rien; j'ajoutois ces derniers mots uniquement pour prevenir toute difficulté, car j'étois bien resolu et je m'en suis toujours fait gloire de vouer toutes mes attentions à l'Academie dont j'avois tant de lieu de me louer: On m'acorda facilement ces trois demandes et les Sieurs Blumentrost alors President et Schumacher faisant la fonction de Directeur m'assurerent positivement, que c'étoit par ordre de Sa Majesté Imperiale alors Regnante (Anna Ioannovna). Là dessus je restai encor trois ans à S. Petersbourg et j'en partis l'an 1733: ma pension stipulée de 200 Roubles me fut payée fort exactement jusqu'à l'an 1741, qu'on me la paya pour la derniere fois et de mon coté quoique libre je n'ai pas cessé d'observer de mon mieux les interets de l'Academie, d'avoir un commerce réglé avec elle, d'executer ses ordres et de fournir des memoires pour etre inserés dans ses *Commentaires*; jamais je n'ai manqué de zele et il n'a pas tenu à moi d'être employé plus souvent et autant que ma situation paroissoit l'exiger, car ayant l'honneur d'être des Academies les plus illustres de l'Europe et nommement de celles de Paris, de Londres et de Berlin, il semble qu'on auroit pu imaginer plus de moyens pour m'employer. Cependant on cessa tout d'un coup de

me payer ma pension contractée pour le reste de mes jours et payée pendant huit ans consecutifs et cela sans m'alleguer aucune raison. Je fis d'abord des sollicitations, ensuite je recourus aux remontrances sur la dureté exercée contre moi par les Administrateurs des fonds Academiques, que je ne croyois pas avoir meritée et dont j'ignore les motifs jusqu'à ce jour. Aprez vingt et trois ans de privation et sur la fin de mes jours il me reste la douce consolation de pouvoir implorer la Grace et la Justice de Votre Majesté Imperiale, la plus Grande et la plus Gracieuse Souveraine, que la Divine Providence ait accordé à l'Humanité pour faire sa felicité et ses delices. Veuillez cette meme Providence, toujours propice aux vœux publics, repandre ses plus pretieuses benedictions sur le glorieux Regne de Votre Majesté Imperiale.

Bale en Suisse  
ce 30 juillet 1730<sup>[1]</sup>.

Daniel Bernoulli  
Professeur Honoraire et Pensionnaire  
de l'Academie Imperiale des Sciences

Nr. 23 D. Bernoulli an Katharina II. von Russland  
Basel, 30. Juli [1763]  
Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, r. V, op. B-15, Nr. 5, Bl. 1–2r

- [1] Die falsche (eindeutig verschriebene) Jahreszahl ist zweifellos auf die Erinnerung an das Datum des Vertrags zurückzuführen, auf den sich Daniel Bernoulli beruft (cf. *supra* Nr. 3, p. 952 h.v.). Die korrekte Datierung auf den 30. Juli 1763 findet sich am Ende eines Memorandums, das Bernoulli am selben Tag an den Akademie-Präsidenten K.G. Razumovskij richtete (Archiv Petersburg, r. V, op. B-15, Nr. 5, Bl. 9–10r).

## 24

J. VON STÄHLIN AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 3. Februar (23. Januar) 1767

Monsieur

Jamais avec plus de plaisir je ne me suis acquitté d'une Commission, que de la presente, étant chargé de S. Ex.<sup>ce</sup> M.<sup>r</sup> le Comte Wolodimer Grigoriewitch Orloff, le digne Chef de notre Academie Imp<sup>le</sup> des Sciences, de Vous mander, que dans la perquisition de l'état de l'Acad.<sup>e</sup> dont nous sommes chargé par ordre speciale de S. M. Imp<sup>le</sup> (Katharina II.), il s'est trouvé entre autres choses, et attesté<sup>[1]</sup> par moi et M.<sup>r</sup> Euler, que Vous étiez compté cidevant parmi nos membres honoraires étrangers et pensionnaires de l'Acad.<sup>e</sup> pendant quelques années après Votre depart de Petersbourg<sup>[2]</sup>.

Son Ex.<sup>ce</sup> M.<sup>r</sup> le Comte et les Membres de la Commission Imp<sup>le</sup> auprès de l'Acad.<sup>e</sup> n'étant pas en droit, et ne pouvant point entrer dans le detail des tems

passés, où l'on a retranché, Dieu sait pourquoi, les pensions à quelques membres Honoraires qui en étoient dotés, viennent d'ajuger de nouveau la pension ordinaire de Rbl<sup>s</sup> 200 par an, à un certain nombre de nos membres étrangers Honoraires, fixé dans le Reglement de l'Acad.<sup>e</sup>, et nommement à ceux, qui se sont distingué jusqu'ici par leur merite, et qui sont encore en état de remplir les conditions annexes à cette pension savoir 1) de contribuer de tems en tems des piéces à nos *Commentaires*, 2) d'entretenir la Correspondence avec nôtre Acad.<sup>e</sup> et 3) de se charger quelquesfois de ses Commissions.

Parmi ceux, Mons.<sup>r</sup> Vous êtes regardé comme un des premiers, et en Consequence de ce Sentiment de nôtre Acad.<sup>e</sup> j'ai l'Honneur de Vous annoncer par la presente, que<sup>[3]</sup> dès le Commencem<sup>t</sup> de l'année cour<sup>te</sup> 1767 Vous ayez à compter sur la pension ordinaire de notre Acad.<sup>e</sup> savoir de Rbl<sup>s</sup> 200 par an, en qualité de son membre Honoraire et pensionnaire<sup>[4]</sup>.

Vous felicitant de tout mon coeur de cette distinction, par la quelle l'Acad.<sup>e</sup> rend justice à Votre merite, j'espere que Vous ne tarderez pas de nous marquer par Votre réponse, que Vous acceptez cet offre de l'Acad.<sup>e</sup> aux conditions cidessû mentionnées.

En meme tems Vous me pourrez marquer, Mons.<sup>r</sup> par quelle voye vous voulez que l'Acad.<sup>e</sup> Vous adresse par demiannées le montant de V.re pension. Tout ce que je pourrai contribuer à V.re satisfaction, me servira à ma propre satisfaction pour Vous témoigner mon ancienne estime et la parfaite consideration avec la quelle je suis

Monsieur  
Vôtre très humble  
et obeissant servit<sup>r</sup>

Jq.<sup>s</sup> de Stehlin

S<sup>t</sup> Peterbourg ce 23. Janv. v.st. 1767.

Adresse

Pour l'Academie Imp[er]iale des Sciences de S.<sup>t</sup> Peterbourg  
à Son Secretaire perpetuel M.<sup>r</sup> de Stehlin, Conseil.<sup>er</sup> d'Etat de S. M. I.<sup>le</sup>  
à S.<sup>t</sup> Peterbourg.

Nr. 24 J. von Stählin an D. Bernoulli  
Petersburg, 3. Februar (23. Januar) 1767  
Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 724, Bl. 143–144r  
Entwurf, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 49, Bl. 20r  
Am 30. (19.) Januar durch Stählin in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 590)

[1] Der Entwurf hat hier «confirmé».

[2] Der Entwurf hat hier «[...] parmi nos membres étrangers ou honoraires pensionnaires, ayant tiré en effet la pension de l'Acad.<sup>e</sup> pendant quelques années après Votre démission de cette Acad.<sup>e</sup>».

- [3] Der Entwurf hat hier «que du 1.<sup>e</sup> Janv<sup>r</sup> [...]».
- [4] Der Entwurf hat hier «[...] sur une pension *viagere* de R. 200 par an, en qualité de membre Honoraire et pensionnaire de l'Acad.<sup>e</sup> Imp[eria]le des Sciences de S<sup>t</sup> Peterb[our]g».
- Unter dem Datum vom 19. (8.) Januar 1767 vermerkt das Protokoll der Akademischen Konferenz (*Protokoly* 2, p. 589) zu diesem Beschluss:

«Bey dieser Gelegenheit wurden die Umstände der vergangenen Zeit untersucht, durch welche der Herr Daniel Bernoulli um die ehemahls von der Academie genossene Pension gekommen sey, und in Betracht, dass ihm Unrecht geschehen, beschloss des Herrn Chef Hochgräfliche Erlaucht (Orlov), ihm vom Anfang gegenwärtigen Jahres an die Academische Pension von Rbl. 200 auf die gewöhnlichen Bedingungen wieder angedeihen zu lassen, welches ihm der Conferenz-Secretair (Stählin) in einem Schreiben anzuzeigen habe.»

25

D. BERNOULLI AN J. VON STÄHLIN

Basel, 7. März 1767

Bale ce 7. Mars 1767.

J'accepte avec plaisir et sur tout avec la plus respectueuse reconnoissance l'offre gracieuse, que Vous m'annoncez de la part de son Excellence, Mons.le Comte Wolodimir Grigoriewitsch Orlov, et au nom de la Commission Imperiale etablie pour la direction de l'Academie des Sciences. Je regarde, Mr. la pension ordinaire de 200 Roubles, dont je dois jouir d'orenavant en qualité de Professeur honoraire et pensionnaire Etranger plutôt, comme une nouvelle grace emanée du trone de la plus grande Souveraine du monde (Katharina II.), que comme un retablissement dans mes anciens droits, et cette consideration me la rend plus pretieuse: elle m'engagera aussi à faire tous les efforts, dont je puis encore être capable pour meriter une distinction aussi glorieuse, c'est dans cette intention, que je me donne l'honneur d'ecrire à M.<sup>r</sup> Euler pour concerter avec ce grand homme ce que je pourrai faire pour le service de l'Academie Imperiale<sup>[1]</sup>.

Recevez aussi, Monsieur, et agréez les remercimens, que je Vous dois en particulier, et n'usez d'aucune reserve pour m'employer. Vous avez la bonté de me demander par quelle voye je souhaite de recevoir le payement de ma pension: je crois, que le plus court sera de m'envoyer une lettre de change sur quelque Banquier accredité d'Amsterdam, qu'il me sera facile de negocier ici.

Je finis en me recommandant à la continuation de Vos bontés, et de Votre amitié, et en Vous suppliant, d'être persuadé de la consideration et de l'estime toute particuliere, avec la quelle j'ai l'honneur d'etre etc., etc.

Nr. 25 D. Bernoulli an J. von Stählin

Basel, 7. März 1767

Kanzleiabschrift, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 50, Bl. 37–37v

[1] Cf. D. Bernoullis Brief an L. Euler vom selben Datum (L. 105).

26

D. BERNOULLI AN J. VON STÄHLIN

Basel, 30. Mai 1767

Bale ce 30. may 1767.

Monsieur,

J'ai l'honneur de Vous adresser le memoire ci-joint, en Vous priant de le soumettre de ma part au jugement de l'Academie<sup>[1]</sup>. C'est une analyse preliminaire qui doit servir de base à un autre memoire et les deux sujets ne m'ont pas paru avoir assez de raport entre eux pour etre traités à la fois; si Messieurs les Aca-demiciens honorent de leur aprobation ces deux memoires, il conviendra de les donner dans un meme volume; je ne manquerai pas pour cette fin d'envoyer le second dans le cours de l'année. Quand je saurai de plus près les intentions et les vues de l'Academie je tacherai de m'y conformer de mon mieux. Son Excellence, M. le Comte <V.G.> Orloff m'a fait l'honneur de m'assurer, qu'elle me feroit parvenir ses ordres dans l'occasion et je les recevrai avec autant de reconnoissance que d'aplication à les executer. J'ai l'honneur d'etre avec la plus parfaite consideration,

Monsieur,

Votre tres humble et tres-obeïssant serviteur

Daniel Bernoulli.

Nr. 26 D. Bernoulli an J. von Stählin

Basel, 30. Mai 1767

Orig., 1 Bl. – UB Tartu, Sammlung Schardius, Nr. 261

[1] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Anwendung der Infinitesimalrechnung auf die Wahrscheinlichkeitstheorie (1768, DB. 55).

27

J. VON STÄHLIN AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 18. (7.) Juli 1767

le 7. Juill<sup>t</sup> 1767.M<sup>r</sup>

La Piece que j'ai eu l'honneur de recevoir de Vous, il y a un couple de semaines a trouvé l'accueil le plus favorable de notre Acad.<sup>e</sup>. Non seulement elle a été communiquée aux Academiciens qui font profession des Mathematiques, mais aussi preluë dans une des dernieres Assemblées<sup>[1]</sup> de l'Acad.<sup>e</sup>. M<sup>r</sup> Euler le pere, retabli depuis peu parfaitement d'une indisposition qui a duré quelques mois, et qui ne laissa de donner quelquefois des apprehensions pour sa vie, en est charmé<sup>[2]</sup>, et avec lui tous les autres Academiciens Vous prient de vouloir bien adresser à l'Acad.<sup>e</sup> si tôt qu'il Vous sera possible le memoire promis, au quel la piece ou l'analyse sert de base. L'un et l'autre est destiné au Tom. XII de nos *Commentaires*, dont on fera incessam<sup>t</sup> l'arrangement des pieces. Le Tom. XI est actuellement sous la presse, et sa sortie ne s'accroche qu'à la gravure des dernieres planches qu'y entrent<sup>[3]</sup>.

M.<sup>r</sup> (S.G.) Gmelin, digne neveu de l'auteur (J.G. Gmelin) de la *Flora Sibirica* est chez nous depuis 3 mois. Pendant ce tems il s'est occupé à ranger les plantes et leur description pour le III.<sup>e</sup> Tome de la dite *Flora Sibirica* qui sera publiée sitôt que les planches qui occupent actuellem<sup>t</sup> 5 de nos graveurs seront achevées<sup>[4]</sup>. Nos Astronomes sont bien occupés à dresser une vingtaine d'officiers marins que l'ammirauté nous a fourni par ordre de S. M. I.<sup>le</sup> (Katharina II.) pour les employer en differents endroits de l'Empire de Russie à l'observation future 1769 du passage de Venus par le Soleil. S. M. I.<sup>le</sup> portée avec zèle pour cette observation exactissime, comme pour tout ce qui peut contribuer aux progres des Sciences, nous a très gracieusem<sup>t</sup> accordé une somme à part de R. 10 m[ille] pour nous procurer d'ici, de Paris et de Londres les Instrumens necessaires pour les dites observations. M<sup>r</sup> le D.<sup>r</sup> Pallas de Berlin est attendû ici ces jours, pour remplir la chaire de l'histoire naturelle. Pour remplacer dignement M<sup>r</sup> Lehmann, dans la Profession de la Chymie et Metallourgie, nous n'avons pas pû trouver depuis 6 mois un sujet digne de cette place. Si Vous en savez, Vous aurez la bonté de nous en donner part. Vous obligerez l'Acad.<sup>e</sup> et

M<sup>r</sup> ..... Votre ...

Nr. 27 J. von Stählin an D. Bernoulli  
Petersburg, 18. (7.) Juli 1767  
Entwurf, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 49, Bl. 20v

- [1] D. Bernoullis Abhandlung über die Anwendung der Infinitesimalrechnung auf die Wahrscheinlichkeitstheorie (1768, DB. 55) wurde in der Akademischen Konferenz am 13. (2.) Juli vorgelesen und fand deren «völligen Beyfall» (cf. *Protokoly* 2, p. 608).  
[2] Cf. L. Eulers Brief L. 106 vom Juni 1767.



[3] Nachtrag am Rand des Entwurfs: «A propos, si les derniers Tomes de cet ouvrage vous manquent, vous me le pouvez marquer. Je tacherai volontier de Vous les procurer».

[4] Cf. J.G. Gmelin (1747–1769).

## 28

D. BERNOULLI AN J. VON STÄHLIN

Basel, 12. September 1767

Monsieur,

J'ai reçu la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire le 7. juillet<sup>[1]</sup>; ce ne sera pas ici une reponse à tous les articles, je me reserve cet honneur là pour la fin du mois prochain, contant d'être debarassé à lors de plusieurs affaires, que j'ai actuellement sur les bras et d'être assez libre vers ce tems là pour le second memoire, que je destine à l'Academie. Ce qui m'engage actuellement à me donner l'honneur de vous écrire, c'est l'article des missions Academiques pour observer le passage prochain de Venus sur le disque du Soleil, que vous avez eu la bonté de me marquer; Mons.<sup>r</sup> Euler m'en parle aussi et me dit qu'on pourroit bien employer encor un habile astronome pour ce grand objet<sup>[2]</sup>; il n'en falloit pas tant pour exciter mon zèle. J'ai pensé aussi tot à M.<sup>r</sup> Mallet de Geneve autrefois mon disciple, qui a fait de grands et rapides progrès dans tout ce que les mathematiques renferment; cet habile mathematicien s'est ensuite jetté du coté de l'astronomie et il a eu occasion tant en Angleterre qu'en France de se perfectioner dans cette sublime science tant pour la theorie que pour la pratique et vous savez Monsieur, qu'il est egalelement rare et necessaire de posseder ces deux branches à la fois. J'ai donc voulu sonder M.<sup>r</sup> Mallet, persuadé qu'il pourroit rendre de grands services; j'étois à la verité bien informé de tout ce qui devoit le detourner d'une telle fatigante et penible entreprise; fils unique et d'une famille honorable, qui vit dans l'opulence; outre qu'il est incommodé d'ailleurs d'un racourcissement de jambe, qui ne lui en permet pas un usage entierement libre, toutes ces circonstances n'étoient pas trop favorables à mes vues; mais je connoissois d'un autre coté l'ardeur de son zele pour l'astronomie, qui lui feroit braver tous les obstacles et toutes les fatigues. Enfin je l'ai trouvé tout disposé à entrer dans mes idées: il m'a meme prié de lui envoyer une lettre pour vous à laquelle il pourroit joindre la sienne<sup>[3]</sup>: si l'Academie aprouve ce que j'ai fait, et qu'elle veuille le tourner à son profit, vous pourriez, Monsieur, adresser vos lettres immediatement à Geneve à Mons.<sup>r</sup> Mallet fils de M.<sup>r</sup> le Capitaine (J.R. Mallet); Vous jugez bien, que je n'ai eu garde de compromettre en aucune façon l'Academie: j'abandonne cette affaire à sa prudence et à son zele pour le service de Sa Majesté Imperiale (Katharina II.).

J'ai l'honneur d'être avec la consideration la plus profonde et toute l'estime, qui vous est due,

Monsieur,  
 Votre tres humble et tres-  
 obeissant Serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 12. septembre 1767.

Nr. 28 D. Bernoulli an J. von Stählin  
 Basel, 12. September 1767  
 Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 50, Bl. 120–120v, 121v  
 Am 16. (5.) Oktober in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 619–620)

- [1] Cf. Brief Nr. 27 dieses Anhangs.
- [2] Cf. L. Eulers Brief L. 106.
- [3] Mallets Brief an Jakob von Stählin wurde am 16. (5.) Oktober der Akademischen Konferenz vorgelegt (Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 50, Bl. 122–123).

29

D. BERNOULLI AN J. VON STÄHLIN  
 Basel, 28. Oktober 1767

Monsieur

C'est avec un plaisir tout particulier, que j'ai appris par votre dernière du 7.<sup>e</sup> juillet l'accueil favorable que l'Académie a bien voulu faire à mon premier mémoire<sup>[1]</sup>. Ce précieux suffrage m'a encouragé à composer ce second mémoire, que j'ai l'honneur de vous adresser<sup>[2]</sup>; j'ose me flatter que mes Confrères le recevront avec la même bonté; le sujet en est tout nouveau et peut devenir intéressant par la suite, car le plus souvent il ne faut qu'un seul exemple pour exciter les plus grands génies à travailler sur le même sujet. J'ai donné un pareil essai dans les *Mémoires* de l'Académie de Paris 1760<sup>[3]</sup>, dont le succès a surpassé mon attente et qui a engagé M.<sup>r</sup> D'Alembert à l'imiter longtemps avant qu'il ait pu être rendu public<sup>[4]</sup>; on verra du moins par ces mémoires un usage tout nouveau des calculs dans des choses qui n'en paroissent pas susceptibles. Je vouerai avec plaisir à notre Académie ce qui me reste encore de forces, mais je me flatte aussi qu'on me fera toucher les débris de ma pension avec une entière exactitude; c'est sur quoi je prends la liberté de m'expliquer plus amplement avec Mons.<sup>r</sup> Euler; j'espère, Monsieur, que vous aurez la bonté d'appuyer ma demande auprès de notre Illustre Chef (V.G. Orlov) déjà porté par lui-même à me donner des preuves de la bienveillance dont il m'honore et zélé pour la gloire de l'Académie.

Malgré mes recherches je n'ai pu deterrer dans ces pays aucun habile Chimiste, qui voulut prendre quelque engagement: mais sur ce que M.<sup>r</sup> Euler m'avoit marqué que l'Académie pourroit bien employer encore un habile Astronome pour

l'observation de Venus, j'ai cru de mon devoir de vous proposer un M.<sup>r</sup> Mallet de Geneve, jeune homme à grands talens, que je juge en état de rendre de tres bons services et dont le plus grand si non l'unique motif d'une si grande entreprise est l'avancement des sciences: j'ai envoyé ma lettre à M.<sup>r</sup> Mallet lui meme pour accompagner la sienne<sup>[5]</sup>; il peut y avoir deux mois de cela et depuis je n'ai plus entendu parler de cette affaire.

M.<sup>r</sup> de la Lande, avec qui vous etes en relation, connoit particulièrement M.<sup>r</sup> Mallet, de sorte que s'il s'agissoit de plus amples informations il n'y auroit qu'à s'adresser au dit M.<sup>r</sup> de la Lande. Les nouvelles aquisitions que l'Academie a trouvé occasion de faire dans les personnes de Mess.<sup>rs</sup> <S.G.> Gmelin, Pallas et <C.F.> Wolf nous promettent de grands succès pour l'avancement des sciences, qui feront le departement de ces savans.

Vous avez la bonté, Monsieur, de m'offrir les Volumes des *Comment. Acad. Petrop.* qui pourroient me manquer; comme je viens de faire transporter mes livres, ils se trouvent dans un desordre à ne pouvoir Vous dire ce qui me manque encor; je crois d'avoir 14 volumes des anciens *Commentaires* et c'est, je pense, tout ce qu'il y a d'imprimé; mais je n'ai trouvé que les 4<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> volumes des *Commentarii novi*; j'aurai l'honneur de vous repondre plus positivement là dessus, la premiere fois que j'aurai celui de vous ecrire.

J'ai l'honneur d'être avec la plus parfaite estime,

Monsieur,

Votre tres humble et tres-

Obeïssant serviteur

Daniel Bernoulli.

Bale ce 28. octobre 1767.

Nr. 29 D. Bernoulli an J. von Stählin

Basel, 28. Oktober 1767

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 50, Bl. 127–128r

Randnotiz: «Rep[ondu] le 20 9bre»

Am 23. (12.) November durch Stählin in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 626)

[1] Cf. Brief Nr. 27 dieses Anhangs, Anm. 1.

[2] Es handelt sich hier um D. Bernoullis Abhandlung über die mittlere Dauer von Ehen (1768, DB. 56).

[3] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die durch Pocken verursachte Sterblichkeit und den Nutzen der Inokulation dagegen (1766, DB. 51).

[4] Cf. d'Alembert's Abhandlungen (1768c, d, e) im 4. Band seiner *Opuscules mathématiques*.

[5] Cf. Brief Nr. 28, Anm. 3.

J. VON STÄHLIN AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 1. Dezember (20. November) 1767

Monsieur

Addressant par l'ordinaire d'aujourd'hui ma Lettre de Réponse, et dans la même la Resolution de S. E. M<sup>r</sup> le Direct<sup>r</sup> de notre Academie (V.G. Orlov) à M.<sup>r</sup> Mallet pour Geneve<sup>[1]</sup>, je me reprocherois, si je ne la voulois pas accompagner aussi d'une petite Let.<sup>re</sup> à Vous qui a accompagné la Sienne à moi.

Pour le detail de la dite Réponse, j'ai prié M.<sup>r</sup> Mallet de Vous en communiquer la Copie<sup>[2]</sup>, pour Vous faire voir, de quel poid a été V<sup>re</sup> Recommandation en sa faveur.

Je n'en mande donc, que tout court, que l'Academie a agréé ses offres de vouloir se prêter à une de nos missions pour l'Observation du passage de Venus etc. lui accordant Rbl. 300 pour les fraix de voyage de Geneve pour Peterb[our]g, et Rbl.<sup>s</sup> 800 de pension par an: pourvû qu'il arrive ici dans le printems prochain ou au plus tard dans le mois de Juin.

Vôtre second Memoire<sup>[3]</sup>, Monsieur, nous est bien parvenu. Il est assez curieux et digne de Vos recherches. Actuellem<sup>t</sup> il passe de main en main de nos Academiciens. M<sup>r</sup> Euler, le pere, ne l'a pas encore vû ou entendu, quoiqu'il l'a attendu avec impatience. Une fièvre (peut être de la mauvaise Saison de l'automne) l'ayant attaqué depuis quelques semaines, il s'en est remis gr[âce] à D[ieu] assez, mais il est encore si affoibli, qu'il ne se peut faire encore les lectures ordinaires. Je suis sûr qu'il sera charmé de cette piece, qu'il se fera lire si tôt qu'il se portera mieux.

Cependant je pense de l'insérer dans le XII.<sup>me</sup> Tome de nos *Novi Commen[tarii]* qui dans les premiers jours de l'année prochaine sera remis en Mspt. à nos Imprimeurs, puisque l'XI.<sup>me</sup> sortira incessamment de la presse.

Ce que je viens de Vous mander de la lecture de M<sup>r</sup> Euler, s'étend et s'entend aussi de la lett.<sup>e</sup> que Vous lui avez adressé au sujet de Vos arrerages<sup>[4]</sup> auprès de l'Acad.<sup>e</sup>. De ma part Vous pouvez être persuadé que je ne manquerai ni de conferer avec lui sur les moyens de renouveler Ses intercessions auprès de S. E. M<sup>r</sup> le Direct<sup>r</sup> C<sup>te</sup> Orloff, ni d'appuyer de mon mieux les tentatives de M.<sup>r</sup> Euler quand S. E. sera de retour avec la Cour de Moscou, ce que sera dans le Commencem<sup>t</sup> du mois de fevrier.

Qu'est ce que me pourroit ravir d'un plaisir plus sensible, que de nous voir reussir en Vôtre faveur? Car je suis sans fard

Monsieur

Vôtre Ami et

trés h[um]ble Servit<sup>r</sup>

Jq.<sup>s</sup> de Stehlin

St Peterb[our]g, le 20. 9bre v. st. 1767.

Nr. 30 J. von Stählin an D. Bernoulli  
 Petersburg, 1. Dezember (20. November) 1767  
 Orig., 1 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 724, Bl. 145–145v  
 Entwurf (mit geringen textlichen Abweichungen), 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3,  
 Nr. 49, Bl. 11r

- [1] Eine Kopie von Stählins Brief an Mallet vom selben Datum findet sich in den Kopierbüchern der Akademie (Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 49, Bl. 12–13).
- [2] Am untern Seitenrand des Entwurfs des gegenwärtigen Briefs findet sich der Text einer an Mallet gerichteten Notiz, aus der auch hervorgeht, dass Stählins Brief an D. Bernoulli via Genf nach Basel geschickt wurde:
- «P.S. à M.<sup>r</sup> Mallet.  
 Ne voudriez Vous pas communiquer ma let.<sup>e</sup> ou d'en adresser la Copie à M<sup>r</sup> (Daniel) Bernoulli, qui sera impatient de savoir la reussite de sa Recommendation en votre egard. Je m'en raporte dans ma lettre ci-jointe que Vous aurez la bonté d'expedier par la 1.<sup>ere</sup> ordinaire pour Bâle.»
- [3] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die mittlere Dauer von Ehen (1768, DB. 56).
- [4] Cf. D. Bernoullis Brief an L. Euler vom Herbst 1767 (L. 107, p. 806 h.v.).

## 31

D. BERNOULLI AN J. VON STÄHLIN

Basel, 20. Januar 1768

Monsieur,

J'ai trois lettres de votre part devant moi, dont je n'ai pu encor avoir l'honneur de vous accuser la reception. Je commencerai cette reponse par la derniere du 10 Xbre 1767, par laquelle vous avez eu la bonté de m'envoyer une lettre de change de la valeur de 200 Roubles sur Amsterdam<sup>[1]</sup>; je negocierai cette lettre aux premiers jours et en attendant l'avis, qu'elle ait été acquitée, j'ai l'honneur de vous envoyer ci-joint une reconnaissance d'avoir reçu cette lettre de change, qui pourra en meme tems servir de quittance pour le payement de ma pension; cependant, Monsieur, si vous trouvez qu'il faille encor une quittance je serai pret de suivre là dessus votre avis. Vous avez encor l'amitié pour moi de me donner l'option du payement par semestre ou par année: un certain milieu m'accommoderoit le mieux; ce seroit de m'envoyer ma pension par année, mais de l'anticiper assez pour que je puisse negocier ma lettre sur la fin de chaque année. C'est à peu près comme vous l'avez fait cette fois; cependant je m'en remets à tout ce que votre amitié (qui me sera toujours infiniment pretieuse et que je cultiverai tout le reste de mes jours avec une attention proportionnée au prix que j'y mets) vous dictera. Au reste, Monsieur, je vous fais ici tous les remercimens que je vous dois de tous vos bons offices; je m'estimerai bien heureux toutes les fois que vous trouverez l'occasion de m'employer soit pour votre service personnel soit pour celui de notre Academie, à laquelle je me voue entierement; voudriez vous bien être mon Interprete à cet egard auprès de Son Excellence, Monsieur le Comte Orlov et lui faire agréer

les temoignages de ma respectueuse reconnoissance des bontés dont ce Seigneur m'honore.

Mons.<sup>r</sup> Mallet n'a pas manqué de m'envoyer par le premier ordinaire Votre seconde lettre du 20.<sup>e</sup> novembre v. st.<sup>[2]</sup>. Je suis bien sensible à la confiance que la Direction Academique m'a temoignée dans cette occasion et en meme tems bien persuadé, qu'on ne pouvoit rien proposer de plus utile pour les missions, dont il s'agit; je trouve que c'étoit tres bien fait de presser M.<sup>r</sup> Mallet de hater son depart et de se rendre à Petersbourg avant la fin du mois de juin, car il y aura beaucoup de choses à concerter entre les differens Missionnaires et je crois M.<sup>r</sup> Mallet tres capable de diriger tout ce grand ouvrage; il m'a demandé mon avis sur les propositions qu'on lui fait et qu'il m'a communiquées en m'envoyant une copie de la votre: voici ce qu'il me dit<sup>[3]</sup>:

«Les endroits destinés pour l'observation ne m'effrayent point; je suis bien decidé à cet egard à entreprendre le voyage; pour les conditions, je ne puis gueres en juger; vous pouvez savoir par experience, si elles suffisent à donner honnetement le necessaire, car je ne demande rien de plus; j'aurois fort souhaité avoir plus de tems de reste avant le depart pour plusieurs preparatifs utiles, comme l'etude de la langue allemande, un peu d'histoire naturelle etc.»

J'ai cru qu'il etoit bon de menager de tels sentimens dans un homme de famille; je lui ai donc simplement repondu, que le tems ne permettoit pas de marchander, qu'il feroit bien de promettre d'etre à Petersbourg dans le terme prescrit, que j'étois bien sûr, que l'Academie ne pretendoit pas qu'il y mit du sien et qu'elle ne seroit pas fâchée qu'il se procurat l'honnête necessaire; que, s'il vouloit noter toutes les depenses de son voyage depuis Geneve jusqu'à Petersbourg, l'Academie pourroit bien lui bonifier le surplus de ses depenses, si les 300 Roubles ne suffiroient pas, que cependant je croyois cette somme suffisante, surtout s'il vouloit faire une partie de son voyage sur mer; qu'il seroit beaucoup plus à meme d'etudier l'allemand et l'histoire naturelle, à Petersbourg que non pas à Geneve: qu'aprez son arrivée à Petersbourg il seroit encor tems d'entrer dans un plus grand detail et j'ai fini en lui parlant de quelques observations à faire du coté de la physique. Il m'a repondu conformement à mon avis; il sera bon de lui envoyer le plutot possible la lettre de change; il est vrai au reste que depuis mon depart de Petersb[ourg] la valeur du Rouble a fort diminué pendant que tous les besoins ont excessivement rencheri. M.<sup>r</sup> Mallet pourra etre à Berlin vers le milieu du mois de may ou un peu plutot; s'il y avoit quelque chose à lui mander, on pourroit se servir du canal de Mons. le Prince (Vladimir) Dolgorouki, car il ne manquera pas de rendre ses devoir[s] à ce Ministre.

Je suis charmé du succès de mon second memoire<sup>[4]</sup>. Si cette piece est inserée dans le XII. vol. il ne faudra pas oublier de changer convenablement la citation de mon premier memoire; je viens de finir un troisieme memoire<sup>[5]</sup>, qui quoiqu'assez abstrait, renferme beaucoup de nouvelles recherches analytiques assez epineuses

et qui tend particulièrement à demontrer l'étendue d'une nouvelle methode que j'avois employée antecederment.

Vous me temoignez, Monsieur mon tres honoré Ami, des sentimens d'amitié et de bonté, que je m'appliquerai tout le reste de mes jours à meriter et que j'ose bien vous assurer de meriter actuellement; je me flatte, que vous ne confondrez pas les assurances de mon inviolable attachement avec celles d'un jeune homme, qui ne connoit guere ni le merite ni les devoirs d'une veritable amitié: toujours sensible à ces pretieux liens et n'ambitionant plus aucun autre bien, je regarde comme le plus sacré le devoir de ne jamais manquer à ses amis. Ayez la bonté de me donner de vos cheres nouvelles le plus souvent que vos occupations vous permettront; j'espere que notre amitié se cimentera de plus en plus.

Votre troisieme lettre du 22. novembre<sup>[6]</sup>, dont vous avez accompagné celle de M.<sup>r</sup> Euler me fait trembler pour la santé et la conservation de ce cher compatriote et incomparable geometre, d'autant plus que vous m'aviez deja marqué dans votre precedente le triste etat, où il se trouvoit alors<sup>[7]</sup>. Je me ferois conscience de troubler le repos d'une tête aussi chere à la Republique des lettres: j'aurai le plaisir et l'honneur de m'entretenir avec lui, quand je le saurai bien retabli et Dieu veuille que ce soit au plutot; en attendant je vous prie de lui temoigner les vœux que je fais à cet egard et de lui faire mille complimens tant de ma part que de celle de mon frere (Johann II): Dites lui aussi que j'ai fait sa commission pour M.<sup>r</sup> le Prof. Spreng de meme que pour la famille de M.<sup>r</sup> (Christoph I) Gengenbach, qui m'a chargé de lui dire tout ce que l'amitié et la tendresse peuvent dicter.<sup>[8]</sup>

Je contoies de vous envoyer ci-joint mon troisieme memoire, mais rien ne pressant j'ai pensé que je ferois mieux de l'envoyer par M.<sup>r</sup> Mallet<sup>[9]</sup>.

Je finirai donc ici en vous reïterant les assurances de la plus parfaite estime et du plus inviolable attachement, avec lesquels j'ai l'honneur d'être,

Monsieur mon tres honoré Ami,  
Votre tres humble et tres-  
obeïssant Serviteur  
Daniel Bernoulli.

Bale ce 20. janv. 1768.

Nr. 31 D. Bernoulli an J. von Stählin

Basel, 20. Januar 1768

Orig., 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 52, Bl. 10–11v

Am 15. (4.) Februar in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 630)

[1] Dieser Brief ist nicht erhalten geblieben.

[2] Cf. Brief Nr. 30 dieses Anhangs und die dortige Anm. 2.

[3] D. Bernoulli zitiert hier den Brief vom 29. Dezember 1767, mit dem Mallet ihm Stählins Schreiben Nr. 30 weiterleitete (Bibl. Basel, L Ia 709, Bl. 161–162r). – Insgesamt sind von der Korrespondenz zwischen D. Bernoulli und Mallet in den Universitätsbibliotheken Basel und Genf die Originale von 30 Briefen aus den Jahren 1762–72 erhalten geblieben.

[4] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die mittlere Dauer von Ehen (1768, DB. 56).



- [5] Cf. *infra* Anm. 9.
- [6] Dieser Brief, der zusammen mit L. Eulers Brief L. 108 vom selben Datum versandt wurde, ist nicht erhalten geblieben.
- [7] Cf. *supra* Nr. 27.
- [8] Zu Eulers Grüßen an Spreng und an die Familie seines Schwagers Gengenbach cf. *supra*, Briefe L. 107–109.
- [9] Tatsächlich übersandte D. Bernoulli seine Abhandlung über ein neues wahrscheinlichkeitstheoretisches Problem (1770, DB. 58) mit Mallet nach Petersburg; sie wurde am 20. (9.) Juni 1768 in der Akademischen Konferenz diskutiert (cf. *Protokoly* 2, p. 642).

## 32

J. VON STÄHLIN AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 18. (7.) Oktober 1768

7 Oct. 1768.

Monsieur

Je me donne l'Honneur de Vous marquer par la presente, que dans le mois passé d'Août nôtre Libraire a reçu de moi à l'Acad.<sup>e</sup> le Tom. XI.<sup>e</sup> de nos *Commentaires* pour Vous le faire parvenir, et qu'à cet effet il l'a adressé dans un ballot d'autres livres à la librairie du S.<sup>r</sup> Junius à Leipsig avec ordre de Vous l'adresser par la premiere bonne occasion. Apparemment Vous en saurez lui indiquer où de Vous le procurer par un libraire de Bâle, qui est en correspondance avec M.<sup>r</sup> Junius.

L'Incluse de M<sup>r</sup> Mallet me dispense de Vous marquer ce que regarde les preparatifs de n[ot]re Acad.<sup>e</sup> pour l'expédition de nos Observateur[s] de la Venus: Seulement je Vous mande que depuis quelques jours les Quarts de Cercle, Horologes, Tubes, Telescopes etc. que nous avons ordonnés dans l'année passée en Angleterre, sont arrivées heureusement; quoique dans le mois de Juillet le brave Mr Short, qui en étoit chargé, est passé par une mort subite et inopinée dans l'autre monde.

De Paris nous venons de recevoir de même  $\frac{2}{3}$  des Instrumens ordonnés, dont Mr de La Lande a voulu bien se charger de la procuration. Le reste qui consiste dans les Quarts de Cercle en est attendu incessamment, et même par la route de terre, s'il n'a pas été embarqué à l'arrivée de ma dernière Let.<sup>e</sup> à Paris.

M.<sup>r</sup> le Prof.<sup>r</sup> Euler, à qui j'ai fait savoir que je Vous adresserai la presente, m'a chargé pour Vous de mille Complimens de sa part. Ce digne et respectable ami se porte actuellement.<sup>t</sup> à merveille et, comme il me semble, mieux que jamais. Sa Vuë ne s'est deteriorée depuis quelque Tems: au Contraire elle semble avoir gagné. Car il sait distinguer les personnes qui l'approchent, et il peut lire, si les Caracteres sont assez grands, sur tout d'écriture blanche sur un fond noir.

Vous savez sans doute, Mons.<sup>r</sup> qu'il a fait imprimer en Langue François 2 Volumes en 8.<sup>o</sup> des *Lettres à une Princesse d'Allemagne sur divers Sujets de Physique et de Philosophie*. Le 3<sup>me</sup> Tome en est sous la presse<sup>[1]</sup>.

C'est sa Correspondence dans la quelle il a continué ses leçons à S[on] A[ltesse] S[érénissime] Mad. la Marggrave de Swed (Friederike Charlotte Leopoldine von

Brandenburg-Schwedt), qui pendant la dernière guerre s'étoit retirée de Berlin à Magdebourg. Ayant trouvé il y a 2 ans, par hasard chez M<sup>r</sup> Euler une Copie de ces Lettres, je les ai demandé et decouvert dans la lecture qu'elles contenoient les principes de la Philosophie de M<sup>r</sup> Euler, à la portée d'une Princesse ou de tout le monde, et par consq.<sup>t</sup> l'unique livre intelligible au monde *αμαθεματικω* de ce celebre auteur; je lui ai à la fin persuadé de le faire imprimer. Aussi imprime-t-on actuellem<sup>t</sup> une Traduction Russe de son *Algebre*<sup>[2]</sup> et bientôt on va imprimer sa *Dioptrique* en 3 Vol.<sup>[3]</sup>.

Vos Dissertations adressées en dernier lieu à n[ot]re Acad.<sup>e</sup> paroîtront incessam.<sup>t</sup> dans le XII. Tome de nos *Commentaires*.

Dans n[ot]re Societé Œconomique j'ai fait imprimer en langue Russe dans le printems passé une piece Sur les Charbon[s] de terre et les moyens de les decouvrir en Russie, surtout dans le voisinage de Peterbourg, ou dans le Gouver<sup>t</sup> de Novogrod {Novgorod}<sup>[4]</sup>. M<sup>r</sup> le Prof.<sup>r</sup> (S. G.) Gmelin en ayant fait usage dans ses Recherches qu'il fait au Voiage par la Russie, les a decouvert dans le dit Gouvernem.<sup>t</sup> aux environs des montagnes de Waldai {Valdaj}, dans le mois de Juillet passé<sup>[5]</sup>. Actuellem.<sup>t</sup> il est dans l'attente de remporter le prix de Rbl. 1000 mis de la part du Haut Senat, sur cette decouverte.

J'ai l'honneur d'être avec beaucoup d'estime et de Consideration

Monsieur

Votre très humble

et obeiss.<sup>t</sup> Servit<sup>r</sup>

Jq.<sup>s</sup> de Stählin.

S<sup>t</sup> Peterb[our]g le 7. 8bre v. st. 1768.

P.S. Dans ce moment M<sup>r</sup> le Prof.<sup>r</sup> Euler m'adresse Sa Letr.<sup>e</sup> pour la joindre à la mienne<sup>[6]</sup>.

Nr. 32 J. von Stählin an D. Bernoulli  
Petersburg, 18. (7.) Oktober 1768  
Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 724, Bl. 146–147v

[1] Cf. L. Eulers *Lettres à une Princesse d'Allemagne* (E. 343, 344, 417). Diese insgesamt 234 Lehrbriefe hatte Euler in den Jahren 1760–62 an Friederike Charlotte Leopoldine gerichtet, die ältere Tochter des Markgrafen Friedrich Heinrich von Brandenburg-Schwedt (und somit eine Cousine zweiten Grades Friedrichs II.). Euler hatte sie in Berlin unterrichtet und setzte seine Lektionen brieflich fort, als sie während des Dritten Schlesischen Krieges mit Teilen des preussischen Hofes nach Magdeburg evakuiert wurde. Die gelegentlich anzutreffende Angabe, die Briefe seien an *beide* Töchter des Markgrafen – auch an Friederikes jüngere Schwester Louise Henriette Wilhelmine – gerichtet gewesen, ist nicht plausibel; Louise war im April 1760, als der erste Brief abgefasst wurde, noch keine zehn Jahre alt. Zuweilen sind auch andere Adressatinnen der Briefe vermutet worden; die wirkliche Identität der *Princesse d'Allemagne* steht jedoch bereits – wenn auch ohne Nennung ihrer Vornamen – in Niklaus Fuss' deutscher *Lobrede* auf Euler von 1786 (cf. O. I, 1, p. LXXIX).

[2] Cf. E. 387 A, 388 A.

- [3] Cf. E. 367, 386, 404.
- [4] Cf. Jakob von Stählin's Abhandlung über die Suche nach Steinkohlevorkommen in Russland (1768).
- [5] Am 7. Juli (26. Juni) 1768 hatte S.G. Gmelin Petersburg zu einer Expedition nach Astrachan, in den Kaukasus und nach Persien verlassen. Gleich zu Anfang der Reise gelangte die Expedition auf die Anhöhe von Valdaj im Bezirk Novgorod, wo Gmelin Steinkohlevorkommen sowie Salzquellen und ein Schwefelbad entdeckte (cf. *Protokoly* 2, p. 647, 648).
- [6] Cf. L. Eulers Brief L. 110.

## 33

D. BERNOULLI AN J. VON STÄHLIN  
Basel, 23. November 1768

Bale ce 23. novembre 1768.

Monsieur,

J'ai l'honneur de Vous envoyer ci-joint un petit memoire, dont la matiere et la nouveauté font le plus grand merite<sup>[1]</sup>: Aussi est-ce, dans le siècle où nous vivons, le plus grand embarras de choisir une matiere, qui puisse interesser le Public.

J'ai reçu la lettre que Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire du 7. octob. v. st.<sup>[2]</sup> avec les incluses de Mess<sup>rs</sup> Euler et Mallet<sup>[3]</sup>. Je Vous suis bien obligé, Monsieur, de la bonté que vous avez eue de me faire parvenir le XI.<sup>e</sup> Tome des *Commentaires* de l'Academie. J'epierai la premiere occasion de le retirer des mains de M<sup>r</sup> Junius; peutetre pourra-t-il me remettre en meme tems le XII. tome, car j'apprends qu'il est pret à quitter la presse. Je suis charmé que la plus grande partie des instrumens pour l'observation de Venus soit arrivée à bon port. M<sup>r</sup> Mallet me marque qu'il ne partira que vers la fin du mois de fevrier; je souhaite que dans cet intervalle il reuississe à faire construire ma boussole d'inclinaison; si un Halley nous avoit donné autant d'observations sur l'inclinaison des aiguilles que sur leur declinaison, nous aurions aparemment une toute autre physique sur cette matiere et nous en aurions pu faire un tout autre usage. Je m'etendrai là dessus dans ma lettre à M<sup>r</sup> Mallet. On ne sauroit s'interesser pour l'avancement des sciences sans s'interesser pour la santé de notre Illustre et respectable M<sup>r</sup> Euler; c'est donc avec un tres sensible plaisir, que j'ai appris son parfait retablissement et de grand cœur, que je renouvelle ici mes vœux pour la conservation de ses jours.

Ce que vous me faites l'honneur de m'apprendre sur les lettres de M<sup>r</sup> Euler à une Princesse d'Allemagne, m'étoit entierement nouveau. Je suis curieux de voir comment ce grand homme s'y est pris pour soutenir son nom, dans ces petits sujets. La chose me paroît fort difficile. D'ailleurs écrire à la portée de tout le monde, c'est s'exposer à la critique de tout le monde, pendant que restant dans la sublimité de sa sphere, il a la consolation double d'être critiqué par M. Dalember et d'être admiré de tout le monde, car alors le petit nombre des vrais savans donne la loy à la fourmillere des demi-savans. Je vous prie donc, Monsieur, de m'envoyer

les 3 tomes de ces lettres et de vous en rembourser sur ma pension, que j'espere que l'Academie me fera tenir avec la meme exactitude que celle de l'année passée.

Les recherches sur les charbons de terre commencent à devenir fort interessantes à cause de la disette des bois, que la mauvaise œconomie de nos ancetres a tirée aprez elle dans tous les paÿs du monde; Vous devriez faire imprimer dans les *Commentaires* de l'Academie qui se repandent dans toute l'Europe, vos decouvertes sur les moyens de reconnoitre les mines des houilles. En vain a-t-on fait fouiller ici les terres à grands frais; par bonheur avons nous sur les frontieres de la France de riches houilleres et l'usage des charbons de terre a fait baisser d'un grand tiers le prix du bois. Si, sur vos indices, M. le Prof. (S.G.) Gmelin a fait cette heureuse decouverte et qu'il en retire le prix de 1000 Rb.<sup>ls</sup> qui y etoit attaché, on peut vous apliquer avec raison le mot, *sic vos non vobis*: c'est souvent le train des affaires. Au reste j'ai été bien aise d'apprendre qu'il y a actuellement à Petersbourg une Societe œconomique et encor plus que vous en etes Membre: Voilà d'heureux auspices et tels qu'on en peut attendre tout le succès imaginable dans ces vastes Etats, pourvu que la Société soit favorisée par le Ministere. La population et l'histoire naturelle de l'homme entant qu'individu de la société humaine fera sans doute une branche de l'objet de vos recherches.

Le petit ouvrage de M<sup>r</sup> Schlötzer<sup>[4]</sup> m'a paru etre ecrit avec gout, mais on me marque que les registres, dont il s'est servi, ne sont pas encor bien exacts. L'innocuité de la petite verole en Russie me paroît encor sujette à caution. M<sup>r</sup> Mallet me marque qu'il auroit bien envie de faire, avant son depart, de bonnes observations sur la mesure des froids, qu'il fait à Petersbourg: je vous prie, Monsieur, de le confirmer dans ces bonnes dispositions. J'avois accusé juste, quand j'ai dit que le mercure n'est pas propre à mesurer les grands froids et que le vrai point pour la congelation du mercure ne pouvoit gueres aller au dessous de 260<sup>d</sup> à 280<sup>d</sup> du thermometre de M<sup>r</sup> de L'Isle, de sorte qu'il est inutile de pousser les divisions plus bas sur ce thermometre<sup>[5]</sup>. Je ne sçai si l'on a remarqué chez Vous, que les marches, des differentes liqueurs employées dans les thermometres, ne sont rien moins que proportionnées entre elles. Les condensations du mercure par l'augmentation du froids, raportées à celles de l'esprit de vin, diminuent tres sensiblement, mais près de sa congelation le mercure souffre tout d'un coup une condensation enorme. J'ai l'honneur d'être avec tous les sentiments d'estime et de consideration,

Monsieur,  
Votre tres humble et  
tres obeïssant serviteur

Daniel Bernoulli

- [1] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über Reibungskräfte (1769, DB. 57), die am 23. (12.) Dezember 1768 in der Akademischen Konferenz vorgelesen wurde (cf. *Protokoly* 2, p. 660).
- [2] Cf. Brief Nr. 32 dieses Anhangs.
- [3] Cf. L. Eulers Brief L. 110. Bei dem erwähnten Brief von Mallet handelt es sich vermutlich um denjenigen vom 2. September (22. August) 1768 (Bibl. Basel, L Ia 709, Bl. 165–166v), den Bernoulli ebenfalls am 23. November beantwortet hat.
- [4] Cf. Schlözer (1768).
- [5] Die genannten Temperaturen von  $-260$  bis  $-280^{\circ}$  nach Delisle entsprechen  $-73.3$  bis  $-86.7^{\circ}\text{C}$ ; da der Gefrierpunkt von Quecksilber in Wirklichkeit bei  $-38.8^{\circ}\text{C}$  liegt, wird der Bereich, in dem Temperaturen mit einem Quecksilberthermometer gemessen werden können, also auch von D. Bernoulli noch wesentlich überschätzt.

## 34

D. BERNOULLI AN J. VON STÄHLIN  
Basel, 18. Februar 1769

Extrait d'une Lettre de M.<sup>r</sup> le Prof.<sup>r</sup> Bernouilly  
à M.<sup>r</sup> le Conseil<sup>r</sup> d'Etat de Stehlin

Bâle du 18. fevr. 1769.

Je suis toujours charmé, quand l'academie veut bien honorer de son aprobation mes foibles memoires. Je suis actuellement occupé à un autre memoire pour cette illustre Compagnie; je l'aurai bientôt fini, mais comme ces memoires ne pressent pas, j'en pourrai bien differer la depeche pour profiter du retour de mon Neveu (Johann III) jusqu'à Berlin; il est actuellement à Londres, où l'academie de Berlin fait executer par le celebre Bird un quart de cercle mural de 5 pieds de rayon; quand il sera achevé, il viendra ici incessamment et repartira peu de tems apres pour Berlin<sup>[1]</sup>.

Apparemment vos astronomes seront partis de St Petersbourg à l'arrivee de la presente. Puisse cette glorieuse expedition remplir les grandes vues de Sa Majesté Imperiale (Katharina II.). M.<sup>r</sup> Mallet m'a marqué qu'il est venu à bout de faire faire une bonne boussole d'inclinaison conformement à mes principes et qu'avant son depart on en executera encor deux autres. Il semble que ma nouvelle boussole va prendre credit, car l'academie de Berlin m'a demandé aussi quelques éclaircissements sur la maniere d'en faire usage. J'espere que des observations assidues de l'inclinaison repandr[ont] un nouveau jour sur cette matiere jusqu'ici impénétrable. M.<sup>r</sup> de Lalande, dans la *Connoissance des tems* pour l'année 1770 p. 228 pretend toujours, que la declinaison augmente de 10 min. par an à Paris<sup>[2]</sup>; si l'on savoit de meme les variations d'inclinaison pour les principaux endroits de notre globe, la fameuse question des longitudes pourroit bien en recevoir quelque nouvel accroissement, car il n'y a peutetre pas deux endroits au monde, qui en même tems ayent la même declinaison, et la meme inclinaison. L'intersection de deux courbes sur le globe, l'une de declinaison l'autre de inclinaison egale, montreroit

en quelque façon conformément à l'idée de Halley le vrai point: mais il nous faudra encor une grande suite d'observations avant que d'arriver à ce point.

Je vous prie, Monsieur, à cette occasion d'employer vos bons offices, pour qu'on observe au moins à St Petersburg la relation qu'il y a entre les aurores boreales et les deux especes d'aiguilles aimantées; on pretend même d'avoir remarqué en Pologne quelque chose de commun entre les aurores boreales et l'electricité. J'ai prié aussi Mr. Mallet lorsqu'il decrivoit quelque aurore boreale remarquable d'indiquer le lieu du pole de l'ecliptique dans le plus fort de l'aurore.

Je suis charmé que l'inoculation prenne faveur dans les vastes Etats de S. M. I. (Katharina II.); on citera eternellement l'exemple de cette grande Souveraine la plus éclairée, que Dieu ait jamais donnée à la terre et dont la fermeté egale la penetration.

L'heureuse Decouverte de Mr Euler sur la theorie exacte de la Lune est parvenue à ma connoissance tout de suite<sup>[3]</sup>. Un fait aussi important se repand bien vite. Il ne faudra donc plus qu'une connoissance exacte des elemens, apres quoi voilà la lune, le symbole de l'inconstance, mise dans les regles; mais je prevois que ce grand Geometre restera long tems à se decider entierement sur ces elemens; la prudence l'exige jusqu'à ce que d'excellentes observations faites dans l'esprit de sa nouvelle theorie ache[v]ent de le determiner. J'en fais mes complimens à mon illustre Compatriote. Je connois un Savant en France, qui ouvrira de grands yeux<sup>[4]</sup>; que Mr. Euler se prepare en Combat; on ne lui fera pas plus de grace, qu'à M.<sup>r</sup> Clairaut, quand il eut l'audace d'annoncer le retour de la comete et que celleci eut l'effronterie de paroître.

Nr. 34 D. Bernoulli an J. von Stählin

Basel, 18. Februar 1769

Exzerpierte Kanzleiabschrift, 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 54, Bl. 4–5v

- [1] Nach einer schweren Krankheit weilte J. III Bernoulli Anfang 1769 während fünf Monaten in London und im Juni desselben Jahres zu Beobachtungen des Venusdurchgangs in Paris. Nach einem längeren Aufenthalt in Basel kehrte er gegen Jahresende nach Berlin zurück.
- [2] Cf. die von Lalande im Auftrag der Pariser Akademie berechnete und herausgegebene *Connoissance des temps* für 1770 (1768), p. 228.
- [3] D. Bernoulli meint damit L. Eulers *Neue Theorie der Mondbewegungen* (E. 418), die letztlich jedoch erst 1772 veröffentlicht wurde.
- [4] Die Anspielung zielt zweifellos auf d'Alembert, der 1758 Clairauts Vorhersage der Wiederkehr des Halleyschen Kometen kritisiert hatte.

35

D. BERNOULLI AN J. VON STÄHLIN

Basel, 28. Juni 1769

Monsieur mon tres Honoré Ami.

Je me donne l'honneur de Vous adresser le memoire ci-joint<sup>[1]</sup>, en Vous priant de le soumettre au jugement de l'Academie et de lui demander son indulgence de ma part. Je sens de plus en plus le besoin que j'en ai.

Nous voici enfin à la veille d'avoir de grandes nouvelles des Missions Academiques; je souhaite que le Ciel les ait favorisées. Je viens de recevoir une lettre de M<sup>r</sup> Mallet datée de Ponoï le 4. avril n. st.<sup>[2]</sup>; comme elle aura passé par vos mains, je vous suis infiniment obligé de l'attention que vous avez eue de me la faire tenir. Je n'ai pas besoin de vous en apprendre le contenu, puisqu'il n'aura pas manqué de vous marquer les memes choses et avec plus de detail; Vous verrez d'ailleurs par mon billet de reponse, ci joint et sans cachet, de quoi il s'agit. Je Vous prie, Monsieur, de la fair tenir à M<sup>r</sup> Mallet, par la premiere depeche<sup>[3]</sup>. Oserois-je Vous prier aussi de m'accuser la reception du memoire ci-joint et de m'apprendre en meme tems le succès du 3. juin des diverses Missions: je ne demande cependant ces nouvelles, que pour autant, qu'on voudra d'abord en informer le Public<sup>[4]</sup>. La nouvelle theorie Lunaire de M.<sup>r</sup> Euler, que ce grand Geometre a annoncée au Public, est pareillement attendue avec une grande Impatience<sup>[5]</sup>; toute la Republique Litteraire tourne ses regards vers la Russie.

J'ai l'honneur d'être avec toute l'estime et toute la consideration, qui vous sont dues,

Monsieur mon tres Honoré Ami,  
Votre tres humble  
et tres obeïssant serviteur

Daniel Bernoulli

Bale ce 28. juin 1769.

Nr. 35 D. Bernoulli an J. von Stählin

Basel, 28. Juni 1769

Orig., 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 1, op. 3, Nr. 53, Bl. 82–82v

Randnotiz: «lû à l'Academie ce 10 Juillet 1769»

Am 21. (10.) Juli 1769 durch Stählin in der Akademischen Konferenz vorgelesen (cf. *Protokoly* 2, p. 695)

[1] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über Reibungsphänomene (1770, DB. 60), die am 29. (18.) August 1769 durch Lexell in der Akademischen Konferenz vorgelesen wurde (cf. *Protokoly* 2, p. 697–698).

[2] Dieser Brief von Mallet ist in der Universitätsbibliothek Basel erhalten geblieben (Bibl. Basel, L Ia 709, Bl. 167–168v).

[3] Auch D. Bernoullis Antwort an Mallet vom 28. Juni 1769 ist erhalten geblieben (Bibliothèque de Genève, Ms. fr. 655, Bl. 40).



- [4] Diesem Wunsch nach Informationen über die Beobachtung des Venusdurchgangs kam J.A. Euler am 19. (8.) September und am 29. (18.) Dezember 1769 nach (cf. *supra* Brief A. 2, A. 3).
- [5] Cf. Brief Nr. 34 dieses Anhangs, Anm. 3.

## 36

D. BERNOULLI AN N. FUSS  
Basel, 28. Juli 1773

Bâle le 28 juillet 1773.

Monsieur, votre lettre du 11 juin n. st.<sup>[1]</sup> ne m'est parvenue que cinq semaines passées après sa date; vous jugez bien qu'il étoit tems qu'elle arrivât enfin, pour tirer de la frayeur vos chers parens. Mon premier soin fut donc d'envoyer l'incluse à M. votre père qui ne tarda pas à me venir témoigner sa joye et à me communiquer les consolantes nouvelles qu'elle contenoit et qui m'ont fait beaucoup de plaisir: je lui fis pareillement la lecture de celle que vous avez eu l'amitié de m'écrire. Je suis charmé du bon accueil que vous avez reçu de notre illustre compatriote et de tous ceux qui lui appartiennent. M. Jean-Albert Euler me marque<sup>[2]</sup> qu'ils sont tous très contents de vous, surtout M. son Père qui vous a déjà pris, ce sont ses termes, en grande affection. Je souhaite que ce favorable acheminement vous conduise bientôt à quelque établissement solide, et si c'est par la porte de l'académie des sciences, je n'en serai que plus charmé. N'auriez vous pas du goût pour la physique mécanique expérimentale? Un tel poste vous conviendrait, à ce qu'il me paroît, par la précision que les ingénieurs savent mettre à toutes leurs operations, aussi bien que par vos lumières naturelles. De quel côté que vous tourniez vos vues, j'augure votre bonne fortune par le premier pas que vous avez fait et qui est, comme on dit, le seul qui coûte. Vos intérêts, mon cher ami, seront toujours les miens. J'ai appris avec plaisir que l'académie est fort contente du sieur Wichser et de son frère; je les salue de tout mon coeur. J'aime bien les Suisses quand ils se comportent bien; mais c'est avec une distinction toute particulière pour ceux qui, comme vous, aspirent à faire honneur à leur patrie. Plein de ces sentimens pour vous, je ne cesserai d'être, tant qu'il me reste à vivre, M., votre etc.

Nr. 36 D. Bernoulli an N. Fuss  
Basel, 28. Juli 1773  
Heutiger Standort des Originals unbekannt  
Publ.: Fuss 2, p. 659–660

- [1] Dieser Brief, durch den Niklaus Fuss nicht nur Daniel Bernoulli, sondern auch seiner eigenen Familie in Basel mitteilte, dass er am 8. Juni (28. Mai) in Petersburg angekommen war – wie wir aus seinem Reisebericht vom 25. (14.) Juni (cf. *supra* Brief A. 14, Anm. 1) wissen –, ist nicht erhalten geblieben.
- [2] Der hier erwähnte Brief von J.A. Euler ist nicht erhalten geblieben.

Sans date (1775).

Votre lettre<sup>[1]</sup> m'a fait beaucoup de plaisir et je suis sensible, on ne peut pas plus, aux marques d'affection qu'elle renferme. Je n'ai pas besoin de vous dire que je serai toujours flatté de tout ce qui me parvient de votre part; mais j'ai grand besoin de vous anticiper mes excuses, s'il m'arrive d'être hors d'état d'y répondre, et ces tristes excuses ne sont que trop valables: toutes ces infirmités de vieillesse m'assaillent et m'assomment également le corps et l'esprit; c'est dans l'ordre prescrit à la vie humaine auquel je suis bien loin de regimber.

Quant à l'article de votre réception à l'académie des sciences, on ne sauroit disconvenir qu'il n'y ait un grand guignon pour un jeune homme qui travaille avec tant d'ardeur et tant de succès et qui saisit si bien les sublimes instructions de son divin maître. Il semble que la seule démission de M. le comte d'Orlof vous ait été contraire<sup>[2]</sup>; tout le reste s'étant passé à votre satisfaction et à votre gloire; cette fatale démission ne pouvoit donc arriver plus mal à propos pour vous. Je suis cependant charmé de voir que ces revers de fortune ne vous découragent point. J'espère que, pour le plus tard possible, le jour du jubilé semi-séculaire de l'académie sera en même tems celui de votre promotion<sup>[3]</sup>. Ces sortes de jours semblent consacrés aux grands monarques de la terre à faire éclater leur munificence de la manière la plus convenable à la fête. Je me suis d'abord intéressé pour vous par pure amitié; à présent j'ajoute à ce grand motif celui du zèle pour le bien de l'académie: je vois par votre dernière que vous avez fait des progrès extrêmement rapides, également dignes de vous et de votre illustre maître. Je vous en fais, mon cher Monsieur et compatriote, mes complimens de tout mon coeur. Vous me donnez une grande idée de l'usage que M. (L.) Euler a su faire de mes deux derniers mémoires<sup>[4]</sup>: aussi ai-je toujours souhaité que cet incomparable géomètre trouvât digne de toute son attention le grand principe qui fait la base de ces deux mémoires; l'évènement a également justifié mes souhaits et mon attente. L'esquisse que vous me faites de la méthode de M. Euler m'a fait plaisir; mais elle n'a changé en rien mes idées sur cette matière. Je suis toujours persuadé que ma méthode donne *in abstracto* tous les cas possibles; j'avoue cependant que, dans de certains points de vue, celle de M. Euler est fort préférable à la mienne; mais il y a aussi d'autres points de vue pour le contraire, puisque ma méthode peut être appliquée à tel nombre de corps fini, qu'on propose, lors même que dans le système il n'y a aucun retour parfait ou période à attendre. Quoi qu'il en soit de mes prétentions, je suis toujours prêt de baisser pavillon devant mon amiral.

Je vous fais encore des complimens en particulier sur votre ouvrage dioptrique<sup>[5]</sup>; on ne pouvait faire une plus belle entrée dans la république des lettres. J'aime, préférablement aux autres, les ouvrages de pratique et d'exécution, pourvu qu'ils soient bâtis sur une bonne théorie. Notre aimable et estimable M. Jean-Albert Euler m'en avoit déjà donné quelque notice. Dans la belle perspective que vous avez devant vous, oserais-je vous recommander la pauvre philosophie expérimentale presque déserte. Je finis en vous assurant de la parfaite estime et de l'inviolable attachement, avec lesquels je ne cesserai d'être etc.

Nr. 37 D. Bernoulli an N. Fuss

[Basel, 1775]

Heutiger Standort des Originals unbekannt

Publ.: Fuss 2, p. 661–663

- [1] Dieser Brief von N. Fuss an D. Bernoulli ist nicht erhalten geblieben. In seinem Brief vom 24. (13.) November 1775 an seinen Vater (zu dieser Korrespondenz cf. p. 878 h.v., Anm. 5) lässt Fuss jedoch «den gütigen, edelmüthigen Greis, H. Prof. Bernoulli» grüssen und drückt die Hoffnung aus, «bald eine solche Gelegenheit zu finden, die das Verlangen ihm wieder zu schreiben, entschuldigen wird».
- [2] Cf. J.A. Eulers Brief A. 23 vom 27. (16.) Januar 1775, Anm. 2.
- [3] Cf. Brief A. 24, Anm. 5. N. Fuss wurde schliesslich am 26. (15.) Januar 1776 als Adjunkt der Mathematik in die Petersburger Akademie aufgenommen.
- [4] Hier bezieht sich D. Bernoulli auf seine beiden Abhandlungen über die Zerlegung von Schwingungen (1775, DB. 68, 69), die er am 10. September 1774 nach Petersburg geschickt hatte (cf. *supra* A. 21, Anm. 6).
- [5] Fuss (1774) – E. 446; cf. D. Bernoullis Brief an J.A. Euler vom 21. Dezember 1774, wo er Fuss' Arbeit mit den gleichen Ausdrücken lobt (Brief A. 23, Anm. 4).

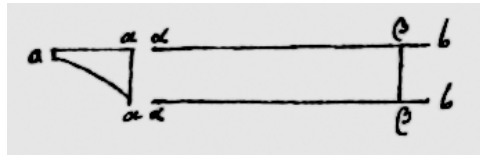
38

N. FUSS AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 16. (5.) Februar 1776

S<sup>t</sup> Petersbourg ce 5 Fevrier 1776

Monsieur,

Quelques expériences faites depuis la dernière lettre, que j'ai eu l'honneur de Vous écrire<sup>[1]</sup>, sur la diversité des sons, qui naît de la différente ouverture de l'orifice supérieur des tuyaux d'orgue, après en avoir fait faire quelques uns de grandeur différente, dont on pouvoit fermer l'orifice tant entièrement qu'en partie par le moyen de bouchons, dont les surfaces étoient  $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \dots, \frac{8}{8}$  de toute l'ouverture, me paroissent assés interessantes, pour me déterminer, à Vous en doner quelque notice; d'autant plus, qu'après avoir rendu à Mr ⟨L.⟩ Euler un compte exact de mes resultats, il m'a donné des formules vérifiées depuis par des expériences réitérées.



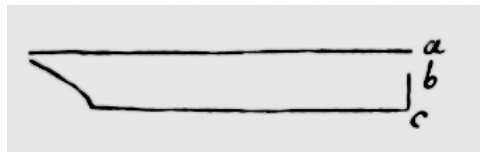
Soit *oabba* le tuyau d'orgue proposé, *ab* sa longueur, *aα* la largeur de la petite ouverture antérieure (bouche en écusson), *bβ* la profondeur, à laquelle le bouchon est introduit, *n* le nombre des vibrations dans une seconde pour le tuyau entièrement ouvert, et *x* celui des vibrations pour le tuyau entièrement bouché. Cela remarqué le son qui naît du tuyau bouché en *ββ*, doit être censé égal au son que rendroit un tuyau ouvert, dont la longitude fut  $= a\beta + b\alpha = 2ab - 2b\beta - a\alpha$ , d'où il y aura

$$n : x = \frac{1}{ab} : \frac{1}{2 \cdot ab - 2 \cdot b\beta - a\alpha}$$

et partant

$$x = \frac{n \cdot ab}{2 \cdot ab - 2 \cdot b\beta - a\alpha} :$$

et cette formule s'est trouvée parfaitement conforme à la vérité; car dans le plus grand de mes tuyaux il y avoit  $ab = 10$  pouces 7 lignes du pied de France,  $a\alpha = 3$  l[ignes] et  $b\beta = 2\frac{1}{2}$ , d'où l'on tire<sup>[2]</sup>  $x = \frac{127}{246} n = 0,516 \cdot n = \frac{1}{2}n(1 + \frac{1}{30})$ . Or en effet les deux sons différoient entre eux d'un peu moins que de l'octave, et ce défaut, tant que l'oreille peut distinguer, étoit à peu près la quatrième partie d'un son ou la *diesis enharmonica* exprimée par 125 : 128, ce qui ne diffère pas considérablement de la raison 500 : 516. C'étoit de même à l'égard des autres tuyaux, et ce défaut provient aparemment de la grandeur trop considérable des bouches en écusson; vu que dans des tuyaux plus grands il y a communement  $n : x = 1 : \frac{1}{2}$ . Cependant les sons dans les différens tuyaux ouverts se sont trouvés exactement en raison des longitudes; par exemple, il y avoit dans l'un  $ab = 127$  l[ignes] et dans l'autre  $= 76$ ; d'où exprimant le son *a* produit par l'un des tuyaux ouverts par 40, il y a  $76 : 127 = 40 : 67 = a : \text{fis}$ .



Si l'orifice supérieur d'un tuyau d'orgue n'est fermé ou bouché qu'en partie, et que la partie ouverte *ab* est à la partie fermée *bc* comme *a* : *c*, soit *n* le son que rend le tuyau entièrement ouvert et  $\frac{1}{2}n(1 + \omega)$  le son du même tuyau entièrement bouché,  $\omega$  designant une fraction quelconque; et si ces sons étoient également forts, le son du tuyau ouvert en partie seroit exprimé par cette formule:

$$\frac{na + \frac{1}{2}n(1 + \omega)c}{a + c}.$$

Or puisque le premier son est ouvertement plus fort que l'autre, posons que cela soit en raison  $\lambda : 1$ , et le son cherché sera exprimé par la formule

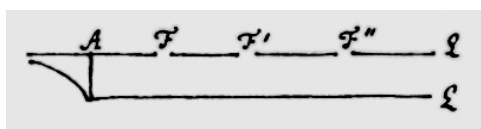
$$\frac{\lambda na + \frac{1}{2}n(1 + \omega)c}{\lambda a + c}.$$

Je m'étendrois trop Monsieur, si je voudrois vous rapporter toutes les expériences, que j'ai faites avec toute l'exactitude, dont mon oreille est capable, pour me convaincre de la vérité de cette formule; il suffit donc, pour ne pas abuser de Votre patience, de Vous dire, que je l'ai trouvé entièrement d'accord avec les expériences; et que j'ai tâché de déterminer la valeur de la lettre  $\lambda$  de cette manière: Faisant  $a : c = 1 : 2$  à l'aide de mes bouchons, il est né le son  $g$  que j'exprime par 36 à cause de  $n = a = 40$ , et parce qu'il étoit  $\omega = \frac{1}{30}$  nous aurons cette équation<sup>[3]</sup>

$$36 = \frac{(\lambda + \frac{31}{30}) 40}{\lambda + 2},$$

d'où il s'ensuit  $\lambda = 8$  à peu près<sup>[4]</sup>.

Il me restent encore à faire les mêmes expériences sur les sons d'un tuyau troué selon sa longueur, comme sont les flutes. Cependant supposant un tel tuyau



dont la longueur  $AQ = Q$ , soit  $n$  le son qu'il rend lorsque tous les trous  $F, F', F''$  sont bouchés, et les distances  $AF = f, AF' = f'$  et  $AF'' = f''$ , la largeur  $QQ = l$  et le diamètre des trous  $f, f', f''$ . Mr Euler croit que le son cherché sera exprimé par cette formule:

$$\frac{f \cdot \frac{Qn}{f} + f' \cdot \frac{Qn}{f'} + f'' \cdot \frac{Qn}{f''} + ln}{f + f' + f'' + l}.$$

Or ayant égard aux différens degrés de force dont les sons sont susceptibles, en les designant par les lettres  $\lambda, \lambda', \lambda''$ , il pourroit arriver, que celleci satisfît mieux:

$$\frac{\left( \frac{\lambda f}{f} + \frac{\lambda' f'}{f'} + \frac{\lambda'' f''}{f''} + \frac{l}{Q} \right) Qn}{\lambda f + \lambda' f' + \lambda'' f'' + l}.$$

Je me reserve le plaisir de Vous rendre compte à une autre occasion du succès de ces dernières recherches.

Je crois Monsieur, que je ne peux mieux finir cette lettre, qu'en revenant encore une fois aux fractions continües; j'ai eu l'honneur de vous dire dans ma dernière<sup>[5]</sup>, que Mr Euler est venu par des routes différentes à la fraction de Brounker; mais j'avois oublié de vous en indiquer une qui n'est pas moins singulière: c'est qu'il

l'a deduite aussi de la série Leibnizienne, et que *per methodum inversam* il a transformé la fraction Brounkerienne dans la série de Leibnitz<sup>[6]</sup>. En voici l'analyse. Soit  $s$  la valeur (inconnüe) de la fraction

$$s = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \text{etc.}}}}}}$$

et il sera en parties

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{1 + \frac{1}{-1 + p}}, \\ p &= 3 + \frac{9}{-3 + q}, \\ q &= 5 + \frac{25}{-5 + r}, \\ r &= 7 + \frac{49}{-7 + s}, \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

ou reduisant ces parties en simples fractions on aura

$$\begin{aligned} s &= \frac{p-1}{p} = 1 - \frac{1}{p}, \\ \frac{1}{p} &= \frac{q-3}{3q} = \frac{1}{3} - \frac{1}{q}, \\ \frac{1}{q} &= \frac{1}{5} - \frac{1}{r}, \\ \frac{1}{r} &= \frac{1}{7} - \frac{1}{s}, \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

et en substituant successivement ces valeurs  $\frac{1}{p}$ ,  $\frac{1}{q}$ ,  $\frac{1}{r}$ , etc. on parviendra à cette équation

$$s = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \text{etc.} = \frac{\pi}{4}.$$

De la même manière on peut aussi transformer cette fraction

$$s = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

en la distribuant en sorte que

$$\begin{aligned}s &= \frac{1}{1 + \frac{1}{-1+p}}, \\ p &= 2 + \frac{4}{-2+q}, \\ q &= 3 + \frac{9}{-3+r}, \quad \text{etc.}\end{aligned}$$

or en en reduisant ces valeurs à des fractions simples on aura

$$\begin{aligned}s &= 1 - \frac{1}{p}, \\ \frac{1}{p} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{q}, \\ \frac{1}{q} &= \frac{1}{3} - \frac{1}{r}, \\ \frac{1}{r} &= \frac{1}{4} - \frac{1}{s}, \\ \frac{1}{s} &= \frac{1}{5} - \frac{1}{t}, \quad \text{etc.}\end{aligned}$$

d'où il s'ensuit

$$s = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \text{etc.} = \ell 2.$$

J'ai l'honneur d'être avec le plus profond respect

Monsieur

Vôtre très humble et très obéissant serviteur

N. Fuss.

Nr. 38 N. Fuss an D. Bernoulli

Petersburg, 16. (5.) Februar 1776

Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 692, Bl. 192–193v

Partieller Entwurf (mit grösseren textlichen Abweichungen im Detail), 1 Bl. – Archiv  
Petersburg, f. 40, op. 1, Nr. 189, Bl. 2–2v

[1] Dieser Brief ist anscheinend nicht erhalten: cf. Nr. 37, Anm. 1.

[2] Im Entwurf liest man anstelle der folgenden Formel « $x = \frac{1}{2}n(1 + \frac{[?]}{[?]})$ » (wobei Zähler und Nenner des Bruchs mehrfach korrigiert und unleserlich sind), dann – zwischen den Zeilen eingeschoben – « $x = \frac{127}{246}$ , d'où le defect à l'octave seroit exprimé par » (hier bricht der Satz ab).

[3] Im Zähler der folgenden Formel stand ursprünglich  $\frac{31}{60}$ . Mit anderer Tinte wurde die erste Ziffer des Nenners 60 in 3 korrigiert.



- [4] Exakt ergibt sich  $\lambda = 7\frac{2}{3}$ . Der Entwurf hat in der vorhergehenden Berechnung mehrere Detailfehler und bricht an dieser Stelle ab.
- [5] Cf. *supra* Anm. 1.
- [6] Cf. L. Eulers Abhandlung E. 593, die am 29. (18.) September 1775 der Petersburger Akademie vorgelegt worden war, aber erst 1785 postum gedruckt wurde. In § 16–19 dieser Arbeit (O. I, 15, p. 670–673) stellt Euler die im Folgenden von Fuss beschriebene Methode zur Umwandlung alternierender Reihen in Kettenbrüche dar und gibt dieselben Beispiele dafür an: Leibniz' Reihe für  $\ln 2$  und Brounckers Kettenbruchdarstellung von  $\frac{\pi}{4}$ .

## 39

D. BERNOULLI AN N. FUSS

Basel, 16. März 1776

Bâle ce 16 mars 1776.

La poste devant partir bientôt, je n'ai que très peu de tems devant moi pour répondre à vos deux dernières lettres<sup>[1]</sup>. Ce qui me presse le plus est de vous témoigner la part que je prends à votre avancement. Je sais avec quelle ardeur vous aspiriez à ce premier grade académique afin de pouvoir vous vouer par état à l'avancement des sciences et des arts qui ont toujours fait vos délices et qui répondent si bien à vos talens naturels. Ce premier pas étant fait, vous n'avez plus qu'à vous laisser conduire par les Muses qui vous chérissent et qui vous mèneront toujours à bon port. Je souhaite, mon cher Monsieur, que la fortune vous soit toujours également favorable et surtout que vous jouissiez d'une parfaite santé et de toute sorte de contentemens. Je vois avec plaisir que M. de Domaschnef vous a déjà accordé toute sa bienveillance; ou ne peut qu'en augurer beaucoup de bien pour vous et pour les sciences. L'idée que vous avez eue, de proposer d'être employé à enseigner les principes de l'artillerie, était à mon avis des mieux imaginées. Je ne sais si vous avez remarqué dans notre salle de physique une petite machine ballistique que j'ai inventée pour faire voir dans 4 ou 5 leçons toutes les règles pour servir au mieux les mortiers et les canons, sans cependant faire attention à la résistance de l'air, ce qui n'aurait fait que troubler les auditeurs, sans donner plus de précision aux expériences à faire, à cause de la petitesse des jets. Moyennant cette petite machine je pouvois déterminer exactement la charge que je voulois employer et qui était fournie par l'action d'un ressort, bandé par un poids qui était suspendu en dehors par un fil, et ce fil entroit par la culasse et étoit lié à l'extrémité antérieure du ressort. Pour faire partir le coup, je coupois le fil avec des ciseaux tout près du poids attaché. Je pouvois aussi faire voir exactement comment il falloit placer la mire et le guidon, tant pour les canons que pour les mortiers, quand on vouloit s'assurer de son coup.

Vos deux lettres sont remplies de recherches et de remarques fort importantes. Vous avez traité parfaitement bien votre mémoire d'épreuve. La manière de M. Euler le père, de traiter les fractions continues<sup>[2]</sup>, est toute charmante et bien digne de son auteur: cela donne le pion à tout ce qu'on avoit remarqué auparavant

sur cette matiere. Quand je composois les deux petits mémoires que vous citez, c'étoit plutôt pour me délasser que pour m'appliquer; ma pauvre tête, sujette aux vapeurs et vertiges, veut être ménagée et même dorlotée quelques fois. C'est un grand trésor que ce nombre prodigieux de nouveaux mémoires composés, depuis peu, par M. Euler et que vous m'annoncez. Cette surprenante fécondité a de quoi étonner tous les géomètres du monde. M. Jean-Albert Euler, qui prend tant de part à tout ce qui me regarde, n'a pas manqué de m'apprendre la glorieuse nouvelle dont vous me parlez avec tout l'intérêt du meilleur des compatriotes<sup>[3]</sup>. Je suis sensible, on ne peut pas plus, à tout ce que vous me dites d'obligeant à cette occasion.

Je ne saurois concevoir que vos résultats acoustiques sur les tuyaux d'orgue puissent être entièrement conformes aux lois de la nature. Vous connoissez sans doute le grand mémoire que j'ai composé sur cette matière, et qui se trouve dans les *Mémoires* de l'académie de Paris<sup>[4]</sup>. La plupart de mes observations étoient fondées sur de terribles calculs, pendant que les vôtres ne sont qu'une espèce de règle d'alliage ou d'autres petites opérations arithmétiques. Je crois bien que vos règles sont assez bonnes pour de petites variations, mais elles me sont suspectes pour les grandes. Par exemple, quand vous voulez comparer le ton d'un tuyau ouvert avec celui du même tuyau bouché avec un bouchon qu'on aura un peu poussé vers la lumière, il falloit successivement avancer le bouchon jusque bien près de la lumière et noter chaque fois le ton du tuyau qui en résultoit. C'est ce que j'ai fait avec un de ces petits flageolets dont on se sert pour fixer les tons des tuyaux d'orgue. Essayez donc votre formule sur ces résultats dont j'ai donné la liste, et vous y remarquerez de grands écarts. Je fais la même remarque sur l'effet des bouchons tronqués: Enfoncez les bouchons plus ou moins d'une extrémité jusqu'à l'autre; employez beaucoup de bouchons, les uns presque entiers, les autres ne formant qu'un petit segment (il aurait mieux valu employer des bouchons annulaires), servez vous de tuyaux de différentes grosseurs et n'examinez votre règle qu'après toutes ces expériences. La lettre  $\lambda$  que vous introduisez pour marquer la force du son, ne me paroît qu'une cheville pour faire cadrer la théorie. Quant à l'effet des trous dans les flûtes, je suis persuadé que, pour les sons naturels du premier ordre, le seul trou ouvert, le plus proche de l'embouchure fait presque tout l'effet, et qu'il est assez indifférent que les trous plus éloignés de l'embouchure soient fermés ou ouverts, à moins que le premier ne soit fort petit. Il faut que je finisse; je vous embrasse donc de tout mon coeur et suis avec toute l'estime et attachement possibles, Monsieur mon très cher compatriote, etc.

Nr. 39 D. Bernoulli an N. Fuss

Basel, 16. März 1776

Heutiger Standort des Originals unbekannt

Publ.: Fuss 2, p. 664–667

[1] Der erste dieser beiden Briefe, mit dem Fuss D. Bernoulli seine Beförderung zum Adjunkten der Petersburger Akademie mitgeteilt hatte, ist nicht erhalten geblieben (cf. *supra* Nr. 37, Anm. 1); beim zweiten handelt es sich um Nr. 38 vom 16. (5.) Februar 1776.

- [2] Cf. Nr. 38, Anm. 6.
- [3] Die «glorreiche Neuigkeit», auf die sich Bernoulli hier bezieht, ist wohl die Verleihung einer goldenen Ehrenmedaille durch Kaiserin Katharina II., von der er in einem – heute ebenfalls verlorenen – Brief von J.A. Euler erfahren haben muss (cf. *supra* A. 28, Anm. 2).
- [4] Cf. D. Bernoullis Abhandlung über die Töne von Orgelpfeifen (1764, DB. 53).

40

N. FUSS AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 17. (6.) Januar 1777

St Petersburg ce  $\frac{6}{17}$  de Janvier 1777.

Monsieur!

Enfin l'époque, que j'ai tant désirée, parce qu'elle devoit m'autoriser, à reprendre la plume pour Vous écrire est passée. L'Académie vient de célébrer son Jubilé avec tout l'éclat digne de l'époque de Catharine; et je crois qu'un récit détaillé, de ce qui s'est fait à cette occasion, pourra interesser en quelque facon le plus ancien de ses membres vivans, qui a été un de ses plus beaux ornemens depuis plus d'un demi siècle et qui a assisté personnellement à la solennité, dont nous venons de nous rappeler le souvenir.

Mais avant que de commencer mon recit, vous permettrés, Monsieur mon illustre Fauteur, que je satisfasse à un devoir bien plus précieux à mon coeur: c'est de Vous féliciter à cette occasion avec tous les sentimens de la plus haute estime, de la glorieuse carrière, que Vous avés parcourüe jusqu'ici, carrière marquée de tout ce qui peut faire honneur à l'esprit humain, parsemée de toutes les vertus, qui caracterisent la vie d'un grand homme, et dont le terme aboutit à l'immortalité, qui Vous attend après une vie, dont chacun, qui, comme moi, est pénétré de respect pour Vos talens et pour Vôte grand merite, doit souhaiter le prolongement. Puissies Vous jouir longtemps encore de toutes les bénédictions du ciel et de tous les bienfaits, qu'il verse sur ceux, qui, comme Vous, ont vécus pour le bien de l'humanité et dans la pratique de la vertu. Après ces voeux pour la conservation de Vos jours précieux, dictés par un coeur rempli de reconnoissance pour Vous, Monsieur, qui, après mon Illustre Maître êtes l'auteur de mon bonheur naissant, je m'en vais tracer l'histoire de nôtre fête académique.

Monsieur de Domaschnev après son retour de Berlin n'eut d'autre occupation, que d'arranger l'ordre et le cérémoniel, qui devoit être observé à cette occasion, et Sa Majesté (Katharina II.), avertie enfin, que tout soit prêt, fixa le Jeudi 29 de Decembre pour le Jour de célébration<sup>[1]</sup>. On distribua dès lors des billets d'invitation, joliment gravés, aux Grands, au Clergé Supérieur, aux Ministres et Cavaliers étrangers, et s'assembla vers les 10 heures du matin dans la salle de conférence, renouvelée, agrandie, peinte magnifiquement *al fresco* et décorée de plusieurs tableaux allégoriques, parmi lesquels il y avoit le portrait de Sa Majesté, représentée en Minerve, dans les nûes, versant l'abondance sur les sciences à ses

pieds avec leurs attributs. Il y avoit des chaises pour plus de 300 personnes, sans compter celles des Académiciens, qui étoient rangées autour d'une table ovale garnie d'un tapis de velours rouge et du tabernacle (cassette travaillée par un habile ciseau et dorée, où l'on conserva l'instruction pour un nouveau code de loix écrite de la main de Sa Majesté même). On y recut et complimenta, à mesure qu'elles arriverent, les personnes de distinction, qui avoient été priées d'assister à cette assemblée. Vers 11 heures Sa Majesté fit dire à l'Académie par Mr le Major Général de Rhebinder (Rehbinder), son Ecuier, que la rigueur de la saison (car il faiseoit un vent terrible et tombeoit une neige excessive) ne lui permettant pas d'assister à la fête<sup>[2]</sup>. Elle se reservoit d'honorer l'Académie infailliblement de Sa présence dans le cours de l'été prochain. Ce contretemps, quelque fatal qu'il fut, nous affligea moins, parce que nous l'avions pu prévoir, et parce qu'il n'empêcha pas Leurs Altesses Impériales, Monseigneur le Grand Duc (Pavel Petrovič) et Madame la Grande Duchesse (Marija Fedorovna), de venir une Demie heure après. Nous descendimes et les reçûmes sur le perron, les précédant ensuite pour les conduire par une double haye d'élèves de l'Académie, qui se tenoient avec leurs Gouverneurs et la Gouvernante sur le passage, le long de l'escalier et dans l'Antichambre, à la salle de conférence.

Après que leurs Altesses Impériales furent assises, nous prîmes nos places à la table et Mr (J.A.) Euler le fils ouvrit la séance par un compliment adressé à leurs Altesses. Mr de Domaschnev prononça ensuite un discours en langue Russe, dont je ne sçais pas précisément le thème, mais qui rouloit, à ce que je pus entendre, sur l'obligation, qu'ont les Académies de joindre le moral au phisque, et sur la félicité des états, où les Sciences fleurissent. Mr Gùldenstaedt lut ensuite un mémoire, sur l'usage de plusieurs productions de l'empire de Russie en économie et l'utilité qu'on pourroit en retirer pour le commerce. Mr de Domaschnev reprit la parole, pour rapporter ce qui concerne le Jugement de l'Académie au sujet des pièces, qui ont concouru pour les prix proposés, et la nouvelle question, comme Vous verrés par le Programme ci joint. Mr (J.A.) Euler proclama ensuite les membres externes élus à la pluralité des voix quelques jours aupara[va]nt, à la tete desquels se trouve le Roy de Prusse (Friedrich II.), du quel Mr de Domaschnev avoit apporté le consentement de Berlin par écrit, par une lettre concüe en ces termes:

«Monsieur de Domaschnev. Je recois avec bien de reconnaissance les offres de l'Academie de Peterbourg. Je ne suis que ce que les Italiens appellent *dilettante* et par consequent peu propre à me trouver dans la compagnie de quelques uns des plus sçavans hommes de l'Europe, dont la profondeur des connoissances m'est connue. Cependant, ce qui peut justifier le choix de l'Académie de Petersbourg, c'est la part sincère, que je prens à tout ce qui peut augmenter la prospérité et la splendeur de l'empire de Russie, de Son auguste Souveraine et de Son illustre Famille; et comme certainement les sciences éclairent en repandant leurs connoissances et leurs découvertes, qu'elles adoucissent les moeurs, servent de consolation à ceux qui les cultivent et étendent la

gloire des états aussi loin que les armes des Guerriers, je m'intéresserai toujours vivement pour cette Académie, qui publiera et transmettra à la postérité les talens insignes du grand génie, qui est à sa tête. Sur ce je prie Dieu etc. . . . . »

Avoués Monsieur, que cette lettre, que cette condesc[en]d[an]ce à la prière de nôtre digne et zélé Directeur (Domašnev), fait autant d'honneur à ce grand Roy (Friedrich II.) héros et Philosophe, qu'à nôtre Académie, dont il a bien voulu prendre le titre de membre.

Après la lecture de cette lettre on proclama les autres membres honoraires, savoir: Mr le Baron de Haller, Mr le Comte de Buffon, Mr Daubenton, Mr Bergius, Mr Wallerius, Mr Melander, Mr le Marquis de Condorcet, Mr de la Grange, Mr Jean (III) Bernoulli (vôtre digne Neveu), Mr Margraf, Mr Gleditsch, Mr Burmann, Mr le Chevalier Pringle, Mr de Born, Mr de Lorgna, l'Ab[at]e Toaldo, Sigaud de la Fond, Mr Messier, Mr Maskeline et Mr Mallet. Cette proclamation fut suivie par celle des membres honoraires regnicoles, que nous entendimes debout. Ils sont: Monseigneur le Grand Duc (Pavel Petrovič), Mr le Feldmarechal Comte Rumanzov {Rumjancev} Sadunaisky, Mr le Comte Nikita Ivanoviz Panin, Monseig<sup>r</sup> le Prince (G.G.) Orlov, Monseig<sup>r</sup> le Pr[ince] Potjemkin, Mr le Comte (I.G.) Tchernichev {Černyšev}, Mr le Prince Wesemskoy {Vjazemskij}, Mr le Comte Schouvalov {Šuvalov}, Mr le Comte Stroganov, Mr le Pr[ince] Scherbatov {Ščerbatov}, Mr le Cons.<sup>ler</sup> d'état actuel de Roggerson, l'archevêque de Novogorod et S<sup>t</sup> Petersbourg, Gavril et l'archeveque de Slavenzk et Cherson, Eugène {Evgenij}. Après la lecture de cette liste Mr Roumovsky {Rumovskij} fit celle du Prospectus d'une nouvelle Géographie générale et complete de l'empire de Russie qui doit être exécutée sous les soins de l'Académie. Enfin Mr le Directeur (Domašnev) suivi de Mr (J.A.) Euler et Roumovsky s'approcha de leurs Altesses Imperiales (Pavel Petrovič, Marija Fedorovna), pour leur présenter les medailles et jettons en or, frappés pour éterniser la mémoire d'un jour à jamais glorieux pour l'Académie et deux exemplaires superbement peintes et enluminées de la nouvelle carte générale de Russie, qui venoit d'être achevée par les Ajoins Trescott {Truscott} et (J.F.) Schmidt. Leurs Altesses Imper[iales] temoignèrent de la manière la plus gracieuse, combien Elles étoient satisfaites de l'empressement respectueux de l'Académie à répondre à l'honneur qu'Elles lui avoient faites par leur présence. Mr le Directeur, les Professeurs et Ajoins reconduisirent alors leurs Altesses Impériales jusqu'à la portière de leur carrosse. On distribua des jettons aux personnes les plus distinguées, qui avoient assisté à l'assemblée, et de cette manière finit une fête à jamais memorable et digne d'être précieusement conservée dans les fastes de l'Académie.

Le lendemain Mr le Directeur (Domašnev) nous fit sçavoir, que nous devons nous assembler dimanche 1 Janvier au Palais Imperial à l'heure de la messe, pour être présentés à Sa Majesté (Katharina II.). Nous nous y rendimes en consequence, et au retour de l'Imperatrice de la Chapelle nous eumes l'honneur de Lui être présentés et de lui baiser la main. Ce que nous fimes aussi le lendemain 2<sup>d</sup> Janvier

auprès de leurs Altesses Impériales (Pavel Petrovič, Marija Fedorovna), qui nous reçurent le plus gracieusement du monde.

Depuis les deux lettres, que j'ai eu l'honneur de Vous adresser, Monsieur, au commencement de l'année passée<sup>[3]</sup>, j'ai fait encore plusieurs expériences acoustiques, qui m'ont tous paru confirmer l'utilité des formules que j'y ai rapportées. Je crois bien qu'ils ne s'accordent pas parfaitement avec les loix de la nature, aussi n'en voulois-je faire usage que pour deterrer une route, qui conduise à une Theorie applicable. Plusieurs occupations d'une toute autre nature interrompirent le cours de mes recherches, que je brule de continuer, surtout après les éclaircissemens que Vous avés bien voulu me donner sur ce sujet, quoique je me sente au reste trop peu de force et de lumieres, pour esperer d'y reussir.

Nous avons eu ici depuis quelque temps tant de projets échoués pour la construction d'un pont de bois d'un seul arche à travers la grande Neva large de 1057 pieds d'angleterre, que l'entreprise en est devenue presque ridicule. Cependant le Mécanicien de l'Académie, Kolybin {Kulibin}, qui merite de Vous être connu par la rareté du fait, étant devenu de simple paysan un homme veritablement admirable, par l'heureuse disposition, qu'il a reçu de la nature pour les arts mécaniques et qui a déjà fait des chefs d'oeuvre sans le secours de la moindre instruction étrangère laissa le public se moquer de lui et de son modèle et y travailla avec tant d'ardeur, qu'il l'a achevé depuis quelques semaines<sup>[4]</sup>. Cet homme, sans avoir, comme j'ai déjà remarqué, la moindre teinture des mathematiques, a trouvé, j'ignore par quelle voye, que la courbe de son arc devoit être une chainette, que son modèle, dont les mesures diminuent justement en raison 1 : 10 peseroit 333 pouds<sup>[5]</sup>, quoique les pièces, qui le composent, loin d'être égales, diminuent suivant deux dimensions, et qu'enfin il devoit porter le poids de 3300 pouds, pour que le pont construit suivant ce modele, soit en état de se soutenir lui même; ce qu'effectivement Mr (L.) Euler a trouvé aussi *à priori* dans un mémoire intitulé *De dijudicanda firmitate pontis aliusve corporis similis ex cognita firmitate moduli*, qui se trouvera dans le volume XX de nos *Commentaires*<sup>[6]</sup>. Or ce modèle est chargé depuis 12 jours de 3500 pouds de fer sans avoir baissé de plus de la largeur d'un doigt, et pour rien laisser de douteux à la comité chargée de l'examen de cette invention, on fait des préparatifs pour y ajouter encore 500 pouds. L'assemblage de ce modele est non seulement si ingenieux, que la possibilité de la construction réelle d'une aussi lourde machine saute aux yeux, mais il est si bien proportionné et a si bonne mine, qu'on le prendroit de loin pour un pont vouté de pierres.<sup>[7]</sup>

Vous recevrés bientôt Monsieur un petit ouvrage allemand intitulé: *Allgemeine Leihebank*<sup>[8]</sup>, qui vient d'être imprimé et qui est une suite des *Éclaircissemens sur les établissemens publics* etc.<sup>[9]</sup>, que j'ai calculés sous Mr (L.) Euler. Je ne scais pas, si Vous le trouverés conforme à l'idée que Vous Vous en étés formé sur ce que Mr Euler Vous en avoit dit. Nous n'avons point d'observations sur la multiplication et la mortalité en Russie, ensorte que, la diversité du climat influant tant sur ces deux articles, on a été obligé de laisser beaucoup d'arbitraire dans la détermination des prix, des rentes, etc. Neanmoins il pourra être de quelque utilité même s'il ne faisoit que celle de rendre le public d'ici plus circonspect et plus méfiant envers

cette infinité d'établissements particuliers de l'institution la plus absurde et la plus préjudiciable qui nous inondent depuis quelque temps.

Je finis, Monsieur, avec les assurances de la plus parfaite estime et de la plus profonde vénération avec la quelle je ne cesserai d'être

Vôtre très humble et très obeissant Serviteur

Nicolas Fuss.

Nr. 40 N. Fuss an D. Bernoulli  
 Petersburg, 17. (6.) Januar 1777  
 Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 692, Bl. 194–195v  
 Partieller Entwurf (mit grösseren textlichen Abweichungen im Detail), 2 Bl. – Archiv  
 Petersburg, f. 40, op. 1, Nr. 189, Bl. 3–4v

- [1] Cf. *Protokoly* 3, p. 274–282.
- [2] In der Sekundärliteratur findet sich manchmal (cf. etwa Chronik 1, p. 640) die hier durch einen Augenzeugenbericht widerlegte Behauptung, Kaiserin Katharina II. habe der öffentlichen Sitzung der Akademie vom 9. Januar 1777 (29. Dezember 1776) persönlich beigewohnt.
- [3] Cf. *supra* Nr. 39, Anm. 1.
- [4] Eine detaillierte Beschreibung des umfangreichen handschriftlichen Nachlasses von Kulibin im Archiv der Petersburger Akademie findet sich bei Raskin–Mal'kevič (1953).
- [5] Alte russische Gewichtseinheit: 1 Pud entspricht 16.36 kg.
- [6] E. 480; cf. Raskin (1962).
- [7] Der erhaltene Entwurf bricht an dieser Stelle ab.
- [8] N. Fuss (1776b).
- [9] N. Fuss (1776a).

Bâle ce 7 juin 1777.

Vous vous êtes acquis des droits sur moi, Monsieur mon très cher et très honoré confrère, droits dont je ne pourrai jamais m'acquitter. Encore dernièrement M. votre père m'a remis de votre part un exemplaire de votre excellent ouvrage sur les tontines<sup>[1]</sup>. Si les remerciements que j'ai l'honneur de vous faire de ce beau présent littéraire, sont un peu tardifs, je n'en ai pas moins senti tout le prix. Pourrais-je mésestimer un ouvrage dont le titre porte les deux noms qui m'ont toujours été les plus respectables et les plus chers, celui de M. Léonard Euler et de M. Nicolas Fuss. N'accusez donc à cet égard que mes infirmités inséparablement attachées à la vieillesse; *ipsa senectus morbus est!* A cet état naturel d'accablement et de souffrance s'est joint une fièvre catarrhale assez forte pour enlever un homme bien plus robuste que moi, et qui cependant n'a pas voulu achever son ouvrage. Mais ce n'est que depuis peu de temps que j'ai pu commencer à lire votre traité; j'ai relu même le mémoire de M. Euler inséré dans les *Mémoires* de l'académie de Berlin



pour l'année 1760<sup>[2]</sup>. On ne sauroit mieux traiter cette matière que vous l'avez fait l'un et l'autre: mais c'est avec beaucoup de raison que vous vous plaignez du peu d'accord mutuel dans les tables nécrologiques les mieux faites, desquelles cependant dépend uniquement tout le résultat que vous voulez déterminer dans vos différentes questions, et qui malheureusement en est trop affecté pour négliger le désaccord. Il y a des tables qui accusent l'âge de 5 ans au delà duquel la moitié de la génération est déjà éteinte. Suivant la table de M. Smart<sup>[3]</sup>, établie sur les registres mortuaires de Londres, les trois premières années de la vie suffisent pour enlever la moitié de toute une génération. La table de M. Halley<sup>[4]</sup>, suivant les registres mortuaires de Breslau, si on suppose la génération de 1200 (puisqu'on y part de la valeur  $(1) = 1000$ ) nous apprend que c'est à l'âge de 20 ans que le nombre des vivans est réduit à la moitié, et ce terme me paroît le plus vraisemblable. M. Kerseboom<sup>[5]</sup>, trouve 31 ans, et vous adoptez le même âge: Un tel terme est sans doute excessif *pour le général*, et il me semble qu'en suivant la liste mortuaire de M. Kerseboom, on augmente trop l'avantage de la banque. Cependant cette excessive inégalité est considérablement diminuée si on suppose qu'on ne parte que depuis l'âge de 15 ans accomplis. Mais il y a une autre réflexion à faire qui me paroît très essentielle pour l'établissement des rentes destinées simplement aux femmes devenues veuves; c'est que, selon le célèbre M. Wargentin<sup>[6]</sup>, l'ordre de mortalité est fort différent entre les hommes et les femmes, à l'avantage des femmes. C'est une des raisons qui fait que, dans les villes, il y ait ordinairement 3 ou 4 fois plus de veuves que de veufs, quoiqu'il y ait encore plusieurs autres raisons à alléguer là-dessus. Si la chose est bien vraie, comme je n'en doute pas, elle demanderoit une grande réforme dans vos calculs sur les *Witwen-Cassen*<sup>[7]</sup>, quoique tout-à-fait justes pour l'hypothèse communément reçue. Vous aurez sans doute à Pétersbourg l'ouvrage de M. Déparcieux de l'an 1746; mais peut-être n'avez vous pas l'addition à cet ouvrage imprimée l'an 1760 qui finit par une table déduite des dénombremens faits en Suède, pour l'un et l'autre sexe, chacun à part<sup>[8]</sup>.

J'ai encore devant moi la lettre infiniment obligeante du 17 janvier n. st. que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire<sup>[9]</sup>; je suis sensible, on ne peut pas plus, aux marques de bonté, d'amitié et de sincérité que cette chère lettre exprime avec tant d'énergie; vous me comblez de toute sorte de bénédictions et de faveurs. Soyez assuré, mon chérissime ami, d'un parfait retour de ma part tant pour l'intérêt que je prends à tout ce qui vous concerne, que pour l'estime toute particulière que vous méritez si bien. La description que vous me faites du jubilé académique est bien intéressante; je vous en suis bien obligé; je serois bien aise d'avoir un de ces jolis billets d'invitation dont vous me parlez. M. Jean-Alb[ert] Euler voudra bien avoir la bonté de me régaler d'un exemplaire, la première fois qu'on m'enverra quelque ouvrage de la part de l'académie, supposé qu'il chargeroit trop une lettre qu'on m'adresseroit par la poste. La condescendance du Roi de Prusse (Friedrich II.) qui a bien voulu répondre si gracieusement aux vœux de l'Académie d'oser parer ses fastes de l'auguste nom qu'il porte, ne doit plus surprendre dans ce siècle que Catherine II et Frédéric II se sont approprié.

J'apprends avec plaisir les grands progrès que vous faites dans vos expériences acoustiques: ne faites vous pas entrer, dans vos formules, la force du vent? Je voudrais que vous fussiez en liaison avec le célèbre mécanicien, M. Vaucanson, qui dans la description d'un automate<sup>[10]</sup> jouant d'une espèce de flageolet qu'on appelle, si je ne me trompe, provençale, nous a donné à connaître que les tons qu'on peut tirer de cet instrument qui n'a que trois trous, dépendent de l'exacte force du vent propre à chaque ton; tel ton demande soixante fois plus de vent qu'un autre. Il faut avoir le tact bien fin pour s'apercevoir de ces choses et pour les mettre en exécution.

Ce que vous me dites de votre mécanicien né, M. Koulibine {Kulibin}, au sujet d'un pont de bois sur la grande Néva, large de 1057 pieds d'Angleterre, me donne une grande idée de cet habile architecte et maître charpentier, élevé parmi les simples paysans et ne devant ses sublimes connoissances qu'à une espèce d'instinct<sup>[11]</sup>. Vous devez savoir cependant que notre Suisse intérieure a déjà possédé un grand nombre de pareils paysans et d'esprits illuminés. Il y a, dans notre pays, deux espèces de ponts de bois; les uns ne sont fondés que sur les principes communs des voûtes, et les autres sont appelés dans notre pays *Hängewerk*: Ce sont de grandes poutres suspendues verticalement et accrochées aux pièces principales de bois, mises et jointes horizontalement suivant la longueur du pont; ces poutres suspendues fournissent des points d'appui; l'assemblage de toutes les pièces de bois forme une espèce de massif qui pourroit avoir plus de 20 pieds d'épaisseur, de manière qu'il puisse faire la fonction d'une voûte extrêmement aplatie, mais qui auroit 20 pieds d'épaisseur. Il me semble que le plus grand artifice consiste dans le choix des bois, dans la dernière exactitude de toutes les mesures, dans le plus grand soin à ne se servir d'aucune pièce qui ne soit pas naturellement parfaitement droite, car il faut éviter qu'aucune pièce ne puisse plier ou se courber le moins du monde, et cela n'est pas tant difficile à faire moyennant de certaines traverses qui, avec peu de force, peuvent s'assujétir à d'autres pièces et les empêcher de plier. Toutes les pièces principales doivent se presser mutuellement autant qu'il est possible par le moyen de grosses vis de fer, de coins, de chevilles, de bons tenons et de mortaises bien travaillées. Vous aurez vu sans doute un ouvrage de M. Andreae, imprimé à Zurich, l'an 1776, en forme de lettres. Vous y trouverez une description fort détaillée d'un pont de bois construit à Schaffhouse qui a 364 pieds anglais de longueur<sup>[12]</sup>; mais on a profité d'un pilier naturel qui se trouve vers le milieu, de sorte que la longueur de la partie la plus longue n'est que d'environ 200 pieds, fort au dessous de 1057. Cette largeur de la Néva me paroît excessive et j'avoue que je n'aurois jamais la témérité de donner mon suffrage pour la construction d'un tel pont à moins qu'on puisse construire deux ou trois pilotages d'un bord de la Néva à l'autre, pour partager tout le pont en trois ou quatre parties à peu près égales. Je n'ai formé ce jugement qu'après avoir lu avec attention toute la description de M. Andreae; je n'écoute guère la théorie simple dans ces ouvrages, parce qu'il est impossible de faire une énumération suffisante de toutes les circonstances qui doivent être nécessairement considérées, et qu'on est obligé de travailler en tâtonnant sur un nombre infini de petits articles qui n'admettent aucune détermination exac-

te. Le constructeur en chef est obligé le plus souvent de s'en remettre à son estime naturelle. C'est ici que je reconnois tout l'avantage qu'il y auroit de posséder un homme tel que M. Koulibine pour qui je suis pénétré d'estime; mais je ne saurois vaincre mon scepticisme à l'égard du pont énorme dont il s'agit. Est-on bien sûr que les grands froids du pays ne sauroient déranger la structure du pont? Un petit resserrement de toutes les parties pourroit devenir fatal à ce pont. Marquez moi, s'il vous plaît, quelle est la hauteur du modèle dans son milieu par dessus ses extrémités, et de quelle façon ce grand artiste a distribué les 3500 pouds<sup>[13]</sup> dont il a chargé son modèle. Si ce modèle a pu soutenir encore les 500 pouds dont il s'est proposé de le surcharger, cette augmentation seroit une forte preuve de plus pour l'heureux succès qu'on pourroit se promettre. J'ai fait autrefois beaucoup de recherches sur la force et la résistance des bois employés de plusieurs différentes manières, que l'expérience a toujours confirmées; mais j'hésite encore sur la résistance d'une poutre d'une certaine longueur équarrie et fortement comprimée dans la direction de sa longueur jusqu'à ce que la poutre commence à plier, ou quel est le plus grand poids qu'une colonne dressée bien verticalement puisse soutenir sans en être écrasée? Je voudrois que notre mécanicien inspiré vous dît là-dessus son opinion pour un ou deux exemples; je ne demande simplement que son estime.

Nr. 41 D. Bernoulli an N. Fuss  
 Basel, 7. Juni 1777  
 Heutiger Standort des Originals unbekannt  
 Publ.: Fuss 2, p. 668–673

- [1] N. Fuss (1776a).
- [2] Cf. E. 334.
- [3] Cf. Smart (1726).
- [4] Cf. Halley (1693a, b).
- [5] Cf. Kersseboom (1742, 1970).
- [6] Cf. Wargentin (1766).
- [7] Cf. N. Fuss (1776b).
- [8] Cf. Deparcieux (1746, 1760).
- [9] Cf. *supra* Nr. 40.
- [10] Cf. Vaucanson (1738).
- [11] P.H. Fuss gibt in seiner Edition dazu die Fussnote: «Le modèle de ce pont se conserve encore au musée de l'Académie» (Fuss 2, p. 671).
- [12] Cf. Andreae (1776), p. XI–XXI.
- [13] Alte russische Gewichtseinheit: 1 Pud entspricht 16.36 kg.

42

N. FUSS AN D. BERNOULLI  
Petersburg, 25. (14.) Juli 1777

$\frac{14}{25}$  Juill[et] 1777.

Monsieur et très Illustre Fauteur!

Je regarde comme une des plus grandes faveurs du Ciel, l'avantage d'être le compatriote et le disciple des deux plus grands Géomètres de nôtre temps; même avant que j'aie été en état d'apprécier la source pure et inalterable de ce grand nom, que la vérité, d'accord avec la renommée, donne en partage à Ceux, qui n'ont vecu que pour le bien de l'humanité et pour éclairer leur siecle: avant de reconnoître le rang distingué que celui des Bernoullis occupe dans la Republique des lettres, en comparant cette renommée à cette affabilité, à cette douceur de caractère, qui fait presque autant d'honneur aux grands hommes que les plus sublimes découvertes, j'avois déjà conçu pour Vous la plus grande vénération. Jugés donc, Monsieur et très illustre Fauteur, de combien ces sentimens ayent dû être augmentés, depuis que les instructions de mon Illustre Maitre (L. Euler) m'ont mis à portée de jouir aussi des Vôtres: la plus vive reconnoissance s'est jointe à tout ce que j'ai senti autrefois pour Vous, et elle est augmentée à chaque lettre, que Vous me faites l'honneur de m'écrire, par les assurances flatteuses de l'intérêt particulier, que Vous daignés prendre à tout ce qui me regarde, par la gracieuse manière, avec la quelle Vous daignés m'éclairer et m'instruire, et par la bonté, avec la quelle Vous daignés recevoir les foibles expressions de mon estime et de ma vénération, qui ne finiront qu'avec mes jours.

Nôtre Académie continüe à briller dans la plus belle période du Regne de Catharine II, où tout brille de l'eclat majestueux, que cette grande Princesse jette sur tout ce qui l'environne. Nous avons eu depuis peu deux autres époques, autant mémorables que celle dont j'ai eu l'honneur de Vous parler dans ma dernière lettre. Un autre Philosophe couronné, le Roy Stanislas Auguste, s'est lié à nous par une réception publique qu'il a daigné autoriser par une lettre fort gracieuse<sup>[1]</sup> à Mr de Domaschnev, nôtre digne directeur, qui, placé dans une chaine d'heureux évènements, sait saisir avec adresse tout ce qui peut contribuer à augmenter le lustre de la Societé, dont il a pris la direction. Et le Roy de Suede (Gustav III.) qui sous le nom d'un Comte de Gothland s'est concilié l'amour et l'estime de tous ceux, qui ont eu le bonheur d'approcher de lui pendant les quatre semaines, qu'Il a vecu parmi nous, a daigné assister à une de nos assemblées qu'on a rendu aussi solennelle que le peu de temps avoit permis<sup>[2]</sup>. Je ne vous ennuyerais pas par le recit de tous les préparatifs ni par le dénombrement de tous les grands, qui ont assisté à cette assemblée, qu'il me suffise de Vous dire, que ce jeune Roy, né pour delivrer Sa Patrie de la cruelle Oligarchie, qui la ruinoit et à être le restaurateur de l'ordre et de la dignité Royale presque avilie, a prêté, assis au milieu des Académiciens, toute l'attention possible au scavant discours de Mr Pallas sur la Théorie de la Terre et à celui de Mr de Domaschnev, qui contint un Panegyrique du Roy et de

la nation Suedoise; qu'il a vu tout, examiné tout avec l'oeil éclairé de l'observateur philosophe, et qu'il nous a quittés avec les marques les plus distinguées de l'amour qu'il a pour les sciences et de l'estime dont il honore ceux qui les cultivent; témoin le gracieux accueil, qu'il nous fit, lorsque nous lui fumes présentés, témoin l'ordre de Wasa, dont il décora nôtre Directeur et la grande Médaille d'or, qu'il fit remettre à mon illustre maître ⟨L. Euler⟩ – on se flatte, qu'il daignera augmenter la Liste des Roys, que l'Académie a l'honneur de compter parmi ses membres.

Je viens aux reflexions sur les Tables nécrologiques, et principalement à celle sur la table de Mr Keerseboom {Kersseboom}<sup>[3]</sup>, que j'ai employée dans mes calculs. Elle est sans doute fort différente de celles de Halley, Deparcieux, Susmilch {Süssmilch}, Lambert, etc. et beaucoup plus de Simpson, Smart, Hogdeson {Hodgson}<sup>[4]</sup>; mais les dernières, dressées sur Londres, c'est à dire sur la ville du monde la moins ressemblante à tout autre, ne scauroient être comparées à aucune des premières, et ne pourroient servir que pour Londres même, à cause de la grande difformité qui se trouve justement depuis l'age de 20 ans jusqu'à 60 et comprend par consequent les ages les plus interessans dans ces sortes de calculs. Les tables de Déparcieux et de Dupré de S<sup>t</sup> Maur pour Paris<sup>[5]</sup> diffèrent moins des autres, par rapport à ces ages, mais elles sont fautives ou bien inconcluantes pour l'enfance. Celle de Mr Wargentin<sup>[6]</sup> l'est suivant Susmilch pour tout autre endroit que Stockholm, parceque le nombre des morts entre 20 et 40 ans y est même plus grand que dans les listes de Londres. La table de Mr Halley est de même trop spéciale et restrein[te] à la seule ville de Breslaw et autres endroits semblables et n'a pour garant de son exactitude que 5 ans d'observation, terme trop court, pour qu'on en puisse construire des proportions générales. Celle de Mr Susmilch me paroît être la plus conforme aux loix de la nature et à l'ordre véritable de mortalité; elle est fondée non seulement sur une infinité d'observations de tout pays et de plusieurs années, mais elle contient en même temps les proportions moyennes des grandes et petites villes et de la campagne, et doit par consequent représenter au juste l'ordre général de mortalité, et les limites, où il faut se restreindre dans le calcul des rentes, tontines, etc. Mr Lambert l'accuse à la vérité (*Beyträge zur Mathematik* Tom. III)<sup>[7]</sup> de s'écarter trop de la moyenne raison entre les grand[es] villes et la campagne; mais ce reproche ne touche que les ages au dessus de 60 ans, age où le reste de force vita[le] doit être partout à peu près le même, où l'homme éloigné de la fougue des passions et de toute profession dangereuse a autant d'esperance pour le reste de ses jours au milieu du desordre d'une ville commercante maritime et debauchée que dans la plus paisible retraite sous la chaumière du paysan. Il est vrai que le nombre des vivans à la campagne est un peu moindre dans la table de Susmilch, dont Mr Lambert s'est servi en faisant cette observation, que dans celle des moyennes raisons; mais Mr Susmilch dit lui même qu'il y a eu beaucoup d'années épidémiques parmi celles, dont il a fait usage pour la construction de sa table pour la campagne, et outre cela Mr Lambert a mis le terme  $(0) = 10000$ , d'où la différence qu'il trouve entre la moyenne raison de Susmilch et les nombres des morts aux environs de Berlin reduite au terme  $(0) = 1000$  devient presque imperceptible. J'aurois donc fait usage de la table de Mr Susmilch sans la réfle-

xion de Mr <L.> Euler (*Mem. de l'acad. de Berlin* 1760 pag. 151)<sup>[8]</sup> qu'il ne faut pas regler le calcul des rentes etc. sur les registres de la vraye mortalité, mais qu'il vaut mieux se servir de celle des registres des rentes viagères, qui commencent par des enfans au dessous d'un an échappés déjà aux dangers des premiers mois, par ce qu'on ne s'enga[ge] gueres que pour des personnes d'une complexion forte. On ne scauroit nier, et toutes les observations le confirme[nt,] que la table de Mr Kerseboom donne les nombres des vivans trop grands, surtout pour les premiers ages; car dès l'age de 6 ans elles approchent beaucoup de celles de Susmilch et depuis 36 jusqu'à 75 elles n'en differen[t] presque rien du tout. J'aurois donc pu employer celle de Susmilch, et aller même avec la derniere exactitude jusqu'au terme de la génération, moyennant la table de Mr Struick, inserée dans l'ouvrage de Mr Susmilch<sup>[9]</sup> Tom. II pag. 318: où il assigne, combien il meurt d'un certain nombre d'enfans dans le 1<sup>r</sup>, 2<sup>d</sup>, 3<sup>e</sup> etc. mois jusqu'à la fin de la première année; mais cette scrupulosité auroit été inutile, par la raison, que dans toutes ces sortes d'engagemens on a toujours égard à la vigueur et à l'état de santé de celui, pour qui l'on s'interesse, et de l'un et de l'autre côté on prend des précautions telles par rapport au choix des participans, que le nombre des morts, doit être effectivement moindre, que les tables mortuaires les assignent. Au surplus en ne partant, comme Vous remarqués que de l'age de 15 ans accomplis, l'avantage de la banque trop augmenté suivant le calcul fondé sur la table de Mr Keerseboom sera bien reduit et les loix de la parfaite égalité moins offensés que le premier coup d'oeil pourroit le persuader.

Quant à la seconde remarque, que l'ordre de mortalité soit different entre les deux sexes à l'avantage des femmes, elle seroit sans doute très importante et des-avantageuse à l'accuratesse des calculs, si la différence etoit aussi énorme, que Mr Wargentin le prétend. Il est decidé, par une infinité de listes mortuaires, qu'il meurt beaucoup plus de garçons que de filles et cela dans la raison 26 : 25; la raison en est evidente; car on voit dans les tables de multiplication qu'il nait aussi plus de garçons que de filles dans la raison 26 : 25 ou 21 : 20 ensorte que vers l'age de la puberté l'égalité entre les deux sexes soit à peu près rétablie. C'est donc le terme *a quo* dans le calcul pour la Wittwenkasse, d'où l'on part en supposant une parfaite égalité entre les deux sexes; mais encore depuis ce terme il n'est pas moins vray qu'il meurt plus de males que de l'autre sexe, mais tout au plus dans la raison susdite 26 : 25 ou 79 : 75, toujours trop peu considerable pour produire cette grande différence entre les veuves et les veufs, qui doit monter, comme Vous dites, jusqu'à la raison de 1 : 3 et 1 : 4; qui me paroît trop forte, du moins pour le general; car après avoir consulté là dessus les tables de Lambert, Susmilch, Struick, Deparcieux, etc. je les trouve tous assés d'accord sur la raison des veufs aux veuves = 11 : 16 ou 11 : 17. Cette différence doit avoir sa source principale dans les difficultés, que trouvent les veuves des premières noces à se remarier; car il y a toujours un plus grand nombre de veufs, qui entrent en second mariage; la raison en est facile à concevoir. Or puisque cette derniere circonstance n'a la moindre influence sur la détermination des prix assignés dans les tables de l'établissement pour les veuves, et que d'ailleurs on peut prendre des précautions semblables (quoi-

que moins rigoureuses) à celles que l'établissement de Berlin observe dans le choix des maris participans, les inconvéniens, qu'on auroit à craindre de la différence de l'ordre de mortalité seront bien diminués ou même réduits à rien.

J'avois bien prévu, que la petite notice que j'eus l'honneur de Vous donner dans ma dernière lettre du modèle de Mr Kolybin {Kulibin} exciteroit Vôte attention, aussi bien que j'ai senti toutes les difficultés, que Vous me faites apercevoir dans l'exécution de ce projet hardi. Je n'ignore pas qu'on a différens ponts de cette espece en Suisse, comme celle de Schafhouse et de Wettingue, que l'on appelle comunement *Gesprengte Brucken*. Aussi me souviens-je d'avoir vu à Bâle il y a 5 ou 6 ans le modèle d'un tel pont, qui devoit être construit en Irlande à travers la rivière Dery, large de 900 pieds; il avoit été travaillé par un Appenzellois nommé Schwarzenbach, et fut approuvé à Londres peu de temps après<sup>[10]</sup>. Je me suis informé depuis des mesures principales, du poids du modele et du fardeau, qu'il a été en état de porter, et de ces dates j'ai tiré la conclusion, qu'il seroit impossible de construire le pont suivant ce modèle; aussi n'en ai je plus rien appris, quoique je me sois informé chés plusieurs Anglois de nôtre *Factory*, relativement à l'exécution. Le modèle de M<sup>r</sup> Kolybin n'a rien de ressemblant avec tout ce que j'ai vu de cette espèce. Il est trop compliqué pour être decrit en peu de mots, et ce que je pourrois Vous dire de l'assemblage, imparfait comme il seroit, serviroit peut être à détruire la bonne oppinion que je voudrois Vous en donner. C'est comme j'ai déjà eu l'honneur de Vous dire un arc surbaissé en chaînette renversée, dont la hauteur du milieu pardessus ses extremités est de 8,4 pieds d'Angleterre, consistant en quatre plans verticaux de 6 pieds de hauteur, dont les poutres se croisent en forme de treillage et sont soutenües outre la force de leur assemblage par un continu de grosses poutres archées, dentelées et quadrouples jointes par des crampons et autre ferraille<sup>[11]</sup>. Les poutres croisées sont pressées l'une contre l'autre par des vis de fer, et ces quatre plans sont tellement entrelacés que le tout ne semble être qu'un seul corps<sup>[12]</sup> aussi n'y a-t'il pas une piece qui puisse se courber, parce qu'il n'y a aucune qui ne serve à Lier plusieurs autres et en soit soutenüe de même Les plans de dehors sont aussi courbés suivant leur longueur ensorte que vers les bouts le pont ait  $2\frac{1}{2}$  fois plus de largeur qu'au milieu, pour mieux resister à la poussée des vents, qui pourroit avoir trop de prise sur ces grandes surfaces. Tel est le modèle que l'Academie a jugé digne de son approbation après avoir vu cette machine delicate au premier coup d'oeil porter sans plier le fardeau de 3600 pouds<sup>[13]</sup> de fer, dont plus de la moitié fut mis sur le tiers le plus élevé du dos du modèle. Quelque forte cependant que fut cette épreuve, on a été assés circonspect, pour ne rien décider en faveur de l'exécution, dont aussi il n'a jamais été question. L'Académie donna dans son rapport à Mr Kolybin toutes les éloges, que son zèle et son habileté meritoient, sans pourtant répondre d'une infinité de circonstances, qui pourroient se rencontrer dans l'exécution et la rendre peut être impossible, tel que pourroit être p[ar] e[xemple] la nécessité absolüe d'achever la construction dans l'espace de 4 à 5 mois; le rassemblement de cette quantité de bois choisi, l'élévation des contreforts, qui devroient s'étendre en pente douce à une assés grande distance, la grande exactitude de travail de toutes les pieces, qui



entrent dans la construction de ce pont énorme, qui doit avoir outre cela assés de hauteur pour laisser passer tous les vaisseaux, qui, comme Vous scavéz, montent la rivière, pour entrer dans la petite Neva entre l'Académie et la fortesse descendre leurs marchandises à la bourse. Et toutes ces difficultés vaincues, quel en seroit l'avantage? De pouvoir passer la rivière 6 semaines de plus dans le cours de l'année car en hyver on passeroit toujours la glace unie préférablement à ce pont, dont la hauteur effrayeroit au commencement tous les petits maitres et petites maitresses de nôtre ville, et en été le pont à batteau rend le même service et ne coute avec les deux autres à travers la petite Neva et la Nevka que 6 à 7 mille Roubles à entretenir. Ce n'est donc tout au plus que pour le temps de la descente de la glace du lac Ladoga et du débaclement de la Riviere, qu'on voudroit construire un pont de bois, dont l'entretien seroit bientôt aussi couteux et la durée très médiocre. Un pont de pierre quoique moins miraculeux serviroit d'embellissement à la ville et seroit un monument tout aussi digne de la magnificence Imperiale que le beau Katharinen Kanal qui environne tout le second côté de l'Amirauté et le quay de pierre qui garnit la Dworzowaja Nabereschnaja le long de la Neva et s'étendra bientôt jusqu'au Chantier des Galères; mais la glace oppose un obstacle invincible à une telle entreprise: on pourroit le garantir à la verité par des brise-glaces, si la glace n'étoit pas aussi épaisse et si la rivière avoit plus de courant, pour qu'elle put donner avec assés de force sur le tranchant de ces machines. Quoiqu'il en soit le modèle de Mr Kulibin sera transporté comme une rareté à Zarskoye Sjelo; il aura apparemment quelque gratification et l'affaire restera là<sup>[14]</sup>.

Je lui ai parlé du sujet du poids, qu'une poutre dressée verticalement peut soutenir, mais je n'en ai pu retirer une reponse satisfaisante: il n'a jamais fait des expériences la-dessus et ne se fie pas assés à sa simple estime pour décider sur cette matiere épineuse; cependant il m'a promis de faire des recherches y relatives le plutôt possible et de m'en faire part; j'aurai donc l'honneur de vous en communiquer dans peu le resultat. Mr ⟨L.⟩ Euler a composé il y a quelque temps un mémoire: *De oneribus quae columnae gestare valent*, qui sera insérée dans le premier Sémeestre des *Nova Acta Acad. Sc. Imp. Petr.*<sup>[15]</sup> au quel on a comencé à travailler cette semaine. Vous y trouverez des recherches nouvelles et interessantes relativement à ce grand Problème.

J'ai fait les recherches necessaires, pour apprendre la raison du retard extraordinaire du payement de Vôtre pension; si j'ai bien compris ce qu'on m'a dit là dessus, Mr J.A. Euler, ayant eu quelque somme à recevoir de Berlin, eut l'idée de la faire payer à Mr Vôtre Neveu ⟨Johann III Bernoulli⟩; mais ayant appris depuis que ce payement trainoit en longueur, il a mis Ordre et ne manquera pas en conséquence de Vous faire tenir au plutot la lettre de change, dont apparemment il aura reçu la valeur de l'Academie en son temps, et je crois qu'il Vous donnera en même temps les éclaircissemens ultérieurs sur les ricochets qui ont causé ce retard<sup>[16]</sup>. Je ne scaurois blamer vôtre inquietude sur cet article, étant instruit de tous les torts que l'Académie eut autrefois avec Vous sous un Chef ⟨V.G. Orlov⟩ beaucoup plus occupé à veiller à son propre intérêt qu'à celui de l'Académie.

petite Neva entre l'Académie et la forteresse descendra leurs marchandises à la bourse. Et toutes ces difficultés vaincues, quel en seroit l'avantage? de pouvoir passer la rivière 6 semaines de plus dans le cours de l'année car en hyver on traverseroit toujours la glace unie, préférablement à ce pont, dont la hauteur offrieroit au commencement tous les petits maîtres et petites maîtresses de notre villette en été le pont a-bâti au rond le même service et ne coûte avec les deux autres à travers la petite Neva et la Neva que 67 700 roubles à entretenir. C'est donc tout au plus que pour le temps de la descente de la glace du lac Ladoga et du débouchement de la rivière, qu'on seroit contraint au pont de bois, dont l'entretien seroit bientôt assés coûteux et la durée très médiocre. Un pont de pierre quoique moins miraculeux se feroit d'emblée et on en a à la ville et seroit un monument tout assés digne de la magnificence Impériale que le beau Tschernomouk qui ensermoit tout le second côté de l'Académie et le quai de pierre qui garnit la Dworzowa Nabouchajad le long de la Neva et s'étendra bientôt jusqu'au Chantier des Galères; mais la glace oppose un obstacle invincible à une telle entreprise; on pourroit le garantir à la vérité par des brisonglacs, si la glace n'étoit pas assés épaisse et si la rivière avoit plus de courant. Orce qu'elle peut donner avec assez de force sur le tranchant de ces machines. Quoiqu'il en soit le modèle de cet édifice sera transporté comme une rareté à Zurich, si j'ose. Il aura apparemment quelque gratification et l'affaire restera là. Et lui ai parlé au sujet de votre projet de pose verticale ment peut être soutenu, mais je n'en ai pu tirer d'une réponse satisfaisante; il n'a jamais fait des expériences la dessus et ne se fie pas assés à sa simple estime pour décider sur cette matière épaisse; cependant il m'a promis de faire des recherches y relatives le plutôt possible et de m'en faire part. J'en ai donc l'honneur de vous en communiquer dans peu le résultat.

M. Euler a composé il y a quelque temps un mémoire: *De operibus quae columnas gestare valent*, qui sera inséré dans le premier Sémestre des *Novae Acta Acad. Sci. Imp. Petr.* au quel on a comencé à travailler cette semaine. Vous y trouverez des recherches nouvelles et intéressantes relativement à ce grand problème.

J'ai fait les recherches nécessaires pour apprendre la raison du retard extraordinaire du payement de votre pension; si j'ai bien compris ce qu'on m'a dit la dessus, M. Th. Euler ayant eu quelque somme à recevoir de Berlin, eut l'idée de la faire payer à M. votre Neveu; mais ayant après de puis que ce payement traînoit en longueur, il y a mis ordre et ne manquera pas en conséquence de vous faire tenir au plutôt la lettre de change, dont apparemment il aura reçu la valeur de l'Académie au bon temps; si j'en suis sûr, je vous donnerai en même temps les éclaircissements ultérieurs sur les viscoches qui ont causé ce retard. Je ne saurois blâmer votre inquiétude sur cet article, étant instruit de tout les torts que l'Académie eut autrefois avec vous sous un Chef beaucoup plus occupé à veiller à son propre intérêt qu'à celui de l'Académie. Mais vous n'avez plus rien à craindre. M. de Domashneff ne s'opposera jamais, si je le connois bien, des bornes du pouvoir, que la Souverain lui a accordé; il connoitra ce qu'il doit aux grands hommes; je l'estime assés pour en être persuadé; et encore ce matin lorsque par hazard il a pû que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, il m'a chargé de vous assurer de sa part de sa plus parfaite estime. Recevez en même temps les assurances de la mienne, qui n'est comparable à rien si ce n'est avec vœux ardents et également sincères, que je fais pour la conservation de vos jours précieux. La postera partir, le temps presse, il ne me reste que celui de me dire avec tous les sentiments respectueux que vous me connoissez.

Monsieur, mon très illustre Maître et compatriote

P. Petersbourg le 25 de Juillet 1777

Votre très humble et très respectueux serviteur

Nikolaus Fuss

Fuss

Mais Vous n'avez plus rien à craindre. Mr de Domaschnev ne s'écartera jamais, si je le connois bien, des bornes du pouvoir, que la Souveraine (Katharina II.) lui a accordé; il connoitra ce qu'il doit aux grands hommes; je l'estime assés pour en être persuadé; et encore ce matin lorsque par hazard il apprit que Vous m'aviés fait l'honneur de m'écrire, il me chargea de Vous assurer de sa part de sa plus parfaite estime. Recevés en même temps les assurances de la mienne, qui n'est comparable à rien si ce n'est aux voeux ardens et également sincères, que je fais pour la conservation de Vos jours précieux. La poste va partir, le temps presse, il ne me reste que celui de me dire avec tous les sentimens respectueux que Vous me connoissés

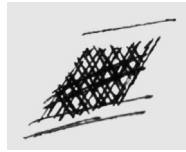
Monsieur, mon très illustre Maître et compatriote  
Vôtre très humble et très obeissant Serviteur  
Nicolas Fuss.

St Petersburg  $\frac{14}{25}$  de Juillet 1777

Nr. 42 N. Fuss an D. Bernoulli  
Petersburg, 25. (14.) Juli 1777  
Orig., 2 Bl. – Bibl. Basel, L Ia 692, Bl. 196–197v  
Entwurf (mit grösseren textlichen Abweichungen im Detail), 2 Bl. – Archiv Petersburg, f. 40, op. 1, Nr. 189, Bl. 5–6v

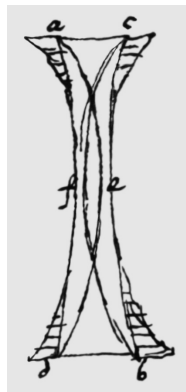
- [1] Cf. *Protokoly* 3, p. 305–306, wo auch der Brief des Königs Stanislaus August von Polen an Domašnev vom 21. April 1777 abgedruckt ist.
- [2] Diese Versammlung fand am 4. Juli (23. Juni) 1777 statt: cf. *Protokoly* 3, p. 308–309.
- [3] Cf. Kersseboom (1742, 1970).
- [4] Cf. Halley (1693a, b), Deparcieux (1746, 1760), Süssmilch (1761–62), Lambert (1772); Simpson (1742, 1743, 1752), Smart (1726), Hodgson (1747).
- [5] Cf. Deparcieux (1746, 1760), Dupré de Saint-Maur (1749).
- [6] Cf. Wargentín (1766, 1769b).
- [7] Cf. Lambert (1772)
- [8] E. 334, § 11 (cf. O. I, 7, p. 85–86).
- [9] Süssmilch (1761–62), Th. 2, p. 317–318.
- [10] In den Jahren 1770–72 hatten Frederick Hervey, Fürstbischof von Derry (heute Londonderry) in Nordirland, und sein Architekt Michael Shanahan auf dem Kontinent Studien für den Bau einer Brücke über den Fluss Foyle angestellt (cf. Ruffinière 1979). Dabei zeichneten sie Ansichten und Pläne von einer grösseren Anzahl von Holzbrücken in Frankreich, Italien und der Schweiz – hier vor allem die Konstruktionen der Gebrüder Grubenmann in Reichenau, Schaffhausen (cf. *supra* Nr. 41, Anm. 12) und Wettingen; danach wurden diese Zeichnungen in Kupfer gestochen und in Vicenza als Privatdruck in wenigen Exemplaren gedruckt. Eine der Tafeln dieser Sammlung zeigt das «First Model of the Bridge of Derry», das ein Vorarbeiter der Grubenmanns angefertigt hatte – mutmasslich der hier genannte, sonst nicht bekannte Schwarzenbach. Das Modell wurde auf Herveys Rückreise 1772 auch in Paris gezeigt; ein weiteres, in Padua gebautes Modell war bis ins 20. Jh. im Besitz der Royal Dublin Society. Letztlich wurde in Derry in den Jahren 1786–91 von einer Firma aus Boston eine – heute nicht mehr bestehende – Ziehbrücke aus Eichenholz gebaut, deren Länge 1068 Fuss (325 m) bei einer Breite von 40 Fuss (12.2 m) betrug.

- [11] Der erhaltene Entwurf enthält zwei Skizzen zu diesem Abschnitt, die im nach Basel versandten Brief fehlen. Die erste dieser Figuren bezieht sich auf die beschriebene «treillage»:



- [12] An dieser Stelle fährt der erhaltene Entwurf mit einer Variante fort, die mit einer zweiten Skizze illustriert ist und im nach Basel versandten Brief, wo die Figur fehlt, abgeändert wurde:

«[... un seul corps] par les plans *aed* et *bfc* courbées ensorte que vers les bouts [le pont ait ...]



- [13] Alte russische Gewichtseinheit: 1 Pud entspricht 16.36 kg.
- [14] Fuss' Voraussage traf zu: Trotz der positiven Gutachten von L. Euler und D. Bernoulli wurde weder diese Neva-Brücke noch Kulibins spätere Brückenprojekte realisiert. Das Modell wurde in den Taurischen Garten in Petersburg überführt, wo es bis Anfang 19. Jahrhundert zu sehen war. Wie aus P.H. Fuss' Anmerkung zum vorhergehenden Brief zu erfahren ist (cf. Brief Nr. 41, Anm. 11), befand sich dieses oder ein anderes, kleineres Modell später im Museum der Akademie.
- [15] L. Eulers Abhandlung E. 508 war der Petersburger Akademie am 27. (16.) Dezember 1776 vorgelegt worden und erschien 1780 unter dem Titel *Determinatio onerum, quae columnae gestare valent* im 1. Halbband der *Petersburger Acta* für 1778.
- [16] Tatsächlich hat J.A. Euler in einem Brief an D. Bernoulli vom selben Datum (cf. *supra* A. 33, p. 935 h.v.) seine Verantwortlichkeit für das Ausbleiben von Bernoullis Pension eingestanden und die baldige Überweisung in Aussicht gestellt. Als diese jedoch zwei Monate später immer noch nicht erfolgt war, verfasste Bernoulli ein heftiges Beschwerdeschreiben an Akademiedirektor Domašnev (cf. *infra* Nr. 43).



à M.<sup>r</sup> de Domaschnew Directeur de l'Acad.<sup>e</sup> Imp. de Petersb.

M.<sup>r</sup>

C'est avec une extrême douleur que je me vois dans la nécessité de Vous porter des plaintes contre une Personne, dont je voudrais de tout mon coeur, et pour plus d'une raison, ménager la reputation, si je pouvois sans blesser mon devoir Vous laisser ignorer une chose qui interesse l'honneur de l'Acad.<sup>e</sup> Imp., la dignité de son illustre Directeur et même, si je l'ose dire, la gloire de l'Auguste Catherine, dont les gracieuses intentions se trouvent trahies: quelque peine que j'aye à proférer le nom de cette personne, je ne puis me dispenser, M.<sup>r</sup> de Vous dire que c'est M. Jean Albert Euler, qui chargé de payer au nom de l'Acad.<sup>e</sup> Imp. les pensionnaires étrangers, mais embourbé, sans doute par une mauvaise économie, après m'avoir amusé pendant tout le cours de cette année et toujours renvoyé, sous les prétextes les plus frivoles, le paiement de ma pension pour l'année 1776, me déclare enfin nettement dans sa dernière lettre du  $\frac{14}{25}$  juillet 1777<sup>[1]</sup>, que l'Acad.<sup>e</sup> n'a aucune part à tous ces délais, mais que c'est lui qui (pour me servir des ses propres termes) est le malheureux qui a tant retenu ma pension, ajoutant qu'il m'enverroit dans quelques jours une lettre de change pour ma dite pension; cependant je n'ai rien reçu jusqu'à ce jour. Je ne m'étendrai pas d'avantage sur le contenu de cette lettre et de ses précédentes, mon intention n'étant que de Vous faire voir, M.<sup>r</sup>, l'importance d'ôter à M. Euler le pouvoir d'abuser plus longtems de la confiance de l'Acad.<sup>e</sup>; il est encore tems sans doute de prévenir la ruine totale du pauvre homme, qui quoique blâmable ne laisse pas d'être digne de pitié, mais qui, si on fermoit plus longtems les yeux sur sa conduite plus qu'imprudente, risqueroit d'être entraîné dans un abîme dont il ne seroit plus possible de le retirer, d'autant moins, que j'ai de fortes raisons pour croire que je ne suis pas le seul à m'en plaindre. Je me repose, M.<sup>r</sup>, sur Votre prudence et sur la bonté de Votre coeur, que j'ose reclamer en faveur de M. Euler, pour que cette affaire soit traitée et terminée uniquement entre Vous et lui sans brut et avec le plus de douceur qu'il sera possible; Vous y serez porté encore par la considération de son respectable père, dont les jours si précieux à la république des lettres risqueroient d'être abrégés, si tout ceci venoit à sa connoissance; d'ailleurs le mérite personnel de M. Euler le Secrétaire parle pareillement en sa faveur, mais je crains qu'il ne s'enveloppe dans une sécurité qu'entraînera infailliblement sa perte. En ce cas, M.<sup>r</sup> un mot de Votre part le sauvera; quant à mon petit intérêt personnel, je m'en remets entièrement à Votre équité et aux bontés dont Vous m'avez honoré dans toutes les occasions; le moindre signe de Votre part remettra toute cette affaire dans les règles de la justice conformément aux ordres qu'il Vous a plu de donner dès le commencement de cette année mais qui n'ont point été exécutés.

J'ai reçu par le canal du père de M. Fuss un exemplaire de la médaille d'argent et du jetton qui ont été frappés à l'occasion du jubilé académique; comme M. Euler me marque dans sa dernière lettre que c'est de Votre part, M.<sup>r</sup>, que j'en ai été régalé<sup>[2]</sup>, j'ai l'honneur de Vous en remercier très humblement; ce même M. Fuss m'a voulu remettre en même tems un second exemplaire pour M. Abélius, cet excellent peintre qui a fait mon portrait avec une application inconcevable, et une adresse, qui fait honneur à notre siècle; mais comme M. Abélius ne se trouvoit plus à Bâle, je n'ai pas pû me charger de cette commission et j'ai rendu les deux pièces à M. Fuss; il n'aura pas manqué d'en donner avis à M. son fils. Me seroit il permis M.<sup>r</sup> de profiter de cette occasion pour m'éclaircir du doute si c'est réellement par ordre de l'Acad.<sup>e</sup> Imp. que son Secrétaire (J.A. Euler) m'a fait l'honneur de me demander mon portrait. Dans une lettre du 29. janv. 1776 M. Euler m'écrivit<sup>[3]</sup>, que l'Acad.<sup>e</sup> souhaitant d'avoir mon portrait Vous me priés de me faire tirer par le plus habile peintre que je trouverois sans avoir égard à la dépense et il se servit de tous les termes les plus pressans, je fus infiniment flatté de cette commission; j'ai fait tout mon possible pour m'en acquiter et j'ai eu tout lieu de m'applaudir de mes succès si peu attendus et qu'un grand hazard a favorisés; il ne me restoit que de connoître le prix que l'artiste (Abel) mettoit à son ouvrage; mais il s'est obstiné à dire qu'il le mettoit en pièces, si on ne vouloit pas lui permettre d'en faire hommage à l'Acad.<sup>e</sup> Imp. des Sc. de S.<sup>t</sup> Petersb.; c'est avec ces circonstances que j'ai envoyé le portrait à M. Euler; j'avoue que je m'attendois que l'Acad.<sup>e</sup> chargerait tout de suite son Secrétaire (J.A. Euler) d'écrire une lettre de remerciement à M. Abélius, mais bien loin de là j'ai été longtems sans savoir si la caisse étoit arrivée; à la fin pourtant M. Euler m'en accusa la reception très séchement et en trois mots sans faire mention ni de M. Abélius, ni de l'Acad.<sup>e</sup>, ni de la place que cette illustre Compagnie avoit daigné assigner au portrait.

Au reste, je crois, M.<sup>r</sup>, au cas que Vous ou l'Acad.<sup>e</sup> ayés des ordres ou commissions à me faire parvenir, on pourroit se servir de M. Fuss, jeune homme plein de sentimens d'honneur et fort entendu jusqu'à ce que l'affaire de M. le Secrétaire (J.A. Euler) soit remise en ordre.

Je me flatte que Vous êtes persuadé du zèle avec lequel je tâcherai de les exécuter ayant l'honneur d'être avec un profond respect

M.<sup>r</sup>

Votre etc.

Daniel Bernoulli

Bâle en Suisse ce 20 7.<sup>bre</sup> 1777.

- Nr. 43 D. Bernoulli an S.G. Domašnev  
 Basel, 20. September 1777  
 Abschrift (von der Hand Johann II Bernoullis), 2 Bl.<sup>[4]</sup> – Bibl. Basel, Bernoulli-Archiv Ia, Daniel I, Nr. 1  
 Konzept (von der Hand Johann II Bernoullis, mit grösseren textlichen Abweichungen im Detail), 2 Bl. – Bibl. Basel, Bernoulli-Archiv Ia, Daniel I, Nr. 2–3  
 Publ.: *Bernoulli-Gedenkbuch*, p. 107–109

- [1] Cf. *supra* Brief A. 33, p. 935 h.v.  
 [2] Cf. *supra* Brief A. 33, Anm. 3.  
 [3] Dieser Brief von J.A. Euler ist nicht erhalten geblieben, doch wird die Kommission eines Porträts bereits in Bernoullis Antwortbrief vom 16. März 1776 (Brief A. 28) erwähnt.  
 [4] Ob dieser Brief letztlich abgeschickt worden ist, ist zweifelhaft.

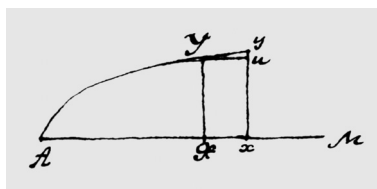
## 44

N. FUSS AN D. BERNOULLI  
 [Petersburg, Anfang 1778]

à Mr Bernoulli à Bâle

Je vous promis dans ma dernière, que j'eus l'honneur de Vous adresser avec la 1<sup>re</sup> lettre de change destinée pour le paiement de V<sup>ô</sup>tre pension de 1777 en date du 12 du Courant, de Vous envoyer la seconde le jour de poste prochain; j'en fus empêché par différentes occupations tant pour ce jour là que pour vendredi passé; je saisis donc aujourd'hui un moment libre, pour préparer celle-ci que je Vous adresse avec la 2<sup>de</sup> lettre de change, ne doutant pas que tant l'une que l'autre Vous parviendra en son temps; c'est de quoi je Vous supplie de m'avertir le plutôt possible.

Je Vous parlai dans ma dernière<sup>[1]</sup>, de quelques recherches que j'avois faites sur la force et l'équilibre des assemblages de poutres et sur la courbe qu'un tel assemblage formera en se mettant en équilibre. Je sens bien, que c'est pousser trop loin la hardiesse, que d'entretenir un des premiers Géomètres de telles bagatelles; mais je connois aussi toute l'étendue de V<sup>ô</sup>tre bonté qui s'abaisse et se conforme avec plaisir aux lumières plus bornées d'autrui. En oubliant donc le grand homme et ne regardant en Vous que l'ami du talent qui ne fait que se développer, j'espère que Vous Vous prêtés de bonne grace au détail dont je vais fatiguer votre patience.



Soit  $AYy$  la courbe qu'un assemblage de beaucoup de poutres prend lorsqu'il se compose en équilibre. Soit sur l'axe horizontal l'abscisse  $AX = x$  et l'ordonnée



$XY = y$ , l'arc de courbe  $AY = s$ . Je considere un element de la courbe  $Yy$ , qui ne represente [qu']une poutre de l'assemblage quelconque pour qui il y ait  $Xx = dx$  et  $uy = dy$  et il y aura  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$  ou bien en mettant  $dy = p dx$  il y a  $ds = dx \sqrt{1 + pp}$ . Soit l'inclinaison de l'element  $Yy$  sur l'axe  $= \varphi$  et il y aura  $\text{tang } \varphi = \frac{dy}{dx} = p$ , et l'inclinaison de l'element suivant sera  $\varphi + d\varphi$  et la tangente  $= p + dp$ . Maintenant, parce que le poids qui agit sur le petit element peut [etre] censé etre très petit, qu'il soit  $= dII$  et à cause que la force horizontale, que l'assemblage exerce au point  $A$  est constante  $= K$ , il y aura en vertu d'un theoreme tiré de la consideration de quelques cas particuliers, où il n'y a que 2, 3, 4, etc. poutres assemblées

$$K = \frac{dII}{\text{tang. } \varphi - \text{tang. } (\varphi + d\varphi)} = \frac{-dII}{dp}$$

et partant  $dII = -K dp$ .

Dès que la loi suivant laquelle la gravation[!] agit sur chaque element est connue la courbe l'est aussi. Il y a trois cas à distinguer. Le 1<sup>r</sup> où les forces gravantes sont en raison des elemens ou bien où  $dII = \lambda ds$ , le 2<sup>d</sup> où ils sont en raison des elemens des abscisses c'est à dire où  $dII = \lambda dx$ , le 3<sup>e</sup> où l'assemblage est pressé par un fluide dont la hauteur audessus de l'horizon  $AM$  soit  $= h$  et parce qu'alors l'element  $Yy$  porte le poids d'une colonne de ce fluide de la hauteur de  $h - y$  et de la base  $dx$  il y aura  $dII = (h - y) dx$ .

Nr. 44 N. Fuss an D. Bernoulli

[Petersburg, Anfang 1778]

Entwurf, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 40, op. 1, Nr. 189, Bl. 7

- [1] Dieser Brief scheint nicht erhalten geblieben zu sein; in demjenigen vom 25. (14.) Juli 1777 hatte Fuss zwar Kulibins Ideen zur Konstruktion von Fachwerken für den Brückenbau erwähnt (cf. *supra* Nr. 42, insb. Anm. 11–12), aber keine eigenen differentialgeometrischen Überlegungen dazu angestellt.

45

N. FUSS AN D. BERNOULLI

[Petersburg, vor März 1778]

à Mr D. Bernoulli

Ayant reçu le 31 du mois passé en consequence d'un avis du 12 Janvier une lettre de change, qui m'a été remis par ordre de la haute comission, qui l'a fait negocié elle même par le comissaire Ustinov, j'ai l'honneur de vous en envoyer la première souhaitant qu'elle vous parvienne à temps, et que la sureté de nos postes rende superflüe la seconde. Je vous prie de m'en accuser la reception le plutôt possible

pour être en état de me legitimer auprès de Mr de Domaschnev, conformément à l'avis que la comission m'a donné sur ce sujet.

Le premier tome de nos Actes academiques sortira bientot de la presse. On a commencé la classe de physique<sup>[1]</sup> [...]

La tete remplie des idées d'une nouvelle methode de Mr Euler d'examiner des grands nombres, s'ils sont premiers ou non<sup>[2]</sup>, je ne scaurois finir ma lettre sans vous en avoir communiqué l'essentiel: Soit  $N$  le nombre proposé, toujours reductible à la forme  $\alpha aa + \beta bb$ , et qu'on tache de voir, si ce nombre peut être réduit à une autre forme semblable  $\alpha xx + \beta yy$ ; car dans ce cas  $N$  sera toujours un nombre composé dont le moindre diviseur sera contenu dans la forme  $\alpha pp + \beta qq$ <sup>[3]</sup>,  $p$  étant  $= a \pm x$  et  $q = b \pm y$ , di[vis]és<sup>[4]</sup> par  $\alpha$ ,  $\beta$ , ou 2 s'il est possible. Mais s'il arrive, que le nombre  $N$  est contenu d'une seule facon dans la forme  $\alpha aa + \beta bb$  on ne scauroit toujours conclure delà, que le nombre soit premier, parce qu'il y a des formes qui contiennent aussi des nombres composés contenues d'une seule facon. Il y a donc des restrictions à faire, et à distinguer ces formes des autres.

Pour cet effet on considere cette formule:  $\alpha\beta + zz$  et on donne à  $z$  successivement tous les valeurs premiers à  $\alpha\beta$  et si les nombres, qui en resultent, continués jusqu'à  $4\alpha\beta$  sont premiers, ou carrés ou doubles de premiers, la forme  $\alpha aa + \beta bb$  est bonne pour l'examen à instituer, mais si au contraire parmi ces nombres  $\alpha\beta + zz$  il se rencontre un seul nombre composé, il faut exclure la forme  $\alpha aa + \beta bb$ . Or les valeurs  $\alpha\beta$ , qui rendent premiers les nombres contenus d'une seule facon dans la formule  $\alpha aa + \beta bb$ , ou ce qui revient au même  $\alpha\beta aa + bb$ , sont les suivans<sup>[5]</sup> [...]

[...] moyennant lesquelles on est en état d'examiner des nombres enormes, s'ils sont premiers ou non, et dans le dernier cas, on est en état d'assigner facilement les facteurs. Ainsi de la seule forme  $1848aa + bb$  j'ai tiré en moins de deux heures plus de 20 nombres premiers dont les plus grands surpassent dix millions<sup>[6]</sup>. La seule difficulté, de réduire le nombre proposé à une forme propre à l'examen, et même à une telle que  $\alpha\beta$  sont aussi grand que possible, car cette circonstance abrege infiniment les operations d'ailleurs tres faciles, prive cette methode de tout l'avantage qu'on en pourroit recueillir, vu que ces valeurs  $\alpha\beta$ , propres à l'examen diminuent toujours. Cependant on peut s'y prendre de cette facon: pour trouver les nombres  $\alpha$  et  $\beta$  tels que (les quarrés  $aa$  et  $bb$  étant donnés) la forme  $\alpha aa + \beta bb$  soit égal au nombre proposé à examiner  $N$  on cherche une fraction  $\frac{f}{g}$  la plus approchante à  $\frac{aa}{bb}$  ensorte que  $bbf - aag = 1$  ensuite on prend  $\alpha = bbk - gN$  et  $\beta = fN - aak$ ,  $k$  étant un nombre quelconque arbitraire tel que  $k > \frac{gN}{bb}$  et  $< \frac{fN}{aa}$ , condition necessaire pour que  $\alpha$  et  $\beta$  soyent positifs. Autant de nombres entiers contenus entre ces limites, autant de solutions; s'il n'y en a aucune, elle est impossible.<sup>[7]</sup>

Nr. 45 N. Fuss an D. Bernoulli

[Petersburg, vor März 1778]

Entwurf, 1 Bl. – Archiv Petersburg, f. 40, op. 1, Nr. 189, Bl. 8–8v

- [1] Hier findet sich im Entwurf eine doppelte horizontale Linie; das Folgende gehört wohl zu einer anderen Passage des Briefftextes.
- [2] Eine etwas ausführlichere Version der zahlentheoretischen Überlegungen dieses Abschnitts findet sich in einem Brief von N. Fuss an Nicolas de Béguelin vom 19. (30.) Juni 1778, der 1779 in den *Nouveaux Mémoires* der Berliner Akademie veröffentlicht wurde (Fuss 1779 = E. 708a). L. Eulers systematischere Darstellung (E. 708) wurde erst 1801 in den *Nova Acta* der Petersburger Akademie für 1794 gedruckt.
- [3] An dieser Stelle findet sich ein Verweiszeichen #, das jedoch im erhaltenen Entwurf nirgends aufgenommen wird.
- [4] Dieses Wort ist im Entwurf überschrieben und unleserlich, konnte jedoch aus E. 708a (cf. *supra* Anm. 2) ergänzt werden.
- [5] Eine Liste der zulässigen Werte von  $\alpha\beta$  findet sich erstmals in E. 498 (O. I, 3, p. 419). Dort und in Fuss' Brief E. 708a werden sie als *nombres convenables* bezeichnet, später in Eulers Abhandlung E. 108 als *numeri idonei*. Das von Fuss genannte Beispiel 1848 ist nicht nur die grösste Zahl dieser Liste, sondern bis heute der grösste bekannte *numerus idoneus*. Die Fortsetzung auf der Rückseite des Entwurfs schliesst nicht direkt an das Vorhergegangene an.
- [6] Eulers Mitteilung E. 498 enthält (O. I, 3, p. 420) eine Liste von zehn Primzahlen der Form  $1848a^2 + b^2$ ; die grösste davon ist 18 518 809.
- [7] An dieser Stelle folgt eine mit Bleistift geschriebene Notiz, die sich auf die chronologische Einordnung des Briefs vor Nr. 46 bezieht: «Doit précéder la lettre 5<sup>ème</sup> de D. B.».

46

D. BERNOULLI AN N. FUSS

Basel, 18. März 1778

Bâle ce 18 mars 1778.

Je m'empresse à vous accuser la reception de la première lettre de change<sup>[1]</sup> que l'Academie a eu la bonté de négocier en ma faveur pour me faire tenir le paiement de ma pension pour l'année nouvellement échue 1777. Ci-joint vous trouverez ma reconnaissance qu'il conviendra de remettre à la commission académique. Ne laissez pas, je vous prie, échapper cette première occasion de témoigner à cette illustre Compagnie mes profonds respects et de la remercier très humblement, de ma part, de la bienveillance dont ces Messieurs m'honorent. Je ne saurois me louer assez des gracieuses attentions que M. de Domaschnef a eues pour moi à l'occasion de ce dernier paiement et qui, sans doute, ne demandoient pas moins de circonspection que de bienveillance<sup>[2]</sup>. Tâchez, mon cher confrère, de lui dépeindre l'ardeur de mes sentimens, mais que ce soit dans un tête-à-tête; vous ne serez pas longtems à en trouver l'occasion. Quant à moi, je n'aurai jamais la moindre rancune contre qui que ce soit, me contentant de l'asyle où j'ai pu me mettre pour l'avenir. Vous sentez bien qu'il m'eût été bien dur, dans mon âge décrépît, de survivre à la perte de ce qui devait enfin couronner ma longue vie.

Je vous suis bien obligé de la communication de vos nouvelles académiques. Il est bien flatteur pour moi que l'Académie ait jugé mon mémoire *Inductio maxime probabilis etc.*<sup>[3]</sup> digne d'être inséré dans le nouveau volume de ces Commentaires qu'on imprime actuellement; je suis surtout glorieux de ce que M. Euler en a pris occasion de régaler le public d'un autre mémoire sur la même matière<sup>[4]</sup>. Cependant je suis sûr que ce grand analyste aura envisagé la question d'un tout autre point de vue, que je n'ai fait; mon mémoire est plutôt métaphysique que mathématique: c'est une suite de doutes, bien ou mal traités, mais qui, à mon avis, méritent d'être examinés avec toute l'attention des philosophes non-prévenus. – Je ne doute pas que le mémoire du Marquis de Condorcet que vous m'annoncez ne renferme des découvertes de la plus haute analyse, d'autant que M. Euler en a pris occasion d'éplucher le même sujet *de formulis exponentialibus replicatis*<sup>[5]</sup>. Il y a quelque tems que je suis tombé par hasard sur un sujet analogue en considérant une réplcation indéfinie d'une certaine fonction propre aux approximations qu'on se propose. Vous ne me dites pas sur quelle matière roule le théorème de M. Euler dont vous avez donné la démonstration; mais un tel mémoire ne sauroit manquer d'être excellent à tous égards. Tous les autres mémoires qui doivent former les deux premières classes, me paroissent pareillement fort intéressans. Les nouvelles découvertes qu'on a faites sur l'électricité, sur les propriétés de l'électrophore, sur l'inflammabilité et la détonnation de l'air infecté, soit naturel soit artificiel, m'ont tout à fait étonné quand j'en vis faire les expériences pour la première fois. Le mémoire de M. (W.L.) Krafft<sup>[6]</sup> ne sauroit donc manquer de s'attirer l'attention de tous les grands physiciens. Nous avons actuellement dans notre ville plusieurs messieurs qui ont des cabinets de physique assez bien montés, surtout pour l'électricité, et cette compagnie sera bientôt augmentée d'une nouvelle acquisition, celle de M. le professeur Socin qui a été employé avec beaucoup de distinction à Hanau, et qui s'étant déclaré vouloir retourner dans sa patrie, a été mis dans le senaire pour remplir une place vacante dans notre grand Conseil qu'il a remporté par le sort. – C'est lui qui est l'auteur d'un traité imprimé depuis peu sur les vrais principes et le mécanisme de l'électricité<sup>[7]</sup>. Ce que vous me dites tant de votre part que de celle de M. Euler est sans doute infiniment plus sublime; je veux parler du beau théorème de M. Euler sur les nombres premiers et de sa nouvelle méthode pour examiner tel nombre qu'on propose, quelque grand qu'il puisse être, s'il est premier, ou non<sup>[8]</sup>. Ce que vous vous êtes donné la peine de me dire sur cette matière m'a paru fort subtil et digne de notre grand maître. Mais ne trouvez vous pas que c'est presque faire trop d'honneur aux nombres premiers que d'y répandre tant de richesses, et ne doit-on aucun égard au goût raffiné de notre siècle? Je ne laisse pas de rendre justice à tout ce qui sort de votre plume et d'admirer Vos grandes ressources pour surmonter les difficultés les plus épineuses; mais cette admiration se redouble, quand le sujet peut mener à des connoissances utiles: je range dans cette classe les profondes recherches dont vous me parlez, sur la force des poutres mises en œuvre de plusieurs différentes manieres, sur tout des colonnes verticales: Je me souviens d'avoir examiné cette matiere, il y a une quinzaine d'années et d'avoir soumis mes resultats à des experiences, qui ont assez bien confirmé ma

theorie excepté celles que j'ai faites sur la force des colonnes verticales, dont je n'ai été que tres mediocrement satisfait. Ne pourriez Vous pas engager M.<sup>r</sup> Kilibin {Kulibin} à confirmer la theorie de M. Euler par de pareilles experiences, sans quoi elle ne sera qu'hypothetiquement vraie. J'ai fait mes experiences avec des parall[el]epipedes faits d'un bois sec et cassant, de plusieurs differentes longueurs, mais tous exactement sur la meme base, d'un meme bois et coupé dans la meme direction, sur lesquels j'ai fait mes epreuves tres variées. J'ai reçu il y a environ trois mois de la main de M. Jean Albert Euler une envelope chargée d'une lettre pour M. Votre Pere et d'une autre pour un graveur logé chez M.<sup>r</sup> de Mechel avec deux programmes mais sans un mot de M. Euler pour moi. Si la question proposée dans le programme<sup>[9]</sup> est bien traitée selon les vrais principes de la nature, je suis sûr que les mathematiques n'y contribueront rien; tout consistera dans une bonne imitation de la nature sur la prononciation des voyelles.<sup>[10]</sup>

J'ai l'honneur d'être avec le plus sincere attachement et la plus parfaite estime  
Monsieur mon tres cher Ami

Votre tres humble et tres  
obeïssant Serviteur  
Daniel Bernoulli.

Nr. 46 D. Bernoulli an N. Fuss  
Basel, 18. März 1778  
Heutiger Standort des Originals unbekannt  
Publ.: Fuss 2, Tafel vor p. 659 (Faksimile); p. 674–677

- [1] Cf. *supra* Nr. 44, Anm. 1.
- [2] Cf. *supra* Nr. 43.
- [3] Der vollständige Titel von D. Bernoullis wahrscheinlichkeitstheoretischer Abhandlung (1778, DB. 72) ist *Dijudicatio maxime probabilis plurium observationum discrepantium atque verisimillima Inductio inde formanda*.
- [4] Cf. Eulers *Bemerkungen* (E. 488), die unmittelbar im Anschluss an D. Bernoullis Abhandlung publiziert wurden.
- [5] Cf. Condorcet (1778b); E. 489.
- [6] Cf. W.L. Krafft (1778).
- [7] Socin (1777). Zu Leben und Werk von Abel Socin cf. D. Speisers Einführung in DBW 7, p. 172–174.
- [8] Cf. *supra* Nr. 45, insb. Anm. 2.
- [9] Das Preisausschreiben der Petersburger Akademie für 1780 hatte das – zweifellos von L. Euler inspirierte – Thema: *Quelle est la nature et le caractère des Sons des voyelles, si essentiellement différens entr'eux?* und verlangte die Konstruktion von Orgelpfeifen, welche die einzelnen Vokalklänge nachahmen könnten (cf. *Protokoly* 3, p. 330).
- [10] Die folgende Grussformel fehlt im Druck von 1843, ist aber im beigegebenen Faksimile zu lesen.



## VIII. REGISTER





## VIII.1. Bibliographie

Die Bibliographie besteht aus zwei Teilen. Teil A umfasst die unter Autorennamen zitierten Arbeiten, alphabetisch nach Autoren und chronologisch nach den Publikationsjahren von deren Arbeiten geordnet. In Teil B werden Sammelwerke sowie Arbeiten anonymer Autoren chronologisch aufgelistet.

Die einzelnen Einträge sind wie folgt gestaltet: Dem *kursiv* gesetzten Publikationsjahr folgt der Titel der Arbeit; Paralleltitel werden mit vorangegehendem «/» neben den Haupttitel gestellt. Bei Arbeiten, die in einem Sammelband erschienen sind, ist nach dem Hinweis «In:» dessen Titel angegeben. Im Anschluss stehen Angaben zum Publikationsort und – bei Buchpublikationen des 20. und 21. Jahrhunderts – zum Verlag. Es folgen Angaben zu späteren Ausgaben, Neudrucken in Werkausgaben usw. sowie zuweilen zu Übersetzungen und Reprints. Ist die Arbeit in einer Zeitschrift erschienen, so beginnen die Angaben dazu mit «–». Die Abkürzungen von Werken, die im Abkürzungsverzeichnis erklärt sind, sind (mit Ausnahme der Siglen) kursiv gehalten.

In lateinischen Titeln werden «i» und «j» sowie «u» und «v» nach dem modernen Gebrauch unterschieden und moderne Interpunktionszeichen verwendet. Im Französischen werden die Akzente nach modernem Gebrauch gesetzt. Systematisch gross geschrieben werden bloss Eigennamen, Institutionen und Kürzel wie «M.» (für «Monsieur»); im Englischen gilt gemässigte Grossschreibung. Die deutschen Titel wurden originalgetreu wiedergegeben, während die Drucker- und Verlagsangaben modernisiert und vereinfacht worden sind. Die verschiedenen Bezeichnungen für die Bände von Zeitschriften («Bd.», «vol.», «n<sup>o</sup>» u. dgl.) wurden bei Eindeutigkeit der Verhältnisse weggelassen; Jahreszahlen, die vom Druckjahr abweichen, sind hinter der Bandnummer in runden Klammern angegeben.

### A – Nach Autoren zitierte Werke

ABBOTT, D. – SEGERMAN, E.

1974 Strings in the 16th and 17th Centuries. – Galpin Soc. J. 27, p. 48–73.

ADAMI, J.

1752 Specimen hydrodynamicum de resistentia corporum in fluidis motorum. In: Dissertation sur la résistance des fluides, qui a remporté le prix proposé par l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres de Prusse, pour l'année 1750, adjugé en 1752. Berlin, p. 1–66.

ADLUNG, J.

1768 Musica mechanica organoedi. Das ist: Gründlicher Unterricht von der Struktur, Gebrauch und Erhaltung, etc. der Orgeln, Clavicymbel, Clavichordien und anderer Instrumente [...] (ed. J.L. Albrecht). Berlin.

AITON, E.

1972 The Vortex Theory of Planetary Motions. London / New York, MacDonald / American Elsevier.

D'ALEMBERT, J.

1743 Traité de dynamique, dans lequel les loix de l'équilibre et du mouvement des corps sont réduites au plus petit nombre possible, et démontrées d'une manière nouvelle, et où l'on donne un principe général pour trouver le mouvement de plusieurs corps

- qui agissent les uns sur les autres, d'une manière quelconque. Paris [dt. Übers. in Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften 106. Leipzig, 1899].
- 1744 *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides, pour servir de suite au Traité de dynamique.* Paris.
- 1747a *Meditationes in generalem ventorum causam in quibus tentatur solutio problematis ab Illustrissima Academia Berolinensi propositi.* In: *Réflexions sur la cause générale des vents.* Pièce qui a remporté le Prix proposé par l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres de Prusse pour l'année 1746, [...] à laquelle on a joint les Pièces qui ont concouru. Berlin, p. III–XXIV, 1–136.
- 1747b *Réflexions sur la cause générale des vents.* Pièce qui a remporté le Prix proposé par l'Académie Royale des Sciences de Berlin, pour l'année 1746, Paris.
- 1749a *Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration.* – *Mém. Berlin* 3 (1747), p. 214–219.
- 1749b *Suite des recherches sur la courbe que forme une corde tendue, mise en vibration.* – *Mém. Berlin* 3 (1747), p. 220–249.
- 1752 *Addition au Mémoire sur la courbe que forme une corde tendue, mise en vibration.* – *Mém. Berlin* 6 (1750), p. 355–360.
- 1761–1780 *Opusculs mathématiques.* T. 1–8. Paris.
- 1768a *Sur l'analyse des jeux.* In: *Opusculs mathématiques*, T. 4. Paris, p. 79–92.
- 1768b *Sur la durée de la vie.* In: *Opusculs mathématiques*, T. 4. Paris, p. 92–98.
- 1768c *Sur un Mémoire de M. Bernoulli concernant l'inoculation.* In: *Opusculs mathématiques*, T. 4. Paris, p. 98–105.
- 1768d *Premier supplément au Mémoire précédent [i.e., Nouvelles réflexions sur les vibrations des cordes sonores].* In: *Opusculs mathématiques*, T. 4. Paris, p. 156–179.
- 1768e *Extraits de lettres sur le calcul des probabilités, et sur les calculs relatifs à l'inoculation.* In: *Opusculs mathématiques*, T. 4. Paris, p. 283–341.
- 2002 *Premiers textes de mécanique céleste (1747–1749) = Œuvres complètes. Sér. I. Traités et mémoires mathématiques, 1736–1756, vol. 6* (ed. M. Chapront-Touzé). Paris, CNRS.
- 2006 *Précession et nutation (1749–1752) = Œuvres complètes. Sér. I. Traités et mémoires mathématiques, 1736–1756, vol. 7* (ed. M. Chapront-Touzé, J. Souchay). Paris, CNRS.
- AMBURGER, E. – HECKER, I. – MIKHAJLOV, G.K.
- 1994 *Die Nachkommen Leonhard Eulers in den ersten sechs Generationen.* – *Basler Zs. Geschichte und Altertumskunde* 94, p. 163–239.
- AMMANN, J.
- 1739 *Stirpium rariorum in Imperio rutheno sponte provenientium icones et descriptiones.* Petropoli.
- ANDREAE, J.G.R.
- 1776 *Briefe aus der Schweiz nach Hannover geschrieben, in dem Jare 1763. Zweiter Abdruck.* Zürich und Winterthur.
- D'ARREST, H.L.
- 1857 *Schreiben des Herrn Prof. d'Arrest an den Herausgeber [teils zum Problem der kürzesten Dämmerung].* – *Astron. Nachr.* 46, No. 1085, Sp. 69–74.

BAUSCHINGER, J.

1928 Die Bahnbestimmung der Himmelskörper. 2. Aufl. Leipzig, Engelmann.

BAYER, G.S.

1734 Historia Osrhoëna et Edessena ex num[m]is illustrata. Petropoli.

BELLINI, L.

1683 De urinis et pulsibus. De missione sanguinis. De febribus. De morbis capitis, et pectoris. Bononiae [Bologna] (Opera Omnia, Venetiis 1732, Pars Prima, p. 1–62, 81–500).

BERGMANN, G.

1966 Über Eulers Beweis des großen Fermatschen Satzes für den Exponenten 3. – Math. Annalen 164, p. 159–175.

BERKELEY, G.

1734 The Analyst; or, a Discourse Addressed to an Infidel Mathematician. London [Online-Ausgabe (ed. D.R. Wilkins): Dublin 2002].

BERNOULLI, DANIEL I<sup>1</sup>

1721 (DB.1) Dissertatio inauguralis physico-medica de respiratione. Basel (DBW 1, p. 59–83).

1724 (DB.4) Exercitationes quaedam mathematicae. Venetiis (DBW 1, p. 295–362).

1725 (DB.8) Discours sur la manière la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres ou Sabliers. In: *Prix Paris* 1725, p. 3–21 [*Recueil Prix Paris* 1] (DBW 7, p. 220–239).

1729 (DB.12) Theoria nova de motu aquarum per canales quoscunque fluentium. – Comm. Petrop. 2 (1727), p. 111–125 (DBW 4).

1729 (DB.13) De mutua relatione centri virium, centri oscillationis et centri gravitatis Demonstrationes geometricae. – Comm. Petrop. 2 (1727), p. 208–216 (DBW 3, p. 136–144).

1729 (DB.14a) Dissertatio de actione fluidorum in corpora solida et motu solidorum in fluidis. – Comm. Petrop. 2 (1727), p. 304–342 (DBW 4) [Pars I: De pressione aquarum fluentium, p. 304–311; II: De ultimis velocitatibus corporum in mediis resistentibus, p. 312–319; III: De motu corporum gravitate vel levitate sua deorsum vel sursum motorum, p. 320–328; IV: De motu corporum sursum projectorum, ubi ad calculum revocantur experimenta ab Excellentiss[imo] Dno Günthero cum tormentis instituta, p. 329–342].

1732 (DB.15) Methodus universalis determinandae curvaturae fili a potentiis quamcunque legem inter se observantibus extensi, una cum solutione problematum quorundam novorum eo pertinentium. – Comm. Petrop. 3 (1728), p. 62–69 (DBW 6).

1732 (DB.16) Observationes de seriebus quae formantur ex additione vel subtractione quacunque terminorum se mutuo consequentium, ubi praesertim earundem insignis usus pro inveniendis radic[ibus] omnium aequationum algebraicarum ostenditur. – Comm. Petrop. 3 (1728), p. 85–100 (DBW 2, p. 49–64).

1 Die Nummern mit dem Sigel *DB* beziehen sich auf das von H. Straub ursprünglich für das *Dictionary of Scientific Biography* erstellte, einigermaßen chronologische Verzeichnis der Werke Daniel Bernoullis (cf. *DSB* 2 sowie die – weiter vervollständigten – Listen in allen Bänden der *Werke* von D. Bernoulli).

- 1732 (DB. 14b) Dissertationis de actione fluidorum in corpora solida et motu solidorum in fluidis Continuatio. – Comm. Petrop. 3 (1728), p. 214–229 (DBW 4) [Pars V: De motu corporum horizontali in mediis resistentibus perfecte fluidis, p. 214–221; Pars VI: Quae continet commentationes generales de resistentia fluidorum, p. 221–229].
- 1734 Lettre de Mr. Daniel Bernoulli [...] à Mr. Schoepflin [...] sur un livre que le premier va publier. – Mercure suisse, Septembre, p. 42–50 (DBW 5, p. 87–90).
- 1735 (DB. 17) Problema astronomicum inveniendi altitudinem Poli una cum declinatione Stellae ejusdemque culminatione ex tribus altitudinibus Stellae et duobus temporum intervallis brevi calculo solutum. – Comm. Petrop. 4 (1729), p. 89–94 (DBW 1, p. 443–447).
- 1735 (DB. 24) Recherches physiques et astronomiques sur le problème proposé pour la seconde fois par l'Académie Royale des Sciences de Paris: Quelle est la cause physique de l'inclinaison des Plans des Orbites des Planètes par rapport au plan de l'Équateur de la révolution du Soleil autour de son axe; et d'où vient que les inclinaisons de ces Orbites sont différentes entre elles. In: *Prix Paris* 1734, p. 93–122 [*Recueil Prix Paris* 3] (DBW 3, p. 303–326). [Lateinischer Text:] Disquisitiones physico-astronomicae problematis ab inclyta Scientiarum Academiae Regia, quae Parisiis floret, iterum propositi: Quelle est la cause [...], sive Quanam est causa physica inclinationis planorum, in quibus Planetæ Orbitas suas perficiunt, ad planum Aequatoris, vertigini Solis circa axem suum respondentis; et qui fit ut inclinationes istarum Orbitalium sint inter se diversae. – *ibid.*, p. 123–144.
- 1737 (DB. 28) Réflexions sur la meilleure figure à donner aux Ancres, et la meilleure manière de les essayer. In: *Prix Paris* 1737, p. 47–84 [*Recueil Prix Paris* 3] (DBW 8, p. 153–183).
- 1738 (DB. 20) Notationes de aequationibus, quae progrediuntur in infinitum, earumque resolutione per methodum serierum recurrentium: ut et de nova serierum specie. – Comm. Petrop. 5 (1730–1731), p. 63–82 (DBW 2, p. 65–80).
- 1738 (DB. 23) Theoremata de oscillationibus corporum filo flexili connexorum et catenae verticaliter suspensae. – Comm. Petrop. 6 (1732–1733), p. 108–122 (DBW 6).
- 1738 (DB. 31) Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum Commentarii. Opus academicum ab Auctore, dum Petropoli ageret, congestum. Argentorati [Strassburg] (DBW 5, p. 91–424) [russ. Übers. cf. D. Bernoulli 1959; dt. Übers. cf. D. Bernoulli 1965; engl. Übers. cf. D. Bernoulli 1968].
- 1740 (DB. 25) Demonstrationes theorematum suorum de oscillationibus corporum filo flexili connexorum et catenae verticaliter suspensae. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 162–173 (DBW 6).
- 1741 (DB. 26a) De legibus quibusdam mechanicis, quas natura constanter affectat, nondum descriptis, earumque usu hydrodynamico, pro determinanda vi venae aqueae contra planum incurrentis. Ab Auctoribus, fallaci inductis experimento, falso aestimata. Pars prima. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 99–112 (DBW 5, p. 425–434).
- 1741 (DB. 26b) Dissertationis de legibus mechanicis nondum descriptis Pars altera, in qua legum istarum in prima parte expositarum usus hydrodynamicus ostenditur. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 113–127 (DBW 5, p. 434–444).
- 1741 (DB. 33) Traité sur le Flux et Reflux de la Mer. In: *Prix Paris* 1740, p. 53–191 [*Recueil Prix Paris* 4] (DBW 3, p. 327–438).
- 1744 (DB. 27) De variatione motuum a percussione excentrica. – Comm. Petrop. 9 (1737), p. 189–206 (DBW 3, p. 145–159).

- 1746 (DB. 40) Nouveau problème de Mécanique résolu par Mr. Daniel Bernoulli. – Mém. Berlin 1 (1745), p. 54–70; Hist., p. 56 (DBW 3, p. 178–196).
- 1747 (DB. 29) Commentationes de immutatione et extensione principii conservationis virium vivarum, quae pro motu corporum coelestium requiritur. – Comm. Petrop. 10 (1738), p. 116–124 (DBW 3, p. 160–169).
- 1747 (DB. 30) Commentationes de statu aequilibrii corporum humido insidentium. – Comm. Petrop. 10 (1738), p. 147–163 (DBW 6).
- 1747 (DB. 74) Recherches physiques et mathématiques sur la théorie des vents réglés. In: Réflexions sur la cause générale des vents. Pièce qui a remporté le Prix proposé par l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres de Prusse pour l'année 1746 [...] à laquelle on a joint les Pièces qui ont concouru. Berlin, p. 137–176 (DBW 5, p. 509–535).
- 1748 (DB. 39) Mémoire sur la manière de construire les boussoles d'inclinaison, pour faire, avec le plus de précision qu'il est possible, les observations de l'inclinaison de l'aiguille aimantée, tant sur Mer que sur Terre [...]. In: *Prix Paris* 1743/46, p. 3–61 [*Recueil Prix Paris* 5] (DBW 7, p. 66–111).
- 1748 (DB. 41) Nouveaux Principes de Mécanique et de Physique, tendans à expliquer la Nature et les Propriétés de l'Aiman [in Zusammenarbeit mit J. II Bernoulli]. In: *Prix Paris* 1743/46, p. 115–144 [*Recueil Prix Paris* 5] (DBW 7, p. 113–135).
- 1750 (DB. 32) De motibus oscillatorii corporum humido insidentium. – Comm. Petrop. 11 (1739), p. 100–115 (DBW 6).
- 1750 (DB. 34) Commentationes de oscillationibus compositis praesertim iis quae fiunt in corporibus ex filo flexili suspensis. – Comm. Petrop. 12 (1740), p. 97–108 (DBW 6).
- 1750 (DB. 42a) Recherches Mécaniques et Astronomiques, sur la question proposée par l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1745: La meilleure manière de trouver l'heure en Mer, par observation, soit dans le jour, soit dans les crépuscules, et surtout la nuit, quand on ne voit pas l'horizon. In: *Prix Paris* 1745/47, p. 3–78 [*Recueil Prix Paris* 6] (DBW 7, p. 241–293).
- 1750 (DB. 42b) Suite des Recherches Mécaniques et Astronomiques, etc. [...] Qui tend principalement à fournir aux Navigateurs les moyens mécaniques les plus sûrs pour faire en Mer, malgré l'agitation du vaisseau, les observations dont on peut conclure l'heure. In: *Prix Paris* 1745/47, p. 79–110 [*Recueil Prix Paris* 6] (DBW 7, p. 295–319).
- 1750 (DB. 43) Remarques sur le principe de la conservation des forces vives pris dans un sens général. – Mém. Berlin 4 (1748), p. 356–364 (DBW 3, p. 197–206).
- 1751 (DB. 35) Excerpta ex litteris a Daniele Bernoulli ad Leonhardum Euler. – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 3–15 (DBW 2, p. 81–93).
- 1751 (DB. 36) De motu mixto, quo corpora sphaeroidica super plano inclinato descendunt. Excerpt. ex Epistola data ad Georg. Wolffg. Krafft, Basileae d. 15 Aprilis st. n. 1741). – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 94–99 (DBW 3, p. 170–177).
- 1751 (DB. 37) De vibrationibus et sono laminarum elasticarum Commentationes physico-geometricae. – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 105–120 (DBW 6).
- 1751 (DB. 38) De sonis multifariis quos laminae elasticae diversimode edunt Disquisitiones mechanico-geometricae experimentis acusticis illustratae et confirmatae. – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 167–196 (DBW 6).

- 1751a Diverses réflexions concernant la physique générale. – *Acta helvetica physico-mathematico-botanico-medica* 1, p. 33–42 (DBW 5, p. 622–630).
- 1755 (DB. 45) Réflexions et éclaircissemens sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les Mémoires de l'Académie de 1747 et 1748. – *Mém. Berlin* 9 (1753), p. 147–172 (DBW 6).
- 1755 (DB. 46) Sur le mélange de plusieurs espèces de vibrations simples isochrones, qui peuvent coexister dans un même système de corps. – *Mém. Berlin* 9 (1753), p. 173–195 (DBW 6).
- 1755a Diverses réflexions concernant la physique générale. – *Acta helvetica physico-mathematico-anatomico-botanico-medica* 2, p. 101–113 (DBW 5, p. 631–640).
- 1755b Remarques sur les aimans artificiels de Basle. – *Nouvelle Bibliothèque Germanique, ou histoire littéraire de l'Allemagne, de la Suisse, et des pays du Nord* (Amsterdam) 16/1, Janv.–Mars 1755, p. 225–229; *Journal helvétique ou Recueil de Pièces fugitives* [...] tant de Suisse, que des Païs Etrangers, Février 1755, p. 201–207 (DBW 7, p. 137–139).
- 1764 (DB. 53) Recherches physiques, mécaniques et analytiques, sur le son et sur les tons des tuyaux d'orgues différemment construits. – *Mém. Paris* (1762), p. 431–485; *Hist.*, p. 170–181 (DBW 6).
- 1766 (DB. 51) Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l'inoculation pour la prévenir. – *Mém. Paris* (1760), p. 1–45; *Hist.*, p. 99–107 (DBW 2, p. 235–267).
- 1767 (DB. 54) Mémoire sur les vibrations des cordes d'une épaisseur inégale. – *Mém. Berlin* 21 (1765), p. 281–306 (DBW 6).
- 1768 (DB. 55) De usu algorithmi infinitesimalis in arte conjectandi Specimen. – *N. Comm. Petrop.* 12 (1766–1767), p. 87–98 (DBW 2, p. 275–287).
- 1768 (DB. 56) De duratione media matrimoniorum, pro quacunq[ue] coniugum aetate, aliisque quaestionibus affinibus. – *N. Comm. Petrop.* 12 (1766–1767), p. 99–126; *Summ.*, p. 13–15 (DBW 2, p. 288–303).
- 1769 (DB. 44) Mémoire sur la nature et la cause des courans, et la meilleure manière de les observer et de les déterminer. *In: Recueil Prix Paris* 7, No. 1 (Prix 1749/51), p. 3–108 (DBW 5, p. 536–611).
- 1769 (DB. 47) Recherches sur la manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les grands vaisseaux, soit en y appliquant les rames, soit en y employant quelqu'autre moyen que ce puisse être. *In: Recueil Prix Paris* 7, No. 3 (Prix 1753), p. 3–99 (DBW 8, p. 185–251).
- 1769 (DB. 57) Commentatio de utilissima ac commodissima directione potentiarum frictionibus mechanicis adhibendarum. – *N. Comm. Petrop.* 13 (1768), p. 242–256; *Summ.*, p. 27–29 (DBW 3, p. 207–218).
- 1770 (DB. 58) Disquisitiones analyticae de novo problemate coniecturali. – *N. Comm. Petrop.* 14:1 (1769), p. 3–25 (DBW 2, p. 304–324).
- 1770 (DB. 59a) Mensura sortis ad fortuitam successionem rerum naturaliter contingentium applicata. – *N. Comm. Petrop.* 14:1 (1769), p. 26–45; *Summ.*, p. 8–9 (DBW 2, p. 325–338).
- 1770 (DB. 60) Commentationes physico-mechanicae de frictionibus variis illustratae exemplis. – *N. Comm. Petrop.* 14:1 (1769), p. 249–269, *Summ.*, p. 29–32 (DBW 3, p. 219–238).



- 1770a Observations astronomiques sur la Comète, qui a paru l'année dernière. – *Nouveau Journal helvétique, ou Annales littéraires et politiques de l'Europe et principalement de la Suisse*, Mars 1770, p. 355–358.
- 1771 (DB. 48) Principes hydrostatiques et mécaniques, sur la question proposée pour la seconde fois par l'Académie Royale des Sciences: Quelle est la meilleure manière de diminuer le Roulis et le Tangage d'un Navire, sans qu'il perde sensiblement par cette diminution aucune des bonnes qualités que sa construction doit lui donner. *In: Recueil Prix Paris* 8, No. 4 (Prix 1757), p. 3–96 (DBW 8, p. 253–323).
- 1771 (DB. 59b) Continuatio argumenti de mensura sortis ad fortuitam successionem rerum naturaliter contingentium applicata. – *N. Comm. Petrop.* 15 (1770), p. 3–28; *Summ.*, p. 5–8 (DBW 2, p. 339–360).
- 1771 (DB. 61) Examen physico-mechanicum de motu mixto qui laminis elasticis a percussione simul imprimitur. – *N. Comm. Petrop.* 15 (1770), p. 361–380 (DBW 6).
- 1772 (DB. 62) De summationibus serierum quarundam incongrue veris earumque interpretatione atque usu. – *N. Comm. Petrop.* 16 (1771), p. 71–90; *Summ.*, p. 12–15 (DBW 2, p. 98–116).
- 1772 (DB. 63) De vibrationibus chordarum, ex duabus partibus, tam longitudine quam crassitie, ab invicem diversis, compositarum. – *N. Comm. Petrop.* 16 (1771), p. 257–280 (DBW 6).
- 1774 (DB. 66) Theoria elementari[s] serierum, ex sinibus atque cosinibus arcuum arithmetice progredientium diversimode compositarum, dilucidata. – *N. Comm. Petrop.* 18 (1773), p. 3–23; *Summ.*, p. 5–8 (DBW 2, p. 135–151).
- 1774 (DB. 67) Vera determinatio centri oscillationis in corporibus qualibuscunque filo flexili suspensis eiusque ab regula communi discrepantia. – *N. Comm. Petrop.* 18 (1773), p. 247–267 (DBW 6).
- 1775 (DB. 68) Commentatio physico-mechanica generalior principii de coexistentia vibrationum simplicium haud perturbatarum in systemate composito. – *N. Comm. Petrop.* 19 (1774), p. 239–259 (DBW 6).
- 1775 (DB. 69) Commentatio physico-mechanica specialior de motibus reciprocis compositis multifariis nondum exploratis qui in pendulis bimembribus facilius observari possint in confirmationem principii sui de coexistentia vibrationum simpliciorum. – *N. Comm. Petrop.* 19 (1774), p. 260–284 (DBW 6).
- 1776 (DB. 70) Adversaria analytica miscellanea de fractionibus continuis. – *N. Comm. Petrop.* 20 (1775), p. 3–23; *Summ.*, p. 5–9 (DBW 2, p. 152–172).
- 1776 (DB. 71) Disquisitiones ultiores de indole fractionum continuarum. – *N. Comm. Petrop.* 20 (1775), p. 24–47; *Summ.*, p. 9–11 (DBW 2, p. 173–194).
- 1778 (DB. 72) Dijudicatio maxime probabilis plurium observationum discrepantium atque verisimillima Inductio inde formanda. – *Acta Petrop.* (1777:1), p. 3–23 (DBW 2, p. 361–375).
- 1780 (DB. 73) Specimen philosophicum de compensationibus horologicis, et veriori mensura temporis. – *Acta Petrop.* (1777:2), p. 109–128 (DBW 2, p. 376–390).
- 1843a Lettres de Daniel Bernoulli à Léonard Euler, 1726–1755. *In: Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII<sup>ème</sup> siècle* (ed. P.H. Fuss), T. 2. St.-Petersbourg, p. 407–655.
- 1843b Lettres de Daniel Bernoulli à Nicolas Fuss: 1773–1778. *In: Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII<sup>ème</sup> siècle* (ed. P.H. Fuss), T. 2. St.-Petersbourg, p. 657–677.

- 1906 Der Briefwechsel zwischen Leonhard Euler und Daniel Bernoulli (ed. G. Eneström). – Bibl. math. III.7, p. 126–156.
- 1959 Гидродинамика или записки о силах и движениях жидкостей [russ. Übers. der *Hydrodynamica* von V.S. Gokhman, ed. A.I. Nekrasov, K.K. Baumgart]. Ленинград, АН СССР.
- 1965 Hydrodynamik oder Kommentare über die Kräfte und Bewegungen der Flüssigkeiten [dt. Übers. der *Hydrodynamica* von K. Flierl]. – Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Reihe C: Quellentexte und Übersetzungen, No. 1a [No. 1b: Flierl, K. Anmerkungen zu Daniel Bernoulli's *Hydrodynamica*].
- 1968 Hydrodynamics or Commentaries on Forces and Motions of Fluids [engl. Übers. der *Hydrodynamica* von Th. Carmody und H. Kobus]. In: Hydrodynamics by Daniel Bernoulli & Hydraulics by Johann Bernoulli (Preface by H. Rouse). New York, Dover, p. xvii–xxiii, 1–342.
- 1982– Die Werke von Daniel Bernoulli (ed. D. Speiser, P. Radelet-de Grave). Basel (etc.), Birkhäuser (abgekürzt: DBW 1–8).  
 Bd. 1: Medizin und Physiologie, Mathematische Jugendschriften, Positionsastronomie. 1996.  
 Bd. 2: Analysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung. 1982.  
 Bd. 3: Mechanik. 1987.  
 [Bd. 4: Hydrodynamik I].  
 Bd. 5: Hydrodynamik II. 2002.  
 [Bd. 6: Elastizität].  
 Bd. 7: Magnetismus, Technologie I. 1994.  
 Bd. 8: Technologie II. 2004.
- BERNOULLI, DANIEL II
- 1783 Vita immortalis Viri Danielis Bernoullii [...] utcunque delineata et in solenni eruditorum panegyri recitata d. XVII. Mart. A. MDCCLXXXIII. Basileae [Nova acta helvetica physico-mathematico-anatomico-botanico-medica 1, 1787, p. 1–32].
- BERNOULLI, JAKOB I<sup>2</sup>
- 1691 (JaB. 42) Specimen alterum calculi differentialis in dimetienda spirali logarithmica, loxodromiis nautarum, et areis triangulorum sphaericorum; una cum additamento quodam ad problema funicularium, aliisque. – Acta eruditorum, Jun., p. 282–290 (JaBO 1, p. 442–453; JaBW 5, p. 48–61) [partielle dt. Übers. cf. Linsenbarth 1910, p. 3–4].
- 1694 (JaB. 58) Curvatura laminae elasticae, ejus identitas cum curvatura lintei a pondere inclusi fluidi expansi, radii circulorum osculantium in terminis simplicissimis exhibiti, una cum novis quibusdam theorematis huc pertinentibus, etc. – Acta eruditorum, Jun., p. 262–276 (JaBO 1, p. 576–600; JaBW 5, p. 113–118 (partiell); JaBW 6) [partielle dt. Übers. cf. Linsenbarth 1910, p. 5–17].
- 1744 Opera. 2 vol. Genevae [Reprint: Bruxelles, Culture et civilisation, 1967] (abgekürzt: JaBO 1–2).

2 Es werden die Titel der Erstpublikationen angegeben, die zum Teil von denjenigen der *Opera* Jakob Bernoullis abweichen. Die Numerierung unter dem Sigel *JaB* ist hingegen von den *Opera* übernommen worden.

- 1744a (JaB. 103, 27) Artificium impellendi navem a principio motus intra ipsam navem concluso. In: JaBO 2, p. 1109–1115.
- 1969– Die Werke von Jakob Bernoulli (ed. J.O. Fleckenstein, D. Speiser). Basel (etc.), Birkhäuser (abgekürzt: JaBW 1–6).
- Bd. 1: [Jugendschriften: Astronomie, Philosophia naturalis]. 1969.
- Bd. 2: Elementarmathematik. 1989.
- Bd. 3: [Wahrscheinlichkeitsrechnung]. 1975.
- Bd. 4: Reihentheorie. 1993.
- Bd. 5: Differentialgeometrie. 1999.
- [Bd. 6: Mechanik].
- 1991 Die Streitschriften von Jacob und Johann Bernoulli: Variationsrechnung (ed. H.H. Goldstine). Basel (etc.), Birkhäuser.
- BERNOULLI, JOHANN I<sup>3</sup>
- 1693 (JB. 10) Extrait d’une lettre de M. Bernoulli, Médecin. – Journal des Sçavans, p. 29 (JBO 1, p. 64).
- 1697 (JB. 37) Curvatura radii in diaphanis non uniformibus, solutioque problematis a se [...] propositi, de invenienda linea brachystochrona [...]. – Acta eruditorum, Maji, p. 206–211 (J. Bernoulli 1991, p. 263–270).
- 1698 (JB. 51a) Solutio sex problematum Fraternalium, in Ephemeridibus Gallicis 26 Aug. 1697 propositum. – Acta eruditorum, Maji, p. 226–230 (JBO 1, p. 256–259).
- 1707 (JB. 75) Solution du problème proposé par M. Jacques Bernoulli dans les Actes de Leipsik du mois de May de l’année 1697 [...]. Sur les isopérimètres. – Mém. Paris (1706), p. 235–245; Hist., p. 68–74 (JBO 1, p. 424–435).
- 1724 (JB. 132) Methodus commoda et naturalis reducendi quadraturas transcendentes cujusvis gradus ad longitudines curvarum algebraicarum. – Acta eruditorum, Aug., p. 356–366 (JBO 2, p. 582–592).
- 1727 (JB. 135) Discours sur les loix de la communication du mouvement, qui a mérité les éloges de l’Académie Royale des Sciences aux années 1724 et 1726 et qui a concouru à l’occasion des prix distribués dans lesdites années. In: *Recueil Prix Paris* 1, No. 7 (Prix 1724/26), p. 3–108 (JBO 3, p. 1–107).
- 1729 (JB. 137) Theoremata selecta pro conservatione virium vivarum demonstranda et experimentis confirmanda. Excerpta ex epistolis datis ad filium Danielelem, 11. Oct. et 20. Dec. (stil[i] nov[i]) 1727. – Comm. Petrop. 2 (1727), p. 200–207 (JBO 3, p. 124–130; JNBW 6, p. 489–497).
- 1732 (JB. 139) Méthode pour trouver les tautochrones, dans des milieux résistants, comme le quarré des vitesses. – Mém. Paris (1730), p. 78–101; Hist., p. 87–94 (JBO 3, p. 173–197).
- 1733 Honoribus et meritis pie defuncti Jacobi Hermanni mathematici acutissimi [Trauergedicht auf Jakob Hermann]. In: Der in christlicher Bereitschaftt erfundene Haußhalter. Vorge stellt in einer christlichen Leich-Predigt [...] den 14. Julii Anno

3 Es werden die Titel der Erstpublikationen angegeben, die zum Teil von denjenigen der *Opera omnia* Johann Bernoullis abweichen. Die Numerierung unter dem Sigel *JB* ist hingegen – bis auf eine zusätzliche Differenzierung bei *JB*. 186a / 186b – von den *Opera omnia* übernommen worden. Die hier verwendete chronologische Ordnung weicht manchmal von derjenigen der Sigelnummern ab.

- MDCCXXXIII bey Hoch-ansehnlicher Bestattung des Ehrwürdigen und Hochgelehrten Herren Jacob Hermanns [...] (ed. T. Falckheysen). Basel, p. 33–34.
- 1735 (JB. 146) Essai d'une nouvelle physique céleste, servant à expliquer les principaux phénomènes du ciel, et en particulier la cause physique de l'inclinaison des orbites des Planètes par rapport au plan de l'équateur du Soleil. *In: Prix Paris* 1734, p. 1–91 [*Recueil Prix Paris* 3] (JBO 3, p. 261–364).
- 1738 (JB. 147) Solutiones novorum quorundam problematum mechanicorum. – Comm. Petrop. 5 (1730–1731), p. 11–25 (JBO 3, 365–375; JNBW 6, p. 347–358).
- 1742 Opera omnia, tam antea sparsim edita, quam hactenus inedita. T. 1–4. Lausannae et Genevae [tatsächlich ist die Ausgabe erst 1743 erschienen] [Reprint: Hildesheim, Olms, 1968] (abgekürzt: JBO 1–4).  
T. 1: 1690–1713. T. 2: 1714–1726. T. 3: 1727–1742. T. 4: ANEKΔOTA.
- 1742 (JB. 177) Propositiones variae mechanico-dynamicae. *In: JBO* 4, p. 253–313 (JNBW 6, p. 367–421).
- 1742 (JB. 178) De pendulis multifilibus. *In: JBO* 4, p. 313–331 (JNBW 6, p. 625–645).
- 1742 (JB. 180) Continuatio tractationis [JB. 147] De descensu corporis gravis, super hypothenusa trianguli rectanguli mobilis super plano horizontali immobili. *In: JBO* 4, p. 341–347 (JNBW 6, p. 435–441).
- 1742 (JB. 186) Hydraulica, nunc primum detecta ac demonstrata directe ex fundamentis pure mechanicis. Anno 1732[!]. *In: JBO* 4, p. 387–488.
- 1744 (JB. 186a) Dissertatio hydraulica de motu aquarum per vasa aut per canales quacunq[ue] figuram habentes fluentium (= JB. 186, p. 391–432). – Comm. Petrop. 9 (1737), p. 3–49.
- 1747 (JB. 186b) Dissertationis hydraulicae Pars secunda continens methodum directam et universalem solvendi omnia problemata hydraulica, quaecunq[ue] de aquis per canales cuiuscunq[ue] figurae fluentibus formari ac proponi possunt. – Comm. Petrop. 10 (1738), p. 207–260 [entspricht JB. 186, p. 432–484; der Text in JBO 4 enthält einige Zusätze].
- 1859 [Autobiographie]. *In: Wolf* 2, p. 71–94.
- 1922 [Selbstbiographie]. *In: Bernoulli-Gedenkbuch*, p. 81–103.
- 1955– Der Briefwechsel von Johann Bernoulli (ed. O. Spiess, D. Speiser). Basel, Birkhäuser (abgekürzt: JBB 1–3).  
Bd. 1 [Briefwechsel mit Jakob Bernoulli, Briefwechsel mit dem Marquis de l'Hôpital, Vermischte Briefe 1693–1706]. 1955.  
Bd. 2 [Briefwechsel mit Pierre Varignon 1692–1702]. 1988.  
Bd. 3 [Briefwechsel mit Pierre Varignon 1702–1714]. 1992.
- 1991 Die Streitschriften von Jacob und Johann Bernoulli: Variationsrechnung (ed. H.H. Goldstine). Basel (etc.), Birkhäuser.
- 2008– Die Werke von Johann I und Nicolaus II Bernoulli (ed. P. Radelet-de Grave). Basel (etc.), Birkhäuser (abgekürzt: JNBW).  
Bd. 6: Mechanik I. 2008.

## BERNOULLI, JOHANN II

- 1736 Recherches physiques et géométriques sur la question: Comment se fait la propagation de la lumière. *In: Prix Paris 1736*, p. 3–66 [*Recueil Prix Paris 3*].
- 1737 Discours sur les ancre. *In: Prix Paris 1737*, p. 3–32 [*Recueil Prix Paris 3*].
- 1740 De motu corporum se invicem percutientium. [Pars I. De corporibus oscillando se percutientibus. Pars II. De corporibus rotando se percutientibus.] – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 15–34.
- 1745 Discours sur le cabestan. *In: Prix Paris 1741*, p. 3–28 [*Recueil Prix Paris 5*].
- 1907 Kurtze Beschreibung meines Lebenslaufs, angefangen im Jahre 1746 (ed. F. Burckhardt). – Basler Zs. Geschichte und Altertumskunde 6, p. 291–308 [*Bernoulli-Gedenkbuch*, p. 112–124].

## BERNOULLI, JOHANN III

- 1768 Recherches sur l'extension que souffrent les fils avant de se rompre. – Mém. Berlin 22 (1766), p. 78–98.
- 1773 Recherches sur les diviseurs de quelques nombres très grands compris dans la somme de la progression géométrique  $1+10^1+10^2+10^3+\dots+10^T = S$ . – N. Mém. Berlin 2 (1771), p. 318–337.

## BERNOULLI, NIKLAUS I

- 1719 Tentamen solutionis generalis problematis de construenda curva, quae alias ordinatim positione datas ad angulos rectos secat. – Acta eruditorum, Jun., p. 295–304.
- 1747 Inquisitio in summam seriei  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \frac{1}{36} + \text{etc.}$ . – Comm. Petrop. 10 (1738), p. 19–21 (O. IV A, 2, p. 668–672).

## BERNOULLI, R.

- 1983 Leonhard Eulers Augenkrankheiten. *In: Euler-Gedenkband 1983*, p. 471–487.

## BERNOULLI-SUTTER, R.

- 1972 Die Familie Bernoulli. Basel, Helbing & Lichtenhahn.

## BEUTLER, G.

- 2005 Methods of Celestial Mechanics (mit L. Mervart und A. Verdun), vol. 1: Physical, Mathematical, and Numerical Principles, vol. 2: Application to Planetary System, Geodynamics and Satellite Geodesy. (Astronomy and Astrophysics Library). Berlin (etc.), Springer.

## BIERMANN, K.R.

- 1983 Aus der Vorgeschichte der Euler-Ausgabe 1783–1907. *In: Euler-Gedenkband 1983*, p. 489–500.

## BIGALKE, H.G.

- 1984 Kugelgeometrie. Frankfurt/Main (etc.), Salle & Sauerländer.

## BIGOURDAN, G.

- 1917 Lettres de Léonard Euler, en partie inédites. – Bull. astron. 34, p. 258–319.

## BINET, J.

- 1813 Mémoire sur un système de formules analytiques, et leur application à des considérations géométriques. – J. École polytech. 9, p. 280–354.

BIRG, H. (ed.)

1986 Ursprünge der Demographie in Deutschland: Leben und Werk Johann Peter Süßmilchs (1707–1767) (Forschungsberichte des Instituts für Bevölkerungsfor-  
schung und Sozialpolitik, Universität Bielefeld, 11). Frankfurt/Main (etc.),  
Campus Verlag.

BIRR, A. cf. ESTIENNE, R.

BLANC, CH.

1957 Préface des volumes II/6 et II/7. In: O. II, 6, p. VII–XXXV.

BLANC, CH. – DE HALLER, P.

1979 Préface du volume II/16. In: O. II, 16, p. VII–XVII.

BLUM, E. – NÜESCH, TH.

1911–1913 Basel, einst und jetzt. Eine kulturhistorische Heimatkunde der Stadt Basel  
in Bildern. Teil 1–2. Basel, Krüsi.

BOEGEHOLD, H.

1939 Zur Vorgeschichte der Monochrome. – Zs. Instrumentenkunde 59, p. 200–207,  
234–241.

BOERHAAVE, H.

1732 Elementa chemiae. T. 1–2. Lugduni Batavorum [Leiden] [weitere Ausgaben und  
Übersetzungen cf. DSB 2].

BOHNENBERGER, J.G.F.

1811 Astronomie. Tübingen.

BOHNY, N.I. [БОНИ, Н.И.]

2003 «Славный город Базель»: Его исторія от основанія до наших дней: 374–  
1942 [«Die ruhmreiche Stadt Basel»: Ihre Geschichte von der Gründung bis in  
unsere Tage]. [Reprint des Typoskripts, Basel, 1942]: Zürich, Pano.

BORELLI, G.A.

1680–1681 De motu animalium. P. 1–2. Romae [zahlreiche weitere Ausgaben].

BOTTAZZINI, U.

1996 Introduction to the mathematical writings from Daniel Bernoulli's youth. In: DBW  
1, p. 129–194.

BOUGUER, P.

1727 De la mâturation des vaisseaux. In: *Prix Paris* 1727, p. 1–164 [*Recueil Prix Paris* 1].

1729 De la méthode d'observer exactement sur mer la hauteur des Astres. In: *Prix Paris*  
1729, p. 1–72 [*Recueil Prix Paris* 2].

1735 Sur de nouvelles courbes auxquelles on peut donner le nom de lignes de poursuite.  
Mém. Paris (1732), p. 1–14; Hist., p. 56–60.

1749 La figure de la Terre, déterminée par les Observations de Messieurs Bouguer, et de  
la Condamine [...], envoyés par ordre du Roy au Pérou, pour observer aux environs  
de l'Équateur. Paris.

BRADLEY, J.

1729 A Letter [...] giving an Account of a new discovered Motion of the Fix'd Stars. –  
Phil. Trans. 35, No. 406 (Dec. 1728), p. 637–661.

- 1748 A Letter [...] concerning an apparent Motion observed in some of the fixed Stars. – Phil. Trans. 45, No. 485 (Jan. 1748), p. 1–43 (Errata: No. 486 (Feb./March, 1748), p. 130.

BRUCKER, J. – HAID, J.J.

- 1741–1755 Bilder-sal heutiges Tages lebender und durch Gelahrheit berühmter Schrifftsteller; in welchem derselbigen nach wahren Original-malereyen entworfene Bildnisse in schwarzer Kunst, in natürlicher Aehnlichkeit vorgestellt, und ihre Lebensumstände, Verdienste um die Wissenschaften, und Schrifften aus glaubwürdigen Nachrichten erzählt werden. (= Pinacotheca scriptorum nostra aetate literis illustrium, exhibens auctorum eruditionis laude scriptisque celeberrimorum, qui hodie vivunt, imagines et elogia [...]). Bd. 1–10. Augspurg.

BRUCKNER, J.J.

- 1743 Der aus all seinem Leiden erlöste Gerechte, vorgestellt in einer Christlichen Leich-Predigt [...] als unter ansehnlichem und volkreichem Geleit zur Erden bestattet wurde [...] Johann Burckhardt [...]. Basel.

BRÜNNOW, F.

- 1881 Lehrbuch der sphärischen Astronomie. 4. Aufl. Berlin.

BÜLFINGER, G.B.<sup>4</sup>

- 1733a Suppléments aux maximes ordinaires touchant la fortification. [Tübingen].  
 1733b Nouveau système de fortification – Kurtze Beschreibung einer neuen Haupt-Festung. [Tübingen, 1733?].  
 1736 Nouveaux projets de fortification. [Stuttgart, 1736?].

BURCKHARDT, J.J.

- 1983 Die Euler-Kommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft – ein Beitrag zur Editions-geschichte. In: *Euler-Gedenkband* 1983, p. 501–509.

BURKHARDT, H.

- 1908 Entwicklungen nach oscillirenden Functionen und Integration der Differentialgleichungen der mathematischen Physik. – Jahresber. Dt. Math.-Ver. 10, No. 2, 1804 p.

CANDAUX, J.D., et al. (ed.)

- 2005 Deux astronomes genevois dans la Russie de Catherine II: Journaux de voyage en Laponie russe de Jean-Louis Pictet et Jacques-André Mallet pour observer le passage de Vénus devant le disque solaire, 1768–1769. Ferney-Voltaire, Centre international d'étude du XVIIIe siècle.

CANTOR, M.

- 1901 Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Bd. 3: Von 1668–1758. 2. Aufl. Leipzig, Teubner.

CARTWRIGHT, D.E.

- 1999 Tides: A Scientific History. Cambridge, Cambridge Univ. Press.

4 Bülfingers Schriften über Festungsbau sind nicht eigentlich veröffentlicht, sondern bloss in wenigen Exemplaren für die jeweiligen Auftraggeber gedruckt worden, teils ohne Nennung von Autor, Ort und/oder Jahr. Walther (1783) nennt unter dem Namen Bülfinger drei französisch- und drei deutschsprachige Schriften; nicht in allen Fällen sind heute noch erhaltene Exemplare nachweisbar. Vgl. dazu Hohrath (2005), insb. p. 122–123.



CASSINI, G.D.

1685 Découverte de la lumière céleste qui paroist dans le Zodiaque. Paris [Mém. Paris (1666–1699), T. 8 (1730), p. 119–209].

CASSINI, J.

1704 Des taches observées dans le Soleil au mois de Novembre de l'année 1700, au mois de May, à la fin d'Octobre et au mois de Novembre de cette année 1701. – Mém. Paris (1701), p. 262–268; Hist., p. 101–105.

1736 De l'inclinaison du plan de l'écliptique et de l'orbite des Planètes par rapport à l'équateur de la révolution du Soleil autour de son axe. – Mém. Paris (1734), p. 107–122.

1740a Éléments d'astronomie. Paris.

1740b Tables astronomiques du Soleil, de la Lune, des Planètes, des Étoiles fixes, et des Satellites de Jupiter et de Saturne. Paris.

1748 Des deux conjonctions de Mars avec Saturne, qui sont arrivées en 1745, avec quelques conjectures sur la cause des inégalités que l'on a remarquées dans les mouvemens de Saturne et de Jupiter. – Mém. Paris (1746), p. 465–482; Hist., p. 95–101.

CAVALLERI, A.

1741 Dissertation sur la cause physique du flux et du reflux de la mer. In: *Prix Paris* 1740, p. 1–51 [*Recueil Prix Paris* 4].

CERULUS, F.A.

2004 Introductions. In: DBW 8, p. 5–131.

CHAPRONT-TOUZÉ, M.

2002 Introduction générale. In: J. d'Alembert. Œuvres complètes. Sér. I. Traités et mémoires mathématiques, 1736–1756, vol. 6: Premiers textes de mécanique céleste (1747–1749). Paris, CNRS.

2006 Introduction générale. In: J. d'Alembert. Œuvres complètes. Sér. I. Traités et mémoires mathématiques, 1736–1756, vol. 7: Précession et nutation (1749–1752). Paris, CNRS.

CLAIRAUT, A.C.

1738 An Inquiry concerning the Figure of such Planets as revolve about an Axis, supposing the Density continually to vary, from the Centre towards the Surface. – Phil. Trans. 40, No. 449 (Aug.–Sept. 1738), p. 277–306.

1741 Recherches générales sur le calcul intégral. – Mém. Paris (1739), p. 425–436.

1743 Théorie de la figure de la Terre, tirée des principes de l'hydrostatique. Paris.

1745 Sur quelques principes qui donnent la solution d'un grand nombre de problèmes de dynamique. – Mém. Paris (1742), p. 1–52.

1746a Éléments d'algèbre. Paris.

1746b De l'orbite de la Lune dans le système de M. Newton. – Mém. Paris (1743), p. 17–32.

1749a Du système du Monde dans les principes de la gravitation universelle. – Mém. Paris (1745), p. 329–364.

1749b Avertissement de M. Clairaut, au sujet des Mémoires qu'il a donnés en 1747 et 1748, sur le système du Monde, dans les principes de l'attraction. – Mém. Paris (1745), p. 577–578.

1749c Réponse à la réplique de M. de Buffon. – Mém. Paris (1745), p. 578–580.

- 1749d Réponse au nouveau Mémoire de M. de Buffon. – Mém. Paris (1745), p. 583–586.
- 1752a De l'orbite de la Lune, en ne négligeant pas les quarrés des quantités de même ordre que les forces perturbatrice. – Mém. Paris (1748), p. 421–434.
- 1752b Démonstration de la proposition fondamentale de ma théorie de la Lune. – Mém. Paris (1748), p. 434–440.
- 1752c Théorie de la Lune déduite du seul principe de l'attraction réciproquement proportionnelle aux quarrés des distances. Pièce qui a remporté le prix de l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg proposé en 1750.
- 1762 Recherches sur la comète des années 1531, 1607, 1682 et 1759, pour servir de supplément à la théorie, par laquelle on avoit annoncé en 1758 le tems du retour de cette comète. Pièce [...] qui a remporté le prix proposé par l'Académie Impériale des Sciences de S. Pétersbourg pour l'année 1761. St. Pétersbourg.
- CLARET DE FLEURIEU D'EVEUX, CH.P.
- 1773 Voyage fait par ordre du Roi en 1768 et 1769, à différentes parties du Monde, pour éprouver en mer les horloges marines inventées par M. Ferdinand Berthoud. 2 vol. Paris.
- COHEN, I.B.
- 1975 Isaac Newton's *Theory of the Moon's Motion* (1702). Folkestone, Dawson.
- COHEN, I.B. – WHITMAN, A. (ed.)
- 1999 Isaac Newton, *The Principia. Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Berkeley (etc.), University of California Press.
- CONDORCET, M.J.A. DE
- 1778a Éloge de M. de La Condamine. – Mém. Paris (1774), Hist., p. 85–121 [Œuvres 2, Paris 1847, p. 156–206].
- 1778b Sur quelques séries infinies dont la somme peut etre exprimée par des fonctions analytiques d'une forme particuliere. – Acta Petrop. (1777:1), p. 34–37.
- 1785 Éloge de M. [Daniel] Bernoulli. – Mém. Paris (1782), Hist., p. 82–107 [Œuvres 2, Paris 1847, p. 545–580].
- 1787 Des Herrn Marquis de Condorcet [...] Lobrede auf Herrn Daniel Bernoulli. Aus dem Französischen übersetzt und mit Anmerkungen begleitet von Daniel [II] Bernoulli. Basel.
- COURTILZ DE SANDRAS, G. DE
- 1688 Mémoires de M[onsieu]r L[e] C[omte] D[e] R[ochefort] contenant ce qui c'est passé de plus particulier sous le ministère du Cardinal de Richelieu, et du Cardinal Mazarin, avec plusieurs particularités remarquables du règne de Louis le Grand. Seconde édition revûë et corrigée. Cologne [und zahlreiche weitere Ausgaben, u. a. La Haye 1713].
- CRAMER, G.
- 1750 Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. Genève.
- DELISLE, J.N.
- 1738 Les thermomètres de mercure rendus universels, en leur faisant marquer en tout tems la quantité dont le volume du mercure est diminué par la temperature présente de l'air, au dessous de l'étendue qu'il a dans l'eau bouillante. In: Delisle, J.N., Mémoires pour servir à l'histoire et au progrès de l'Astronomie, de la Geographie, et de la Physique, recueillis de plusieurs dissertations lues dans les Assemblées

de l'Académie Royale des Sciences de Paris, et de celle de St. Pétersbourg, qui n'ont point encore été imprimées; comme aussi de plusieurs pieces nouvelles [...]. St. Pétersbourg, p. 267–284.

DELUC, J.A.

1772 Recherches sur les modifications de l'atmosphère, contenant l'histoire critique du baromètre et du thermomètre, un traité sur la construction de ces instrumens, des expériences relatives à leurs usages, et principalement à la mesure des hauteurs et à la correction des réfractions moyennes. 2 vol. Genève.

DEMIDOV, SERGEJ [ДЕМИДОВ, С.С.]

2012 The Problem of a Vibrating Chord in the History of Mathematical Analysis. In: Progress in Analysis. Proc. 8th Congress Intern. Soc. for Analysis, its Applications, and Computation (ISAAC), vol. 3 (ed. V.I. Burenkov et al.). Moscow: Peoples' Friendship University of Russia, p. 46–54.

DEPARCIEUX, A.

1746 Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine. Paris, 1746 [Reprint: Paris, Institut national d'études démographiques, 2003].

1760 Addition à l'Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine. Paris, 1760 [Reprint: Paris, Institut national d'études démographiques, 2003].

DERHAM, W.

1708 Experimenta et observationes de soni motu, aliisque ad id attinentibus. – Phil. Trans. 26, No. 313 (Jan.–Feb. 1708), p. 2–35.

1713 Physico-Theology or, a Demonstration of the Being and Attributes of God, from his Works of Creation. London [weitere Ausgaben und Übersetzungen; Reprint: Hildesheim (etc.), Olms, 1976].

DICKSON, L.E.

1919 History of the theory of numbers, vol. 1: Divisibility and primality. Washington, Carnegie Institution [Reprint: New York, Dover, 2005].

DÖRRIE, H.

1933 Triumph der Mathematik: Hundert berühmte Probleme aus zwei Jahrtausenden mathematischer Kultur. Breslau, Hirt.

DOUWES, C.

1754 Verhandelning om buiten den Middag, op Zee de waare Middags-breedte te vinden. – Verhandelingen Hollandse Maatschappij Weetenschappen te Haarlem 1, p. 127–256.

DUPRÉ DE SAINT-MAUR, N.F.

1749 [Table de mortalité]. In: Buffon, G.L., Histoire naturelle, générale et particulière, T. 2: Histoire générale des animaux. Paris, p. 590–599 [auch mehrere spätere Ausgaben].

DUTOIR DE SALVERT, E.F.

1748 Essai sur l'aiman, où l'on explique, son attraction avec le fer, la direction de l'aiguille aimantée vers le nord; sa déclinaison, et son inclinaison. In: *Prix Paris* 1743/46, p. 51–114 [*Recueil Prix Paris* 5].

ENESTRÖM, G.

1906 Der Briefwechsel zwischen Leonhard Euler und Daniel Bernoulli. – *Bibl. math.* III.7, p. 126–156.

1910–1913 Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers. – Jahresber. Dt. Math.-Ver., Ergänzungsband 4.

ENGELSMAN, S.B.

1984 Families of Curves and the Origins of Partial Differentiation (North-Holland Mathematics Studies, 93). Amsterdam (etc.), North-Holland.

ESTIENNE (STEPHANUS), R. – BIRR, A.

1740–1743 Thesaurus linguae Latinae in IV Tomos divisus [...]. Nova cura recensuit, digessit, ab auctorum citationibus atque interpretationibus falsis, interpolationibus supervacuis, mendisque quamplurimis repurgavit, suasque passim animadversiones adjecit Antonius Birrius Philiaer Basil. Basileae.

EULER, CHRISTOPH

1769 Auszug aus den Beobachtungen welche zu Orsk bey Gelegenheit des Durchgangs der Venus vorbey der Sonnenscheibe angestellt worden sind. St. Petersburg.

1770 Observationes transitum Veneris per discum Solis, die 24. Maii / 4. Junii 1769 spectantes in castello Orsk institutae. – N. Comm. Petrop. 14:2 (1769), p. 219–267.

EULER, JOHANN ALBRECHT<sup>5</sup>

1755 (A. 1) Disquisitio de causa physica electricitatis ab Academia scientiarum imperiali Petropolitana praemio coronata [...]. Petropoli, s. a. [1755], p. 3–28 (O. III, 10, p. 61–77).

1756 (A. 2) Enodatio quaestionis Quomodo vis aquae aliusve fluidi cum maximo lucro ad molas circumagendas aliave opera perficienda impendi possit? Praemio ornata a Societate Regia Scientiarum Gottingensi a. d. 9. Nov. 1754. (O. II, 16, p. 197–252).

1760 (A. 6) Meditationes de motu vertiginis Planetarum ac praecipue Veneris in quaestionem: Motus diurnos Planetarum circum axes proprios, inprimis Veneris vertiginem, accuratius observare, et inconcussis observationibus, iisdemque novis, una cum positione aequatorum, demonstrare atque definire, ab Academia imperiali scientiarum Petropolitana in annum 1757 pro praemio propositam, ab eadem Academia d. 6. Septembris 1760 in conventu publico praemio affectae. Petropoli (O. II, 29, p. 160–198).

1762 (A. 7) Meditationes de perturbatione motus Cometarum ab attractione Planetarum orta. Petropoli (O. II, 25, p. 210–245).

1764 (A. 10) Auflösung der Aufgabe: Aus der gegebenen Höhe des Kegels die Figur seiner Grundfläche zu finden, so daß der körperliche Inhalt desselben unter allen andern von gleicher Oberfläche der größte sey. – Abhandlungen der Churfürstlich-baierischen Akademie der Wissenschaften 2, II. Theil, p. 37–60 (O. I, 25, p. 123–140).

1766 (A. 15) Sur les diverses manières de faire avancer les vaisseaux, sans employer la force du vent. – Mém. Berlin 20 (1764), p. 240–294 (O. II, 20, p. 229–275).

1767 (A. 19) Beantwortung über die Preisfrage: In was für einer Verhältniß sowohl die mittlere Bewegung des Monds, als auch seine mittlere Entfernung von der Erde mit den Kräften stehen, welche auf den Mond wirken? – Abhandlungen der Churfürstlich-baierischen Akademie der Wissenschaften 4, II. Theil, p. 231–270 (O. II, 24, p. 3–33).

5 Die Nummern mit dem Sigel A. beziehen sich auf das von G. Eneström erstellte chronologische Verzeichnis der Werke J.A. Eulers (cf. Eneström 1910–1913, p. 218–222, sowie in verkürzter Form *Manuscripta Euleriana* 1, p. 385–386).

- 1768 (A. 21) Projet de quelques nouvelles expériences à faire, dont l'idée m'est venue en examinant les différens fourneaux qui ont été recommandés au Grand-Directoire comme les meilleurs relativement à l'épargne du bois. – Mém. Berlin 22 (1766), p. 302–333 (O. III, 10, p. 35–60).
- 1768 (A. 26) De rotatione Solis circa axem ex motu macularum apparente determinanda. – N. Comm. Petrop. 12 (1766–1767), p. 273–286 (O. II, 30, p. 124–133).
- 1769 (A. 27) Recherches sur l'arrimage des vaisseaux; et quelles bonnes qualités on en peut procurer à un vaisseau. In: *Recueil Prix Paris* 7, No. 6 (Prix 1761), p. 3–56 (O. II, 21, p. 31–81).
- 1769 (A. 28) Sur la réfraction des fluides. Premier [Second, . . . , Cinquième Mémoire] – Mém. Berlin 18 (1762), p. 279–342 (O. III, 5, p. 300–350).
- 1774 Epitome observationum meteorologicarum Petropoli anno 1773 secundum calendarium correctum institutarum. – N. Comm. Petrop. 18 (1773), p. 656–672.
- 1782 (A. 31) Ad Dissertationem Patris de tribus numeris, quorum tam summa quam summa productorum ex binis sit quadratum Commentatio. – Acta Petrop. (1779:1), p. 40–48 (O. I, 3, p. 463–471).

EULER, LEONHARD<sup>6</sup>

- 1727 (E. 2) Dissertatio physica de sono, quam [...] pro vacante professione physica [...] publico eruditorum examini subicit Leonhardus Eulerus [...] respondente [...] Ernesto Ludovico Burcardo [...]. Basileae (O. III, 1, p. 183–196) [engl. Übers.: Dissertation on Sound. In: *Acoustics: Historical and Philosophical Development* (ed. R.B. Lindsay). Stroudsburg (PA), Dowden, Hutchinson & Ross, 1976, p. 104–117].
- 1728 (E. 4) Meditationes super problemate nautico, de implantatione malorum, quae proxime accessere ad praemium anno 1727 a Regia scientiarum Academia promulgatum. Parisiis [*Recueil Prix Paris* 2], 48 p. (O. II, 20, p. 1–35).
- 1729 (E. 7) Tentamen explicationis phaenomenorum aëris. – Comm. Petrop. 2 (1727), p. 347–368 (O. II, 31, p. 1–17).
- 1732 (E. 8) Solutio problematis de invenienda curva, quam format lamina utcunque elastica in singulis punctis a potentiis quibuscunque sollicitata. – Comm. Petrop. 3 (1728), p. 70–84 (O. II, 10, p. 1–16).
- 1732 (E. 9) De linea brevissima in superficie quacunque duo quaelibet puncta jungente. – Comm. Petrop. 3 (1728), p. 110–124 (O. I, 25, p. 1–12).
- 1733 (E. 11) Constructio aequationum quarundam differentialium, quae indeterminatarum separationum non admittunt. – Nova acta eruditorum, Aug., p. 369–373 (O. I, 22, p. 15–18).
- 1735 (E. 13) Curva tautochrone in fluido resistentiam faciente secundum quadrata celeritatum. – Comm. Petrop. 4 (1729), p. 67–89 (O. II, 6, p. 32–50).
- 1736 (E. 15) Mechanica sive motus scientia analytice exposita. T. 1. Petropoli (O. II, 1) [dt. Übers. cf. L. Euler 1848].
- 1736 (E. 16) Mechanica sive motus scientia analytice exposita. T. 2. Petropoli (O. II, 2) [dt. Übers. cf. L. Euler 1850].

6 Die Nummern mit dem Sigel E. beziehen sich auf das von G. Eneström erstellte chronologische Verzeichnis der Werke L. Eulers (cf. Eneström 1910–1913, sowie in verkürzter Form *Manuscripta Euleriana* 1, p. 352–385).

- 1738 (E. 21) Quomodo data quacunque curva inveniri oporteat aliam, quae cum data quodammodo juncta ad tautochronismum producendum sit idonea. – Comm. Petrop. 5 (1730–1731), p. 143–159 (O. II, 6, p. 51–64).
- 1738 (E. 22) De communicatione motus in collisione corporum. – Comm. Petrop. 5 (1730–1731), p. 159–168 (O. II, 8, p. 1–6).
- 1738 (E. 23) De curvis rectificabilibus algebraicis atque trajectoriis reciprocis algebraicis. – Comm. Petrop. 5 (1730–1731), p. 169–174 (O. I, 27, p. 24–28).
- 1738 (E. 31) Constructio aequationis differentialis  $ax^n dx = dy + y^2 dx$ . – Comm. Petrop. 6 (1732–1733), p. 231–246 (O. I, 22, p. 19–35).
- 1739 (E. 33) Tentamen novae theoriae Musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae. Petropoli (O. III, 1, p. 197–427) [engl. Übers. von Ch.S. Smith: Dissertation, Bloomington (Indiana), 1960; russ. Übers. von N.A. Almazova: Опыт новой теории музыки. Sankt-Peterburg, Nestor-Istoriya, 2007].
- 1739 (E. 34) Dissertatio de igne, in qua ejus natura et proprietates explicantur. In: *Prix Paris* 1738, p. 1–19 [*Recueil Prix Paris* 4] (O. III, 10, p. 1–13).
- 1740 (E. 37) De motu planetarum et orbitalum determinatione. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 67–85 (O. II, 28, p. 1–16).
- 1740 (E. 38) Orbitae solaris determinatio. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 86–96 (O. II, 28, p. 17–25).
- 1740 (E. 39) Solutio problematum quorundam astronomicorum. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 97–98 (O. II, 28, p. 26–27).
- 1740 (E. 40) De minimis oscillationibus corporum tam rigidorum quam flexibilium. Methodus nova et facilis. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 99–122 (O. II, 10, p. 17–34).
- 1740 (E. 41) De summis serierum reciprocarum. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 123–134 (O. I, 14, p. 73–86).
- 1740 (E. 42) De linea celerrimi descensus in medio quocunque resistente. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 135–149 (O. I, 25, p. 41–53).
- 1740 (E. 43) De progressionibus harmonicis observationes. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 150–161 (O. I, 14, p. 87–100).
- 1740 (E. 44) De infinitis curvis ejusdem generis, seu methodus inveniendi aequationes pro infinitis curvis ejusdem generis. – Comm. Petrop. 7 (1734–1735), p. 174–189, 180bis–183bis (O. I, 22, p. 36–56).
- 1741 (E. 46) Methodus universalis serierum convergentium summas quam proxime inveniendi. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 3–9 (O. I, 14, p. 101–107).
- 1741 (E. 47) Inventio summae cujusque seriei ex dato termino generali. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 9–22 (O. I, 14, p. 108–123).
- 1741 (E. 48) Investigatio binarum curvarum, quarum arcus eidem abscissae respondentes summam algebraicam constituent. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 23–29 (O. I, 22, p. 76–82).
- 1741 (E. 49) De oscillationibus fili flexilis quotcunque pondusculis onusti. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 30–47 (O. II, 10, p. 35–49).
- 1741 (E. 50) Methodus computandi aequationem meridiani. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 48–65 (O. II, 30, p. 13–25).

- 1741 (E. 51) De constructione aequationum ope motus tractorii, aliisque ad methodum tangentium inversam pertinentibus. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 66–85 (O. I, 22, p. 83–107).
- 1741 (E. 52) Solutio problematum rectificationem ellipsis requirentium. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 86–98 (O. I, 20, p. 8–20).
- 1741 (E. 54) Theorematum quorundam ad numeros primos spectantium demonstratio. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 141–146 (O. I, 2, p. 33–37):
- 1741 (E. 55) Methodus universalis series summandi ulterius promota. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 147–158 (O. I, 14, p. 124–137).
- 1741 (E. 57) Inquisitio physica in causam fluxus ac refluxus maris. In: *Prix Paris* 1740, p. 235–350 [*Recueil Prix Paris* 4] (O. II, 31, p. 19–124).
- 1743 (E. 58) Determinatio orbitae cometae qui mense Martio hujus anni 1742 potissimum fuit observatus. – *Miscellanea Berolinensia* 7, p. 1–90 (O. II, 28, p. 28–104).
- 1743 (E. 59) Theoremata circa reductionem formularum integralium ad quadraturam circuli. – *Miscellanea Berolinensia* 7, p. 91–129 (O. I, 17, p. 1–34).
- 1743 (E. 60) De inventione integralium si post integrationem variabili quantitati determinatus valor tribuatur. – *Miscellanea Berolinensia* 7, p. 129–171 (O. I, 17, p. 35–69).
- 1743 (E. 61) De summis serierum reciprocarum ex potestatibus numerorum naturalium ortarum Dissertatio altera: in qua eadem summationes ex fonte maxime diverso derivantur. – *Miscellanea Berolinensia* 7, p. 172–192 (O. I, 14, p. 138–155).
- 1743 (E. 62) De integratione aequationum differentialium altiorum graduum. – *Miscellanea Berolinensia* 7, p. 193–242 (O. I, 22, p. 108–149).
- 1743 [anonym, ohne Eneström-Nummer] De causa gravitatis. – *Miscellanea Berolinensia* 7, p. 360–370 (O. II, 31, p. 373–378).
- 1743 (E. 63) Démonstration de la somme de cette Suite  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \frac{1}{36} + \&c.$ . – *Journal littéraire d’Allemagne, de Suisse et du Nord* (La Haye) II:1, p. 115–127 (O. I, 14, p. 177–186).
- 1744 (E. 65) Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietati gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti. Lausannae / Genevae (O. I, 24) (abgekürzt: *Variationsrechnung*).
- 1744 (E. 66) Theoria motuum planetarum et cometarum. Berolini, s. a. [1744] (O. II, 28, p. 105–251).
- 1744 (E. 67) Beantwortung verschiedener Fragen über die Beschaffenheit, Bewegung und Würckung der Cometen. Berlin (O. II, 31, p. 125–150).
- 1744 (E. 68) Fortgesetzte Beantwortung der Fragen über die Beschaffenheit, Bewegung und Würckung der Cometen. Berlin (O. II, 31, p. 151–194).
- 1744 (E. 69) De communicatione motus in collisione corporum sese non directe percutientium. – Comm. Petrop. 9 (1737), p. 50–76 (O. II, 8, p. 7–26).
- 1744 (E. 70) De constructione aequationum. – Comm. Petrop. 9 (1737), p. 85–97 (O. I, 22, p. 150–161).
- 1745 (E. 76) Novae et correctae tabulae ad loca Lunae computanda. Berolini (cf. auch E. 87).
- 1745 (E. 77) Neue Grundsätze der Artillerie enthaltend die Bestimmung der Gewalt des Pulvers [...]. Aus dem Englischen des Hrn. Benjamin Robins übersetzt und mit den nöthigen Erläuterungen und vielen Anmerkungen versehen von Leonhard Euler. Berlin (O. II, 14, p. 1–409). Cf. Robins (1742).



- 1745 (E. 78) Dissertation sur la meilleure construction du cabestan. In: *Prix Paris* 1741, p. 29–87 [*Recueil Prix Paris* 5] (O. II, 20, p. 36–82).
- 1745 (E. 79) Problema geometricum, propositum publice ab anonymo Geometra. – Nova acta eruditorum, Sept., p. 523 (O. I, 27, p. 50).
- 1746 (E. 80) Opuscula varii argumenti. Berolini (abgekürzt: *Opuscula* 1; umfasst E. 86–91).
- 1746 (E. 81) Gedancken von den Elementen der Körper, in welchen das Lehr-Gebäude von den einfachen Dingen und Monaden geprüft, und das wahre Wesen der Körper entdeckt wird. Berlin (O. III, 2, p. 347–366).
- 1746 (E. 82) De la force de percussion et de sa véritable mesure. – Mém. Berlin 1 (1745), p. 21–53 (O. II, 8, p. 27–53).
- 1746 (E. 83) Sur quelques propriétés des sections coniques, qui conviennent à une infinité d'autres lignes courbes. – Mém. Berlin 1 (1745), p. 71–98 (O. I, 27, p. 51–73).
- 1746 (E. 84) Animadversio ad libri praecedentis [E. 65] §. 83 et seq. de curvis elasticis. – Nova acta eruditorum, Febr., p. 92–95 (O. I, 25, p. 81–83).
- 1746 (E. 85) Solutio problematis catoptrici, in his Actis A. 1745 Mense Septembri P. I pag. 523 propositi. – Nova acta eruditorum, Apr., p. 230–233 (O. I, 27, p. 74–77).
- 1746 (E. 86) De motu corporum in superficiebus mobilibus. In: *Opuscula* 1 (E. 80), p. 1–136 (O. II, 6, p. 75–174).
- 1746 (E. 87) Tabulae astronomicae Solis et Lunae. In: *Opuscula* 1 (E. 80), p. 137–168 (O. II, 23, p. 1–10).
- 1746 (E. 88) Nova theoria lucis et colorum. In: *Opuscula* 1 (E. 80), p. 169–244 (O. III, 5, p. 1–45).
- 1746 (E. 90) Enodatio quaestionis: Utrum materiae facultas cogitandi tribui possit nec ne? ex principiis mechanicis petita. In: *Opuscula* 1 (E. 80), p. 277–286 (O. III, 2, p. 367–372).
- 1746 (E. 91) Recherches physiques sur la nature des moindres parties de la matière. In: *Opuscula* 1 (E. 80), p. 287–300 (O. III, 1, p. 3–15).
- 1746 (E. 138a) Sur le mouvement des nœuds de la Lune, et sur la variation de son inclination à l'Ecliptique. – Mém. Berlin 1 (1745), Hist., p. 40–44.
- 1747 (E. 92) Rettung der Göttlichen Offenbahrung gegen die Einwürfe der Freygeister. Berlin (O. III, 12, p. 267–286).
- 1747 (E. 95) De aequationibus differentialibus quae certis tantum casibus integrationem admittunt. – Comm. Petrop. 10 (1738), p. 40–55 (O. I, 22, p. 162–180).
- 1747 (E. 98) Theorematum quorundam arithmetorum demonstrationes. – Comm. Petrop. 10 (1738), p. 125–146 (O. I, 2, p. 38–58).
- 1747 (E. 99) Solutio problematis cujusdam a Celeb. Dan. Bernoullio propositi. – Comm. Petrop. 10 (1738), p. 164–180 (O. I, 25, p. 84–97).
- 1748 (E. 101) Introductio in analysin infinitorum. Tomus primus. Lausannae (O. I, 8) (abgekürzt: *Introductio* 1).
- 1748 (E. 102) Introductio in analysin infinitorum. Tomus secundus. Lausannae (O. I, 9) (abgekürzt: *Introductio* 2).
- 1748 (E. 103) Recherches physiques sur la cause de la queue des comètes, de la lumière boréale, et de la lumière zodiacale. – Mém. Berlin 2 (1746), p. 117–140 (O. II, 31, p. 221–238).

- 1748 (E. 106) Solutio problematis catoptrici, in Novis Actis Eruditorum Lipsiensibus pro Mense Novembri [recte Septembri] A. 1745 propositi [E. 79]. – Nova acta eruditorum, Jan., p. 27–46, Febr., p. 61–75, Mart., P. II, p. 169–184 (O. I, 27, p. 78–129).
- 1748 (E. 108) De observatione inclinationis magneticae Dissertatio. In: *Prix Paris* 1743/46, p. 63–96 [*Recueil Prix Paris* 5] (O. III, 10, p. 109–137).
- 1748 (E. 109) Dissertatio de magnete. In: *Prix Paris* 1744/46, p. 1–47 [*Recueil Prix Paris* 5] (O. III, 10, p. 139–179).
- 1749 (E. 110) Scientia navalis seu tractatus de construendis ac dirigendis navibus. Pars prior. Petropoli (O. II, 18) (abgekürzt: *Schiffswissenschaft* 1).
- 1749 (E. 111) Scientia navalis seu tractatus de construendis ac dirigendis navibus. Pars posterior. Petropoli (O. II, 19) (abgekürzt: *Schiffswissenschaft* 2).
- 1749 (E. 112) Recherches sur le mouvement des corps célestes en général. – Mém. Berlin 3 (1747), p. 93–143 (O. II, 25, p. 1–44).
- 1749 (E. 116) Mémoire sur la force des rames. – Mém. Berlin 3 (1747), p. 274–296 (O. II, 20, p. 101–129).
- 1749 (E. 118) Sur la perfection des verres objectifs des lunettes. – Mém. Berlin 3 (1747), p. 180–213 (O. III, 6, p. 1–21).
- 1749 (E. 119) De vibratione chordarum exercitatio. – Nova acta eruditorum, Sept., P. I, p. 512–527 (O. II, 10, p. 50–62).
- 1749 (E. 120) Recherches sur la question des inégalités du mouvement de Saturne et de Jupiter. In: *Prix Paris* 1748, p. 1–123 [*Recueil Prix Paris* 6] (O. II, 25, p. 45–157).
- 1750 (E. 122) De productis ex infinitis factoribus ortis. – Comm. Petrop. 11 (1739), p. 3–31 (O. I, 14, p. 260–290).
- 1750 (E. 137) Examen artificii nav[es] a principio motus interno propellendi. – N. Comm. Petrop. 1 (1747–1748), p. 106–123 (O. II, 20, p. 130–145).
- 1750 (E. 138) De motu nodorum Lunae ejusque inclinationis ad Eclipticam variatione. – N. Comm. Petrop. 1 (1747–1748), p. 387–427, Summ., p. 66–69 (O. II, 23, p. 11–48).
- 1750 (E. 139) Quantum motus Terrae a Luna perturbetur accuratius inquiritur. – N. Comm. Petrop. 1 (1747–1748), p. 428–443, Summ., p. 69–70 (O. II, 23, p. 49–63).
- 1750 (E. 150) Meditationes in quaestionem ab illustrissima Academia Regia Paris[inae] Scientiarum pro anno 1747 cum praemio duplicato propositam: Quibusnam observationibus mari, tam interdiu quam noctu, itemque durante crepusculo verum temporis momentum commodissime et certissime determinari queat? In: *Prix Paris* 1747, p. 111–167 [*Recueil Prix Paris* 6] (O. II, 20, p. 146–189).
- 1751 (E. 156) Opusculorum Tomus III, continens novam theoriam magnetis [...], una cum nonnullis aliis Dissertationibus analytico-mechanicis. Berolini (abgekürzt: *Opuscula* 3; umfasst E. 109b, 173, 174).
- 1751 (E. 158) Observationes analyticae variae de combinationibus. – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 64–93 (O. I, 2, p. 163–193).
- 1751 (E. 159) De motu oscillatorio corporum flexibilium. – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 124–166 (O. II, 10, p. 132–164).
- 1751 (E. 160) De descensu corporum super plano inclinato aspero. – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 197–219 (O. II, 8, p. 80–99).
- 1751 (E. 161) De motu corporum super plano horizontali aspero. – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 220–254 (O. II, 8, p. 100–127).

- 1751 (E. 164) Theoremata circa divisores numerorum in hac forma  $paa \pm qbb$  contentorum. – Comm. Petrop. 14 (1744–1746), p. 151–181 (O. I, 2, p. 194–222).
- 1751 (E. 168) De la controverse entre Mrs. Leibnitz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres négatifs et imaginaires. – Mém. Berlin 5 (1749), p. 139–179 (O. I, 17, p. 195–232) [dt. Übers. von W. Purkert in Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften 261. Leipzig, Geest & Portig, 1983].
- 1751 (E. 169) Sur le point de rebroussement de la seconde espèce de Mr. le Marquis de l'Hôpital. – Mém. Berlin 5 (1749), p. 203–221 (O. I, 27, p. 236–252).
- 1751 (E. 171) Recherches sur la précession des équinoxes, et sur la nutation de l'axe de la Terre. – Mém. Berlin 5 (1749), p. 289–325 (O. II, 29, p. 92–123).
- 1751 (E. 174) De motu corporum flexibilium. In: *Opuscula* 3 (E. 156), p. 88–165 (O. II, 10, p. 177–232).
- 1752 (E. 177) Découverte d'un nouveau principe de mécanique. – Mém. Berlin 6 (1750), p. 185–217 (O. II, 5, p. 81–108).
- 1753 (E. 187) Theoria motus Lunae exhibens omnes ejus inaequalitates [...]. Impensis Academiae Imperialis Scientiarum Petropolitanae, s. l. [Berlin] (O. II, 23, p. 64–336).
- 1753 (E. 189) De serierum determinatione seu nova methodus inveniendi terminos generales serierum. – N. Comm. Petrop. 3 (1750–1751), p. 36–85 (O. I, 14, p. 463–515).
- 1753 (E. 190) Consideratio quarundam serierum, quae singularibus proprietatibus sunt praeditae. – N. Comm. Petrop. 3 (1750–1751), p. 86–108 (O. I, 14, p. 516–541).
- 1755 (E. 212) Institutiones calculi differentialis cum ejus usu in analysi finitorum ac doctrina serierum. Impensis Academiae Imperialis Scientiarum Petropolitanae, s. l. [Berlin] (O. I, 10).
- 1755 (E. 213) Remarques sur les mémoires précédens de M. Bernoulli [Bernoulli, D. (1755 – DB. 45, 46)]. – Mém. Berlin 9 (1753), p. 196–222 (O. II, 10, p. 233–254).
- 1755 (E. 214) Principes de la trigonométrie sphérique tirés de la méthode des plus grands et plus petits. – Mém. Berlin 9 (1753), p. 223–257 (O. I, 27, p. 277–308).
- 1755 (E. 217) Recherches sur la véritable courbe que décrivent les corps jetés dans l'air ou dans un autre fluide quelconque. – Mém. Berlin 9 (1753), p. 321–352 (O. II, 14, p. 413–447).
- 1757 (E. 226) Principes généraux du mouvement des fluides. – Mém. Berlin 11 (1755), p. 274–315 (O. II, 12, p. 54–91).
- 1760 (E. 244) Demonstratio theorematis circa ordinem in summis divisorum observatum. – N. Comm. Petrop. 5 (1754–1755), p. 75–83, Summ., p. 11 (O. I, 2, p. 390–398).
- 1760 (E. 245) De methodo Diophanteae analogia in analysi infinitorum. – N. Comm. Petrop. 5 (1754–1755), p. 84–144, Summ., p. 12–14 (O. I, 22, p. 237–294).
- 1761 (E. 261) Specimen alterum methodi novae quantitates transcendentes inter se comparandi. De comparatione arcuum ellipsis. – N. Comm. Petrop. 7 (1758–1759), p. 3–48, Summ., p. 7–8 (O. I, 20, p. 153–200).
- 1761 (E. 263) Specimen novae methodi curvarum quadraturas et rectificationes aliasque quantitates transcendentes inter se comparandi. – N. Comm. Petrop. 7 (1758–1759), p. 83–127, Summ., p. 5–7 (O. I, 20, p. 108–152).
- 1761 (E. 264) Demonstratio theorematis et solutio problematis in Actis Erud[itorum] Lipsiensibus propositorum. – N. Comm. Petrop. 7 (1758–1759), p. 128–162, Summ., p. 10–11 (O. I, 20, p. 201–234).

- 1761 (E. 265) De aequationibus differentialibus secundi gradus. – N. Comm. Petrop. 7 (1758–1759), p. 163–202, Summ., p. 11–12 (O. I, 22, p. 295–333).
- 1761 Von der Geschwindigkeit der Vermehrung und der Zeit der Verdoppelung. In: Süssmilch, J.P., Die göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts [...]. Zwote und ganz umgearbeitete Ausgabe. Erster Theil, VIII. Capitel, p. 273–310 [wohl im Anschluss an E. 334 redigiert von Süssmilch, ca. 1760]. Berlin (O. I, 7, p. 507–532).
- 1762 (E. 268) Lettre de M. Euler à M. de la Grange [1.1.1760]: Recherches sur la propagation des ébranlemens dans un milieu élastique. – Mélanges de philosophie et de mathématique Soc. Roy. Turin 2 (1760/61), p. 1–10 (O. II, 10, p. 255–263).
- 1763 (E. 269) De integratione aequationum differentialium. – N. Comm. Petrop. 8 (1760–1761), p. 3–63 (O. I, 22, p. 334–394).
- 1764 (E. 284) De resolutione aequationis  $dy + ayy dx = bx^m dx$ . – N. Comm. Petrop. 9 (1762–1763), p. 154–169, Summ., p. 18–21 (O. I, 22, p. 403–420).
- 1764 (E. 287) De motu vibratorio cordarum inaequaliter crassarum. – N. Comm. Petrop. 9 (1762–1763), p. 246–304, Summ., p. 27–30 (O. II, 10, p. 293–343).
- 1765 (E. 289) Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum ex primis nostrae cognitionis principiis stabilita et ad omnes motus, qui in hujusmodi corpora cadere possunt, accommodata. Rostochii [Rostock] et Gryphiswaldiae [Greifswald] (O. II, 3–4).
- 1765 (E. 293) Remarques générales sur le mouvement diurne des Planètes. – Mém. Berlin 14 (1758), p. 194–218 (O. II, 29, p. 199–219).
- 1766 (E. 301) De motu corporis ad duo centra virium fixa attracti. – N. Comm. Petrop. 10 (1764), p. 207–242 (O. II, 6, p. 209–246).
- 1767 (E. 328) De motu corporis ad duo centra virium fixa attracti. – N. Comm. Petrop. 11 (1765), p. 152–184 (O. II, 6, p. 247–273).
- 1767 (E. 331) De motu fluidorum a diverso caloris gradu oriundo. – N. Comm. Petrop. 11 (1765), p. 232–267 (O. II, 12, p. 244–271).
- 1767 (E. 334) Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain. – Mém. Berlin 16 (1760), p. 144–164 (O. I, 7, p. 79–100).
- 1767 (E. 337) Problème. Un corps étant attiré en raison réciproque quarrée des distances vers deux points fixes donnés, trouver les cas où la courbe décrite par ce corps sera algébrique. – Mém. Berlin 16 (1760), p. 228–249 (O. II, 6, p. 274–293).
- 1767 (E. 339) Sur le mouvement d’une corde qui au commencement n’a été ébranlée que dans une partie. – Mém. Berlin 21 (1765), p. 307–334 (O. II, 10, p. 426–450).
- 1767 (E. 340) Éclaircissemens plus détaillés sur la génération et la propagation du son, et sur la formation de l’écho. – Mém. Berlin 21 (1765), p. 335–363 (O. III, 1, p. 540–567).
- 1768 (E. 342) Institutionum calculi integralis volumen primum, in quo methodus integrandi a primis principiis usque ad integrationem aequationum differentialium primi gradus pertractatur. Petropoli (O. I, 11).
- 1768–1772 (E. 343, 344, 417) Lettres à une princesse d’Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie. T. 1–3. Saint Pétersbourg [viele weitere Ausgaben und Übersetzungen].
- 1768 (E. 353) Recherches sur la confusion des verres dioptriques causée par leur ouverture. – Mém. Berlin 17 (1761), p. 107–146 (O. III, 7, p. 1–34).

- 1769 (E. 366) Institutionum calculi integralis volumen secundum, in quo methodus inveniendi functiones unius variabilis ex data relatione differentialium secundi altiorisve gradus pertractatur. Petropoli (O. I, 12).
- 1769 (E. 367) Dioptricae pars prima continens librum primum, de explicatione principiorum, ex quibus constructio tam telescopiorum quam microscopiorum est petenda. Petropoli (O. III, 3, p. 1–261).
- 1769 (E. 382) Remarques sur l'effet du frottement dans l'équilibre. – Mém. Berlin 18 (1762), p. 265–278 (O. II, 8, p. 357–368).
- 1769 (E. 384) Recherches sur les inégalités de Jupiter et de Saturne. In: *Prix Paris* 1752, 84 p. [*Recueil Prix Paris* 7] (O. II, 27).
- 1770 (E. 385) Institutionum calculi integralis volumen tertium, in quo methodus inveniendi functiones duarum et plurium variabilium, ex data relatione differentialium cujusvis gradus pertractatur. Petropoli (O. I, 13).
- 1770 (E. 386) Dioptricae pars secunda, continens librum secundum, de constructione telescopiorum dioptricum, cum Appendice de constructione telescopiorum catoptrico-dioptricum. Petropoli (O. III, 3, p. 263–510; O. III, 4, p. 1–195).
- 1770 (E. 387) Vollständige Anleitung zur Algebra. Erster Theil. Von den verschiedenen Rechnungs-Arten, Verhältnissen und Proportionen. St. Petersburg (O. I, 1, p. 1–208) [russ. Übers. von P. Inokhodcev und I. Judin (E. 387A), *ibid.*, 1768].
- 1770 (E. 388) Vollständige Anleitung zur Algebra. Zweyter Theil. Von Auflösung algebraischer Gleichungen und der unbestimmten Analytic. St. Petersburg (O. I, 1, p. 209–498) [russ. Übers. von P. Inokhodcev und I. Judin (E. 388A), *ibid.*, 1769].
- 1770 (E. 389) Recherches et calculs sur la vraie orbite elliptique de la comète de l'an 1769 et son tems périodique, exécutées sous la direction de Mr. Leonhard Euler, par les soins de Mr. Lexell. St. Pétersbourg (O. II, 28, p. 269–313).
- 1770 (E. 397) Expositio methodorum, cum pro determinanda parallaxi Solis ex observato transitu Veneris per Solem, tum pro inveniendis longitudinibus locorum super Terra, ex observationibus eclipsium Solis. – N. Comm. Petrop. 14:2 (1769), p. 323–554, Summ., p. 7–12 (O. II, 30, p. 153–231).
- 1770 (E. 398) Nouvelle méthode de déterminer les dérangemens dans le mouvement des corps célestes, causés par leur action mutuelle. – Mém. Berlin 19 (1763), p. 141–179 (O. II, 26).
- 1771 (E. 404) Dioptricae pars tertia continens librum tertium, de constructione microscopiorum tam simplicium, quam compositorum. Petropoli (O. III, 4, p. 197–543).
- 1771 (E. 413) Mémoire sur la manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les grands vaisseaux, présenté à l'Académie à l'occasion du prix de 1753. De promotione navium sine vi venti. In: *Recueil Prix Paris* 8, No. 2 (Prix 1753), 47 p. (O. II, 20, p. 190–228).
- 1771 (E. 414) Investigatio perturbationum quibus planetarum motus ob actionem eorum mutuam afficiuntur. In: *Recueil Prix Paris* 8, No. 3 (Prix 1756), 138 p. (O. II, 26).
- 1772 (E. 417) Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie. Tome troisième. Saint Pétersbourg (O. III, 12, p. 53–265).
- 1772 (E. 418) Theoria motuum Lunae, nova methodo pertractata una cum tabulis astronomicis [...]. Petropoli (O. II, 22).
- 1772 (E. 425) De perturbatione motus Terrae ab actione Veneris oriunda. – N. Comm. Petrop. 16 (1771), p. 426–467, Summ., p. 33–35, (O. II, 26).

- 1773 (E. 426) Théorie complete de la construction et de la manœuvre des vaisseaux mise à la portée des ceux qui s'appliquent à la navigation. St. Pétersbourg (O. II, 21, p. 82–222).
- 1773 (E. 439) De chordis vibrantibus disquisitio ulterior. – N. Comm. Petrop. 17 (1772), p. 381–409, Summ., p. 28–29 (O. II, 11:1, p. 62–80).
- 1773 (E. 440) Animadversiones in solutionem Bernoullianam de motu chordarum ex duabus partibus diversae crassitiei compositarum. – N. Comm. Petrop. 17 (1772), p. 410–421, Summ., p. 30–31 (O. II, 11:1, p. 81–89).
- 1773 (E. 441) De motu vibratorio chordarum ex partibus quotcunque diversae crassitiei compositarum. – N. Comm. Petrop. 17 (1772), p. 422–431, Summ., p. 30–31 (O. II, 11:1, p. 90–97).
- 1773 (E. 442) De motu vibratorio chordarum crassitiei utcunque variabili praeditarum. – N. Comm. Petrop. 17 (1772), p. 432–448, Summ., p. 31–32 (O. II, 11:1, p. 98–111).
- 1773 (E. 443) De motu vibratorio laminarum elasticarum, ubi plures novae vibrationum species hactenus non pertractatae evolvuntur. – N. Comm. Petrop. 17 (1772), p. 449–487, Summ., p. 33 (O. II, 11:1, p. 112–141).
- 1774 (E. 461) Extrait d'une lettre de M. Euler le Père à M. [Johann III] Bernoulli, concernant le Mémoire imprimé parmi ceux de 1771, p. 318. – N. Mém. Berlin 3 (1772), Hist., p. 35–36.
- 1775 (E. 468) De oscillationibus minimis penduli quotcunque pondusculis onusti. – N. Comm. Petrop. 19 (1774), p. 285–301, Summ., p. 38–39 (O. II, 9, p. 35–50).
- 1775 (E. 469) De motu oscillatorio binarum lancium ex libra suspensarum. – N. Comm. Petrop. 19 (1774), p. 302–324, Summ., p. 39–42 (O. II, 9, p. 51–70).
- 1776 (E. 480) Regula facilis pro dijudicanda firmitate pontis aliusve corporis similis ex cognita firmitate moduli. – N. Comm. Petrop. 20 (1775), p. 271–285, Summ., p. 36–40 (O. II, 17, p. 220–231).
- 1776 (E. 483) De trajectu citissimo Stellae per duos circulos almicantarath datos pro qualibet elevatione poli. – N. Comm. Petrop. 20 (1775), p. 503–508, Summ., p. 62–63 (O. II, 30, p. 232–236).
- 1778 (E. 488) Observationes in praecedentem dissertationem Illustr. Bernoulli. – Acta Petrop. (1777:1), p. 24–33 (O. I, 7, p. 280–290).
- 1778 (E. 489) De formulis exponentialibus replicatis. – Acta Petrop. (1777:1), p. 38–60 (O. I, 15, p. 268–297).
- 1779 (E. 498) Extrait d'une lettre de M. Euler à M. Beguelin, en Mai 1778. – N. Mém. Berlin 7 (1776), p. 337–339 (O. I, 3, p. 418–420).
- 1780 (E. 508) Determinatio onerum, quae columnae gestare valent. – Acta Petrop. (1778:1), p. 121–145 (O. II, 17, p. 232–251).
- 1780 (E. 511) Réflexions sur les inégalités dans le mouvement de la Terre, causées par l'action de Vénus. – Acta Petrop. (1778:1), p. 297–307 (O. II, 26).
- 1780 (E. 512) Investigatio perturbationum, quae in motu Terrae ab actione Veneris producuntur. – Acta Petrop. (1778:1), p. 308–316 (O. II, 26).
- 1783 (E. 531) Leonhardi Euleri Opuscula analytica. Tomus primus. Petropoli (abgekürzt: *Opuscula analytica* 1).
- 1783 (E. 538) Cautiones necessariae in determinatione motus planetarum observandae. – Acta Petrop. (1779:2), p. 295–334 (O. II, 29, p. 360–391).



- 1783 (E. 544) De motu libero plurium corporum filis colligatorum super plano horizontali. – Acta Petrop. (1780:1), p. 107–118 (O. II, 7, p. 109–119).
- 1785 (E. 580) Leonhardi Euleri Opuscula analytica. Tomus secundus. Petropoli (abgekürzt: *Opuscula analytica* 2).
- 1785 (E. 593) De transformatione serierum in fractiones continuas; ubi simul haec theoria non mediocriter amplificatur. In: *Opuscula analytica* 2, p. 138–177 (O. I, 15, p. 661–700).
- 1785 (E. 595) Summatio fractionis continuas, cujus indices progressionem arithmeticam constituunt, dum numeratores omnes sunt unitates, ubi simul resolutio aequationis Riccatianae per hujusmodi fractiones docetur. In: *Opuscula analytica* 2, p. 217–239 (O. I, 23, p. 174–194).
- 1794 (E. 660) Institutionum calculi integralis volumen quartum, continens supplementa partim inedita partim jam in operibus academiae imperialis scientiarum Petropolitanae impressa. Petropoli (abgekürzt: *Institutiones calculi integralis* 4).
- 1785 (E. 678) Methodus nova investigandi omnes casus, quibus hanc aequationem differentialem  $ddy(1 - axx) - bx dx dy - cy dx^2 = 0$  resolvere licet. In: *Institutiones calculi integralis* 4, p. 533–543 (O. I, 23, p. 239–249).
- 1801 (E. 708) De formulis speciei  $mx + nyy$  ad numeros primos explorandis idoneis earumque mirabilibus proprietatibus. – Nova Acta Petrop. (1794), p. 22–46, Summ., p. 60–62 (O. I, 4, p. 269–289).
- 1811 (E. 734) Integratio aequationis differentialis hujus  $dy + yy dx = \frac{A dx}{(a + 2bx + cxx)^2}$ . – Mémoires de l'académie des sciences de St.-Petersbourg 3 (1809/10), p. 3–15 (O. I, 23, p. 379–392).
- 1818 (E. 751) Analysis facilis aequationem Riccatianam per fractionem continuam resolvendi. – Mémoires de l'académie des sciences de St.-Petersbourg 6 (1813/14), p. 12–29 (O. I, 23, p. 414–430).
- 1848 (E. 15A) Leonhard Euler's Mechanik oder analytische Darstellung der Wissenschaft von der Bewegung mit Anmerkungen und Erläuterungen herausgegeben von Dr. J.Ph. Wolfers. Erster Theil. Greifswald.
- 1850 (E. 16A) Leonhard Euler's Mechanik oder analytische Darstellung der Wissenschaft von der Bewegung mit Anmerkungen und Erläuterungen herausgegeben von Dr. J.Ph. Wolfers. Zweiter Theil. Greifswald.
- 1862 (E. 805) Opera postuma mathematica et physica anno 1844 detecta (ed. P.H. Fuss, N. Fuss). T. 1–2. Petropoli (abgekürzt: *Opera postuma* 1–2).
- 1862 (E. 818) De comparatione arcuum curvarum irrectificabilium. In: *Opera postuma* 1, p. 452–486 (O. I, 21, p. 296–357).
- 1862 (E. 827) De motu corporum in tubo rectilineo mobili circa axem fixum, per ipsum tubum transeuntem. In: *Opera postuma* 2, p. 74–84 (O. II, 7, p. 248–265).
- 1862 (E. 828) Dissertation sur le mouvement des corps enfermés dans un tube droit, mobile autour d'un axe fixe. In: *Opera postuma* 2, p. 85–113 (O. II, 7, p. 266–307).
- 1862 (E. 829) De motu corporum in tubis circa punctum fixum mobilibus. In: *Opera postuma* 2, p. 114–124 (O. II, 7, p. 308–326).
- 1862 (E. 830) Recensio litterarum a Cl. D. Bernoullio Basilea die 26. Oct. 1735 ad me datarum, una cum annotationibus meis. In: *Opera postuma* 2, p. 125–128 (O. II, 11:1, p. 373–377).



- 1862 (E. 831) De oscillationibus annulorum elasticorum. In: *Opera postuma* 2, p. 129–131 (O. II, 11:1, p. 378–382).
- 1862 (E. 834) Astronomia mechanica. In: *Opera postuma* 2, p. 177–316 (O. II, 27).
- 1862 (E. 835) Solutio duorum problematum, Astronomiam mechanicam spectantium. In: *Opera postuma* 2, p. 317–332 (O. II, 27).
- 1862 (E. 836) Nouvelles Tables astronomiques pour calculer la place du Soleil. In: *Opera postuma* 2, p. 335–353 (O. II, 24, p. 241–270).
- 1862 (E. 844) Théorie générale de la dioptrique. In: *Opera postuma* 2, p. 567–604 (O. III, 9, p. 1–48).
- 1862 (E. 851) Recensio Dissertationis de ventis, quae ab Auctore (Cel. D'Alembert) sequente symbolo est insignita: «Haec ego de ventis [...]». In: *Opera postuma* 2, p. 793–797 (O. II, 31, p. 365–371).
- 1862 (E. 853) Meditatio in experimenta explosione tormentorum nuper instituta. In: *Opera postuma* 2, p. 800–804 (O. II, 14, p. 468–477).
- 1862 (E. 855) Principia pro motu sanguinis per arterias determinando. In: *Opera postuma* 2, p. 814–823 (O. II, 16, p. 178–196).
- 1963 Письма к ученым [Briefe an Gelehrte] (ed. V.I. Smirnov et al.). Москва/Ленинград, Академия наук СССР (abgekürzt: *Pis'ma*).
- 1965a *Opera mechanica* (ed. G.K. Mikhajlov). In: *Manuscripta Euleriana* 2, p. 17–280 [russ. Übers. von I.A. Perel'muter: *ibid.*, p. 281–571].
- 1965b Leonhard Euler und Christian Goldbach, Briefwechsel 1729–1764 (ed. A.P. Juškevič, E. Winter; zum Druck vorbereitet von P. Hoffmann, T.N. Klado und Ju.Ch. Kopelevič). Berlin, Akademie-Verlag.
- 1965c [Conspectus Tractatus de motu corporum vi centrali agitatorum...]. In: *Manuscripta Euleriana* 2, p. 35–37.
- 1965d De motu corporum vi centrali sollicitatorum. In: *Manuscripta Euleriana* 2, p. 63–92.
- 1965e *Mechanica seu scientia motus*. In: *Manuscripta Euleriana* 2, p. 93–224.
- 1967a Judicium de Libello Domini de la Croix ex Gallia huc transmissio. In: O. II, 18, p. 413–417.
- 1967b Notae ad responsiones Viri illustris de la Croix factae ab L. Euler. In: O. II, 8, p. 418–427.
- FAHRENHEIT, D.G.  
1724 Barometri novi descriptio. – Phil. Trans. 33, No. 385 (Oct.–Dec. 1724), p. 179–180.
- FAJNŠTEJN, M.Š. [ФАЙНШТЕЙН, М.Ш.]  
2003 Указатель конкурсов Императорской Академии наук и художеств 1751–1796 [Verzeichnis der Preisausschreiben der Akademie der Wissenschaften und Künste 1751–1796]. Санкт Петербург, Архив РАН.
- FELLMANN, E.A.  
1963 Über asphärische Linsen. Ein Beitrag zur Problemgeschichte der Optik. – Physis 5, No. 2, p. 166–172.  
1973 Leonhard Eulers Stellung in der Geschichte der Optik. In: O. III, 9, p. 295–328.  
1983a Leonhard Euler – Ein Essay über Leben und Werk. In: *Euler-Gedenkband* 1983, p. 13–98.

- 1983b Leonhard Eulers Stellung in der Geschichte der Optik. In: *Euler-Gedenkband* 1983, p. 303–329.
- 1989 Zur Problemgeschichte der Klothoide. – Verhandl. Naturf. Ges. Basel 99, p. 95–102.
- 1992 *Non-Mathematica* im Briefwechsel Leonhard Eulers mit Johann Bernoulli. In: *Amphora*. Festschrift für Hans Wussing (ed. S.S. Demidov et al.). Basel (etc.), Birkhäuser, p. 189–228.
- 1995 Leonhard Euler (rororo Monographie 387). Reinbek bei Hamburg, Rowohlt [Japan. Übers.: Tokyo, Springer, 2002; engl. Übers. cf. Fellmann 2007].
- 1996 Partielle Differentiation im Briefwechsel Eulers mit Niklaus I Bernoulli – eine Miscelle. In: *History of Mathematics: States of the Art. Flores quadrivii*. Studies in Honor of Christoph J. Scriba (ed. J.W. Dauben et al.). San Diego (etc.), Academic Press, p. 223–236.
- 2003 Christoph Jetzler und Leonhard Euler. – NTM Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin 11, p. 145–154.
- 2007 Leonhard Euler [engl. Übers. von E. und W. Gautschi]. Basel, Birkhäuser.
- FABER, G.
- 1935 Übersicht über die Bände 14, 15, 16, 16\* der ersten Serie. In: *O. I*, 16:2, p. VII–CXII.
- FERRETTI, S.
- 1746 *Astronomia victrix, magnum Solis corollarium, cujus deprehensa parallaxi resolvitur problema vulgo longitudinum, inventore Stephano Ferretto Italo* [...]. Manuscript: Archiv Petersburg, r. I, op. 1, Nr. 99.
- FLAMSTEED, J.
- 1683 An Exact Account of the Three late Conjunctions of Saturn and Jupiter, (within the space of less than seven months according to accurate Observations) viz. Octob. 1482, etc. Together with an Account of what other Conjunctions of them there happened for more than 100 years last; beginning at the year 1563. And a Table Computed whereby to make an Estimate of what other Conjunctions have happened for the time past, or that will happen for the time to come. – *Phil. Trans.* 13, No. 149 (July 1683), p. 244–258.
- FLECKENSTEIN, J.O.
- 1949 Johann und Jakob Bernoulli (Kurze Mathematiker-Biographien). – *Elemente der Mathematik*, Beiheft No. 6. Basel, Birkhäuser.
- FONTAINE, A.
- 1736 Sur les courbes tautochrones. – *Mém. Paris* (1734), p. 371–379.
- 1764 Mémoires donnés à l'Académie Royale des sciences, non imprimés dans leur temps. Paris [Traité de calcul différentiel et intégral. Paris, 1770].
- FORBES, E.G.
- 1971 The Euler-Mayer Correspondence (1751–1755): A New Perspective on Eighteenth-Century Advances in the Lunar Theory. London (etc.), Macmillan.
- 1980 Tobias Mayer (1723–1762): Pioneer of Enlightened Science in Germany (Arbeiten aus der Niedersächsischen Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, 17). Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht.

FOURIER, J.

1822 Théorie analytique de la chaleur. Paris.

FRISI, P.

1768 De gravitate universali corporum Libri tres. Mediolani (Milano).

1774 Cosmographiae physicae, et mathematicae Pars Prior, motuum periodicorum theoriam continens. Mediolani (Milano).

FROBENIUS, G.F.

1912 Über quadratische Formen, die viele Primzahlen darstellen. – Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Classe 1912, p. 966–980.

FUSS, N.

1774 (E. 446) Instruction détaillée pour porter les lunettes de toutes les différentes espèces au plus haut degré de perfection dont elles sont susceptibles, tirée de la théorie dioptrique de M. Euler le père. St.-Petersbourg.

1776a (E. 473) Éclaircissemens sur les établissemens publics, en faveur tant des veuves que des morts, avec la description d'une nouvelle espèce de tontine aussi favorable au public qu'utile à l'état, calculés sous la direction de Léonard Euler. St. Pétersbourg [dt. Übers. von J.A. Ritter: Altenburg, 1782].

1776b Entwurf einer allgemeinen Leihe-Bank wo nicht nur Kapitalien zu gewissen Zinsen sowol ausgelehnt als angenommen, sondern auch zugleich andere verschiedene Anstalten als Leibrenten, Sterbe- und Wittwen-Kassen damit verbunden werden können. St. Petersburg.

1779 (E. 708a) Extrait d'une lettre de M. Fuss à M. Beguelin, écrite de Pétersbourg le 19/30 Juin 1778. – N. Mém. Berlin 7 (1776), p. 340–346 (O. I, 3, p. 421–428).

1783 Éloge de Monsieur Léonard Euler, lu à l'Académie Impériale des Sciences, dans son assemblée du 23 octobre 1783. St. Pétersbourg.

1784 Leichte Methode die Epochen und die Dauer der kleinsten oder kürzesten Dämmerung zu finden. In: Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1787 (ed. J.E. Bode), p. 233–237.

1786 Lobrede auf Herrn Leonhard Euler. Basel (O. I, 1, p. XLIII–XCV).

1801 Похвальная рѣчь покойному Леонгарду Эйлеру [Lobrede auf den verstorbenen Leonhard Euler]. – Академическія сочиненія 1, p. 97–167 [Euler-Gedenkband 1988, p. 353–382].

1843 cf. Teil B der Bibliographie

GAUSS, C.F.

1808 Methodum peculiarem elevationem poli determinandi explicat [...]. Gottingae [Göttingen] (Werke 6, p. 37–49).

1843 Dioptrische Untersuchungen. – Abh. Ges. Wiss. Göttingen 1 (1838/41), Math. Classe, p. 1–34 (Werke 5, p. 243–276).

GAUTSCHI, W.

2008 On Euler's attempt to compute logarithms by interpolation: A commentary to his letter of February 16, 1734 to Daniel Bernoulli. – J. Computational and Appl. Math. 219, p. 408–415.

GEORGI, J.G.

1775 Bemerkungen einer Reise im Russischen Reich im Jahre 1772 / in den Jahren 1773 und 1774. Bd. 1–2. St. Petersburg.

GITERMAN, V.

1945 Geschichte Russlands. Bd. 2. Zürich, Büchergilde Gutenberg.

GMELIN, J.G.

1747–1769 Flora Sibirica sive historia plantarum Sibiriae. T. 1–4. Petropoli.

1751–1752 Reise durch Sibirien, von dem Jahr 1733 bis 1743. Theil 1–4. Göttingen [Neuausgabe in Auswahl vgl. Posselt 1990].

GMELIN, S.G.

1770–1784 Reise durch Russland zur Untersuchung der drey Natur-Reiche. Bd. 1–4. St. Petersburg.

GNUČEVA, V.F. [ГНУЧЕВА, В.Ф.]

1940 Материалы для истории экспедиций Академии наук в XVIII и XIX веках. Хронологические обзоры и описание архивных материалов [Materialien zur Geschichte der Expeditionen der Akademie der Wissenschaften im 18. und 19. Jahrhundert. Chronologische Übersicht und Beschreibung der Archivmaterialien] (Труды Архива Академии наук СССР 4). Москва / Ленинград, АН СССР.

GOLDSTEIN, C.

1995 Un théorème de Fermat et ses lecteurs (Histoires de science). Saint-Denis, Presses Universitaires de Vincennes.

GRAF, J.H.

1889 Johann Samuel König der Jüngere (1712–1757). In: Graf, J.H., Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in bernischen Landen, 3. Heft, 1. Abt., p. 23–62.

GRASSHOFF, H.

1966 Antioch Dmitrievič Kantemir und Westeuropa. Berlin, Akademie-Verlag.

GRATTAN-GUINNESS, I.

1990 Convolutions in French Mathematics, 1800–1840: From the Calculus and Mechanics to Mathematical Analysis and Mathematical Physics. 3 vol. (Science Networks. Historical Studies, 2–4). Basel (etc.), Birkhäuser.

GRAUNT, J.

1663(1662) Natural and Political Observations [...] made upon the Bills of Mortality. London [Reprint: Baltimore, Johns Hopkins Press, 1939].

GREENBERG, J.L.

1982 Alexis Fontaine's Integration of Ordinary Differential Equations and the Origins of the Calculus of Several Variables. – Ann. Sci. 39, p. 1–36.

1984 Alexis Fontaine's route to the calculus of several variables. – Hist. Math. 11, p. 22–38.

GROEHLER, O.

1989 Die Kriege Friedrichs II. 5. Auflage. Berlin[Ost], Militärverlag der Deutschen Demokratischen Republik.

GRUMMERT, G.H.

1747 Beyträge zum Wachsthum der Natur- und Grössenlehre. Erstes / Zweytes Stück. Dresden / Leipzig.

GUA DE MALVES, J.P. DE

1740 Usages de l'analyse de Descartes pour découvrir, sans le secours du calcul différentiel, les propriétés, ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres. Paris.

GUILLEMIN, AMÉDÉE

1875 Les comètes. Paris.

GÜLDENSTÄDT, J.A.

1787–1791 Reisen durch Russland und im Caucasischen Gebürge. Erster / Zweyter Theil (ed. S.P. Pallas). St. Petersburg.

GÜNTHER, S.

1890 Handbuch der mathematischen Geographie. Stuttgart.

HAAFTEN, M. VAN

1925 Bibliografie van Nicolaas Struyck. – Verzeerings-Archief 6, p. 65–86.

HABICHT, W.

1973 Einleitung. In: O. III, 9, p. VIII–LXIII.

1983 Betrachtungen zu Eulers Dioptrik. In: *Euler-Gedenkband* 1983, p. 283–302.

HAGEN, V.W. VON

1945 South America Called Them. Explorations of the Great Naturalists. New York, Alfred A. Knopf [frz. Übers. von B. de Saint-Marceaux: Paris, Hachette, 1950; dt. Übers. von W. Preusser: Frankfurt/Main, Ullstein, 1982].

HAKFOORT, C.

1995 Optics in the age of Euler. Conceptions of the nature of light, 1700–1795. Cambridge, Cambridge Univ. Press.

HAHN, R.

1971 The Anatomy of a Scientific Institution; The Paris Academy of Sciences, 1666–1803. Berkeley (etc.), University of California Press.

HALES, S.

1733 Haemastatics; or, an Account of some Hydraulick and Hydrostatical Experiments made on the Blood and Blood-Vessels of Animals [...]. London (Statical Essays, vol. 2) [frz. Übers. von F. Boissier de Sauvages: Haemastatique, ou la statique des animaux: Expériences hydrauliques faites sur des animaux vivans [...]. Genève 1744; dt. Übers.: Statik des Geblüts, bestehend in neuen Erfahrungen an lebendigen Thieren, ihres Bluts Bewegung zu erforschen [...]. Halle im Magdeburgischen 1748].

HALLEY, E.

1686 An Historical Account of the Trade Winds, and Monsoons, observable in the Seas between and near the Tropicks, with an attempt to assign the Phisical cause of the said Winds. – Phil. Trans. 16, No. 183 (Jul.–Sept. 1686), p. 153–168.

1687 Historica supputatio ventorum statorum ac motionum, quae intra ac prope Tropicos in mari observantur, una cum tentata eorundem aetiologia physica. – Acta eruditorum, Sept., p. 509–524.

1693a An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind, drawn from curious Tables of the Births and Funerals at the City of Breslaw; with an Attempt to ascertain the Price of Annuities upon Lives. – Phil. Trans. 17, No. 196 (Jan. 1692/3), p. 596–610 [Reprint: Baltimore, Johns Hopkins Press, 1942].

- 1693b Some further Considerations on the Breslaw Bills of Mortality. – Phil. Trans. 17, No. 198 (March 1693), p. 654–656 [Reprint: Baltimore, Johns Hopkins Press, 1942].
- HANKINS, T.L.  
1970 Jean d’Alembert – Science and the Enlightenment. Oxford, Clarendon Press.
- HARRISON, J.  
1763 An Explanation of My Watch or Timekeeper for the Longitude [...] (7. April 1763). London, Guildhall Archives, Ms 3972, No. 1.
- HEINSIUS, G.  
1744 Beschreibung des im Anfang des Jahrs 1744 erschienenen Cometen nebst einigen darüber angestellten Betrachtungen. St. Petersburg.
- HELL, M.  
1770 Observatio transitus Veneris ante discum Solis die 3 Junii anno 1769 Wardoëhusii facta [...]. Hafniae [Kopenhagen].
- HELMHOLTZ, H. VON  
1913 Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik. 6. Ausg. Braunschweig, Vieweg.
- HENTSCHEL, K.  
2005 Die Preisschriften Voltaires und der Marquise du Châtelet von 1738 über die Natur und Ausbreitung des Feuers. In: Physica et historia. Festschrift für Andreas Kleinert (Acta Historica Leopoldina, 45). Halle (Saale), Leopoldina, p. 175–186.
- HERMANN, J.  
1716 Phoronomia, sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum Libri duo. Amstelaedami [Amsterdam].  
1717 Schediasma de trajectoriis datae seriei curvis ad angulos rectos occurrentibus: continens solutionem generalem problematis in *Actis erudit[orum]* 1698, p. 471 primum propositi et in *Actis* anni superioris p. 226 iterati. – Acta eruditorum, Aug., p. 348–352 (JBO 2, p. 275–279).  
1718 Supplementum solutionis suae problematis de trajectoriis curvarum inveniendis mense Augusto superioris anni in his *Actis* exhibitae. – Acta eruditorum, Jul., p. 335–336 (JBO 2, p. 279–281).  
1719a Additamentum ad schedas super problema trajectoriarum mensibus Augusto 1717, et Julio superioris anni in his *Actis eruditorum* editas. – Acta eruditorum, Feb., p. 68–77 (JBO 2, p. 299–305).  
1719b Solutio duorum problematum, quorum alterum integrale ex data quadam formula differentiali per areas circulares et hyperbolicas exhibendum postulat; alterum vero curvam projectorum in medio resistenti construendam proponit. Accedunt duo nova problemata Geometris vicissim proposita. – Acta eruditorum, Aug., p. 351–361.  
1723 Solutio propria duorum problematum geometricorum in *Actis erudit[orum]* 1719 mens[e] Aug[usto] a se propositorum. – Acta eruditorum, Apr., p. 171–183.  
1729 Theoria generalis motuum qui nascuntur a potentiis quibusvis in corpora indiesinenter agentibus, sive haec corpora in vacuo ferantur sive in medio resistenti. – Comm. Petrop. 2 (1727), p. 139–173.

HEUSCHLING, X.

- 1857 Notice sur la vie et les ouvrages de Guillaume Kersseboom, statisticien hollandais du XVIII<sup>e</sup> siècle. – Bulletin de la Commission centrale de statistique de Belgique 7, p. 397–413.

HODGSON, J.

- 1747 The Valuation of Annuities upon Lives; deduced from the London Bills of Mortality. London.

HOFMANN, J.E.

- 1959 Um Eulers erste Reihenstudien. In: *Euler-Gedenkband* 1959, p. 139–208.

HOHRATH, D.

- 2005 Mathematik für den Kriegsstaat: Georg Bernhard Bilfinger und die Fortifikation. In: *Mathesis, Naturphilosophie und Arkanwissenschaft im Umkreis Friedrich Christoph Oetingers (1702–1782)* (ed. S. Holtz) (*Contubernium. Tübinger Beiträge zur Universitäts- und Wissenschaftsgeschichte*, 63). Wiesbaden, Steiner, p. 107–128.

HORREBOW, P.N.

- 1732 Atrium Astronomiae, sive de inveniendis refractionibus, obliquitate eclipticea, atque elevatione poli Tractatus. Havniae [Kopenhagen].
- 1735 Basis Astronomiae sive Astronomiae Pars mechanica. In qua describuntur Observatoria, atque instrumenta astronomica Roemeriana Danica; simulque eorundem usus, sive methodi observandi Roemerianae [...]. Havniae [Kopenhagen].

HOWALD-HALLER, M.

- 1996 Introduction to Daniel Bernoulli's astronomical problem of the three altitudes. In: *DBW* 1, p. 381–441.

HOWSE, D.

- 1996 The Lunar-Distance Method of Measuring Longitude. In: *The Quest for Longitude. Proceedings of the Longitude Symposium, Harvard University, Cambridge, Mass., November 4–6, 1993* (ed. W.J.H. Andrewes). Cambridge, Mass., Collection of Historical Scientific Instruments, Harvard University, p. 149–162.

HUBER, F.

- 1958 Daniel Bernoulli als Physiologe und Statistiker (*Basler Veröffentlichungen zur Geschichte der Medizin und der Biologie*, 8). Basel, Schwabe.

HUYGENS, CH.

- 1673 Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato Demonstrationes geometricae. Parisiis (*Œuvres* 18, p. 27–438).

ISLEN'EV, I.I.

- 1770 Observationes occasione transitus Veneris per discum Solis anno 1768 et 1769 in urbe Jakutsk institutae. – *N. Comm. Petrop.* 14:2 (1769), p. 268–321.

JAKI, S.L.

- 1978 Johann Georg von Soldner and the Gravitational Bending of Light, with an English translation of his Essay on it published in 1801. In: *Foundations of Physics* 8, p. 927–950.

JENKINS, R.V.

- 1972 Fraunhofer, Joseph. In: *Dictionary of Scientific Biography* 5, p. 142–144.



JUNCKER, G.F.W. [ЮНКЕР, Г.Ф.В.]

- 1742 Die gekrönte Hoffnung des Russischen Kayserthums wurde in dem Feste der hohen Krönung der Allerdurchlauchtigsten Grossmächtigsten Fürstin und grossen Frauen, Frauen Elisabeth Petrowna Kayserin und Selbstherrscherin aller Reussen bey einer öffentlichen Zusammenkunfft der Academie der Wissenschaften zu St. Petersburg den 29. April 1742 in einer gebundenen Rede allerfreudigst und ehrerbiethigst erkläret. St. Petersburg.

JURIN, J.

- 1734 Geometry No Friend to Infidelity: or, a Defence of Sir Isaac Newton and the British Mathematicians in a Letter to the Author of the *Analyst* [publiziert unter dem Pseudonym *Philaethes Cantabrigiensis*]. London [Online-Ausgabe (ed. D.R. Wilkins): Dublin 2002].
- 1735 The Minute Mathematician: or, The Free-Thinker no Just-Thinker [...] containing a Defence of Sir Isaac Newton and the British Mathematicians [publiziert unter dem Pseudonym *Philaethes Cantabrigiensis*]. London [Online-Ausgabe (ed. D.R. Wilkins): Dublin 2002].
- 1744 De conservatione virium vivarum Dissertatio [publiziert unter dem Pseudonym *Phileleutherus Londinensis*, wird auch John Burton zugeschrieben]. London.

JUŠKEVIČ, A.P. [ЮШКЕВИЧ, А.П.]

- 1964 Geschichte der Mathematik im Mittelalter. Leipzig, Teubner.
- 1974 Неопубликованное письмо Л. Эйлера Д. Бернулли [Ein unveröffentlichter Brief L. Eulers an D. Bernoulli] – Природа, no. 1, p. 61–62.
- 1976 The concept of function up to the middle of the 19<sup>th</sup> century. – Arch. Hist. Exact Sci. 16, p. 37–85.
- 1982 Из переписки Л. Эйлера и Д. Бернулли. К 275-летию со дня рождения Л. Эйлера [Aus dem Briefwechsel von L. Euler und D. Bernoulli. Zur 275jährigen Wiederkehr der Geburt L. Eulers] – Природа, no. 5, p. 100–108.
- 1983 Leonhard Euler. Zur Theorie komplexer Funktionen (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften 261). Leipzig, Geest & Portig.

JUŠKEVIČ, A.P. – KOPELEVIČ, JU.KH. [ЮШКЕВИЧ, А.П. – КОПЕЛЕВИЧ, Ю.Х.]

- 1983 Христиан Гольдбах 1690–1764 [Christian Goldbach 1690–1764]. Москва, Наука.
- 1994 Christian Goldbach 1690–1764 [dt. Übers. von A. und W. Purkert] (Vita Mathematica, 8). Basel (etc.), Birkhäuser.

JUŠKEVIČ, A.P. – TATON, R.

- 1980 Introduction. In: O. IV A, 5, p. 1–63.

KAMEKE, O. VON

- 1882 Von den Kameke's. – Vierteljahrsschrift für Heraldik, Sphragistik und Genealogie 10, p. 342–356.

KARSTEN, G.

- 1854 Briefe von Leonhard Euler und von Joh. Alb. Euler an Wenzeslaus Joh. Gust. Karsten. – Allg. Monatsschrift für Wissenschaft und Literatur (Braunschweig) 4, p. 325–349.

KEPLER, J.

- 1596 Prodrömus Dissertationum cosmographicarum, continens Mysterium cosmographicum [...]. Tubingae [mehrere weitere Ausgaben und Übersetzungen].
- KERSSEBOOM, W.
- 1742 Eerste verhandeling tot een proeve om te weeten de probable menigte des Volks in de Provintie van Hollandt en Westvrieslandt. 's Gravenhage [Den Haag] [Reprint: Charleston (SC), Nabu Press, 2011].
- 1970 Essais d'arithmétique politique contenant trois traités sur la population de la province de Hollande et Frise occidentale, la durée de survie des veuves, la durée des mariages, la relation entre la population et le nombre de naissances, le nombre de couples, etc. (ed. L. Henry) [enthält Kerssebooms Abhandlungen von 1738 und 1742]. Paris, Institut national d'études démographiques.
- KLEINERT, A.
- 1989 D'Alembert et le prix de l'Académie de Berlin en 1746. In: Jean d'Alembert, savant et philosophe: portrait à plusieurs voix. Actes du colloque organisé par Centre international de synthèse – Fondation pour la science, Paris, 15–18 juin 1983 (ed. M. Emery, P. Monzani). Paris, Éditions des Archives contemporaines, p. 415–431.
- KLINKERFUES, W. – BUCHHOLZ, H.
- 1912 Theoretische Astronomie. 3. Ausg. Braunschweig, Vieweg.
- KNOBLOCH, W. (ed.)
- 1984 Leonhard Eulers Wirken an der Berliner Akademie der Wissenschaften 1741–1766: Spezialinventar. Regesten der Euler-Dokumente aus dem Zentralen Archiv der Akademie der Wissenschaften der DDR (Studien zur Geschichte der Akademie der Wissenschaften der DDR, 11). Berlin, Akademie-Verlag.
- KOELINK, E. – VAN ASSCHE, W.
- 2009 Leonhard Euler and a  $q$ -analogue of the logarithm. – Proc. Amer. Math. Soc. 137, p. 1663–1676.
- KOELNER, P.
- 1932 Die Basler Fastnacht. In: Basel – ein Stadtbuch. Basel, Birkhäuser, p. 100–107.
- KOLLERSTROM, N.
- 1985 Newton's Lunar Mass Error. – J. British Astronomical Association 95 (1985), p. 151–153.
- 2000 Newton's Forgotten Lunar Theory. His Contribution to the Quest for Longitude. Santa Fe, Green Lion Press.
- KÖNIG, J.S.
- 1735 Epistola ad Geometras. – Nova Acta eruditorum, Aug., p. 369–373.
- KOPELEVIĆ, JU.КН. [КОПЕЛЕВИЧ, Ю.Х.]
- 1997 Иоганн Антон Гильденштедт, 1745–1781 [Johann Anton Gölldenstädt, 1745–1781]. Москва, Наука.
- KRAFFT, G.W.
- 1741 De vi venae aqueae contra planum incurrentis Experimenta. – Comm. Petrop. 8 (1736), p. 253–260 = *ibid.* 11 (1739), 1750, p. 233–240 [DBW 5, p. 464–469].
- 1742 Sermo de novo quodam concentus musicos efficiendi genere, de clavichordio nimirum oculo ante aliquot annos in Galliis excogitato. In: Sermones in solenni Academiae Scientiarum Imperialis conventu, die 29 Aprilis anni 1742, publice recitati. Petropoli.

- 1750a De corporum plano inclinato impositorum descensu. – Comm. Petrop. 12 (1740), p. 261–275.
- 1750b De viribus attractionis magneticae experimenta. – Comm. Petrop. 12 (1740), p. 276–287.
- 1751 Additamentum Dissertationis praecedentis, de corporum plano impositorum descensu. – Comm. Petrop. 13 (1741–1743), p. 100–104.
- KRAFFT, W.L.
- 1770 Observationes occasione transitus Veneris per discum Solis anno 1769, Orenburgi. – N. Comm. Petrop. 14:2 (1769), p. 185–218.
- 1776 De viribus remorum novae speciei eorumque comparatione cum remis ordinariis. – N. Comm. Petrop. 20 (1775), p. 343–354, Summ., p. 46–48.
- 1778 Tentamen theoriae electrophori. – Acta Petrop. (1777:1), p. 154–173:
- KRASOTKINA, T.A. [КРАСОТКИНА, Т.А.]
- 1957 Переписка Л. Эйлера и Дж. Стирлинга [Der Briefwechsel zwischen L. Euler und J. Stirling]. – Историко-математические исследования 10, p. 117–158.
- KRONK, G.W.
- 1999 Cometography. A Catalog of Comets, vol. 1: Ancient – 1799. Cambridge, Cambridge Univ. Press.
- KÜHN, H.
- 1735a Solutio problematum a Cl. Eulero propositorum. Manuskript: Archiv Petersburg, r. I, op. 8, Nr. 21–22.
- 1735b Meditationes de natura quantitatum privativarum et imaginariarum recte explicanda. Manuskript: Archiv Petersburg, r. I, op. 6, Nr. 38/4, Bl. 1–14.
- LABBÉ, F.
- 2004 La Gazette littéraire de Berlin (1764–1792). Paris, Champion:
- LA BEAUMELLE, L.A. DE
- 1856 Vie de Maupertuis. Ouvrage posthume suivi de lettres inédites de Frédéric le Grand et de Maupertuis. Paris.
- LACAILLE, N.L. DE
- 1748 Extrait d’une lettre de M. Bradley [...] sur un mouvement apparent observé dans les étoiles fixes. – Mémoires pour l’histoire des sciences et des beaux arts («Journal de Trévoux»), Octobre 1748, Article CIX, p. 2221–2247.
- LA CROIX, C.M. DE
- 1735 Extrait du mécanisme des mouvemens des corps flotants. – Mémoires pour l’histoire des sciences et des beaux arts («Journal de Trévoux»), Avril 1735, Article XXXV, p. 638–668.
- 1736 Éclaircissemens sur l’extrait du mécanisme des mouvemens des corps flotants. – Mémoires pour l’histoire des sciences et des beaux arts («Journal de Trévoux»), Avril 1736, Article XLVI, p. 773–863.
- LAGNY, TH.F. DE
- 1722 Méthode pour resoudre indéfiniment et d’une manière complete en nombres entiers les Problèmes indéterminés, quelque quantité qu’il y ait d’égalités, et à quelque degré qu’elles puissent monter. – Mém. Paris (1720), p. 178–188.

LALANDE, J.J.L. DE

1768 Mémoire sur un dérangement singulier observé dans le mouvement de Saturne. – Mém. Paris (1765), p. 361–375; Hist., p. 63–65.

1773 Réflexions sur les Comètes qui peuvent approcher de la Terre. Paris.

1777 Mémoire sur les Comètes. – Mém. Paris (1773), p. 461–485.

LAMBERT, J.H.

1772 Anmerkungen über die Sterblichkeit, Todtenlisten, Geburthen und Ehen. In: Lambert, J.H., Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung. 3. Th. Berlin, p. 476–592, 563bis–569bis.

LAPLACE, P.S. DE

1823 Traité de Mécanique céleste, T. 5. Paris.

LATRUFFE, F.

1863 Huningue et Bâle devant les traités de 1815. Paris.

LAUSCH, H.

1992 Abraham Wolff «Rechenmeister». Ein bedeutender Jude der Aufklärungszeit. – Aschkenas: Zs. Geschichte und Kultur der Juden 2, p. 227–237.

LEGENDRE, A.M.

1830 Théorie des nombres. 3ème éd. T. 1, Paris.

LEIBNIZ, G.W.

1855–1856 Mathematische Schriften (ed. C.I. Gerhardt), Bd. 3: Briefwechsel zwischen Leibniz, Jacob Bernoulli, Johann Bernoulli und Nicolaus Bernoulli, 1./2. Abtheilung. Halle [Reprint: Hildesheim, Olms, 1971].

LEIBNIZ, G.W. – BERNOULLI, J. I

1745 Virorum celeberr. Got. Gul. Leibnitii et Johan. Bernoullii Commercium philosophicum et mathematicum. 2 vol. Lausanne / Genevae.

LE MONNIER, P.CH.

1743 La théorie des comètes, où l'on traite du progrès de cette partie de l'astronomie [...]. Paris.

1746 Institutions astronomiques, ou leçons élémentaires d'astronomie [...], avec de nouvelles Tables d'équation corrigées, et particulièrement les tables du Soleil, de la Lune et des Satellites [...]. Paris.

1751a Sur le mouvement de Saturne, et sur l'inégalité de ses révolutions périodiques, qui dépendent de ses diverses configurations à l'égard de Jupiter. Première partie. – Mém. Paris (1746), p. 209–222.

1751b Sur le mouvement de Saturne. Seconde partie. – Mém. Paris (1746), p. 689–710.

LE SUEUR, A.

1896 Maupertuis et ses correspondants. Montreuil-sur-Mer.

LEXELL, A.J.

1770 (E. 389) Recherches et calculs sur la vraie orbite elliptique de la Comète de l'an 1769 et son tems périodique, exécutées sous la direction de Mr. Leonhard Euler, par les soins de Mr. Lexell. St. Pétersbourg (O. II, 28, p. 269–313).

1774a Observationes variae circa series, ex sinibus vel cosinibus arcuum arithmetice progredientium formatas. – N. Comm. Petrop. 18 (1773), p. 37–70.

- 1774b *Comparatio inter theoriam Lunae Illustr. Euleri et Tabulas recentiores Celeb. Mayeri.* – N. Comm. Petrop. 18 (1773), p. 537–567.
- 1774c *Observatio eclipsis Solis facta Petropoli die 12./23. Martii 1773.* – N. Comm. Petrop. 18 (1773), p. 571–601.
- 1774d *Observationes astronomicas ab astronomis Academiae Imperialis Scientiarum Stephano Rumovski et And. J. Lexell anno 1773 institutas, recensuit And. Joh. Lexell.* – N. Comm. Petrop. 18 (1773), p. 602–630.
- L'HÔPITAL (L'HOSPITAL), G.F. DE  
 1696 *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes.* Paris [weitere Ausgaben und Übersetzungen].
- LINSENBARTH, H. (ed.)  
 1910 *Abhandlungen über das Gleichgewicht und die Schwingungen der ebenen elastischen Kurven von Jakob Bernoulli (1691, 1694, 1695) und Leonh. Euler (1744) (Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften 175).* Leipzig, Engelmann.
- LOCATELLI, F.  
 1736 *Lettres moscovites.* Königsberg [auch Paris 1736] [Reprint: Whitefish MT, Kessinger, 2009].  
 1738 *Die so genannte Moscovitische Briefe, oder die, wider die löbliche Russische Nation von einem aus der andern Welt zurück gekommenen Italiäner ausgesprengte abendtheurliche Verläumdungen und Tausend-Lügen* [dt. Übers. mit Replik eines ungenannten Autors]. Franckfurth / Leipzig.
- LORIA, G.  
 1910–1911 *Spezielle algebraische und transzendente ebene Kurven. Theorie und Geschichte* (ed. F. Schütte). 2. Aufl. 2 Bde. Leipzig / Berlin, Teubner:
- LOWITZ, G.M.  
 1770 *Observationes circa transitum Veneris per discum Solis, die 24. Maii / 4. Junii anno 1769 factae in oppido Gurjef.* – N. Comm. Petrop. 14:2 (1769), p. 153–184.
- LOYS DE CHÉSEEAUX, J.PH. DE  
 1744 *Traité de la comète qui a paru en Decembre 1743, et en Janvier, Février et Mars 1744.* Lausanne / Genève.
- MACHIN, J.  
 1729 *The laws of the moon's motion according to gravity.* In: Newton, I., *The mathematical principles of natural philosophy.* Translated into English by Andrew Motte, London (71 p. als Anhang zu vol. 2).  
 1738 *The solution of Kepler's problem.* – Phil. Trans. 40, No. 447 (Jan.–May 1738), p. 205–230.
- MACLAURIN, C.  
 1741 *De causa physica fluxus et refluxus maris.* In: *Prix Paris* 1740, p. 195–234 [*Recueil Prix Paris* 4].  
 1742 *A Treatise of Fluxions.* 2 vol. Edinburgh.
- MAINDRON, E.  
 1881 *Les fondations de prix à l'Académie des Sciences: Les lauréats de l'Académie, 1714–1880.* Paris.  
 1888 *L'Académie des Sciences: Histoire de l'Académie. La fondation de l'Institut national. Bonaparte membre de l'Institut national.* Paris.

MAIRAN, J.J. D'ORTOUS DE

1733 *Traité physique et historique de l'aurore boréale*. – Suite Mém. Paris (1731).

1754 *Traité physique et historique de l'aurore boréale*. – Suite Mém. Paris (1731), 2e éd. rev. et augm..

MALLET, J.A.

1769 *Observation du passage de Vénus devant le disque du Soleil faite à Ponoï en Laponie*. Saint-Petersbourg.

1770 *Observationes variae [...]* in Lapponia ad Ponoï institutae anno 1769. – N. Comm. Petrop. 14:2 (1769), p. 3–72.

MALTHUS, TH.R.

1798 *An Essay on the Principle of Population, as it affects the future Improvement of Society*. London (Works 1. London, Pickering & Chatto, 1986).

MARGUERIE, J.J. DE

1773a *Mémoire sur la résolution des équations en général, et particulièrement de l'équation du 5<sup>e</sup> degré*. – Mém. Acad. Roy. Marine (Brest) 1 (1769), p. 1–44.

1773b *Sur une opération d'algèbre, appelée l'élimination des inconnues*. – Mém. Acad. Roy. Marine (Brest) 1 (1769), p. 85–101.

1773c *Sur l'établissement d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides par l'expérience*. – Mém. Acad. Roy. Marine (Brest) 1 (1769), p. 102–141.

1773d *Mémoire sur les suites*. – Mém. Acad. Roy. Marine (Brest) 1 (1769), p. 142–240.

MATTHESON, J.

1731 *Grosse General-Bass-Schule [...]*. 2. Aufl., Hamburg [Reprint: Hildesheim, Olms, 1968].

MAUPERTUIS, P.L.M. DE

1732 *La courbe descensus aequabilis dans un milieu résistant comme une puissance quelconque de la vitesse*. – Mém. Paris (1730), p. 233–242; Hist., p. 94–95.

1735 *Sur les courbes de poursuite*. – Mém. Paris (1732), p. 15–16; Hist., p. 59–60.

1738a *La figure de la Terre, déterminée par les observations de Messieurs de Maupertuis, Clairaut, Camus, Le Monnier, de l'Académie Royale des Sciences, et de M. l'Abbé Outhier, Correspondant de la même Académie, accompagnés de M. Celsius, Professeur d'Astronomie à Upsal, faites par ordre du Roy au cercle polaire*. Paris [Nouv. éd. Paris, 1739; dt. Übers. von J.S. König: *Figur der Erden [...]*, Zürich, 1741].

1738b *Examen désintéressé des différens ouvrages qui ont été faits pour déterminer la figure de la Terre*. Oldenbourg [in Wirklichkeit wohl Paris, 1739; anonym veröffentlicht].

1740 *Degré du méridien entre Paris et Amiens, déterminé par la mesure de M. Picard, et par les observations de M<sup>rs</sup> de Maupertuis, Clairaut, Camus, le Monnier [...], d'où l'on déduit la figure de la Terre, par la comparaison de ce degré avec celui qui a été mesuré au Cercle Polaire*. Paris.

1743 *Astronomie nautique: ou Éléments d'Astronomie, tant pour un Observatoire fixe, que pour un Observatoire mobile*. Paris. (2de éd. Paris 1751).

1744 *Sur un Satellite aperçu auprès de la Planète de Vénus*. – Mém. Paris (1741), Hist., p. 124–128.

MAYER, CH.

- 1769 *Expositio utriusque observationis et Veneris et eclipsis solaris factae Petropoli in specula astronomica.* – N. Comm. Petrop. 13 (1768), p. 541–560, Summ., p. 48–50 [auch als Sonderdruck, Petropoli 1769].

MAYER, J.T.

- 1753a *Novae tabulae motuum Solis et Lunae.* – Comm. Soc. Reg. Sci. Gottingensis 2 (1752), p. 383–430.
- 1753b *Tabularum lunarium in Comment. S. R. Tom. II contentarum usus in investiganda longitudine maris.* – Comm. Soc. Reg. Sci. Gottingensis 3 (1753), p. 375–396.

McKEEVER, K.

- 2009 *A Short History of Tontines.* – Fordham J. of Corporate and Financial Law 15, p. 491–521.

MERSENNE, M.

- 1636 *Harmonicorum Libri, in quibus agitur de sonorum natura, causis, et effectibus [...]. Lutetiae Parisiorum [Paris].* [frz. Ausgabe: *Harmonie universelle, contenant la théorie et la pratique de la Musique.* T. 1–2. Paris, 1636–1637].

МИХАЙЛОВ, Г.К. [МИХАЙЛОВ, Г.К.]

- 1957 К переезду Леонарда Эйлера в Петербург (по материалам ранней переписки Л. Эйлера с Д. Бернулли и другим источникам) [Zur Übersiedlung Leonhard Eulers nach Petersburg (gemäss Materialien des frühen Briefwechsels L. Eulers mit D. Bernoulli und anderen Quellen)]. – Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук, No. 3, p. 10–37.
- 1959 Notizen über die unveröffentlichten Manuskripte von Leonhard Euler. In: *Euler-Gedenkband* 1959, p. 256–280.
- 1983 Leonhard Euler und die Entwicklung der theoretischen Hydraulik im zweiten Viertel des 18. Jahrhunderts. In: *Euler-Gedenkband* 1983, p. 229–241.
- 1996 Early Studies on the Outflow of Water from Vessels and Daniel Bernoulli's *Exercitationes quaedam mathematicae*. In: DBW 1, p. 199–255.
- 2000 The Origins of Hydraulics and Hydrodynamics in the Works of the Petersburg Academicians of the 18th Century. – Fluid Dynamics 34, p. 787–800 [russ. Originalausgabe: Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа, 1999, No. 6, p. 7–26].
- 2002 Introduction to Daniel Bernoulli's *Hydrodynamica*. In: DBW 5, p. 17–84.
- 2005 Daniel Bernoullis Leben und Werk. In: «Geschickte Leute, die was praestiren können»: Gelehrte aus Basel an der St. Petersburger Akademie der Wissenschaften des 18. Jahrhunderts. Aachen, Shaker, p. 77–87.

МИХАЙЛОВ, Г.К. – СМЕРНОВ, В.И. [МИХАЙЛОВ, Г.К. – СМЕРНОВ, В.И.]

- 1958 Неопубликованные материалы Леонарда Эйлера в Архиве Академии наук СССР [Unveröffentlichte Materialien von Leonhard Euler im Archiv der Akademie der Wissenschaften der UdSSR]. In: *Euler-Gedenkband* 1958, p. 47–79.

MITTENZWEI, I.

- 1984 *Friedrich II. von Preussen: Eine Biographie.* Berlin, Deutscher Verlag der Wissenschaften.



MOIVRE, A. DE

1725 Annuities upon Lives [...]. To which is added an Appendix concerning the Expectations of Life, and Probabilities of Survivorship. London.

MOLIÈRES, J. DE cf. PRIVAT DE MOLIÈRES, J.

MORÉRI, L.

1731 Le grand dictionnaire historique ou le mélange curieux de l'histoire sacrée et profane [...]. Première édition de Basle en françois, corrigée et considérablement augmentée, T. 1–6. Basle.

1740 Le grand dictionnaire historique, ou le mélange curieux de l'histoire sacrée et profane [...]. Nouvelle édition de Bâle en françois, corrigée et considérablement augmentée, T. 1–6. Basle.

1743–1745 Supplément au Dictionnaire historique, géographique, généalogique, etc., des éditions de Basle de 1732 et 1733 [...], T. 1–3. Basle.

MOULTON, F.R.

1927 Einführung in die Himmelsmechanik. 2. Aufl. [dt. Übers. von W. Fender]. Leipzig, Teubner.

MURHARD, F.W.A.

1804 Litteratur der mathematischen Wissenschaften. Vierter Band, enthaltend die Litteratur der mechanischen und optischen Wissenschaften. Leipzig.

MURRAY, C.D. – DERMOTT, S.F.

1999 Solar System Dynamics. Cambridge, Cambridge Univ. Press.

MUSSCHENBROEK, P.

1739 Essai de physique [frz. Übers. von P. Massuet], T. 1–2. Leyden.

MYLIUS, CH.

1747 Versuch einer Bestimmung der Gesetze der Winde wenn die Erde überall mit einem tiefen Meere bedeckt wäre. In: Réflexions sur la cause générale des vents. Pièce qui a remporté le Prix proposé par l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres de Prusse pour l'année 1746, [...] à laquelle on a joint les Pièces qui ont concouru. Berlin, p. 177–224 (DBW 5, p. 654–702).

NEWTON, I.

1687 Philosophiae naturalis principia mathematica. Londini (abgekürzt für alle Ausgaben: *Prinzipien*).

1704 Opticks: or, a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light. London [4th ed., 1730, und mehrere andere Ausgaben und Übersetzungen].

1707 Arithmetica universalis; sive de compositione et resolutione arithmetica Liber, cui accessit Halleiana aequationum radices arithmetice inveniendi methodus. Cantabrigiae [Cambridge].

1713 Philosophiae naturalis principia mathematica. Editio secunda auctior et emendatior. Cantabrigiae [Cambridge].

1726 Philosophiae naturalis principia mathematica. Editio tertia aucta et emendata. Londini.

1729 The Mathematical Principles of Natural Philosophy [engl. Übers. von A. Motte]. 2 vol. London.

- 1872 Mathematische Principien der Naturlehre [dt. Übers. von J.Ph. Wolfers]. Berlin [Reprint: Darmstadt, Wiss. Buchgesellschaft, 1963].
- 1972 Isaac Newton's *Philosophiae naturalis principia mathematica*: The Third Edition (1726) with variant readings (ed. A. Koyré, I.B. Cohen). 2 vol. Cambridge, Cambridge Univ. Press.
- 1999 Die mathematischen Prinzipien der Physik [dt. Übers. von V. Schüller]. Berlin / New York, de Gruyter.
- NOPP, H.CH.
- 1881 Geschichte der Stadt und ehemaligen Reichsfestung Philippsburg von ihrem Entstehen aus der Burg und dem Dorfe Udenheim bis zum Anfall derselben an Baden. Speyer.
- NORDENMARK, N.V.E.
- 1929 Pehr Wilhelm Wargentin 1717–1783. – *Nordic Statistical J.* 1, p. 241–252.
- OLBERS, W. – ENCKE, J.F.
- 1847 Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Cometen zu berechnen. Mit Berichtigung und Erweiterung der Tafeln und Fortsetzung des Cometen-Verzeichnisses bis zum Jahre 1847, von Neuem herausgegeben von J.F. Encke. Weimar.
- OŽIGOVA, E.P. [ОЖИГОВА, Е.П.]
- 1981 О переписке Даниила Бернулли с Николаем Фуссом [Über den Briefwechsel Daniel Bernoullis mit Niklaus Fuss]. – *Вопросы истории естествознания и техники*, No. 1, p. 108–115.
- PALLAS, P.S.
- 1771–1776 Reise durch verschiedene Provinzen des Russischen Reichs. Bd. 1–3. St. Petersburg.
- PEARSON, K.
- 1978 The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries Against the Changing Background of Intellectual, Scientific, and Religious Thought. Lectures given at University College London, 1921–1933 (ed. E.S. Pearson). London / New York, Griffin / Macmillan.
- РЕКАРСКИЙ, Р.Р. [ПЕКАРСКИЙ, П.П.]
- 1865 Екатерина II и Эйлеръ [Katharina II. und Euler]. – *Записки Импер. Академіи наукъ* 6, p. 59–92.
- 1870 Исторія Императорской Академіи наукъ въ Петербургѣ [Geschichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Petersburg]. Т. 1. Санктпетербургъ [Reprint: Leipzig, Zentralantiquariat der DDR, 1977].
- ПЕТРОВ, А.Н. [ПЕТРОВ, А.Н.]
- 1958 Памятные эйлеровские места в Ленинграде [Leonhard Euler – Denkwürdige Stätten in Leningrad]. In: *Euler-Gedenkband* 1958, p. 597–604.
- PISTET, J.L.
- 1769 Extrait du journal d'observations faites à l'occasion du passage de Vénus devant le disque du Soleil faite à Oumba en Laponie. Saint Pétersbourg.
- 1770 Observationes variae occasione transitus Veneris per Solis discum in Laponia anno 1769 institutae. – *N. Comm. Petrop.* 14:2 (1769), p. 73–110.

PITCAIRNE, A.

1717 *Elementa medicinae physico-mathematica, libris duobus, quorum prior theoriam, posterior praxim exhibet*, in *Medicinae studiosorum gratiam delineata*. Londini.

POLENI, G.

1734 [De la meilleure manière de mesurer sur mer le chemin d'un vaisseau, indépendamment des observations astronomiques.] *Quanam potiori ratione nulli habitis Stellarum observationibus, navigantes metiri queant iter a navi confectum*. In: *Prix Paris 1733*, p. 3–40 [*Recueil Prix Paris 3*].

POSSELT, D. (ed.)

1990 *Die Grosse Nordische Expedition von 1733 bis 1743: Aus Berichten der Forschungsreisenden Johann Georg Gmelin und Georg Wilhelm Steller*. München, Beck.

PRIVAT DE MOLIÈRES, J.

1734–1739 *Leçons de phisique, contenant les élémens de la phisique, déterminés par les seules loix des mécaniques*. T. 1–4. Paris.

PTOUKHA, M. [ПТУХА, М.В.]

1938 Antoine Deparcieux, le premier grand démographe français (1703–1768). In: *Congrès international de la population (Paris 1937)*, T. 2: *Démographie historique (Actualités scientifiques et industrielles, 711)*. Paris, Herrmann, p. 79–91.

PULTE, H.

1989 *Das Prinzip der kleinsten Wirkung und die Kraftkonzeptionen der rationalen Mechanik (Studia Leibnitiana, Sonderheft 19)*. Stuttgart, Steiner.

RASKIN, N.M. [РАСКИН, Н.М.]

1962 Иван Петрович Кулибин (1735–1818) [Ivan Petrovič Kulibin (1735–1818)]. Москва / Ленинград, Изд-во Академии Наук СССР.

RASKIN, N.M. – MAL'KEVIČ, B.A. [РАСКИН, Н.М. – Малькевич, Б.А.] (ed.)

1953 *Рукописные материалы И.П. Кулибина в Архиве Академии наук СССР* [Die handschriftlichen Materialien von I.P. Kulibin im Archiv der Akademie der Wissenschaften der UdSSR] (Труды Архива, 11). Москва / Ленинград, Изд-во Академии Наук СССР.

REICH, K.

1992 *Mathematik, Naturwissenschaften und Technik in Reclams Universal-Bibliothek 1883–1945*. In: *Reclam – 125 Jahre Universal-Bibliothek 1867–1992: Verlags- und kulturgeschichtliche Aufsätze* (ed. D. Bode). Stuttgart, Reclam, p. 148–166.

REIFF, R.

1889 *Geschichte der unendlichen Reihen*. Tübingen.

RIMSCHA, H. VON

1970 *Geschichte Russlands*. 2. Aufl. Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

ROBINS, B.

1739 *Remarks on Mr. Leonard Euler's Treatise Entitled Mechanica*. In: *Remarks on Mr. Euler's Treatise of Motion, Dr. Smith's compleat System of Opticks, and Dr. Jurin's Essay upon Distinct and Indistinct Vision*. London, p. 1–29 (*Mathematical Tracts*, vol. 2, 1761, p. 197–221).

1742 *New Principles of Gunnery: containing the Determination of the Force of Gunpowder, and an Investigation of the Difference in the Resisting Power of the Air*

- to Swift and Slow Motions. London [Reprint: Richmond (Surrey), Richmond Publishing Co., 1972].
- 1745 Neue Grundsätze der Artillerie [...]: cf. L. Euler 1745 (E. 77)
- ROSE, M. – LAW, D.  
1991 A Handbook of Historical Stringing Practice for Keyboard Instruments, 1671–1856. Lewes, Rose & Law.
- ROUSSEAU, J.J.  
1712 Œuvres du Sr. Rousseau. T. I. Contenant ses poësies. Rotterdam.
- RUFFINIÈRE DU PREY, PIERRE DE LA  
1979 Eighteenth-century English sources for a history of Swiss wooden bridges. – Zs. schweizerische Archäologie und Kunstgeschichte 36, p. 51–63.
- RUMOVSKIJ, S. [РУМОВСКИЙ, С.Я.]  
1769 Observationes, spectantes transitum Veneris per discum Solis et eclipsin solarem die 23 Maii / 3 Iunii 1769 Kolae in Lapponia institutae. Petropoli.  
1770 Observationes transitum Veneris per discum Solis et eclipsin solarem spectantes anno 1769 Kolae in Lapponia institutae. – N. Comm. Petrop. 14:2 (1769), p. 111–152.  
1771 Наблюдения явления Венеры въ Солнцѣ въ Россійской Имперіи въ 1769 году учиненныя, съ историческимъ предъувѣдомлениемъ [Beobachtungen zum Durchgang der Venus vor der Sonne, die im Russischen Reich im Jahre 1769 durchgeführt worden sind, mit historischen Nachrichten]. Санктпетербургъ.
- RUŽNIKOVA, E.I. – MAKSIMOVA, T.V. [РУЖНИКОВА, Е.И., МАКСИМОВА, Т.В.]  
2009 Копия или подлинник? Швейцарский ученый на родине М.В. Ломоносова. Портрет Даниила Бернулли неизвестного немецкого мастера из собрания Архангельского областного музея изобразительных искусств [Kopie oder Original? Ein Schweizer Gelehrter in der Heimat von M.V. Lomonosov. Ein Porträt Daniel Bernoullis von einem unbekannten deutschen Meister in der Sammlung des Museums der bildenden Künste des Bezirks Arkhangel'sk]. In: Экспертиза объектов культурного наследия, 1: Темпера́ная и масля́ная живопись. Москва, Институт наследия, p. 325–332.
- SARTON, G.  
1932 Discovery of the Main Nutation of the Earth's Axis, with Facsimile Reproduction of James Bradley's Account of it. – Isis 17, p. 333–383.
- SAUVEUR, J.  
1703 Sur la détermination d'un son fixe. – Mém. Paris (1700), Hist., p. 131–140.  
1716 Rapport des sons des cordes d'instruments de musique, aux flèches des cordes; et nouvelle détermination des sons fixes. – Mém. Paris (1713), p. 324–350.
- SCHAAF, F.  
1997 Comet of the Century. From Halley to Hale-Bopp. New York, Copernicus / Springer.
- SCHARLAU, W.  
1983 Eulers Beiträge zur *partitio numerorum* und zur Theorie der erzeugenden Funktionen. In: *Euler-Gedenkband* 1983, p. 135–149.
- SCHEUCHZER, J.J.  
1731 Nova ex summis Alpibus vulgata et tabulis aeneis collustrata. Tiguri [Zürich].

- 1732 Coelum triste ad Julias Calendas Anni 1731. Tiguri [Zürich] (dt. Fassung: Beschreibung des Wetter-Jahrs 1731, besonders aber des Traurigen Himmels der ob unseren Häubteren geschwebet [...]. Zürich, 1732).
- SCHIERSCHER, G.  
1997 Verfolgungsprobleme. – Der Mathematikunterricht 43, No. 3, p. 49–78.
- SCHLÖZER, A.L.  
1768 Probe Russischer Annalen. Bremen / Göttingen.
- SCHMID, E.  
1939 Geheimrat Georg Bernhard Bilfinger (1693–1750). – Zs. Württemberg. Landesgeschichte 3, p. 370–422.
- SCHNEEWIND, W.  
1953 Der Basler Globenmacher Isaak Bruckner (1689–1762). – Globusfreund 2, p. 22–29.
- SCHNEIDER, I.  
1968 Der Mathematiker Abraham de Moivre (1667–1754). – Arch. Hist. Exact Sci. 5, p. 177–317.
- SCHOTT, CH.F.  
1754 Oratio funebris memoriae ac honori [...] Georgii Wolfgangi Krafftii [...]. Tubingae.
- SCHWARZSCHILD, K. – OPPENHEIM, S.  
1905–1923 Astronomie. In: Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften. Bd. 6, Teil 2, 1. Hälfte. Leipzig, Teubner.
- SEIDELMANN, P.K.  
1992 Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac. Mill Valley (CA), University Science Books.
- SÉVERY, W. DE – SÉVERY, C. DE  
1928 Le comte et la comtesse Golowkin et le médecin Tissot. Lausanne (etc.), Payot.
- SHEYNIN, O.B. [ШЕЙНИН, О.Б.]  
1971 J.H. Lambert's Work on Probability. – Arch. Hist. Exact Sci. 7, p. 244–256.  
1972 D. Bernoulli's Work on Probability. – RETE. Strukturgeschichte der Naturwissenschaften 1, p. 273–300 [Studies in the History of Statistics and Probability (ed. M.G. Kendall, R.L. Plackett), 1977, vol. 2. London, Griffin, p. 105–132].  
2007 Euler's Work in Probability and Statistics. In: Euler Reconsidered. Tercentenary Essays. Heber City (UT), Kendrick Press, p. 281–316.  
2009 Daniel Bernoulli's Instructions for Meteorological Stations. In: Sheynin, O., Portraits: Leonhard Euler, Daniel Bernoulli, Johann-Heinrich Lambert. Berlin, NG Verlag, p. 209–210.
- SHORT, J.  
1741 An Observation on the Planet Venus (with regard to her having a Satellite). – Phil. Trans. 41:2, No. 459 (Jan.–March 1741), p. 646–647; Corrigenda: No. 460 (April–July 1741), p. 745.
- SIMONOV, N.I. [СИМОНОВ, Н.И.]  
1958 Развитие теории дифференциальных уравнений Леонардом Эйлером [Die Entwicklung der Theorie der Differentialgleichungen durch Leonhard Euler]. – Успехи матем. наук 13, p. 223–228.

SIMPSON, TH.

- 1742 The Doctrine of Annuities and Reversions, Deduced from General and Evident Principles: with useful Tables, shewing the Values of Single and Joint Lives, &c., at different Rates of Interest. London.
- 1743 An Appendix, containing Some Remarks on a Late Book [by de Moivre] on the Same Subject, with Answers to Some Personal and Malignant Misrepresentations in the Preface thereof. London.
- 1752 The Valuation of Annuities for Single and Joint Lives, with a Set of new Tables, far more extensive than any extant. *In: Select Exercises for Young Proficients in the Mathematicks*. London. Part VI, p. 253–330. [nachgedruckt als: A Supplement to the Doctrine of Annuities and Reversions. London, 1791].

SMAGINA, G.I. [СМАГИНА, Г.И.]

- 2011 Портреты Д. Бернулли и М.В. Ломоносова для конференц-зала Академии наук [Die Porträts von D. Bernoulli und M.V. Lomonosov für den Konferenzsaal der Akademie der Wissenschaften]. *In: Ломоносов*, vol. X (ed. G.F. Tereščenko, E.I. Kolčinskij). Санкт-Петербург, Наука, p. 253–268.

SMART, J.

- 1726 Tables of Interest, Discount, Annuities, &c. London [Reprint: Farmington Hills MI, Thomson Gale, 2005].

SOCIN, A.

- 1777 Anfangsgründe der Elektrizität [...]. Hanau.

SOFONEA, T.

- 1957 Leonhard Euler (1707–1783) und seine Schriften über die Versicherung. – *Verzeke-rings-Archief* 34, *Actuarieel Bijvoegsel*, p. 87–104.

SOLDNER, J.G. VON

- 1801 Ueber die Ablenkung eines Lichtstrals von seiner geradlinigen Bewegung, durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbei geht. *In: Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1804*, nebst einer Sammlung der neuesten in die astronomischen Wissenschaften einschlagenden Abhandlungen, Beobachtungen und Nachrichten (ed. J.E. Bode). Berlin, p. 161–172.

SPEISER, A.

- 1952 Vorwort. *In: O. I*, 25, p. VII–XXV.
- 1954 Einleitung. *In: O. I*, 27, p. VII–XLVI.

SPEISER, D.

- 1983 Eulers Schriften zur Optik, zur Elektrizität und zum Magnetismus. *In: Euler-Gedenkband* 1983, p. 215–228.
- 1987 General Mechanics: Introductions [to 9 papers by Daniel Bernoulli]. *In: DBW* 3, p. 3–118.
- 1994 Abel Socin – Biographie et Bibliographie. *In: DBW* 7, p. 172–174.

SPIESS, O.

- 1936 Basel anno 1760 – Nach den Tagebüchern der ungarischen Grafen Joseph und Samuel Teleki. Basel, Birkhäuser.
- 1945 Die Summe der reziproken Quadratzahlen. *In: Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr. Andreas Speiser*. Zürich, Orell Füssli, p. 66–86.

1955 Einleitung [zum Briefwechsel Johann I Bernoullis mit dem Marquis de l'Hôpital].  
In: JBB 1, p. 123–157.

STÄCKEL, P.

1907 Eine vergessene Abhandlung Leonhard Eulers über die Summe der reziproken Quadrate der natürlichen Zahlen. – Bibl. math. III.8, p. 37–60 (O. I, 14, p. 156–176).

1910 Johann Albrecht Euler. – Vierteljahrsschrift Naturf. Ges. Zürich 55, p. 63–90.

STÄCKEL, P. – AHRENS, W. (ed.)

1908 Der Briefwechsel zwischen C.G.J. Jacobi und P.H. von Fuss über die Herausgabe der Werke Leonhard Eulers. Leipzig, Teubner [Reprint: Bremen, Europäischer Hochschulverlag, 2012].

STAEHELIN, A.

1957 Geschichte der Universität Basel 1632–1818. Basel, Helbing & Lichtenhahn.

1958 Der Englandbasler Caspar Wettstein: eine Skizze seines Lebenslaufs. – Basler Zs. Geschichte und Altertumskunde 57, p. 171–180.

STÄHELIN, F., et al.

1995 Geschichte der Basler Familie Stehelin, Stähelin und Staehelin. 3. Aufl. Basel, Stähelin'scher Familienfonds.

STÄHLIN, J. VON

1768 О приисканіи каменнаго угля въ Россійской имперіи, а особливо въ Новгородской губерніи [Über die Steinkohlenfunde im Russischen Reich, besonders im Gouvernement Novgorod]. – Труды Вольнаго экономическаго общества 8, p. 221–243.

STÄHLIN, O., et al.

1959 Die Familie Stählin aus Memmingen (Dt. Familienarchiv, 11). Neustadt (Aisch), Degener.

STÉN, J. C.-E.

2014 A Comet of the Enlightenment. Anders Johan Lexell's Life and Discoveries (Vita Mathematica 17). Basel (etc.), Birkhäuser.

STIEDA, W.

1932 Johann Albrecht Euler in seinen Briefen 1766–1790: Ein Beitrag zur Geschichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg. – Ber. Verhandl. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig, Phil.-Hist. Kl. 84, No. 1, 43 p..

STIRLING, J.

1730 Methodus differentialis: sive Tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum. London.

STOKES, G.G.

1847 On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids. – Trans. Cambridge Phil. Soc. 8, Pt. 3, p. 287–319 (Mathematical and Physical Papers 1, Cambridge, 1880, p. 75–129).

STOLL, F.X.

1883 Das Problem der kürzesten Dämmerung. – Zs. Math. und Phys. 28, p. 150–156.



STRUYCK, N.

1762 [Tabelle der Kindersterblichkeit im ersten Lebensjahr in Broek in Waterland (Niederlande), 1654–1741]. In: Süssmilch, J.P., Die göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts [...]. Zwote und ganz umgearbeitete Ausgabe, Zweyter Theil. Berlin, § 459, p. 317–318.

1912 Les Œuvres de Nicolas Struyck (1687–1769) qui se rapportent au calcul des chances, à la statistique générale, à la statistique des décès et aux rentes viagères (trad. par J.A. Vollgraff). Amsterdam, Société générale néerlandaise d'assurances sur la vie et de rentes viagères.

SÜSSMILCH, J.P.

1758 Gedanken von den epidemischen Krankheiten und dem grösseren Sterben des 1757<sup>ten</sup> Jahres. Berlin [Reprint in: Birg, H. (ed.), Ursprünge der Demographie in Deutschland: Leben und Werk Johann Peter Süssmilchs (1707–1767). Frankfurt am Main / New York, Campus Verlag, 1986, p. 263–342].

1761–1762 Die göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben erwiesen. Zwote und ganz umgearbeitete Ausgabe. 2 Th. Berlin.

SVENSKE, K. [СВЕНСКЕ, К.Ф.]

1866 Матеріалы для исторіи составленія атласа Россійской Имперіи, изданнаго Императорскою Академією Наукъ въ 1745 году [Materialien zur Geschichte der Zusammenstellung des Atlas des Russischen Reichs, der von der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften im Jahre 1745 herausgegeben wurde]. – Записки Имп. Академіи наукъ 9, Beilage No. 2, 204 p..

SZABÓ, I.

1987 Geschichte der mechanischen Prinzipien und ihrer wichtigsten Anwendungen (Wissenschaft und Kultur, 32), 3. Auflage. Basel (etc.), Birkhäuser.

TATON, R.

1984 D'Alembert, Euler et l'Académie de Berlin. – Dix-huitième siècle 16, p. 55–68.

TAURISSON, D.

1999 «Les nourritures terrestres en Russie», ou l'Art de vivre de Johann Albrecht Euler, Saint-Pétersbourg (1766–1800). – Eighteenth-Century Life 23, p. 143–163.

TAYLOR, B.

1713 De motu Nervi tensi. – Phil. Trans. 28, No. 337, p. 26–32 [engl. Übers.: Concerning the Motion of a Stretched String. In: Acoustics: Historical and Philosophical Development (ed. R.B. Lindsay), Stroudsburg (PA), Dowden, Hutchinson & Ross, 1976, p. 96–102].

TROPFKE, J.

1980 Geschichte der Elementarmathematik in systematischer Darstellung. 4. Auflage. Bd. 1. Berlin, de Gruyter.

TRUEDELL, C.A.

1954 Rational Fluid Mechanics, 1687–1765 (Editor's Introduction to Euleri Opera omnia II 12). In: O. II, 12, p. VII–CXXV.

1960 The Rational Mechanics of Flexible or Elastic Bodies, 1638–1788: Introduction to Leonhardi Euleri Opera omnia, vol. X et XI Seriei Secundae (O. II, 11:2).

1968 Essays in the History of Mechanics. Berlin (etc.), Springer.

TSCHAMBER, K.

- 1894 Geschichte der Stadt und ehemaligen Festung Hünigen von ihrer Entstehung bis in die neueste Zeit. St. Ludwig [Saint-Louis].

VALENTIN, G.

- 1906 Leonard[!] Eulers Wohnhaus in Berlin. – Jahresber. Dt. Math.-Ver. 15, p. 270–271.

VAUCANSON, J. DE

- 1738 Le mécanisme du fluteur automate, présenté à Messieurs de l'Académie Royale des Sciences. Paris, Guérin.

VERDUN, A.

- 2000a Daniel Bernoullis Beiträge zur Astronomie. – Orion 300, No. 5 (Oktober 2000), p. 25–37.

- 2000b Euler's Ether Pressure Model of Gravitation. *In*: Scientific Models: Their Historical and Philosophical Relevance. XIIIth DHS-DLMPS Joint Conference, 19–22 October 2000. Zürich, MN-Fakultät Universität Zürich (ed. E. Neuenschwander), p. 141–143.

- 2004 The Determination of the Solar Parallax from Transits of Venus in the 18<sup>th</sup> Century. – Archives des sciences (Genève) 57, No. 1, p. 45–68.

- 2011 Die (Wieder-)Entdeckung von Eulers Mondtafeln. – NTM Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin 19, p. 271–297.

- 2013 Leonhard Euler's Early Lunar Theories, 1725–1752. Part I: First approaches, 1725–1730; Part 2: Developing the methods, 1730–1744. – Arch. Hist. Exact Sci. 67, p. 235–303; 477–551.

- 2015 Leonhard Eulers Arbeiten zur Himmelsmechanik. (Mathematik im Kontext). 2 Bde., Berlin (etc.), Springer.

VLACQ, A.

- 1633 Trigonometria artificialis: sive magnus canon triangulorum logarithmicus, ad radium 100000,00000, et ad dena scrupula secunda [...] constructus, cui accedunt Henrici Briggii [...] chiliades logarithmorum viginti pro numeris naturali serie crescentibus ab unitate ad 20000. Goudae.

WAFF, C.B.

- 1976 Universal Gravitation and the Motion of the Moon's Apogee: The Establishment and Reception of Newton's Inverse-Square Law, 1687–1749. Baltimore, Johns Hopkins University.

- 1995 Clairaut and the Motion of the Lunar Apse: the Inverse-Square Law undergoes a Test. *In*: Planetary Astronomy from the Renaissance to the Rise of Astrophysics. The Eighteenth and Nineteenth Centuries (The General History of Astronomy, vol. 2, Part B) (ed. R. Taton, C.A. Wilson). Cambridge, Cambridge Univ. Press, p. 35–46.

WAITZ, J.S.

- 1745 Abhandlung von der Electricität und deren Ursachen, welche bey der Königl. Academie der Wissenschaften in Berlin den Preiß erhalten hat. Berlin.

WALLIS, J.

- 1656 Arithmetica Infinitorum. Oxonii [Oxford] [engl. Übers. (ed. J.A. Stedall: Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences). New York, Springer, 2004].

WALTHER, C.

1783 Versuch einer vollständigen Militair-Bibliothek. Dresden.

WARGENTIN, P.W.

1766 Mortaliteten i Sverige, i anledning af tabell-verket. – Kongl. Vetenskaps Academiens Handlingar 27, p. 1–25 [Hofsten, E. (ed.), Pehr Wargentin den Svenska statistikens fader. Borås 1983; engl. Übers. von I. Haeggström: Tables of Mortality based upon the Swedish Population, Stockholm, Lifförsäkrings-aktiebolaget Thule, 1930].

1769a Observationes Transitus Veneris per Discum Solis, Die 3 Junii, 1769, habitae in Suecia. – Phil. Trans. 59, p. 327–332.

1769b Om Stockholms Stads tilväxt i Folkrikhet, ifrån år 1721, til och med 1766. – Kongl. Vetenskaps Academiens Handlingar 30, p. 3–12.

WEIL, A.

1983a Number Theory: an Approach through History. From Hammurapi to Legendre. Boston (etc.), Birkhäuser.

1983b L'œuvre arithmétique d'Euler. In: *Euler-Gedenkband* 1983, p. 111–133.

WENZEL, J.

1786 Traité de la cataracte, avec des observations qui prouvent la nécessité d'inciser la cornée transparente et la capsule du cristallin [...]. Paris.

WERRETT, S.

2010 The Schumacher Affair: Reconfiguring Academic Expertise across Dynasties in Eighteenth-Century Russia. – *Osiris* 25, p. 104–126.

WHITESIDE, D.T.

1976 Newton's Lunar Theory: From High Hope to Disenchantment. – *Vistas in Astronomy* 19, p. 317–328.

WILSON, C.A.

1985 The Great Inequality of Jupiter and Saturn: from Kepler to Laplace. – *Arch. Hist. Exact Sci.* 33, p. 15–290.

1987 D'Alembert versus Euler on the Precession of the Equinoxes and the Mechanics of Rigid Bodies. – *Arch. Hist. Exact Sci.* 37, p. 233–273.

1995 The Problem of Perturbation analytically treated: Euler, Clairaut, d'Alembert. In: *Planetary Astronomy from the Renaissance to the Rise of Astrophysics. The Eighteenth and Nineteenth Centuries* (The General History of Astronomy, vol. 2, Part B) (ed. R. Taton, C.A. Wilson). Cambridge, Cambridge Univ. Press, p. 89–107.

WILSON, J. (ed.)

1761 Mathematical tracts of the late Benjamin Robins [...]. 2 vol. London.

WOLF, R.

1858–1862 Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. Bd. 1–4. Zürich: 1. *Cyclus*, 1858. 2. *Cyclus*, 1859. 3. *Cyclus*, 1860. 4. *Cyclus*, 1862 (abgekürzt: Wolf 1–4).

1869–1872 Handbuch der Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie. Bd. 1–2. Zürich.

1890–1893 Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur. Bd. 1–2 (in 4 Halbbänden). Zürich.

WOLFF, CH. VON

1723 Allerhand Nützliche Versuche, dadurch zu genauer Erkenntnis der Natur und Kunst der Weg gebähnet wird. 3. Theil. Halle im Magdeburgischen [zahlreiche weitere Ausgaben; Reprint der Ausgabe von 1727/29 in: Gesammelte Werke 20, Hildesheim / New York, Olms, 1982].

1732–1741 Elementa matheseos universae. Editio nova, priori multo auctior et correctior. Bd. 1–5. Genevae.

1735 Elementa matheseos universae. T. 3, qui Opticam, Perspectivam, Catoptricam, Dioptricam, Sphaerica & Trigonometricam Sphaericam, atque Astronomiam tam Sphaericam, quam Theoricam complectitur. Editio nova, priori multo auctior et correctior. Genevae.

WOOLF, H.

1959 The Transits of Venus. A Study of Eighteenth-Century Science. Princeton (NJ), Princeton Univ. Press.

WYMAN, A.L.

1991 Baron de Wenzel, Oculist to King George III: his Impact on British Ophthalmologists. – Medical History 35, p. 78–88.

YEOMANS, D.K.

1991 Comets: A Chronological History of Observations, Science, Myth, and Folklore. New York (etc.), Wiley.

## B – Sammelpublikationen und Werke anonymer Autoren

1752–1777 Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent, avec les Pièces qui y ont concouru. T. 1–9. Paris<sup>7</sup> (abgekürzt: *Recueil Prix Paris* 1–9).

T. 1: 1720–1727, 1752. T. 2: 1727–1733, 1752. T. 3: 1734–1737, 1752. T. 4: 1738–1740, 1752. T. 5: 1741–1746, 1752. T. 6: 1745–1748, 1752. T. 7: 1751–1761, 1769. T. 8: 1753–1762, 1772. T. 9: 1764–1772, 1777.

1768 Connaissance des temps, pour l'année commune 1770, publiée par l'ordre de l'Académie Royale des Sciences. Paris.

1774 Connaissance des temps, pour l'année commune 1775, publiée par l'ordre de l'Académie Royale des Sciences. Paris.

1843 Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII<sup>ème</sup> siècle précédée d'une notice sur les travaux de Léonard Euler, tant imprimés qu'inédits (ed. P.H. Fuss). T. 1–2. St.-Petersbourg (abgekürzt: Fuss 1–2) [Reprint: The Sources of Science, 35, New York (etc.), Johnson, 1968].

1860 Слѣдственное дѣло о советникѣ Академіи наукъ, Шумахерѣ [Untersuchungsakten über Schumacher, Rat der Akademie der Wissenschaften] – Чтенія въ Имп. обществѣ исторіи и древностей Россійскихъ при Московскомъ Университетѣ, No. 3, Pt. 5, p. 64–122.

7 Die angegebenen Zeitbereiche der einzelnen Bände beziehen sich auf deren tatsächlichen Inhalt und nicht auf die Titelblätter. Man beachte, dass sich infolgedessen die jeweiligen Zeitbereiche überdecken.

- 1885–1900 Матеріали для історії Имп. Академії наукъ [Materialien zur Geschichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften]. Т. 1–10. Санктпетербургъ (abgekürzt: *Materialy* 1–10).  
Т. 1: 1716–1730, 1885. Т. 2: 1731–1735, 1886. Т. 3: 1736–1738, 1886. Т. 4: 1739–1741, 1887. Т. 5: 1742–1743, 1889. Т. 6: Исторія Академії наукъ Г.-Ф. Миллера съ продолженіями И.-Г. Штриттера (1725–1743), 1890. Т. 7: 1744–1745, 1895. Т. 8: 1746–1747, 1895. Т. 9: 1748–1749, 1897. Т. 10: 1749–1750, 1900.
- 1897–1911 Протоколы засѣданіи конференціи Имп. Академії наукъ съ 1725 по 1803 года / Procès-verbaux des séances de l'Académie impériale des sciences depuis sa fondation jusqu'à 1803. Т. 1–4. С.-Петербургъ (abgekürzt: *Protokoly* 1–4).  
Т. 1: 1725–1743, 1897. Т. 2: 1744–1770, 1899. Т. 3: 1771–1785, 1900. Т. 4: 1786–1803, 1911.
- 1907 Festschrift zur Feier des 200. Geburtstages Leonhard Eulers (Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, 25). Leipzig / Berlin, Teubner (abgekürzt: *Euler-Gedenkband* 1907).
- 1922 Gedenkbuch der Familie Bernoulli zum 300. Jahrestage ihrer Aufnahme in das Basler Bürgerrecht: 1622–1922. Basel, Helbing & Lichtenhahn (abgekürzt: *Bernoulli-Gedenkbuch*).
- 1937 Ученая корреспонденция Академии наук XVIII века: Научное описание 1766–1782 [Gelehrte Korrespondenz der Akademie der Wissenschaften des 18. Jahrhunderts. Wissenschaftliche Beschreibung 1766–1782] (ed. I.I. Lyubimenko). Москва / Ленинград, АН СССР (abgekürzt: *Gelehrte Korr.* 1937).
- 1957 Die Registres der Berliner Akademie der Wissenschaften, 1746–1766: Dokumente für das Wirken Leonhard Eulers in Berlin (ed. E. Winter). Berlin, Akademie-Verlag (abgekürzt: *Registres*).
- 1958 Леонард Эйлер: Сборник статей в честь 250-летия со дня рождения, представленных Академии Наук СССР / Sammelband der zu Ehren des 250. Geburtstages Leonhard Eulers der Akademie der Wissenschaften der UdSSR vorgelegten Abhandlungen (ed. M.A. Lavrent'ev et al.). Москва, АН СССР (abgekürzt: *Euler-Gedenkband* 1958).
- 1959 Sammelband der zu Ehren des 250. Geburtstages Leonhard Eulers der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin vorgelegten Abhandlungen / Леонард Эйлер: Сборник статей в честь 250-летия со дня рождения, представленных Германской Академии наук в Берлине (ed. K. Schröder). Berlin, Akademie-Verlag (abgekürzt: *Euler-Gedenkband* 1959).
- 1959–1976 Die Berliner und die Petersburger Akademie der Wissenschaften im Briefwechsel Leonhard Eulers (ed. A.P. Juškevič, E. Winter). Bd. 1–3. Berlin, Akademie-Verlag (abgekürzt: *Eulers Briefwechsel* 1–3).
- 1962–1965 Рукописные материалы Л. Эйлера в Архиве Академии наук СССР / Manuscripta Euleriana Archivi Academiae scientiarum URSS. Т. 1–2. Москва / Ленинград, АН СССР (Тр. Архива АН СССР 17, 20). Т. 1: Научное описание / Descriptio scientifica (ed. Ju.Kh. Kopelevič et al.), 1962. Т. 2: Труды по механике 1 / Opera mechanica 1 (ed. G.K. Mikhajlov) 1965 (abgekürzt: *Manuscripta Euleriana* 1–2).

- 1967 Леонард Эйлер. Переписка: аннотированный указатель / Leonhard Eulers Briefwechsel: Beschreibung und Resümees (ed. A.P. Juškevič et al.). Ленинград, Наука.
- 1983 Leonhard Euler 1707–1783: Beiträge zu Leben und Werk. Gedenkband des Kantons Basel-Stadt (ed. J.J. Burckhardt et al.). Basel, Birkhäuser (abgekürzt: *Euler-Gedenkband* 1983).
- 1987 Ученая корреспонденция Академии наук XVIII века: Научное описание 1783–1800 / Correspondance scientifique de l'Académie des sciences 1783–1800. Inventaire scientifique (ed. G.K. Mikhaïlov et al.) (Тр. Архива АН СССР 29). Ленинград, Наука (abgekürzt: *Gelehrte Korr.* 1987).
- 1988 Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука [Die Entwicklung von Leonhard Eulers Ideen und die moderne Wissenschaft] (ed. N.N. Bogolyubov et al.). Москва, Наука (abgekürzt: *Euler-Gedenkband* 1988) [engl. Übers. von R. Burns (unvollständig): Euler and Modern Science (Tercentenary Euler Celebration, vol. 4). Washington (D.C.), Math. Association of America, 2007].
- 2000–2007 Летопись Российской Академии наук [Chronik der Akademie der Wissenschaften Russlands] (ed. N.I. Nevskaya et al.). Т. 1–4. Санкт-Петербург, Наука (abgekürzt: *Chronik* 1–4).  
Т. 1: 1724–1802, 2000. Т. 2: 1803–1860, 2002. Т. 3: 1861–1900, 2003. Т. 4: 1901–1934, 2007.

## VIII.2. Personenregister

Im folgenden Register sind Seitenzahlen, die auf den Text der Briefe von Daniel Bernoulli, Leonhard Euler und ihrer Zeitgenossen verweisen, kursiv wiedergegeben; die Seiten des vorliegenden Bandes, auf denen Briefe von den und an die betreffenden Personen wiedergegeben sind, erscheinen in fetter Schrift.

Für die wissenschaftlichen Akademien wird stets die Abkürzung AdW mit nachfolgender Orts- oder Namensangabe verwendet (z. B.: AdW Berlin, Paris, SPb., Leopoldina). Die verschiedenen Grade der Mitgliedschaft werden mit den folgenden vereinheitlichten Abkürzungen gekennzeichnet: Adj: Adjunkte; abw. M: abwesende Mitglieder, AM: Auswärtige Mitglieder, zu welchen auch die Ehrenmitglieder gezählt werden; AOM: Ausserordentliche Mitglieder; KM: Korrespondierende Mitglieder; OM: Ordentliche Mitglieder. AIHS steht für Académie Internationale d'Histoire des Sciences, FRS für Fellow of the Royal Society (London).

Universitäten werden durch U mit folgender Ortsangabe («UMoskau», «UBasel» etc.) bezeichnet.

ABBOTT, DJILDA (fl. 2. Hälfte 20. Jh.). Musik- und Musikinstrumentengeschichte: 469

ABEL / ABELIUS (fl. 18. Jh.). Maler aus Hanau: 917, 928, 930, 936, 938, 1021

ADAMI, JACOB (fl. Mitte 18. Jh.). Jurist und Amateur-Mathematiker aus Aurich, Ostfriesland: 684

AD(E)LUNG, JAKOB (14.01.1662 Bindersleben b. Erfurt – 05.07.1762 Erfurt). Musiker und Musikschriftsteller. – [NDB 1; DBE 1]: 468

ADODUROV / ADADUROV, VASILIJ [АДОДУРОВ / АДАДУРОВ, ВАСИЛИЙ ЕВДОКИМОВИЧ] (26.03.1709 Novgorod – 16.11.1780 Moskau). Mathematik; AdW SPb. (Adj 1733–41, AM 1778), Kurator der UMoskau ab 1762. – [RBS; Pe 1]: 678, 681, 886

AEPINUS [ЭПИНУС], Franz Ulrich Theodosius (13.12.1724 Rostock – 22.08.1802 Dorpat / Tartu). Physik, Astronomie; AdW Berlin (OM 1755, AM 1757), SPb. (OM 1757). – [DSB 1; DBE 1]: 832, 833

AESOP (AISOPOS) (ca. 620–564 v. Chr.). Fabeldichter: 773

AHRENS, WILHELM (03.03.1872 Lübz, Mecklenburg – 23.05.1927 Rostock). Mathematik; Lehrer in Antwerpen und an technischen Schulen in Magdeburg. – [DBE 1]: 823

D'AIGUILLON, ANNE CHARLOTTE, Herzogin († 1772): 479

AITON, ERIC JOHN (08.09.1920 Dunfermline, Fife – 22.02.1991 Oldham b. Manchester). Wissenschaftsgeschichte; Dozent in Manchester, Hrsg. von Bd. II, 31 der Euler-Werke, AIHS (KM 1986, OM 1991): 55

D'ALEMBERT, JEAN LE ROND (17.11.1717 Paris – 29.10.1783 ebd.). Mathematik, Physik, Philosophie; AdW Paris (Adj 1741, AOM 1746, OM 1756), Berlin (AM 1746), FRS (1748), Académie française (1754, Ständiger Sekretär ab 1772), SPb. (AM 1764). – [DSB 1, NDSB 2; DBF 1]: 19, 20, 28, 39, 41, 45, 57, 61, 65, 66, 584, 589, 594, 641, 644, 645, 647, 649, 652, 653, 657, 659, 663, 667, 670, 674, 685–691, 692, 692, 693–695, 696, 699, 701, 702, 704–706, 707, 716, 719, 720, 749, 751, 761, 763, 764, 770, 772, 773, 774, 774, 780, 781, 782, 782, 784, 785, 786, 790, 791, 798, 799, 811, 813, 814, 815, 884, 891, 929, 982, 983, 990, 993



- AMBURGER / AMBOURGUER (fl. 18. Jh.). Bankier in Amsterdam: 869, 870, 872
- AMBURGER, ERIK (04.08.1907 SPb. – 06.11.2001 Heuchelheim b. Giessen). Geschichte, Genealogie; Prof. UMarburg. – [DBE 1]: 819, 881
- AMMANN [AMMAH], Johann (22.12.1707 Schaffhausen – 15.12.1741 SPb.). Botanik; Dr. med. ULeiden 1729, FRS (1731), AdW SPb. (OM 1733). – [ADB 1; DBE 1; RBS; Pe 1]: 268, 271, 271, 319, 321, 339, 345, 348, 352, 353, 486, 488, 492, 499, 502, 505, 506, 507, 511, 514
- AMMANN-DEGGELER, ANNA MARIA (07.06.1683 – nach 1748). Mutter von J. Ammann: 488, 492, 506, 511
- AMMANN-SCHUMACHER, ANNA ELISABETHA († 10.01.1740). Tochter von J.D. Schumacher, Gattin von J. Ammann (∞ 1738): 271
- ANDREAE, JOHANN GERHART REINHART (17.12.1724 Hannover – 01.05.1793 ebd.). Naturwissenschaften, Chemie, Geologie, Pharmazeutik. – [NDB 1; DBE 1]: 1010, 1011
- ANNA IOANNOVNA [АННА ИОАННОВНА] (07.02.1693 Moskau – 28.10.1740 SPb.). Kaiserin von Russland ab 1730. – [BE 2; RBS; GSE 2]: 101, 119, 122, 125, 127, 129, 130, 133, 133, 134, 138, 139, 142, 148, 150, 151, 167, 171, 174, 197, 200, 204, 205, 207, 211, 214, 239, 241, 242, 246, 251, 252, 253, 254, 257, 263, 265, 348, 352, 353, 355, 370, 404, 411, 422, 426, 427, 430, 431, 467, 486, 952–955, 961, 963, 975
- ANNA LEOPOL'DOVNA [АННА ЛЕОПОЛЬДОВНА], geb. ELISABETH KATHARINA CHRISTINE, Prinzessin von Mecklenburg-Schwerin (18.12.1718 Rostock – 18.03.1746 Kholmogory). Regentin in Russland (Nov. 1740 – Dez. 1741). – [BE 2; NDB 1; RBS; GSE 2]: 469, 486
- ANNA PETROVNA [АННА ПЕТРОВНА], Grossfürstin (07.02.1708 Moskau – 15.05.[?] 1728 Kiel). Tochter Peters I., Herzogin von Holstein, Mutter von Kaiser Peter III. – [RBS]: 901, 902
- ARCHIMEDES (ca. 287 v. Chr. Syrakus(?) – 212 v. Chr. ebd.). Mathematik, Technik. – [DSB 1, NDSB 1]: 491, 496
- D'ARREST, HEINRICH LOUIS / LUDWIG (13.08.1822 Berlin – 14.06.1875 Kopenhagen). Astronomie, Mathematik; Prof. UKopenhagen, Direktor der Sternwarte. – [DSB 1; DBE 1; DBL 1]: 641
- ASCH, FRIEDRICH GEORG VON, ab 1762 Baron [АШ, ФЕДОР ЮРЬЕВИЧ] (1683 Schlesien – 16.12.1773 SPb.). Ab 1726 Postdirektor in Petersburg. – [RBS]: 370
- BARBEYRAC, JEAN (15.03.1674 Béziers, Languedoc – 03.05.1744 Groningen). Jurisprudenz; AdW Berlin (abw. M 1713, AM 1744). – [NDBW 1]: 100
- BATTIER (fl. 18. Jh.). Unbekannter in Basel: 129, 132, 134
- BATTIER, JOHANN RUDOLF (10.06.1696 Basel – 14./15.04.1759 ebd.). MA UBasel 1711, Cand. S. Minist. 1716, Studienaufenthalte in Frankreich, Holland und England, Pfarrer am Waisenhaus Basel 1730–33, Prof. des Hebräischen UBasel 1733 (ab 1736 infolge Geisteskrankheit durch Vikar vertreten), Schwiegersohn von Johann I Bernoulli. – [MUB 4:2289; AR 1, 455–456; St 1]: 104, 106

- BATTIER, REINHARD (05.03.1724 Basel – 22.11.1779 Neusalz/Oder / Nowa Sól, Schlesien). Physik, Mathematik, Medizin. MA UBasel 1741, AdW Berlin (OM 1748–50), ab 1760 Kgl. preuss. Arzt in Schlesien. – [MUB 5:452; AR 2, 5–7, 176]: 734, 736, 737, 738, 740, 744, 746, 750, 753
- BATTIER-BERNOULLI, DOROTHEA (06.10.1704 Groningen – Aug. 1800). Tochter von Johann I Bernoulli, Gattin von J.R. Battier (∞ 1733): 9, 104, 106, 109
- BAUHIN, EMANUEL (Juni 1715 Basel – 1746 Schlesien). Arzt, MA UBasel 1733, Cand. med. 1738, Dr. med. 1739. – [MUB 5:145]: 642–644, 646
- BAULER (fl. 18. Jh.). Unbekannter Basler in Petersburg: 293, 297, 298
- BAULER (fl. 18. Jh.). Bruder des Obigen in Moskau: 293, 297, 298
- BAUSCHINGER, JULIUS (28.01.1860 Fürth – 21.01.1934 Leipzig). Astronomie; Prof. UBerlin und Strassburg, Direktor der Sternwarte, AdW Berlin (KM 1927). – [NDB 1; DBE 1]: 614
- BAYER [БАЙЕР], Gottlieb (Theophil) Siegfried (05.01.1694 Königsberg – 21.02.1738 SPb.). Orientalistik, Geschichte; Dozent in Königsberg 1718–26, AdW SPb. (OM 1725), Berlin (abw. M 1730). – [NDB 1; RBS; Pe 1]: 99, 100, 101, 101, 111, 113, 117, 118, 121, 125, 127, 131, 137, 141, 145, 263, 265, 914
- BEAUSOBRE, LOUIS ISAAC DE (19.08.1730 Berlin – 03.12.1783 ebd.). Geheimrat, Revisions- und Oberkonsistorialrat, AdW Berlin (OM 1755, Mitglied der Ökonomischen Kommission 1765). – [FPr 2]: 786
- BECK, JAKOB CHRISTOPH (01.03.1711 Basel – 17.05.1785 ebd.). MA UBasel 1729, Dr. theol. 1734, Prof. der Geschichte 1737–44, *locorum communium et controversiarum* 1744–58 und des Alten Testaments ab 1759, ab 1753 erster ordentlicher Universitätsbibliothekar. – [HLS; MUB 4:3020; St 1]: 456
- BECK, JOHANN RUDOLF (19.08.1657 – 29.09.1726 Basel). MA UBasel 1676, Dr. med. 1681, Prof. der Logik 1695–1711 und der Physik (ab 1711), mehrmals Dekan und Rektor. – [MUB 4:438; St 1]: 84
- BECKENSTEIN [БЕКЕНШТЕЙН], Johann Simon (22.02.1684 Danzig – 01.07.1742 Königsberg). Jurisprudenz; AdW SPb. (OM 1725–35, AM 1738). – [RBS; Pe 1]: 914
- BÉGUELIN (VON LICHTERFELDE), NICOLAS DE (25.06.1714 Courtelary, heute Kt. Bern – 03.02.1789 Berlin). Jurisprudenz, Mathematik, Philosophie. 1745 Dozent der Mathematik am Joachimsthalschen Gymnasium in Berlin, 1747 Erzieher des Kronprinzen Friedrich Wilhelm von Preussen. AdW Berlin (OM 1747, Direktor der Philos. Klasse 1786). – [HLS]: 1025
- BELL-EULER, KATHARINA HELENE VON (15.11.1741 Berlin – 04.05.1781 Wiborg, Karelien). Tochter von L. Euler, Gattin von Carl von Bell (∞ 1777): 803
- BELLINI, LORENZO (03.07.1643 Florenz – 08.01.1704 ebd.). Anatomie, Medizin; AdW Paris (KM 1699). – [DSB 1; DBI 7]: 79, 80
- BERGIUS, PETER JONAS (06.07.1730 Eriksstad, Småland – 10.07.1790 Stockholm). Medizin, Naturwissenschaften; FRS (1770), AdW SPb. (AM 1777/1776). – [SBL 3]: 1006
- BERGMANN, GÜNTHER (29.07.1910 Cottbus – 17.05.1998 Dortmund). Mathematik; Prof. UMünster und Dortmund. – [Kü]: 261

- BERKELEY, GEORGE (22.03.1685 b. Kilkenny, Irland – 14.01.1753 Oxford). Wissenschaftsphilosophie, Theologie; Bischof von Cloyne (1734); Kritiker der Grundlagen der Newtonschen Analysis. – [DSB 2; ODNB 5]: 676
- BERNOULLI, DANIEL I [БЕРНУЛЛИ, ДАНИИЛ] (08.02.1700 Groningen – 17.03.1782 Basel). Sohn von Johann I Bernoulli; Mathematik, Physik, Medizin; MA UBasel 1716, Cand.med. 1721, Dr.med. 1733, Prof. der Anatomie und Botanik 1733–43, der Physiologie 1743–50, der Physik ab 1750, mehrmals Dekan der Med. Fakultät und Rektor, AdW SPb. (OM 1725, AM 1733), Berlin (AM 1746), Paris (AM 1748), FRS (1750). – [DSB 2; NDB 2; Pe 1; MUB 4:2499]: *passim*
- BERNOULLI, DANIEL II (31.01.1751 Basel – 21.10.1834 ebd.). Sohn von Johann II Bernoulli; MA UBasel 1766, Dr.med. 1766, Lektor der Mathematik 1768–74, Vertreter seines Onkels Daniel I auf dem Lehrstuhl der Physik 1776–82, Prof. der Eloquenz 1780–89, Lektor der Medizin, Mathematik und Humaniora 1780–1811, Domprobsteischaffner 1789–1801. – [FB; MUB 5:1254; St 1]: 9, 14, 15, 855, 896, 918, 919, 920, 927, 934, 934, 935
- BERNOULLI, DOROTHEA cf. BATTIER-BERNOULLI, DOROTHEA
- BERNOULLI, FRANZ (11.12.1705 Basel – 01.03.1777 ebd.). Grosskaufmann (Firma «Franz Bernoulli & Sohn, zum Dolder»), 1753 Grossrat: 869, 871
- BERNOULLI, HIERONYMUS (18.03.1735 Basel – 20.03.1786 ebd.). Grosskaufmann (1760 Teilhaber seines Vaters Franz «zum Dolder»), 1770 Grossrat, 1784 Meister der Safranzunft und Kleinrat: 869, 871
- BERNOULLI, JAKOB (24.01.1712 Basel – 1769 Leipzig). Sohn von Johann I Bernoulli, Materialist in Strassburg und Nürnberg. – [FB]: 104, 106, 109, 599, 602, 679, 682, 684, 684, 688, 704, 707
- BERNOULLI, JAKOB I (06.01.1655 Basel – 16.08.1705 ebd.). Mathematik, Theologie; MA UBasel 1671, Cand.S.Minist. 1676, Hilfsprediger in Genf 1676–78, Reisen nach Frankreich, England und Holland, Cand.theol. ULeiden 1682, Vorlesungen über Experimentalphysik UBasel ab 1683, Prof. der Mathematik ab 1687, Rektor 1700/1701, AdW Paris (AM 1699), Berlin (AM 1702). – [DSB 2, NDSB 1; NDB 2; MUB 4:96]: 6, 9, 10, 31, 58, 109, 112, 115, 125, 183, 273, 275, 308, 522, 529, 532, 635, 641, 678, 681, 683
- BERNOULLI, JAKOB II [БЕРНУЛЛИ, ЯКОВ] (28.10.1759 Basel – 14.07.1789 SPb.). Sohn von Johann II Bernoulli, erster Gatte von J.A. Eulers Tochter Charlotte Anna Wilhelmine. Mathematik; MA UBasel 1775, AdW SPb. (Adj 1786, OM 1787). – [DSB 2; HLS; RBS; MUB 5:1527]: 14, 881
- BERNOULLI, JOHANN I (06.08.1667 Basel – 01.01.1748 ebd.). Mathematik, Mechanik, Physik; MA UBasel 1685, Dr.med. 1694, Reise nach Paris, Prof. der Mathematik und Physik UGroningen 1695–1705, Rektor 1699/1700, Prof. der Mathematik UBasel ab 1705, mehrmals Dekan der Philos. Fakultät und Rektor, AdW Paris (AM 1699), Berlin (AM 1701), FRS (1712), SPb. (AM 1725). – [DSB 2; NDB 2; MUB 4:921]: 6, 9–21, 26, 27, 30–35, 37–40, 42–45, 47, 55, 80, 85, 87, 90, 91, 93, 94, 95, 95–97, 99, 100, 101, 102, 102, 104, 105, 107, 108, 109, 110–113, 116, 118–120, 122, 123, 125, 136, 138, 140–142, 148, 150, 152, 153, 156, 158, 162, 164, 167, 169, 171, 172, 174, 175, 188, 189, 190, 190, 191, 193, 193, 195, 196, 198–200, 202, 203, 204, 207, 212, 214, 230, 234, 238, 240–242, 246, 250, 251, 252, 253, 253, 254, 254–259, 260, 261, 262, 264, 266, 267–270, 271, 272–275, 276, 277, 277, 278, 280, 282,

283, 285–287, 288, 289, 289–291, 293, 294, 296, 298, 299, 302, 303, 306, 308, 309, 312, 313, 316, 317, 317, 318, 324, 335, 337–340, 342, 343, 344, 345, 345, 350, 355, 359, 360, 362, 365, 367, 368, 370, 371, 390, 400, 403, 419, 420, 421, 432, 437–439, 445, 447, 449–454, 456, 457, 459, 461, 462, 464, 466, 472, 473, 476, 477, 479, 487, 490, 494, 498, 499, 502, 506, 508, 510, 512, 515, 516, 519–523, 526, 528, 530, 530, 531, 532, 534, 536–539, 541, 542, 543, 547, 548, 552, 553, 559, 564, 566, 570, 571, 573, 574, 578, 579, 580, 583, 588, 589, 593, 594, 595, 598, 601, 603, 619, 620, 624, 625, 626, 627, 627, 628, 631, 634, 635, 641, 645, 648, 650, 653, 654, 658, 659, 669, 671, 672, 675, 676, 677, 680, 683, 687, 691, 695, 696–698, 700, 702, 705, 710, 712, 715, 717–719, 723, 726, 728, 728, 730, 732, 733–735, 738, 739, 741, 741, 744, 747, 849, 920, 922–925, 927, 935, 956, 958, 960, 972, 973

BERNOULLI, JOHANN II (18.05.1710 Basel – 17.07.1790 ebd.). Sohn von Johann I Bernoulli; Mathematik; MA UBasel 1724, Cand. jur. 1728, Dr. jur. 1732, Prof. der Eloquenz 1743–48, der Mathematik ab 1748, AdW Berlin (AM 1746), Paris (AM 1782). – [DSB 2; HLS; ADB 2; MUB 4:2836]: IX, 1, 13–15, 43, **99–102**, 102, 104–106, 107, 107, 108, 109, 126, 130, 133, 138, 142, 143, 152, 170, 173, 175, 191, 192, 193, 217, 218, 218, 231, 235, 236, 239, 239, 241, 242, 243, 246, 250, 262, 264, 266, 267, 269, 377, 382, 432, 457, 462, 472, 476, 479, 531, 534, 539, 555, 560, 566, 569, 573, 576, 580–582, 603–605, 606, 607, **606–607**, 610, 613, 614, 615, 651, 654, 655, 658, 659, 661, 665, 668, 670, 674, 676, 684, 684, 686–688, 690, 691, 694, 695, 697, 700, 702, 705, 707, 708, 710, 713, 714, 716, 719, 741, 744, 750, 753, 754, 756, 758, **777–779**, 782, 792, 793, 799, 801, 802, 804, 808, 809, 811, 846, 848, 886, 887, 890, 896, 898, 922, 925, 934, 935, 972, 973, 987, 1022

BERNOULLI, JOHANN III (04.11.1744 Basel – 13.07.1807 Köpenick b. Berlin). Sohn von Johann II Bernoulli; Astronomie; MA UBasel 1758, Cand. jur. 1763, Reiseschriftsteller, AdW Berlin (OM 1764, Direktor der Mathematischen Klasse ab 1791), SPb. (AM 1777/1776). – [DSB 2; NDB 2; HLS; MUB 5:1008]: IX, 1, 15, 24, 31, 677, 778, 778, **780–800**, 801, 802, 803, 806, 809, 810, 815, **817–818**, 825, 836, 846, 847, 849, 852, 875, 877, 883, 885, 888, 891, 895, 896, 898, 900, 901, 902, 904, 907, 928, 930, 933, 935, 992, 993, 1006, 1016

BERNOULLI, KATHARINA (09.12.1698 Groningen – Okt. 1780 Basel). Schwester von Daniel I Bernoulli, die nach zwei Ehen verwitwet blieb: 9, 15

BERNOULLI, NIKLAUS I (20.10.1687 Basel – 28.11.1759 ebd.). Mathematik; MA UBasel 1704, Cand. jur. 1708, Prof. der Mathematik UPadua 1716–19, Prof. der Logik UBasel ab 1722, des Codex und des Lehensrechts ab 1731, mehrmals Dekan der Jur. Fakultät und Rektor, AdW Berlin (AM 1713), FRS (1714), Bologna (1724). – [DSB 2; HLS; NDB 2; MUB 4:1846]: 15, 24–26, 29, 31, 32, 81, 83, 84, 85, 87, 89, 110, 112, 127, 131, 251, 252, 254, 256, 259, 260, 267–270, 271, 272, 274, 276, 328, 332, 334, 355, 360, 367, 371, 384, 458, 463, 468, 490, 491, 495, 496, 497, 501, 504, 505, 508, 513, 514, 515, 516, 523, 530, 619, 625, 641, 646, 648, 649, 687, 691, 695, 710, 712

BERNOULLI, NIKLAUS II [БЕРНУЛЛИ, НИКОЛАЙ] (06.02.1695 Basel – 09.08.1726 SPb.). Sohn von Johann I Bernoulli; Mathematik; MA UBasel 1711, Cand. jur. 1715, Prof. der Jurisprudenz UBern 1723–25, AdW SPb. (OM 1725). – [DSB 2; HLS; DBE 1; RBS; Pe 1; MUB 4:2244]: 9, 11, 12, 17, 31, 32, 80, 251, 252, 914, 920, 921, 924, 925, 975

- BERNOULLI, RENÉ (24.07.1914 Luxemburg – 24.04.2008 Basel). Ophthalmologie; Arzt in Basel, Ehrendozent UBasel: 143, 288, 802, 868
- BERNOULLI-BECK, VERONIKA (1747 – 20.05.1801 Berlin). Erste Gattin von Johann III Bernoulli (∞ 1769): 900
- BERNOULLI-DEBARY, SUSANNA MARIA († vor 1744). Erste Gattin (∞ 1733) von Jakob Bernoulli (1712–1769): 104, 106
- BERNOULLI-FALKNER, DOROTHEA (18.04.1673 Basel – 30.03.1764 ebd.). Gattin von Johann I Bernoulli (∞ 1694): 9, 199, 202, 669, 672, 920, 923
- BERNOULLI-SUTTER, RENÉ (\* 11.01.1942 Basel). Medizin, Genealogie; Arzt in Basel: 871, 887, 901
- BERTHOUD, FERDINAND (19.03.1727 Plancemont-sur-Couvet, Neuchâtel – 20.06.1807 Groslay, Val-d'Oise). Uhrmacher, FRS (1764), AdW Paris (OM 1795). – [DBF 6]: 885, 891
- BESTUŽEV-RJUMIN, ALEKSEJ [БЕСТУЖЕВ-РЮМИН, АЛЕКСЕЙ ПЕТРОВИЧ], Graf (01.06.1693 Moskau – 02.05.1766 SPb.). Diplomat, russischer Gesandter in Dänemark, England, Schweden und Polen, Kanzler (1744), später Generalfeldmarschall. – [RBS; GSE 3]: 497
- BETTS, JOSEPH (fl. 18. Jh.). Astronomie: 615
- BEUTLER, GERHARD (\* 24.03.1946 Bern). Astronomie; Prof. UBern: 727
- BIEN(T)Z, JACQUES / JACOB (fl. 18. Jh.). Fortifikation; Genfer Dozent in Petersburg. – [MUB 5:1510]: 859, 860, 865, 866, 866, 870
- BIERMANN, KURT-REINHARD (05.12.1919 Bernburg/Saale, Sachsen-Anhalt – 24.05.2002 Berlin). Wissenschaftsgeschichte, Humboldt-Forschung; Prof. UBerlin; AIHS (KM 1966, OM 1971, Vizepräsident 1989–93), AdW Leopoldina (1972): 15
- BIGALKE, HANS GÜNTHER (\* 23.02.1933 Celle, Niedersachsen). Mathematik; Prof. UHannover. – [Kü]: 641
- BIGOURDAN, GUILLAUME (06.04.1851 Sistels, Tarn-et-Garonne – 28.02.1932 Paris). Astronomie. – [DBF 6; BEA 1]: 47, 543
- BINET, JACQUES PHILIPPE MARIE (02.02.1786 Rennes, Bretagne – 12.05.1856 Paris). Mathematik, Mechanik; AdW Paris (OM 1843). – [DBF 6]: 25, 85
- BIRD, JOHN (Dez. 1709 Bishop Auckland, Durham – 31.03.1776 London). Mathematik, Optik, Astronomie, Navigation; Instrumentenbauer in London. – [DSB 2; ODNB 5]: 992
- BIRG, HERWIG (04.01.1939 Heufeld / Novi Kozarki, Serbien). Demographie, Wirtschaftswissenschaft; Prof. UBielefeld: 950
- BIRON [БИРОН] / BÜHREN, ERNST JOHANN (01.12.1690 Kalnzeem, Semgallen / Kalnciems, heute Lettland – 29.12.1772 Mitau, Kurland / Jelgava, heute Lettland). Herzog von Kurland 1737–69. – [BE 4; NDB 2; RBS; DBBL; GSE 3]: 242, 242, 246, 249, 250, 250, 252, 254, 257, 261, 261, 264, 267, 269, 271, 281, 286, 299, 304, 319, 322, 324, 348, 353, 358, 364, 384, 404, 411, 422, 422, 427, 432, 439, 457, 462, 467, 486, 959, 960, 963, 964, 966, 967

- BIRON [БИРОН], PETER (15.02.1724 Mitau, Kurland / Jelgava, heute Lettland – 13.01.1800 Gellenau / Jeleniów, Niederschlesien). Herzog von Kurland 1769–95, FRS (1770). – [BE 4; RBS; DBBL]: 319, 322
- BIRR, ANTON (30.04.1693 Basel – 29.04.1762 ebd.). MA UBasel 1711, Cand.med. 1717, Prof. des Griechischen ab 1745, Dr.med. 1748, zweimal Dekan der Philos. Fakultät. – [MUB 4:2278; AR 1, 382–383; St. 1]: 457, 462, 467
- BISCHOFF (fl. 18. Jh.). Unbekannter in Basel: 420, 421
- BLANC, CHARLES (01.07.1910 Lausanne – 21.01.2006 Morges, Waadt). Mathematik; Prof. ULausanne ab 1942, Mitgl. der Euler-Kommission der SNG 1942–79 (Präsident 1967–75), Hrsg. von Bd. II, 3, 4, 6–9, Mithrsg. von Bd. II, 16–17 der Euler-Werke: 39, 819
- BLUM, ERNST (fl. 1. Hälfte 20. Jh.). Basler Historiker: 909
- BLUMENTROST, LAURENTIUS / LORENZ (VON) [БЛЮМЕНТРОСТ, ЛАВРЕНТИЙ ЛАВРЕНТЬЕВИЧ] (08.11.1692 Moskau – 07.04.1755 SPb.). Staatsmann, Leibarzt, erster Präsident der Petersburger Akademie (1725–33). – [RBS; Pe 1]: 12, 79, 79, 85, 87, 91–93, 101, 896, 914, 947, 951–953, 975
- BODENMANN, SIEGFRIED (\* 23.08.1979 Sion, Wallis). Wissenschaftsgeschichte: XI
- BOEGEHOLD, HANS (28.07.1876 Niederstüter b. Bochum – 14.05.1965 Jena). Optik, Mathematik. – [DBE 1]: 64, 65
- BOERHAAVE, HERMAN(N) (31.12.1668 Voorhout b. Leiden – 23.09.1738 Leiden). Medizin, Botanik, Chemie; AdW Paris (KM 1715, AM 1731), FRS (1730). – [DSB 2; NDB 6]: 146, 147, 307, 320, 322, 378, 383, 384
- BOHNENBERGER, JOHANN GOTTLIEB FRIEDRICH VON (05.06.1765 Simmozheim, Schwarzwald – 19.04.1831 Tübingen). Astronomie, Geodäsie; Prof. UTübingen 1798, AdW Berlin (KM 1826). – [NDB 2; DBE 2]: 641
- BOHNY (BONI), NIKLAUS [БОНИ, НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ] (25.05.1883 Moskau – 18.05.1970 Basel). Ingenieur, Schriftsteller: 909
- BOJOL (fl. 18. Jh.). Unbekannter, vielleicht in der Schweiz: 460, 465, 469
- BONNAC, JEAN LOUIS D'USSON DE, Marquis (1672 Bonnac, Ariège – 01.09.1738 Paris). Französischer Offizier und Diplomat, 1727–36 Botschafter in der Schweiz. – [DBF 6]: 956
- BORELLI, GIOVANNI ALFONSO (28.01.1608 Neapel – 31.12.1679 Rom). Physik, Physiologie, Mathematik, Astronomie, Naturwissenschaften. – [DSB 2, NDSB 1; DBI 12]: 79, 80
- BORN, IGNAZ EDLER VON (26.12.1742 Karlsburg / Alba Iulia, Siebenbürgen – 24.07.1791 Wien). Mineralogie; FRS (1774), AdW SPb. (AM 1777/1776), Berlin (AM 1786). – [DSB 2; NDB 2; DBE 1]: 1006
- BOTTAZZINI, UMBERTO (\* 30.05.1947 Viadana b. Mantua). Mathematik, Geschichte der Mathematik; Prof. UPalermo, AIHS (KM 1993): 31, 85, 115



- BOUGUER, PIERRE (10.02.1698 Croisic, Basse Bretagne – 15.08.1758 Paris). Mathematik, Hydrographie, Astronomie; Teilnehmer an der geodätischen Expedition nach Peru 1735–45, AdW Paris (AOM 1731, OM 1735), FRS (1750). – [DSB 2; DBF 6]: 29, 85, 137, 142, 145, 156, 161, 164, 170, 173, 175, 178, 182, 185, 349, 353, 354, 355, 360–362, 367, 368, 371, 372, 373, 373–375, 377, 379, 380, 382, 384, 469, 903, 922, 926
- BOURGUET, LOUIS / LUDWIG (23.04.1678 Nîmes – 31.12.1742 Neuchâtel). Naturforschung; Prof. der Philosophie und Mathematik in Neuchâtel, Begründer des *Mercure Suisse*, AdW Berlin (OM 1710, abw. M 1731). – [DBF 6; FPr 3; Wolf 3]: 128, 131, 191
- BOUSQUET, MARC MICHEL (29.11.1696 Grancy, Waadt – 11.12.1762 Lausanne). Verleger in Genf und Lausanne. – [HLS]: 547, 548, 552, 553, 554, 556, 559, 561, 563, 564, 565, 565, 569, 572, 577, 581, 584, 589, 598, 601, 604, 605, 610, 613, 618, 623, 628, 631, 634, 645, 648, 653, 658, 680, 683, 703, 705
- BRACKEL, CASIMIR VON, Freiherr (1686 – 09.01.1742 Berlin). Russischer Diplomat, 1731–34 Botschafter in Dänemark und danach in Berlin: 487
- BRADLEY, JAMES (~ 03.03.1693 Sherborne, Gloucestershire – 13.07.1762 Chalford, Gloucestershire). Astronomie; FRS (1718), AdW Berlin (AM 1746), Paris (AM 1748), SPb. (AM 1754). – [DSB 2; ODNB 7]: 56, 57, 743, 746, 747, 749, 750, 752, 753, 754
- BRAHE, TYCHO DE (14.12.1546 Schloss Knutstorp, Schonen, damals Dänemark – 24.10.1601 Prag). Astronomie. – [DSB 2]: 58
- BRANDMÜLLER, JOHANN LUDWIG (1680 – 21.05.1751). Buchhandel, Ratsherr: 548, 553, 554, 556, 561, 571, 578, 582, 582, 588, 620, 625, 874
- BRANDMÜLLER, JOHANNES (13.02.1678 – 28.12.1741 Basel). Angehöriger einer bekannten Basler Buchdrucker- und Buchhändlerfamilie: 211, 213, 215, 874
- BRAUN [БРАУН], JOSEPH ADAM (1712 Asch, Böhmen – Okt. 1768 SPb.). Physik, Meteorologie; AdW SPb. (OM 1748). – [RBS]: 860
- BRENNER, NIKOLAUS (1704 Basel – 1756 Berlin). Kaufmann und Bankier («Wechselherr») in Berlin: 778
- BRENNER-STRECKEISEN, ANNA MARIA (1711–1780). Gattin von Nikolaus Brenner: 778
- BREVERN [БРЕВЕРН], KARL VON, Baron (02.11.1704 Riga – 01.11.1744 SPb.). Staatsmann, Präsident der Petersburger Akademie (1740–41), Wirkl. Staatsrat. – [RBS; Pe 1]: 418, 449, 450, 452, 454, 456, 505, 556, 560, 564, 603, 968
- BREYN(E) (BREIN), JOHANN PHILIPP (09.08.1680 Danzig – 20.12.1764 ebd.). Botanik, Medizin; Dr. med. ULeiden 1699, Arzt und Naturforscher in Danzig, AdW Paris (KM 1715), Leopoldina (1715), FRS (1703). – [NDB 2; DBE 2]: 99
- BROCKES, BARTHOLD HEINRICH (22.09.1680 Hamburg – 16.01.1747 ebd.). Lyriker, Übersetzer. – [NDB 2; DBE 2]: 100
- BROUNCKER, WILLIAM, Lord (April 1620 Castle Lyons b. Dublin – 05.04.1684 London). Mathematik; Staatsmann, FRS (Gründungsmitglied 1660, erster Präsident 1663–77). – [DSB 2; ODNB 7]: 999, 1000, 1002
- BRUCKER, JOHANN GEORG (fl. 18. Jh.). Maler an der Petersburger Akademie (1735–37): 204, 253



- BRUCKER, JOHANN HEINRICH I (11.10.1690 Basel – 17.02.1761 ebd.). Bruder von L. Eulers Mutter; MA UBasel 1707, Cand. S. Minist. 1711, Pfarrer in Liestal 1723–36, Obersthelfer 1736–47, Pfarrer in Basel ab 1761. – [MUB 4:2035]: 212, 214, 215, 537, 542, 548, 553, 663, 667
- BRUCKER, JOHANN HEINRICH II (12.03.1725 Liestal – 17.04.1754 Basel). Sohn des Vorigen, Cousin von L. Euler; MA UBasel 1741, Cand. S. Minist. 1746, Prof. der Geschichte ab 1747, Bibliothekar 1748–53, Dekan der Philos. Fakultät 1750/1751. – [HLS; MUB 5:431; St 1]: 760, 762
- BRUCKER, JOHANN JAKOB (22.01.1696 Augsburg – 26.11.1779 ebd.). Philosophiegeschichte; Schulmeister, Dr. theol. 1741, AdW Berlin (abw. M 1731). – [NDB 2]: 515, 919
- BRUCKER, PHILIPP ADAM (02.07.1676 Kilchberg, Baselland – 21.04.1751 Altona b. Hamburg). Bruder von L. Eulers Mutter; MA UBasel 1692, Cand. S. Minist. 1697, Prediger im Bückeburgischen ab 1699, in Altona ab 1726. – [MUB 4:1324; AR 2, 26–28; LHS 1]: 100
- BRUCKNER, HANS HEINRICH (Feb. 1630 Basel – 21.06.1703 Diegten, Baselland). Theologie; MA UBasel 1648, Pfarrer in Basler Landgemeinden (1667 Lausen, 1671 Diegten). – [MUB 3:428]: 93
- BRUCKNER, ISAAK (02.08.1686 Diegten, Baselland – 08.04.1762 Basel). Mechaniker, Graveur, Instrumenten- und Globenmacher, Geograph; Mechaniker an der Petersburger Akademie 1733–45, nach Reisen durch Europa ab 1752 in Basel; AdW Paris (KM 1725). – [HLS; ADB 3; DBE 2; Wolf 4]: 91, 92, 93, 93, 94, 95, 104, 107, 120, 124, 145, 167, 171, 192, 193, 744, 746
- BRUCKNER, JOHANN JAKOB (30.12.1682 Diegten, Baselland – 31.10.1752 Basel). MA UBasel 1700, Cand. S. Minist. 1704; Pfarrer in Kleinhüningen 1711–17, Helfer zu St. Peter in Basel ab 1717. – [MUB 4:1645]: 581
- BRUCKNER, MARIA MAGDALENA cf. HEY-BRUCKNER, MARIA MAGDALENA
- BRUCKNER-WETTSTEIN, URSULA (1691–1764). Gattin von Isaak Bruckner (∞ 1711): 93, 109, 111, 137, 138, 141–143, 145, 147–150, 468
- BRÜNNOW, FRANZ (18.11.1821 Berlin – 20.08.1891 Heidelberg). Astronomie. – [NDB 2; DBE 2]: 641
- BUCHHOLZ, HUGO (02.04.1866 Lübeck – 23.11.1921 Halle/Saale). Astronomie; Prof. UHalle: 614
- BUFFON, GEORGES LOUIS LECLERC DE, ab 1773 Graf (07.07.1707 Montbard, Burgund – 16.04.1788 Paris). Naturwissenschaften; AdW Paris (Adj 1733, OM 1739), FRS (1740), Berlin (AM 1746), SPb. (AM 1777/1776), Académie française (1753). – [DSB 2; DBF 7]: 1006
- BÜLFINGER / BILF(F)INGER, GEORG BERNHARD [БЮЛЬФИНГЕР / БИЛЬФИНГЕР, ГЕОРГ БЕРНГАРД] (23.01.1693 Cannstatt, Württemberg – 18.02.1750 Stuttgart). Philosophie, Physik; Prof. UTübingen ab 1731, Staatsmann, AdW SPb. (OM 1725–30, AM 1731), Berlin (AM 1749). – [NDB 2; DBE 1; RBS; Pe 1]: 12, 17, 18, 128, 131, 134, 137, 138, 141, 143, 145, 170, 173, 175, 189, 190, 191, 204, 205, 206, 207, 300, 304, 320, 322, 324, 481, 483, 508, 512, 515, 521, 528, 531, 856, 896, 914, 915, 975

- BURCKHARDT, CHRISTOPH (fl. 18. Jh.). Basler Graveur in Petersburg: 893, 894, 897
- BURCKHARDT, HIERONYMUS (09.06.1680 Basel – 07.05.1737 ebd.). MA UBasel 1695, Cand. S. Minist. 1699, Dr. theol. 1709, Pfarrer in Basel am Waisenhaus, zu St. Jakob, St. Elisabethen u. a., Antistes ab 1709, Prof. locorum communium et controversiarum ab 1709, des Alten Testaments ab 1711, mehrmals Dekan der Theol. Fakultät und dreimal Rektor der UBasel. – [HLS; MUB 4:1452; St 1]: 212, 214, 215
- BURCKHARDT, JOHANN BALTHASAR (09.02.1710 Basel – 01.04.1792 ebd.). Theologie; MA UBasel 1724, Prof. der Rhetorik ab 1733, der Dogmatik ab 1740, des Neuen Testaments ab 1744. – [MUB 4:2837; AR 1, 81–83, 95, 306–307; St 1]: 109, 456
- BURCKHARDT, JOHANN JAKOB (13.07.1903 Basel – 05.11.2006 Zürich). Mathematik, Kristallographie, Wissenschaftsgeschichte; Prof. UZürich 1942–77; Mitgl. der Euler-Kommission der SNG 1952–75 (Vizepräsident 1957–75), Mithrsg. von Bd. III, 2 der Euler-Werke. – [Kü; Pog 7a]: 15, 720
- BURCKHARDT, JOHANNES / JOHANN JAKOB (05.05.1691 Basel – 25.08.1743 Oltingen, Baselland). Theologie, Mathematik; MA UBasel 1710, Cand. S. Minist. 1714, Pfarrer in Kleinhüningen b. Basel ab 1721 (zugleich Katechet am Basler Gymnasium ab 1725), in Oltingen ab 1732. – [MUB 4:2194; St 1]: 167, 171, 174, 569, 576, 580
- BURKHARDT, HEINRICH FRIEDRICH (15.10.1861 Schweinfurt, Unterfranken – 02.11.1914 München). Mathematik, Mathematikgeschichte; Prof. UZürich 1897, TH München 1908. – [NDB 3; DBE 2]: 799
- BURMAN, JOHANNES (26.04.1707 Amsterdam – 20.01.1779 ebd.). Medizin, Botanik; AdW SPb. (AM 1777/1776). – [NNBW 4]: 1006
- BURTON, JOHN (1696 Wembworthy, Devon – 11.02.1771 Eton College). Theologie, klassische Philologie. – [ODNB 9]: 676
- BUXBAUM [БУКСБАУМ], JOHANN CHRISTIAN (~ 05.10.1693 Merseburg – 17.07.1730 Wernsdorf, Sachsen). Botanik; Forschungsreisender, AdW SPb. (OM 1725–29). – [NDB 3; DBE 2; RBS; Pe 1]: 914
- CANDAUX, JEAN DANIEL (\* 12.02.1932 Genf). Geschichte, Korrespondenzforschung: 808, 835
- CANTEMIR, ANTIOKH cf. KANTEMIR, ANTIOKH
- CANTOR, MORITZ BENEDIKT (23.08.1829 Mannheim – 09.04.1920 Heidelberg). Mathematik, Geschichte der Mathematik; Prof. UHeidelberg 1863–1913. – [DSB 3; NDB 3]: 31
- CARTWRIGHT, DAVID EDGAR (\* 1926). Geowissenschaften, Ozeanographie; FRS (1984): 595
- CASSINI (I), GIOVANNI DOMENICO / JEAN DOMINIQUE (08.06.1625 Perinaldo, Ligurien – 14.09.1712 Paris). Astronomie; AdW Paris (1669). – [DSB 3; DBF 7; DBI 21]: 145, 627
- CASSINI (II), JACQUES (18.02.1677 Paris – 16.04.1756 Thury, Oise). Sohn von G.D. Cassini; Astronomie, Geodäsie; AdW Paris (Adj 1694, AOM 1699, OM 1712), FRS (1698), Berlin (AM 1746). – [DSB 3; DBF 7]: 47, 50, 55, 137, 142, 210, 234, 238, 239, 606, 615, 708, 714, 759, 963

- CASSINI (III) DE THURY, CÉSAR FRANÇOIS (17.06.1714 Thury, Oise – 04.09.1784 Paris). Sohn von Jacques Cassini; Geodäsie, Astronomie; AdW Paris (Adj 1735, AOM 1741, OM 1745), Berlin (AM 1746), FRS (1751). – [DSB 3; DBF 7]: 432, 440, 447
- CASSIODORUS, FLAVIUS MAGNUS AURELIUS (ca. 490 Squillace, Kalabrien – ca. 583 ebd.). Staatsmann im Dienste Theoderichs, Schriftsteller. – [DSB 3; DBI 21]: 384
- CASTEL, LOUIS BERTRAND (15.11.1688 Montpellier – 09.01.1757 Paris). Mathematik, Physik; Jesuit, FRS (1730). – [DSB 3; DBF 7]: 514
- CAVALLERI, ANTOINE (23.11.1698 Bayonne, Aquitanien – Sept. 1765). Mathematik; Prof. UCahors, UToulouse, Jesuit: 61, 266, 324, 419, 420, 604
- ČERKASSKIJ, ALEKSEJ [ЧЕРКАССКИЙ, АЛЕКСЕЙ МИХАЙЛОВИЧ], Fürst (08.10.1680 Moskau – 4.11.[?]<sup>1742</sup> SPb.). Staatsmann und Diplomat, Wirkl. Geheimrat (1731), Kabinettsminister, Senator, Grosskanzler (1741). – [RBS; GSE 29]: 547, 552, 554
- ČERNYŠEV, IVAN [ЧЕРНЫШЕВ, ИВАН ГРИГОРЬЕВИЧ], Graf (05.12.1726 SPb. – 26.02.1797 Rom). Staatsmann, Generalfeldmarschall (1796), AdW SPb. (AM 1777/1776). – [RBS]: 1006
- ČERNYŠEV, PETR [ЧЕРНЫШЕВ, ПЕТР ГРИГОРЬЕВИЧ], Graf (05.04.1712 SPb. – 31.08.1773 ebd.). Russischer Diplomat, Botschafter in Berlin (1742–46), Wirkl. Geheimrat. – [RBS]: 487
- CERULUS, FRANS A. (\*08.06.1927 Gent). Theoretische Physik, Wissenschaftsgeschichte; Prof. Kath. ULeuven: XI, 68, 152, 355, 498, 855, 859, 863–865
- CERVI, GIUSEPPE (14.10.1663 Parma – 25.01.1748 Madrid). Medizin; Leibarzt Philipps V. von Spanien, Präsident der Medizinischen Akademie in Sevilla, FRS (1736), AdW Paris (AM 1739). – [DBI 24]: 307, 319, 320, 322, 753
- CHAPRONT-TOUZÉ, MICHELLE (fl. 20./21. Jh.). Astronomiegeschichte: 46, 57
- CHÂTELET, GABRIELLE ÉMILIE DU cf. DU CHÂTELET, GABRIELLE ÉMILIE
- CHÉSEAUX, JEAN PHILIPPE DE cf. LOYS DE CHÉSEAUX, JEAN PHILIPPE DE
- CHEVALIER, FRANÇOIS († Jan. 1748). Mathematik; AdW Paris (Élève 1699, OM 1707). – [DBF 8]: 108
- CHIFFELLE, PIERRE / PETERMAND (29.09.1667 La Neuveville, Kt. Bern – nach 1723). Theologie. Ref. Pfarrer in Courtelary (1693–1715) und Corgémont-Sombeval, Jura. – [MUB 4:965]: 920, 924, 927
- CHRIST (fl. 18. Jh.). Bankier in Basel: 870, 871
- CHRIST, JOHANNES (29.10.1699 – 22.03.1743). Basler Buchdrucker: 874
- CHRIST-BRANDMÜLLER, HELENA († 20.10.1750 Basel). Tochter des Buchdruckers Johannes Brandmüller, Gattin und Nachfolgerin des Buchdruckers J. Christ (∞ 1738): 874
- CIBOT, PIERRE MARTIAL (14.08.1727 Limoges – 08.08.1780 Peking). Geschichte, Sinologie; AdW SPb. (AM 1765). – [DBF 8]: 937
- CICERO, MARCUS TULLIUS (03.01.106 v. Chr. Arpino, Latium – 07.12.43 v. Chr. b. Formia). Staatsmann, Philosoph und Redner. – [BE 5]: 514

- CLAIRAUT, ALEXIS CLAUDE (07.05.1713 Paris – 17.05.1765 ebd.). Mathematik, Mechanik, Astronomie; Teilnehmer an der geodätischen Expedition nach Lappland 1736–37, AdW Paris (Adj 1731, AOM 1733, OM 1738), FRS (1737), Berlin (AM 1744), SPb. (AM 1754). – [DSB 3; DBF 8]: 29, 34, 35, 39, 47–49, 53, 56, 65, 66, 102, 105, 108, 127, 130, 133, 167, 171, 279, 280, 282, 285–287, 289, 293, 297, 298, 301, 302, 305, 306, 308, 321, 323, 325, 326, 328–330, 332, 333, 338, 342, 347, 349, 352, 354, 357, 364, 370, 371, 372, 373, 378, 383, 384, 423, 427, 431, 432, 439, 447, 472, 476, 489, 490, 493, 494, 497, 508, 512, 515, 521, 528, 536, 541, 567, 575, 584, 589, 594, 599, 602, 603, 604, 660, 660, 663, 667, 670, 674, 676, 686, 690, 697, 700, 707, 727, 734, 736, 737, 738, 739, 740, 754, 755, 758, 759, 760–763, 764, 764, 765, 770, 772, 773, 798, 820, 922, 926, 954, 993, 993
- CLARET DE FLEURIEU(x), CHARLES PIERRE D’EVEUX (22.08.1738 Lyon – 18.08.1810 Paris). Hydrographie, Navigation; AdW Paris (OM 1795). – [DBF 8]: 885, 887, 888, 890, 891, 893
- CLAUSENBURGER, ANDREAS († 04.04.1751). Fechtmeister an der UBasel bis 1744. – [MUB 4:2575; St 1]: 349, 354, 355, 378, 383, 384, 411, 418
- COGROSSI, CARLO FRANCESCO (05.07.1682 Crema, Lombardei – 13.01.1769 ebd.). Medizin; 1721–33 Prof. UPadua – [DBI 26]: 921, 924
- COHEN, ISAAC BERNARD (01.03.1914 New York – 20.06.2003 Waltham, Mass.). Wissenschaftsgeschichte, Newton-Forschung; Prof. Harvard Univ. (Cambridge, MA), AIHS (KM 1949, OM 1956): 46
- COLLINS, DAVID (17.12.1761 Königsberg – 27.12.1833 SPb.). Zweiter Gatte von J.A. Eulers Tochter Charlotte Anna Wilhelmine, Pfarrer der reformierten Kirche in Petersburg: 881
- COLLINS-EULER / BERNOULLI-EULER, CHARLOTTE ANNA WILHELMINE (26.11.1773 SPb. – 20.04.1831 ebd.). Tochter von J.A. Euler, Gattin von Jakob II Bernoulli (∞ 1789), danach von David Collins (∞ 1790): 881, 888, 890
- CONDORCET, MARIE JEAN ANTOINE NICOLAS CARITAT DE, Marquis (17.09.1743 Ribemont, Picardie – 29.03.1794 Bourg-la-Reine, Île-de-France). Mathematik, Philosophie; AdW Paris (Adj 1769, OM 1770), SPb. (AM 1777/1776–1792), Berlin (AM 1786–1793), Académie française (1782). – [DSB 3; DBF 9]: 9, 15, 891, 893, 1006, 1026, 1027
- COUPLET, PIERRE († 23.12.1743 Paris). Mathematik, Mechanik, AdW Paris (Élève 1696, OM 1716): 108
- COURTILZ DE SANDRAS, GATIEN DE (1644 Montargis, Val-de-Loire – 06.05.1712 Paris). Publizist. – [NBG 12]: 90
- CRAMER, GABRIEL (31.07.1704 Genf – 04.01.1752 Bagnols-sur-Cèze b. Nîmes). Mathematik; Prof. UGenf ab 1724, AdW Berlin (AM 1746), FRS (1749). – [DSB 3; HLS]: 262, 265, 266, 278, 283, 284, 291, 296, 299, 303, 326, 327, 330, 331, 333, 334, 347, 352, 384, 474, 478, 479, 482, 485, 584, 589, 604, 605, 605, 628, 631, 634, 713
- CZAPSKI, SIEGFRIED (28.05.1861 Gut Obra b. Koschmin / Koźmin Wielkopolski, heute Polen – 19.06.1907 Weimar). Optik, Optische Instrumente. – [NDB 3; DBE 2]: 65

- DAŠKOVA, EKATERINA [ДАШКОВА, ЕКАТЕРИНА РОМАНОВНА], Fürstin (28.03.1744 SPb. – 16.01.1810 Moskau). Literatin, Direktorin der Petersburger Akademie der Wissenschaften (1783–96), Begründerin und erste Präsidentin (1783–96) der Russischen Akademie (Analogon der Académie française), AdW Leopoldina (1789). – [BE 6; RBS; GSE 7]: 13
- DAUBENTON, LOUIS JEAN MARIE (29.05.1716 Montbard, Burgund – 01.01.1800 Paris). Naturwissenschaften, Anatomie; AdW Paris (Adj 1744, OM 1758), SPb. (AM 1777/1776). – [DSB 15; DBF 10]: 1006
- DEBARY, SUSANNA MARIA cf. BERNOULLI-DEBARY, SUSANNA MARIA
- DECKER, GEORG JAKOB († 29.08.1819 Berlin). Buchdrucker in Berlin: 900
- DECKER, JOHANN HEINRICH (II) (1705–1754). Buchdrucker in Basel – [ADB 5]: 42
- DELEN, ELISABETH CHRISTINE ELEONORE WALBURGA VAN (\* 24.05.1774 Hückelhoven, Niederrhein). Enkelin von L. Euler: 890
- DELEN-EULER, CHARLOTTE VAN (12.07.1744 Berlin – 13.02.1780 Hückelhoven, Niederrhein). Tochter von L. Euler: 619, 624, 889
- DELISLE [ДЕЛИЛЬ], JOSEPH NICOLAS (04.04.1688 Paris – 11.09.1768 ebd.). Astronomie; Prof. Collège de France (1718), AdW Petersburg (1725), Leiter des Observatoriums im Hôtel de Cluny (ab 1747), AdW Paris (Élève 1714, Adj 1716, AOM 1719, OM 1741), FRS (1724), Leopoldina (1725), SPb. (OM 1725–47, AM 1747–48). – [DSB 4; DBF 10; RBS; Pe 1; GSE 8]: 47, 99, 101, 102, 117, 135, 137, 139, 142, 143, 144, 146–150, 151, 156, 162, 167, 171, 174, 191, 192, 254, 257, 260, 261, 279, 284, 288, 292, 296, 300, 301, 305, 307, 319, 321, 323, 327, 331, 371, 372, 373, 378, 383, 384, 406, 413, 419, 419, 421, 425, 429, 480, 483, 488, 492, 522, 530, 532, 566, 573, 579, 636, 638, 646, 648, 669, 673, 688, 692, 695, 713, 714, 715, 718, 741, 744, 748, 751, 753, 895, 898, 911, 912, 916, 931, 960, 961, 963, 963, 991, 992
- DELISLE DE LA CROYÈRE [ДЕЛИЛЬ ДЕ ЛА КРОЙЕР], LOUIS (1690 Paris – 21.10.1741 Avača-Bucht, Kamčatka). Bruder von J.N.Delisle; Astronomie; AdW Paris (Adj 1725), SPb. (AOM 1727). – [RBS; Pe 1]: 134, 335, 340, 419, 421, 449, 452, 515
- DELUC, JEAN ANDRÉ (08.02.1727 Genf – 07.11.1817 Windsor, Berkshire). Geologie, Physik; AdW Paris (KM 1768), FRS (1773). – [DSB 4; ODNB 15]: 897, 898
- DEMIDOV, SERGEJ [ДЕМИДОВ, СЕРГЕЙ СЕРГЕЕВИЧ] (\* 30.12.1942 Moskau). Mathematikgeschichte; Mitarbeiter des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik in Moskau seit 1972, Prof. UMoskau, AIHS (KM 1986, OM 1993, Vizepräsident 1997–2005): 41
- DEPARCIEUX, ANTOINE (28.10.1703 Cessoux, Cevennen – 01.09.1768 Paris). Mathematik; AdW Paris (Adj 1746, OM 1756), Berlin (AM 1746). – [DSB 4; DBF 10]: 950, 1009, 1011, 1013, 1014, 1018
- DERHAM, WILLIAM (06.12.1657 Stoulton, Worcestershire – 16.04.1735 Upminster, Essex). Theologie, Naturphilosophie; FRS (1703). – [DSB 4; ODNB 15]: 80, 82, 84, 86–89, 90
- DERMOTT, STANLEY FREDERICK (\* 14.08.1942 Ormskirk, Lancashire). Astronomie; Prof. Cornell Univ. (Ithaca, NY), UFlorida. – [AMWS]: 581

- DESCARTES, RENÉ (31.03.1596 La Haye, Touraine – 11.02.1650 Stockholm). Philosophie, Mathematik, Physik, Physiologie; wirkte in Frankreich, Holland und Schweden. – [DSB 4, NDSB 2; DBF 10]: 55
- DETTAU, ABEL FRIEDRICH VON cf. TETTAU, ABEL FRIEDRICH VON
- DEUCHERT, JOHANN GEORG († 12.01.1737 Basel). Bruder von Maria Esther Hey-Deuchert; Kaufmann in Basel: 148, 150, 151
- DIANA («DIANELI») (fl. Anfang 18. Jh.). Unbekanntes Mädchen – oder Haustier? – in Petersburg: 99, 471, 475, 478
- DICKSON, LEONARD EUGENE (22.01.1874 Independence, Iowa – 17.01.1954 Harlingen, Texas). Mathematik, Geschichte der Zahlentheorie; Prof. UChicago, National Acad. Sci. (1913). – [DSB 4]: 818
- DIDEROT, DENIS (05.10.1713 Langres, Champagne – 31.07.1784 Paris). Philosophie, Literatur; Enzyklopädist, AdW Berlin (AM 1751), SPb. (AM 1773). – [DSB 4; DBF 11]: 145, 792, 793, 883, 884, 887
- DIDEROT DE VANDEUL, MARIE-ANGÉLIQUE (02.09.1753 Paris – 05.12.1824 ebd.). Tochter von Denis Diderot; Cembalistin: 793
- DIET(E)RICH, JOHANNES († 09.06.1758 Basel). Goldschmied und Mechaniker, bekannt durch seine künstlichen Magneten. – [Wolf 3]: 774, 775
- DIET(E)RICH-GERNLER, MARGARETHE († 17.04.1793 Basel). Gattin von Johannes Dietrich: 837, 840
- DILTHEY, LEOPOLD FRIEDRICH AUGUST (ca. 1725 Köthen, Sachsen-Anhalt – 19.04.1767 SPb.). Theologie; Prediger der französisch-reformierten Gemeinde in Schwabach (Mittelfranken), ab 1760 Pastor und Konsistorialrat in Petersburg: 796
- DOLGORUKIJ [ДОЛГОРУКИЕ / ДОЛГОРУКОВЫ]. Russische Fürstenfamilie. – [RBS; GSE 8]: 508, 512
- DOLGORUKIJ, VLADIMIR [ДОЛГОРУКИЙ, ВЛАДИМИР СЕРГЕЕВИЧ], Fürst (1717–1803). Staatsmann und Diplomat, Wirkl. Geheimrat (1786), russischer Gesandter in Berlin (1762–87). – [RBS]: 786, 790, 798, 935, 986
- DOLLOND, JOHN (~ 05.07.1706 London – 30.11.1761 ebd.). Optik; FRS (1761). – [DSB 4; ODNB 16]: 65, 66, 813, 814, 845, 903, 907
- DOLLOND, JOHN (1746 – 06.11.1804). Sohn des Vorigen; Optik: 892, 903
- DOLLOND, PETER (24.02.1730 London – 02.07.1820 Kensington, London). Bruder des Vorigen; Optik: 892, 903
- DOMAŠNEV, SERGEJ [ДОМАШНЕВ, СЕРГЕЙ ГЕРАСИМОВИЧ] (05.10.1743 Moskau – 09.11.1795 ebd.). Poet, Direktor der Petersburger Akademie (1775–83), AdW Berlin (AM 1777). – [RBS]: 826, 899, 907, 909, 910, 912, 912, 913, 915, 918, 933, 935, 936, 937, 938, 947, 1002, 1004–1006, 1012, 1013, 1018, 1018, 1019, 1020–1022, 1024, 1025
- DOPPELMAY(E)R, JOHANN GABRIEL (27.09.1677 Nürnberg – 01.12.1750 ebd.). Mathematik, Physik, Astronomie; Gymnasialprof. in Nürnberg, AdW Leopoldina (1715), Berlin (abw. M 1715, AM 1744), FRS (1733), SPb. (AM 1740). – [DSB 4; NDB 4]: 91–93



- DÖRRIE, HEINRICH (02.12.1873 Hannover – 22.07.1956 Wiesbaden-Dotzheim). Mathematik: 641
- DOUWES, CORNELIS (24.08.1712 Terschelling, Westfriesland – 07.07.1773 Amsterdam). Astronomie, Nautik: 58
- DU CHÂTELET, GABRIELLE ÉMILIE, Marquise (17.12.1706 Paris – 10.09.1749 Lunéville, Lothringen). Naturwissenschaften, Physik; Freundin Voltaires. – [DSB 3; DBF 11]: 62, 710, 713
- DU CREST, JACQUES BARTHÉLEMY cf. MICHELI DU CREST, JACQUES BARTHÉLEMY
- DULSECKER, JOHANN DANIEL († 23.01.1775 Strassburg). Buchdrucker: 133, 152
- DULSECKER (DULSECKER) / DOULSEKER, JOHANN REINHOLD / JEAN RENAULD († 19.08.1737 Strassburg). Buchdrucker: 42, 127, 130, 133, 148, 150, 165, 166, 191, 192
- DUNANT, ROBERT (07.03.1698 Genf – 12.11.1770 ebd.). Theologie, 1724–40 Pastor der Reformierten Gemeinde in Petersburg: 104, 107, 109
- DUPRÉ DE SAINT-MAUR, NICOLAS FRANÇOIS (1695 Paris – 30.11.1774 ebd.). Ökonomie, Statistik; Académie française (1733). – [DBF 12]: 950, 1013, 1018
- DURAND DE DISTROFF, FRANÇOIS MICHEL (19.03.1714 Thionville, Lothringen – 05.08.1778 Metz). Diplomat, französischer Gesandter in London, Wien und (1772) in Petersburg. – [DBF 12]: 888
- DÜRING cf. THÜRING
- DUTOUR (DU TOUR) DE SALVERT, ÉTIENNE FRANÇOIS (12.07.1711 Riom, Auvergne – 06.08.1789 ebd.). Physik, Theologie; AdW Paris (KM 1746). – [DBF 12]: 614, 676, 756, 758, 759
- DUVERNOIS, JEAN GEORGES / JOHANN GEORG (01.06.1691 Montbéliard, Franche-Comté – 17.06.1759 Kirchheim/Teck, Württemberg). Medizin, Anatomie; Dr. med. UBasel 1710, AdW SPb. (OM 1725, AM 1741). – [Pe 1; MUB 4:2206]: 101, 117, 319, 321, 420, 421, 471, 475, 479, 507, 511, 765, 914
- EGLINGER, CHRISTOPH (09.01.1687 Basel – 17.05.1733 ebd.). Medizin; MA UBasel 1702, Dr. med. 1707, ab 1714 Prof. Rhetorik. – [MUB 4:1753; AR 1, 305–306; St 1]: 109
- EHLER, CARL GOTTLIEB (08.09.1685 Danzig – 22.11.1753 ebd.). Mathematik; Bürgermeister von Danzig: 99, 100, 102, 135, 139, 143, 164, 175, 204
- ELIZAVETA PETROVNA [ЕЛИЗАВЕТА ПЕТРОВА] (29.12.1709 Kolomenskoje b. Moskau – 05.01.1762 SPb.). Kaiserin von Russland ab 1741. – [BE 7; GSE 9]: 467, 480, 482, 483, 485, 486, 488, 492, 497, 514, 521, 528, 542, 572, 579, 594, 603, 620, 625, 645, 647, 653, 658, 687, 691, 695, 696, 699, 721, 724, 748, 751, 972, 974
- ELLER VON BROCKHAUSEN, JOHANN THEODOR (29.11.1689 Plötzkau b. Bernburg, Sachsen-Anhalt – 13.09.1760 Berlin). Medizin; AdW Berlin (OM 1725, Direktor der Physikalischen Klasse 1735–60). – [DSB 4; DBE 3]: 693
- ENCKE, JOHANN FRANZ (23.09.1791 Hamburg – 26.08.1865 Spandau b. Berlin). Astronomie; Prof. UBerlin, Direktor der Sternwarte, AdW Berlin (KM 1823, OM 1825), FRS (1825), Paris (KM 1825), Leopoldina (1858). – [NDB 4; DBE 3]: 614, 615



- ENESTRÖM, GUSTAF HJALMAR (05.09.1852 Nora, Västmanland – 10.06.1923 Stockholm). Mathematikgeschichte, Euler-Forschung, Statistik; Hrsg. der Zeitschrift *Bibliotheca mathematica*. – [SBL 13]: 6, 15, 16, 30, 126, 334, 564, 842, 949
- ENGELHARD, NICOLAUS (03.09.1696 Bern – 10.08.1765 Haren b. Groningen). Mathematik, Philosophie, Physik; Prof. U Duisburg (1723), Groningen (1728). – [NDBW 8; Wolf 1]: 100
- ENGELSMAN, STEVEN (\* 14.10.1949 Winterswijk, Gelderland). Mathematikgeschichte; Direktor des Boerhaave-Museums, ab 1992 des Völkerkundemuseums in Leiden, seit 2012 des Weltmuseums Wien: 115
- ENNIUS / QUINTUS ENNIUS (16.07.239 v. Chr. Rudiae, Apulien – 08.10.169 v. Chr.). Dichter: 378, 384, 384
- EPPENSTEIN, OTTO (07.10.1876 Breslau – 07.10.1942 Jena). Optik, Optische Instrumente. – [DBE 3]: 65
- ERASMUS, DESIDERIUS (28.10.1469 Rotterdam – 12.07.1536 Basel). Theologie, Philosophie, Philologie – [NDB 4]: 773
- ESCHER, HANS CASPAR (15.02.1678 Zürich – 23.12.1762 ebd.). Jurist, Diplomat, Politiker, Bürgermeister von Zürich (1740–62). – [HLS]: 687, 691, 694
- ESTIENNE (STEPHANUS), ROBERT (1503 Paris – 07.09.1559 Genf). Philologie, Theologie; Buchdrucker. – [BE 8; DBF 13]: 467
- EUKLID (fl. ca. 300 v. Chr.). Mathematik; wirkte in Alexandria. – [DSB 4, NDSB 2]: 22, 336, 341
- EULER, CHARLOTTE (1744–1780) cf. DELEN-EULER, CHARLOTTE VAN
- EULER, CHARLOTTE ANNA WILHELMINE (1773–1831) cf. COLLINS-EULER, CHARLOTTE ANNA WILHELMINE
- EULER, CHRISTOPH [ЭЙЛЕР, ХРИСТОФОР ЛЕОНТЬЕВИЧ] (01.05.1743 Berlin – 03.03.1808 b. Wiborg, Karelien). Sohn von L. Euler; Artillerieoffizier, ab 1767 in russischen Diensten, Generalleutnant (1797): 834, 835, 837, 840, 847, 848, 858, 883, 886, 889
- EULER, JOHANN ALBRECHT [ЭЙЛЕР, ИОГАНН АЛЬБРЕХТ] (27.11.1734 SPb. – 18.09.1800 ebd.). Sohn von L. Euler; Physik, Astronomie; AdW Berlin (OM 1754, AM 1766), SPb. (OM 1766, Konferenzsekretär ab 1769), Göttingen (AM 1779), Paris (AM 1784). – [HLS; DBE 3]: IX, 1, 5, 6, 33, 67, 79, 90, 133, 192, 193, 253, 786, 802, 803, 804, 804, 812, 813, 814, 816, 819–826, **827–938**, 947, 995, 995, 997, 997, 1003, 1004, 1005, 1006, 1009, 1016, 1019, 1020, 1021, 1022, 1027
- EULER, JOHANN HEINRICH (07.12.1719 Riehen b. Basel – 08.09.1750 Basel). Bruder von L. Euler; Kunstmaler. – [SKL 1]: 138, 143, 145, 148–150, 189, 190, 426, 430, 439, 446
- EULER, JOHANN LEONHARD RUDOLF [ЭЙЛЕР, ИВАН] (12.11.1762 Berlin – 27.09.1827 SPb.). Sohn von J.A. Euler; russischer Artillerieoffizier, Oberst (1799): 880, 881, 881, 882, 885, 886, 888, 893
- EULER, KARL JOHANN [ЭЙЛЕР, КАРЛ ЛЕОНТЬЕВИЧ] (15.07.1740 SPb. – 16.03.1790 ebd.). Sohn von L. Euler; Dr. med. 1762, Hofarzt in Petersburg ab 1766. – [ADB 6]: 448, 451, 883, 886, 889, 897

- EULER, KATHARINA HELENE cf. BELL-EULER, KATHARINA HELENE VON
- EULER, LEONHARD [ЭЙЛЕР, ЛЕОНАРД] (15.04.1707 Basel – 18.09.1783 SPb.). Mathematik, Mechanik, Astronomie, Physik; MA UBasel 1724, AdW SPb. (Adj 1726, OM 1731–41, AM 1742, OM 1766), Berlin (OM 1741, AM 1766, Direktor der Mathematischen Klasse 1744–66, AM 1766), FRS (1747), Paris (AM 1755). – [DSB 4, NDSB 2; PE 1; NDB 4; DBE 3; MUB 4:2820]: *passim*
- EULER, NATALIE (15.05.1774 SPb. – 18.09.1779 ebd.). Tochter von Karl Euler: 889, 890
- EULER, PAUL (~ 16.02.1670 Basel – 11.03.1745 Riehen b. Basel). Theologie; MA UBasel 1689, Cand. S. Minist. 1693, Pfarrer am Basler Waisenhaus 1701–03, zu St. Jakob a. d. Birs b. Basel 1703–08, in Riehen ab 1708, Vater von L. Euler. – [MUB 4:1100]: 94, 95, 109, 111, 134, 136, 139–141, 148, 150, 165, 166, 188–190, 193, 195, 204, 205, 208, 209, 211, 213, 239, 240, 242, 251, 252, 263, 265, 268, 270, 277, 281, 282, 287, 288, 327, 331, 349, 354, 355, 378, 383, 419, 420, 426, 430, 439, 446, 447, 448, 451, 454, 454, 457, 459, 460, 462, 464, 465, 467, 472, 476, 497, 507, 512, 556, 561, 580, 604, 605, 619, 624, 637, 638, 640, 641, 642, 643, 668
- EULER-VON BELL, ANNA EMILIE (04.10.1741 Berlin – 22.02.1830 SPb.). Gattin von Karl Euler (∞ 1766): 889
- EULER-BRUCKER, MARGARETHA (~ 02.01.1678 Basel – 18.03.1761 Berlin). Mutter von L. Euler: 94, 95, 134, 139, 448, 451, 641, 754, 757
- EULER-GSELL [ЭЙЛЕР-ГЗЕЛЬ], KATHARINA (16.04.1707 Amsterdam – 21.11.1773 SPb.). Erste Gattin von L. Euler (∞ 1734/1733): 117, 127, 131, 167, 172, 189, 190, 192, 193, 215, 251, 252, 253, 456, 462, 490, 491, 495, 508, 512, 523, 530, 571, 578, 619, 624, 778, 779, 802, 803, 808, 819, 821, 841, 879
- EULER-GSELL [ЭЙЛЕР-ГЗЕЛЬ], SALOME ABIGAIL (17.07.1723 SPb. – 05.01.1794 ebd.). Zweite Gattin von L. Euler (∞ 1776), Tochter von D.M.H. Gsell-Graf(f), Enkelin von M.S. Merian: 117
- EULER-HAGEMEISTER, ANNA SOPHIE CHARLOTTE (15.05.1734 Berlin – 22.11.1805 SPb.). Gattin von J.A. Euler (∞ 1760): 821, 880, 882
- D’EVEUX DE FLEURIEU(x), CHARLES PIERRE CLARET cf. CLARET DE FLEURIEU(x), CHARLES PIERRE
- EVGENIJ [ЕВГЕНИЙ = БУЛГАРИС, ЕЛЕВФЕРИЙ] (21.08.1715 Korfu – 08.06.1806 SPb.). Erzbischof, Schriftsteller, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [RBS 25]: 1006
- FABER, GEORG (05.04.1877 Kaiserslautern – 07.03.1966 München). Mathematik, Mathematikgeschichte; Prof. UMünchen, Mithrsg. der Bde. I, 14–16 und 19 der Euler-Werke: 116
- FAESCH (fl. 18. Jh.). Mitglied einer weit verzweigten Familie in Basel, vermutlich Kaufmann: 680, 683, 684, 870, 871, 872
- FAESCH, JOHANN RUDOLF EMANUEL (ca. 1720 Basel – Mai 1785 Schweiz). Kaufmann, 1740–49 preussischer Handelsbevollmächtigter in Amsterdam, 1749–77 leitender Finanzrat in preussischen Diensten: 684
- FAHRENHEIT, DANIEL GABRIEL (24.05.1686 Danzig – 16.09.1736 Den Haag). Experimentalphysik, Thermometrie; FRS (1724). – [DSB 4; NDB 4]: 146, 378, 383, 384, 931

- FAJNSTEJN, МИХАИЛ [ФАЙНШТЕЙН, МИХАИЛ ШМИЛЬЕВИЧ] (1948–2003). Mitarbeiter des Archivs der Akademie der Wissenschaften in Petersburg: 820
- FALCK [ФАЛЬК], JOHAN PETER (26.11.1732 Broddetorp, Västergötland – 11.04.1774 Kazan'). Medizin, Botanik; Direktor des botanischen Gartens der Petersburger Akademie. – [SBL 15; RBS]: 825, 854, 883, 889, 892
- FALKNER, DANIEL (28.10.1646 Basel – 17.04.1711 ebd.). Ratsherr und Deputat in Basel, Schwiegervater von Johann I Bernoulli. – [MUB 3:544]: 9
- FALKNER, DANIEL (05.05.1697 Basel – 22.08.1759 ebd.). Sohn von E. Fal(c)kner, Cousin von D. Bernoulli; Kaufmann. – [MUB 4:2376c]: 663, 667, 760, 762, 766, 768, 769, 771
- FAL(C)KNER, EMANUEL (16.12.1674 Basel – 01.10.1760 ebd.). Kaufmann, Bürgermeister von Basel ab 1734. – [HLS; MUB 4:1323]: 448, 451, 663, 667
- FELLMANN, EMIL ALFRED (17.09.1927 Basel – 18.05.2012 ebd.). Wissenschaftsgeschichte, Euler-Forschung; Mitgl. der Euler-Kommission der SNG/SANW 1972–97 (Sekretär 1976–96), Generalredaktor der Series IV der Euler-Werke 1986–2006, Mithrsg. der Bde. III, 9 und IV A, 2–3, AIHS (KM 1971, OM 1983). – [Kü]: IX–XI, 17, 22, 31, 63, 65, 79, 84, 90, 117, 183, 253, 260, 318, 355, 384, 469, 497, 532, 581, 796, 813, 848, 905
- FERMAT, PIERRE DE (ca. 1607 Beaumont-de-Lomagne, Languedoc – 12.01.1665 Castres, Languedoc). Jurisprudenz, Mathematik. – [DSB 4; DBF 13]: 23, 24, 135, 139, 143, 157, 162, 164, 256, 259, 260, 261, 817, 818
- FERRETTI, STEFANO (fl. Mitte 18. Jh., Italien). Astronomie: 708, 709, 711, 969, 971
- FERRNER / FERNER, BENGT (10.12.1724 Nyeds, Värmland – 20.10.1802 Stockholm). Astronomie; Prof. Uppsala, AdW Stockholm (OM 1756), FRS (1760), Paris (KM 1761). – [SBL 15]: 842
- FINCH-HATTON, EDWARD (ca. 1697 – 16.05.1771). Englischer Diplomat und Staatsmann, Botschafter in Russland (1739–42). – [ODNB 25]: 450, 453
- FISCHER [ФИШЕР], JOHANN EBERHARD (10.01.1697 Esslingen, Württemberg – 24.09.1771 SPb.). Geschichte; Rektor des Akademischen Gymnasiums in Petersburg ab 1732, Teilnehmer einer Sibirien-Expedition (1739–47), AdW SPb. (Adj 1732, OM 1747). – [RBS; Pe 1]: 104, 107, 127, 131, 195, 196, 240, 241, 263, 265
- FLAMSTEED, JOHN (29.08.1646 Denby, Derbyshire – 11.01.1720 Greenwich). Astronomie; FRS (1677), AdW Paris (KM 1699). – [DSB 5; ODNB 19]: 49, 87, 89, 816
- FLECKENSTEIN, JOACHIM OTTO (07.07.1914 Düsseldorf – 21.02.1980 München). Astronomie, Wissenschaftsgeschichte; Prof. TU München, Generalredaktor der Bernoulli-Edition ab 1966, Mitgl. der Euler-Kommission der SNG 1966–71, Hrsg. von Bd. II, 5 und 23 der Euler-Werke, AIHS (KM 1960, OM 1967). – [Kü]: 318
- FLEURY, ANDRÉ HERCULE DE (22.06.1653 Lodève, Languedoc – 29.01.1743 Issy-les-Moulineaux b. Paris). Staatsmann und Kardinal ab 1726, Académie française (1717), AdW Paris (AM 1721). – [BE 9; DBF 14]: 457, 462, 467
- FONTAINE DES BERTINS, ALEXIS (13.08.1704 Claveyson, Dauphiné – 21.08.1771 Cui-seaux, Burgund). Mathematik; AdW Paris (Adj 1733, AOM 1739, OM 1742), Berlin (AM 1747). – [DSB 5; DBF 14]: 108, 116, 301, 305, 308, 321, 323

- FONTENELLE, BERNARD LE BOVIER / BOUYER DE (11.02.1657 Rouen – 09.01.1757 Paris). Literatur, Philosophie, Mathematik; Académie française (1691), AdW Paris (OM 1697, Ständiger Sekretär 1697–1740), FRS (1733), Berlin (AM 1749). – [DSB 5; DBF 14]: 107, 355, 356, 362, 368–370, 404, 405, 411, 412, 418, 921, 924, 968
- FORBES, ERIC GRAY (30.03.1933 St. Andrews, Schottland – 21.11.1984 Edinburgh). Astronomie, Wissenschaftsgeschichte, Tobias Mayer-Forschung; Prof. UEdinburgh, AIHS (KM 1974, OM 1981). – [ODNB 20]: 793
- FORMEY, JOHANN HEINRICH SAMUEL (31.05.1711 Berlin – 08.03.1797 ebd.). Theologie, Philosophie; Geheimrat, AdW Berlin (OM 1744, Ständiger Sekretär 1748–97), SPb. (AM 1748), FRS (1750), Leopoldina (1757). – [ADB 7; DBE 3; FPr 6]: 774, 779, 779, 821–823, 833, 835, 839, 918, 920, 935
- FORMEY-BONAFOUS, SUSANNE († 1743 Berlin). Erste Gattin von J.H.S. Formey, Tante von A.S.C. Euler-Hagemeister: 821
- FOURIER, JEAN BAPTISTE JOSEPH, ab 1809 Baron (21.03.1768 Auxerre, Burgund – 16.05.1830 Paris). Mathematik, Physik; AdW Paris (1816/17), FRS (1823), Berlin (KM 1826), Académie française (1826), SPb. (AM 1829). – [DSB 5; DBF 14]: 799
- FRANCHEVILLE, JOSEPH DU FRESNE DE (18.09.1704 Doullens, Picardie – 09.05.1781 Berlin). Literat und Journalist, Herausgeber der *Gazette littéraire de Berlin*: 838, 839
- FRANZ STEPHAN (08.12.1708 Nancy – 18.08.1765 Innsbruck). Herzog von Lothringen und Grossherzog der Toscana, Gatte von Maria Theresia (∞ 1736), ab 1745 als Franz I. Kaiser. – [BE 9]: 668
- FRAUNHOFER, JOSEPH (06.03.1787 Straubing b. München– 07.06.1826 München). Optik, Optische Instrumente; AdW Leopoldina (1824). – [DSB 5; NDB 5]: 65
- FRÉNICLE DE BESSY, BERNARD (ca. 1605 Paris – 17.01.1675 ebd.). Mathematik; AdW Paris (OM 1666). – [DSB 5; DBF 14]: 23, 260
- FREY, JOHANN LUDWIG (26.11.1682 Basel – 28.02.1759 ebd.). Theologie, Geschichte; MA UBasel 1699, Cand. S. Minist. 1703, Dr. theol. 1711, Prof. der Geschichte 1711–37, des Alten Testaments ab 1737. – [HLS; MUB 4:1595]: 215
- FRIEDERIKE AUGUSTE SOPHIE, Fürstin von Anhalt-Zerbst, geb. Prinzessin von Anhalt-Bernburg (28.08.1744 Ballenstedt, Sachsen-Anhalt – 12.04.1827 Coswig, Sachsen). Schwägerin Katharinas II., lebte 1765–91 in Basel: 928
- FRIEDERIKE CHARLOTTE LEOPOLDINE, Markgräfin von Brandenburg-Schwedt (18.08.1745 Schwedt/Oder, Brandenburg – 23.01.1808 Herford, Westfalen). Tochter des Markgrafen Friedrich Heinrich von Brandenburg-Schwedt, Adressatin von Eulers *Lettres à une Princesse d'Allemagne*, ab 1764 Fürstäbtissin des Damenstifts Herford: 989, 989, 990
- FRIEDRICH II. «der Grosse» (24.01.1712 Berlin – 17.08.1786 Potsdam). König ab 1740 in, ab 1772 von Preussen, AdW Berlin (OM und Präsident ab 1764), SPb. (AM 1777/1776). – [BE 9; NDB 5]: 457, 462, 471, 472, 475, 476, 478, 479, 507, 511, 514, 515, 543, 547, 552, 555, 559, 560, 567, 569, 570, 574, 576, 578, 581, 583, 588, 594, 608, 611, 614, 654, 658, 661, 664, 668, 669, 673, 679, 680, 683, 693, 694, 696, 699, 704, 707, 775, 777, 782, 819, 821, 849, 900, 933, 935, 989, 1005, 1006, 1009

- FRIEDRICH AUGUST, Fürst von Anhalt-Zerbst (08.08.1737 Stettin – 03.03.1793 Luxemburg). Bruder der Kaiserin Katharina II., 1758 durch die Preussen vertrieben, 1765–80 in Basel: 807
- FRIEDRICH EUGEN (21.01.1732 Stuttgart – 23.12.1797 Hohenheim b. Stuttgart). Ab 1795 Herzog von Württemberg. – [DBE 3]: 505
- FRIEDRICH HEINRICH, Markgraf von Brandenburg-Schwedt (21.08.1709 Schwedt/Oder, Brandenburg – 12.12.1788 ebd.): 989
- FRIEDRICH LUDWIG (FREDERICK LOUIS) von Hannover, ab 1727 Prince of Wales (31.01.1707 Hannover – 31.03.1751 London): 468
- FRISI, PAOLO (GIUSEPPE) (13.04.1728 Melegnano, Lombardei – 22.11.1784 Mailand). Mathematik, Physik, Mechanik, Astronomie; Mitglied des Barnabiten-Ordens; AdW Paris (KM 1753, OM 1783), FRS (1757), Berlin (AM 1758). – [DSB 5; DBI 50]: 811, 811, 891, 893, 897, 898
- FROBENIUS, GEORG (26.10.1849 Charlottenburg b. Berlin – 03.08.1917 ebd.). Mathematik; Prof. UBerlin und Zürich, AdW Leopoldina (1889), Berlin (OM 1892). – [DSB 5; DBE 3]: 818
- FUSS, JOHANN HEINRICH (1730–1812). Schreiner in Basel, Vater von Niklaus Fuss: 873, 874, 874, 875, 876, 876, 878, 878, 882, 885, 886, 892, 893, 893, 897, 902–904, 905, 907, 908, 911, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 930, 931, 934, 934, 936, 995, 997, 1008, 1021, 1027
- FUSS, NIKLAUS (I) [ФУС(С), НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ] (18.01.1755 Basel – 04.01.1826 SPb.). Mathematik; Wirkl. Staatsrat (1806), AdW SPb. (Adj 1776, OM 1783, Ständiger Sekretär ab 1800), Berlin (AM 1793). – [DSB 5; HLS; NDB 5; DBE 3; RBS; MUB 5:1411]: IX, XI, 1, 5, 65, 307, 554, 635, 641, 822, 825, 870, 873, 874, 874, 875, 875, 876, 876, 878, 878, 881, 882, 885, 886, 890, 892, 893, 893, 896, 898, 899, 900, 903, 904, 905, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 930, 931, 933, 934, 935, 936, 938, 948–950, 989, 995–1019, 1021, 1022–1027
- FUSS, NIKLAUS (II) [ФУС(С), НИКОЛАЙ НИКОЛАЕВИЧ] (30.01.1810 SPb. – 30.06.1867 ebd.). Sohn von N.I Fuss, Bruder von P.H. Fuss; Gymnasiallehrer (Mathematik, Physik), Staatsrat (1867): 36
- FUSS, PAUL HEINRICH [ФУС(С), ПАВЕЛ НИКОЛАЕВИЧ] (01.06.1798 SPb. – 22.01.1855 ebd.). Sohn von N.I Fuss; Mathematik. Wirkl. Staatsrat (1838), AdW SPb. (Adj 1818, OM 1826, Ständiger Sekretär ab 1826). – [RBS; GSE]: 9, 15, 36, 143, 479, 740, 822, 823, 876, 915, 948, 1011, 1019
- FUSS-EULER, ALBERTINE (04.02.1766 Berlin – 06.07.1822 SPb.). Tochter von J.A. Euler, Gattin von N.I Fuss (∞ 1784): 822
- FUSS-STEIGER, JOHANNA MARGARITA (fl. 18. Jh.). Gattin von J.H. Fuss, Mutter von N.I Fuss: 874, 875, 876, 995
- GALILEI, GALILEO (25.02.1564 Pisa – 08.01.1642 Arcetri b. Florenz). Physik, Astronomie. – [DSB 6, NDSB 3; DBI 51]: 65
- GAUSS, CARL FRIEDRICH (30.04.1777 Braunschweig – 23.02.1855 Göttingen). Mathematik, Astronomie; Prof. UGöttingen, AdW SPb. (KM 1802, AM 1824), FRS (1804), Berlin (OM 1810), Paris (AM 1820). – [DSB 5; NDB 5]: 58, 64, 66

- GAUTSCHI, WALTER (\* 11.12.1927 Basel). Mathematik; 1963–2000 Prof. Purdue Univ. (West Lafayette, Indiana). – [AMWS]: 25, 116
- GAVRIIL [ГАВРИИЛ = ПЕТРОВ (ШАПОШНИКОВ), ПЕТР ПЕТРОВИЧ] (29.05.1730 Moskau – 07.02.1801 Novgorod). Erzbischof, Metropolit, Schriftsteller, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [RBS]: 1006
- GEKKER, IVAN ROMANOVIC̆ cf. HECKER, IVAN
- GENGENBACH, CHRISTOPH I (~ 20.04.1706 Basel – □ 03.07.1770 ebd.). Organist am Basler Münster ab 1729, Schwager von L. Euler. – [MUB 5:152; St 1]: 491, 495, 497, 642, 643, 808, 850, 854, 987, 988
- GENGENBACH, CHRISTOPH II (13.03.1743 Basel – 11.02.1797 ebd.). Sohn von Ch. I Gengenbach; MA UBasel 1762, Cand. S. Minist. 1769, Musiklehrer 1771–84, Schulmeister der Mädchenschule zu Barfüßern ab 1784. – [MUB 5:1069; St 1]: 810, 850, 854, 880, 881, 885, 886
- GENGENBACH, ELISABETH (1740 Basel – 27.06.1795 ebd.). Ledige Tochter von Ch. I Gengenbach, Nichte von L. Euler: 901
- GENGENBACH-BURCKHARDT, HELENA († 30.07.1796 Basel). Gattin von Ch. II Gengenbach (∞ 1773): 868, 880
- GENGENBACH-EULER, ANNA MARIA (19.08.1708 Riehen b. Basel – 29.05.1778 Basel). Schwester von L. Euler, Gattin von Ch. I Gengenbach (∞ 1731): 850, 851, 873, 880, 902, 911
- GEORGI, JOHANN GOTTLIEB (31.12.1729 Wachholzhausen b. Treptow / Trzebiatów, Pommern – 08.11.1802 SPb.). Medizin, Chemie, Geographie; AdW SPb. (Adj 1776, OM 1783), Berlin (AM 1778), Leopoldina (1789). – [NDB 6; DBE 3]: 854, 909, 912, 913
- GEYMÜLLER, JOHANN RUDOLPH (~ 25.07.1713 – □ 10.09.1771 Basel). MA UBasel 1731, Dr. med. 1738, nach 1740 in diplomatischen Diensten, 1759 Sechser des Grossen Rates. – [MUB 5:56]: 450, 453, 456, 457, 463, 482, 485
- GITERMAN(N), VALENTIN (04.06.1900 Uman', heute Ukraine – 21.06.1965 Zürich). Geschichte Russlands, Wirtschaftsgeschichte, Journalismus; 1944–65 Schweizer Nationalrat. – [Kü]: 203, 355, 467, 486
- GLEDITSCH, JOHANN GOTTLIEB (05.02.1714 Leipzig – 05.10.1786 Berlin). Medizin, Botanik; AdW Berlin (OM 1744), SPb. (AM 1777/1776). – [NDB 6; DBE 3]: 1006
- GMELIN [ГМЕЛИН], JOHANN GEORG (10.08.1709 Tübingen – 20.05.1755 ebd.). Botanik, Chemie, Naturgeschichte; Forschungsreisender, Dr. med. UTübingen 1727, Prof. ab 1747, AdW SPb. (Adj 1727, OM 1731–48). – [DSB 5; NDB 6; DBE 4; RBS; Pe 1]: 61, 97, 98, 99, 134, 320, 322, 328, 332, 334, 349, 354, 488, 492, 497, 515, 566, 573, 579, 715, 718, 734, 736, 737, 738, 739, 765, 914, 931, 980, 981
- GMELIN [ГМЕЛИН], SAMUEL GOTTLIEB (04.07.1744 Tübingen – 27.07.1774 Kizljär, Dagestan). Neffe von J.G. Gmelin; Botanik; Forschungsreisender, AdW SPb. (OM 1767). – [NDB 6; DBE 4; RBS; GSE 6]: 804, 825, 854, 883, 884, 888, 889, 892, 897, 898, 980, 983, 989, 990, 991
- GMELIN-DE CHAPPUZEAU, ANNA (22.01.1755 Astrachan – 23.01.1828 Pernau / Pärnu, Estland). Gattin von S.G. Gmelin (∞ 1772): 898



- GNUČEVA, VERA [ГНУЧЕВА, ВЕРА ФЕДОРОВНА] (1890–1942). Mitarbeiterin des Archivs der Akademie der Wissenschaften Russlands: 422
- GODIN, LOUIS (28.02.1704 Paris – 11.09.1760 Cádiz). Astronomie; Teilnehmer an der geodätischen Expedition nach Peru 1735–45, AdW Paris (Adj 1725, OM 1730), FRS (1735). – [DSB 5; DBF 16]: 108, 145
- GOLDBACH, CHRISTIAN (18.03.1690 Königsberg – 01.12.1764 SPb.). Staatsdienst, Mathematik, Diplomatie; Geheimrat (1760), AdW SPb. (OM 1725, Konferenzsekretär 1725–28 und 1732–42, AM 1742). – [DSB 5; NDB 6; Pe 1]: 9, 19, 30, 32, 47, 53, 60, 63, 109, 111–113, 115, 143, 178, 182, 223, 228, 251, 253, 254, 261, 321, 323, 369, 447, 471, 475, 479, 480, 481, 483, 486, 487, 505, 506, 510, 514, 515, 595, 649, 693, 707, 708, 713, 740, 754, 796, 914, 960, 961, 962, 972
- GOLDSTEIN, CATHERINE (\* 05.07.1958). Zahlentheorie, Mathematikgeschichte; 1980 Forschungsbeauftragte UParis-Sud, seit 2003 Forschungsdirektorin Institut de Jussieu: 260
- GOLDSTINE, HERMAN HEINE (13.09.1913 Chicago – 16.06.2004 Bryn Mawr, Pennsylvania). Mathematik, Computerwissenschaft: 277
- GOLICYN, DMITRIJ [ГОЛИЦЫН, ДМИТРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ], Fürst (26.05.1734 Moskau – 17.03.1803 Braunschweig). Diplomat, Amateurgelehrter, Gesandter in Paris (1763–67) und in Holland (1769–82), AdW SPb. (AM 1778), Berlin (AM 1793). – [RBS]: 793
- GOLOVIN, MIKHAIL [ГОЛОВИН, МИХАИЛ ЕВСЕЕВИЧ] (1756 b. Arkhangel'sk – 08.06.1790 SPb.). Mathematik; AdW SPb. (Adj 1776, AM 1786): 909, 913
- GOLOVIN, NIKOLAJ [ГОЛОВИН, НИКОЛАЙ ФЕДОРОВИЧ], Graf (1695 – 26.07.1745 Hamburg). Marineoffizier, Chef der Marineverwaltung, Admiral (1733). – [RBS]: 542, 556, 560, 582
- GOLOVKIN, ALEKSANDR ALEKSANDROVIČ [ГОЛОВКИН, АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ], Graf (1732 Den Haag – 04.08.1781 Paris). Jüngerer Sohn von A.G. Golovkin: 607, 780, 782, 789
- GOLOVKIN, ALEKSANDR GAVRILOVIČ [ГОЛОВКИН, АЛЕКСАНДР ГАВРИИЛОВИЧ], Graf (1688 Moskau – 14.11.1760 Den Haag). Diplomat, russischer Botschafter in Berlin (1711–27), Paris und Holland (1731–59), Kammerherr (1711), Wirkl. Geheimrat (1727). – [RBS]: 11, 782, 952
- GOLOVKINA, MARIYA ALEKSANDROVNA cf. KAMEKE, MARIA VON
- GOLOVKINA-VON DOHNA, KATHARINA, Gräfin. Gattin von A.G. Golovkin (∞ 1715): 782
- GRAF, JOHANN HEINRICH (16.08.1852 Töss b. Winterthur – 17.06.1918 Bern). Mathematik, Geschichte der Mathematik; Prof. UBern ab 1892. – [DBE 4; HLS]: 614
- GRAHAM, GEORGE (1673 b. Carlisle, Cumbria – 27.11.1751 London). Mechaniker und Erfinder, FRS (1721). – [DSB 5; ODNB 23]: 298
- GRANDJEAN DE FOUCHY, JEAN PAUL (10.03.1707 Paris – 15.04.1788 ebd.). Astronomie; AdW Paris (Adj 1731, OM 1741, Ständiger Sekretär ab 1744). – [DSB 5]: 108
- GRASSHOFF, HELMUT (07.11.1925 Hamersleben, Sachsen-Anhalt – 18.07.1983 Berlin). Geschichte: 418



- GRATTAN-GUINNESS, IVOR (23.06.1941 Bakewell, Derbyshire – 12.12.2014). Geschichte der Mathematik und Mechanik; Prof. UMiddlesex; AIHS (KM 1986, OM 1991): 85
- GRAUNT, JOHN (04.05.1620 London – 28.04.1674 ebd.). Demographie; Kurzwarenhändler, FRS (1663). – [DSB 5; ODNB 23]: 948
- 's GRAVESANDE, WILLEM JACOB (26.09.1688 's Hertogenbosch – 28.02.1742 Leiden). Mechanik, Physik, Philosophie; Prof. der Mathematik und Astronomie ULeiden ab 1717, FRS (1715). – [DSB 5; NNBW 6]: 616, 621
- GREENBERG, JOHN LEONARD (19.12.1945 Kirksville, Missouri – 23.08.2004 Paris). Mathematik, Geschichte der Mathematik: 308
- GREGORY / GREGORIE, JAMES (Nov. 1638 Drumoak b. Aberdeen – Okt. 1675 Edinburgh). Mathematik, Optik, Astronomie; Prof. USt. Andrews ab 1668, FRS (1668). – [DSB 5; ODNB 23]: 23, 65, 635
- GRIMM, FRIEDRICH MELCHIOR, ab 1771 Baron (26.12.1723 Regensburg – 19.12.1807 Gotha). Schriftsteller, Diplomat, AdW SPb. (AM 1773). – [NDB 7; DBE 4]: 883, 884
- GRIMM, PETER (fl. 18. Jh.). Basler Handwerker, der auch in Petersburg wirkte: 870, 873, 876, 877, 882, 884, 893, 919, 928, 929, 934, 936
- GRIMM-LANDERER, MARIA MAGDALENA. Gattin von Peter Grimm (∞ 1771): 882, 936
- GROEHLER, OLAF (28.04.1935 Berlin – 27.12.1995 ebd.). Geschichte der Neuzeit; Prof. UBerlin: 515
- GROSS [ГРОСС], CHRISTIAN FRIEDRICH (um 1698 Lichtenstern b. Heilbronn – 13.01.1742 SPb.). Philosophie (Ethik), Geschichte; Hauslehrer b. Graf H.J. Ostermann, AdW SPb. (Adj 1725, AOM 1726, AM 1732). – [RBS; Pe 1]: 102, 105, 204, 205, 240, 241, 242, 281, 287, 319, 321, 323, 461, 466, 491, 495, 497, 957
- GRUBENMANN, HANS ULRICH (13.06.1709 Teufen, Kt. Appenzell – 24.01.1783 ebd.). Zimmermann, Brückenbau. – [HLS]: 1018
- GRUBENMANN, JOHANNES (15.06.1707 Teufen, Kt. Appenzell – 12.06.1771 ebd.). Zimmermann, Brückenbau. – [HLS]: 1018
- GRUMMERT, GOTTFRIED HEINRICH (1719 Białą, Polen – 1776 Dresden). Mathematik; sächsischer Hofmathematiker. – [Jöcher-Adelung 2]: 848
- GRYNAEUS, JOHANNES (08.06.1705 Läufelfingen, Baselland – 11.04.1744 Basel). Theologie; MA UBasel 1720, Prof. der Dogmatik UBasel 1737–40, des Neuen Testaments ab 1740. – [MUB 4:2684; St. 1; AR 1, 79–81, 95]: 215, 456
- GSELL, ELISABETHA cf. LELONG-GSELL, ELISABETHA
- GSELL, ELISABETHA PAULINA (26.11.1709 – nach 1742). Tochter von G. Gsell aus dessen erster Ehe, ledig geblieben: 491, 495
- GSELL [ГЗЕЛЪ], GEORG (28.01.1673 St. Gallen – 03.12.1740 SPb.). Kunstmaler, wirkte in Holland, ab 1717 in Petersburg, Schwiegervater von L. Euler. – [BLSK 1; NNBW 9; RBS]: 99, 101, 104, 107, 127, 131, 138, 143, 167, 172, 189, 190, 192–194, 196, 199, 202, 211, 213, 217, 218, 240, 241, 263, 265, 266, 268, 271, 456, 462
- GSELL, ISRAEL BENJAMIN (\* 26.03.1722 SPb.). Sohn von G. Gsell aus dessen dritter Ehe; Postbeamter in Petersburg: 199, 202, 211, 213, 240, 241, 263, 265, 268, 271

- GSELL, OTTO (30.03.1902 St. Gallen – 26.11.1990 Arizona). Medizin; Prof. UBasel. – [DBE 4; HLS]: 145
- GSELL-GRAF(F) (HENDRICKS-GRAFF), DOROTHEA MARIA HENRIETTA (~ 02.02.1678 Nürnberg – 16.05.1743 SPb.). Tochter von M.S. Merian (unter deren Namen sie zuweilen auch erwähnt wird), dritte Gattin von G. Gsell, Mutter von L. Eulers zweiter Gattin Salome Abigail Euler-Gsell; Malerin. – [BLSK 2; NNBW 9]: 138, 143, 456, 462
- GUA DE MALVES, JEAN PAUL DE, Abbé (1713 Malves-en-Minervois, Languedoc – 02.06.1786 Paris). Mathematik, Nationalökonomie; AdW Paris (Adj 1741, OM 1785), FRS (1743). – [DBF 16]: 626
- GUASCO (DU GUAST), FRANZ VON (GIOVANNI FRANCESCO) (15.08.1708 Turin – 23.03.1763 Königsberg). Offizier, 1741–43 in russischen Diensten, ab 1756 Generalmajor der kaiserlich österreichischen Armee: 507, 511, 515
- GUILLEMIN, AMÉDÉE (05.07.1826 Pierre-de-Bresse, Burgund – 02.01.1893 ebd.). Journalist, populärwissenschaftlicher Schriftsteller: 878
- GÜLDENSTÄDT, JOHANN ANTON (10.05.1745 Riga – 03.04.1781 SPb.). Medizin, Biologie, Forschungsreisender; AdW SPb. (Adj 1769, OM 1771). – [NDB 7; DBE 4]: 854, 855, 883, 889, 899, 933, 934, 934, 936, 1005
- GÜNTHER, SIEGMUND (06.02.1848 Nürnberg – 03.02.1923 München). Mathematik, Wissenschaftsgeschichte; Prof. UMünchen, AdW Leopoldina (1877). – [NDB 5; DBE 4]: 58, 641
- GUSTAV III. (24.01.1746 Stockholm – 29.03.1792 ebd.). Ab 1771 König von Schweden. – [BE 11; SBL 17]: 936–938, 1012
- HAAFTEN, MARIUS VAN (13.07.1880 Deventer – 24.06.1957 De Steeg, Gelderland). Versicherungswesen: 950
- HAAG, DANIEL (1722–1792). Buchhändler und Buchbinder in Basel: 872
- HAAS, WILHELM (23.08.1741 Basel – 08.06.1800 St. Urban, Kt. Luzern). Schriftgiesser, Ingenieur und Unternehmer in Basel, Schwager von Christian von Mechel, ab 1782 Artillerie-Offizier. – [NDB 7]: 870, 872, 884
- HABICHT, WALTER (03.10.1915 Schaffhausen – 08.11.1998 Rodersdorf, Kt. Solothurn). Mathematik; Prof. USaarbrücken ab 1957 und Basel 1963–85, Mitgl. der Euler-Kommission der SNG 1964–85, Generalredaktor 1966–85, Hrsg. von Bd. II, 20–21, Mithrsg. von Bd. III, 9 und IV A, 1 der Euler-Werke, AIHS (KM 1976). – [Kü]: 64, 66, 848, 905
- HAGEMEISTER, ANNA SOPHIE CHARLOTTE cf. EULER-HAGEMEISTER, ANNA SOPHIE CHARLOTTE
- HAGEMEISTER, PAUL RUDOLF (fl. Mitte 18. Jh.). Preussischer Oberkastellan und Hofrat, Schwiegervater von J.A. Euler: 821
- HAGEMEISTER-BONAFOUS, ANNA († 1737 Berlin). Schwiegermutter von J.A. Euler: 821
- HAGEN, VICTOR WOLFGANG VON (29.02.1908 Saint Louis, Missouri – 08.03.1985 Italien). Geschichte, Anthropologie: 145

- HAGNAUER, GEORG BALTHASAR (~ 10.03.1709 Aarau – 22.05.1746 ebd.). Stud. UJena, Dr. med., Arzt in Aarau. – [MUB 5:201]: 490, 491, 495, 497
- HAHN, ROGER (05.01.1932 Paris – 31.05.2011 Berkeley, Kalifornien). Wissenschaftsgeschichte; AIHS (KM 1969, OM 1983): 45
- HAID, JOHANN JAKOB (23.01. oder 10.02.1704 Klein-Eislingen, Württemberg – □ 09.12.1767 Augsburg). Maler, Kupferstecher und Verleger. – [NDB 7; DBE 4]: 508, 512, 515, 919
- HAKFOORT, CASPER (06.01.1955 's Heerenberg, Niederlande – 04.03.1999). Wissenschaftsgeschichte, Optik; Prof. UTwente: 62
- HALES, STEPHEN (27.09.1677 Beakesbourne, Kent – 04.01.1761 Teddington, Middlesex). Physiologie, Physik, Chemie; FRS (1718), AdW Paris (AM 1753). – [DSB 6; ODNB 24]: 584, 590, 595, 598, 601
- HALL, CHESTER MOOR(E) (~ 20.01.1703 Leigh, Essex – 17.03.1771 Sutton, Essex). Jurist, Erfinder des Achromaten. – [ODNB 24]: 65
- HALLER, ALBRECHT VON (16.10.1708 Bern – 12.12.1777 ebd.). Medizin, Naturforschung, Poesie; Prof. UGöttingen 1736–53; FRS (1739), AdW Berlin (AM 1749), Leopoldina (1750), Paris (AM 1754), SPb. (AM 1777/1776). – [DSB 6, NDSB 3; NDB 7; DBE 4]: 507, 511, 614, 1006
- HALLER, PIERRE DE (fl. 20. Jh.). Mithrsg. von Bd. II, 16–17 der Euler-Werke: 819
- HALLEY, EDMOND (08.11.1656 b. London – 25.01.1742 Greenwich). Astronomie, Demographie; FRS (1678), AdW Paris (AM 1729). – [DSB 6; ODNB 24]: 80, 82, 84, 687, 691, 695, 948, 950, 990, 993, 993, 1009, 1011, 1013, 1018
- HANKEL, HERMANN (14.02.1839 Halle/Saale – 29.08.1873 Schramberg, Schwarzwald). Mathematik, Geschichte der Mathematik; Prof. ULeipzig, Erlangen und Tübingen. – [NDB 7; DBE 4]: 635
- HANKINS, THOMAS L. (\*09.09.1933 Laurence, Kansas). Wissenschaftsgeschichte; Prof. UWashington, AIHS (KM 1993): 693
- HARRIOT, THOMAS (ca. 1560 Oxford – 02.07.1621 London). Mathematik, Astronomie, Physik. – [DSB 6; ODNB 25]: 65
- HARRISON, JOHN (~ 10.04.1693 Foulby, Yorkshire – 24.03.1776 London). Mechaniker und Uhrmacher. – [DSB 6; ODNB 25]: 57, 793
- HECHELMÜLLER (fl. 18. Jh.). Bekannt der Familie Fuss in Basel: 936
- HECKER, IVAN [ГЕККЕР, ИВАН РОМАНОВИЧ] (04.03.1927 Leningrad – 07.05.1989 Moskau). Physik, Wissenschaftsgeschichte, Euler-Forschung: 819, 881
- HEDLINGER, JOHANN KARL (28.03.1691 Seewen b. Schwyz – 14.03.1771 Schwyz). Medaillieur, AdW Berlin (AM 1748). – [NDB 8; DBE 4]: 507, 511
- HEINRICH (FRIEDRICH HEINRICH LUDWIG) Prinz von Preussen (18.01.1726 Berlin – 03.08.1802 Rheinsberg, Mark Brandenburg). Bruder Friedrichs II.; preussischer General. – [BE 12; NDB 8]: 849, 850, 897

- HEINSIUS [ГЕЙНЗИУС], GOTTFRIED (27.04.1709 Naumburg/Saale – 21.05.1769 Leipzig). Astronomie; AdW SPb. (AOM 1736, AM 1744), Prof. Mathematik ULeipzig ab 1745. – [ADB 11; RBS; Pe 1]: 59, 197, 229, 603, 606, 619, 624, 626, 634, 649, 737, 753
- HELL (HÖLL), MAXIMILIAN (15.05.1720 Schemnitz / Baňská Štiavnica, heute Slowakei – 14.04.1792 Wien). Astronomie; Jesuit. – [NDB 5; DBE 4]: 832, 837, 840, 847, 848, 875, 876
- HELMHOLTZ, HERMANN VON (31.08.1821 Potsdam – 08.09.1894 Charlottenburg b. Berlin). Physik, Physiologie; Prof. UKönigsberg, Bonn, Heidelberg und Berlin, AdW Berlin (KM 1857, OM 1871), FRS (1860), SPb. (KM 1868), Paris (KM 1870, AM 1892). – [DSB 6; NDB 8]: 447
- HENNINGER, JOHANN KONRAD [ГЕННИНГЕР, КОНДРАТИЙ ИВАНОВИЧ] (~ 20.02.1696 Strassburg – 1763 Moskau). Staatsrat (1740), Wirkl. Staatsrat (1754), Schwager von J.D. Schumacher. – [RBS]: 460, 461, 466, 469, 480, 483, 486, 914, 961
- HENNINGER, PHILIPP JAKOB (\* 1729 Moskau). Sohn von J.K. Henninger; 1738–41 Schüler des Akademischen Gymnasiums in Petersburg: 461, 466
- HENNINGER-SCHUMACHER, MARIE ELISABETH. Schwester von J.D. Schumacher, Gattin von J.K. Henninger (∞ 1727): 961
- HENTSCHEL, KLAUS (\* 04.04.1961 Bad Nauheim). Wissenschaftsgeschichte: 62
- HENZI, SAMUEL (19.04.1701 Bümpliz b. Bern – 17.07.1749 Bern). Literatur, Politik. – [HLS]: 614
- HERMANN, GERMAN (06.12.1686 Basel – 20.01.1771 ebd.). Bruder von Jakob Hermann; Kaufmann in Basel: 957
- HERMANN [ГЕРМАН], JAKOB (26.07.1678 Basel – 11.07.1733 ebd.). Mathematik, Mechanik; MA UBasel 1696, Cand. S. Minist. 1701, Prof. der Mathematik UPadua 1707–13, UFrankfurt/Oder 1713–24, der Ethik UBasel ab 1731, AdW Berlin (AM 1707), SPb. (OM 1725, AM 1731). – [DSB 6; HLS; NDB 8; RBS; Pe 1; MUB 4:1491]: 12, 29, 31, 36, 95, 100, 104, 106, 109, 111, 113, 117, 118, 122, 125, 153, 155, 159, 161, 163, 164, 175, 355, 360, 367, 371, 798, 856, 896, 914, 915, 954, 957, 975
- D'HÉROUVILLE DE CLAY, ANTOINE DE RICOUART, Graf (16.11.1713 Paris – 29.08.1782 ebd.). Französischer Offizier, Generalleutnant. – [DBF 17]: 137, 142, 145
- D'HÉROUVILLE, JACQUES ANTOINE DE RICOUART (02.02.1682 – 27.08.1760). Französischer Offizier, Generalmajor (1734). – [DBF 17]: 145
- HERT(T)ENSTEIN, JOHANN HEINRICH / JEAN HENRI (03.12.1676 Strassburg – 16.03.1741 ebd.). Mathematik, Astronomie; Prof. UStrassburg ab 1719, AdW Berlin (AM 1721). – [NDBA 16]: 598, 601
- HERVEY, FREDERICK AUGUSTUS (01.08.1730 Suffolk – 08.07.1803 Albano, Latium). Ab 1768 Fürstbischof von Derry (Nordirland), ab 1779 Earl of Bristol, exzentrischer Philanthrop mit Interesse an Kunst und Architektur. FRS (1782): 1018
- HERZBERGER, MAXIMILIAN JAKOB (07.03.1899 Berlin – 09.04.1982 New Orleans). Physik, Optik; Prof. UDelft, ETH Zürich, New Orleans, Hrsg. von Bd. III, 7 der Euler-Werke. – [DBE 4; AMWS]: 65

- HEU (fl. 18. Jh.). Sekretär des Grafen zur Lippe: 100
- HEUSCHLING, PHILIPPE FRANÇOIS XAVIER THÉODOSE (1802 Luxemburg – 1883). Ökonomie. Direktor des Statistischen Amtes beim belgischen Innenministerium: 950
- HEY / HEU, ANDREAS (07.12.1662 Basel – 09.03.1717 Strassburg). Pfarrer, MA UBasel 1680, Cand. S. Minist. 1685, Pfarrer in Strassburg-Wolfisheim ab 1686. – [MUB 4:713]: 151
- HEY / HEU, GEORG ANDREAS (22.09.1712 Strassburg – 1751 Erlangen). Sohn von A. Hey; Studium in Strassburg und Basel, Prof. der Mathematischen Wissenschaften an der Ritterakademie in Petersburg 1736–43, MA UBasel 1744, Landarzt in Deutschland. – [NDBA 16; MUB 5:203; AR 2, 97–98]: 148, 150, 151, 688, 692, 695
- HEY-BRUCKNER, MARIA MAGDALENA (1712 Basel – 1750 Nürnberg). Tochter von Isaak Bruckner, Gattin von G.A. Hey (∞ 1737 SPb.): 148, 150
- HEY-DEUCHERT, MARIA ESTHER († 10.06.1742 Strassburg). Gattin von A. Hey, Schwester von J.G. Deuchert: 151
- HIORTER, OLOF (1696 Rödön, Jämtland – 25.04.1750 Uppsala). Astronomie. – [SBL 19]: 615
- HODGSON, JAMES (~ 07.03.1678 – 25.06.1755). Mathematik; Master of the Royal Mathematical School at Christ's Hospital, London, FRS (1703). – [ODNB 27]: 950, 1013, 1018
- HOFFMANN, FRIEDRICH (19.02.1660 Halle/Saale – 12.11.1742 ebd.). Medizin, Chemie; Prof. der Medizin und Physik UHalle ab 1693, Geheimrat, AdW Leopoldina (1696), Berlin (AM 1701), FRS (1720), SPb. (AM 1734). – [DSB 6; NDB 9]: 191, 349, 354, 355
- HOF(F)MANN, JAKOB HEINRICH (Königsberg – 1743 SPb.). Ab 1729 Rechnungsprüfer, ab 1735 Aktuar und Protokollführer der Petersburger Akademie: 965
- HOFMANN, JOSEPH EHRENFRIED (07.03.1900 München – 07.05.1973 Günzburg, Schwaben). Mathematikgeschichte, Leibniz-Forschung; Prof. UTübingen, AdW Leopoldina (1954), Berlin (KM 1957, AM 1969), AIHS (KM 1960, OM 1963). – [DBE 5]: 254, 260
- HOHRATH, DANIEL (\* 15.9.1960 Bad Cannstatt). Militärgeschichte: 206
- HORAZ / QUINTUS HORATIUS FLACCUS (08.12.65 v. Chr. Venusia, Lukanien – 27.11.8 v. Chr. Rom). Dichter. – [BE 12]: 308, 354, 487, 683
- HORREBOW, PEDER NIELSEN (14.05.1679 Løgstør, Dänemark – 15.04.1764 Kopenhagen). Astronomie; Prof. UKopenhagen 1714–64, AdW Berlin (AM 1746). – [DSB 6; DBL 6]: 156, 162, 164
- HOWALD-HALLER, MARIO (1925 Basel – 19.02.2001 Dornach). Mathematik, Astronomie, Wissenschaftsgeschichte. – [DBW 5]: 58, 108, 531
- HOWSE, (HUMPHREY) DEREK (10.10.1919 Weymouth, Dorset – 26.07.1998 London). Marineoffizier, Navigations- und Astronomiegeschichte; National Maritime Museum, Greenwich: 57
- HUBER, FRIEDRICH (\* 12.04.1929 Basel). Medizin; Chefarzt und Spitaldirektor in Basel bis 1998: 808

- HUBER, JOHANN JAKOB (07.09.1707 Basel – 06.07.1778 Kassel). Anatomie, Botanik; MA UBasel 1726, Cand. med. 1732, Dr. med. 1733, Prof. der Anatomie UGöttingen und UKassel ab 1767, AdW Leopoldina (1741), FRS (1752), Berlin (AM 1760). – [HLS; MUB 4:2906; AR 2, 105–110; Wolf 1]: 507, 511, 514
- HUYG(H)ENS, CHRISTIAAN (14.04.1629 Den Haag – 08.07.1695 ebd.). Physik, Mechanik, Mathematik, Astronomie; wirkte in Holland und in Paris 1665–81, FRS (1663), AdW Paris (OM 1666). – [DSB 6; NNBW 1]: 308, 325, 329, 798, 908, 909
- HYGELIN, JOHANN MORITZ († zwischen 1730 und 1736). Feldscher im Nevskischen Regiment in Russland, gebürtig aus Sulz im Oberelsass: 137, 141, 145, 189, 190, 194, 196
- IM HOF / IMHOF (fl. 18. Jh.). Unbekannter in Basel: 92, 93, 93
- INOKHODCEV, PETR [ИНОХОДЦЕВ, ПЕТР БОРИСОВИЧ] (02.12.1742 Moskau – 08.11.1806 SPb.). Astronomie; AdW SPb. (Adj 1768, AOM 1779, OM 1783–97 und ab 1799). – [RBS; GSE 10]: 22, 854, 899, 900
- ISABEL DE FARNESIO / ELISABETTA FARNESE (25.10.1692 Parma – 20.07.1766 Aranjuez, Kastilien). Königin von Spanien ab 1714. – [BE 7; DBI 42]: 319, 322
- ISELIN, JAKOB CHRISTOPH (22.06.1681 Basel – 13.04.1737 ebd.). Theologie, Geschichte; MA UBasel 1697, Cand. S. Minist. 1701, Cand. theol. und Dr. theol. 1711, Prof. der Geschichte und Eloquenz UMarburg (1704–06), der Geschichte (1706–11) und der Dogmatik (1711–37) UBasel, mehrmals Dekan der Theol. Fakultät und Rektor. – [HLS; MUB 4:1510; St 1]: 212, 214, 215, 472, 476
- ISLEN'EV, IVAN [ИСЛЕНЬЕВ, ИВАН ИВАНОВИЧ] (vor 1738 – 04.03.1784). Astronomie, Geodäsie; AdW SPb. (Adj 1772/1771): 837, 839, 847, 848, 854
- IVAN VI. [ИВАН АНТОНОВИЧ] (23.08.1740 SPb. – 16.07.1764 Festung Schlüsselburg b. SPb.). 17.10.1740 Zar unter der Regentschaft zunächst von E.J. Biron, dann seiner Mutter Anna Leopoldovna, nach seinem Sturz am 25.11.1741 inhaftiert und bei der Thronbesteigung Katharinas II. ermordet: 467
- JACOBI, CARL GUSTAV JACOB (10.12.1804 Potsdam – 18.02.1851 Berlin). Mathematik; Prof. UKönigsberg, AdW Berlin (KM 1829, AM 1836, OM 1844), SPb. (KM 1830, AM 1833), Paris (KM 1830, AM 1846), FRS (1833). – [DSB 7; NDB 10]: 24, 468, 823
- JACOBS, BART (fl. 1. Hälfte 18. Jh.). Hamburger Reeder: 299, 304
- JACQUIER, FRANÇOIS (07.06.1711 Vitry-le-François, Champagne – 03.07.1788 Rom). Mathematik; Franziskaner, Prof. der Theologie bei der Glaubenskongregation in Rom, Prof. Physik UTurin (ab 1745), FRS (1741), AdW Paris (KM 1743), Berlin (AM 1749). – [DBF 18]: 615
- JAKI, STANLEY L. / JÁKI, SZANISZLÓ LÁSZLÓ (17.08.1924 Győr, Ungarn – 07.04.2009 Madrid). Physik, Theologie, Benediktiner: 747
- JALLABERT, JEAN (26.07.1712 Genf – 11.03.1768 Nyon, Waadt). Physik; Prof. Mathematik, Physik und Philosophie in Genf, AdW Paris (KM 1739), FRS (1740). – [HLS; Wolf 2]: 266, 334, 384



- JENKINS, REESE V. (fl. 2. Hälfte 20. Jh.). Wissenschafts- und Technikgeschichte; Prof. URochester (NY), UWisconsin: 65
- JETZLER, CHRISTOPH (20.12.1734 Schaffhausen – 01.09.1791 ebd.). Baustatik, Mathematik; ursprünglich Kürschner, ab 1775 Gymnasial-Prof. und Forstverwalter in Schaffhausen. – [ADB 14; Wolf 2]: 31, 794, 796
- JOSEPH II. (13.03.1741 Wien – 20.02.1790 ebd.). Erzherzog von Österreich, ab 1765 Kaiser. – [BE 14; NDB 10]: 904
- JUDIN, IVAN [ЮДИН, ИВАН] († 1768 SPb.). Student der Akademie-Universität in Petersburg: 22
- JUNCKER [ЮНКЕР], GOTTLÖB FRIEDRICH WILHELM (01.07.1703 Schleusingen, Thüringen – 21.11.1746 SPb.). Poesie; AdW SPb. (Adj 1731, OM 1734). – [ADB 14; RBS; Pe 1]: 119, 122, 125, 507, 511, 514
- JUNIUS (fl. 18. Jh.). Buchhändler in Leipzig: 988, 990
- JURIN, JAMES (~ 25.12.1684 London – 09.04.1750 ebd.). Physik; Arzt, Mitgl. des Royal College of Physicians, London (1719), FRS (1717, Sekretär 1721–27). – [ODNB 30]: 670, 673, 676, 678, 681
- JUŠKEVIČ, ADOL'F [ЮШКЕВИЧ, АДЛЬФ ПАВЛОВИЧ] (15.07.1906 Odessa – 17.07.1993 Moskau). Mathematikgeschichte; Prof., Mitarbeiter des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik in Moskau, Mitgl. des Redaktionskomitees der Series IV der Euler-Werke, Mithrsg. von Bd. IV A, 1, 5 und 6, AIHS (KM 1956, OM 1960, Präsident 1965–68), AdW Leopoldina (1958): 27, 28, 479, 487, 514, 635, 649, 802, 804, 808, 809, 811, 813, 820
- JUSSIÉU, JOSEPH DE (03.09.1704 Lyon – 11.04.1779 Paris). Medizin, Botanik; Teilnehmer an der geodätischen Expedition nach Peru 1735–45, AdW Paris (Adj 1742, OM 1743). – [DSB 7; DBF 18]: 145
- KALAU, JOHANN CHRISTOPH (fl. 18. Jh.). Kopist an der Petersburger Akademie der Wissenschaften (1738–43), danach im Auswärtigen Kollegium: 369, 370
- KALMYKOV, IVAN [КАЛМЫКОВ, ИВАН ИВАНОВИЧ] († 1734 SPb.). Petersburger Instrumentenmacher: 95
- KAMEKE, MARIA VON [ГОЛОВКИНА, МАРИЯ АЛЕКСАНДРОВНА] (1718–1787). Tochter des Grafen A.G. Golovkin, Schwester des Grafen A.A. Golovkin, Gattin von F.P. von Kameke (∞ 1739): 780, 782, 790, 790
- KAMEKE-BITZICKER, OTTO VON (fl. 19. Jh.). Genealogie: 782
- KANTEMIR, ANTIOKH [КАНТЕМИР, АНТИОХ ДМИТРИЕВИЧ], Fürst (21.09.1708 Konstantinopel oder Iaşi – 11.04.1744 Paris). Poet, Diplomat, russischer Gesandter in London (1731–38) und in Paris (ab 1738). – [BE 5; RBS; GSE 11]: 59, 300, 304, 320, 322, 369, 370, 404, 405, 412, 418, 426, 431, 448, 451, 488, 492, 505, 521, 528, 532, 536, 541, 547, 552, 554, 556, 560, 565, 571, 573, 578, 579, 582, 582, 588, 597, 600, 603, 957, 965, 968, 968
- KARGER (fl. 18. Jh.). Unbekannter Basler in Petersburg: 877, 878
- KARL (I.) DER KÜHNE / CHARLES (I<sup>ER</sup>) LE TÉMÉRAIRE, Herzog von Burgund ab 1467. (10.11.1433 Dijon – 05.01.1477 Nancy). – [BE 14; DBF 8]: 669, 673



- KARL VI. (01.10.1685 Wien – 20.10.1740 ebd.). Ab 1711 Kaiser. – [BE 14; NDB 11]: 145, 174, 197, 200
- KARL VII. (06.08.1697 Brüssel – 20.01.1745 München). Kurfürst von Bayern (als Karl Albrecht), ab 1742 Kaiser. – [BE 14; NDB 11]: 497
- KARL XII. (27.06.1682 Stockholm – 11.12.1718 b. Fredrikshald, Norwegen). König von Schweden ab 1697. – [BE 14; SBL 20]: 203
- KARL ALEXANDER, Herzog von Württemberg (24.01.1684 Stuttgart – 12.03.1737 Ludwigsburg b. Stuttgart). – [BE 14; NDB 11]: 124, 137, 141, 170, 173
- KARL EUGEN, Herzog von Württemberg (11.02.1728 Brüssel – 24.10.1793 Hohenheim b. Stuttgart). – [BE 14; NDB 11]: 505, 507, 512
- KARL FRIEDRICH, Herzog von Holstein (29.01.1700 Stockholm – 18.06.1739 Gut Rolfs-hagen b. Oldesloe, Holstein). Gatte der ältesten Tochter Peters I., Anna Petrovna, Vater von Kaiser Peter III., musste Russland 1727 nach dem Tod Katharinas I. verlassen: 901, 902
- KARL PETER ULRICH, Herzog von Holstein-Gottorp cf. PETER III.
- KARL WILHELM, Markgraf von Baden-Durlach (28.01.1679 Durlach – 12.05.1738 Karlsruhe). – [BE 14; NDB 11]: 127, 131, 174, 194, 196, 197, 200, 956
- KARSTEN, WENCESLAUS JOHANN GUSTAV (15.12.1732 Neubrandenburg, Mecklenburg – 15.04.1787 Halle/Saale). Mathematik; Prof. UHalle. – [DBE 5]: 821
- KATHARINA I. [ЕКАТЕРИНА I], geb. SKOWROŃSKA, MARTA HELENA (15.04.1684 Kreutzburg / Krustpils, Kurland – 17.05.1727 SPb.). Gattin Peters I., ab 1725 Kaiserin von Russland. – [BE 14; GSE 9]: 12, 497, 902, 975
- KATHARINA II. «die Grosse» [ЕКАТЕРИНА II, ВЕЛИКАЯ], geb. SOPHIE AUGUSTE FRIEDRIKE von Anhalt-Zerbst (02.05.1729 Stettin – 17.11.1796 Zarskoe Selo b. SPb.). Gattin Peters III., ab 1762 Kaiserin von Russland, AdW Berlin (AM 1767). – [BE 14; GSE 9]: 20, 486, 497, 780, 782, 790, 790, 792, 793, 798, 801, 803, 804, 806, 807, 809, 812, 821, 832, 833, 849, 851, 854, 858, 888, 893, 899, 899, 900, 902, 903, 904, 913, 915, 918, 923, 927, 928, 947, 975–976, 976–978, 980, 981, 992, 993, 1004, 1004–1006, 1008, 1009, 1012, 1018, 1020
- KAYSER (KEYSER), GERHARD ANTON CHRISTIAN VON (1700 Amsterdam – 12.05.1762 Kronstadt b. SPb.). Vize-Admiral (1757), zweiter Gatte von L. Eulers Schwägerin Anna, geb. Gsell: 432, 440, 447, 449, 452, 491, 495, 508, 512
- KEHR [KEP], GEORG JAKOB (09.08.1692 Schleusingen, Thüringen – 16.05.1740 SPb.). Orientalist und Dichter, ab 1731 in Petersburg. – [RBS]: 100
- KEITH, PETER CHRISTOPH KARL VON (24.05.1711 Poberow / Pobierowo, Hinterpomern, heute Polen – 27.12.1756 ebd.). General, AdW Berlin (AM 1744, Kurator ab 1747). – [DBE 5]: 292, 296
- KEPLER, JOHANNES (27.12.1571 Weil der Stadt, Württemberg – 15.11.1630 Regensburg). Astronomie, Mathematik. – [DSB 7, NDSB 4; NDB 11]: 49, 51, 60, 641, 714, 742, 743, 745, 776, 816
- KERSSEBOOM, WILLEM (1691 Oudewater b. Utrecht – Sept. 1771 Den Haag). Statistik. – [NNBW 10]: 950, 1009, 1011, 1013, 1014, 1018

- KEYSERLING(K) [КЕЙЗЕРЛИНГ], HERMANN KARL VON, ab 1741 Graf (1697 Gut Okten b. Blieden, Kurland, heute Blidene, Lettland – 30.09.1765 Warschau). Staatsmann und Diplomat, Russ. Gesandter in Berlin 1733–34, Wirkl. Geheimrat, AdW SPb. (Präsident 1733–34), Berlin (AM 1747). – [NDB 11; RBS; Pe 1]: 102, 104, 105, 107, 108, 111, 113, 117, 117–119, 121, 122, 124, 125, 126, 127, 130, 138, 142, 148, 149, 151, 174, 747, 960
- KIES, JOHANN (14.09.1713 Tübingen – 29.07.1781 ebd.). Astronomie; AdW Berlin (OM 1744, AM 1754), SPb. (AM 1760). – [ADB 15; DBE 5]: 677, 681
- KING, HENRY CHARLES (09.03.1915 London – 30.07.2005). Astronomie, Optik, Wissenschaftsgeschichte: 65
- KLADO, ТАТ'ЈАНА [КЛАДО, ТАТЬЯНА НИКОЛАЕВНА] (17.05.1889 SPb. – 22.05.1972 ebd.). Mitarbeiterin der Petersburger Abteilung des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik: IX
- KLEIN, JAKOB THEODOR (15.08.1685 Königsberg – 27.02.1759 Danzig). Naturwissenschaften, Astronomie; FRS (1729), AdW Berlin (AM 1741), SPb. (1756). – [DSB 7; NDB 11]: 99, 100, 135, 139
- KLEINERT, ANDREAS (\* 16.10.1940 Oppeln, Oberschlesien). Wissenschaftsgeschichte; Prof. UHalle, seit 2002 Mitglied der Euler-Kommission der SCNAT, seit 2006 Generalredaktor der Series IV der Euler-Werke, AdW AIHS (KM 1993, OM 2002), Leopoldina (1998). – [Kü]: X, XI, 19, 693, 694, 720
- KLEINERT, GISELA (\* 24.06.1937 Hagen, Westfalen). Diplom-Bibliothekarin: XI
- KLINGENSTIERNA, SAMUEL (18.08.1698 b. Linköping, Östergötland – 03.11.1765 Stockholm). Physik, Optik; Prof. UUppsala, FRS (1730), AdW Stockholm (OM 1739). – [DSB 7; SBL 21]: 65
- KLINKENBERG, DIRK (15.11.1709 Haarlem – 03.03.1799 Den Haag). Astronomie: 615
- KLINKERFUES, WILHELM (29.03.1827 Hofgeismar b. Kassel – 28.01.1884 Göttingen). Astronomie; AdW Leopoldina (1874). – [NDB 12; DBE 5]: 614
- KNOBLOCH, WOLFGANG (\* 20.02.1942). Direktor des Archivs der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften in Berlin: 634
- KNOTE (fl. 18. Jh.). Gastwirt in Oldenburg: 100
- KNOWLES, CHARLES, Sir (um 1700 – 09.12.1777 London). Marineoffizier, 1770–74 Admiral in russischen Diensten. – [ODNB 31]: 860
- KOELINK, ERIK (\* 30.04.1964 Coevorden, Drente). Mathematik; Prof. UNijmegen: 116
- KOELNER, PAUL (31.10.1878 Basel – 22./23.02.1960 ebd.). Basler Geschichte: 108
- KOLLERSTROM, NICHOLAS (\* 13.12.1946). Wissenschafts- und Astronomiegeschichte: 46, 595
- KÖNIG, DANIEL (1725–1747). Bruder von J.S. König; Militärarzt. – [Jöcher-Adelung 3]: 614, 729, 731
- KÖNIG, EMANUEL (24.10.1698 Basel – 12.09.1752 ebd.). Medizin; MA UBasel 1714, Dr.med. 1718, Prof. der Anatomie und Botanik 1732, der Theoretischen Medizin 1733, der Botanik ab 1743, mehrmals Dekan der Med. Fakultät und Rektor. – [HLS; MUB 4:2388; St 1]: 109

- KÖNIG, (JOHANN) SAMUEL (~ 31.07.1712 Büdingen, Oberhessen – 21.08.1757 Zuylenstein b. Utrecht). Mathematik, Mechanik, Philosophie; studierte und wirkte in der Schweiz, Deutschland, Frankreich und Holland, Prof. UFranecker 1745–49 und Den Haag ab 1749, AdW Paris (KM 1739), Berlin (AM 1749–52). – [DSB 7; HLS; DBE 5; MUB 5:248; Wolf 1]: 136, 140, 148, 150, 152, 165, 166, 169, 172, 199, 202, 223, 228, 229, 240, 241, 251, 253, 318, 461, 466, 507, 511, 514, 608, 611, 614, 616, 621, 627, 631, 634, 729, 731, 766, 768, 768, 957, 958, 958, 959, 962
- KOPELEVIČ, JUDITH [КОПЕЛЕВИЧ, ЮДИФЬ ХАИМОВНА] (11.11.1921 Gomel', heute Weissrussland – 11.11.2009 SPb.). Wissenschaftsgeschichte (inkl. Geschichte der Petersburger Akademie), Euler-Forschung; Mitarbeiterin der Petersburger Abteilung des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Mitgl. des Redaktionskomitees der Series IV der Euler-Werke: IX, 479, 487, 514, 934
- KORFF [КОРФ], JOHANN ALBRECHT VON, Baron (30.11.1697 Rengenhof, Kurland, heute Zebreene, Lettland – 07.04.1766 Kopenhagen). Staatsmann, Diplomat, Präsident (Chef) der Petersburger Akademie (1734–40), Wirkl. Geheimrat (1762). – [DBBL; RBS; Pe 1]: 117, 126, 127, 130, 133, 134–136, 138–142, 147–149, 151, 165, 166, 166, 167, 170, 171, 173, 174, 188, 189, 190, 191–193, 204, 205, 206, 208, 209, 215, 219, 223, 228, 229, 239, 241, 242, 246, 250, 250–253, 254, 254, 257, 261, 262, 264, 266, 268, 270, 276, 282, 287, 293, 297, 300, 304, 305, 307, 319, 322, 324, 326, 327, 330, 331, 335, 338, 340, 343, 346, 348, 351, 353, 356, 363, 369, 370, 374, 378, 379, 383, 404, 405, 411, 412, 418, 419–421, 422, 422, 427, 819, 947, **954–955**, 956, **957–960**, 961, 962, **962–968**
- KOTEL'NIKOV, SEMEN / SIMEON [КОТЕЛЬНИКОВ, СЕМЕН / СИМЕОН КИРИЛЛОВИЧ] (1723 SPb. – 13.04.1806 ebd.). Mathematik; AdW SPb. (Adj 1751, AOM 1756, OM 1760, AM 1797). – [RBS; BSE]: 804
- KRAF(F)T [КРАФТ], GEORG WOLFGANG (16.07.1701 Tuttlingen, Württemberg – 16.07.1754 Tübingen). Physik; Prof. AdW Petersburg (1731), UTübingen (1744), AdW SPb. (Adj 1727, Konferenzsekretär 1730–33, OM 1731, AM 1745), Berlin (AM 1745). – [ADB 17; DBE 6; RBS; Pe 1]: 67, 118, 121, 124, 137, 141, 145, 148, 150, 151, 174, 229, 267, 269, 271, 279, 284, 288, 292, 296, 298, 301, 305, 321, 323, 377, 382, 425, 429, 447, 449, 452, 454, 455, 458, 463, 471, 474, 475, 478, 480, 483, 488, 492, 505, 508, 512, 514, 515, 531, 554, 603, 616, 621, 626, 627, 630, 634, 645, 648, 649, 677, 753, 773, 776, 777, 914, 960
- KRAFFT, WOLFGANG LUDWIG [КРАФТ, ЛОГИН ЮРЬЕВИЧ] (05.09.1743 SPb. – 02.12.1814 ebd.). Sohn von G.W. Krafft. Physik; AdW SPb. (Adj 1769/1768, OM 1771). – [ADB 17; DBE 6; RBS]: 515, 812, 813, 814, 814, 822, 832, 835, 848, 854, 855, 858, 860, 893, 905, 1026, 1027
- KRAFT, HANSPETER (\* 29.02.1944 Basel). Mathematik; Prof. UBonn, Hamburg und Basel, Präs. der Euler-Kommission der SCNAT seit 2005. – [Kü]: X, XI
- KRAFT, JENS (02.10.1720 Friedrichstadt / Frederiksstad, Schleswig-Holstein – 18.03.1765 Sorø, Seeland, Dänemark). Mathematik, Mechanik, Philosophie; MA Rostrupgard 1742, Mitte der 1740er Jahre in Basel, Prof. der Mathematik und Philosophie in Sorø ab 1747, Justizrat 1761. – [DBL 8; MUB 5:702]: 664, 667, 669, 860

- KRASOTKINA-LUKINA, ТАТ'ЈАНА [КРАСОТКИНА-ЛУКИНА, ТАТЬЯНА АРКАДЬЕВНА] (07.10.1917 SPb. – 18.02.1999 ebd.). Wissenschaftsgeschichte; Mitarbeiterin der Petersburger Abteilung des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik: 26, 260, 276
- KRONK, GARY W. (\*23.3.1956 Granite City, Illinois). Astronomie: 56, 543, 603, 615
- KÜHN, HEINRICH (19.11.1690 Königsberg – 19.10.1769 Danzig). Physik, Mechanik, Mathematik; Gymnasialprof. in Danzig, AdW SPb. (AM 1735). – [ADB 17; DBE 6]: 59, 135, 139, 143, 170, 173, 175
- KÜHN (KUHN), ULRICH (25.07.1690 Rheineck, Kt. St. Gallen – 08.08.1757 Berlin). Kaufmann in Petersburg, 1742–46 preussischer Konsul in Petersburg, später preuss. Kommerzienrat: 104, 107, 109
- KULIBIN, IVAN [КУЛИБИН, ИВАН ПЕТРОВИЧ] (21.04.1735 b. Nižnij Novgorod – 11.08.1811 ebd.). Mechaniker, Erfinder; Leiter der mechanischen Werkstatt der Petersburger Akademie (1769–1801). – [RBS; GSE 13]: 948, 1007, 1008, 1010, 1011, 1015, 1016, 1019, 1023, 1027
- LABBÉ, FRANÇOIS (\*1948). Literaturgeschichte; Prof. UStrassburg, Mulhouse, Nouméa (Neu-Kaledonien): 839
- LA BEAUMELLE, LAURENT ANGLIVIEL DE (28.01.1726 Valleraugue, Languedoc – 17.11.1773 Paris). Protestantischer Schriftsteller und Historiker. – [DBF 18; FPr 6]: 898, 899
- LA BEAUMELLE, ROSE VICTOIRE DE, geb. Lavaysse (1733–1813). Gattin von L. de La Beaumelle (∞ 1764): 897, 898
- LACAILLE / LA CAILLE, NICOLAS LOUIS DE (15.03.1713 Rumigny b. Reims – 21.03.1762 Paris). Astronomie, Physik; AdW Paris (Adj 1741, OM 1745), Berlin (1755), FRS (1760). – [DSB 7; DBF 18]: 56, 57, 615
- LA CHÉTARDIE [ШЕТАРДИ], JACQUES JOACHIM TROTTI DE, Marquis (03.10.1705 Angoumois – 01.01.1758 Hanau, Hessen-Kassel). Diplomat, französischer Gesandter in Petersburg (1739–44). – [DBF 18; RBS]: 497, 603
- LA CONDAMINE, CHARLES MARIE DE (27.01.1701 Paris – 04.02.1774 ebd.). Astronomie, Mathematik, Naturwissenschaften; Teilnehmer an der geodätischen Expedition in Peru 1735–42; AdW Paris (Adj 1730, AOM 1735, OM 1739), Berlin (AM 1746), FRS (1748), SPb. (AM 1754), Académie française (1760). – [DSB 15; DBF 19]: 108, 137, 142, 145, 825, 883, 886, 888, 890, 891, 897, 898, 899
- LA CROIX, CÉSAR MARIE DE (1690 – 11.01.1747 Paris). Generalkommissar der französischen Marine: 188, 189, 190, 197, 200, 203, 955, 955, 956, 957
- LA CROYÈRE, LOUIS DE cf. DELISLE DE LA CROYÈRE, LOUIS
- LACY / LASSY, PETER DE [ЛАСЦИ, ПЕТР ПЕТРОВИЧ], ab 1740 Graf (09.11.1678 Killeedy, Limerick – 30.04.1751 Riga). Russischer Feldmarschall (1736): 202
- LAGNY, THOMAS FANTET DE (07.11.1660 Lyon – 11.04.1734 Paris). Mathematik, Numerik; AdW Paris (OM 1696), FRS (1718). – [DSB 7; DBF 19]: 108, 128, 131, 134, 152, 157, 163

- LAGRANGE, JOSEPH LOUIS / LA GRANGIA, GIUSEPPE LODOVICO, ab 1808 Graf (25.01.1736 Turin – 10.04.1813 Paris). Mathematik, Mechanik, Astronomie; wirkte in Turin, Berlin und Paris, AdW Berlin (AM 1756, OM 1766, Direktor der Mathematischen Klasse 1766–87), Paris (AM 1772, OM 1787), SPb. (AM 1777/1776), FRS (1791). – [DSB 7; DBF 19]: 41, 780, 797, 799, 813, 885, 891, 910, 929, 1006
- LALANDE, JOSEPH JÉRÔME LEFRANÇOIS / LE FRANÇAIS DE (11.07.1732 Bourg-en-Bresse, Burgund – 04.04.1807 Paris). Astronomie; AdW Berlin (AM 1751), Paris (Adj 1753, AOM 1758, OM 1772), FRS (1763). – [DSB 7; DBF 19]: 815, 816, 824, 850, 856, 877, 878, 884, 888, 891, 983, 988, 992, 993
- LAMBERT, JOHANN HEINRICH / JEAN HENRI (26.08.1728 Mulhouse – 25.09.1777 Berlin). Mathematik; wirkte in Basel, Chur, den Niederlanden, Paris, Bayern und Berlin; preuss. Oberbaurat (1764), AdW Berlin (OM 1765). – [DSB 7; NDB 13; DBE 6]: 614, 789, 950, 1013, 1014, 1018
- LA MOTTE, DE (fl. 1. Hälfte 18. Jh.). Unbekannter Offizier: 148, 150
- LANDERER, VALERIA (13.10.1748 Basel – 05.11.1774 SPb.). Tochter von Lukas Landerer († 1762, Binnenschiffer und Mitglied des Basler Geheimen Rates), Schwester von M.M. Grimm-Landerer, ab 1771 mit dieser und ihrem Schwager P. Grimm in Petersburg: 882, 897
- LANDERER (fl. 18. Jh.), eine weitere Schwester von M.M. Grimm-Landerer, 1777 mit dieser und ihrem Schwager P. Grimm in Petersburg: 936
- LAPLACE, PIERRE SIMON DE, ab 1808 Graf, ab 1817 Marquis (23.03.1749 Beaumont-en-Auge, Normandie – 05.03.1827 Paris). Astronomie, Mathematik, Physik; AdW Paris (Adj 1773, AOM 1783, OM 1785), FRS (1789), SPb. (AM 1802), Berlin (AM 1808), Académie française (1816). – [DSB 15; DBF 19]: 694, 727, 949
- LATRUFFE, FRANCK (fl. 19. Jh.). Französischer Historiker: 203
- LAUSCH, HANS (\* 24.11.1941 Wien). Mathematik; Prof. UMelbourne, Mitarbeiter an der Series IV der Euler-Werke: 261
- LA VILLE, JEAN IGNACE DE (20.09.1702 Bayonne – 14.04.1774 Versailles). Jesuit, Diplomat; Académie française (1746). – [DBF 30]: 888, 890, 891
- LAW, DAVID (\* 24.05.1946 Old Windsor). Musikwissenschaft: 468
- LAXMAN, ERIK [ЛЯКСМАН, ЭРИК / КИРИЛЛ ГУСТАВОВИЧ] (27.07.1737 Nyslot / Savonlinna, heute Finnland – 16.01.1796 b. Tobol'sk, Sibirien). Chemie, Naturgeschichte; AdW SPb. (OM 1770, AM 1780–81). – [RBS; GSE 14]: 804
- LEGENDRE / LE GENDRE, ADRIEN MARIE (18.09.1752 Paris – 09.01.1833 ebd.). Mathematik; Prof. Ecole Normale, AdW Paris (Adj 1783, OM 1785), FRS (1789), Berlin (KM 1812). – [DSB 8; DBF 20]: 818
- LEGRAND (LE GRAND), DANIEL (~ 30.05.1728 Basel – 19.06.1766 ebd.). Jurisprudenz; MA UBasel 1746, Gerichtsherr in Grossbasel 1752. – [MUB 5:606]: 728, 730, 754, 757
- LEHMANN [ЛЕМАН], JOHANN GOTTLÖB (04.08.1719 Langenhennersdorf b. Pirna, Sachsen – 22.01.1767 SPb.). Geologie, Chemie; Dr. med., Bergrat, AdW Berlin (OM 1754), SPb. (OM 1761). – [NDB 14; DBE 6; RBS]: 804, 980

- LEIBNI(T)Z, GOTTFRIED WILHELM (01.07.1646 Leipzig – 14.11.1716 Hannover). Philosophie, Mathematik, Naturwissenschaften, Geschichte, Philologie, Jurisprudenz, Theologie; Diplomat, Hofrat 1678, FRS (1673), AdW Paris (OM 1675), Berlin (Gründungspräsident 1700). – [DSB 8, NDSB 4; NDB 14]: 27, 31, 63, 318, 345, 350, 670, 673, 1000, 1002
- LELONG, ISAAC (19.04.1683 Frankfurt/Main – 1762 ebd.). Gatte von L. Eulers Schwägerin Elisabetha, geb. Gsell. Historiker und Bibliograph, 1714–44 als Privatgelehrter in Amsterdam: 101, 102
- LELONG-GSELL, ELISABETHA (\* 29.06.1698 Amsterdam). Tochter von G. Gsell aus dessen erster Ehe, L. Eulers Schwägerin: 101, 102
- LE MONNIER / LEMONNIER, PIERRE CHARLES (20.11.1715 Paris – 03.04.1799 Héril b. Bayeux, Normandie). Astronomie; AdW Paris (Adj 1736, AOM 1741, OM 1746), FRS (1739), Berlin (AM 1745). – [DSB 8; DBF 21]: 49–51, 54, 279, 284, 288, 505, 728, 729, 731, 732, 755–757, 759, 759, 760, 816
- LEOPOLD II. (05.05.1747 Wien – 01.03.1792 ebd.). Erzherzog von Österreich, 1765–90 Grossherzog der Toscana, ab 1790 Kaiser. – [BE]: 904
- ЛЕПЕХИН, IVAN [ЛЕПЕХИН, ИВАН ИВАНОВИЧ] (21.09.1740 SPb. – 18.04.1802 ebd.). Botanik, Naturgeschichte; AdW SPb. (Adj 1768, OM 1771). – [RBS; GSE]: 854, 855
- LE ROY / LEROY, PIERRE (1717 Paris – 1785 Vitry-sur-Seine b. Paris). Uhrmacher. – [BU 24]: 298, 891
- LE SEUR, THOMAS (01.10.1703 Rethel, Champagne – 25.09.1770 Rom). Mathematik. Franziskaner; Prof. der Mathematik an der Glaubenskongregation in Rom; FRS (1741), AdW Paris (KM 1745), Berlin (AM 1749). – [DBF]: 615
- LESTOCQ, JOHANN HERMANN / JEAN ARMAND [ЛЕСТОК, ИВАН ИВАНОВИЧ], ab 1744 Reichsgraf (29.04.1692 Lüneburg – 23.06.1767 SPb.). Medizin, Diplomatie; Regimentsarzt in der französischen Armee, Leibarzt der Kaiserin Elisabeth in Petersburg, Schattendiplomat, Wirkl. Geheimrat (1741), inhaftiert und verbannt 1748–62. – [DBE 6; RBS]: 486, 488, 493, 497, 498, 499, 502, 505, 506, 510, 514, 522, 530
- LE SUEUR, ACHILLE ANATOLE AMBROISE (07.12.1854 Villers-Campsart, Picardie – 1951 Érondelle, Picardie). Priester (Dorfpfarrer in Érondelle während 69 Jahren), Kulturhistoriker, Archäologe, Ritter der Ehrenlegion: 899
- LEUTMANN [ЛЕЙТМАН], JOHANN GEORG (30.11.1667 Wittenberg – 16.03.1736 SPb.). Angewandte Mechanik, Optik; AdW SPb. (OM 1726). – [DBE 6; RBS; Pe 1]: 914
- LEXELL, ANDERS JOHAN [ЛЕКСЕЛЬ, АНДРЕЙ ИВАНОВИЧ] (24.12.1740 Åbo / Turku, heute Finnland – 11.12.1784 SPb.). Astronomie; AdW SPb. (Adj 1769, OM 1771). – [SBL 22; RBS; GSE 14]: 813, 814, 822, 835, 836, 838, 839, 842, 842, 854, 855, 875, 876, 883, 884, 910, 912, 916, 918, 937, 994
- L'HÔPITAL / L'HOSPITAL, GUILLAUME FRANÇOIS ANTOINE DE, Marquis (1661 Paris – 03.03.1704 ebd.). Mathematik; AdW Paris (OM 1693). – [DSB 8; DBF]: 626
- LI(E)BERT, JOHANN CHRISTOPH [ЛИБЕРТ(УС), ИОГАНН ХРИСТОФОР] (ca. 1690 Hayna b. Delitzsch, Sachsen – 01.08.1757 Jena). Astronomie; AdW SPb. (OM 1736–37). – [Pe 1]: 197



- LIEBERKÜHN, JOHANN NATHANAEL (05.09.1711 Berlin – 07.12.1756 ebd.). Anatomie, Gerätebau; AdW Berlin (AM 1735, OM 1744). – [DSB 8; ADB 13]: 693
- LINDER (fl. 18. Jh.). Unbekannte Baslerin, Patentochter von D. Bernoulli: 893, 894, 897
- LINNÉ (LINNÆUS), CARL VON (23.05.1707 Södra Råshult, Småland – 10.01.1778 Uppsala). Naturgeschichte; Prof. Uppsala ab 1741, AdW Leopoldina (1736), Berlin (AM 1746), FRS (1753), SPb. (AM 1754), Paris (AM 1762). – [DSB 8; SBL 23]: 889, 938
- LIPPE–DETMOLD, SIMON HEINRICH ADOLF ZUR cf. ZUR LIPPE–DETMOLD, SIMON HEINRICH ADOLF
- LJUBIMENKO, INNA [ЛЮБИМЕНКО, ИННА ИВАНОВНА] (13.04.1878 SPb. – 15.01.1959 ebd.). Geschichte; Mitarbeiterin des Archivs der Akademie der Wissenschaften in Petersburg: 16
- LOCATELLI LANZI, FRANCESCO MOISÈ, conte di Liteggio (04.09.1687 Bergamo – 1770 ebd.). Reiseschriftsteller: 956, 957
- LOMONOSOV, MIKHAIL [ЛОМОНОСОВ, МИХАИЛ ВАСИЛЬЕВИЧ] (19.11.1711 Denisovka b. Kholmogory – 15.04.1765 SPb.). Chemie, Geschichte, Philologie u. a.; Dichter, AdW SPb. (Adj 1742, OM 1745). – [DSB 8; RBS; GSE 15]: 13
- LORGNA, ANTONIO MARIA (18.10.1735 Cerea b. Verona – 28.06.1796 Verona). Mathematik, Physik; AdW Paris (KM 1771), SPb. (AM 1777/1776), Berlin (AM 1777), FRS (1788). – [DBI 66]: 1006
- LORIA, GINO (19.05.1862 Mantua – 30.01.1954 Genua). Mathematik, Geschichte der Mathematik; Prof. UGenua 1886–1935. AdW Leopoldina (1913), AIHS (OM und Gründungspräsident 1928). – [DSB 8; DBI 66]: 183
- LOTTER [ЛОТТЕР], JOHANN GEORG (25.03.1702 Augsburg – 12.04.1737 SPb.). Klassische Philologie; wirkte an der Herausgabe der *Gelehrten Zeitungen* in Leipzig mit, AdW Berlin (AM 1731), SPb. (OM 1735). – [RBS; Pe 1]: 137, 141, 145
- LOUIS XIV / LUDWIG XIV. (05.09.1638 Saint-Germain-en-Laye – 01.09.1715 Versailles). Ab 1643 König von Frankreich. – [BE 17]: 167, 171, 203, 348, 353
- LOUIS XV / LUDWIG XV. (15.02.1710 Versailles – 10.05.1774 ebd.). Ab 1715 König von Frankreich. – [BE 17]: 126, 145, 174, 307, 319, 320, 322, 349, 354, 370, 741, 891, 961, 962
- LOUIS XVI / LUDWIG XVI. (23.08.1754 Versailles – 17.01.1793 Paris). 1774–92 König von Frankreich. – [BE 17]: 885, 891, 903, 905
- LOUISE (LUISE) HENRIETTE WILHELMINE Markgräfin von Brandenburg-Schwedt (24.09.1750 Stolzenberg / Rózanki, Polen – 21.12.1811 Dessau). Tochter des Markgrafen Friedrich Heinrich von Brandenburg-Schwedt, Schülerin L. Eulers, 1767 durch Heirat Fürstin, später Herzogin von Anhalt-Dessau: 989
- LOWITZ, GEORG MORITZ [ЛОВИЦ, ДАВЫД ЕГОРОВИЧ] (14.02.1722 Fürth b. Nürnberg – 24.08.1774 Powlja an der Wolga). Astronomie, Geographie; Prof. UGöttingen, AdW SPb. (OM 1768): 824, 825, 834, 835, 837, 841, 847, 848, 854, 889, 892, 897, 898, 899, 900



- LOWITZ, TOBIAS JOHANN [ЛОВИЦ, ТОВИЙ ЕГОРОВИЧ] (22.04.1757 Göttingen – 08.12.1804 SPb.). Sohn von G.M. Lowitz. Chemie; AdW SPb. (KM 1787, Adj 1790, OM 1793), Leopoldina (1792). – [DSB 8; NDB 15; DBE 6; RBS; GSE 14]: 899, 900
- LOYS DE CHÉSEAUX, JEAN PHILIPPE DE (04.05.1718 Lausanne – 30.11.1751 Paris). Astronomie; AdW Paris (KM 1748). – [NBG 10; Wolf 3]: 603, 604, 605, 606, 615, 619, 624, 626
- LOZERAN DU FIESC / FESC / FECH, LOUIS ANTOINE DE (07.01.1697 Marsanne, Provence – 1755 Perpignan, Pyrenäen). Physik; Jesuit, Lehrer in Béziers, Prof. UPerpignan: 307
- LUDWIG EUGEN (06.01.1731 Frankfurt/Main – 20.05.1795 Ludwigsburg b. Stuttgart). Herzog von Württemberg ab 1793. – [DBE 6]: 505
- MACHIN, JOHN (1680 London – 09.06.1751 ebd.). Astronomie; FRS (1710, Sekretär 1718–47). – [ODNB 35]: 46, 50, 279, 284, 292, 296, 298, 301, 305, 307, 311, 315, 318, 458, 463, 468
- MACLAURIN, COLIN (Feb. 1698 Killmodan, Argyllshire – 14.01.1746 Edinburgh). Mathematik; Prof. UAberdeen ab 1717 und Edinburgh ab 1725, FRS (1719). – [DSB 8; ODNB 35]: 61, 266, 272, 274, 276, 324, 419, 420, 423, 427, 431, 481, 484, 487, 604, 610, 613
- MAHIEU, PIERRE (22.12.1682 Paris – 21.01.1754 ebd.). Mathematik; AdW Paris (Adj 1729): 108
- MAINDRON, ERNEST (09.12.1838 Paris – 06.09.1907 Neuilly-sur-Seine b. Paris). Geschichte der Pariser Akademie der Wissenschaften; Verleger: 45
- MAIRAN, JEAN JACQUES D'ORTOUS (DORTOUS) DE (26.11.1678 Béziers, Languedoc – 20.02.1771 Paris). Physik, Mathematik; AdW Paris (AOM 1718, OM 1719, Ständiger Sekretär 1741–43), SPb. (AM 1734), FRS (1735), Académie française (1743). – [DSB 9, NDSB 5]: 60, 108, 125, 188–190, 191
- MAIRE, CHRISTOPH(ER) (16.03.1697 Durham – 22.02.1767 Gent). Astronomie, Geodäsie, Kartographie; Jesuit. – [ODNB 36]: 615
- MAKSIMOVA, TAT'JANA [МАКСИМОВА, ТАТЬЯНА ВАСИЛЬЕВНА] (\* 14.06.1944 Zagorsk b. Moskau). Kunstwissenschaftlerin, Mitarbeiterin des Forschungsinstituts Russlands für Kultur- und Naturerbe (Moskau): 13
- MAL'KEVIČ, BELLA [МАЛЬКЕВИЧ, БЕЛЛА АЛЕКСЕЕВНА] (03.05.1908 – 1986). 1945–76 Mitarbeiterin des Archivs der Akademie der Wissenschaften Russlands: 1008
- MALLET, JACQUES ANDRÉ (23.09.1740 Genf – 31.01.1790 ebd.). Astronomie; AdW Paris (KM 1772), SPb. (AM 1777/1776). – [DBGV 2; Wolf 2]: 806, 808, 809, 810, 824, 832, 834, 835, 835, 837, 840, 847, 848, 849, 852, 855, 868, 895, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 987, 988, 988, 990, 991, 992, 992, 993, 994, 994, 1006
- MALLET, JEAN ROBERT (26.11.1702 – 1771). Hauptmann, Vater von J.A. Mallet: 981
- MALTHUS, THOMAS ROBERT (13.02.1766 b. Watton, Surrey – 29.12.1834 Bath, Somerset). Demographie; FRS (1818). – [DSB 9; ODNB 36]: 949

- MANFREDI, EUSTACHIO (20.09.1674 Bologna – 15.02.1739 ebd.). Astronomie, Hydraulik; AdW Paris (AM 1726), FRS (1728). – [DSB 9; DBI 68]: 320, 322, 324
- MARALDI, JEAN DOMINIQUE / GIOVANNI DOMENICO (17.04.1709 Perinaldo, Ligurien – 14.11.1788 ebd.). Astronomie; AdW Paris (Adj 1731, OM 1733). – [DSB 9; DBI 69]: 615
- MARGGRAF, ANDREAS SIGISMUND (03.03.1709 Berlin – 07.08.1782 ebd.). Chemie; AdW Berlin (OM 1738), SPb. (AM 1777/1776), Paris (AM 1777). – [DSB 9; NDB 16; DBE 6]: 1006
- MARGUERIE, JEAN JACQUES DE (12.04.1742 Mondeville, Normandie – 06.07.1779 vor Grenada, Karibik). Mathematik, Schiffstheorie; Mitglied und Sekretär der Marine-Akademie in Brest. – [BU 26]: 825, 885, 887, 888, 890, 891, 893
- MARIA THERESIA (13.05.1717 Wien – 29.11.1780 ebd.). Erzherzogin von Österreich, Königin von Böhmen und Ungarn ab 1740, Kaiserin ab 1745. – [BE 17; NDB 16]: 507, 511, 580, 668
- MARIJA FEDOROVNA [МАРИЯ ФЕДОРОВНА], geb. SOPHIA DOROTHEA von Württemberg (25.10.1759 Stettin – 05.11.1828 Pavlovsk b. SPb.). Grossfürstin, danach Kaiserin, zweite Gattin von Kaiser Paul I.: 1005–1007
- MARIOTTE, EDME (ca. 1620 Til-Châtel b. Dijon – 12.05.1684 Paris). Physik; Prior in Beaumont-sur-Vingeanne, Burgund; AdW Paris (OM 1666). – [DSB 9]: 510, 514
- MARTINET, JACQUES FRÉDÉRIC (~ 08.08.1713 Neuchâtel – 29.05.1789 Môtiers, Kt. Neuchâtel). Stud. UBasel 1727, ab 1738 Prokurator in Valangin, später Kastellan in Môtiers. – [HLS; MUB 5:40]: 189, 190, 191, 191, 192, 193, 197, 200, 240, 241, 242
- MASKELYNE, NEVIL (05.10.1732 London – 09.02.1811 Greenwich). Astronomie; FRS (1758), AdW SPb. (AM 1777/1776), Paris (AM 1802). – [DSB 9; ODNB 37]: 1006
- MATTHESON, JOHANN (28.09.1681 Hamburg – 17.04.1764 ebd.). Musik, Musiktheorie; Komponist. – [NDB 16; DBE 6]: 312, 316, 318
- MAT(T)HIS (fl. 18. Jh.). Schneider in Basel oder Strassburg: 194, 196, 196, 199, 202
- MATTMÜLLER, MARTIN (\* 22.07.1957 Basel). Mathematik, Bernoulli- und Euler-Forschung; 1987–2000 Sekretär der Bernoulli-Edition, seit 2005 Sekretär der Euler-Kommission, Mithrsg. von Bd. IV A, 4 der Euler-Werke: IX–XI, 693, 927
- MAUCLERC (MAUCLERQUE), PAUL EMILE (30.07.1698 Paris – 11.09.1742 Stettin). Theologie; AdW Berlin (AM 1739): 100
- MAUPERTUIS, PIERRE LOUIS MOREAU DE (28.09.1698 Saint-Malo, Bretagne – 27.07.1759 Basel). Naturforschung, Philosophie, Mathematik; Leiter der geodätischen Expedition nach Lappland 1736–37, AdW Paris (Adj 1723, AOM 1725, OM 1731), FRS (1728), Berlin (AM 1735, OM und Präsident ab 1746), SPb. (AM 1738), Académie française (1743). – [DSB 9, NDSB 5; NDB 16]: 19, 53, 56, 57, 107, 108, 116, 125, 145, 167, 170, 171, 173, 174, 175, 178, 182, 216, 217, 218, 251, 253, 254, 279, 285, 288, 289, 292, 296, 298, 300, 302, 304–306, 307, 319–322, 377, 382, 384, 422, 426, 430, 431, 432, 432, 440, 447, 448, 451, 454, 472, 476, 479, 507, 512, 547, 548, 552, 553, 555, 560, 581, 597, 599, 600, 602, 603, 604, 614, 615, 627, 628, 630, 631, 633, 634, 635, 637, 639, 641, 644, 646, 648, 652, 656, 660, 663, 666, 667, 668, 680, 683, 684, 684, 686–688, 690, 691, 692, 692, 695, 696–700, 701, 701, 702, 704, 705, 707, 707, 708, 710, 712, 713, 716, 719, 743, 746, 747, 749–751, 753, 754, 774, 776, 778, 779, 779, 819, 888, 890, 891, 898, 899, 922, 926, 961, 962, 962, 963, 963, 964, 965

- MAUPERTUIS, RENÉ MOREAU DE († 1746). Vater von P.L.M. de Maupertuis: 663, 666, 668
- MAUREPAS, JEAN FRÉDÉRIC PHÉLYPEAUX DE PONTCHARTRAIN DE, Graf (09.07.1701 Versailles – 21.11.1781 ebd.). Staatsmann, Minister, AdW Paris (AM 1725): 319–322, 324, 370, 405, 412, 418
- MAY (fl. 18. Jh.). Berner Offizier in russischen Diensten: 216, 218, 218, 328, 332, 334, 349, 354, 355, 371, 372, 377, 382
- MAYER, CHRISTIAN (20.08.1719 Mödritz / Modřice b. Brünn – 16.04.1783 Mannheim). Mathematik, Astronomie, Physik; Prof. UHeidelberg 1752–62, Jesuit, FRS (1765), AdW Leopoldina (1768). – [DBE 7]: 831, 833, 834, 835, 841, 843, 844, 847, 848, 858
- MAYER, FRIEDRICH CHRISTOPH (09.10.1697 Kirchheim/Teck, Württemberg – 05.12.1729 SPb.). Mathematik; AdW SPb. (Adj 1725, AOM 1726). – [Pe 1]: 96, 98, 99, 914
- MAYER, (JOHANN) TOBIAS (17.02.1723 Marbach am Neckar, Württemberg – 20.02.1762 Göttingen). Astronomie, Mathematik, Kartographie; Prof. der Mathematik und Ökonomie UGöttingen ab 1750. – [DSB 9; DBE 7]: 792, 793
- MAYER, MARIA VICTORIA, geb. Gnüg (07.03.1723 – 14.08.1780). Gattin von T. Mayer: 792
- MAZARIN, JULES / MAZARINI, GIULIO (14.07.1602 Pescina, Abruzzen – 09.03.1661 Vincennes b. Paris). Politik; Nachfolger Richelieus als Minister, ab 1641 Kardinal. – [BE 18; DBI]: 87, 90
- MCKEEVER, KENT (\* 06.09.1952 Southampton, New York). Jurist: 949
- MECHEL, CHRISTIAN VON (04.04.1732 Basel – 04.11.1817 Berlin). Kupferstecher, Kunsthändler und Kunsthistoriker, Verleger. – [NDB 16; DBE 7; HLS]: 869, 870, 871, 872, 913, 1027
- MEDER, CHRISTOPH (17.12.1700 – 22.12.1772). 1733–40 Sekretär in der Petersburger Akademie-Kanzlei, davor und danach im Justiz-Kollegium tätig: 111, 113
- MELANDER / MELANDERHJELM, DANIEL (29.10.1726 Stockholm – 08.01.1810 ebd.). Astronomie; Prof. UUppsala, AdW Stockholm (OM 1765, Ständiger Sekretär 1796–1803), SPb. (AM 1777/1776), Paris (KM 1803). – [SBL 25]: 842, 1006
- MERIAN, JOHANN RUDOLF (15.12.1690 Basel – 22.04.1766 ebd.). MA UBasel 1708, Cand. S. Minist. 1712. Pfarrer in Liestal und Basel, Antistes ab 1737. – [MUB 4:2117]: 215
- MERIAN-GRAF(F), MARIA SIBYLLA (02.04.1647 Frankfurt/Main – 13.01.1717 Amsterdam). Malerin und Naturforscherin, Grossmutter von L. Eulers zweiter Frau Abigail Gsell. – [BLSK 2; NNBW 8]: 117
- MERSENNE, MARIN (08.09.1588 Oizé, Maine – 01.09.1648 Paris). Mathematik, Musiktheorie, Akustik, Optik, Mechanik, Naturphilosophie; ab 1611 Minoritenpater, führte einen umfangreichen Briefwechsel mit den bedeutendsten Gelehrten seiner Zeit. – [DSB 9]: 459, 464, 468
- MESSER, JOHANN CHRISTIAN († 1752 SPb.). Kanzlist an der Petersburger Akademie der Wissenschaften: 369, 370

- MESSIER, CHARLES JOSEPH (26.06.1730 Badonviller, Lothringen – 12.04.1817 Paris). Astronomie; AdW Berlin (AM 1762), FRS (1764), Paris (Adj 1770, OM 1782), SPb. (AM 1777/1776). – [DSB 9]: 824, 843, 1006
- MEYER, HERMANN († 1749). Kaufmann in Petersburg: 216, 218
- MICHAELIS, JOHANN DAVID (27.02.1717 Halle/Saale – 22.08.1791 Göttingen). Theologie (Pietismus), Philologie, ab 1751 Prof. Göttingen. Gründungsmitglied, 1761–70 Direktor der Göttinger Societät der Wissenschaften, FRS (1789), Associé der Académie des Inscriptions et Belles-Lettres (1789). – [HLS; Wolf 1]: 778
- MICHELI DU CREST, JACQUES BARTHÉLEMY (28.09.1690 Genf – 29.03.1766 Zofingen, Aargau). Kartograph, Physiker, Politiker, Zivil- und Militäringenieur, Instrumentenmacher. – [HLS; Wolf 1]: 911
- MICHELOTTI, PIETRO ANTONIO (1673 Dro, Trentino – 21.01.1740 Venedig). Medizin; FRS (1718), AdW Leopoldina (1722), SPb. (AM 1725). – [DBI 74]: 10, 11, 191, 215, 920, 924
- MIEG, LUCAS (09.03.1694 – 18.04.1737 Basel). MA UBasel 1711, Cand. S. Minist. 1716, Gymnasialpraeceptor ab 1726. – [MUB 4:2247]: 212, 214
- МИХАЙЛОВ, ГЛЕБ [МИХАЙЛОВ, ГЛЕБ КОНСТАНТИНОВИЧ] (\* 24.02.1929 Tiflis). Geschichte der Mechanik, Genealogie, Euler-Forschung; Generalsekretär des Nationalkomitees Russlands für Mechanik 1956–2011, Mitgl. des Redaktionskomitees der Series IV der Euler-Werke, Mithrsg. von Bd. IV A, 2–3, AIHS (KM 1984, OM 2005): IX–XI, 9, 16, 17, 37, 42, 90, 173, 193, 260, 317, 447, 456, 531, 580, 819, 881, 960, 965
- MITTENZWEI, INGRID (14.05.1929 Bochum – 04.08.2012). Deutsche Geschichte; Mitarbeiterin des Zentralinstituts für Geschichte an der Berliner Akademie der Wissenschaften: 668
- MODEL, JOHANN GEORG / JEAN GEORGES (08.02.1711 Rothenburg/Tauber, Mittelfranken – 02.04.1775 SPb.). Chemie, Pharmakologie; AdW SPb. (AM 1758): 904
- MOIRANDAT, ALAIN (\* 12.11.1951 Basel). Antiquar in Basel: 15
- MOIVRE, ABRAHAM DE (26.05.1667 Vitry-le-François, Champagne – 27.11.1754 London). Mathematik, Astronomie; FRS (1697), AdW Berlin (abw.M 1735), Paris (AM 1754). – [DSB 9; ODNB 38]: 438, 446, 450, 453, 456, 948, 950
- MOLIÈRES, JOSEPH PRIVAT DE (21.05.1676 Baux, Provence – 12.05.1742 Paris). Physik, Mathematik; Oratorianer, AdW Paris (Adj 1721, AOM 1729), FRS (1729). – [DSB 11]: 108, 420, 421, 422
- MONECKE, UTA (\* 27.04.1970 Leinefelde). Geschichte: XI
- MORÉRI, LOUIS (25.03.1643 Bargemon, Provence – 10.07.1680 Paris). Enzyklopädist: 872, 874
- MORGAGNI, GIOVANNI BATTISTA (25.02.1682 Forlì, Emilia-Romagna – 05.12.1771 Padua). Anatomie, Medizin; AdW Leopoldina (1708), FRS (1722), SPb. (AM 1734). – [DBI 76]: 11, 191, 921, 924

- MOULA [МУЛА], FRÉDÉRIC / FRIEDRICH (25.02.1703 Neuchâtel – 26.12.1782 ebd.). Mathematik; AdW SPb. (Adj 1736–44). – [Wolf 3; Pe 1]: 117, 121, 134, 136, 138–140, 143, 143, 167, 170, 171, 173, 188, 189, 191, 195, 196, 197, 199, 202, 217, 218, 218, 240, 241, 263, 265, 348, 353, 377, 382, 450, 454, 461, 466, 480, 483, 488, 490, 492, 494, 497, 498, 502, 506, 510, 536, 541, 571, 582, 588, 606, 607, 607, 620, 625, 636, 638, 640, 644, 646, 649, 768, 770
- MOULTON, FOREST RAY (29.04.1872 Le Roy, Michigan – 07.12.1952 Wilmette, Illinois). Astronomie; Prof. UChicago. – [DSB 9]: 713
- MÜLLER, EMANUEL (~ 06.10.1682 Basel – 08.07.1757 Berlin). Kaufmann, nach 1730 Teilhaber des Handelshauses Splittgerber & Daum in Berlin. – [MUB 4:1603]: 663, 667, 669, 672, 754, 757, 760, 762, 769, 771
- MÜLLER, GERHARD FRIEDRICH [МИЛЛЕР, ФЕДОР ИВАНОВИЧ] (29.10.1705 Herford, Westfalen – 22.10.1783 Moskau). Geschichte, Geographie; AdW SPb. (Adj 1725, Konferenzsekretär 1728–30 und 1754–65, OM 1730), FRS (1730), Paris (KM 1761). – [NDB 18; DBE 7; Pe 1; GSE 16]: 100, 134, 515, 753, 819, 820
- MÜLLER, HEINRICH JUSTUS (11.06.1702 Herford, Westfalen – 1783). Bruder von G.F. Müller; Cand. theol., Lehrer am Akademischen Gymnasium in Petersburg: 100
- MÜNNICH, BURKHARD CHRISTOPH VON [МИНИХ, ХРИСТОФОР АНТОНОВИЧ], Graf (09.05.1683 Neuenhundertorf, Oldenburg – 27.10.1767 SPb.). Russischer Generalfeldmarschall und Staatsmann, 1741 nach Sibirien verbannt, 1762 zurückgerufen. – [NDB 18; DBE 7; GSE 16]: 118, 122, 126, 202, 203, 460, 466, 467, 486, 491, 495, 497, 802, 802, 803, 807
- MURHARD, FRIEDRICH WILHELM AUGUST (07.12.1778 Kassel – 29.11.1853 ebd.). Jurist, Mathematiker, Reiseschriftsteller, Bibliograph. – [NDB 18]: 819
- MURRAY, CARL D. (\* 25.09.1955 Belfast). Astronomie; Prof. ULondon: 581
- MUSSCHENBROEK, JAN VAN (09.08.1687 Leiden – 15.09.1748 ebd.). Bruder von P. van Musschenbroek; Instrumentenbauer. – [DSB 9; NNBW 10]: 616, 621
- MUSSCHENBROEK, PIETER / PETRUS VAN (14.03.1692 Leiden – 19.09.1761 ebd.). Physik; Prof. U Duisburg, Utrecht und Leiden, FRS (1734), AdW Paris (KM 1734), Berlin (AM 1746). – [DSB 9; NNBW 10]: 66, 67, 278, 284, 288, 292, 296, 616, 621
- NAGEL, FRITZ (\* 24.01.1940 Pforzheim). Wissenschaftsgeschichte, Bernoulli-Forschung; Leiter der Forschungsstelle Basel der Bernoulli-Edition, Mitglied der Euler-Kommission der SCNAT seit 2003, AIHS (KM 2002): X
- NARTOV, ANDREJ [НАРТОВ, АНДРЕЙ КОНСТАНТИНОВИЧ] (07.04.1693 Moskau – 27.04.1756 SPb.). Angewandte Mechanik; Mechaniker Peters I., Mitarbeiter der Petersburger Akademie (Leiter der Werkstätten, Mitgl. der Verwaltungskommission), Staatsrat (1754). – [RBS; GSE 17]: 571, 572, 579, 582, 649
- NARYŠKIN, SEMEN [НАРЫШКИН, СЕМЕН КИРИЛЛОВИЧ] (16.04.1710 SPb. – 08.12.1775 Moskau). Russischer Hofmarschall (1744), Generalstabschef und Oberjägermeister (1757). – [RBS]: 597, 600, 603
- NARYŠKINA, NATAL'JA [НАРЫШКИНА, НАТАЛЬЯ КИРИЛЛОВНА] (01.09.1651 Moskau – 04.02.1694 ebd.). Gattin von Zar Aleksej I., Mutter Peters I.: 603

- NAUDÉ, PHILIPPE d. J. (18.12.1684 Metz – 17.01.1745 Berlin). Mathematik, Astronomie; AdW Berlin (OM 1711), FRS (1738): 24, 468, 634
- NEBEL, DANIEL (24.09.1664 Heidelberg – 15.03.1733 Mannheim). Medizin: Prof. UMarburg (1693–1707), UHeidelberg. – [MUB 4:1010]: 920, 924
- NEIDHART, KARIN (\* 23.03.1963). Verlagswesen: XI
- NEWTON, ISAAC, ab 1705 Sir (04.01.1643 Woolsthorpe, Lincolnshire – 31.03.1727 London). Physik, Mathematik, Astronomie, Alchemie, Theologie; Lucasian Prof. der Mathematik UCambridge ab 1669, Direktor der Londoner Münze, FRS (1672, Präsident ab 1703), AdW Paris (AM 1699). – [DSB 10, NDSB 5; ODNB 40]: 11, 23, 31, 35, 36, 46–49, 51, 55, 63, 65, 66, 80, 82, 84, 87, 89, 90, 125, 126, 128, 131, 134, 145, 153, 158, 159, 163, 222, 227, 231, 234, 235, 238, 239, 262, 264, 301, 305, 307, 308, 311, 315, 318, 335, 340, 372–374, 377, 379, 382, 405, 406, 412, 413, 419, 420–424, 426–428, 430, 432, 438, 446, 450, 453, 456, 481, 483, 484, 507, 511, 585, 586, 591, 592, 595, 599, 602, 609, 610, 612, 613, 615, 635, 641, 645, 648, 652, 656, 669, 670, 673, 674, 676, 686, 690, 693, 798, 832, 915
- NICOLE, FRANÇOIS (23.12.1683 Paris – 10.01.1758 ebd.). Mathematik, Mechanik; AdW Paris (Élève 1707, OM 1718), Berlin (AM 1746): 308
- NOPP, HIERONYMUS CHRISTOPH (13.05.1832 Philippsburg, Baden – 09.12.1893 ebd.). Kaufmann, Politiker, Lokalhistoriker, Schriftsteller: 203
- NÖRBEL, JAKOB (~ 14.06.1736 Riehen b. Basel – 30.11.1791 Basel). Sohn von J.J. Nörbel, Neffe L. Eulers, Handschuhmacher: 870
- NÖRBEL, JOHANN JAKOB (1705 Kappel, Toggenburg – 24.10.1758 Lausen, Baselland). Pfarrer, MA UBasel 1725, Cand. S. Minist. 1728, Schulmeister in Riehen 1731–38, Pfarrer am Waisenhaus in Basel 1738–45 und in Lausen ab 1745, Schwager von L. Euler. – [MUB 4:2815]: 118, 122, 125, 212, 214, 251, 252, 253, 263, 265, 642, 643
- NÖRBEL-EULER, MARIA MAGDALENA (11.11.1711 Riehen b. Basel – 30.07.1799 Basel). Jüngere Schwester von L. Euler, Gattin von J.J. Nörbel (∞ 1731 in Riehen): 125
- NORDENMARK, NILS VIKTOR EMANUEL (15.04.1867 Hammerdal, Jämtland – 02.02.1962 Stockholm). Astronomie, Wissenschaftsgeschichte: 950
- NÜESCH, THEOPHIL (1875 – 28.12.1965 Basel). Realschullehrer in Riehen b. Basel: 909
- OCHS (fl. 18. Jh.). Magister in Berlin: 620, 625
- OLBERS, WILHELM (11.10.1758 Arbergen b. Bremen – 02.03.1840 Bremen). Astronomie, Medizin; AdW Leopoldina (1797), FRS (1804), Paris (KM 1810, AM 1829), Berlin (KM 1812, AM 1830). – [DSB 10; NDB 19; DBE 7]: 614, 615
- OPPENHEIM, SAMUEL (19.11.1857 Braunsberg / Brušperk, Mähren – 15.08.1928 Wien). Astronomie; Prof. UWien. – [NDB 19; DBE 7]: 58
- ORLOV, ALEKSANDR [Орлов, Александр Владимирович], Graf (08.08.1769 SPb. – 1787). Sohn von V. Orlov: 854
- ORLOV, ALEKSEJ [Орлов, Алексей Григорьевич], Graf (05.10.1737 Ljutkino b. Tver – 05.01.1808 Moskau). Bruder von V. Orlov; Offizier: 915



- ORLOV, GRIGORIJ [ОРЛОВ, ГРИГОРИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ], Graf (17.10.1734 Ljutkino b. Tver – 24.04.1783 Moskau). Staatsmann, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [BE 20; RBS; GSE 18]: 1006
- ORLOV, VLADIMIR [ОРЛОВ, ВЛАДИМИР ГРИГОРЬЕВИЧ], ab 1762 Graf (19.07.1743 – 12.03.1831 Moskau). Staatsmann, Direktor der Petersburger Akademie (1766–74). – [RBS]: 803, 804, 806, 807, 808, 821, 832, 833, 836, 840, 841, 848, 851, 851, 854, 855, 856, 858, 859, 868, 883, 884, 892, 893, 897, 899, 899, 900, 905, 913, 976, 978, 978, 979, 982, 984, 985, 996, 1016
- ORLOVA, EKATERINA [ОРЛОВА, ЕКАТЕРИНА ВЛАДИМИРОВНА] (1770–1849). Tochter von V. Orlov: 854
- ORLOVA-STACKELBERG, ELIZAVETA [ШТАКЕЛЬБЕРГ, ЕЛИЗАВЕТА ИВАНОВНА], Gräfin. Gattin von V. Orlov (∞ 1768): 854
- OSTERMANN, HEINRICH JOHANN [ОСТЕРМАН, АНДРЕЙ ИВАНОВИЧ], ab 1721 Baron, 1730 Graf (09.06.1686 Bochum – 31.05.1747 Berezov, Sibirien). Staatsmann, ab 1703 Diplomat in russischen Diensten, 1741 nach Westsibirien verbannt. – [BE 20; NDB 19; RBS; GSE 18]: 191, 193, 240, 241, 242, 319, 321, 322, 460, 466, 467, 472, 475, 480, 483, 486, 491, 495, 497, 960
- OSTERMANN-STREŠNEVA, MARTHA [ОСТЕРМАН-СТРЕШНЕВА, МАРФА ИВАНОВНА], Gräfin (1698 – 24.02.1781 Moskau). Hofdame Katharinas I., Gattin von H.J. Ostermann: 486
- OVID / PUBLIUS OVIDIUS NASO (20.03.43 v. Chr. Sulmona, Abruzzien – 17 n. Chr. Tomi, heute Costanța, Rumänien). Dichter. – [BE 20]: 133, 554, 792, 912
- OŽIGOVA, ELENA [ОЖИГОВА, ЕЛЕНА ПЕТРОВНА] (01.03.1923 Petrograd – 13.07.1994 SPb.). Mathematik, Geschichte der Mathematik; Mitarbeiterin der Petersburger Abteilung des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik: 948
- PALLAS [ПАЛЛАС], PETER SIMON (22.09.1741 Berlin – 08.09.1811 ebd.). Naturforscher, Forschungsreisender, FRS (1764), AdW Leopoldina (1764), SPb. (OM 1767). – [NDB 20; DBE 7; RBS; GSE 19]: 804, 854, 883, 884, 889, 931, 934, 936, 937, 980, 983, 1012
- PANIN, NIKITA [ПАНИН, НИКИТА ИВАНОВИЧ], ab 1767 Graf (29.09.1718 Danzig – 11.04.1783 SPb.). Staatsmann, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [BE 20; RBS]: 1006
- PASSAVANT, DANIEL (14.09.1722 Basel – □ 14.05.1799 ebd.). Medizin; MA UBasel 1740, Cand. med. 1748, 1752–59 kgl. poln. und kursächs. Legationssekretär in Berlin, ab 1769 in Basel, AdW Berlin (OM 1748–50). – [MUB 5:418; AR 2, 124–126]: 729, 731, 733–736, 737, 738, 740, 744, 746, 750, 753
- PASSAVANT, FRANÇOIS (29.07.1708 Basel – 30.09.1783 ebd.). Jurisprudenz; MA UBasel 1725, Dr. jur. 1757; ab 1744 Stadtschreiber. – [MUB 4:2871]: 778
- «PATSCKA» (fl. 18. Jh.). Nicht identifizierter Bekannter D. Bernoullis in Petersburg: 217, 218, 218
- PAVEL PETROVIČ [ПАВЕЛ ПЕТРОВИЧ] (01.10.1754 SPb. – 24.03.1801 ebd.). Grossfürst, ab 1796 als Paul I. Kaiser von Russland, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [BE 21; RBS; GSE 19]: 833, 1005–1007



- PEARSON, KARL (27.03.1857 London – 27.04.1936 Coldharbour, Surrey). Angewandte Mathematik, Biometrie, Statistik, Wissenschaftsgeschichte; FRS (1896). – [DSB 10; ODNB 43]: 950
- PEKARSKIJ, PETR [ПЕКАРСКИЙ, ПЕТР ПЕТРОВИЧ] (31.05.1827 b. Ufa, Baškortostan – 24.07.1872 Pavlovsk b. SPb.). Geschichte (u. a. Geschichte der Petersburger Akademie), Bibliographie; AdW SPb. (Adj 1863, AOM 1864, OM 1868). – [RBS; GSE 19]: 79, 84, 90, 102, 207, 514, 581, 695
- PELLOUTIER, JEAN BARTHÉLÉMY († 1736). Preussischer Kaufmann in Petersburg: 104, 107, 109
- PEMBERTON, HENRY (1694 London – 09.03.1771 ebd.). Medizin, Mathematik; redigierte die 3. Ausgabe von Newtons Prinzipien, FRS (1720). – [DSB 10; ODNB 43]: 676
- PERRET, PETER († 1789). Schweizer Offizier in russischen Diensten: 928, 929
- PERRET, VINCENT (12.12.1677 Vevey, Waadt – 28.10.1743 ebd.). Pfarrer in Vevey: 328, 332, 334
- PETER I. «der Grosse» [ПЕТР I, ВЕЛИКИЙ] (09.06.1672 Moskau – 08.02.1725 SPb.). Zar ab 1682 und Kaiser von Russland ab 1721, Gründer der Petersburger Akademie, AdW Paris (AM 1717). – [BE 21; GSE 19]: 11, 203, 486, 497, 603, 902, 913, 921, 925, 975
- PETER III. [ПЕТР III ФЕДОРОВИЧ], geb. KARL PETER ULRICH VON HOLSTEIN-GOTTORP (21.02.1728 Kiel – 17.07.1762 Ropša b. SPb.), ab 1739 Herzog von Holstein, 1762 Kaiser von Russland. – [BE 21; GSE 19]: 486, 497, 506, 510, 802
- PETERSON, ERNST GOVERTS (fl. 1. Hälfte 18. Jh.). Bankier in Hamburg: 951
- PETROV, ANATOLIJ [ПЕТРОВ, АНАТОЛИЙ НИКОЛАЕВИЧ] (1906–1983). Geschichte der Architektur: 117
- PFAFF, EMANUEL (~ 21.06.1701 Basel – 11.07.1755 ebd.). Musiker, MA UBasel 1718, Cand. S. Minist. 1722, ab 1741 Organist und Praeceptor zu St. Peter, ab 1745 Orgel-Stadtinspektor. – [MUB 4:2584]: 460, 465, 469, 470
- PHILIPP V. / FELIPE V (19.12.1683 Versailles – 09.07.1746 Madrid). Ab 1700 König von Spanien. – [BE 21]: 300, 304
- PICARD, JEAN (21.07.1620 La Flèche, Anjou – 12.10.1682 Paris). Astronomie, Geodäsie; Prior in Rillié, Anjou, AdW Paris (OM 1666). – [DSB 10]: 349, 354
- PICTET, JEAN LOUIS (~ 04.12.1739 Genf – 1781 ebd.). Astronomie; Advokat. – [DBGV 2; Wolf 2]: 824, 832, 834, 835, 835, 837, 840, 847, 848, 849, 852, 855
- PITCAIRNE, ARCHIBALD (04.01.1653 Edinburgh – 03.11.1713 ebd.). Medizin, Physiologie; AdW Paris (KM 1699). – [DSB 11; ODNB 44]: 79, 80
- PITOT, HENRI (03.05.1695 Aramon, Languedoc – 27.12.1771 ebd.). Physik, Hydraulik; AdW Paris (Adj 1724, OM 1727). – [DSB 11]: 604
- PIUS VI. / BRASCHI, GIOVANNI ANGELO (27.12.1717 Cesena, Emilia-Romagna – 29.08.1799 Valence, Provence). Ab 1773 Theologie; Kardinal, ab 1775 Papst. – [BE 21]: 904
- PLAPPERT, FRIEDRICH CARL LUDWIG (fl. 18. Jh.). Hauslehrer in Petersburg, 1736–45 markgräfllich badischer Resident in Pfirt (Ferrette) im Oberelsass: 194, 196, 956

- PLINIUS der Jüngere / GAIUS PLINIUS CAECILIUS SECUNDUS (61/62 Como – ca. 114). Staatsmann, Schriftsteller. – [BE 18]: 564
- POLENI, GIOVANNI, Marquis (23.08.1683 Venedig – 14.11.1761 Padua). Physik, Mathematik, Astronomie, Bautechnik, Geschichte; Prof. UPadua ab 1719, FRS (1710), AdW Berlin (abw. M 1715), SPb. (AM 1725), Paris (AM 1739). – [DSB 11]: 103, 106, 109, 152, 191, 204, 212, 214, 215, 324, 328, 332, 334, 349, 354, 467
- POSSELT, DORIS (fl. Ende 20. Jh.). Biologie, Wissenschaftsgeschichte; Dr. rer. nat.: 497
- POTEMKIN, GRIGORIJ [ПОТЕМКИН ТАВРИЧЕСКИЙ, ГРИГОРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ], Fürst (24.09.1739 b. Smolensk – 16.10.1791 b. Iași, Rumänien). Staatsmann, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [BE 22; RBS; GSE 20]: 1006
- PREISWERK (fl. 18. Jh.). Kaufmann in Basel: 919, 928
- PRIÉ, GIOVANNI ANTONIO / JEAN ANTOINE DE / JOHANN ANTON TURINETTI, Marquis DE PRIÉ ET DE PANCALIER (1687–1757). Diplomat, Kaiserlich österreichisch-ungarischer Botschafter in der Schweiz 1734–46, residierte zeitweise in Basel (1735, 1744); später bis zu seinem Tod Botschafter in Venedig: 127, 131, 138, 142, 169, 172, 174, 507, 511, 515, 956
- PRIESTLEY, JOSEPH (24.03.1732 Birstall b. Leeds – 06.02.1804 Northumberland County, Pennsylvania). Theologie, Philosophie, Chemie, Physik. – [DSB 11]: 65
- PRINGLE, JOHN, ab 1766 Sir (21.04.1707 Roxburgh, Schottland – 18.01.1782 London). Medizin; FRS (1745, Präsident 1772–78), AdW SPb. (AM 1777/1776), Paris (AM 1778). – [DSB 11; ODNB 45]: 1006
- PRIVAT DE MOLIÈRES, JOSEPH cf. MOLIÈRES, JOSEPH PRIVAT DE
- PROTASOV, ALEKSEJ [ПРОТАСОВ, АЛЕКСЕЙ ПРОТАСЬЕВИЧ] (1724 – 16.05.1796 SPb.). Anatomie; AdW SPb. (Adj 1751, AOM 1763, OM 1771): 855, 936
- РТОУКНА, МИХАИЛ [ПТУХА, МИХАИЛ ВАСИЛЬЕВИЧ] (07.11.1884 Ostjor b. Černigov, Ukraine – 03.10.1961 Kiev). Statistik, Demographie; AdW SPb. (KM 1943): 950
- PUGAČEV, EMEL'JAN [ПУГАЧЕВ, ЕМЕЛЬЯН ИВАНОВИЧ] (1742 Zimovejskaja am Don – 21.01.1775 Moskau). Kosake, Rebellenführer. – [BE 22; RBS; GSE 21]: 897
- PULTE, HELMUT (\*02.10.1956 Rahrbach, Westfalen). Philosophie, Wissenschaftstheorie und -geschichte; Prof. UBochum. – [Kü]: 564
- PURKERT, WALTER (\*22.01.1944 Trautenau / Trutnov, Böhmen). Mathematik, Geschichte der neueren Mathematik; Mithrsg. der Werke von F. Hausdorff, Prof. ULeipzig und Bonn, AIHS (KM 2002): 27
- RAILLARD, JOHANN JAKOB (~ 20.05.1721 Basel – Mai 1759 Indien). 1753 Kadett Fort St. George (Madras / Chennai), 1759 Artillerieleutnant der indischen Kavallerie. – [MUB 5:344b]: 765–767, 768, 769, 771, 773
- RAILLARD, LUCAS (~ 20.01.1726 – 04.03.1752 Basel). MA UBasel 1742, Cand. S. Minist. 1747, Hauslehrer in Berlin. – [MUB 5:473]: 765–767, 768, 769, 771, 773
- RALKE, GERHARD (fl. 18. Jh.). Spediteur in Hamburg: 299, 304
- RAMSAY, VON (fl. 18. Jh.). Unbekannter in Petersburg: 522, 530, 532

- RAMSPECK, JAKOB CHRISTOPH der Jüngere (06.09.1722 Basel – 28.11.1797 ebd.). Medizin, Botanik; MA UBasel 1738, Dr. med. 1748, Prof. der Eloquenz 1748–66, mehrmals Dekan und Rektor, ab 1766 Gymnasialdirektor. – [HLS; MUB 5:309; St. 1]: 644, 646, 660, 704, 706, 717, 719, 741, 744, 749, 752, 753, 754
- RASKIN, NAUM [РАСКИН, НАУМ МИХАЙЛОВИЧ] (24.05.1906 SPb. – 14.05.1986 ebd.). Geschichte der Technik; Mitarbeiter des Archivs der Akademie der Wissenschaften Russlands (1938–68): 1008
- RAUPP / RAUPE (fl. 18. Jh.). Koch in Petersburg: 522, 530, 532, 536, 541, 547, 552, 554
- RAZUMOVSKIJ, ALEKSEJ [РАЗУМОВСКИЙ, АЛЕКСЕЙ ГРИГОРЬЕВИЧ], ab 1744 Graf (28.03.1709 Lemeši, Ukraine – 17.07.1771 SPb.). Russischer Staatsmann, Favorit der Kaiserin Elizaveta Petrovna, Oberjägermeister ab 1742. – [RBS]: 582, 588, 594, 603, 616, 621, 627, 630
- RAZUMOVSKIJ, KIRILL [РАЗУМОВСКИЙ, КИРИЛЛ ГРИГОРЬЕВИЧ], ab 1744 Graf (29.03.1728 Lemeši, Ukraine – 15.01.1803 Baturyn, Ukraine). Bruder von Aleksej Razumovskij; Staatsmann, Generalfeldmarschall, Hetman der Ukraine, Präsident der Petersburger Akademie (1746–98), AdW Berlin (AM 1748), FRS (1755). – [RBS]: 505, 582, 588, 594, 603, 696, 699, 701, 702, 704, 707, 707, 708, 709, 711, 713, 715, 717, 718, 720, 721, 724, 727, 733, 735, 737, 739, 741, 744, 748–751, 753, 780, 782, 790, 790, 809, 872, 947, **969–972**, 972, 973, 973, 974, 976
- RÉAUMUR, RENÉ ANTOINE FERCHAULT DE (28.02.1683 La Rochelle – 17.10.1757 b. St-Julien-du-Terroux, Maine). Physik, Naturwissenschaften; AdW Paris (Adj 1708, OM 1711), FRS (1738), Berlin (abw. M 1742). – [DSB 11]: 61, 599, 602, 604, 846
- REDINGER, DAVID (fl. 1. Hälfte 18. Jh.). Holzschnneider und Kupferstecher, wirkte in Basel und Zürich: 281, 287, 289
- REGIOMONTAN(US) / MÜLLER, JOHANNES (06.06.1436 Königsberg, Franken – 06.07.1476 Rom). Mathematik, Astronomie. – [DSB 11; NDB 21]: 58
- REHBINDER, REINHOLD JOHANN VON [РЕБИНДЕР, ИВАН МИХАЙЛОВИЧ] (08.05.1733 – 12.03.1792 Nižnij Novgorod). Staatsmann in russischen Diensten, Generalmajor. – [RBS]: 1005
- REICH, KARIN ANNA (\* 13.10.1941 München). Mathematik, Wissenschaftsgeschichte; Prof. UHamburg, AIHS (KM 1983): 22
- REIFF, RICHARD (26.05.1855 Tübingen – 09.07.1908 Stuttgart). Physik, Mathematik: 799
- RENTEL, NIKOLAUS VON (fl. 18. Jh.). Kaufmann in Astrachan, Stiefvater von S.G. Gmelins Frau Anna (geb. Chappuzeau): 898
- REPnin [РЕПНИНЫ]. Russische Fürstenfamilie. – [RBS]: 194, 196
- RESPINGER, JOHANN HEINRICH (08.12.1709 Basel – 24.05.1782 ebd.). Anatomie; MA UBasel 1727, Dr. med. 1733, Dozent der Physiologie und Osteologie UBasel 1759. – [MUB 4:2885]: 956, 957
- RIBEIRO SANCHES [САШЕС], ANTÓNIO NUÑES (07.03.1699 Penamacor, Portugal – 14.10.1783 Paris). Medizin; stud. Salamanca und Coimbra, Dr. med. 1722, in russischen Diensten 1731–47, Leibarzt am russischen Hof, AdW Lissabon (KM), SPb. (AM 1747–48 und ab 1762). – [RBS]: 461, 466, 469

- RICCATI, JACOPO FRANCESCO, Graf (28.05.1676 Venedig – 15.04.1754 Treviso, Veneto). Mathematik, Physik, Mechanik, Hydraulik. – [DSB 11]: 11, 31, 32, 110, 112, 115, 152, 157, 783, 785
- RICHELIEU, ARMAND JEAN DU PLESSIS DE (09.09.1585 Paris – 04.12.1642 ebd.). Politik; Minister, ab 1622 Kardinal. – [BE 23]: 87, 90
- RICHMANN [РИХМАН], GEORG WILHELM (22.07.1711 Pernau/Pärnu, Estland – 06.08.1753 SPb.). Physik; AdW SPb. (Adj 1740, AOM 1741, OM 1745). – [DSB 11; DBE 8; RBS; Pe 1; GSE 22]: 676
- RIEKHER, ROLF (\* 13.05.1922 Schwerin). Astronomie, Optik, Wissenschaftsgeschichte: 65
- RIMSCHA, HANS VON (09.03.1899 Riga – 01.04.1987 Erlangen). Osteuropäische Geschichte. – [Kü]: 355, 467, 497
- RISLER, JAKOB (04.03.1731 Mulhouse – 19.04.1770 ebd.). Medizin, Botanik, Physik; Dr. med. UStrassburg 1754. – [MUB 5:829]: 845, 846
- ROBINS, BENJAMIN (1707 Bath, Somerset – 09.08.1751 Fort St. David, Madras/Chennai, Indien). Mechanik, Ballistik, Fortifikation; FRS (1727). – [DSB 11; ODNB 48]: 39, 45, 325, 328, 329, 332, 333, 334, 336–338, 340–342, 344, 346, 351, 357, 364, 424, 428, 587, 593, 595, 628, 631, 634, 636, 638, 639, 640, 649, 650–652, 654–656, 658, 659, 661, 665, 668, 670, 673, 676, 686, 690, 761, 763, 764
- ROCCAFORTE cf. LOCATELLI LANZI, FRANCESCO
- ROGERSON, JOHN (22.10.1741 Lochbrow b. Dumfries, Schottland – 24.12.1823 Dumcrieff b. Dumfries, Schottland). Medizin; AdW SPb. (AM 1777/1776), FRS (1779). – [ODNB 47]: 1006
- ROHR, LOUIS OTTO MORITZ VON (04.04.1868 Longin/Łążyn b. Posen – 20.06.1940 Jena). Optische Instrumente, Wissenschaftsgeschichte; AdW Leopoldina (1926). – [DBE 8]: 65
- ROSE, MALCOLM (\* 1948 London). Musikwissenschaft: 468
- ROSENBERGER, FERDINAND (19.08.1845 Lobeda, Thüringen – 11.09.1899 Oberstdorf, Bayern). Physikgeschichte; AdW Leopoldina (1892). – [DSB 11; DBE 8]: 65
- ROUSSEAU, JEAN JACQUES (28.06.1712 Genf – 02.07.1778 Ermenonville, Picardie). Literatur, Philosophie. – [BE 23]: 320, 323, 324
- RUDIO, FERDINAND (02.08.1856 Wiesbaden – 21.07.1929 Zürich). Mathematik, Euler-Forschung; Prof. ETH Zürich 1889–1928, Mitgl. der Euler-Kommission der SNG 1907–27 und deren erster Präsident 1907–10, Generalredaktor der Euler-Werke 1910–28, Hrsg. von Bd. I, 1–3, 6 und 8. – [DSB 11; DBE 8]: 15, 818
- RUFFINIÈRE DU PREY, PIERRE DE LA (fl. 20. Jh.). Kunstgeschichte. Prof. Queen's Univ. (Kingston, Ontario): 1018
- RUMJANCEV, PETR [РУМЯНЦЕВ ЗАДУНАЙСКИЙ, ПЕТР АЛЕКСАНДРОВИЧ], Graf (15.01.1725 Moskau – 19.12.1796 b. Poltava, Ukraine). Staatsmann, Generalfeldmarschall (1770), AdW SPb. (AM 1777/1776). – [BE 23; RBS; GSE 22]: 1006
- RUMOVSKIJ, STEPAN [РУМОВСКИЙ, СТЕПАН ЯКОВЛЕВИЧ] (09.11.1734 b. Tver – (18.07.1812 SPb.). Astronomie; AdW SPb. (Adj 1753, OM 1767, Vizepräsident 1800). – [RBS; GSE 22]: 804, 832, 833, 835, 837, 848, 1006

- RUŽNIKOVA, ELENA [РУЖНИКОВА, ЕЛЕНА ИОСИФОВНА]. Stellvertretende Direktorin des Gebietsmuseums für bildende Künste in Arkhangel'sk: 13
- RYČKOV, PETR [РЫЧКОВ, ПЕТР ИВАНОВИЧ] (12.10.1712 Vologda – 26.10.1777 Jekaterinburg). Geschichte, Geographie; AdW SPb. (KM 1759). – [RBS; GSE 22]: 854
- RŽEVSKIJ, ALEKSEJ [РЖЕВСКИЙ, АЛЕКСЕЙ АНДРЕЕВИЧ] (02.03.1737 – 05.05.1804 SPb.). Poesie; Senator, Vize-Generaldirektor der Petersburger Akademie (1771–73), Wirkl. Geheimrat. – [RBS]: 855
- ŠAFIROV, PETR [ШАФИРОВ, ПЕТР ПАВЛОВИЧ], ab 1710 Baron (1699 – 12.03.1739 SPb.). Staatsmann, Diplomat, Wirkl. Geheimrat. – [RBS; GSE 29]: 136, 140, 145
- SARTON, GEORGE ALFRED LEON (31.08.1884 Gent – 22.03.1956 Cambridge, Massachusetts). Wissenschaftsgeschichte; Prof. Harvard Univ. (Cambridge, MA), Carnegie Inst., History of Science Society (1924), AdW Leopoldina (1925), American Academy of Arts and Sciences (1927), Roy. Soc. Edinburgh (1936): 56
- SAUVEUR, JOSEPH (24.03.1653 La Flèche, Anjou – 09.07.1716 Paris). Mathematik, Physik; AdW Paris (OM 1696). – [DSB 12]: 86, 88, 90
- ŠČERBATOV, MIKHAIL [ЩЕРБАТОВ, МИХАИЛ МИХАЙЛОВИЧ], Fürst (02.08.1753 Moskau – 23.12.1790 ebd.). Schriftsteller, Historiker, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [BE 24; RBS; GSE 29]: 1006
- SCHAAF, FRED (fl. 20./21. Jh.). Astronomie: 603
- SCHÄPELIN (fl. 18. Jh.). Maler aus Basel: 281, 287, 289
- SCHÄRER (fl. 18. Jh.). Unbekannter Schweizer in Petersburg: 240, 241, 242, 263, 265, 293, 297, 298
- SCHARLAU, WINFRIED (\*12.08.1940 Berlin). Mathematik; Prof. UMünster. – [Kü]: 468
- SCHARVI cf. CERVI, GIUSEPPE
- SCHAUB, LUCAS, ab 1720 Sir (01.05.1690 Basel – 27.02.1758 London). Englischer Diplomat. – [ODNB 49]: 456
- SCHERZ, JOHANN GEORG (29.03.1678 Strassburg – 01.04.1754 ebd.). Philologie; Prof. der Ethik (1702) und der Jurisprudenz (ab 1711) in Strassburg. – [ADB 31]: 136, 140
- SCHEUCHZER, JOHANN JAKOB (02.08.1672 Zürich – 23.06.1733 ebd.). Naturwissenschaften, Geschichte; Dr. UUtrecht 1694, Prof. und Oberstadtarzt in Zürich, AdW Leopoldina (1697), FRS (1703), Berlin (AM 1706). – [DSB 12; NDB 22; DBE 8; Wolf 1]: 100, 102, 910, 912
- SCHEUCHZER, JOHANNES (20.03.1684 Zürich – 08.03.1738 ebd.). Botanik, Naturwissenschaften, Medizin; 1706 Dr. med. UBasel, 1733 Amtsnachfolger seines Bruders Johann Jakob in Zürich, AdW Leopoldina (1708). – [MUB 4:2128; ADB 34; DBE 8; Wolf 1]: 100, 102
- SCHIERSCHER, GEORG (\*27.01.1942 Vaduz, Liechtenstein). Mathematik; Gymnasiallehrer: 183
- SCHLÖZER [ШЛЕЦЕР], AUGUST LUDWIG VON (05.07.1735 Gaggstedt b. Kirchberg/Jagst, Württemberg – 09.09.1809 Göttingen). Geschichte, insb. schwedische und russische Geschichte, Philologie; ord. Prof. UGöttingen ab 1770, russ. Adel (1804/1803), AdW SPb. (Adj 1762, OM 1765, AM 1769). – [NDB 23; DBE 8; RBS; GSE 29]: 991, 992

- SCHMID, EUGEN (18.10.1867 Baiersbronn-Friedrichstal, Schwarzwald – 18.4.1949 Stuttgart). Theologie, Bildungsgeschichte: 145, 175
- SCHMID, GEORG LUDWIG (17.03.1720 Aarau – 30.04.1805 Lenzburg, Aargau). Autor, Ökonom. – [Wolf 3]: 645, 647, 649, 709, 711, 713, 729, 731, 749, 751
- SCHMIDT, JAKOB FRIEDRICH (1723 Leipzig – 16.01.1786 SPb.). Geographie, Kartographie; AdW SPb. (Adj 1757): 1006
- SCHNEEWIND, WOLFGANG (fl. 2. Hälfte 20. Jh.). Kulturgeschichte: 96
- SCHNEIDER, IVO HANS (\*01.09.1938 München). Mathematik, Wissenschaftsgeschichte; Prof. UMünchen, AIHS (KM 1984, OM 1995). – [Kü]: 456
- SCHOEPFLIN, JEAN / JOHANN DANIEL (06.09.1696 Sulzburg, Baden – 07.08.1771 Strassburg). Geschichte und Diplomatie; Prof. UStrassburg ab 1720, FRS (1728). – [DBE 9; NDBA 34]: 137, 142, 961, 962
- SCHOTT, CHRISTOPH FRIEDRICH (13.04.1720 Erbstetten, Württemberg – 18.07.1775 Tübingen). Theologie; Prof. UTübingen: 777
- SCHUMACHER, JOHANN DANIEL [ШУМАХЕР, ИВАН ДАНИЛОВИЧ] (05.02.1690 Colmar, Oberelsass – 14.07.1761 SPb.). Bibliothekar Peters des Grossen, ab 1725 Rat der Kanzlei der Petersburger Akademie. – [RBS; Pe 1; NDBA 34]: 47, 101, 104, 107, 111, 113, 117, 121, 124, 126, 129, 130, 133, 148, 150, 194–196, 204–206, 207, 211, 213, 240, 241, 251, 253, 254, 268, 271, 271, 293, 297, 302, 307, 308, 321, 323, 327, 331, 339, 344, 348, 353, 420, 421, 425, 429, 461, 466, 471, 475, 488, 490, 492, 494, 495, 497, 498, 499, 502, 505, 506, 508, 510–512, 514, 515, 521, 522, 528, 530, 532, 536, 541, 542, 547, 552, 582, 594, 597, 600, 615, 616, 619–621, 624, 626, 636, 638, 661, 665, 668, 678, 681, 688, 692, 695, 701, 702, 704, 713, 715, 718, 722, 723, 726, 728, 738, 740, 740, 741, 744, 748, 751, 753, 759, 775, 802, 896, 914, 947, **956–957**, 960, **961–962**, **969**, **972–974**, 975
- SCHUMACHER, JOHANN JAKOB (07.10.1701 Colmar, Oberelsass – 22.05.1767 SPb.). Bruder von J.D. Schumacher, Architekt an der Petersburger Akademie: 281, 287
- SCHUMACHER-FELTEN, ANNA DOROTHEA (1702 – 22.09.1772 SPb.). Gattin von J.D. Schumacher: 807, 961
- SCHU(E)STER, JOHANN JAKOB (fl. Mitte 18. Jh.). Buchhändler in Leipzig: 339, 344, 425, 429, 506, 510, 559, 564, 715, 718
- SCHWARZENBACH, KLAUS (?) (fl. um 1770). Brückenbauer, Vorarbeiter der Firma Grubenmann in Teufen, Appenzell: 1015, 1018
- SCHWARZSCHILD, KARL (09.10.1873 Frankfurt/Main – 11.05.1916 Potsdam). Astronomie; Prof. UGöttingen (1901), UPotsdam (1909), AdW Leopoldina (1910), Berlin (OM 1912). – [DSB 12; NDB 24; DBE 9]: 58
- SCHWEIGHAUSER (fl. 18. Jh.). Basler Drucker und Verleger: 928
- SEGERMAN, EPHRAIM (\*1929 New York). Musikinstrumentengeschichte, Saiteninstrumentenbau: 469
- SEIDELMANN, PAUL KENNETH (\*15.06.1937 Cincinnati). Astronomie; Prof. UVirginia. – [AMWS]: 59, 595, 727, 747



- SÉVERY, WILLIAM DE CHARRIÈRE DE (07.08.1846 Mex, Waadt – 02.06.1938 Lausanne). Diplomat, Philanthrop, Privatgelehrter: 782
- SÉVERY-DE LUZE, CLARA CÉCILE DE CHARRIÈRE DE (30.01.1859 Chigny, Waadt – 02.01.1940 Lausanne). Gattin und Mitarbeiterin von W. de Sévery: 782
- SHANAHAN, MICHAEL (ca. 1730 Cork, Irland – 1811 ebd.). Architekt: 1018
- SHEYNIN, OSCAR (ŠEJNIN, OSKAR) [ШЕЙНИН, ОСКАР БОРИСОВИЧ] (\* 29.11.1925 Moskau). Mathematik, mathematische Statistik, Wahrscheinlichkeitstheorie, Wissenschaftsgeschichte; seit 1990 in Berlin, AIHS (KM 1988, OM 1995): XI, 134, 948–950
- SHORT, JAMES (21.06.1710 Edinburgh – 15.06.1768 London). Mechaniker und Optiker; FRS (1737). – [ODNB 50]: 627, 988
- SIEGESBECK [СИГЕЗБЕК], JOHANN GEORG (22.03.1686 Naumburg/Saale – 03.01.1755 Seehausen b. Wanzleben, Sachsen-Anhalt). Botanik, Naturgeschichte; AdW SPb. (OM 1742–47). – [RBS; Pe 1]: 507, 511
- SIEVERS, MATTHIAS (fl. 18. Jh.). Kaufmann in Lübeck: 930
- SIGAUD DE LAFOND, JOSEPH AIGNAN (05.01.1730 Bourges – 26.01.1810 ebd.). Chemie, Physik, Chirurgie; AdW SPb. (AM 1777/1776), Paris (AM 1796). – [DSB 12]: 1006
- SILVA, JEAN BAPTISTE (13.01.1682 Bordeaux – 19.08.1742 Paris). Medizin; Leibarzt des französischen Königs Ludwig XV. – [NBG 43]: 584, 590, 595
- SIMONOV, NIKOLAJ [СИМОНОВ, НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ] (14.02.1910 Moskau – 27.01.1979 ebd.). Mathematikgeschichte; USaratov, Černovtsy, Prof. Kiev, Moskau: 31
- SIMPSON, THOMAS (31.08.1710 Market Bosworth, Leicestershire – 14.05.1761 ebd.). Mathematik; FRS (1745). – [DSB 12; ODNB 50]: 950, 1013, 1018
- SIVERS DE L'ESPÉRANCE, JEAN HENRI, Baron (23.06.1693 – 02.03.1783 Guebwiller, Oberelsass). Aus Montbéliard stammender Offizier, 1749 Oberstleutnant in französischen Diensten im Elsass, später württembergischer Geheimrat: 761, 763, 764
- SLOANE, HANS, Sir (26.04.1660 Killyleagh, Nordirland – 11.01.1753 Chelsea, London). Medizin; FRS (1685, Präsident 1727–41), AdW SPb. (AM 1734). – [ODNB 50]: 191
- SMAGINA, GALINA [СМАГИНА, ГАЛИНА ИВАНОВНА] (\* 19.11.1951 Leningrad). Wissenschaftsgeschichte (inkl. Geschichte der Petersburger Akademie); Dr. hist., seit 1987 Mitarbeiterin der Petersburger Abteilung des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik: 13
- SMART, JOHN (fl. 1. Hälfte 18. Jh.). Statistik: 950, 1009, 1011, 1013, 1018
- SMIRNOV, VLADIMIR [СМИРНОВ, ВЛАДИМИР ИВАНОВИЧ] (29.05.1887 SPb. – 11.02.1974 ebd.). Mathematik; Prof. USPb. ab 1915, Mithrsg. von Bd. IV A, 1 der Euler-Werke, AdW SPb. (KM 1932, OM 1943). – [GSE 23]: 37
- SOCIN, ABEL (16.01.1729 Basel – 20.10.1808 ebd.). Medizin, Physik; UBasel MA 1746, Cand. med. 1749, Dr. med. 1758, ab 1761 in Hanau, ab 1778 wieder in Basel. – [MUB 5:732a]: 1026, 1027
- SOFONEA, TRAIAN (fl. 20. Jh.). Versicherungswesen, Wissenschaftsgeschichte: 949



- SOKOLOV, VASILIJ [СОКОЛОВ, ВАСИЛИЙ] (fl. Mitte 18. Jh.). Graveur an der Petersburger Akademie: 204, 253
- SOLDNER, JOHANN GEORG VON (16.07.1776 Feuchtwangen, Mittelfranken – 13.05.1833 München). Physik, Geodäsie, Astronomie. – [DSB 12; DBE 9]: 60, 747
- SPECHT, RENÉ (\* 19.06.1948 Schaffhausen). Geschichte, Kunstgeschichte; Direktor der Stadtbibliothek Schaffhausen: 833
- SPEISER, ANDREAS (10.06.1885 Basel – 12.10.1970 ebd.). Mathematik, Euler-Forschung; Prof. der Mathematik UZürich 1919–44 und UBasel ab 1944, Mitgl. der Euler-Kommission der SNG 1921–68, Generalredaktor der Euler-Werke 1928–65, Hrsg. von Bd. I, 9, 26–29, III, 1, 6–7 und 11–12, AdW Leopoldina (1932). – [DBE 9]: 28, 63, 649
- SPEISER, DAVID (\* 30.03.1926 Basel). Physik, Mathematik; Prof. der Theoretischen Physik und Mathematik ULouvain 1963–90, Generalredaktor der Bernoulli-Edition 1980–2001, Hrsg. von Bd. III, 5, Mithrsg. von Bd. III, 10 der Euler-Werke: 63, 531, 603, 1027
- SPIESS, OTTO (01.03.1878 Basel – 14.02.1966 ebd.). Mathematik, Bernoulli- und Euler-Forschung; Dozent und Prof. der Mathematik UBasel 1902–44, Initiator und erster Generalredaktor der Bernoulli-Edition, AIHS (KM 1948, OM 1957). – [Kü]: 9, 14–16, 25, 96, 253, 626, 878
- SPRENG, JOHANN JAKOB (10.01.1700 Basel – 24.05.1768 ebd.). Theologie, Geschichte, Philologie; MA UBasel 1716, Cand. S. Minist. 1721, Prof. 1743–68, wirkte bis 1741 viel im Ausland, u. a. in Wien. – [DBE 9; MUB 4:2524; St 1]: 809, 810, 987, 988
- STAAL / STAHL, CARL FRIEDRICH VON (13.11.1721 Haehl / Ingliste, Estland – 06.02.1787 Järvakandi / Jerwakand, Estland). Grundbesitzer, Offizier in französischen, dann russischen Diensten, 1765–73 Erzieher der Prinzen von Holstein-Gottorp: 378, 383, 384, 460, 465, 469
- STÄCKEL, PAUL (20.08.1862 Berlin – 12.12.1919 Heidelberg). Mathematik; Prof. UKiel, Hannover und Heidelberg, Geheimer Hofrat (1908), AdW Leopoldina (1895). – [DBE 9]: 25, 253, 819, 823
- STAEHELIN, ANDREAS (20.11.1926 Basel – 25.11.2002 ebd.). Geschichte; Staatsarchivar des Kantons Basel-Stadt 1967–91, Prof. UBasel. – [Kü]: 90, 333, 468
- STAEHELIN (STEHELIN), BENEDICT (03.02.1695 Basel – 02.08.1750 ebd.). Botanik, Embryologie; MA UBasel 1710, Dr. med. 1716, Prof. der Physik ab 1727, Rektor 1736–37, AdW Paris (KM 1727). – [MUB 4:2211; AR 1, 409–411; St 1]: 749, 752, 754
- STÄHELIN, FELIX (28.12.1873 Basel – 20.02.1952 ebd.). Geschichte, insb. der Antike; Prof. UBasel 1917–43, AdW Berlin (KM 1950). – [Kü]: 109
- STÄHELIN, JOHANN RUDOLF (09.10.1724 Basel – 31.12.1800 ebd.). Medizin; MA UBasel 1741, Dr. med. 1751, Prof. der Anatomie und Botanik 1753–76 und der theor. Medizin ab 1776, mehrmals Dekan der Med. Fakultät und Rektor. – [MUB 5:453; AR 1, 244; St 1]: 749, 752
- STÄHELIN, JOHANNES (~ 05.10.1693 Basel – 20.04.1764 ebd.). Buchhalter und Handelsmann in Berlin, Petersburg und Basel: 104, 107, 109, 109, 111, 118, 121, 134, 480, 483, 486, 498, 499, 502, 505, 507, 511, 536, 541, 616, 621, 626, 627, 631, 636, 638, 640, 644, 646, 648, 649, 661, 665, 678, 681, 711, 713, 722, 723, 726, 728, 730, 734, 736, 737, 741, 744, 761, 764, 773

- STÄHELIN, ONOPHRION (~ 04.11.1697 Basel – 17.06.1767 ebd.). Bruder von Johannes Stähelin; MA UBasel 1714, Cand. S. Minist. 1719, Pfarrer in Friedrichstal (Baden), in Münchenstein (Baselland) und zu St. Alban, Basel. – [MUB 4:2407]: 480, 483, 486
- STÄHLIN, HEINRICH (\* 25.10.1722). Bruder von Jakob v. Stählin; Kaufmann in Petersburg: 649
- STÄHLIN, JAKOB VON [ШТЕЛИН, ЯКОВ ЯКОВЛЕВИЧ] (09.05.1709 Memmingen, Schwaben – 06.07.1785 SPb.). Kunstwissenschaft; Wirkl. Geheimrat (1774), AdW SPb. (Adj 1735, OM 1737, Konferenzsekretär 1765–69), FRS (1773). – [RBS; Pe 1; GSE 29]: 480, 483, 486, 649, 800, 802, 804, 805, 806, 808, 814, 823, 824, 831, 833, 836, 839, 860, 883, 884, 936, 947, 948, **976–995**
- STÄHLIN, JOHANNES (27.10.1724 – nach 1796 SPb.). Bruder von Jakob v. Stählin, Dr. med., Arzt in Russland: 486, 649
- STÄHLIN, OTTO (22.01.1868 Reutti b. Neu-Ulm – 14.06.1949 Erlangen). Klassische Philologie; Prof. UWürzburg und Erlangen. – [DBE 9]: 486
- STANISLAUS LESZCZYŃSKI (20.10.1677 Lemberg / Lwiw – 23.02.1766 Lunéville, Lothringen). 1704/06–09 und 1733–36 König von Polen. – [BE 26; PSB 41]: 126
- STANISLAUS / STANISŁAW AUGUST PONIATOWSKI (17.01.1732 Wolczyn / Konstadt, Oberschlesien – 23.02.1798 SPb.). 1764–95 König von Polen, AdW SPb. (AM 1777). – [BE 26; PSB 41]: 619, 625, 821, 936, 938, 1012, 1018
- STEINER, THOMAS FRIEDEMANN (\* 31.12.1950 Grenzach b. Basel). Wissenschaftsgeschichte; Mathematiker, Cembalobauer, Mitgl. der Euler-Kommission der SCNAT und der Redaktionskomitees der Euler-Werke, Mithrsg. von Bd. IV A, 8: X, XI, 468
- STELLER (STÖLLER) [СТЕЛЛЕР], GEORG WILHELM (10.03.1709 Windsheim, Franken – 12.11.1746 Tjumen, Sibirien). Naturwissenschaft, Teilnehmer an der 2. Kamčatka-Expedition, AdW SPb. (Adj 1737). – [DSB 13; DBE 9; RBS; Pe 1]: 497
- STÉN, JOHAN CARL-ERIK (\* 05.07.1967 Helsinki). Physik, Wissenschaftsgeschichte, Dozent TU Helsinki: 876, 884
- STICKELBERGUER, JEAN-RODOLPHE / STÜCKELBERGER, JOHANN RUDOLF (1740–1798). Seidenhändler in Lyon und Basel: 870, 871, 872
- STIEDA, WILHELM (01.04.1852 Riga – 21.10.1933 Leipzig). Nationalökonomie, Geschichte; Prof. UDorpat, Rostock und Leipzig. – [DBE 9]: 819
- STIRLING, JAMES (Mai 1692 Stirlingshire, Schottland – 05.12.1770 Edinburgh). Mathematik, Bergbau; FRS (1726–54), AdW Berlin (AM 1746). – [DSB 13; ODNB 52]: 26, 251, 252, 254, 255, 258, 260, 268, 270, 272, 274, 276, 292, 297
- STOKES, GEORGE GABRIEL (13.08.1819 Skreen, Irland – 01.02.1903 Cambridge). Mathematik, Physik; Prof. UCambridge; FRS (1851, Sekretär 1854–85, Präsident 1885–90), AdW Berlin (KM 1859, AM 1899). – [DSB 13; ODNB 52]: 693
- STOLL, FRANZ XAVER (08.10.1834 Mainz – 08.01.1902 Bensheim, Hessen). Mathematik, Naturwissenschaften; Gymnasialprof. in Bensheim: 641
- STRAUB, HANS (21.01.1892 Basel – 29.06.1972 ebd.). Physik, Bernoulli-Forschung: 6, 677

- STROGANOV, ALEKSANDR [СТРОГАНОВ, АЛЕКСАНДР СЕРГЕЕВИЧ], Graf (14.01.1734 SPb. – 09.10.1811 ebd.). Staatsmann, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [RBS]: 1006
- STRÖMER, MÅRTEN (18.07.1707 Örebro – 02.01.1770 Stockholm). Astronomie; Prof. Uppsala. – [SMK 7]: 842
- STRUYCK, NICOLAAS (~ 21.05.1686 Amsterdam – 15.05.1769 ebd.). Mathematik, Statistik; FRS (1750), AdW Paris (KM 1755): 950, 1014
- STÜBLING (fl. Mitte 18. Jh.). Unbekannte Baslerin: 293, 297
- STUPANUS, JOHANN NICOLAUS (27.03.1708 Basel – 1755 auf der Reise von Breslau nach Berlin). Angehöriger einer mit den Bernoulli verschwägerten Basler Familie, Jurist, 1739 wegen einer politischen Denkschrift aus Basel vertrieben, als Kaufmann in Schlesien und Sachsen tätig. – [MUB 4:2840]: 136, 141, 145, 778
- SULZER, JOHANN GEORG (16.10.1720 Winterthur, Kt. Zürich – 27.02.1779 Berlin). Philosophie; AdW Berlin (OM 1750). – [DBE 9; Wolf 1]: 786, 796
- SÜSSMILCH, JOHANN PETER (03.09.1707 Zehlendorf b. Berlin – 22.03.1767 Berlin). Statistik, Demographie; AdW Berlin (OM 1745). – [NDB 25; DBE 9]: 949, 950, 1013, 1014, 1018
- ŠUVALOV, IVAN [ШУВАЛОВ, ИВАН ИВАНОВИЧ] (12.11.1727 Moskau – 25.11.1797 SPb.). Staatsmann, Ober-Kammerherr; Mitbegründer der Moskauer Univ. und der Kunstakademie Russlands, AdW SPb. (AM 1777/1776). – [BE 24; RBS; GSE 29]: 1006
- SVENSKE, KARL [СВЕНСКЕ, КАРЛ ФЕДОРОВИЧ] (1797–1871). Übersetzer an der Petersburger Akademie. – [RBS]: 373
- SZABÓ, ISTVÁN (13.12.1906 Orosháza, Ungarn – 21.01.1980 Berlin). Mechanik, Mathematik, Wissenschaftsgeschichte; Prof. TU Berlin ab 1948. – [Kü]: 28, 41, 799
- TAMMANN, GUSTAV ANDREAS (\* 24.07.1932 Göttingen). Astronomie; Prof. der Astronomie UBasel bis 2003, Mitgl. der Redaktionskomitees der Euler-Werke. – [Kü]: X
- TATON, RENÉ (\* 04.04.1915 L’Echelle, Ardennen – 09.08.2004 Ajaccio). Wissenschaftsgeschichte, Geschichte der Mathematik und der Astronomie, Leiter der Sektion Wissenschaftsgeschichte an der École des hautes études en sciences sociales ab 1957; Mithrsg. von Bd. IV A, 5 der Euler-Werke, AIHS (KM 1950, OM 1955): 693, 820
- TAUBERT, JOHANN KASPAR [ТАУБЕРТ, ИВАН ИВАНОВИЧ] (11.09.1717 SPb. – 20.05.1771 ebd.). Schwiegersohn von J.D. Schumacher; Geschichte; AdW SPb. (Adj 1738, Bibliothekar und Rat der Akademie-Kanzlei). – [RBS; Pe 1]: 761, 764, 765
- TAURISSON, DOMINIQUE (\* 05.10.1960 Limoges). Soziologie, Geschichte, Anthropologie: 822
- TAYLOR, BROOK (28.08.1685 Edmonton, Middlesex – 11.12.1731 London). Mathematik; FRS (1712, Sekretär 1714–18). – [DSB 13; ODNB 55]: 86, 88, 90, 318
- ТЕПЛОВ, ГРИГОРИЙ [ТЕПЛОВ, ГРИГОРИЙ НИКОЛАЕВИЧ] (01.12.1712 Pskov – 10.04.1779 SPb.). Botanik; Geheimrat, Senator, AdW SPb. (Adj 1742, AM 1747, Mitgl. der Akademie-Konferenz ab 1747). – [RBS]: 594, 713, 737, 739, 740, 741, 744, 746, 748, 750, 753

- TETTAU (DETTAU), ABEL FRIEDRICH VON (20.12.1688 Wokellen / Wokiele, Ostpreussen – 01.07.1761 Arkhangel'sk). Offizier, ab 1730 in russischen Diensten, 1735–41 Direktor des Petersburger Kadettenkorps: 299, 304
- THIERRY (fl. Mitte 18. Jh.). Ratsherr in Mulhouse: 663, 667
- THÜRING (DÜRING) (fl. 18. Jh.). Unbekannte Baslerin: 240, 241, 263, 265
- TIEDEMANN [ТИДЕМАН], CHRISTOPH (Königsberg – 19.07.1742 SPb.). Notar der Petersburger Akademie ab 1735: 966
- TISSOT, SAMUEL AUGUSTE ANDRÉ DAVID (20.03.1728 Grancy, Waadt – 13.06.1797 Lausanne). Medizin; Arzt, FRS (1760): 895
- TOALDO, GIUSEPPE (11.07.1719 Pianezze b. Vicenza – 11.11.1797 Padua). Astronomie, Geographie; AdW Berlin (AM 1776), SPb. (AM 1777/1776), FRS (1777): 1006
- TONTI, LORENZO DE (ca. 1602 Neapel – ca. 1684 Paris). Bankier, Erfinder der «Tontine»-Versicherung: 949
- TROPFKE, JOHANNES (14.10.1866 Berlin – 10.11.1939 ebd.). Mathematikgeschichte; AIHS (KM 1929, OM 1938). – [DBE 10]: 635
- TRUBECKOJ, NIKITA [ТРУБЕЦКОЙ, НИКИТА ЮРЬЕВИЧ], Fürst (26.05.1699 – 16.10.1767 Moskau). Staatsmann, Generalprokurator, Generalfeldmarschall, Wirkl. Geheimrat. – [RBS; GSE 26]: 603, 615, 620, 626, 969
- TRUESDELL, CLIFFORD AMBROSE (18.02.1919 Los Angeles – 14.01.2000 Baltimore). Rationale Mechanik, Wissenschaftsgeschichte, Euler-Forschung; Prof. Johns Hopkins Univ., Baltimore, Hrsg. von Bd. II, 11–13 und 18–19 der Euler-Werke, AIHS (KM 1961, OM 1968). – [AMWS]: 16, 41, 42, 108, 115, 183, 468, 532, 542, 603, 659, 694, 799
- TRUSCOTT, JOHANN [ТРУСКОТТ / ТРЕСКОТТ, ИВАН ФОМИЧ] (12.12.1721 SPb. – 29.05.1786 ebd.). Geographie, Kartographie; AdW SPb. (Adj 1742): 1006
- TSCHAMBER, KARL (03.07.1863 Helfrantzkirch, Oberelsass – 01.07.1932 Basel). Geschichte; Hauptlehrer in Hünigen / Huningue: 203
- TURGOT, ANNE ROBERT JACQUES, Baron de l'Aulne (10.05.1727 Paris – 20.03.1781 ebd.). Französischer Staatsmann, Nationalökonom. – [BE 28]: 905, 910, 911, 912
- USMEY (fl. 18. Jh.). Khan der Kaitaken in Dagestan, Nordkaukasus: 888, 897, 898
- USTINOV (fl. 18. Jh.). Kaufmann in Petersburg, Kommissionär der Petersburger Akademie: 1023
- VALENTIN, GEORG HERMANN (09.12.1848 Berlin – 24.11.1926 ebd.). Bibliographie, Mathematik: 542
- VALLISN(1)ERI, ANTONIO (03.05.1661 Trassilico, Toscana – 18.01.1730 Padua). Medizin, Paläontologie; Prof. UPadua: 921, 924
- VALLIUS, HADRIANUS / VAN DER WALLE, ADRIAAN († 1684 Delft). Gelehrter, Dr. jur: 909
- VAN ASSCHE, WALTER (\* 05.03.1958 Kapellen b. Antwerpen). Mathematik; Prof. ULeuven: 116

- VAUCANSON, JACQUES DE (24.02.1709 Grenoble – 21.11.1782 Paris). Mechaniker, Erfinder; AdW Paris (Adj 1746, OM 1757): 1010, 1011
- VAUTRAVERS (VALTRAVERS), JEAN RODOLPHE (29.04.1723 Bern – 19.04.1800 Florenz). Studium der Theologie in Genf und Strassburg, ab 1747 Erzieher in Schweden und England, Kunsthändler, pfalzgräflicher Gesandtschaftsrat, wohnhaft 1761–79 in Biel, danach in Hamburg und wieder in England, Korrespondent von Franklin und Rousseau, FRS (1755). – [HLS]: 815
- VERDUN, ANDREAS (\*18.05.1958 Basel). Astronomie, Wissenschaftsgeschichte; UBern, Mitgl. der Euler-Kommission der SCNAT, Hrsg. von Bd. II, 26–27 der Euler-Werke. – [Kü]: IX–XI, 21, 45, 46, 49, 55, 58, 60, 713, 816
- VERGIL / PUBLIUS VERGILIUS MARO (15.10.70 v. Chr. Andes / Pietole b. Mantua, heute Borgo Virgilio – 21.09.19 v. Chr. Brindisi). Dichter. – [BE 28]: 676, 736, 811
- VEZZI, GIOVANNI, Graf (1687–1746). Venezianischer Unternehmer: 10, 11
- VITRIARIUS, JOHANN JACOB (08.06.1679 Genf – 12.12.1745 Leiden). Prof. der Jurisprudenz UHeidelberg (ab 1706), Utrecht (ab 1708) und Leiden (ab 1720). – [NNBW 3]: 723, 726
- VJAZEMSKIJ, ALEKSANDR [ВЯЗЕМСКИЙ, АЛЕКСАНДР АЛЕКСЕЕВИЧ], Fürst (14.08.1727 b. Kostroma – 19.01.1793 SPb.). Staatsmann; AdW SPb. (AM 1777/1776). – [GSE 5]: 1006
- VLACQ / VLACCIUS, ADRIAAN (1600 Gouda – 1667 Den Haag). Mathematik, Bucheditionen. – [DSB 14; NNBW 2]: 355, 545, 550, 554
- VOCKERODT [ФОККЕРОДТ], JOHANN GOTTHILF (15.03.1693 Halle/Saale – 05.03.1755 Berlin). Kgl. preussischer Legationssekretär, Literat, 1717–33 Sekretär der preussischen Botschaft in Petersburg, AdW Berlin (AM 1744). – [GSE 27]: 104, 107, 109, 547, 552
- VOLČKOV, SERGEJ [ВОЛЧКОВ, СЕРГЕЙ САВВИЧ] (1707–1773 SPb.). Sekretär und Übersetzer an der Kanzlei der Petersburger Akademie der Wissenschaften, Direktor der Senats-Druckerei: 626
- VOLTAIRE (AROUET, FRANÇOIS MARIE) (21.11.1694 Paris – 30.05.1778 ebd.). Literatur, Philosophie, Geschichte; FRS (1743), Académie française (1746), AdW Berlin (1746), SPb. (AM 1746). – [BE 29; DSB 14]: 62, 307, 582, 588, 614, 778, 878, 897, 898, 913
- VORONTOV, MIKHAIL ILLARIONOVIČ [ВОРОНЦОВ, МИХАИЛ ИЛЛАРИОНОВИЧ], Graf (12.07.1714 Minsk – 15.02.1767 Moskau). Russischer Diplomat und Staatsmann, 1759–63 Grosskanzler: 790
- WAESBERGHE, JOHANN ANTON VAN († ca. 1741). Buchhändler in Danzig: 127, 130, 133
- WAFF, CRAIG B. (03.05.1946 New York – 12.06.2012 Pasadena, Kalifornien). Astronomie- und Wissenschaftsgeschichte: 46, 49, 737, 759, 765
- WAI(T)Z, JAKOB SIGISMUND, Freiherr von Eschen (16.05.1698 Gotha – 07.01.1776 Berlin). Bergbau; Hessischer Salinendirektor, Kammerrat, ab 1756 Staatsminister und Kammerpräsident in Kassel, ab 1775 in preussischen Diensten, Wirkl. Geheimer Staats- und Kriegsrat, AdW Berlin (AM 1746): 641, 649, 652, 656, 659

- WALLERIUS / WALLER, JOHAN GOTTSCHALK (11.07.1709 Örebro – 16.11.1785 Uppsala). Mineralogie, Chemie, Hydrologie; Professor Uppsala, AdW Leopoldina (1748), SPb. (AM 1777/1776). – [SMK 8]: 938, 1006
- WALLIS, JOHN (03.12.1616 Ashford, Kent – 08.11.1703 Oxford). Mathematik; Savilian Prof. UOxford ab 1649, FRS (1663). – [DSB 14; ODNB 57]: 29, 135, 139, 546, 552
- WALTZ, JOHANN THEOPHIL (Okt. 1713 Albershausen, Württemberg – 17.07.1747 Leipzig). Mathematik; wirkte in Dresden, AdW Berlin (AM 1745): 619, 620, 625, 627
- WARGENTIN, PEHR WILHELM (22.09.1717 Sunne, Jämtland – 13.12.1783 Stockholm). Astronomie; AdW Stockholm (Sekretär ab 1749), FRS (1764), Paris (AM 1783). – [DSB 14; SMK 8]: 842, 938, 950, 1009, 1011, 1013, 1014, 1018
- WEGELIN, SYLVESTER SAMUEL (1706–1781). Stadtarzt von St. Gallen: 933, 934
- WEIL, ANDRÉ (06.05.1906 Paris – 06.08.1998 Princeton, New Jersey). Mathematik, Geschichte der Mathematik; 1958–76 Prof. am Institute for Advanced Study, Princeton NJ; AIHS (AM 1960), FRS (1966), AdW Paris (OM 1982). – [NDSB 7]: 260, 468, 818
- WEISS, ANDREAS (13.10.1713 Basel – 07.04.1792 Augst, Baselland). Jurisprudenz; MA UBasel 1728, Cand. jur. 1732, Dr. jur. 1737, Prof. der Ethik und des Natur- und Völkerrechts 1734–35, Bibliothekar ab 1741, Rektor 1745/46, Prof. des öffentlichen Rechts ULeiden ab 1747, Rektor 1753, ab 1773 wieder in Basel. – [MUB 4:2985; AR 1, 439–441; St 1]: 109, 170, 173, 175, 723, 726
- WEITBRECHT, JOSIAS [ВЕЙТБРЕХТ, Иосиф] (20.10.1702 Schorndorf, Württemberg – 19.02.1747 SPb.). Physiologie, Anatomie; AdW SPb. (Adj 1725, OM 1731). – [ADB 41; RBS; Pe 1]: 104, 107, 307, 480, 483, 486, 514, 676, 914
- WEITBRECHT-DURAN, KATHARINA SOPHIA (fl. 18. Jh.). Gattin von J. Weitbrecht, aus Kopenhagen gebürtig: 104, 107
- WEN(T)Z, LUDWIG (~ 13.08.1699 Basel – 05.02.1772 ebd.). Jurisprudenz, Philosophie, Geschichte. MA UBasel 1715, ab 1752 Stadtnotar, ab 1759 Lektor der Mathematik und Mechanik. – [MUB 4:2458; St 1]: 136, 140, 507, 511, 514, 616, 621, 749, 752
- WENZEL, JACQUES DE († 02.01.1834 Paris). Sohn von M.J.B. de Wenzel; Ophthalmologe: 868
- WENZEL, MICHEL JEAN BAPTISTE DE, Baron (1724 – 04.10.1790 London). Ophthalmologe, Leib-Okulist von Maria Theresia und George III.: 866, 868
- WERRETT, SIMON (\* 25.02.1971 London). Wissenschaftsgeschichte und Philosophie; Dozent USeattle und London: 515
- WETTSTEIN (fl. 18. Jh.). Unbekannte in Basel: 319, 321, 324
- WETTSTEIN, JOHANN CASPAR (01.02.1695 Basel – 15.08.1760 Tunbridge Wells, Kent). Theologie; MA UBasel 1710, Cand. S. Minist. 1714, ab 1724 Hofmeister in England, ab 1736 im Dienste des Prince of Wales Friedrich Ludwig von Hannover, AdW Berlin (AM 1752), FRS (1754). – [MUB 4:2198]: 457, 463, 468
- WETTSTEIN, JOHANN JAKOB (05.03.1693 Basel – 23.03.1754 Amsterdam). MA UBasel 1709, Cand. S. Minist. 1713, 1717–29 Pfarrhelfer in Basel, 1730 wegen Heterodoxie abgesetzt, als Buchhändler, Prof. der Philosophie (1731) und der Kirchengeschichte (1744) in Amsterdam, AdW Berlin (AM 1752), FRS (1753) – [MUB 4:2133]: 167, 171



- WETTSTEIN, JOHANN LUDWIG (1652–1711). Notar aus Basel: 93
- WETTSTEIN, URSULA cf. BRUCKNER-WETTSTEIN, URSULA
- WHITESIDE, DEREK THOMAS (23.07.1932 Blackpool, Lancashire – 22.04.2008 Cambridge). Mathematik- und Wissenschaftsgeschichte, Newton-Forschung; Prof. UCambridge, AIHS (KM 1963, OM 1966): 46
- WHITMAN, ANNE († 1984). Philologin, Übersetzerin von Newtons *Principia*: 46
- WICHSER «l'Ainé» († 1773 SPb.). Handwerker im Druckereigewerbe in Basel, 1773 in Petersburg: 869, 870, 871, 871–875, 877, 880, 882, 884, 897, 995
- WICHSER «le Cadet» (\* ca. 1754). Bruder des Obigen: 869, 871, 871–875, 877, 897, 995
- WICHSER. Gattin des älteren Wichser: 882, 884, 885
- WILCKE, JOHAN CARL (06.09.1732 Wismar, Mecklenburg – 18.04.1796 Stockholm). Physik; Prof. UStockholm, AdW Stockholm (Sekretär 1784), FRS (1789). – [DSB 4; SMK 8]: 842
- WILDE, JOHANN CHRISTIAN (Züllichau, Preussen / heute Sulechów, Polen – nach 1749). Anatomie; AdW SPb. (Adj 1736, AOM 1738–44). – [ADB 42; Pe 1]: 197
- WILHELM IV. «der Weise», ab 1567 Landgraf von Hessen (24.06.1532 Kassel – 25.08.1592 ebd.). Astronomie. – [DSB 14; BE 30]: 58
- WILSON, CURTIS ALAN (08.04.1921 Los Angeles – 24.08.2012 Petoskey, Michigan). Astronomiegeschichte; Prof. St. John's College, Annapolis MD, 1948–88, AIHS (KM 1971, OM 1986): 49, 52, 54, 56, 57, 708, 714, 727, 728, 759, 773
- WILSON, JAMES (1690 King's Lynn, Norfolk – 29.09.1771 London). Biograph. – [ODNB 59]: 764
- WIN(D)SHEIM [ВИНЦЕГЕЙМ], CHRISTIAN NIKLAUS VON (16.04.1694 Anklam, Vorpommern – 15.03.1751 SPb.). Astronomie; AdW SPb. (Adj 1731, AOM 1731, Konferenzsekretär 1742–46 und ab 1749). – [Pe 1]: 135, 139, 143, 156, 162, 769, 771, 773
- WINTER, EDUARD (16.09.1896 Grottau / Hrádek nad Nisou, Böhmen – 03.03.1982 Berlin). Theologie, Osteuropäische Kultur- und Wissenschaftsgeschichte; Prof. Dt. UPrag (1934–45), UHalle (1947), Humboldt-Univ. Berlin (ab 1951); Mithrsg. von Bd. IV A, 6 der Euler-Werke, AdW Berlin (OM 1955), AIHS (KM 1963, OM 1968). – [DBE 10]: 649
- WOLF [ВОЛЬФ], CASPAR FRIEDRICH (18.01.1734 Berlin – 05.03.1794 SPb.). Anatomie, Physiologie; AdW SPb. (OM 1767): 804, 983
- WOLF, JOHANN CHRISTOPH (21.02.1683 Wernigerode/Harz – 25.07.1739 Hamburg). Theologie, orientalische Philologie; Prof. UWittenberg (1710), Gymnasialprof. (1712), ab 1716 auch Hauptpastor an der Katharinenkirche in Hamburg. – [ADB 44]: 101
- WOLF, RUDOLF (07.07.1816 Fällanden, Kt. Zürich – 06.12.1893 Zürich). Astronomie, Wissenschaftsgeschichte; Prof. UBern 1844–55, ETH und UZürich ab 1855, AdW Paris (KM 1885). – [DSB 14; ADB 43; DBE 10]: 9, 15, 58, 59, 102, 108, 606, 614, 627, 635, 775, 796, 835



- WOLFERS, JAKOB PHILIPP (31.05.1803 Minden, Westfalen – 22.04.1878 Berlin). Astronomie, Mathematik, Wissenschaftsgeschichte; 1824–64 Mitarbeiter am Astronomischen Jahrbuch in Berlin, ab 1852 Titularprof. – [ADB 44; DBE 10]: 35, 714
- WOLFF METZ, ABRAHAM JOSEPH BEN SIMON (ca. 1710 Frankfurt/Main – 04.11.1795 Berlin). Mathematik; Kalkulator («Rechenmeister») an der Gold- und Silber-Manufaktur in Berlin: 261
- WOLFF, CHRISTIAN, ab 1745 Reichsfreiherr (24.01.1679 Breslau – 09.04.1754 Halle/Saale). Philosophie, Physik, Mathematik; Prof. UHalle (1706–23 und ab 1740), UMarburg (1723–1740), Geheimrat, FRS (1710), AdW Berlin (AM 1711), SPb. (AM 1725). – [DSB 14; ADB 44; DBE 10]: 11, 86, 89, 90, 136, 141, 191, 536, 541, 543, 723, 726, 728, 777, 957
- WOOLF, HARRY (12.08.1923 New York – 06.01.2003 Princeton, New Jersey). Wissenschaftsgeschichte; 1961 Prof., 1972–76 Provost Johns Hopkins Univ., Baltimore, 1976–87 Direktor Institute for Advanced Study, Princeton NJ: 816
- WRIGHT, THOMAS (22.09.1711 Byers Green, Durham – 25.02.1786 ebd.). Astronomie, Instrumentenbau, Gartenarchitektur. – [ODNB]: 615
- WYMAN, ARTHUR LEWIS (31.03.1913 Bloomsbury – 18.01.2003). Medizin, Medizingeschichte: 868
- WYT(T)ENBACH (fl. 18. Jh.). Angehöriger einer Berner Patriziersfamilie: 766, 767, 768, 768, 769, 771
- YEOMANS, DONALD KEITH (\* 03.05.1942 Rochester, New York). Astronomie (Himmelsmechanik). – [AMWS]: 603
- YOUNG, THOMAS (13.06.1773 Milverton, Somerset – 10.05.1829 London). Optik, Mechanik, Naturwissenschaften, Medizin, Ägyptologie; FRS (1794), AdW Paris (Adj 1818, AM 1827). – [DSB 14; ODNB 60]: 65, 183
- ZIMMERMANN, BENNO MICHAEL (\* 07.05.1957 Basel). Mathematik, Statistik, Lambert-Forschung: XI
- ZUR LIPPE–DETMOLD, SIMON HEINRICH ADOLF, Graf, ab 1720 Fürst (04.02.1694 Detmold – 12.10.1734 ebd.): 100

### VIII.3. Systematisches Sachregister

Das nachfolgende Sachregister soll dem Leser, zusammen mit dem Personenregister und den Hinweisen in der Bibliographie, die Orientierung in den im Band veröffentlichten Briefwechseln erleichtern. Das ist wichtig, weil die Thematik der Briefwechsel sehr breit ist: Wir finden hier verschiedene Aspekte der Mathematik, der rationalen Mechanik, der Strömungslehre, Astronomie und Physik, Hinweise auf die Tätigkeit der Petersburger, Berliner und Pariser Akademie der Wissenschaften, auf dienstliche, persönliche und familiäre Verhältnisse usw.

Hinweise zu einzelnen Briefen sind durch das Sigel des entsprechenden Briefwechsels mit nachfolgender Briefnummer bezeichnet. Die Briefe der Korrespondenz von Leonhard und Johann Albrecht Euler mit den Bernoulli sind mit dem Sigel L bzw. A versehen. Die Briefe der Korrespondenz von Daniel Bernoulli mit der Petersburger Akademie der Wissenschaften in Anhang VII.3 sind mit dem Sigel P versehen, die mit Niklaus Fuss gewechselten Briefe (Anhang VII.3, Nr. 36–42 und 44–46) mit dem Sigel F.

Bei Briefen mit ausführlicherer Besprechung des entsprechenden Gegenstandes ist die Briefnummer fett gedruckt.

#### Mathematik

##### Algebra

unendliche Gleichungen: L **61**, 62

Kettenbrüche: F **38**, 39

Approximationsverfahren: L 60, **61**, 62, **68–71**

Approximation mittels trigonometrischer Reihen: L 98, 99

Differentialgeometrie: L 41–42 (Krümmungsradius), 43 (Tangenten)

Differentialgleichungen: L 15, 35, 41, **43**, 45, **46**, 47

Riccatische Gleichung: L 9, 15, 99

lineare Differentialgleichungen: L 12, 15, 43, 45–47

##### Differentialrechnung

*Introductio*: L 70, 81

partielle Ableitungen, parametrisches Differenzieren: L 42, **43**

##### Funktionen, elementare und spezielle

Potenzen und Logarithmen negativer Zahlen: L 41–43

inverse Kreisfunktionen (inkl. Notation): L **41–42**, 43, **46**

Gamma-Funktion: L 36, 55

rationale Funktionen: L 70

##### Geometrie

sphärische Trigonometrie: L 12, 14, 96

##### Spezielle Kurven: L **9**, 10, 11, 15

rektifizierbare algebraische Kurven: L **10**

geodätische Kurven: L 6

Orthogonaltrajektorien: L 15

Verfolgungskurven: L 17, **17A**

Rückkehrpunkte: L 69

##### Interpolation: L 9, 54, 55, 95

##### Integralrechnung: L 36, 37, 39–42, **43**, 45, 46, 57, 60, 61, 71, 76, 103

Rektifikation und Quadratur algebraischer Kurven: L 15

##### Reihen: L 1, **2**, 3, 6, 9, 24, 52, **54–58**, 60, **61**, **62**, 63, 68

reziproke Reihen, Zeta-Funktion: L **21**, **31**, 58

reziproke Quadrate («Basler Problem»): L 21, 30, **31**, 33, 34, 40, 54, 56, 57, 69

trigonometrische Reihen («Fourier-Reihen»): L **95**, 98 (zu deren Wichtigkeit), 100, 103

- Variationsrechnung (inkl. isoperimetrische Probleme): L 21, **32–38**  
 Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, Kombinatorik: L 106–109; A 1, 3–5; P 26, 27, 29–31;  
 F 46  
 Demographie, Renten: L **107**; A 1, 3; F 40, **41, 42**  
 Zahlentheorie: L **11, 12, 15, 17, 31, 33, 34, 52, 53, 70, 112**; F **45**  
 Mögliche Anwendungen der Mathematik in politischen Untersuchungen: L 58, 60

### Rationale Mechanik

- L. Eulers *Mechanik*: L 10–12, 15, 16, 20, 21, 23, **27**, 28, 29, **40–43** (Robins' Kritik)  
 Allgemeine Prinzipien der Mechanik: L 11, 14, **62**, 85  
 Isoperimetrische Prinzipien in der Mechanik: L 52, 53, 59, **60**, 62–64  
 Prinzip der lebendigen Kräfte und seine Verallgemeinerung: L 34, 35, 77, 89  
 Erhaltung des Drehmoments: L 62, 64  
 Statik, Gleichgewicht: L 8, 9  
 Stoss und Druck: L 64  
 Punktdynamik  
 Ballistik: L **10, 11**, 15, 49, 52, 53, **64**, 74, 76; F **39**  
 Bewegung in widerstehenden Medien  
 proportional zum Geschwindigkeitsquadrat: L 65, 69  
 Brachystochronen: L 9, 15, 21  
 Tautochronen: L 8, 9  
 Pendelbewegung: L 15, 25–27, 29, 37  
 Relativbewegung: L 59, 62  
 Himmelsmechanik (insb. Dreikörperproblem, Störungstheorie): L 22, 23, 34, 35, 52, 63, 64, 73, 95  
 Planetenbahnen: L 23, 63, **64**  
 Mondtheorie: L 37, 52, 73, **82, 86**, 88, **90**, 91, 93, 102, 110, 111; A 2, 6; P 34  
 Jupiter und Saturn («Grosse Ungleichheit»): L 79, **81–86, 88**, 89, **90, 93**, 111  
 Nutation der Erdschse: L 88, 89  
 Kometen: L 57, 60, 63, 65, **66**, 68–71, 88; A 4  
 Mechanische Systeme  
 Stabilität des Gleichgewichts: L 35  
 Schwingungen: L 14, **17** (Wiege), 47–49, **50**, 51, **95**; A **5**, 21, 22, 32; F 37  
 Stoss: A 5  
 Pendelbewegung: L 77  
 schief schwingendes Pendel: L 15, **25**  
 im widerstehenden Medium: L **25–27**, 29, 36  
 Saiten: L 1, 2, **3**, 93, 94, **95, 98–104**, 110, 111; A **22**  
 Bewegung starrer Systeme von Massenpunkten: L **59**  
 Bewegung von Körpern in beweglichen Rohren: L 56, **58, 59**, 60, **62**, 63, 64  
 Bewegung von Körpern auf schweren beweglichen Platten: L 58  
 Abstieg eines Massenpunktes längs der Oberfläche eines beweglichen Körpers: L 58  
 Bewegung von durch einen Faden verbundenen Körpern: L **62**, 63, 65, **68, 69**  
 geknickter Hebel: L 59–61  
 Mechanik fester Körper  
 Stoss: L 17, 21–24, 26 (schiefer Stoss), **26** (elastischer Stoss), 27, 29, 58, 59, **74, 77, 80**  
 rotierender Körper: L 26, 74  
 mehrere Körper: L 74  
 ballistisches Pendel: L 74, **76** (D. Bernoullis Fehler)  
 Rollbewegung: L 27, 29, **54** (mit Reibung), 55, **56, 57, 77**

- Abstieg längs rauer schiefer Ebenen: L 45, 49, 51  
 Rotationsbewegung: L **26**, 27, **29**, 59, 62, 65, 74, **76**  
   Rotationszentrum: L 64  
 Reibung: L 77; A 1–3, 5; P 33  
 Schwingungen: L 33  
 Pendelbewegung: L 12, 25–27, 37, **47**, 49, **50**, 51, **77**  
 Schwimmende Körper: L 33, 35, **37–38**, 40, **47**  
   Stabilität: L 18, 36, 37, **43**; P 5, 6  
   Schwingungen: L 35–37, **38**, 41, 42, **43**, **45**, **47**, **49–51**  
 Elastische Streifen: L 37, 38  
   Gleichgewichtsformen: L 8, 9, **15**, 17A, 36, 37, 46, 52, **59–61**, **63**, 64, 68, 81  
   Schwingungen: L 11, 12, 15, 17, **17A**, 43, 46, 54, 59, **61–66**, 74, 95; A **5**

### Strömungslehre

- D. Bernoullis *Hydrodynamica*  
   Druck, Widmung, Rezeption: L 11–14, 19, 28–33, 35–37, 39, 40, 42, 51 (Widmung); P 4, 10–13, 15–16  
   Inhalt: L 32 (Schifffahrt), 38 (L. Eulers allgemeine Analyse), **40**, **51**  
   Petersburger Handschrift: L 10, 33  
   geplante zweite Ausgabe: L 33, 38  
 J. I. Bernoullis *Hydraulik* I: L 35, 37  
 J. I. Bernoullis *Hydraulik* II: L **50**, **51**, 54, **60**, **63**, 70  
 Druck von Wasserstrahlen: L 17, 40, 63, **64**, **78**; A 8  
 Rückstosskraft beim Ausfluss aus Gefässen: L **50**, **51**, **54**, **56**, **59**, **60**, 61, 63, 73, 74, 83 (gegen d'Alembert)  
 Widerstand der Körper im Wasser: L 38, **40**, 41–43, **45**, **64** («d'Alembertsches Paradoxon»), 71 (Robins), **76** (in fließendem und stehendem Wasser), 77 (mechanische Analogie)  
 D'Alemberts *Traité du mouvement des fluides*: L **73**, **74**, 77, 83, 93  
 Konvektion: L **99**, **100**  
 Medizinische Anwendungen: L 52, 64  
 Hydrographie: L 17 (Wasserführung des Rheins), 63 (Kanäle), 84 (Lauf der Oder)

### Astronomie (cf. auch *supra* Himmelsmechanik)

- Kometen: L 57, 60, 63–66, **69–71** (Schweife); A 2, 3, **4**, **4A**, **15**; P 34  
 Kürzeste Dämmerung: L **70–71** (Maupertuis)  
 Mondtheorie: A 2, 6, 7; P 34, 35  
   Dichte des Mondes: A 31  
 Sonnenfinsternis-Beobachtungen: L 88, 89  
 Sphärische Astronomie («Mittagsverbesserung»): L 12, 14, 15  
 Beobachtung des Venusdurchgangs: L 106–108, 111; A **1–5**, 6, 7, **8**, 14, 20; P 27–35  
 Weltäther: L **64**, 65  
 Zeitmessung auf See: L 68, 70, 78, 83 (Preisschriften); A 19–21  
 Instrument zur Höhenmessung auf See: L 8

**Angewandte Mechanik, Technik**

- Artillerie: L **64**, 70, **74** (Traktat von Robins)
- Brückenbau: F **40–42**, 46
- Festigkeit von Säulen, Fachwerke: F 42, **44**, 46
- archimedische Schraube: L 56
- Kanalbau: L 63; A 22
- Schiffstheorie: L 2 (Bemastung), 8, 9 (Geschwindigkeit, Wind, Segel), 32 (Rückstossantrieb), 35–37, 39, **40**, 41–42 (Ruderkraft), **42**, 43, 45, 49 (Rückstossantrieb), 56–58 (Ruderkraft); A **8**, **8A**, 9, **14**, 25, **26**
- Scientia navalis*: L 37, 38, 41, 43, 89
- Pendelantrieb: L 78
- Ankerwinde: L 76, 77

**Physik**

- Weltsystem: L **68**, **69**, 77
- Akustik
  - Schallerzeugung, Schallgeschwindigkeit: L 1, **2**, **3**, 49, 51, **52**, 103; F 38
- Anziehungskräfte (Himmelsmechanik, Gebirge): L 44, 45, 49, 64, 65, **68**, 69, 77
- Elektrizität: L 69–71, 73–74, 99; F 46
- Experimentalphysik und Mathematik: L 58, 69, 77; F 36
- Feuer: L 31, 36, **39**, 99
- Gravitation: L 48, 56, 64, 65, 68, 69, 71, 109 (Frisi); A 21 (Frisi)
- Kosmologie: L **68**, 77
- Licht und Farben: L **64**, 83
- Magnetismus: L **35–37** (Anziehungskraft), 62, 68, 70, 79, 80 (Preisschriften), **90**
- Magnetnadel: L **90**; P 34 (Deklination, Inklination)
- Musik
  - Musiktheorie: L 37, **38**, 50, 51, **52**, **53**
  - Blasinstrumente: L 14, 37, 38, 40, **49–52**, 98, 102–104; A **26**; F **38–39**, 40
  - Saiteninstrumente: L 2, 3
  - Schlaginstrumente: L 2, 3, 52, 54 (elastische Streifen und Glocken), 59, 61, 63
- Optik
  - geometrische Optik: L 73
  - Achromasie: L 110, 111; A **5**, **25**, **26**
  - physikalische Optik: L 49, 50
- Schiesspulver, innere Ballistik: L **64** (Robins), **71**, **74** (inkl. Kritik Eulers), **76**
- Wärmeübertragung: L 99, 100

**Geophysik**

- Atmosphärische Lichtbeugung: L 15; A 5
- Dichte des Erdinnern: L **45**, 47, 49, 55; A 32
- Expeditionen: L 52 (Peru); A 20–22 (inkl. Pugačev-Aufstand), 23 (Lowitz' Tod), 24, 32
- Geodäsie: L 81, 82
- Geologie: P 32, 33 (Kohle)
- Geophysikalische Wirbel: L 48, **56**, **57**
- Gestalt der Erde: L 25–27, **29**, 30, 36, 42, 44, 48–50, 52, 56 (flüssiger Kern); P 19, 34

Gezeiten: L 39, 40, **41**, **42**, 43, 44, **45**, **47**, 48, 49, **50**, **51**, **55**, 57, 58, 64, **65**, 73; P 17

Gravitation: L 48

Meteorologie

Winde: L **77**, **79–81**, 93; A 32

Meteorologische Beobachtungen: L 13, 19, 45 (Kälte in Basel), 48; A 27

Barometrie: L 107; A 8, **22**, **32**

Extreme Kälte: L 37, 39, 45, 48; A 22, 27, 32

Thermometrie: L 7, 13, 37, 39, 40, 42, 45; A 5, 7, 8, 22, 27, 32; P 33

Nordlicht: P 34

## Physiologie, Medizin

Sehkraft: A 32

Blutzirkulation: L **64**, 65

Pockenimpfung: L 109; A 18–21; P 34

## Philosophie

Metaphysik (Kritik D. Bernoullis an L. Euler): L 83, 84

## Dienstliche Angelegenheiten

Basel: L 2 (Physik-Professur), 8 (Professorenwahlen), 24 (Pfarrstellen), 51 (Professorenstellen)

Petersburger Akademie: L 9, 10, 11 (Mathematische Klasse), 17 (finanzielle Lage), 20, 21, 31, 42 (finanzielle Lage), 47 (Reformen), 54–56 (Krisen von 1742), 76 (desolater Zustand), 80 (Verbesserung)

Anfänge der Akademie, Jubiläumsfeier: A **24**, **28**, 32, **33**; F **40**

Druck der *Petersburger Kommentare*: L 8, 10–12, 18, 21, 26, 37, 40, 52, 54, 55, 66, 73, 82; P 19

naturwissenschaftliche Expeditionen: L 12, 58; A 7, 18, **20–23**, 32

Petersburger Ökonomische Gesellschaft: P **33**

Innenpolitik Russlands: L 14, 55, 56; P 6

Pariser Akademie: L 8, 14

Meridian-Expeditionen und die Gestalt der Erde: L 12, 17, 24–27, **29**, 30, 42, 52

Internationale Politik: L 10, 11 (polnischer Erbfolgekrieg), 12, 17 (Verhältnis zwischen Russland und Frankreich), 21, 42 (russisch-türkischer Krieg), 58 (Breslauer Frieden), 77 (preussische Erfolge)

## Persönliche Angelegenheiten

### L. Euler

Einladung nach Petersburg: L 1–3; P 1, 2

Reise nach Petersburg: L 2–5; P 2

Karriere, finanzielle Angelegenheiten

Petersburg: L 10 (Kadettenkorps)

Einladung und Reise nach Berlin: L 51, 52, 54

Basel: L 10, 11 (Dr. med.), 20 (mögliche Rückkehr), 61, 63, 64, 69 (Bücherrechnungen), 72, 76 (Erbteilung)

Pariser Preise: L 17, 32, 36, 37, 39, 41, **43**, 45, **47** (verlorene Preisschrift), 48, 50, 51, 55, 56, 65, 68, 76, 83; P 17 (verlorene Preisschrift)

Gratifikation der französischen Regierung für Eulers *Schiffstheorie*: A 25

Familiäre Angelegenheiten: L 10 (Nörbel), 12, 18, 20 (Gsell), 49 (Bruder J.H. Euler), 51 (Karl, Eltern), 52 (Tod von G. Gsell), 72, 76 (Basler Bürgerrecht); A 16 (Tod der Gattin)

Haushalt: L **10** (Haus in Petersburg), 60 (Haus in Berlin), 106, 110 (Haus in Petersburg)

Porträts: L 28, 30, 58

Gesundheitszustand: L 12, 35, 50, **56**, 96, 106, 108–111; A 19–21, 26; P 31

Augenprobleme: L 35, 50, 105, 107, 111; A 10; P 32

*Variationsrechnung*: L 61–63, 65, 66

*Briefe an eine deutsche Prinzessin*: P 32, 33

#### **J.A. Euler**

Konferenzsekretär: A 1

Kadettenkorps: A 29

Kommerzielle Tätigkeit: A 33

#### **J.L. Euler**

mögliche Reise nach Basel: A **17**, 18–21

#### **D. Bernoulli**

Heimreise von Petersburg nach Basel: L 8

Dienstliche Angelegenheiten mit Petersburg: L 93; A 1–33; P **3** (Vertrag von 1730), 18, 20, 21–22 (erneute Einladung), 24–35, 43

Petersburger Pension: L *passim*, **57**; A *passim*; P **23**, **24**, **43**

Universität Basel: L 40–42 (Regenz), 49 (Dekanat), 58 (akademische Mühsal), 68 (Rektorat), 71–73 (starke Belastung durch den Dienst)

Pariser Preise: L *passim*; A 7, 8, 19

finanzielle Fragen: L 8, 9, 32, 35, 52, 61–64, 69; A 27, 28

Gesundheitszustand: L 17, **56**, 57, 63, 89; A 25, 32; F 37, 41

Vergnügungsreisen: L 63, 69, 74, 89

Grossbrand in Basel: A 26

Einladungen

nach Berlin: L 52, 54, **61**, 62, 63, 95

nach Petersburg: L 83–88; P 20–22

nach Venedig: L 24

Konflikt mit dem Vater: 59 (*Opera*), 60, **63**, 77

Kritik an d'Alembert: L **73**, **74**, 76, 77, 79, 83, 91, 93, 99, 109

Konflikt mit J.A. Euler: P **43**

Porträt: A **28–31**, 32, 33, 58; P **43**

Autobiographie: A **30**, **30A**, 31

#### **J. I Bernoulli**

*Opera omnia*: L **59**, 61, **63** (Kritik von D. Bernoulli)

Gesundheit: L 10, 17, 20, 21

Porträt: L 58

Finanzielle Fragen: L 31, 48

#### **J. II Bernoulli**

Reise über Danzig, Hamburg und Amsterdam: L **7**

Einladung nach Petersburg: P 21

#### **J. III Bernoulli**

Gesundheit: A 15, 22, 24



## VIII.4. Abkürzungsverzeichnis

Allgemein gebräuchliche (im Duden enthaltene) Abkürzungen sind nicht aufgelöst. Abkürzungen, die hier mit Minuskeln geschrieben sind, können in den Briefen auch mit Majuskeln vorkommen; die grammatikalische Form (Singular/Plural, Casus) ergibt sich aus dem Kontext. Die nur im Personenregister benutzten bibliographischen Abkürzungen sind hier am Ende separat hinzugefügt.

a.	anno (im Jahr)
A.	(bei Winkelfunktionen) Arcus (Bogen)
A. xxx	Zählung der Schriften Johann Albrecht Eulers nach Eneström (1910–1913), p. 218–222
a. c.	anni currentis (im laufenden Jahr)
abw. M	abwesendes Mitglied
Acad., Acad <sup>e</sup>	Académie
Acta Petrop.	<i>Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae</i> (Petersburger Akademiezeitschrift für die Jahre 1777–1782)
a. d.	ad diem (in Datumsangabe: am Tag)
AdW	Akademie der Wissenschaften
AIHS	Académie Internationale d'Histoire des Sciences
AM	Auswärtiges oder Ehrenmitglied
AOM	Ausserordentliches Mitglied
Archiv Petersburg	Archiv der Akademie der Wissenschaften Russlands, Petersburger Abteilung (mit nachfolgender Standortangabe)
a. St.	alten Stils (Datierung nach dem julianischen Kalender)
<i>Berliner Mémoires</i>	cf. Mém. Berlin
<i>Berliner Miscellanea</i> 1–7	<i>Miscellanea Berolinensia ad incrementum scientiarum, ex scriptis Societati Regiae Scientiarum exhibitis edita</i> (Berliner Akademiezeitschrift, 1710–1743)
<i>Bernoulli-Gedenkbuch</i>	cf. Bibliographie, Teil B, 1922
Bibl. Basel	Universitätsbibliothek Basel, Handschriftenabteilung (mit nachfolgender Standortangabe)
Bibl. Berlin, Formey	Staatsbibliothek zu Berlin, Handschriftenabteilung: Fonds Formey, Briefe von J.A. Euler an J.H.S. Formey (mit nachfolgender Signaturangabe)
Bibl. Tartu	Universitätsbibliothek Tartu, Handschriftenabteilung (mit nachfolgender Standortangabe)
Cand. S. Minist.	Sacri Ministerii Candidatus
Cap.	Caput (Kapitel)
Cel., Celeb.	celeberrimus

<i>Chronik</i> 1–4	Chronik der Akademie der Wissenschaften Russlands (cf. Bibliographie, Teil B, 2000–2007)
Cl.	clarissimus
Comm. Petrop. 1–14	<i>Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae</i> (Petersburger Akademiezeitschrift für die Jahre 1726–1743)
D., Dn., D <sup>nus</sup>	Dominus
d.	degré
DB. xx	Zählung der Werke von Daniel Bernoulli gemäss dem Verzeichnis von H. Straub (cf. DSB II, p. 36–46, und den Registerteil der Bände DBW 1–8)
DBW 1–8	<i>Die Werke von Daniel Bernoulli</i> , cf. Bibliographie: Bernoulli, Daniel I (1982)
<i>Dioptrik</i>	cf. Bibliographie: L. Euler E. 367, E. 386, E. 404
Dr., D <sup>r</sup>	Doctor, Docteur
E., Eu., Eur., Ew. <sup>r</sup> , Ewr.	Euer
E. xxx	Zählung der Schriften Leonhard Eulers nach Eneström (1910–1913), p. 1–217
<i>Euler-Gedenkband</i>	cf. Bibliographie, Teil B, unter dem jeweiligen Publikationsjahr
<i>Eulers Briefwechsel</i> 1–3	cf. Bibliographie, Teil B, 1959–1976
ex. gr.	exempli gratia (zum Beispiel)
Exc., Excell.	Excellence
F., Fr.	Frau
f	folgende
f.	(in Archivstandorten) фонд (Abteilungsbezeichnung der Sammlungen im Archiv Petersburg)
f.	florin (Gulden)
fl.	floruit (zur Angabe der Lebenszeit)
FRS	Fellow of the Royal Society of London
g.	Groschen
<i>Gelehrte Korr.</i>	cf. Bibliographie, Teil B, 1937 bzw. 1987
gr.	Grad
HEd(gb)., Hoche(del)g(e)b.	Hochedelgeboren (förmliche Anrede)
H., Hr.	Herr, Herrn
HH.	Herren
HLS	Historisches Lexikon der Schweiz ( <a href="http://www.hls-dhs-dss.ch/">http://www.hls-dhs-dss.ch/</a> )
Hn, H <sup>n</sup>	Herrn, Herren
<i>Hydraulik</i>	Johann I Bernoulli, <i>Hydraulica</i> (JB. 186)
<i>Hydrodynamik</i>	Daniel Bernoulli, <i>Hydrodynamica</i> (DB. 31)
h.v.	hujus voluminis (dieses Bandes)

Imp.	Impérial
<i>Integralrechnung</i>	<i>Institutiones calculi integralis</i> (cf. Bibliographie: L. Euler E. 342, E. 366, E. 385, E. 660)
<i>Introductio</i>	<i>Introductio in analysin infinitorum</i> (cf. Bibliographie: L. Euler E. 101, E. 102)
JaB. xx	Zählung der Werke von Jakob Bernoulli gemäss seinen <i>Opera</i> (1744)
JaBO 1–2	<i>Jacobi Bernoulli Opera</i> , cf. Bibliographie: Bernoulli, Jakob I (1744)
JaBW 1–6	<i>Die Werke von Jakob Bernoulli</i> , cf. Bibliographie: Bernoulli, Jakob I (1969f.)
JB. xx	Zählung der Werke von Johann Bernoulli gemäss seinen <i>Opera omnia</i> (1742)
JBB 1–3	<i>Der Briefwechsel von Johann Bernoulli</i> , cf. Bibliographie: Bernoulli, Johann I (1955f.)
JBO 1–4	<i>Johannis Bernoulli Opera omnia</i> , cf. Bibliographie: Bernoulli, Johann I (1742)
Jf., Jfr., Jgf., Jungf.	Jungfer
JNBW 1f	<i>Die Werke von Johann I und Niklaus II Bernoulli</i> , cf. Bibliographie: Bernoulli, Johann I (2008f.)
Kaiserl., Kays., Kayserl.	Kaiserlich
KM	Korrespondierendes Mitglied
Königl.	Königlich
L.	Livre (Pfund)
Lib.	Liber (Buch)
M	Mitglied
M., Mr., Mons <sup>r</sup> , M <sup>r</sup>	Monsieur
MA	Magister artium
Mad <sup>e</sup>	Madame
Maj., May., Mayt., Maÿt, M <sup>te</sup>	Majestät, Majesté
<i>Manuscripta Euleriana</i> 1–2	cf. Bibliographie, Teil B, 1962–1965
<i>Materialy</i> 1–10	cf. Bibliographie, Teil B, 1865–1900
<i>Mechanik</i>	<i>Mechanica</i> (cf. Bibliographie: L. Euler E. 15, E. 16)
Mém. Berlin	<i>Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles Lettres de Berlin. Avec les mémoires [...], tirés des registres de cette Académie</i> (Berliner Akademiezeitschrift für die Jahre 1745–1769); für Seitenangaben der Abteilung <i>Histoire</i> wird «Hist.» beigefügt

Mém. Paris	<i>Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Avec les mémoires de mathématique et de physique [...] Tirés des registres de cette Académie</i> (Pariser Akademiezeitschrift für die Jahre 1700–1786); für Seitenangaben der Abteilung <i>Histoire</i> wird «Hist.» beigefügt
Mrs., M <sup>rs</sup> , Mssrs.	Messieurs
Msct., Mspt.	Manuskript
<i>Musiktheorie</i>	<i>Tentamen novae theoriae musicae</i> (cf. Bibliographie: L. Euler E. 33)
N. Comm. Petrop. 1–20	<i>Novi Commentarii Academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae</i> (Petersburger Akademiezeitschrift für die Jahre 1747–1775); für Seitenangaben der <i>Summaria dissertationum</i> wird «Summ.» beigefügt
N. Mém. Berlin	<i>Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des sciences et des belles lettres de Berlin</i> (Berliner Akademiezeitschrift für die Jahre 1770–1786)
n <sup>o</sup> , n <sup>ro</sup>	numero
n. st., nouv. st.	nouveau style (Datierung nach dem gregorianischen Kalender)
O. x / yy	Sigel für die Bände der <i>Opera omnia</i> Leonhard Eulers (Serie in römischen, Bandnummer in indisch-arabischen Zahlen)
OM	Ordentliches Mitglied
op.	опись (Abteilungsbezeichnung im Archiv Petersburg)
<i>Opuscula</i> 1–3	cf. Bibliographie: L. Euler E. 80, E. 121, E. 156
Orig.	Originalhandschrift
p., pag.	pagina (Seite)
<i>Pariser Mémoires</i>	cf. Mém. Paris
ped.	pedes (Fuss)
<i>Petersb. Ms.</i> xxx	Zählung der Handschriften von L. Euler im Archiv der Akademie der Wissenschaften Russlands (Petersburger Abteilung) gemäss dem Inventar in <i>Manuscripta Euleriana</i> 1, p. 27–119
<i>Petersburger Acta</i>	cf. Acta Petrop.
<i>Petersburger Commentarii</i>	cf. Comm. Petrop.
<i>Petersburger Novi Commentarii</i>	cf. N. Comm. Petrop.
Phil. Trans.	<i>Philosophical Transactions of the Royal Society of London</i>
<i>Phoronomie</i>	cf. Bibliographie: J. Hermann (1716)
<i>Pis'ma</i>	cf. Bibliographie: L. Euler (1963)
<i>Prinzipien</i>	cf. Bibliographie: Newton (1687, 1713, 1726, ...)

<i>Prix Paris</i>	Preisschriften der Pariser Akademie der Wissenschaften (Erstpublikationen)
<i>Proc.-verb.</i>	<i>Procès-verbaux de l'Académie Royale des sciences</i> (Paris): konsultiert auf der Website gallica.bnf.fr im August 2015
Prof., Pr.	Professor, Professeur
Prop.	Propositio (Satz)
<i>Protokoly</i> 1–4	Protokolle der Petersburger Akademie der Wissenschaften (cf. Bibliographie, Teil B, 1897–1911)
r	recto (Vorderseite)
r.	(in Archivstandorten) разряд (Abteilungsbezeichnung der Sammlungen im Archiv Petersburg)
R xxxx	Zählung der Briefe von L. Eulers Korrespondenz gemäss Band O. IV A, 1
R., R <sup>o</sup> , Rbl., R(o)ub(l).	Rubel
<i>Recueil Prix Paris</i> 1–9	Preisschriften der Pariser Akademie der Wissenschaften (Sammelbände)
<i>Registres</i>	Protokolle der Berliner Akademie (cf. Bibliographie, Teil B, 1957)
Rthl.	Reichstaler
<i>Schiffswissenschaft</i>	<i>Scientia navalis</i> (cf. Bibliographie: L. Euler E. 110, E. 111)
S. A., S. A. S.	Son Altesse, Son Altesse Sérénissime
s. a.	sine anno (ohne Jahresangabe)
S. E., S. Exc.	Son Excellence
Sect.	sectio (Abschnitt)
s. l.	sine loco (ohne Ortsangabe)
S. M.	Sa Majesté
S. M. I.	Sa Majesté Impériale
SNG	Schweizerische Naturforschende Gesellschaft
SPb.	St. Petersburg, Saint-Pétersbourg
st., stuv., stub.	Stüber, Stuiver (niederländische Münze)
s. v. p.	s'il vous plaît
thl.	Thaler
Tom., T.	Tome, Tomus (Band)
U	Universität
v	verso (Rückseite)
v. st.	vieux style (Datierung nach dem julianischen Kalender)
<i>Variationsrechnung</i>	<i>Methodus inveniendi lineas curvas [...]</i> (cf. Bibliographie: L. Euler E. 65)
v. gr.	verbi gratia (zum Beispiel)

vid.	vide (siehe)
Vol., vol.	Volume(s) (Band, Bände)
wirkl.	wirklicher (in offiziellen Titeln)
xr	Kreuzer
Wolf 1–4	<i>Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz</i> (cf. Bibliographie: R. Wolf 1858–1862)

### Symbole

*	geboren
~	getauft
∞	verheiratet
†	gestorben
□	bestattet
ℳ, £	Pfund
§	Unze
♃	Jupiter
♄	Saturn
☉	Sonne
♀	Venus

### Bibliographische Abkürzungen im Personenregister

ADB	Allgemeine Deutsche Biographie. 56 Bde. Leipzig: Duncker & Humblot, 1895–1912 (Reprint 1967–1971)
AMWS	American men and women of science. New York / London: R.R. Bowker, Gale, 1971f.
AR 1	Athenae Rauricae, sive catalogus professorum Academiae Basiliensis ab A. 1460 ad A. 1778. Basiliae, 1778
AR 2	Adumbratio eruditorum Basiliensium meritis apud exteros olim hodieque celebrium, adpendicis loco Athenis Rauricis addita. Basiliae, 1780
BE	Brockhaus Enzyklopädie. 21. Aufl. 30 Bde. Leipzig, Mannheim, 2006
BEA	Biographical Encyclopedia of Astronomers. 2 vol. Springer, 2007
BLSK	Biographisches Lexikon der Schweizer Kunst, 2 Bde. Zürich: Neue Zürcher Zeitung, 1998
BU	Biographie Universelle, ancienne et moderne. Nouv.éd. 45 T. Paris, 1854–1865
DBBL	Deutschbaltisches biographisches Lexikon 1710–1960. Köln, Wien, 1970
DBE	Deutsche biographische Enzyklopädie. 2. Ausg. 11 Bde. München: K.G. Saur, 1995–2000

---

DBF	Dictionnaire de biographie française. Bde. 1f. Paris: Letouzey et Ané, 1933f.
DBGV	Dictionnaire biographique des Genevois et des Vaudois. Lausanne, 1877–1878
DBI	Dizionario biografico degli Italiani. Bde. 1f. Roma: Istituto della Enciclopedia italiana, 1960f.
DBL	Dansk biografisk Leksikon. 16 Bde. Kjöbenhavn: Gyldendal, 1979–1984
DSB	Dictionary of Scientific Biography. 18 Bde. New York: Ch. Scribner's Sons, 1970–1990
FB	cf. Bibliographie: Bernoulli-Sutter (1972)
FPr	La France protestante. 2. Aufl. 6 vol. (unvollendet). Paris, 1877–1888
GSE	Great Soviet Encyclopedia / A translation of the third edition. 31 vol. + Index. New York: Macmillan / London: Collier Macmillan, 1973–1983
HLS	Historisches Lexikon der Schweiz. 13 Bde. Basel: Schwabe, 2002–2014 ( <a href="http://www.hls-dhs-dss.ch/">http://www.hls-dhs-dss.ch/</a> )
Jöcher-Adelung	Allgemeines Gelehrten-Lexicon (+ Fortsetzung, Ergänzungen). Leipzig, 1750–1751; 1784–1816 (Reprint: Olms, 1961)
Kü	Kürschners Deutscher Gelehrten-Kalender. Bde. 1f. Berlin: Walter de Gruyter, 1925f.
LHS	Lexikon der hamburgischen Schriftsteller bis zur Gegenwart. 8 Bde. Hamburg, 1851–1883
MUB	Die Matrikel der Universität Basel. 5 Bde. Basel: Universitätsbibliothek, 1951–1980
NBG	Nouvelle biographie générale. 46 Bde. Paris: Firmin Didot frères, 1852–1866
NDB	Neue Deutsche Biographie. Bde. 1f. Berlin: Duncker & Humblot, 1953f.
NDBA	Nouveau dictionnaire de biographie alsacienne. 42 Bde. Strasbourg: Fédération des sociétés d'histoire et d'archéologie d'Alsace, 1982–2003
NDSB	New Dictionary of Scientific Biography. 8 Bde. Ch. Scribner's Sons, 2008
NNBW	Nieuw Nederlandsch biografisch Woordenboek. 10 Bde. Leiden: A.W. Sijthoff's, 1911–1937
ODNB	Oxford Dictionary of National Biography. 60 vol. Oxford University Press, 2004
Pe 1	cf. Bibliographie: Pekarskij (1870)
Pog	Poggendorff, J.C.: Biographisch-literarisches Handwörterbuch der exakten Wissenschaften. 7 Bde. Leipzig / Berlin, 1858–1994 (Angaben aus diesem Werk sind nur da aufgeführt, wo die betreffenden Personen nicht mit einem biographischen Artikel im DSB vertreten sind)



RBS	Russkij biografičeskij slovar (Русский биографический словарь). 30 (nicht numerierte) Bde. (unvollendet), St. Petersburg, 1896–1918; 2 Bde. New York, 1991 (ergänzter Reprint: Moskau, 1991–2000)
SBL	Svenskt biografiskt Lexikon. Bd. 1f. Stockholm: A. Bonniers, 1918f.
SKL	Schweizerisches Künstler-Lexikon. 4 Bde. Frauenfeld, 1905–1917
SMK	Svenska män och kvinnor. 8 Bd., Stockholm: A. Bonniers, 1942–1955
St 1	cf. Bibliographie: A. Staehelin (1957)
Wolf 1–4	cf. Bibliographie: R. Wolf (1858–1862).